



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA

FACULTAD DE ECONOMÍA, EMPRESA Y TURISMO  
DEPARTAMENTO DE MÉTODOS CUANTITATIVOS EN  
ECONOMÍA Y GESTIÓN

TESIS DOCTORAL

EL USO DE LA  
COINTEGRACIÓN COMO  
MEDIDA PARA LA SELECCIÓN  
DE TÍTULOS EN CARTERAS DE  
SEGUIMIENTO

REINALDO ARMAS HERRERA

Las Palmas De Gran Canaria Abril 2014





**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS  
DE GRAN CANARIA**

**ÓRGANO RESPONSABLE**

**DEPARTAMENTO DE MÉTODOS CUANTITATIVOS EN  
ECONOMÍA Y GESTIÓN**

**PROGRAMA DE DOCTORADO**

**DOCTORADO EN ECONOMÍA: APLICACIONES A LAS FINANZAS Y SEGUROS, A LA  
ECONOMÍA SECTORIAL, AL MEDIO AMBIENTE, Y A LAS INFRAESTRUCTURAS.**

**TÍTULO**

**EL USO DE LA COINTEGRACIÓN COMO MEDIDA PARA  
LA SELECCIÓN DE TÍTULOS EN CARTERAS DE  
SEGUIMIENTO**

Tesis doctoral presentada por **D. Reinaldo Armas Herrera**

Dirigida por el **Dr. D. Eduardo Acosta González** y el **Dr. D. Fernando Fernández Rodríguez**

Los Directores,

El Doctorando,

**Dr. D. Eduardo Acosta González**   **Dr. D. Fernando Fernández Rodríguez**

**D. Reinaldo Armas Herrera**

Las Palmas de Gran Canaria, Abril de 2014



**A mis padres y a mi familia.**



## **Agradecimientos**

Posiblemente este sea el epígrafe más difícil de escribir debido a la gran cantidad de personas que he conocido en mi época de Doctorado. De antemano pido disculpas si alguna de las personas que merecen ser nombradas y no lo son se siente ignorada. Mi agradecimiento a mis tutores Eduardo Acosta González y Fernando Fernández Rodríguez por la dedicación y el tiempo empleado. Sus ideas y sus algoritmos han sido herramientas indispensables para que esta Tesis llegara a buen puerto. También agradecer a los que han pasado tiempo en el despacho D 3.18, los cuales han sido partícipes de mis dudas y contradicciones a lo largo de la elaboración de esta Tesis. No me gustaría terminar este agradecimiento sin citar a dos amigos que fuera del ámbito académico han sido de gran ayuda, gracias Marcelo y gracias Víctor.





# Contenido

<b>Capítulo I. Introducción .....</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo general y objetivos específicos de la investigación .....	11
1.2 Esquema general de la Tesis .....	14
<b>Parte I: Revisión de la literatura. ....</b>	<b>17</b>
<b>Capítulo II. Revisión de la literatura sobre <i>Seguimiento de Índices y Seguimiento de Índices Mejorados</i> .....</b>	<b>19</b>
2.1 Introducción .....	19
2.2 Conceptos previos .....	19
2.2.1 En el seguimiento de índices .....	19
2.2.2 En el seguimiento de índices mejorados .....	32
2.3 Literatura de seguimiento de índices y seguimiento de índices mejorados .....	33
2.3.1 Seguimiento de índices ( <i>Index Tracking</i> ) .....	33
2.3.2 Seguimiento de índices mejorados ( <i>Enhanced Index Tracking</i> ) .....	55
<b>Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas .....</b>	<b>61</b>
3.1 Introducción .....	61
3.2 Conceptos generales sobre estrategias de posiciones cortas y largas .....	61
3.3 Revisión de la literatura de estrategias de riesgo neutral .....	64
3.3.1 Pair Trading .....	68
3.3.2 Arbitraje estadístico con cointegración e índice .....	71
3.4 Estrategias apalancadas .....	74
<b>Parte II: Metodología .....</b>	<b>79</b>
<b>Capítulo IV. Optimización meta-heurística .....</b>	<b>81</b>
4.1 Introducción .....	81
4.2 Optimización meta-heurística .....	81
4.2.1 Algoritmos meta-heurísticos de trayectoria .....	88
4.2.2 Métodos poblacionales .....	91
4.3 Algoritmos meta-heurísticos y finanzas .....	98
<b>Capítulo V. Cointegración y mercados de acciones .....</b>	<b>103</b>
5.1 Introducción .....	103
5.2 Raíces unitarias .....	109
5.3 Contrastes sobre la cointegración .....	113
5.3.1 Contrastes uniecuacionales de cointegración .....	115
5.3.2 Contrastes multiecuacionales de cointegración .....	118
5.4 La metodología de Engle y Granger .....	119
5.5 Cointegración y mercados financieros .....	121

<b>Capítulo VI. Metodología para el seguimiento de índices y estrategias de posiciones largas y cortas .....</b>	<b>127</b>
6.1 Introducción .....	127
6.2. Metodología para la selección de activos con algoritmos genéticos y cointegración adaptados al seguimiento de índices .....	130
6.2.1 Función objetivo a optimizar .....	130
6.2.2 Algoritmo de optimización .....	133
6.3 Estudio de los valores de cointegración .....	136
6.4 Comparación de metodologías .....	137
6.5 Contraste para el cambio de cartera .....	139
6.6 Aspectos metodológicos propios del seguimiento de índices mejorados .....	143
6.7 Aspectos metodológicos propios de las estrategias de posiciones cortas y largas .....	144
6.8 Metodología para desarrollar estrategias apalancadas .....	145
<b>Parte III: Resultados.....</b>	<b>153</b>
<b>Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices .....</b>	<b>155</b>
7.1 Introducción .....	155
7.2 Bases de datos empleadas y características generales de las mismas.....	155
7.3 Diseño del experimento de seguimiento de índices .....	160
7.4 Resultados del seguimiento de índices.....	167
7.5 Resultados del seguimiento de índices con cambio de cartera.....	176
7.6 Comparación de metodologías en el seguimiento de índices .....	177
7.7 Número óptimo de activos para el seguimiento de índices .....	179
7.8 Convergencia del algoritmo genético en el seguimiento de índices.....	182
<b>Capítulo VIII. Resultados del seguimiento de índices mejorados.....</b>	<b>183</b>
8.1 Introducción .....	183
8.2 Bases de datos y procedimiento empleado.....	183
8.3 Resultados del seguimiento de índices mejorados .....	184
8.4 Resultados del seguimiento de índices mejorados contrastando el cambio de cartera .....	187
8.5 Comparación de metodologías en el seguimiento de índices mejorados .....	187
<b>Capítulo IX. Resultados de posiciones cortas y largas.....</b>	<b>193</b>
9.1 Introducción .....	193
9.2 Bases de datos y procedimiento empleado.....	193
9.3 Resultados de las estrategias de posiciones largas y cortas.....	194
9.4 Resultados de las estrategias de posiciones cortas y largas con el contraste estadístico de cambio de cartera.....	197
9.5 Análisis de los costes de transacción en las estrategias de posiciones largas y cortas .....	199
<b>Capítulo X. Resultados estrategias 130/30 .....</b>	<b>201</b>
10.1 Introducción .....	201
10.2 Bases de datos empleadas .....	201

10.3 Diseño del proceso de estrategias apalancadas .....	201
10.4 Resultados de las estrategias 130-30 .....	203
<b>Capítulo XI. Conclusiones .....</b>	<b>209</b>
11.1 Conclusiones de la Tesis .....	209
11.2 Futuras investigaciones .....	213
<b>Bibliografía .....</b>	<b>215</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>245</b>
Anexo 1. Bibliografía seguimiento de índices .....	247
Anexo 2. Bibliografía seguimiento de índices mejorados .....	260
Anexo 3. Matrices de optimización en la medida de cointegración .....	265
Anexo 4. Compañías del <i>DJIA</i> a 31 de Diciembre de 2001 .....	267
Anexo 5. Compañías en el <i>IBEX 35</i> .....	268
Anexo 6. Diseño de la base de datos <i>IBEX 35</i> y otras cuestiones .....	269
Anexo 7. Compañías del <i>DJIA</i> a 17 de Mayo de 2012 .....	273
Anexo 8. Compañías del <i>DJCA</i> a 17 de Mayo de 2012 .....	274
Anexo 9. Estudio del criterio de información bayesiano para el <i>DJIA (1990-2001)</i> .....	276
Anexo 10. Análisis de la cointegración de las carteras en el seguimiento de índices .....	277
Anexo 11. Composición de las carteras en el seguimiento de índices .....	284
Anexo 12. Resultados del seguimiento de índices mejorados en carteras con cinco o más activos .....	290
Anexo 13. Análisis de la cointegración en estrategias de seguimiento de índices mejorados.....	304
Anexo 14. Composición de las carteras en el seguimiento de índices mejorados.....	317
Anexo 15. Resultados del seguimiento de índices mejorados contrastando el cambio de cartera .....	329
Anexo 16. Estrategia de posiciones cortas y largas con carteras de más de 5 activos .....	337
Anexo 17. Compañías seleccionadas en las estrategias apalancadas .....	341
Anexo 18. Frecuencia de los activos en las carteras 130-30 .....	343
Anexo 19. Programas informáticos usados .....	353
Anexo 20. Índice de Tablas y Figuras .....	373



## Capítulo I. Introducción

La inversión financiera es un proceso mediante el cual se compran o venden activos financieros con el objetivo de conseguir un resultado monetario futuro. Es un proceso cuya cadena de valor engloba tener unos objetivos, una estrategia de asignación de activos, una táctica operativa y una valoración de los resultados. Este resultado debe compensar al inversor por tener sus recursos no disponibles, por la tasa de inflación esperada y por la incertidumbre asociada al resultado, Reilly y Brown (2011). Un activo financiero es un activo inmaterial que tiene valor intrínseco debido a un contrato entre dos partes<sup>1</sup>. Según el glosario de la Bolsa de Madrid<sup>2</sup> un activo financiero es un “instrumento que canaliza el ahorro hacia la inversión. Son aquellos productos (pagarés, letras, bonos, acciones, obligaciones, etc...) que el emisor (empresa, Estado, etc.) utiliza para financiarse”. Este contrato adopta la forma de título o anotación en cuenta. Un activo financiero representa parte del capital de una empresa (acciones) o un préstamo (por ejemplo bonos del Estado). Todo activo financiero tiene entre sus características la liquidez, la rentabilidad y el riesgo. La liquidez es la posibilidad de convertir el activo en dinero, la rentabilidad es el resultado obtenido en función de lo invertido y el riesgo es la variabilidad del resultado obtenido. El riesgo en las inversiones financieras es la incertidumbre del resultado, es decir, la probabilidad de conseguir o no conseguir la rentabilidad buscada. El riesgo es, según la Bolsa de Madrid<sup>3</sup>, “la incertidumbre sobre la evolución de un activo, e indica la posibilidad de que una inversión ofrezca un rendimiento distinto del esperado (tanto a favor como en contra del inversor, aunque lógicamente a este solo le preocupa el riesgo de registrar pérdidas)”. Por lo general a mayor riesgo mayor es la rentabilidad exigida. Así, por ejemplo, en la actual crisis financiera los inversores perciben diferente riesgo entre los bonos alemanes y los bonos españoles, y como consecuencia de ello estos últimos han de ofrecer rentabilidades de hasta un 2% superior para poder ser colocados en el mercado. La percepción del riesgo puede tener una carga subjetiva importante.

---

<sup>1</sup> [www.investopedia.com/terms/f/financialasset.asp](http://www.investopedia.com/terms/f/financialasset.asp)

<sup>2</sup> <http://www.bolsamadrid.es/esp/Inversores/Formacion/Glosario/A.aspx>

<sup>3</sup> <http://www.bolsamadrid.es/esp/Inversores/Formacion/Glosario/R.aspx>

## Capítulo I. Introducción

Existen diversas formas de medir la rentabilidad y el riesgo. Por ejemplo, la rentabilidad puede ser medida por la media geométrica o la aritmética y en función de la unidad de tiempo en que midamos la inversión (diaria, mensual o anual). Jacquier, Kane y Marcus (2003) discuten las bondades y los inconvenientes de usar la media geométrica o la aritmética a la hora de predecir las rentabilidades de los fondos de inversión, Le Sourd (2007). La volatilidad se puede medir en función de la varianza o la desviación típica de los rendimientos (rendimientos diarios, mensuales o anuales). A partir de la rentabilidad y del riesgo se pueden calcular múltiples medidas que nos permiten comparar diferentes inversiones entre sí<sup>4</sup>.

No existe una única inversión de referencia sino múltiples, en función del plazo, el mercado de referencia, la empresa que la gestiona, etc. Este amplio conjunto de posibles pares de rentabilidad-riesgo y demás elementos definatorios de las inversiones es lo que lleva a buscar indicadores para la evaluación de las mismas. Por ejemplo, el indicador conocido como ratio de Sharpe, Sharpe (1966), nos informa de la rentabilidad obtenida en una determinada inversión por unidad de riesgo soportado. Existen una gran variedad de indicadores que tienen como objetivo evaluar las inversiones financieras.

Los inversores compran activos financieros en mercados financieros, un lugar, que no tiene que ser físico, donde se intercambian activos financieros y se fija el precio de los mismos. Los mercados financieros se caracterizan por la concurrencia de agentes económicos que participan en estos, por intercambiar productos homogéneos, activos financieros, y por fijar los precios de los activos que en ellos se comercializan, Abascal (2000). En general los mercados cumplen dos funciones, Abascal (2000), dar financiación a los agentes económicos, mercado primario, y liquidez a los activos financieros, mercado secundario. La Bolsa de Madrid define el mercado primario como<sup>5</sup> “captación de fondos del público por parte de una empresa, mediante la emisión de nuevos valores. Es decir, los inversores obtienen títulos recién creados, que adquieren directamente del emisor (por contraposición a los mercados secundarios, en los que se negocian títulos ya emitidos con anterioridad que estaban en poder de otros inversores). Sin embargo, también se consideran operaciones de mercado primario las compras o ventas de valores que ya estaban en circulación, cuando se realizan a través de una

---

<sup>4</sup> Ver Le Sourd (2007) para una perspectiva más amplia.

<sup>5</sup> <http://www.bolsamadrid.es/esp/Inversores/Formacion/Glosario/M.aspx>

oferta pública”. Principalmente hay dos tipos de activos según la incertidumbre sobre el resultado de la inversión; activos de renta fija y activos de renta variable. Reilly y Brown (2011) definen los activos de renta fija de forma general como “préstamos de los inversores a las empresas o los gobiernos con un calendario de pagos programados”. En los activos de renta fija la rentabilidad de la inversión está determinada si no vendemos el activo antes de la fecha de expiración o si el emisor no quiebra. La deuda emitida por el Estado y las Comunidades Autónomas son un ejemplo de este tipo de activos financieros. También existen activos de renta fija emitidos por las empresas, que se denominan renta fija corporativa o bonos de alto rendimiento. Los activos de renta fija tienen diversas rentabilidades y estas dependen fundamentalmente de la solvencia del emisor. En este sentido, las agencias de calificación juegan un papel esencial. Estas agencias son entidades que tienen entre sus funciones la de valorar la solvencia de los países. La Bolsa de Madrid las define como<sup>6</sup> “entidades independientes especializadas en el análisis de valores y empresas. Sus conclusiones sobre la capacidad de una compañía para hacer frente a sus obligaciones financieras, a corto y largo plazo, se plasman en el *rating*. El *rating* es un instrumento que permite a los inversores valorar el riesgo de un emisor, o de una emisión concreta, en relación con una escala de calificaciones predeterminada”. Por lo general, la probabilidad de quiebra está especialmente condicionada por las expectativas de crecimiento económico y por el nivel de deuda sobre el PIB del país. Por ejemplo, el PIB del Reino de España ha estado cayendo desde 2009 a 2012 (con la excepción de 2011<sup>7</sup>), lo que le ha llevado a pasar de entre los países más solventes a un escalón intermedio. Los activos de renta fija no solo se caracterizan por su emisor sino también por su duración temporal. Por ejemplo, en España las letras del Tesoro tienen una duración inferior o igual a un año y medio y los bonos una duración superior a los dos años, llegando al bono de 30 años. El bono que suele usarse de referencia es el bono a 10 años. Este bono se utiliza para identificar las perspectivas futuras que tienen los inversores sobre el país en cuestión y determinar la prima de riesgo en relación a otros países. La prima de riesgo es, definida en la *web* de la Bolsa de Madrid<sup>8</sup>, “la mayor rentabilidad que un inversor exige a un activo, por aceptar el riesgo que incorpora en relación a los activos que se consideran libres de

---

<sup>6</sup> <http://www.bolsamadrid.es/esp/Inversores/Formacion/Glosario/A.aspx>

<sup>7</sup> Fuente: [www.ine.es](http://www.ine.es)

<sup>8</sup> <http://www.bolsamadrid.es/esp/Inversores/Formacion/Glosario/P.aspx>

## Capítulo I. Introducción

riesgo (generalmente, se emplea como referencia la deuda pública al plazo de la inversión). Por eso las emisiones de empresas privadas ofrecen tipos más altos que la deuda pública: cualquier emisor privado, por muy solvente que sea, conlleva un riesgo superior al del Estado. También para la inversión en acciones se exige mayor remuneración cuanto mayor sea el riesgo esperado (mayor prima de riesgo), en función de la coyuntura de los mercados”.

Por el contrario, en los activos de renta variable, la rentabilidad y el riesgo asumido no son ciertos y dependen en todo momento de la evolución del precio del activo. En general los activos de renta variable se suelen asociar a la idea de acción. Una acción es la parte alícuota del capital de una empresa, Abascal (2000). Comprar una acción da lugar a unos derechos políticos, parte de la propiedad de una empresa, y a unos derechos económicos, dividendos. Así la rentabilidad de comprar acciones se genera por los dividendos que la compañía reparte y las variaciones en el precio de las acciones. El precio de la acción fluctúa por las expectativas futuras de los resultados corporativos y, por tanto, está influenciada por sucesos corporativos como quiebras, fusiones, o el estado de diversas variables macroeconómicas.

Una cartera de inversión está compuesta por los activos financieros que posee un inversor, incluido, si fuera el caso, dinero en metálico. La configuración de las carteras depende mucho de las preferencias y objetivos del inversor. Si el inversor tiene como objetivo principal conservar su capital y, por tanto, arriesgar poco, se trataría entonces de un inversor conservador. Por el contrario, a un inversor cuyo objetivo sea maximizar la rentabilidad a costa de asumir un alto nivel de riesgo lo denominamos habitualmente inversor agresivo. El inversor conservador invertirá en activos con un flujo de ingresos conocido o con la menor variabilidad (riesgo) posible. Esto suele llevarle a invertir en activos de renta fija donde la rentabilidad es menor, pero el riesgo también lo es. En cambio, a un inversor agresivo no le importa soportar mayor riesgo e invertirá sobre todo en renta variable. En todo caso, cualquier inversor intentará buscar la máxima rentabilidad soportando el mínimo riesgo. En este contexto un concepto esencial es el de diversificación. La diversificación de una inversión se puede conseguir invirtiendo en distintos tipos de países, mercados y activos financieros. Se pueden configurar infinitas carteras en función del mercado, periodo temporal de la inversión, preferencias del inversor, etc. Esto lleva a la necesidad de desarrollar técnicas matemáticas para



seleccionar activos en función de la información y las preferencias disponibles en cada momento.

El comportamiento general de los mercados de capitales se suele sintetizar mediante la elaboración de índices complejos. Un índice bursátil complejo es una media, ponderada o no, de los precios de los activos financieros más representativos que cotizan en un determinado mercado, Abascal (2000). Un índice bursátil, para la *web* de la Bolsa de Madrid<sup>9</sup>, es “un indicador de la situación sectorial o global del mercado. Expresa en porcentaje las variaciones que van experimentando las cotizaciones de los valores, tomándolas como base en un momento dado. Proporcionan una visión de conjunto de las cotizaciones del mercado bursátil en un período determinado, relacionándolo con otro tomado como base”. La capitalización de una compañía que cotiza en un mercado bursátil se obtiene como el producto del precio de su acción por el número total de sus acciones que cotizan en el mercado. En un principio los índices eran de precios no ponderados como el *Dow Jones Industrial Average*, cuyo origen se cifra a principios del siglo XX. Los índices de capitalización o ponderados surgieron más tarde, como por ejemplo el *Standards & Poors 500*. No solo hay índices de renta variable, también hay índices de renta fija, como el *Barclays Global Index*, índices de *commodities*, etc. Los medios de comunicación suelen seguir estos índices como indicadores de la riqueza financiera de un país y como indicador adelantado de la economía real, Abascal (2000).

El resultado de una cartera se suele medir principalmente por la rentabilidad que genera y el riesgo que soporta. Sin embargo, la calificación de estas medidas depende del contexto del mercado en el que están insertos los títulos que componen la cartera. Como se ha indicado anteriormente, los índices bursátiles son instrumentos que nos permiten resumir la situación de un determinado mercado de capitales y, por tanto, servir de referencia con la que comparar los resultados de una determinada cartera. Cuando un índice es elegido con este propósito se le denomina índice de referencia. Esta idea delimita los dos estilos de inversión en cartera más usados en las finanzas, la inversión activa y la inversión pasiva. En este sentido hay ciertos supuestos de base que conviene destacar. Primero, casi ninguna cartera tiene activos de un único mercado por criterios de diversificación. Segundo, en las carteras suele haber más elementos aparte de acciones de empresas cotizadas. Tercero, la elección de un índice de referencia es una

---

<sup>9</sup> <http://www.bolsamadrid.es/esp/Inversores/Formacion/Glosario/I.aspx>

decisión con una importante carga subjetiva que depende de diversas consideraciones a tener en cuenta por parte del inversor; dicha elección ha de basarse en la idea de que el índice de referencia debe representar al mercado en el que el inversor realiza sus operaciones. La inversión pasiva se sustenta bajo el supuesto de que no es posible mejorar la rentabilidad-riesgo del índice de referencia que representa el mercado. Esta opción se fundamenta en la idea de la eficiencia de mercado. Un mercado es eficiente si los precios tienen incorporada toda la información disponible. Si esto es así, a largo plazo los inversores no pueden batir al mercado representado en el índice de referencia. Una estrategia de inversión es una forma de actuar en el mercado. Entre los diferentes enfoques que nos permiten definir estrategias de inversión se encuentran principalmente el análisis fundamental, el análisis técnico y los métodos cuantitativos, ver Abascal (2000) para más detalles. El análisis fundamental se define, según la Bolsa de Madrid, como<sup>10</sup> “un método de análisis en el que se trata de establecer la realidad económica y financiera de una empresa. Basándose en el análisis financiero (cuentas anuales) y el análisis económico (conjuntura económica, evolución de los mercados, evolución del sector, etc.), tiene como finalidad determinar el valor objetivo de la empresa”. Entre los indicadores más empleados en este sentido está el PER, *Price Earning Ratio*, que es el número de veces que el beneficio de la compañía está contenido en su precio. Se emplea para saber si el precio de una compañía está caro o barato con respecto al promedio del sector, González-García (2006). Por otro lado, la Bolsa de Madrid describe el análisis técnico como<sup>11</sup> “un método de análisis bursátil, destinado a facilitar la toma de decisiones. A diferencia del análisis fundamental, no tiene en cuenta los datos internos de las compañías o los indicadores macroeconómicos generales, sino que se basa en las series históricas de precios del activo analizado. La herramienta básica para este análisis es el *chart* o gráfico (se denomina también "análisis chartista"), en el que se representa la evolución histórica de los precios; sobre la misma se trazan figuras con las que se intenta identificar una pauta de comportamiento pasado, para poder predecir la evolución futura de los precios”. Este enfoque se basa en dos tipos de análisis: el de los indicadores técnicos y el chartismo o análisis gráfico.

Los indicadores técnicos son medidas que permiten determinar si una acción está sobrecomprada o sobrevendida. Dentro de los más importantes está el MACD, *Moving*

---

<sup>10</sup> <http://www.bolsamadrid.es/esp/Inversores/Formacion/Glosario/A.aspx>

<sup>11</sup> <http://www.bolsamadrid.es/esp/Inversores/Formacion/Glosario/A.aspx>

*Average Converge Divergence*, media móvil de convergencia divergencia, y el RSI, *Relative Strength Index*, índice de fuerza relativa. El chartismo es el análisis gráfico de los precios históricos de los títulos. Se basa en la búsqueda de patrones de comportamiento que permitan predecir cambios futuros en la tendencia de los precios. Es una rama de análisis muy subjetiva debido a que depende en gran medida de la percepción que cada inversor tenga de la serie de precios. Los modelos cuantitativos arrancan con el modelo media-varianza de Markowitz, pasando por el CAPM, *Capital Asset Pricing Model*, o por el APT, *Arbitrage Pricing Theory*, entre otros.

Entre los inversores podemos hacer otra *clasificación*: los institucionales y los particulares. Los particulares entran en el mercado por su cuenta y riesgo comprando y vendiendo activos financieros, González-García (2006). Los institucionales son, según la *web* de la Bolsa de Madrid<sup>12</sup>, “entidades con personalidad jurídica que, de forma reiterada invierten en una determinada clase de valores, por ser uno de sus fines sociales. Entre estos, se encuentran los fondos de pensiones, las compañías de seguros y, en general, todas las instituciones financieras”. Estos tipos de instituciones se conocen como instituciones de inversión colectiva (IIC), González-García (2006). Una definición proporcionada por la Bolsa de Madrid las describe como<sup>13</sup> “entidades que tienen por objeto la colocación de patrimonios colectivos en valores mobiliarios o inmobiliarios con recursos procedentes del público que adquiere sus acciones (en el caso de las sociedades de inversión mobiliaria) o participaciones en un patrimonio común (fondos de inversión mobiliaria e inmobiliaria)”. Los inversores institucionales surgen como necesidad de una gestión profesional de los ahorradores individuales que no tienen ni tiempo ni los conocimientos necesarios para gestionar sus finanzas y prefieren que sus ahorros sean gestionados por entidades especializadas. Sin embargo, la inversión particular tiene ventajas como una menor cantidad de comisiones y que el resultado es atribuible enteramente al inversor, González-García (2006). Los inversores institucionales tienen que captar recursos para poder invertir. Por ello crean productos como los fondos de inversión o los fondos de pensiones, entre otros. González-García (2006) define los fondos de inversión como “instituciones de participación colectiva configuradas como patrimonios, pertenecientes a una pluralidad de inversores, denominados partícipes, cuyo derecho de propiedad se representa mediante un

---

<sup>12</sup> <http://www.bolsamadrid.es/esp/Inversores/Formacion/Glosario/I.aspx>

<sup>13</sup> <http://www.bolsamadrid.es/esp/Inversores/Formacion/Glosario/I.aspx>

certificado de participación”. Los fondos de pensiones son también instituciones de inversión colectiva, pero a diferencia de los fondos de inversión los partícipes no pueden retirar sus participaciones en cualquier momento sino en el momento de jubilación del partícipe de forma general. Hay ciertas excepciones como en el caso de paro de larga duración o enfermedad, pero son excepciones. Una definición más concreta de la patronal de los fondos de inversión en España, Inverco<sup>14</sup>, dice que<sup>15</sup> "los fondos de pensiones son patrimonios, sin personalidad jurídica, creados al exclusivo objeto de dar cumplimiento a planes de pensiones e integrarán los recursos necesarios para la financiación, cobertura y efectividad de uno o varios planes de pensiones. Contarán con unas entidades promotoras, que serán quienes insten y participen en la constitución del fondo”. La diferencia entre un fondo de pensiones y un fondo de inversión son de horizonte temporal y de tratamiento fiscal. En España las aportaciones a fondos de pensiones hasta cierta cantidad son deducibles en el impuesto sobre la renta de las personas físicas, mientras que las aportaciones a los fondos de inversiones no lo son. No obstante, a este respecto, las pérdidas generadas y materializadas procedentes de un fondo de inversión disminuyen la base imponible en el impuesto sobre la renta de las personas físicas.

Otra *clasificación* de los inversores es aquella que atiende al estilo de inversión empleado por estos, distinguiéndose entre inversores pasivos y activos. Una estrategia de inversión pasiva busca obtener una rentabilidad y un riesgo igual al de un índice de referencia previamente declarado. Los fondos constituidos con este fin se denominan Fondos Índices (*Index Funds*). Por otro lado, una estrategia de inversión activa tiene entre sus objetivos batir la rentabilidad del mercado, representado igualmente mediante un índice de referencia. Existen múltiples fondos de gestión activa en función del objetivo y estructuración del fondo. Para tener una visión más general sobre las características declaradas de estos fondos consultar la página *web* de la gestora Vanguard<sup>16</sup>.

La importancia de los fondos índice como instrumento de inversión proviene de los años 70, Rudd (1980). Con el paso del tiempo han adquirido mayor relevancia y los

---

<sup>14</sup> <http://www.inverco.es>

<sup>15</sup> [http://www.inverco.es/documentos/publicaciones/documentos/0002\\_caracteristicas\\_generales\\_de\\_los\\_planes\\_y\\_fondos\\_de\\_pensiones/c0\\_caracteristicas\\_generales\\_de\\_los\\_planes\\_y\\_fondos\\_de\\_pensiones.pdf](http://www.inverco.es/documentos/publicaciones/documentos/0002_caracteristicas_generales_de_los_planes_y_fondos_de_pensiones/c0_caracteristicas_generales_de_los_planes_y_fondos_de_pensiones.pdf)

<sup>16</sup> [www.vanguard.com](http://www.vanguard.com)

activos gestionados por estos fondos son cada vez mayores, según señalan Gaivoronski et al. (2005). Su importancia se ha incrementado incluso en la actual crisis financiera, Zhang y Maringer (2010).

Los fondos índices no son los únicos instrumentos de inversión que se utilizan para replicar índices de referencia. También tienen mucho mercado los ETF, *Exchanged Traded Funds*, o fondos de inversión cotizados. Los ETF cotizan en el mercado como las acciones y dependiendo fundamentalmente de sus objetivos declarados pueden seguir estrategias pasivas o activas de inversión. Por tanto, no tienen necesariamente que seguir a un determinado índice, ver Ferri (2007). Si el objetivo de los gestores de un ETF es replicar a un determinado índice y el procedimiento que se utiliza funciona correctamente, la cotización de las acciones que representan al fondo se sincroniza perfectamente con la evolución temporal del índice de referencia. Con lo que un inversor individual mediante la compra de una única acción del fondo ETF obtiene la rentabilidad y el riesgo del índice correspondiente. Uno de los procedimientos más utilizados por los gestores de ETF para llevar a cabo la réplica de un índice es el denominado *réplica total (Full Replication)*. Una réplica total consiste en mantener en la cartera del ETF todos los títulos que componen el índice y en las mismas proporciones en que participan en el mismo. Una de las ventajas de los ETF es que sus participaciones cotizan en el mercado como si fueran acciones lo que les proporciona una liquidez inmediata, especialmente cuando se comparan con los fondos de inversión. Para vender una participación en un fondo de inversión hay que esperar al final de la sesión, momento en el que se calcula su precio de liquidación.

A la hora de construir una cartera de seguimiento, una de las decisiones más importantes que deben tomar los gestores de los fondos de inversión y de los fondos de inversión cotizados (ETF) es la selección de los activos que formarán parte de dicha cartera. En la literatura académica el seguimiento de índices se denomina *Index Tracking*. Como ya se han mencionado anteriormente, se pueden usar todos los activos que forman parte del índice. Sin embargo, también se puede llevar a cabo el seguimiento o réplica del índice utilizando tan solo una parte de los títulos que componen el índice<sup>17</sup>. En este caso el procedimiento se denomina *réplica parcial (Partial Replication)*. En ocasiones, usar todos los activos no es recomendable debido a

---

<sup>17</sup> Incluso podría darse la posibilidad de crear carteras de seguimiento donde algunos de los títulos que componen la cartera no forme parte del índice que se pretende seguir.

los cambios de composición que se produce en el mismo índice, o como consecuencia de los significativos costes de transacción en los que se pueden incurrir o por la necesidad de simplificar la gestión de la propia cartera, Van Montfort et al. (2008). De ahí que en ocasiones se seleccione un conjunto limitado de activos en la replicación de un determinado índice.

En el caso de la réplica parcial, la selección de los activos se puede hacer por optimización o estratificación, entre otros procedimientos. En la estratificación, el criterio de elección es el sector o el país, mientras que en la optimización se trata de un proceso matemático mediante el cual se determina qué activos forman parte de la cartera. Esta distinción disgrega las ramas de la literatura. Inicialmente, el seguimiento de índices mediante procedimientos de optimización era muy sencillo y se usaba la optimización lineal o cuadrática. Sin embargo, como señalan Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009) el aumento de la complejidad del problema, al ser añadidas restricciones presentes en los mercados financieros, hizo necesario utilizar métodos de optimización más complejos como los meta-heurísticos.

En el caso de la replicación estratificada también se utilizan técnicas como el análisis clúster o el análisis de componentes principales para elegir los activos que intervienen en la cartera. Dentro de la réplica parcial estratificada se ha desarrollado una rama, que en vez de usar las técnicas ya señaladas, usa el muestreo estratificado y la cointegración, Alexander y Dimitriu (2005). La cointegración es la relación a largo plazo entre dos variables, Engle y Granger (1987). Es un concepto econométrico que expresa que dos variables integradas de orden uno están relacionadas a largo plazo si existe una combinación lineal entre ellas que tiene media y varianza constante.

Hay otro tipo de fondos de inversión cuyo objetivo, no es reproducir, sino batir sistemáticamente al índice de referencia. Son los llamados fondos activos. Dentro de estos, los denominados fondos de seguimiento de índices mejorados, *Enhanced Index Funds*, pretenden conseguir un exceso de rentabilidad con respecto al índice de referencia, pero limitando el nivel de riesgo asumido, Canakgoz y Beasley (2009). Lejeune y Samatli-Pac (2010) los definen como fondos que siguen una estrategia activa-pasiva. Tratan de reproducir el rendimiento de un índice más un plus de rentabilidad. Para conseguir el rendimiento del índice usan técnicas de gestión pasiva, pero el plus de rentabilidad se consigue con técnicas de gestión activa. Estas incluyen la

utilización de derivados o la sobrecompra o la sobreventa de activos del índice. Estos autores destacan la importancia de estos fondos durante la primera década del siglo XXI.

En términos de la selección de activos, los fondos de seguimiento de índices mejorados presentan los mismos problemas que los fondos de seguimiento de índices. En el mundo académico el seguimiento de índices mejorados se denomina *Enhanced Index Tracking* o *Enhanced Indexation*. Canakgoz y Beasley (2009) destacan la inexistencia de trabajos anteriores a 2005. En el seguimiento de índices mejorados los objetivos son la obtención de una rentabilidad plus sobre la rentabilidad del índice de referencia y la minimización del riesgo, por lo que hay que ponderar cuál de los dos objetivos es más importante, Li et al. (2011). No encuadradas dentro de la gestión pasiva o activa se encuentran las estrategias de posiciones largas y cortas, *long-short*. Estas estrategias consisten en combinar en una misma cartera estrategias largas y cortas, buscando un determinado objetivo que define a la propia estrategia. Así, por ejemplo, un objetivo puede ser seleccionar una cartera que proporcione una determinada rentabilidad, pero que a su vez sea neutral al riesgo. Estas estrategias generan resultados que no dependen de las alzas y bajas del mercado. Alexander y Dimitriu (2005) fueron las pioneras en usar medidas de cointegración y seguimiento de índices para generar estrategias neutrales de posiciones compradoras y vendedoras. Existen otras estrategias que utilizan posiciones compradoras y vendedoras como el *Pair Trading* o las estrategias apalancadas. Estas consisten en tener posiciones en corto para invertir más recursos en una cartera en largo. En una cartera 130-30, la cartera en corto supone el 30% y la cartera en largo el 130% del capital invertido.

### 1.1 Objetivo general y objetivos específicos de la investigación

El objetivo general de esta Tesis consiste en proponer nuevos procedimientos de selección de activos que permitan mejorar el *performance* de los siguientes tipos de carteras:

- (1) Carteras de seguimiento de índices.
- (2) Carteras de seguimiento de índices mejorados.
- (3) Carteras *long-short* de seguimiento neutrales al riesgo.
- (4) Carteras de apalancamiento 130/30.

A su vez, la mejora del *performance* se pretende obtener mediante la consecución de los siguientes objetivos específicos:

**Objetivo específico 1:** Reducir significativamente el número de activos necesarios para el seguimiento de los diferentes tipos de carteras.

La problemática del seguimiento de índices ha sido abordada mediante la aplicación de múltiples técnicas matemáticas. Tal y como ya hemos comentado, dentro de los procesos estratificados para el seguimiento de un índice hay una extensión que usa el concepto de cointegración para determinar el grado de relación entre los activos elegidos y el índice de referencia. Sin embargo, en muchas ocasiones el procedimiento utilizado para la réplica del índice conlleva que el número de activos que deben seleccionarse para formar parte de la cartera supongan más de la mitad de los activos del índice a replicar. En el artículo de Alexander y Dimitriu (2005), las carteras seleccionadas tienen 20, 25 y 30 activos sobre un índice compuesto por 30 activos. Sin embargo, no siempre esto es así. Un ejemplo en este sentido lo tenemos en los trabajos de Beasley et al. (2003), Canakgoz y Beasley (2009) o Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009), entre otros. Beasley et al (2003) emplean carteras con 5 y 10 activos sin especificar por qué ese es el número de activos en cartera, al igual que Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009), que emplean carteras con 5, 6, 7, 8, 9 y 10 activos. Canakgoz y Beasley (2009) usan carteras con 10, 40, 70 y 90 activos, sin especificar cuál es el número óptimo de activos en cartera. En el análisis de la literatura académica no hemos encontrado ningún artículo que plantee un procedimiento para determinar el número óptimo de activos en cartera. No obstante, en estos casos emerge un nuevo problema; con pocos activos existe un elevado número de carteras entre las que elegir, complicando sobremanera los cálculos necesarios para la obtención de una cartera que cumpla las restricciones marcadas por la estrategia elegida, Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009).

**Objetivo específico 2:** Sustituir la medida de correlación por la de cointegración en la formación de los diferentes tipos de carteras.

El usar la correlación lleva consigo carteras que no son estables a largo plazo y perder información por diferenciar las series de precios de los activos, Alexander y Dimitriu (2002). La correlación es el elemento esencial de la teoría de carteras, Markowitz (1952). No obstante, el uso de la cointegración para construir carteras lleva a carteras



más estables y que hacen un mejor uso de la información recogida en los precios, Alexander y Dimitriu (2002). Al no diferenciar las series de precios se pueden buscar tendencias comunes entre estos. La cointegración es una medida de relación entre los precios a largo plazo, tal como señalan Alexander y Dimitriu (2002), mientras que la correlación es una medida a corto plazo y se ve afectada por las observaciones extremas y las agrupaciones de volatilidad de los activos.

**Objetivo específico 3:** Optar por un algoritmo que permita optimizar la función de pérdida para la selección de las carteras de seguimiento.

Hay múltiples algoritmos dentro de la optimización meta-heurística. Nosotros usamos los algoritmos genéticos. Este método de optimización fue desarrollado por Holland (1975), pero no fue hasta 1989, cuando se popularizó gracias al trabajo Goldberg (1989). Dicho autor desarrolló este método para la transmisión del gas en un gaseoducto, si bien De Jong (1975), ya había demostrado la posible utilidad de los algoritmos genéticos para la optimización en complejos problemas de tecnología. Así, los algoritmos genéticos se han empleado en telecomunicaciones, Abuali et al. (1994), en química, Judson et al. (1992), o en la industria manufacturera, Chen et al. (1992), entre otros sectores.

Los algoritmos genéticos se basan en la creación inicial de una población de cromosomas. Los cromosomas representan a los activos en cada cartera y toman los valores de cero o uno, uno si el activo entra en la cartera o cero si no entra. Cada cromosoma se evalúa mediante el contraste de Engle y Granger (1987), para determinar el grado de cointegración entre el índice y la cartera de seguimiento. Los cromosomas con un valor más alto en el estadístico de Dickey-Fuller aumentado son eliminados. Los cromosomas supervivientes son emparejados, cruzados y mutados para producir nuevas generaciones de carteras candidatas. El algoritmo finaliza, cuando han pasado un número de generaciones predeterminadas o cuando la solución encontrada no mejora a la ya disponible. La ventaja de este método de optimización es que puede tratar con soluciones binarias como en este caso, pero también es factible para problemas cuyas variables sean de naturaleza continua.

**Objetivo específico 4:** Mejorar el procedimiento de seguimiento de índices.

Aparte de la metodología desarrollada en esta Tesis para el seguimiento de índices, algoritmos genéticos y cointegración, hay otras metodologías que se emplean para este mismo fin como la recogida en el artículo de Alexander y Dimitriu (2005) y la más clásica de maximizar la correlación en rendimientos del índice y la cartera de seguimiento. La metodología de Alexander y Dimitriu se basa en buscar la cartera más cointegrada con el índice en cada momento, siendo los activos seleccionados en función de su capitalización. En la metodología en rendimientos buscamos la cartera más correlacionada con el índice en cada momento y los activos se seleccionan por algoritmos genéticos. Estos dos procedimientos alternativos nos sirven para comprobar la bondad de nuestra metodología en el seguimiento de índices y el seguimiento de índices mejorados.

### 1.2 Esquema general de la Tesis

Esta Tesis está articulada en tres partes principales. En la primera parte realizamos una revisión de la literatura del seguimiento de índices, del seguimiento de índices mejorados, de las carteras con posiciones compradas y vendidas y de las carteras apalancadas.

En el Capítulo 2 se presenta una revisión de la literatura sobre el seguimiento de índices y sobre el seguimiento de índices mejorados. En el Capítulo 3 se presenta una revisión sobre la literatura de las carteras con posiciones largas y cortas y de las carteras apalancadas.

En una segunda parte de esta Tesis revisamos los elementos que nos hacen falta para desarrollar nuestra metodología y presentamos nuestra metodología propiamente dicha.

En el Capítulo 4 se presenta una revisión sobre los algoritmos meta-heurísticos. En él, se describe el procedimiento de funcionamiento de los principales algoritmos meta-heurísticos y sus aplicaciones a las finanzas. Así en el Capítulo 5 se repasan los conceptos de cointegración y de raíces unitarias, haciendo especial hincapié en su uso en las finanzas. En el Capítulo 6 se presenta una nueva propuesta metodológica para el seguimiento de índices, el seguimiento de índices mejorados, las carteras de posiciones cortas y largas y las carteras apalancadas.

## Capítulo I. Introducción

En una tercera parte de la Tesis presentamos los resultados de aplicar la metodología desarrollada en esta Tesis.

En el Capítulo 7 se muestran los resultados que se obtienen a partir de la utilización de nuestra propuesta metodológica para el seguimiento de índices de mercado, definiéndose los mercados y los parámetros a emplear. El Capítulo 8 tiene la misma estructura que el siete. En este caso se aborda la problemática del seguimiento de índices mejorados. El Capítulo 9 recoge los resultados de las estrategias de posiciones largas y cortas en los diferentes mercados. El Capítulo 10 recoge los resultados de las estrategias apalancadas.

En el Capítulo 11 recogemos las principales conclusiones de esta Tesis y las futuras líneas de investigación.



# **Parte I: Revisión de la literatura**



## Capítulo II. Revisión de la literatura sobre *Seguimiento de Índices y Seguimiento de Índices Mejorados*

### 2.1 Introducción

En este Capítulo hacemos una revisión de la literatura sobre el seguimiento de índices, *Index Tracking*, y sobre el seguimiento de índices mejorados, *Enhanced Index Tracking*. Tal como veremos existen múltiples técnicas para conseguir reproducir índices; no obstante la incorporación de restricciones cada vez más realistas lleva consigo una optimización más compleja.

En este Capítulo empezamos estudiando los conceptos previos relativos al seguimiento de índices y al seguimiento de índices mejorados, apartados 2.2.1 y 2.2.2, así como las diversas formas que adopta el error de seguimiento, *Tracking Error*. Posteriormente, en el apartado 2.3.1 nos introducimos en profundidad en el tema del seguimiento de índices, separando los artículos en función de la técnica empleada, función objetivo, restricciones y datos. Finalmente, en el apartado 2.3.2 repetimos el mismo análisis pero aplicado al seguimiento de índices mejorado.

### 2.2 Conceptos previos

#### 2.2.1 En el seguimiento de índices

Tal como señalan Rey y Seiler (2001), los gestores de fondos de inversión han tratado de agregar un valor añadido superior a sus carteras de activos desde la década de los 60. Un fondo de inversión es un instrumento de ahorro colectivo que adquiere activos financieros, inmobiliarios, otros fondos y cualquier otro activo que sea comercializable. Numerosos estudios sobre los resultados de los fondos de inversión han demostrado que estos no pueden superar la rentabilidad media de los índices bursátiles de forma sostenible en el tiempo. En este sentido destacan los trabajos de Jensen (1968), Carhart (1997) o Daniel et al. (1997), entre otros.

Abascal (2000) define un índice bursátil como “la media aritmética de las cotizaciones de las acciones de un mercado. La media puede ser simple (todas las acciones tienen el mismo peso en el índice) o ponderada (normalmente por capitalización, donde las empresas más grandes ponderan más en el índice)”. La capitalización es el producto del

número de acciones por su precio. Dentro de los índices simples se encuentra el *Dow Jones*; ejemplos de índices ponderados en función de su capitalización son el *SP 500*, el *Nasdaq 100* o el *IBEX 35*, entre otros.

En tiempos más recientes han surgido otras formas de inversión como los fondos cotizados, *Exchanged Traded Funds*, ETF. Una definición sencilla describe los fondos cotizados como fondos de inversión que se pueden comprar y vender. Para más detalles ver Ferri (2007). Un fondo cotizado presenta ciertas ventajas con respecto a un fondo tradicional como son la transparencia, hay precio todos los días, la liquidez, se puede vender o comprar en cualquier momento, la diversificación, permite diversificar la cartera, permite las posiciones en corto, fondos cotizados inversos, y la internacionalización, permite invertir en mercados de difícil acceso para el inversor particular.

Si los resultados de un índice bursátil no pueden ser batidos de forma sistemática, la inversión en dicho índice parece la estrategia óptima a largo plazo tras costes de transacción. El concepto de seguimiento del índice, recoge esta idea, es decir, la réplica de un índice de referencia. El concepto de réplica alude a conseguir la misma rentabilidad y el mismo riesgo que el índice de referencia. En esta Tesis Doctoral y en una gran cantidad de trabajos sobre seguimiento de índices, el índice de referencia es de acciones, pero también existen índices de bonos, *commodities*, etc.

La réplica de un índice plantea el interrogante de cómo llevarla a cabo. Como señalan Van Montfort et al. (2008) existen diversos métodos para replicar un índice:

- La replicación total.
- La replicación sintética.
- La replicación estratificada.
- La replicación optimizada.

En la replicación total se compran todos los activos del índice en sus mismas proporciones. En la réplica sintética se usan derivados, futuros u opciones, para reproducir el comportamiento del índice. En la replicación estratificada elegimos un conjunto de activos del índice mediante algún criterio como la capitalización bursátil, el sector, el país... En la réplica optimizada la selección de activos se realiza por criterios



matemáticos de optimización. Estas formas de realizar seguimiento de índices se estudian en profundidad en el apartado 2.3.1.

Si la replicación no es total entonces es parcial; esto implica que haya diferencias entre la cartera de seguimiento y el índice de referencia. A esta diferencia se le conoce como error de seguimiento, *Tracking Error*. En la literatura el error de seguimiento es la diferencia entre los rendimientos de la cartera de seguimiento y los del índice, RoBbach y Karlow (2011). Matemáticamente:

$$TE_t = r_{c,t} - r_{B,t} = \sum_{i=1}^N w_i r_{i,t} - r_{B,t}, \quad (2.1)$$

donde:

$TE_t$  es el error de seguimiento en el momento t.

$r_{c,t}$  es la rentabilidad de la cartera de seguimiento en el momento t.

$r_{B,t}$  es la rentabilidad del *benchmark* (índice) en el momento t.

$r_{i,t}$  es el rendimiento del activo i en la cartera de seguimiento en el momento t.

$w_i$  es el peso del activo i en la cartera de seguimiento.

N es el número de activos en cartera y  $\sum_{i=1}^N w_i = 1$ .

A partir de esta definición de error de seguimiento se han desarrollado diversas medidas para registrar la precisión en el seguimiento de índices. Estas medidas se dividen en lineales y cuadráticas. En las cuadráticas la relación entre la rentabilidad de la cartera de seguimiento y la del *benchmark* (índice) es cuadrática. Dentro de estas se encuentran el error cuadrático medio (*Mean Square Error*, MSE) y la varianza del error de seguimiento (*Tracking Error Variance*, TEV), ver RoBbach y Karlow (2011). Para más detalles matemáticamente el error cuadrático medio se define como:

$$MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{c,t} - r_{B,t})^2, \quad (2.2)$$

donde las variables tienen el mismo significado que en (2.1). La varianza del error de seguimiento se define como la varianza de la diferencia de los rendimientos y su expresión matemática es la siguiente:

$$TEV = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( (r_{c,t} - r_{B,t}) - (\bar{r}_c - \bar{r}_B) \right)^2, \quad (2.3)$$

donde  $\bar{r}_c$  es la rentabilidad promedio de la cartera de réplica y  $\bar{r}_B$  es la rentabilidad promedio del índice. Dentro de las medidas lineales del error de seguimiento están la raíz cuadrada del error cuadrático medio, Beasley et al. (2003), y las recogidas en Rudolf et al. (1999) que separan las medidas del error de seguimiento en error de seguimiento de desviación absoluta media (*Tracking Error Mean Absolute Deviation, TE MAD*), error de seguimiento mínimo máximo (*Tracking Error Minimize Maximise, TE MinMax*), error de seguimiento desviación absoluta media desfavorable (*Tracking Error Mean Absolute Deviation Downside, TE MADD*) y error de seguimiento mínimo máximo desfavorable (*Tracking Error Minimize Maximise Downside, TE DMinMax*). El error de seguimiento de desviación absoluta media mide la media de la diferencia absoluta entre los rendimientos de la cartera de seguimiento y los del índice. El error de seguimiento mínimo máximo minimiza la máxima diferencia entre los rendimientos de la cartera y los del índice. El error de seguimiento desviación absoluta media desfavorable parte del concepto de riesgo desfavorable (*Downside Risk*), que recoge la probabilidad de que el rendimiento de una cartera este por debajo de cierto nivel; aplicado al seguimiento de índices sería la probabilidad de que el rendimiento de la cartera de seguimiento este por debajo de la rentabilidad del *benchmark*. El error de seguimiento desviación absoluta media desfavorable calcula el error de seguimiento desviación absoluta media pero los rendimientos de la cartera son inferiores a los del índice. Finalmente, el error de seguimiento mínimo máximo desfavorable minimiza la máxima diferencia entre los rendimientos de la cartera frente a los del índice siempre que los del índice sean superiores a los de la cartera. De modo más formal las diferentes formas de error de seguimiento adoptan las siguientes formas matemáticas:

$$TEMAD = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |r_{c,t} - r_{B,t}|, \quad (2.4)$$

donde las variables tienen el mismo significado que en (2.2). El error de seguimiento mínimo máximo tiene la siguiente expresión:

$$TE_{MinMax} = \text{Min} \left[ \text{Max} |r_{c,t} - r_{B,t}| \right], \quad (2.5)$$

donde las variables tienen el mismo significado que en (2.2). El error de seguimiento desviación absoluta media desfavorable y el error de seguimiento mínimo máximo desfavorable tienen las siguientes formas funcionales:

$$TEMAD = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |r_{c,t} - r_{B,t}| \text{ donde } r_{B,t} > r_{c,t}, \quad (2.6)$$

$$TE_{DMinMax} = \text{Min} \left[ \text{Max} |r_{c,t} - r_{B,t}| \right] \text{ donde } r_{B,t} > r_{c,t}, \quad (2.7)$$

donde las variables tienen el mismo significado que en (2.2). Hay otros autores que asimilan el error de seguimiento al exceso de rendimiento, Alexander y Dimitriu (2005), Alexander y Dimitriu (2002) o Dunis y Ho (2005), entre otros. En este caso, la expresión matemática del error de seguimiento sería la siguiente:

$$TE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{c,t} - r_{B,t}), \quad (2.8)$$

donde  $r_{ct}$  y  $r_{bt}$  tienen el mismo significado que en (2.2). Entre los diversos estudios que recogen el comportamiento de las distintas medidas del error de seguimiento se encuentran Rey y Seiler (2001) y RoBbach y Karlow (2011). Así, Rey y Seiler (2001) discuten la bondad de las distintas medidas del error de seguimiento y se decantan por las medidas lineales. Con datos del mercado de referencia en Suiza simulan el comportamiento del error de seguimiento con distintos número de activos y periodos temporales; concluyen que el error de seguimiento disminuye con el aumento del número de activos en cartera y que fuera de la muestra las medidas lineales y cuadráticas del error de seguimiento son igualmente buenas. Por su parte, RoBbach y Karlow (2011) estudian la estabilidad de las distintas medidas del error de seguimiento; para ello, usan datos del mercado alemán y concluyen que no hay evidencias de gran estabilidad en las medidas del error de seguimiento fuera del periodo de muestra; dicha estabilidad hace referencia al cambio en los valores del error de seguimiento.

La estimación cuadrática del error de seguimiento es usada por Toy y Zurack (1989), Franks (1992), Clarke et al. (1994), Connor y Leland (1995), Larsen y Resnick (1998), Rohweder (1998) o Roll (1992), entre otros.

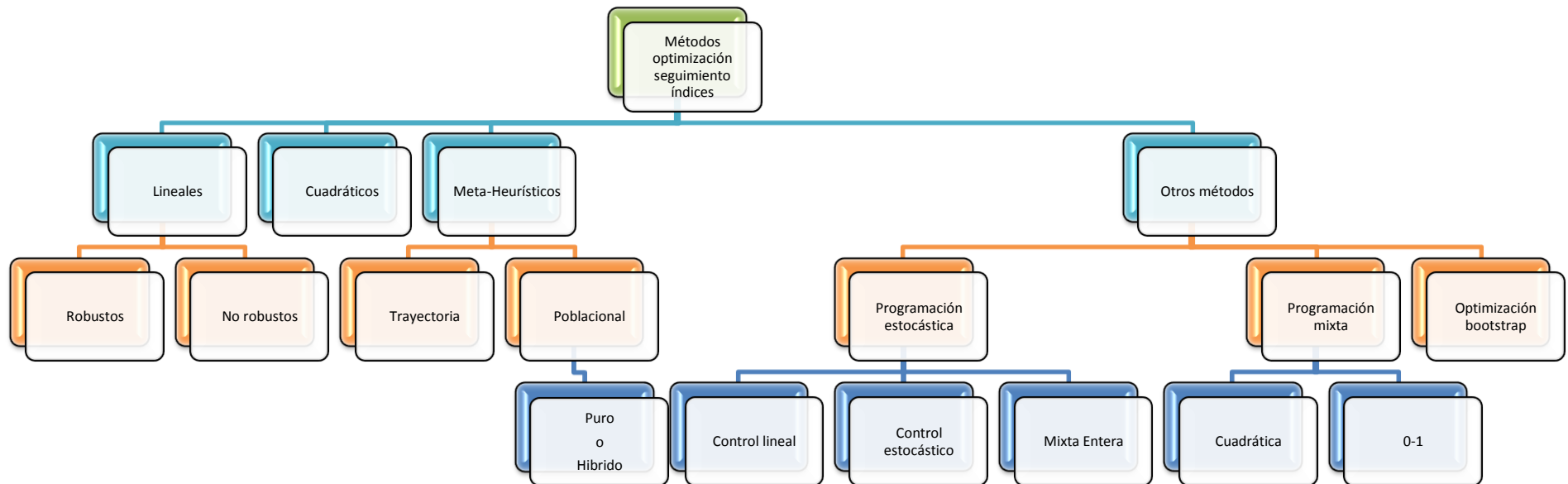
La estimación lineal del error del seguimiento es usada por Worzel et al. (1994), Consiglio y Zenios (2001), Rockafellar y Uryasev (2002) o Konno y Wijayanayake

(2001). Para ver las definiciones usadas en cada artículo ir al Anexo 1 en el caso de seguimiento de índices.

Como ya dijimos anteriormente, y siguiendo a RoBbach y Karlow (2011), en la réplica total se compran todos los activos del índice en las proporciones presentes en este, mientras que en la replicación parcial no se compran todos sino una muestra. El cómo seleccionar la muestra de activos determina las distintas ramas que han surgido en la literatura, ver Van Montfort et al. (2008) para más detalles.

Dentro de la replicación parcial, destaca la replicación optimizada. La optimización con algoritmos meta-heurísticos se recoge en el Capítulo 4. No obstante, en el seguimiento de índices se emplean muchos más métodos de optimización. La selección de los mismos depende de la formulación del problema; por ejemplo, si el seguimiento del índice se realiza minimizando un error de seguimiento que se expresa de manera cuadrática, el algoritmo de optimización deberá ser cuadrático, pero si se expresa de manera lineal la optimización será lineal. La función a optimizar y las restricciones presentes son las que determinan el algoritmo a utilizar. La Figura 1 recoge los métodos que podrían ser empleados en el seguimiento de índices.

Figura 1: Métodos de optimización seguimiento de índices



Fuente: Elaboración propia.

Dentro de los distintos métodos de optimización que se emplean en seguimiento de índices tenemos la optimización lineal. Esta trata de maximizar o minimizar una función lineal sujeta a restricciones de igualdad y desigualdad lineales. Por ejemplo en Rudolf et al. (1999) se minimiza el error de seguimiento de desviación absoluta media sujeto a restricciones de presupuesto. Matemáticamente este problema adquiere la forma:

$$\text{Min} \left( \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^N w_i r_{i,t} - r_{B,t} \right| \right), \quad (2.9)$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad (2.10)$$

donde:

$r_{B,t}$  es la rentabilidad del *benchmark* (índice) en el momento t.

$r_{i,t}$  es el rendimiento del activo i en la cartera de seguimiento en el momento t.

$w_i$  es el peso del activo i en la cartera de seguimiento.

N es el número de activos en cartera y  $\sum_{i=1}^N w_i = 1$ .

Tal como señalan Hampel et al. (2011), si la optimización lineal es robusta se utiliza la estimación M, que pondera las observaciones para que no se vean afectadas por los *outliers* o valores extremos. Siguiendo a Huber (1964), una función para estimar el error de seguimiento robusto frente a *outliers* típica de la estimación M sería:

$$\varphi_H = \begin{cases} TE_t & \text{si } |TE_t| > c \\ c \text{ signo } |TE_t| & \text{si } |TE_t| < c \end{cases}, \quad (2.11)$$

donde c sería un punto de corte prefijado. Si la optimización es cuadrática, la ecuación del error de seguimiento a minimizar es cuadrática. Por ejemplo, si minimizáramos el error cuadrático medio, el problema de seguimiento de un índice quedaría formulado de la manera siguiente:

$$\text{Min} \left( \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^N w_i r_{i,t} - r_{B,t} \right|^2 \right), \quad (2.12)$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad (2.13)$$

donde las variables tienen el mismo significado que en (2.9). De cara a la utilización de los algoritmos meta-heurísticos en los problemas de seguimiento de índices, nos remitimos al Capítulo 4 para describir su funcionamiento. Su utilización en el seguimiento de índices se justifica por la gran flexibilidad en el manejo de funciones matemáticas y por las búsquedas más dirigidas hacia soluciones óptimas.

Por ejemplo, los algoritmos genéticos podrían optimizar el problema (2.9) o el (2.12) con sus restricciones. Estos problemas de seguimiento de índices harían de función objetivo dentro del algoritmo genético. Este buscaría las soluciones que minimizan el error de seguimiento en cualquiera de estas dos formulaciones. En el caso de usar un algoritmo de evolución diferencial, que será expuesto en el Capítulo 4, el problema del seguimiento del índice se podría expresar de la siguiente manera, tal como señala Maringer y Oyegumi (2007):

$$\text{Min} \left( \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |r_{i,t} - r_{B,t}|^2} \right), \quad (2.14)$$

sujeto a:

$$r_{i,t} = \ln \left( \frac{VC_t}{VC_{t-1}} \right) r_{B,t} = \ln \left( \frac{B_t}{B_{t-1}} \right), \quad (2.15)$$

$$VC_t = \sum_{i=1}^N \alpha_i P_{i,t}, \quad (2.16)$$

$$\alpha_i \in \{0, 1, 2, \dots\}, \quad (2.17)$$

donde  $r_{i,t}$  es la rentabilidad de la cartera de seguimiento en el momento  $t$ ,  $r_{B,t}$  es la rentabilidad del *benchmark* en el momento  $t$ ,  $VC_t$  es el valor de la cartera en el momento  $t$ ,  $B_t$  es el valor del índice que hace de *benchmark* en el momento  $t$ ,  $P_{it}$  es el precio del activo  $i$  en el momento  $t$  y  $\alpha_i$  es el número de acciones de la empresa  $i$  en cartera. El algoritmo de evolución diferencial presenta el problema de que el seguimiento de índices es un problema binario y por tanto de programación lineal entera, donde para cada activo debe introducirse un parámetro que toma el valor 0 cuando dicho activo no

forma parte de la cartera y 1 cuando si forma parte. Entre tanto el algoritmo de evolución diferencial está diseñado para optimización continua. Por ello, Maringer y Oyegumi (2007) emplean una función de mapeado de posiciones, en la cual los activos elegidos para formar parte de la cartera son aquellos con mayores pesos hasta que el número de elementos se corresponde con el número de activos permitidos en la cartera.

El algoritmo de aceptación de umbrales es otro algoritmo meta-heurístico empleado en el seguimiento de índices. A partir de la expresión (2.9) se minimiza el error de seguimiento con restricciones sobre las ponderaciones en los activos. El enfriamiento simulado es muy parecido a la aceptación de umbrales y se aplica también a la expresión (2.9). El algoritmo de Búsqueda Tabú se emplea en el seguimiento de índices como recoge Di Tollo (2008). El problema se formula matemáticamente como:

$$\min \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \sigma_{jk} w_j w_k, \quad (2.18)$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^N r_j w_j \geq r_B, \quad (2.19)$$

$$\sum_{j=1}^N w_j = 1, \quad (2.20)$$

$$\left| \sum_{j=1}^N w_j r_{j,T} - r_{B,T} \right| \leq a, \quad (2.21)$$

la ecuación (2.18) recoge la varianza de los  $j$  activos que forman la cartera. La expresión (2.19) es una expresión de desigualdad donde se especifica que la rentabilidad de la cartera no puede ser inferior a la del índice. La expresión (2.20) es la restricción de que todos los pesos deben sumar uno y la restricción (2.21) establece que el error de seguimiento no puede ser superior a cierto nivel que se recoge en la variable  $a$ .  $\sigma_{jk}$  es la matriz de varianzas-covarianzas,  $w_j$  es el peso del activo  $j$ ,  $r_j$  la rentabilidad del activo  $j$ ,  $r_B$  la rentabilidad del índice y  $a$  es el nivel de error de seguimiento determinado.

Tal como explicaremos en el Capítulo 4, los algoritmos de enjambres de partículas y de colonias de hormigas parten del comportamiento grupal de cierto tipo de animales. El algoritmo de enjambre de partículas utiliza una expresión del tipo (2.9) con sus restricciones correspondientes. Cada partícula dentro del algoritmo representa una



cartera candidata a solución óptima y cada cartera tiene asociada unas proporciones que maximizan la función objetivo. El algoritmo de colonias de hormigas es otro algoritmo meta-heurístico que emplea un comportamiento grupal. En Giannakouris et al. (2010) se utiliza este meta-heurístico con otro algoritmo llamado *Firefly*, para hacer seguimiento de índices. El algoritmo *Firefly* es muy parecido al de enjambre de partículas, pero en vez de tener una inspiración basada en el comportamiento de los peces lo hace con las mariposas. Estas utilizan el brillo de sus alas para calcular las distancias entre sí. La atracción de las mariposas es función del brillo y la distancia. A más brillo más atracción y a más distancia menos. Así, la atracción es la función objetivo y las mariposas se distribuyen a lo largo del espacio de búsqueda. En función de su atractivo las mariposas se van acercando entre sí con el paso de las iteraciones. El algoritmo acaba con un *ranking* de las mariposas en función de su capacidad de atracción, ver los detalles formales en Yang (2010). Giannakouris et al. (2010) dividen el procedimiento para hacer seguimiento de índices en dos partes. El algoritmo de colonia de hormigas selecciona los activos a entrar en cartera y el *Firefly* optimiza los pesos de los activos. La función objetivo es maximizar el ratio de Sortino, con las restricciones de que todas las ponderaciones de los activos tienen que sumar uno y que el error de seguimiento no puede ser superior a un nivel predeterminado. Esta restricción es la que hace que sea un problema de seguimiento de índices.

La programación estocástica es otra de las herramientas que se emplean para realizar seguimiento de índices. Siguiendo a Prekopa (1995), la programación estocástica es una rama de la optimización donde hay parámetros que son variables aleatorias. En ella se busca los valores estadísticos óptimos de los parámetros o bien se reformula la optimización para tener en cuenta la distribución conjunta de los parámetros aleatorios.

Existen tres desarrollos de la optimización estocástica aplicados al seguimiento de índices, el control lineal, el control estocástico y la programación entera mixta. Su aplicación se basa en que los valores futuros del índice y de los precios de los activos presentes en dicho índice son aleatorios; por eso se desarrolla un entorno probabilístico para comparar las soluciones del algoritmo con los verdaderos valores del índice y de los precios de los activos.

La programación entera mixta tiene ese nombre porque mezcla variables continuas y variables enteras. Las variables enteras solo pueden tomar valores enteros, como por

ejemplo, 1, 2, 100, -5... Las variables continuas pueden tomar cualquier valor. En el seguimiento de índices hay dos problemas en teoría que solucionar: qué variables entran en la cartera y, en qué proporciones. Matemáticamente una optimización entera mixta para un problema de seguimiento de índices tendría la siguiente forma funcional:

$$\text{Min} \left( \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{i=1}^N w_i r_{i,t} - r_{B,t} \right| \right), \quad (2.22)$$

sujeto a:

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad (2.23)$$

$$\sum_{i=1}^N z_i = K, \quad (2.24)$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, N, \quad (2.25)$$

$$z_i \in [0,1] \quad i = 1, \dots, N, \quad (2.26)$$

el significado de las variables el mismo que en la expresión (2.4). Este modelo trata de minimizar el error de seguimiento de desviación absoluta media sujeto a restricciones de presupuesto y a restricciones de cardinalidad. Esta restricción parte de una variable binaria auxiliar  $z_i$  que toma el valor de 0 si el activo no entra en cartera y 1 en el caso contrario. Las proporciones de activo en cartera admiten forma fraccional y al ser mayores que cero no se permiten las ventas en corto. El problema planteado en (2.14) es lineal atendiendo a la función objetivo; no obstante dicha función objetivo podría ser cuadrática y la optimización sería entera mixta y cuadrática.

A partir de la programación entera mixta se desarrolla un algoritmo llamado búsqueda *kernel* (*kernel search*). Este método aplicado al seguimiento de índices se divide en dos fases. En una primera fase minimizamos el error de seguimiento mediante una optimización entera mixta lineal para todos los activos que puedan entrar en la cartera. La mejor solución configura el *kernel* con el que iniciar la segunda fase. En esta se modifica la solución elegida en la fase anterior buscando mejoras en el error de seguimiento mediante optimización entera mixta y lineal.

Otro método para realizar seguimiento de índices es el de minimización de riesgo local. Consiste en un método de optimización de variables continuas, que son discretizadas

con el lema de Ito, donde el riesgo local es asimilado a la varianza del error de seguimiento y de cuya minimización se obtienen las ponderaciones de las carteras.

Otro procedimiento para el seguimiento de índices es la optimización *Bootstrap*. En este procedimiento, a partir de los datos, se crean 50.000 muestras de los mismos para optimizar la función (2.12) con su restricción asociada (2.13). Después de evaluar cada muestra se promedia el peso de los activos en función de las muestras creadas.

Otra forma de realizar la replicación parcial es el muestreo estratificado; en este caso se agrupa a los activos por ciertos criterios. Dentro de los criterios de agrupación está la capitalización bursátil, el sector en bolsa o el país. Pero también estas agrupaciones se pueden hacer por similitud entre activos. Este concepto es empleado por el análisis clúster y el análisis de componentes principales.

El análisis clúster aplicado al seguimiento de índices agrupa a los precios de los activos o a los rendimientos de los mismos según una función de distancia. De cada clúster se coge un activo que se utiliza para minimizar una expresión como la contenida en (2.14). En Dose y Cincotti (2005), la expresión de la distancia es la siguiente:

$$d(X, Y) = \min\{d_1, d_2\}, \quad (2.27)$$

$$d_1(X, Y) = \min_{a \in R} \left\{ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \frac{x_t - ay_t}{x_t} \right)^2 \right\}, \quad (2.28)$$

$$d_2(X, Y) = \min_{a \in R} \left\{ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \frac{x_t - ay_t}{y_t} \right)^2 \right\}, \quad (2.29)$$

donde  $X$  e  $Y$  son series de precios. Por su parte, el análisis de componentes principales trata de agrupar los activos en componentes para explicar su varianza. Así, los activos del primer componente son los que más contribuyen a explicar la varianza y así sucesivamente. El fin de este método es reducir los activos a factores de forma que los activos que forman el primer factor sean los que más contribuyan a explicar la varianza de los datos. En el seguimiento de índices se relacionan las rentabilidades de los títulos con el residuo de la regresión entre la rentabilidad del índice y la rentabilidad de cada título que forma parte de él, ver Guijarro y Moya (2008) para una explicación más detallada.

### 2.2.2 En el seguimiento de índices mejorados

Muchos gestores de fondos de inversión intentan batir al índice de referencia mediante la gestión activa. Otros en cambio emplean la gestión pasiva que genera menos comisiones y donde hay más productos financieros competidores como los fondos cotizados. Dentro de las herramientas de gestión activa destaca el seguimiento de índices mejorados, estrategia de inversión que trata de mejorar el ratio de rentabilidad–riesgo que presenta un índice de referencia. Es decir, trata de generar un exceso de rendimiento con respecto al índice sin que se genere un error de seguimiento alto. Otra definición es que el seguimiento de índices mejorados es una estrategia de inversión que trata de maximizar el exceso de rendimiento pero asumiendo la menor desviación en términos de riesgo con respecto al índice (*Tracking Risk*), Li et al. (2011).

Existen diversas formas de realizar seguimiento de índices mejorados que son paralelas al seguimiento de índices. Así llevar a cabo la estrategia usando todos los activos del índice puede resultar problemático debido a los elevados costes de transacción en los que se incurre, la inversión en activos muy ilíquidos o tener que invertir cantidades muy pequeñas en cierto tipo de activos; ver Thomaidis (2011) para más detalles. Por lo tanto, si usar todos los activos genera estos inconvenientes lo lógico es usar un conjunto de activos del índice para realizar el seguimiento de un índice mejorado. Del análisis de la metodología de seguimiento de índices se deduce que hay dos formas principales de hallar los activos y las ponderaciones empleadas en tales estrategias. Por una parte la optimización matemática; por otra el muestreo estratificado. En el caso de la optimización matemática hay que optimizar cierta función objetivo; en el muestreo estratificado agrupamos a los activos del índice según diversos criterios y después hallamos las proporciones necesarias para realizar el seguimiento de índice mejorado. Como veremos a continuación en ninguno de los artículos consultados en la literatura se establece un objetivo de exceso de rendimiento con respecto al índice a conseguir; en todos se intenta maximizar el exceso de rendimiento cumpliendo con las restricciones impuestas.

## 2.3 Literatura de seguimiento de índices y seguimiento de índices mejorados

### 2.3.1 Seguimiento de índices (*Index Tracking*)

Como señalan Van Montfort et al. (2008) en el seguimiento de índices se emplean dos formas de replicar un índice o *benchmark*, la total y la parcial.

Tal como ya se ha dicho, para la replicación total se adquieren todos los activos del índice en las proporciones en las que participan en este. Como señalan Beasley et al. (2003), esta forma de replicación tiene sus ventajas e inconvenientes. La principal ventaja es la replicación perfecta del índice. Como hemos mencionado, entre sus inconvenientes habría que señalar los altos costes de transacción, las proporciones pequeñas en las que hay que invertir en ciertos elementos y la iliquidez presente en ciertos activos.

Por el contrario, la replicación parcial reproduce el índice con pocos activos. Van Montfort et al. (2008) distinguen tres clases de replicación parcial:

- Sintética.
- Estratificada.
- Optimizada.

En la replicación sintética, el índice es seguido con un derivado más una cantidad de efectivo, ver Dynkin et al. (1997) para más detalles. Este enfoque presenta los problemas del vencimiento del derivado, la elección de la opción más adecuada y la no existencia de derivados en todos los mercados.

En la replicación estratificada, los activos que componen el índice se segmentan según ciertos criterios como el sector, el país o la capitalización. La idea general es agrupar los activos por categorías. Si la agrupación de activos es óptima, un activo de cada categoría reproducirá el comportamiento de la categoría entera. Inicialmente Meade y Salkin (1989) propusieron seleccionar los activos por capitalización bursátil o por sector industrial. En cambio, desarrollos más modernos han buscado agrupar a los activos por otros criterios como la correlación entre los precios o sus rendimientos. Partiendo de esta idea, se han desarrollado métodos de agrupación de activos basados en el análisis

clúster, Dose y Cincotti (2005), o en el estudio de componentes principales, Guijarro y Moya (2008).

La aplicación de la selección estratificada en el seguimiento de índices podría llevar a intentar reproducir el índice con los  $k$  activos más capitalizados o a seleccionar un cierto número de activos según los sectores a los que pertenezcan las distintas empresas que conforman un índice. En estas selecciones el criterio está fijado de antemano, mientras que si aplicamos el análisis clúster o el de componentes principales, los activos se agrupan según la correlación o cualquier otra relación que haya entre ellos. Independientemente de la forma de agrupación, el error de seguimiento es el que mide la bondad del seguimiento.

Una pregunta que surge tras estas consideraciones sería por qué seguir estos criterios a la hora de realizar una réplica parcial de un índice y no hacer un muestreo aleatorio. En este sentido habría que tener en cuenta que si hiciéramos una muestra aleatoria posiblemente no cogiéramos los principales activos del índice o los que mejor explican su variación. Por ejemplo, la muestra escogida podría tener los activos con menor ponderación en el índice, o la correlación de los activos elegidos con el índice podría ser muy pequeña, lo que dificultaría la replicación.

En la replicación parcial optimizada, los activos seleccionados son el resultado de procesos matemáticos de optimización. En este caso el objetivo es crear carteras de seguimiento que sean capaces de seguir al índice de la manera más fidedigna posible. Es el enfoque más usado en la literatura especializada. Por ejemplo, Bonafede (2003) usa la optimización cuadrática para minimizar el error de seguimiento, definido como error cuadrático medio, entre una cartera de seguimiento y el *Wilshire 5000*.

Tal como señalan RoBbach y Karlow (2011), si el índice tiene pocos activos la optimización es relativamente sencilla, pero si tenemos un índice como el *Wilshire 5000*, el número de combinaciones puede ser enorme en función del tamaño de la cartera. La naturaleza combinatoria del problema nos lleva a usar los algoritmos meta-heurísticos que, tal como veremos en el Capítulo 4, no garantizan la obtención taxativa de la solución óptima, pero sí una buena solución en un tiempo razonable.

A continuación, haremos un repaso de la literatura sobre replicación parcial optimizada y replicación parcial estratificada. La replicación sintética no será considerada porque queda fuera de los objetivos de esta Tesis.

Al igual que en la revisión de la literatura sobre seguimiento de índices que ya hemos realizado las bases de datos óptimas para realizar las búsquedas bibliográficas son *Web of Knowledge (WOK)*, *Ebscohost* y *Scencedirect*. Además, buscamos la información más novedosa en los directorios de *working papers* de *SSNR* y *Repec*.

En todas las bases de datos y directorios de *working papers* la estrategia de búsqueda es la misma. Buscamos primero el término *Index Tracking* y como segunda estrategia los términos *Index Tracking and Portfolio*.

En el *Web of Knowledge* la primera estrategia arrojó 10.983 artículos factibles. La segunda estrategia en esta base de datos nos dio 104 resultados. En la base de datos *Ebscohost*, la búsqueda *Index Tracking* proporcionó 267 ítems y el segundo criterio de búsqueda arrojó 37 resultados posibles. Si refinamos el primer criterio con los términos *Tx All Text*, los resultados subieron a 1.374. En el caso del segundo criterio los resultados fueron 235.

La búsqueda en *ScienceDirect* con el primer criterio de búsqueda proporcionó 73.422 posibles referencias. Si la investigación la limitamos al título, el *abstract* o las palabras claves, los resultados fueron 809. En la segunda estrategia, los artículos posibles obtenidos fueron 2.321. Buscando solo en el título, el *abstract* o en las palabras claves, los resultados ascendieron a 21.

La exploración del *SSNR* arrojó 127 resultados factibles para la primera estrategia, en la segunda estrategia 47 artículos. En ambos casos, la búsqueda se refiere al título, al *abstract* o las palabras claves. La primera estrategia en *Repec* proporcionó 352 resultados y la segunda 56.

El número de artículos útiles quedó reducido a 62 después de filtrar los resultados, quitar duplicados y eliminar artículos que no tenían nada que ver con el objeto de la investigación.

### 2.3.1.1 Optimización de la réplica parcial de un índice

En los conceptos previos ya fueron detallados los métodos de optimización usados en el seguimiento de índices, y cómo se aplican al mismo, tal como aparecen esquematizados en la Figura 1. Debido a esto, en este apartado clasificamos los artículos de la literatura en función de la técnica utilizada en la optimización.

#### 2.3.1.1.1 Optimización lineal

Este tipo de optimización emplea una función lineal, ver Luenberger y Ye (2008) o Shenoy (2007) como referencias generales. Dentro de la optimización lineal distinguimos dos clases, la robusta y la no robusta. La principal diferencia entre ambas es que la robusta es sensible a la presencia de *outliers*. Esto implica usar para la estimación funciones de pérdida como la recogida en (2.11), que tienden a mitigar el efecto de los *outliers*.

Rudolf et al. (1999) emplean cuatro modelos de optimización lineal no robusta para realizar el seguimiento. Usan el modelo Min-Max, el modelo Min-Max Desfavorable, el modelo de Desviación Absoluta Media, y el modelo de Desviación Absoluta Media Desfavorable. Estos modelos de optimización parten de las medidas del error de seguimiento del mismo nombre. Así el modelo de Desviación Absoluta Media, minimiza el error de seguimiento de Desviación Absoluta Media, expresión (2.4). El modelo Min-Max, minimiza el error de seguimiento MinMax, expresión (2.5). Si optamos por la estimación de Desviación en Media Absoluta, minimizaremos la expresión (2.6) y si es el modelo MinMax Desfavorable, la expresión a optimizar es la (2.7), que corresponde al error de seguimiento MinMax Desfavorable.

La idea principal es que cada medida arroja unos resultados diferentes dando constancia de la necesidad de seleccionar bien el objetivo y la medida a optimizar. Los resultados de esta metodología se comparan con los arrojados por una optimización cuadrática del error de seguimiento. Dependiendo del mercado en cuestión, la optimización lineal es mejor que la cuadrática.

Bamberg y Wagner (2000) aplican otro enfoque distinto porque hacen una regresión robusta. Crean una cartera de seguimiento fijando el número de activos y el método de estimación es la estimación M de Huber (1964) destinada a mitigar los efectos de los



*outliers*. Así, para realizar un error de seguimiento robusto estos autores minimizan el error de estimación de una regresión entre el índice y un conjunto de activos del mismo, de modo que dicho error se mide por medio de una función de estimación  $M$  como la que se recoge en (2.11). En este caso no es el error de seguimiento la variable a estimar sino el error de la regresión entre el índice y sus componentes. La idea principal de este artículo es que la estimación robusta no mejora sustancialmente los resultados en el *DAX30* alemán.

#### 2.3.1.1.2 Optimización cuadrática

En este tipo de optimización la función objetivo o alguna de las restricciones tiene forma cuadrática, ver Lee et al. (2005) o Dostál (2009) para mayor detalle. La principal diferencia con los modelos lineales es que el error de seguimiento tiene una forma funcional como el error cuadrático medio o la varianza del error de seguimiento.

Partiendo del trabajo original de Markowitz (1952), hay una serie de modelos que utilizan la optimización cuadrática e intentan replicar un índice a partir del binomio media-varianza. En este sentido destacan los trabajos de Roll (1992), Franks (1992), Tabata y Takeda (1995) o Rohweder (1998), entre otros. Por su parte, Roll (1992) minimiza la varianza del error de seguimiento, Franks (1992) minimiza la varianza del error de seguimiento, Tabata y Takeda (1995) minimizan el error cuadrático medio y Rohweder (1998) minimiza la varianza del error de seguimiento.

Otros trabajos que usan la optimización cuadrática son los de Rudd (1980), Meade y Salkin (1989), Meade y Salkin (1990), Adcock y Meade (1994), Jansen y van Dijk (2002) o Van Montfort et al. (2008), entre otros. Rudd (1980) no emplea el error de seguimiento como lo hemos definido, sino que trata de minimizar el riesgo residual de la cartera y los costes de transacción. Meade y Salkin (1989) y Meade y Salkin (1990) emplean la raíz cuadrada del error cuadrático medio para realizar seguimiento de índices. Adcock y Meade (1994) minimizan la varianza del error de seguimiento y los costes de transacción a la hora de calcular la composición de las carteras para hacer seguimiento de índices. Jansen y van Dijk (2002) minimizan la raíz cuadrada del error cuadrático medio penalizando la inclusión de activos en cartera. Van Montfort et al. (2008) definen el error de seguimiento como la diferencia cuadrática entre los

rendimientos de la cartera y los del índice, y tratan de minimizar el error de seguimiento.

#### 2.3.1.1.3 Optimización con algoritmos meta-heurísticos

Los trabajos anteriores han estado limitados porque la función objetivo o las restricciones del problema debían ser lineales o cuadráticas. El seguimiento de índices plantea ciertos desafíos que las ramas de optimización ya citadas no resuelven bien, ver Krink et al. (2009). Entre estos desafíos que hacen mucho más compleja las optimizaciones destacan:

- La selección de activos y sus ponderaciones en índices con gran cantidad de activos. Por ejemplo, el índice *Russell 2000* de la Bolsa de Nueva York.
- La utilización de funciones objetivo complejas. Por ejemplo, si el seguimiento de índices se evaluase con funciones a trozos o con funciones de probabilidad, la optimización lineal o la cuadrática no serían aplicables.
- La asunción de restricciones no lineales, como las restricciones de cardinalidad.

Estos problemas nos conducen hacia la necesidad de emplear algoritmos de optimización meta-heurística. Así, Krink et al. (2009) destacan como ventajas de este tipo de optimización la amplitud de usos y su no limitación por la forma funcional de la función objetivo o las restricciones. Entre sus desventajas está que la solución obtenida tras el tiempo de computación puede no ser precisamente la óptima, dependiendo de las características del problema y del algoritmo usado en la resolución del mismo.

Los algoritmos meta-heurísticos se pueden clasificar en función de las soluciones iniciales. De este modo, si se parte de una solución individual hablamos de algoritmos de trayectoria, pero si partimos de un conjunto de soluciones hablamos de métodos de población, tal y como se verá en el Capítulo 4.

El *enfriamiento simulado* como técnica de optimización parte del trabajo de Metropolis et al. (1953). La adaptación a la optimización fue realizada por Kirkpatrick et al. (1983). En el *seguimiento de índices* ha sido usado por Derings y Nickel (2003). Estos autores incluyen en la función objetivo la varianza del error de seguimiento más un módulo donde penalizan los costes de transacción excesivos, los cambios de cartera o los límites superiores o inferiores en los pesos de los activos. El *enfriamiento simulado* depende de

un parámetro denominado temperatura para comprobar si mejora o empeora la función objetivo. En este algoritmo hay que calibrar previamente su valor, ya que si el valor es muy grande la resolución del algoritmo se puede retrasar en el tiempo. La cartera inicial es aleatoria, pero debe respetar la restricción de cardinalidad y la suma de proporciones debe ser igual a uno. La solución de vecindad debe seguir cumpliendo estas condiciones y ser generada a partir de la solución vigente. Para ver mayores detalles sobre el desarrollo del algoritmo ir al Capítulo 4, apartado 4.2.1.1.

El algoritmo de aceptación de umbrales parte del trabajo de Dueck y Scheuer (1990) y su funcionamiento es muy parecido al del enfriamiento simulado. En la composición de carteras de seguimiento ha sido usado por Gilli y Kellezi (2002). A partir del algoritmo de aceptación de umbrales se ha desarrollado un algoritmo híbrido, *Hybrid Heuristic Algorithm*, propuesto por Fastrich y Winker (2012). Este algoritmo es empleado por Fastrich et al. (2009) para realizar seguimiento de índices. Estos autores usan como función objetivo para el seguimiento de índices una expresión que minimizar el error de seguimiento definido como la raíz cuadrada del error cuadrático medio y un módulo que penaliza la falta de diversificación en la cartera. El algoritmo mezcla elementos del algoritmo de evolución diferencial, para la generación de soluciones, y del algoritmo de aceptación de umbrales, para evaluar las soluciones en la función objetivo.

Gilli y Kellezi (2002) emplean una función ponderada entre el error de seguimiento de desviación absoluta media y el exceso de rendimiento entre los rendimientos de la cartera y los del índice. La ponderación está entre cero y uno. Además, a la función objetivo se le añade una penalización para no incurrir en excesivos costes de transacción. El algoritmo empieza con una solución inicial aleatoria que se evalúa en la función objetivo. Posteriormente, se evalúa una nueva solución obtenida a partir de la que está vigente, "vecina". La nueva solución vende parte de un activo, y o compra parte de otro nuevo, o aumenta su participación en uno ya comprado. La nueva solución debe respetar que el número total de activos sea el fijado en la restricción de cardinalidad. El procedimiento del algoritmo de aceptación de umbrales será explicado con detalle en el Capítulo 4, apartado 4.2.1.1.

El algoritmo de Búsqueda Tabú se basa en las ideas propuestas por Glover (1986). Ha sido utilizado en problemas de seguimiento de índices en Di Tollo (2008) y en Di Tollo y Maringer (2009). En Di Tollo (2008) se emplea la expresión (2.18) y sus restricciones

vienen recogidas en (2.19), (2.20) y (2.21). En dicho trabajo, a partir de una solución inicial aleatoria, el algoritmo busca mejorar la solución vigente evaluada en la función objetivo. Como no hay restricciones de cardinalidad, el algoritmo puede tomar cualquier posición mayor que cero en cualquier activo disponible. La única limitación es que las proporciones de los activos tienen que sumar uno. Las soluciones vecinas se originan por inserción, por eliminación o por remplazo de activos en cartera. Puede irse al apartado 4.2.1.2 del Capítulo 4 para ver una explicación más detallada del funcionamiento del algoritmo.

Los algoritmos genéticos son una técnica de optimización estocástica poblacional y un método de búsqueda cuyos orígenes se remontan al trabajo de Holland (1975). Dentro del seguimiento de índices con algoritmos genéticos destacan los trabajos de Beasley et al. (2003), Shapcott (1992), Eddelbüttel (1996), Oh et al. (2005), Jeurissen y Van den Berg (2008), Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009) o Chen y Chen (2011), entre otros. La optimización evolutiva multiobjetivo es usada por Chiam et al. (2013).

Beasley et al. (2003) utilizan una función ponderada entre el exceso de rendimiento y la raíz cuadrada del error cuadrático medio. La ponderación va de cero a uno. El objetivo es hacer seguimiento de un índice minimizando esta función ponderada. Como algoritmo meta-heurístico emplea el algoritmo genético que parte de una población inicial aleatoria y sigue el proceso recogido en el apartado 4.2.2.1 del Capítulo 4. A diferencia del algoritmo genético explicado en ese apartado, en Beasley et al. (2003) dicho algoritmo es continuo y han de ser distintos de cero un número determinado de elementos del cromosoma. Debido a las etapas de emparejamiento, de cruzamiento y a las mutaciones puede que haya cromosomas que no cumplan estas condiciones, para lo cual se implementa una función reparadora. En la fase práctica la ponderación vale cero y la función objetivo se convierte en la minimización de la raíz cuadrada del error cuadrático medio; la base de datos empleada por Beasley et al (2003) está colgada en Internet para que sus resultados puedan ser reproducidos por cualquiera.

Shapcott (1992) emplea un algoritmo genético binario más la optimización cuadrática para hacer seguimiento de índices. La función objetivo es minimizar  $(A-B)^t Z (A-B)$ , donde  $A$  representa las ponderaciones de los activos en cartera,  $B$  es la ponderación de los activos en el índice y  $Z$  es la matriz de correlaciones de los rendimientos. El algoritmo genético selecciona los activos que entran en el índice y la optimización

cuadrática le asigna los pesos. Eddelbüttel (1996) utiliza un algoritmo genético para la selección de activos y la optimización cuadrática para minimizar la varianza del error de seguimiento. Oh et al. (2005) seleccionan los activos en una fase previa mediante una fórmula a partir de la beta del activo y en una segunda fase asignan el peso de los activos mediante un algoritmo genético destinado a minimizar el producto de las diferencias cuadráticas entre las ponderaciones de los activos en la cartera y las ponderaciones de los activos en el índice multiplicada por la varianza de la beta de cada activo. Jeurissen y Van den Berg (2008) usan un algoritmo genético con otro de optimización cuadrática para realizar seguimiento de índices. En este caso la selección de activos para formar la cartera la da el algoritmo genético mientras que la evaluación de la función objetivo y los pesos son asignados por optimización cuadrática. La función objetivo es minimizar la raíz cuadrada de la varianza del error de seguimiento. Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009) emplean un algoritmo híbrido donde los cromosomas son seleccionados por algoritmos genéticos, y la función objetivo consiste en minimizar el error cuadrático medio dado por la expresión (2.2). Los pesos de los activos son asignados por optimización cuadrática. Chen y Chen (2011) utilizan un algoritmo híbrido que tiene elementos del algoritmo genético y de la búsqueda de patrones (*Pattern Search*). Este algoritmo, también llamado algoritmo de Hooke y Jeeves, emplea dos pasos, explorar y mover. Como señalan Chen y Chen (2011), a partir de un punto inicial se genera una red y esta se evalúa con una función objetivo. Si algún punto de la red mejora la función objetivo, el origen de la red se mueve a la nueva posición. Desde el nuevo punto se crea una nueva red y se vuelve a evaluar. Es posible unir este algoritmo con el algoritmo genético que actuaría en una primera fase; en una segunda fase se aplicaría el algoritmo de patrones a la solución elegida. La función objetivo para realizar el seguimiento de índices es minimizar la raíz cuadrada del error cuadrático medio. Chiam et al. (2013) utilizan un algoritmo evolutivo multiobjetivo que tiene dos misiones, minimizar el error de seguimiento (error cuadrático medio) y los costes de transacción. Los algoritmos evolutivos multiobjetivos son algoritmos basados en los algoritmos genéticos pero en vez de tener un único objetivo tienen varios y la solución óptima es aquella que consigue un mejor resultado conjunto en todos ellos. En el artículo que acabamos de mencionar los costes de transacción son variables en función de las compras y ventas realizadas, lo que añade más dificultad al algoritmo.

La evolución diferencial es un algoritmo meta-heurístico creado por Storn y Price (1997) especialmente diseñado para problemas con variables continuas. Esto crea dificultades computacionales debido a la naturaleza discreta del problema de la selección de activos. En los artículos donde se emplea la evolución diferencial para la optimización, este problema se trabaja como si fuera continuo sobre los pesos de los activos, pero para tener en cuenta qué activo forma parte de la cartera se usa una técnica llamada mapeado de posiciones, que hemos explicado en los conceptos previos del seguimiento de índices. Ver Maringer y Oyegumi (2007) como referencia general.

La aplicación de los algoritmos de evolución diferencial al seguimiento de índices es reciente y destacan los trabajos de Maringer y Oyegumi (2007), Maringer (2008), Krink et al. (2009) y Zhang y Maringer (2010).

Maringer y Oyegumi (2007) emplean la raíz cuadrada del error cuadrático medio para realizar seguimiento de índices. Utilizan el algoritmo de evolución diferencial, ver Capítulo 4 apartado 4.2.2.2. En este caso el error de seguimiento se expresa en términos de los rendimientos pero el algoritmo proporciona las acciones necesarias para realizar el seguimiento de índices. Maringer (2008) utiliza una formulación muy parecida a Maringer y Oyegumi (2007). La mayor diferencia con respecto al artículo del 2007 es que en la valoración del error de seguimiento tiene en cuenta la aversión al riesgo. Si la cartera genera beneficios por encima del índice no es problema, mientras que si hay pérdidas la utilidad del inversor se verá afectada en función de su aversión al riesgo. Zhang y Maringer (2010) estudian la replicación de fondos de inversión pasivos. En vez de hacer seguimiento sobre un índice lo hacen sobre un fondo de inversión. La función objetivo que emplean es el error de seguimiento definido como la raíz cuadrada del error cuadrático medio. La gran aportación de este artículo es el no rebalanceo de cartera por fecha sino por cambio en las condiciones de mercado. El cambio en los activos de cartera solo se produce si las proporciones de activos caen por debajo de los límites impuestos en el problema de seguimiento. Por ejemplo, si un activo no puede caer por debajo del 15% y hoy, debido a la cotización, queda por debajo de esta cantidad se cambian los activos de la cartera, en caso contrario no se hace nada. Krink et al. (2009) utilizan un enfoque híbrido al mezclar un algoritmo de evolución diferencial y un operador de búsqueda combinatoria. Dicho procedimiento se emplea para reordenar el cromosoma continuo de forma que cambien los pesos de posiciones para intentar mejorar la función objetivo.

Según ya se ha señalado la optimización de enjambre de partículas es una técnica de optimización poblacional de Kennedy y Eberhart (1995), que simula el comportamiento poblacional de peces o pájaros cuando actúan en grupo. Un *survey* de las aplicaciones del algoritmo de enjambre de partículas ha sido realizado por Poli (2008). Se utilizan en biomedicina, el diseño de antenas de telecomunicaciones, diseño de motores, robótica, etc. Su aplicación al seguimiento de índices ha sido llevada a cabo por Zhu et al. (2010). Estos autores emplean una función ponderada entre el exceso de rendimiento y la raíz cuadrada del error cuadrático medio para realizar el seguimiento. La ponderación va entre cero y uno y cuando se hace el seguimiento de un índice vale uno. Cada una de las partículas es una cartera con sus ponderaciones que cumplen con las restricciones del problema de seguimiento de índices. Cuando se actualiza la posición de la partícula se genera otra solución que sigue cumpliendo con las restricciones. Estas nuevas soluciones se evalúan en la función objetivo. En el apartado 4.2.2.3 del Capítulo 4 puede encontrarse una explicación del funcionamiento del algoritmo.

El algoritmo de optimización de colonias de hormigas ha sido propuesto por Dorigo et al. (1996) y se basa en el comportamiento colectivo de las hormigas a la hora de buscar alimento. Ha sido usado como técnica de optimización en Doerner et al. (2006) en el problema de selección de carteras. Giannakouris et al. (2010) han desarrollado un enfoque híbrido donde usan la técnica de optimización de colonia de hormigas para la selección de activos y la técnica *Firefly*, sugerida por Yang (2010), para la asignación de los pesos de los activos en cartera. Este artículo tiene un enfoque contrario al usado normalmente en el seguimiento de índices, ya que no trata de minimizar el error de seguimiento sino que intenta maximizar el ratio de Sortino, Sortino y Van Der Meer (1991), sujeto a un error de seguimiento menor que una cantidad determinada previamente. La selección de activos se hace por algoritmo de colonia de hormigas, ver el apartado 4.2.2.4 del Capítulo 4, mientras que la asignación de los pesos y la evaluación de la función objetivo se hace por el algoritmo *Firefly*, presentado en el apartado 2.2.1 del presente Capítulo 2. Cada hormiga explora una posible solución en término de cartera y emite una feromona. Esta feromona se evalúa en la función objetivo mediante el algoritmo *Firefly* que indica que hay una solución que puede ser óptima. Como no hay una hormiga sino muchas, se evalúan múltiples soluciones candidatas a partir de la feromona emitida por la hormiga correspondiente. Con todas las carteras exploradas se crea una matriz global y se elige la cartera que resulta más

óptima. Esta cartera tiene unas proporciones determinadas y un valor en la función objetivo.

#### 2.3.1.1.4 Optimización Kernel

La optimización *kernel*, introducida por Angelelli et al. (2010) y Angelelli et al. (2012), es un algoritmo que tiene en dos fases. En la primera se eligen los activos del índice mediante programación lineal entera mixta para configurar el *kernel* y en la segunda se optimizan dichos activos mediante programación lineal entera mixta. En el seguimiento de índices este algoritmo ha sido aplicado por Guastaroba y Speranza (2012). Estos autores emplean una definición absoluta del error de seguimiento entre el índice y la cartera. En la búsqueda *kernel* se minimiza primero esta forma de error de seguimiento y en una segunda fase se cogen los activos más prometedores, se introducen más activos o se sacan de la cartera para comprobar si la minimización del error de seguimiento mejora o no.

#### 2.3.1.1.5 Optimización estocástica

Otra forma de optimización empleada en el seguimiento de índices son los modelos de control lineal estocásticos que usan la programación semidefinida, ver Alizadeh (1995) para más detalles. En la práctica este modelo ha sido usado por Yao et al. (2006) para seguir índices reales o que crecen a una tasa constante con pocos activos. Usan un modelo de optimización continua, e intentan minimizar la diferencia cuadrática entre el índice y la cartera de seguimiento. A partir del trabajo anteriormente citado se desarrolla el artículo de Primbs y Sung (2008) donde se incorpora un modelo de control predictivo, véase también Findeisen et al. (2003), para gestionar las restricciones que se le imponen a la optimización. Al igual que el trabajo de Yao et al. (2006) el objetivo es minimizar la diferencia al cuadrado entre el índice y la cartera de seguimiento.

#### 2.3.1.1.6 Optimización riesgo local

El modelo de optimización de riesgo local trata de minimizar la varianza condicional de un riesgo no cubrible. En el seguimiento de índices ha sido utilizado por Colwell et al. (2007) y bajo ciertos supuesto de optimalidad coincide con la varianza del error de seguimiento de Roll (1992). Desde el punto de vista operativo es una optimización continua que asimila el riesgo local a la varianza del error de seguimiento y trata de



minimizarlo para cualquier tipo de estrategia continua que se pueda desarrollar para realizar seguimiento de índices.

#### 2.3.1.1.7 Optimización entera mixta

Los modelos de programación mixta entera, ver Wolsey (2008) como referencia general, son usados en el seguimiento de índices. Dentro de este tipo de técnica de optimizado hay dos variantes: los algoritmos que emplean procedimientos estocásticos y los que no los emplean.

Dentro de los no estocásticos destaca los trabajos de Canakgoz y Beasley (2009), Chen y Kwon (2010), Mezali y Beasley (2012), Wang et al. (2012), que usan programación 0-1, y el de Scozzari et al. (2012) que emplea optimización entera mixta cuadrática. Dentro de la estocástica el de Stoyan y Kwon (2010).

Hay trabajos que usan la programación estocástica, no entera mixta, como el de Gaivoronski et al. (2005). Un enfoque alternativo a la programación mixta entera es el enfoque paramétrico usado en Chavez-Bedoya y Birge (2009).

Canakgoz y Beasley (2009) emplean tres sistemas para realizar el seguimiento de índices basados en las alfas y las betas de las carteras. En el primero minimizan una función ponderada del tipo  $a_\alpha \left| \hat{\alpha} - 0 \right| + a_\beta \left| \hat{\beta} - 0 \right|$  donde  $a_\alpha$  y  $a_\beta$  son mayores o iguales a

cero y  $\hat{\alpha} = \sum_{i=1}^N w_i \hat{\alpha}_i$  y  $\hat{\beta} = \sum_{i=1}^N w_i \hat{\beta}_i$ . En el segundo enfoque realizan un proceso en dos

etapas, donde el primer objetivo es lograr un alfa de cero y en el segundo una beta de uno. Hay un proceso de tres etapas si consideramos la minimización de los costes de transacción. Para resolver estos procesos se emplea un optimización entera mixta. Chen y Kwon (2010) usan una optimización entera 0-1 para buscar maximizar la similaridad entre los activos de la cartera de seguimiento y los activos que forman parte del índice. La similaridad viene recogida en términos de correlación. También añaden robustez a las estimaciones en términos de incertidumbre en las correlaciones, al calcular los resultados en el peor escenario posible. Mezali y Beasley (2012) tratan de minimizar la diferencia absoluta máxima entre los rendimientos del índice y los de la cartera. Este artículo es una extensión de los trabajos de Canakgoz y Beasley (2009) y Beasley et al. (2003) donde se implantan diferentes formas de costes de transacción. El problema de

seguimiento de índices lo resuelven mediante optimización entera mixta. Wang et al. (2012) usan una programación entera mixta 0-1 para realizar el seguimiento. La función objetivo que tratan de minimizar es la desviación absoluta media, siendo su mayor aportación usar restricciones VAR de las colas, Rockafellar y Uryasev (2002). El VAR de las colas es la rentabilidad esperada de la cartera, en el tanto por ciento peor de los casos. Scozzari et al. (2012) emplean la optimización entera mixta cuadrática para hacer seguimiento de índices. Su principal aportación es el estudio de las normas UCITS III, una directiva europea que establece que los activos que tienen una ponderación mayor del 5% no pueden sumar más del 40% en un fondo de inversión. La función objetivo es minimizar la raíz cuadrada del error cuadrático medio. Stoyan y Kwon (2010) emplean la optimización entera mixta dentro de la optimización estocástica. Hacen un análisis de escenarios y en cada uno de estos emplean la optimización entera mixta para calcular la cartera que mejor sigue al índice en cada escenario. Utilizan una función que minimiza la diferencia de la cartera con el índice, también imponen que todos los sectores estén representados en la cartera, que el tamaño de la cartera no sea muy grande y que se minimicen los activos comprados y vendidos. Gaivoronski et al. (2005) emplean diferentes tipos de error de seguimiento que constituyen el objetivo a minimizar. Realizan una optimización estática y dinámica. Por estática se refiere a que el horizonte donde se optimiza tiene un único periodo, por dinámica que se consideran múltiples periodos. Solo cambian los activos de cartera si la cartera de seguimiento supera a la cartera objetivo en cierto umbral. El umbral se actualiza con los precios de los activos y el valor del índice. Chavez-Bedoya y Birge (2009) desarrollan su propuesta para hacer seguimiento de índices a partir del trabajo de Brandt et al. (2009). El objetivo es maximizar una función mutiobjetivo que tiene tres componentes, la correlación entre los rendimientos de la cartera y los del índice, el cociente de desviaciones típicas entre los rendimientos de la cartera y los del índice, y un tercer componente que mide el exceso de rendimiento de la cartera con respecto al índice.

#### 2.3.1.1.8 Optimización *Bootstrap*

El *Bootstrap*, como técnica de optimización, también ha sido usado para realizar seguimientos de índices. En el trabajo de Jianfu y Shuna (2010) esta técnica es empleada para intentar extraer más información de los datos y obtener las proporciones de los activos. A tal fin tratan de minimizar el error cuadrático medio. Para ello, se

simulan 50.000 conjuntos de datos en rendimiento a partir de los originales y se calcula el valor del error de seguimiento para cada conjunto de datos; finalmente, se promedian las proporciones de los activos para hallar unas ponderaciones promedio.

### *2.3.1.2 Modelos basados en la estratificación*

No toda la metodología del seguimiento de índices emplea la optimización matemática. Hay una rama de la literatura que usa el muestreo estratificado como elemento para seleccionar los activos candidatos a replicar al índice. El muestreo hace referencia a la selección de un conjunto de activos y estratificado es porque se dividen los activos que forman parte del índice mediante algún criterio específico. Los activos se pueden seleccionar por su capitalización en el índice. Si este es el criterio, calculamos la capitalización bursátil, precio por acciones, de todos los activos del índice y elegimos los  $k$  activos más capitalizados. Otro tipo de criterio es agrupar a los activos en función de la similaridad entre activos, de forma que activos muy parecidos formen grupos. Para esto se utiliza el análisis clúster o el análisis de componentes principales. En el análisis clúster se emplea la expresión (2.27) para agrupar a los activos. Una vez formados los grupos se elige un activo de cada grupo, ya que todos los activos del grupo tienen un comportamiento parecido. El análisis de componentes principales trata de agrupar los activos en componentes para explicar su varianza. Una vez determinados los factores, para hacer seguimiento de índices se elige un activo de cada factor y se calculan los pesos necesarios en la cartera para realizar el seguimiento.

Dentro del enfoque del seguimiento de índices basados en la estratificación, se detectan en la literatura tres corrientes principales:

- Enfoque cointegrado.
- Análisis clúster.
- Análisis de componentes principales.

Los modelos de seguimiento de índices cointegrados tratan de buscar un vector de cointegración entre el índice y los activos que componen el índice. El grado de cointegración viene determinado por dos tipos de contrastes, el de Engle y Granger (1987) y el de Johansen (1988). Ver el Capítulo 5 para mayor información sobre los

contrastes. Los activos empleados en el análisis de cointegración son los activos de mayor capitalización; de esta forma, el número de activos en cartera determina qué activos forman parte de la misma. Por ejemplo, si hoy conozco la capitalización de los activos presentes en el mercado y decido que mi cartera de seguimiento tendrá 15 activos, mi cartera estará compuesta por los 15 activos más capitalizados a día de hoy. Este enfoque ha sido utilizado por Alexander y Dimitriu (2005), Dunis y Ho (2005), Maurer (2008) y Grobys (2010).

Alexander y Dimitriu (2005) y Maurer (2008) usan el contraste de Engle y Granger para contrastar la cointegración de las carteras, mientras que Dunis y Ho (2005) y Grobys (2010) usan el contraste de Johansen. Maurer (2008) critica los trabajos anteriores al considerar que no estaban teniendo en cuenta el número de activos que forman la cartera de seguimiento a la hora de determinar los valores críticos dentro del contraste de Engle y Granger.

En los trabajos que acabamos de mencionar regresan el logaritmo del índice contra el logaritmo de los precios de los activos, añadiéndole la constante. Matemáticamente la ecuación de regresión tiene la forma:

$$\log(I_t) = \alpha + \beta_1 \log(P_{1,t}) + \dots + \beta_n \log(P_{n,t}) + \varepsilon_t, \quad (2.30)$$

donde  $I_t$  representa al índice en el momento  $t$ ,  $P_{j,t}$  hace referencia al precio del activo  $j$ -ésimo en el momento  $t$ ,  $\beta_1, \dots, \beta_n$ , son las ponderaciones de los activos en la cartera y  $\varepsilon_t$  es el error en la regresión. Las ponderaciones se reescalan para que sumen uno. La regresión se realiza por mínimos cuadrados ordinarios, excepto en el trabajo de Grobys (2010). En los mínimos cuadrados ordinarios se estiman unos parámetros desconocidos mediante la minimización de la expresión  $\sum (y_t - x_t \beta)^2$ , donde  $y_t$  es la variable a explicar,  $x_t$  es la variable explicativa y  $\beta$  son los parámetros a estimar. La ecuación (2.30) es la ecuación de cointegración en el contraste Engle y Granger. A los residuos de esta ecuación se le aplica el contraste Dickey-Fuller aumentado, ver Capítulo 5. Para calcular la rentabilidad de la cartera día a día restamos la expresión (2.30) del día  $t$  con la del día  $t-1$ , obteniendo la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \log(I_t) - \log(I_{t-1}) &= \beta_1 (\log(P_{1,t}) - \log(P_{1,t-1})) \\ &+ \dots + \beta_n (\log(P_{n,t}) - \log(P_{n,t-1})), \end{aligned} \quad (2.31)$$

la expresión (2.31) es equivalente a decir que la rentabilidad de la cartera en el momento  $t$  es la suma de las rentabilidades de los distintos activos en cartera en el momento  $t$  multiplicados por sus pesos en la cartera. Grobys (2010) estima (2.30) mediante una estimación máximo-verosímil. Esta maximiza la probabilidad de las variables observadas con respecto al parámetro a estimar.

Desde nuestro punto de vista no tiene mucha lógica la inclusión de la constante debido a que el índice es combinación lineal de sus elementos que son los activos. Por tanto, económicamente no tiene sentido la inclusión de la constante. Si tuviera que estar en la regresión entonces el índice se construiría como combinación lineal de sus activos más un elemento que no forma parte del mismo.

Los modelos clúster agrupan a los activos mediante algún criterio. Este suele ser una función distancia sobre las correlaciones de los rendimientos para llevar a cabo un clúster jerárquico. Este enfoque es seguido por Focardi y Fabozzi (2004) y Dose y Cincotti (2005). Otra forma de elegir los activos es mediante el análisis de componentes principales. Esta técnica es utilizada por Corielli y Marcellino (2006) y Guijarro y Moya (2008).

Focardi y Fabozzi (2004) usan el error de seguimiento como función distancia promedio entre el índice y la cartera de seguimiento. El objetivo es minimizar la distancia. El índice es segmentado en clústeres por la función distancia y de cada clúster se elige un activo. El proceso de optimización es aplicado sobre datos de series históricas. Finalmente, se evalúa la idoneidad del ajuste. Dose y Cincotti (2005) tratan de minimizar una expresión con la raíz cuadrada del error cuadrático medio y el exceso de rendimiento, como la expresada en Beasley et al. (2003) y para agrupar a los activos en clústeres jerárquicos aplican la fórmula (2.27). Corielli y Marcellino (2006) descomponen el precio de los activos en unos factores comunes y otros idiosincráticos, que pueden ser estacionarios o integrados; para seleccionar estos factores se emplea el análisis de componentes principales; con los factores elegidos se construye un modelo que reproduce los factores persistentes del índice; el modelo minimiza el error de seguimiento en una segunda etapa para asignar los pesos. Guijarro y Moya (2008) aplican componentes principales a los residuos de la regresión de los rendimientos del índice contra los rendimientos de cada uno de los activos que forman parte del mismo; con estos se crea una nueva variable a partir de los residuos y en la matriz de varianzas

y covarianzas se aplica el análisis de componentes principales para determinar que activos forman parte de la cartera; en una segunda etapa se minimiza el error de seguimiento para asignar los pesos de los activos.

Habría que señalar finalmente que el seguimiento de índices ha sido empleado por otras técnicas de computación inteligente como las redes neuronales o modelos de lógica *fuzzy*. Las redes neuronales han sido aplicadas por Zorin y Borisov (2002) y Li y Su (2011), mientras que los modelos de lógica *fuzzy* por Fang y Wang (2005) y Ghandar et al. (2010).

### 2.3.1.3 Funciones objetivo en el seguimiento de índices

Una de las principales cuestiones a la hora de plantear un problema de optimización es decidir qué función objetivo se va a utilizar.

De la definición del error de seguimiento tenemos dos clases de funciones objetivo según se defina dicho error de seguimiento de forma lineal o de forma cuadrática. Por otra parte ha de tenerse en cuenta que la definición del error de seguimiento como función objetivo se ha visto ampliada al tener en cuenta la aversión al riesgo, de forma que se penalice las pérdidas, Zhang y Maringer (2010). En la literatura hay más artículos donde se define el error de seguimiento de forma cuadrática, si bien hay argumentos a favor de la forma lineal en Beasley et al. (2003). Ejemplos del uso de la forma cuadrática son las expresiones (2.2) o la (2.3) y de forma lineal la expresión (2.4). Beasley et al. (2003) prefieren la expresión (2.14) a la (2.3) porque si el error de seguimiento es constante pero distinto de cero la varianza del error de seguimiento es cero, aunque haya desviación con respecto al índice. No hay argumentos que impidan usar una forma funcional u otra. Del estudio de la literatura concluimos, por tanto, que la forma funcional del error de seguimiento depende mucho de la técnica a utilizar sobre todo antes de la aparición de los algoritmos meta-heurísticos.

También habría que señalar que existen funciones objetivo que son ponderadas. En cuyo caso el seguimiento del índice se hace mediante una función multiobjetivo. Por ejemplo, Beasley et al. (2003) emplean una función ponderada entre la raíz cuadrada del error de seguimiento, definido como el error cuadrático medio, y el exceso de

rendimiento, donde la ponderación va entre cero y uno. Para realizar seguimiento de índices la ponderación tiene el valor de uno.

Otros emplean funciones objetivos simples con un solo término como es el caso de Roll (1992), Franks (1992), Rudolf et al. (1999) o Krink et al. (2009) entre otros. Por último han sido empleadas funciones ponderadas por Gilli y Kellezi (2002), Beasley et al. (2003), Canakgoz y Beasley (2009) o Fastrich et al. (2009). Para ver todas las funciones objetivos empleadas en el seguimiento de índices ver Anexo 1.

#### *2.3.1.4 Restricciones en el seguimiento de índices*

Las restricciones de seguimiento de índices son incluidas como elementos que aportan un aspecto realista al problema en términos económicos, legales y políticos. Siguiendo a Di Tollo (2008) las restricciones más comunes son:

- Cardinalidad.
- Límite superior e inferior.
- Costes de transacción.
- Presupuesto.
- Cambio de cartera.
- Ventas a corto.
- Restricción de tamaño mínimo.
- Restricciones de clase.

A continuación, describimos cada una de ellas:

***Cardinalidad.*** Con el término cardinalidad hacemos referencia a la restricción sobre el número de títulos que entran en la cartera. Esta restricción ha dado lugar a una rama de la literatura donde se estudia la frontera eficiente y su configuración ante variaciones en el número de activos en cartera, ver Woodside-Oriakhi et al. (2011) para más detalles. Esta restricción de cardinalidad puede estar dentro del programa de optimización o ser determinada como un parámetro externo. Como un parámetro externo es usada en Alexander y Dimitriu (2005) o en Krink et al. (2009) y como restricción dentro del

problema de optimización en Gilli y Kellezi (2002) o Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009) entre otros. En la literatura no existe un criterio específico que determine el número exacto de activos que deben entrar en cartera, si bien muchos artículos empiezan sus restricciones de cardinalidad con cinco activos, ver en este sentido Beasley et al. (2003), Canakgoz y Beasley (2009) o Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009).

**Límites en las proporciones de los activos.** Los límites superiores e inferiores en las proporciones invertidas hacen referencia a las cantidades que se pueden invertir como máximo o como mínimo en un activo para asegurar una correcta diversificación y cumplir con normas legales, tales como la UCITS III. En dicha norma europea se establece que los activos que tienen una ponderación mayor del 5% no pueden sumar más del 40% de la cartera. Por otra parte, el gestor de la cartera de inversión puede verse sujeto a ciertas normas de riesgo que le impiden realizar inversiones demasiado arriesgadas. En este sentido es bien conocido el *problema de agencia* presente en las finanzas debido a que la remuneración de los gestores de fondos de inversión depende de los resultados obtenidos, para más detalle ver Rey y Seiler (2001). Como ejemplo de trabajos de la literatura con esta restricción sobre las cantidades invertidas cabría citar los de Gilli y Kellezi (2002), Krink et al. (2009), Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009) o Zhang y Maringer (2010), entre otros. Esta restricción está muy relacionada con el *asset allocation*, ya que esta restricción limita las proporciones en las que se puede invertir en los activos.

**Costes de transacción.** La restricción más importante son los costes de transacción. Este concepto puede aparecer en la función objetivo dando lugar a una función de coste como en Adcock y Meade (1994), pero lo más normal es que aparezca en las restricciones. A su vez, los costes de transacción puede ser fijos, proporcionales o de ambos tipos. Lo más normal es que sean proporcionales al valor de la transacción realizada. Trabajos de la literatura con esta restricción son los de Gilli y Kellezi (2002), Krink et al. (2009), Zhang y Maringer (2010) o Mezali y Beasley (2012).

**Presupuesto.** La restricción presupuestaria indica que todo el presupuesto se invierte en la compra de activos, pero hay artículos en la literatura como el de Zhang y Maringer (2010) que consideran que el presupuesto debe también cubrir los costes de transacción. Otros trabajos de la literatura con esta restricción son los de Krink et al. (2009) o Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009), entre otros.



**Cambios de cartera.** Otro tipo de restricción es la proporción que se puede cambiar de la cartera con respecto a aquella vigente y es una limitación que se suele utilizar para limitar los costes de transacción. Por ejemplo, hay fondos de inversión que solo permiten cambiar el 20% de la cartera que se posee en la actualidad. Trabajos de la literatura con esta restricción son los de Krink et al. (2009) o Zhang y Maringer (2010), entre otros. No obstante, en el trabajo de Zhang y Maringer (2010) se adopta un enfoque nuevo llamado rebalanceo por umbral de tolerancia, *tolerance triggered rebalancing*. El cambio de cartera se produce si la cartera de seguimiento se aleja mucho del índice o si se incumplen las restricciones de límite superior o inferior en los pesos de los activos. Otro trabajo que realiza un enfoque parecido es el de Gaivoronski et al. (2005) donde el rebalanceo se hace en función de los costes de transacción y la nueva información del mercado en términos de precios de los activos y valor del índice.

**Ventas en corto.** Como señala Di Tollo (2008) la prohibición de las ventas a corto es una restricción que no ha sido tratada en la literatura. Aparecen restricciones de no negatividad, o sea, no ventas a corto, en Krink et al. (2009) o Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009), entre otros.

**Tamaño mínimo.** Las restricciones de tamaño mínimo hacen referencia a que en ciertos mercados no es posible comprar un activo sino un número mínimo de ellos. Un ejemplo sería las ofertas públicas de venta de las empresas cuando van a salir a bolsa. El folleto de emisión puede establecer que la compra mínima sea de un número determinado de acciones. Un trabajo pionero en la literatura con el uso de esta restricción es el de Gilli y Kellezi (2002).

**Restricciones de clase.** Con restricciones de clase se hace referencia a ciertas normas que obligan a invertir en determinados tipos de activos. Por ejemplo, invertir en activos con unas determinadas calificaciones crediticias o pertenecientes a un sector bursátil concreto. Un trabajo pionero de la literatura con esta restricción es el de Derings y Nickel (2003). La descripción de todas las restricciones empleadas en otros artículos sobre el tema se recogen en el Anexo 1.

*2.3.1.5 Bases de datos usadas y resultados en el seguimiento de índices*

Los datos utilizados en Beasley et al (2003) son usados por Gilli y Kellezi (2002). Dichos datos también son empleados en los trabajos de Okay y Akman (2003), Coleman et al. (2006), Di Tollo (2008), Canakgoz y Beasley (2009), Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009), Guastaroba (2010), Mezali y Beasley (2012), Wang et al. (2012) y Chiam et al. (2013). Son los únicos datos que han sido puestos a disposición de los investigadores en Internet para poder comparar la efectividad de los distintos enfoques a la hora de realizar un seguimiento de un índice. Son datos semanales desde Marzo de 1992 hasta Septiembre de 1997. Los mercados que figuran en dicha base de datos son el *Hang Seng*, el *DAX 100*, el *FTSE 100*, el *SP 100* y el *Nikkei 225*. Los activos empleados en el *Hang Seng* son 31, en el *DAX* son 85, en el *FTSE* son 89, en el *SP* son 98 y en el *Nikkei* son 225. En esta Tesis Doctoral se han empleado los datos empleados por Alexander y Dimitriu (2002) que han sido proporcionados por los autores.

Canakgoz y Beasley (2009) emplean los mismos datos que Beasley et al. (2003), más algunos índices. En este sentido, Canakgoz y Beasley (2009), señalan que no pueden comparar ambos trabajos debido a que la función objetivo no es igual en ambos casos pero dejan claro el menor esfuerzo computacional requerido cuando usan la optimización mixta entera con respecto a la optimización meta-heurística.

No obstante, estos datos presentan un pequeño inconveniente y es que son datos anónimos, es decir, no se puede identificar qué activos forman parte de la cartera. El resto de artículos usan bases de datos propias y no usan bases de datos de otros artículos a efectos de comparación.

Además, cada artículo usa sus propios parámetros y restricciones, lo que añade más dificultad a la hora de comparar cualquier tipo de resultado. Todos los artículos son capaces de conseguir una cartera que siga al índice con cierto error de seguimiento. Esto nos lleva a afirmar que el diseño del problema de optimización, en proporciones o en número de acciones, no tiene influencia en el error de seguimiento, es decir, si el seguimiento es bueno, lo es independientemente de cómo este expresado el problema.

El único elemento de comparación, en los algoritmos meta-heurísticos, podría ser el tiempo de computación. No obstante, como señalan, Beasley et al. (2003) o Canakgoz y

Beasley (2009) este criterio de comparación no es el óptimo porque en ningún artículo es un elemento a minimizar.

La fragmentación de la literatura, la no comparación de resultados entre trabajos y la ausencia de estudios generales comparativos entre técnicas, indican que los siguientes trabajos en seguimiento de índices irán por esta senda, tal como advierten Canakgoz y Beasley (2009).

Finalmente habría que señalar que la selección de carteras ha empleado la mayoría de las técnicas meta-heurísticas ya mencionadas y hay algunos estudios comparativos, bastante exhaustivos, como el de Chang et al. (2000). La revisión de los mercados usados y el periodo muestral de cada artículo se recogen en el Anexo 1.

### **2.3.2 Seguimiento de índices mejorados (*Enhanced Index Tracking*)**

En el seguimiento de índices mejorados usamos un esquema muy parecido al del seguimiento de índices, es decir, diferenciamos la literatura por ramas, y analizamos las técnicas empleadas, las funciones objetivo y las restricciones. Según Canakgoz y Beasley (2009), no hay literatura académica antes del 2005 aunque antes de ese año ya se habían publicado algunos trabajos en forma de *working papers* como el de DiBartolomeo (2000).

Para llevar a cabo esta revisión de la literatura sobre el seguimiento mejorado implementamos una estrategia de búsqueda de los artículos de investigación. Empleamos las mismas bases de datos que en el caso del seguimiento de índices. El número de artículos quedó reducido a 12 artículos después de filtrar los resultados, quitar duplicados y eliminar resultados que no tenían nada que ver con nuestro objetivo de búsqueda. La Figura 2 recoge las metodologías empleadas en el seguimiento de índices mejorados.

Figura 2: Metodologías seguimiento índices mejorados



Fuente: Elaboración propia.

Los trabajos que emplean de la optimización matemática son los de Konno y Hatagi (2005), Wu et al. (2007), Canakgoz y Beasley (2009), Chavez-Bedoya y Birge (2009), Thomaidis (2011), Lejeune y Samatli-Pac (2010), Li et al. (2011), Roman et al. (2011), Guastaroba y Speranza (2012), Scozzari et al. (2012) y Bruni et al. (2012). El muestreo estratificado es usado por Dose y Cincotti (2005).

En términos de metodología, Konno y Hatagi (2005) usan un algoritmo *Branch and Bound*. Este es un algoritmo heurístico que evalúa las soluciones que surgen como un árbol de decisión. Si la solución obtenida no cumple con las restricciones no genera nuevas soluciones y queda eliminada; así se reduce tiempo a la hora de encontrar una solución óptima. Wu et al. (2007) emplean programación de objetivos, *Goal Programming*, ver Charnes et al. (1955) para más detalles. Se trata de una optimización multiobjetivo lineal que trata de minimizar las diferencias entre las soluciones candidatas y los valores óptimos para cada uno de los objetivos propuestos. Los objetivos pueden tener diferentes importancias. En el trabajo de Wu et al. (2007) el objetivo es maximizar el rendimiento y minimizar el error de seguimiento. En cambio, Canakgoz y Beasley (2009) emplean programación entera mixta y un procedimiento en dos fases; en la primera tratan de obtener una cartera con beta igual a uno y en una segunda fase maximizar el alfa de la cartera. Chavez-Bedoya y Birge (2009) usan un enfoque paramétrico a partir de una optimización no lineal donde la función objetivo o alguna de las restricciones es no lineal. La función a maximizar es la misma que en el seguimiento de índices. Lejeune y Samatli-Pac (2010) desarrollan su metodología a partir de la programación entera estocástica, Guastaroba y Speranza (2012) emplean

programación lineal entera mixta, donde la función objetivo es maximizar el exceso de rendimiento con respecto al índice. Scozzari et al. (2012) utilizan optimización lineal. Li et al. (2011) usan un algoritmo de sistemas inmunes artificiales, desarrollado previamente por Coello y Cortés (2005). Este algoritmo consiste en crear una población inicial de anticuerpos y mientras no se cumpla el criterio de parada se realizan los siguientes procesos: cada anticuerpo es clonado; la clonación depende del valor del anticuerpo en la función objetivo; después, estas poblaciones de anticuerpos se cruzan y se reproducen; posteriormente, mutan con una probabilidad determinada (hipermutación), eliminando a la población que los generó si su valor en la función objetivo es mejor y se vuelve a repetir el proceso hasta que se cumpla la condición de parada; la función objetivo es minimizar el error de seguimiento y maximizar el exceso de rendimiento. Roman et al. (2011) usan algoritmos de dominancia estocástica de segundo orden, desarrollados previamente por Roman et al. (2006). La dominancia de segundo orden implica que los individuos prefieren más rentabilidad y menos riesgo a pesar de la aleatoriedad en los precios de los activos. En este trabajo se trata de minimizar el VAR condicional, Rockafellar y Uryasev (2002). Bruni et al. (2012) utilizan dominancia estocástica con optimización lineal y la función objetivo es minimizar la pérdida acumulada de rentabilidad sujeto a un exceso de rendimiento acumulado mayor que la pérdida máxima. Thomaidis (2011) emplea el enfriamiento simulado, los algoritmos genéticos y la optimización de enjambres de partículas. Dose y Cincotti (2005) emplean el análisis clúster; el análisis de este artículo es idéntico al caso del seguimiento de índices, donde la función a optimizar es como la de Beasley et al. (2003); si el parámetro vale uno es un problema de seguimiento de índices donde a medida que cae el parámetro hacia cero aumenta la ponderación hacia el exceso de rendimiento.

Las funciones objetivo son compuestas o simples. Las funciones compuestas suelen tener dos componentes, el error de seguimiento y el exceso de rendimiento. Dichas funciones son usadas en los trabajos de Wu et al. (2007), Chavez-Bedoya y Birge (2009) o Li et al. (2011). Thomaidis (2011) usa la lógica *fuzzy* para expresar el objetivo y Canakgoz y Beasley (2009) usan múltiples fases de optimización con sus funciones objetivo correspondientes. Dentro de las funciones simples, componente único, están las de Bruni et al. (2012) o Roman et al. (2011). Estos últimos usan el CVAR, *Conditional Value At Risk*, ver Rockafellar y Uryasev (2002) para más detalles. Lejeune y

Samatli-Pac (2010) tratan de minimizar el riesgo del mercado, sujeto a un exceso de rentabilidad. Guastaroba y Speranza (2012) maximizan el exceso de rentabilidad sujeto a cierto error de seguimiento.

Como ya hemos visto en el seguimiento de índices, los problemas de optimización pueden presentar múltiples restricciones. La cardinalidad de los activos esta presente en todos los artículos de forma explícita o implícita. Los costes de transacción son tenidos en cuenta en Canakgoz y Beasley (2009), Chavez-Bedoya y Birge (2009) o Li et al. (2011). Los límites sobre la proporción de activos están presentes en Canakgoz y Beasley (2009), Thomaidis (2011) y Guastaroba y Speranza (2012), entre otros. Las restricciones de presupuesto son tenidas en cuenta en Wu et al. (2007) o Canakgoz y Beasley (2009). Las restricciones de no ventas en corto están presentes en Canakgoz y Beasley (2009) y Li et al. (2011). El Anexo 2 recoge las funciones objetivo y las restricciones en cada uno de los artículos recogidos en la revisión bibliográfica del seguimiento de índices mejorados.

### *2.3.2.1 Bases de datos y resultados en el seguimiento de índices mejorados*

Como señalan Canakgoz y Beasley (2009) este tipo de investigación adolece de los mismos defectos que la investigación del seguimiento de índices. Hay artículos que comparan sus resultados con los de otros artículos como el de Li et al. (2011). El tiempo de computación es expresado en Konno y Hatagi (2005), Canakgoz y Beasley (2009), Li et al. (2011) o Guastaroba y Speranza (2012).

Canakgoz y Beasley (2009), Li et al. (2011), Guastaroba y Speranza (2012), Bruni et al. (2012) y Scozzari et al. (2012) usan los datos de Beasley et al. (2003). En Li et al. (2011) no hay objetivos de exceso de rendimiento; sin embargo, los autores consiguen un exceso de rendimiento en todos los mercados de la muestra y comparan sus resultados con los de Canakgoz y Beasley (2009), en términos de alfas y betas de la carteras.

Wu et al. (2007) emplean datos de Taiwan, y Roman et al. (2011) emplean datos de los índices de *Standard and Poors*. En ambos trabajos hay referencias a periodos de tiempo con exceso de rendimiento. Thomaidis (2011) utiliza datos del *Dow Jones Industrial Average*, pero sus resultados son complicados de interpretar debido a que expresan la función objetivo en términos de cumplimiento de objetivos.

## Capítulo II. Revisión de la literatura sobre Seguimiento de Índices y Seguimiento de Índices mejorados

Chavez-Bedoya y Birge (2009) estudian el *Standard and Poors 500* y consiguen excesos de rendimiento a pesar de tener en cuenta los costes de transacción. Dose y Cincotti (2005) obtienen un exceso de rendimiento por encima del 1% sobre el *Standard and Poors 500*.

Guastaroba y Speranza (2012) usan los mismo datos que Beasley et al (2009) y no fijan un exceso de rendimiento. Determinan qué nivel de error de seguimiento asumen y consiguen superar a algunos de los índices. Para más detalles ver el Anexo 2 dedicado al seguimiento de índices mejorados.





## Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

### 3.1 Introducción

En el Capítulo anterior revisamos la literatura académica del seguimiento de índices y del seguimiento de índices mejorados. Este análisis lo realizamos a partir de las técnicas empleadas, las funciones a optimizar y las restricciones presentes en la optimización. Además, indagamos sobre los datos empleados y creamos unos Anexos que recogían de manera pormenorizada los detalles más relevantes de la bibliografía académica. En este Capítulo desarrollamos una visión global sobre las estrategias de posiciones largas y cortas, conocidas en lengua inglesa como *Long-Short strategies*. Igualmente, partiendo de las ideas de Jacobs y Levy (1993) y Do et al. (2006) desplegamos un marco que englobe el arbitraje estadístico y las estrategias apalancadas dentro de las estrategias de posiciones largas y cortas.

### 3.2 Conceptos generales sobre estrategias de posiciones cortas y largas

Una estrategia de posiciones largas y cortas es una estrategia de inversión que compra ciertos instrumentos financieros, posición larga, *long*, y vende otros, posición corta, *short*. Si los instrumentos que se compran y se venden son acciones la estrategia se denomina de posiciones largas y cortas con acciones. Tradicionalmente, la teoría de carteras, Markowitz (1952), tiene como supuesto la imposibilidad de tener posiciones cortas. La posibilidad de hacer transacciones en corto mejora la rentabilidad de las carteras al poder vender activos sobrevalorados que posteriormente se recomprarán a un precio inferior. Trabajos que recogen la mejora de la eficiencia por posiciones cortas son los de Brush (1997), Grinold y Kahn (2000), Jacobs et al. (1998), Jacobs et al. (1999), Martielli (2005) y Johnson et al. (2007).

Las estrategias de posiciones largas y cortas se pueden agrupar en dos clasificaciones distintas. Según Jacobs y Levy (1993), las estrategias de posiciones largas y cortas pueden ser de riesgo neutral (*Market Neutral*), de acciones (*Equitised*) o de cobertura (*Hedge*). Según Do et al. (2006) a las estrategias de posiciones largas y cortas recogidas en Jacobs y Levy (1993) se le añade las estrategias de *Pair Trading*.

### Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

Las estrategias de riesgo neutral son estrategias donde las posiciones largas y cortas tienen el mismo riesgo de mercado y al ser posiciones contrarias el riesgo de mercado de la cartera es nulo debido a que el riesgo de la cartera en largo es compensado con el riesgo de mercado de la cartera con posiciones cortas. Existen diversas formas para lograr una cartera de riesgo neutral como detallaremos más adelante en este Capítulo. Por ejemplo, una forma de lograr una cartera riesgo neutral es que las inversiones en posiciones largas de una cartera sean iguales en términos monetarios a las posiciones cortas de dicha cartera. Un inversor puede gastar 10.000 euros en comprar una cartera con activos que piensa que van a subir de precio, porque se encuentran infravalorados, y vender otros 10.000 euros de activos que el inversor piensa que están sobrevalorados y su precio va a bajar. Si acierta con la elección de activos gana porque los activos que pensaba que iba a subir, suben, y gana también porque los activos que pensaba que iba a bajar, bajaron. Este concepto, es decir, el ganar por la parte de la cartera comprada y por la parte de la cartera vendida se le denomina *doble alfa*. Como es bien sabido, el alfa es una variable que recoge el exceso de rendimiento, ver Puspningrum (2012) para una panorámica general sobre el alfa. Supongamos que todos los activos suben, en tal caso el beneficio de la estrategia existirá si los activos de la parte larga de la cartera suben más que los precios de los activos de la parte corta de la cartera. No obstante, en la práctica, hay que reservar cierta cantidad de dinero para la cuenta de los márgenes, es decir, si una cartera tiene posiciones en corto tiene que haber fondos monetarios que respalden estas posiciones. Esta cuenta se usa para cubrir las pérdidas que se generen en la parte en corto; para más detalle ver Barra (2000). Por lo general las estrategias de posiciones largas y cortas son autofinanciadas, tal como señalan Alexander y Dimitriou (2005) o Alexander y Dimitriou (2002). En este caso, el dinero que se obtiene por las ventas se destina a las compras de activos. En cambio, algunos autores como Barra (2000) no hacen estrategia autofinanciada y el dinero de las ventas en corto lo invierten en deuda pública.

En la estrategia de acciones, a la estrategia neutral se le añade un derivado u otro tipo de inversión en el índice. Dicho derivado deberá tener un valor igual al capital invertido y recoge, de forma permanente, la exposición al mercado. Por ejemplo, invertimos 10.000 euros en posiciones largas y vendemos posiciones cortas por otros 10.000 euros. Además, compramos futuros a un año por valor de 20.000 euros. Aparte del rendimiento de la estrategia de posiciones compradas y vendidas tenemos además el

### Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

rendimiento del futuro. Si el índice de mercado ha subido durante el año, al beneficio de la estrategia le añadimos el del derivado.

La estrategia de cobertura es igual que la de acciones pero la exposición al mercado es variable. Cuando hablamos de exposición hacemos referencia a que los movimientos de mercado, subidas o bajadas, provoquen beneficios o pérdidas en la cartera. Las estrategias de cobertura son iguales a las estrategias de acciones pero la exposición al mercado no es permanente, es decir, si pensamos que la semana que viene el índice va a subir, lo que hacemos es comprar un derivado al principio de semana y venderlo al finalizar la misma.

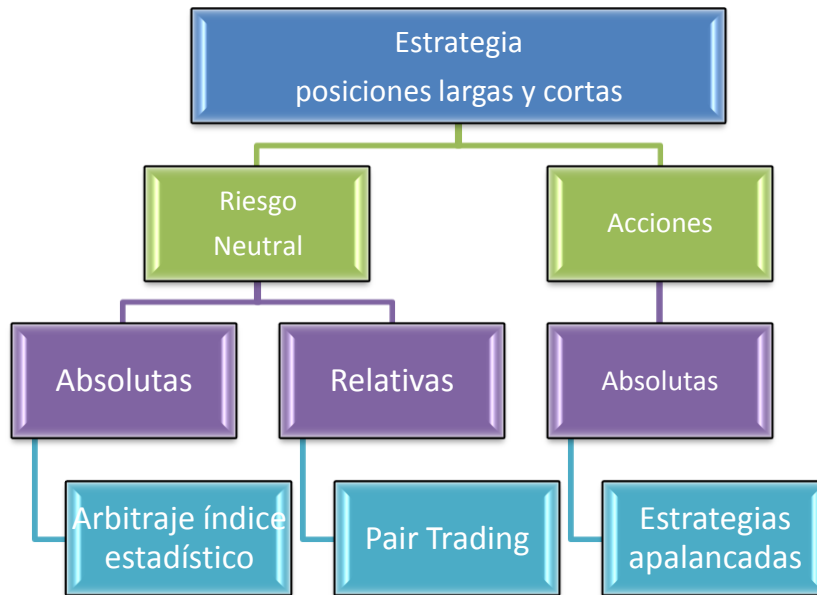
Como ya indicamos, una segunda clasificación dentro de las estrategias de posiciones largas y cortas viene recogida en Do et al. (2006). El origen de su clasificación son los fondos de inversión libre, *Hedge Funds*. Su clasificación es una evolución de la de Jacobs y Levy (1993), al incorporar el *Pair Trading* dentro de las estrategias de posiciones compradas y vendidas.

Según Puspaningrum (2012) la diferencia entre ambas estrategias es la relación entre los precios de los activos. En la estrategia de Jacobs y Levy (1993) la relación entre los precios es absoluta y viene dada por modelos de valoración como el CAPM, *Capital Asset Pricing Modelling*, o el ATP, *Arbitrage Pricing Theory*, que indican si los precios de los activos están sobrevalorados o infravalorados. En el *Pair Trading* las relaciones entre los precios de los activos son relativas y dependen de la relación entre los activos.

En este Capítulo hacemos una mezcla de ambas clasificaciones. La idea es clasificar las estrategias de posiciones largas y cortas en función de la relación que hay entre los precios de los activos. Si la relación entre los precios es absoluta desarrollamos estrategias de *arbitraje estadístico del índice*. Si la relación es relativa hacemos *Pair Trading*. Si por el contrario hacemos estrategias de posiciones largas y cortas con acciones de forma absoluta tenemos las estrategias *apalancadas*. Las estrategias de cobertura no serán utilizadas en esta Tesis.

En la Figura 3 presentamos un esquema de las diferentes estrategias de posiciones largas y cortas:

Figura 3: Estrategias posiciones largas y cortas



Fuente: Elaboración propia.

### 3.3 Revisión de la literatura de estrategias de riesgo neutral

Como ya dijimos, una estrategia riesgo neutral es una estrategia donde el riesgo de mercado y el rendimiento dependen de las posiciones largas, compradas, y cortas, vendidas, independientemente si esta relación es a nivel de activo o de cartera, ver Ehrman (2006). Este autor define varios tipos de neutralidad:

- Neutralidad de activos.
- Neutralidad en términos monetarios.
- Neutralidad sectorial.
- Neutralidad beta.

La neutralidad de activos viene a decir que el número de posiciones largas es equivalente al número de posiciones cortas. No es muy usado en la práctica. Se puede asimilar al *Pair Trading*, pero al no tener en cuenta el precio de los activos se puede llegar a perder dinero a pesar de acertar el activo que sube de precio o el que baja de precio. Por ejemplo, consideremos la estrategia en la que compramos una acción de la empresa A y vendemos una de la empresa B. Supongamos que la acción A vale 1.000 euros y la B 100 euros. Si la acción comprada cae un 3% en precio y la vendida un 8%, en teoría ganaríamos en la transacción un 5%, pero en valores monetarios esto no es así debido al precio de las acciones. En la acción A perdemos 30 euros y en la B ganamos 8

### Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

euros, por lo que se genera una pérdida de 22 euros. Por eso hay que buscar acciones con precios parecidos para que la estrategia tenga sentido. Si en vez de posiciones hablásemos de valor estaríamos ante la neutralidad en términos monetarios. En la literatura se suele hablar de neutralidad en términos de dólar debido a la importancia de esta moneda. Es la forma más común de llevar a cabo una estrategia de riesgo neutral. El principal problema de esta estrategia es que hay que averiguar que activos van a subir de precio y que activos van a bajar de precio. Al hablar de neutralidad sectorial hacemos referencia a que los activos en los que se invierten pertenecen al mismo sector. La ventaja de este tipo de estrategias es que nos protege ante movimientos de mercado que se producen por un sector del mismo en concreto. La desventaja es la misma que en el caso de la neutralidad en términos monetarios. Por ejemplo, imaginemos que el mercado sube por el sector tecnológico y el resto de los sectores permanece constante. Si en nuestra cartera hubiera posiciones vendidas en activos tecnológicos, la estrategia generaría pérdidas si en la parte de la cartera comprada no hubiese también acciones de empresas tecnológicas. La neutralidad beta se obtiene cuando la beta de las posiciones largas es igual a la beta de las posiciones cortas. La beta es un parámetro que mide el riesgo de un activo o cartera cuando se compara con el riesgo del mercado<sup>18</sup>. La beta de una cartera es aditiva, es decir, la beta de una cartera es el resultado de la suma ponderada de la beta de cada activo por su peso dentro la cartera. La ventaja de este tipo de estrategias neutrales es que el objetivo es que la beta conjunta de todos los activos seleccionados en la cartera comprada tiene que ser igual a la beta conjunta de todos los activos en la cartera vendida. Esto da más libertad a la hora de seleccionar los activos al tener en cuenta la beta y no el sector en bolsa o el precio. La desventaja es la misma que en los casos anteriores, es decir, acertar el movimiento de precios de los activos.

El rendimiento de todas las estrategias de riesgo neutral depende de las posiciones largas y las posiciones cortas. Por ejemplo, tenemos posiciones largas por valor de 1.000 euros y posiciones cortas por valor de 1.000 euros, es decir, mantenemos una posición riesgo neutral monetaria. Supongamos que los activos que están en las posiciones largas suben un 1% y los que están en posiciones cortas bajan un 1%.

---

<sup>18</sup> La beta recoge la sensibilidad de los cambios de la rentabilidad de una cartera ante cambios en la rentabilidad del índice de referencia. También se interpreta como el riesgo sistemático de una cartera, es decir, el riesgo de una cartera como consecuencia de cambios en el riesgo del índice del mercado. Si la beta es mayor que uno las acciones de la cartera subirán más que el mercado, si este sube, si es menor que uno subirán menos que el mercado y si es igual a uno subirá igual que el mercado. Si la beta es igual a cero no hay relación entre los rendimientos de la cartera y los del mercado.

### Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

Entonces la estrategia genera un beneficio del 2%, es decir, 20 euros, 10 euros por la posición larga y 10 por la corta. Pero podría suceder que las posiciones largas cayeran un 1% y las cortas un 2%. Por un lado perderíamos 10 euros de las posiciones largas pero ganaríamos 20 euros por las posiciones cortas. Esto haría que la estrategia fuera beneficiosa en 10 euros. La rentabilidad de las estrategias de riesgo neutral depende de dos factores: acertar que activos van a subir o a bajar de precio, o en su defecto, si nos equivocamos en la predicción, acertar en el lado de la cartera, largo o corto, que varía porcentualmente en mayor cantidad.

Ineichen (2002) divide las estrategias de riesgo neutral en arbitraje fundamental y arbitraje estadístico. En el arbitraje fundamental se seleccionan los valores a comprar o vender en función de factores fundamentales, mientras que en el arbitraje estadístico se busca explotar relaciones anómalas entre precios.

En estos tipos de estrategias el rendimiento global no depende del mercado, es decir, no está sometido a riesgo sistemático, por lo que la beta global de la cartera es cero. El rendimiento se genera a través del alfa de la cartera, tanto en las posiciones compradas como en las posiciones vendidas. El alfa es el exceso de rendimiento de un activo o cartera con respecto a un índice de referencia asumiendo el mismo nivel de riesgo, Jensen (1968). El alfa se genera a partir de la selección de los activos, Kung y Pohlman (2004). Si un inversor acierta qué activos van a subir de precio y qué activos van a bajar de precio, la estrategia de posiciones cortas y largas, generará beneficio. Para seleccionar qué activos comprar o vender hay que valorarlos. Para ello, hay múltiples técnicas como el CAPM, el ATP o el análisis fundamental, entre otros. Este alfa se puede transportar a otros mercados a través de derivados, Jacobs y Levy (1999). Para ello, se usan futuros o derivados para crear parte de la cartera en largo o en corto y este ahorro de recursos se invierte en otros mercados o instrumentos financieros.

Jacobs y Levy (2005) dividen las estrategias de riesgo neutral, según los instrumentos financieros empleados, en:

- Estrategias de riesgo neutral con acciones.
- Arbitraje de bonos convertibles.
- Arbitraje de deuda soberana.
- Arbitraje de activos con hipotecas como colateral.
- Arbitraje de fusiones.

### Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

En el arbitraje con acciones el objetivo buscado es generar un margen con las posiciones largas, compra de activos, y las posiciones cortas, venta de activos. El margen, también llamado *spread*, es el rendimiento de la posición larga y de la posición corta. Ahora no hablamos solamente de carteras de títulos, sino también de instrumentos financieros. Así, en el arbitraje con bonos convertibles se compran los bonos convertibles, posición larga, y se vende el activo subyacente, posición corta. Si el bono sube de precio y el activo subyacente también, pero el bono sube más que el subyacente, el beneficio de la estrategia es la diferencia en porcentaje entre las dos subidas de precios. Por ejemplo, el bono puede subir un 3% y el subyacente un 1%, entonces la rentabilidad de la estrategia es del 2%. En el arbitraje con deuda soberana, o cualquier otro tipo de renta fija, se trata de conseguir rendimiento con las diferencias de precios, valoraciones o flujos de dinero de los diferentes instrumentos de renta fija. Por ejemplo, podemos comprar bonos a largo plazo y vender bonos a corto. Si los bonos caen de precio, pero la caída de los bonos a corto es mayor que la caída de los bonos a largo, la estrategia generará beneficios.

Si el arbitraje es con futuros se buscan diferencias entre el futuro y el activo subyacente o entre el futuro del índice y los activos que forman parte del índice, Barra (2000). Si el arbitraje es con opciones se busca explotar los diferenciales de volatilidad. En las hipotecas la estrategia consiste en comprar el paquete de titulizaciones y vender la hipoteca. En el *arbitraje de fusiones*, también llamado *arbitraje de riesgo*, la estrategia radica en comprar acciones de la compañía que va a ser comprada y vender acciones de la compañía compradora.

Como hemos visto, independientemente del activo o de la forma de llevarlo a cabo, las estrategias de posiciones largas y cortas buscan crear una cartera con activos comprados y activos vendidos, prediciendo de manera correcta el movimiento de los precios de los activos y sin riesgo de mercado. Dentro de las estrategias de riesgo neutral con arbitraje estadístico de acciones, destacan, tal como señala Sun et al. (2012):

- El *Pair Trading*.
- El arbitraje estadístico con cointegración e índice.

#### 3.3.1 Pair Trading

En este apartado seguimos a Puspaningrum (2012). El *Pair Trading* es una estrategia de riesgo neutral que trata de aprovechar anomalías temporales presentes entre los precios de activos que tienen una relación equilibrada a largo plazo, Puspaningrum (2012). Este concepto fue ideado por Tartaglia en los años 80. Según Gatev et al. (2006) su cometido era desarrollar reglas estadísticas para realizar *Trading*. Es una estrategia de riesgo neutral, según la definición de Fung y Hsieh (1999), porque su riesgo no depende del riesgo del mercado.

Los inversores realizan operaciones con posiciones largas y cortas para generar beneficios tanto en el activo sobrevalorado como en el activo infravalorado, es decir, se compraría el activo infravalorado (posición larga) y se vendería el activo sobrevalorado (posición corta). La diferencia entre los precios se denomina *spread*, Puspaningrum (2012).

La relación entre los precios de los activos tiene un equilibrio a largo plazo. Este puede venir determinado por diferentes alternativas entre las que se encuentran las relaciones estadísticas entre los precios de los activos, la reversión a la media de la diferencia de los precios, la relación de cointegración entre los precios o la predicción de la diferencia entre los precios. La forma de establecer la relación a largo plazo determina la implementación práctica del *Pair Trading*, Puspaningrum (2012).

Si se realiza mediante relaciones estadísticas entre los precios, el *Pair Trading* utiliza el *enfoque distancia*. En este, los movimientos de los precios de los activos se miden mediante la suma de la diferencia cuadrática de dos series de precios (distancia). Los artículos de referencia en este enfoque son los de Gatev et al. (2006), Nath (2003), Andrade et al. (2005), Engelberg et al. (2009), Papadakis y Wysocki (2007) y Do et al. (2006).

Gatev et al. (2006) calculan la rentabilidad acumulada de las series de precios. Posteriormente, seleccionan los activos minimizando la suma del cuadrado de las desviaciones entre las series de rentabilidad. Las posiciones se abren cuando la distancia entre las series de precios diverge más de dos desviaciones típicas y se cierran cuando ya divergen menos de dos desviaciones. Este trabajo ha sido replicado por Engelberg et



### Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

al. (2009) y por Do et al. (2006) consiguiendo peores resultados en términos de beneficio con respecto al trabajo de Gatev et al. (2006), Puspaningrum (2012).

Nath (2003) usa el enfoque distancia pero añade reglas realistas de inversión, como el *Stop Loss*, el *Trade Execution* y la regla de no invertir en pares que se han cerrado antes de que volvieran al estado de equilibrio.

La reversión a la media del *spread* determina el enfoque estocástico. El *spread* tiene reversión a la media a largo plazo y sigue un proceso Ornstein-Uhlenbeck en tiempo continuo, lo que es equivalente a un AR (1) en tiempo discreto, Puspaningrum (2012). Trabajos que usan este enfoque son los de Herlemont (2004), Elliott et al. (2005), Do et al. (2006), Rampertshammer (2007) y Mudchanatongsuk et al. (2008).

Elliott et al. (2005) definen el *spread* como un proceso regido por una variable de estado más un error. La variable de estado sigue un proceso de Vasiseck con reversión a la media. Si se discretiza la ecuación de la variable de estado, esta se puede asimilar a un proceso AR (1) y el *spread* sigue un modelo de reversión a la media más un error normal.

Do et al. (2006) modelizan el *Pair Trading* en rendimiento, no en nivel de precios. Buscan justificar las relaciones entre los activos a la hora de emplear menos reglas de *Trading*. Suponen que hay una relación de equilibrio relativo que se mide por el *spread* y que surge a través del modelo ATP, Ross (1976). Utilizan una formulación muy similar a la de Elliott et al. (2005). Do et al. (2006) destacan del trabajo de Elliot et al. (2005) la reversión a la media de los pares de activos, que es óptimo para predecir al ser un modelo continuo, y que es tratable al poder ser estimado por el filtro de Kalman. Como desventajas, Do et al. (2006) citan que a largo plazo los pares de activos deben tener el mismo rendimiento, lo cual es difícil de encontrar en la práctica debido a la presencia de riesgo específico en los activos (CAPM, APT).

El enfoque de predicción es usado por Huck (2009) y Huck (2010). En este se predicen los precios mediante métodos de decisión multicriterio. Para ello, predice el *spread* de todas las combinaciones de activos posibles y luego realiza un *ranking* de activos mediante métodos de decisión multicriterio a partir de los *spreads* predichos. Finalmente, se usa el *ranking* para definir que activos comprar y vender.

### Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

Finalmente, y de cara al contenido de esta Tesis, haremos especial hincapié en el enfoque cointegrado, que busca pares de activos que estén cointegrados. La cointegración, que es una metodología desarrollada inicialmente por Engle y Granger (1987), introduce un concepto estadístico que expresa la relación de dos variables a largo plazo. Si existe cointegración entre los precios de dos activos, entonces tienen una relación a largo plazo. En este sentido existen diversos trabajos que fundamentan el *Pair Trading* a través de la cointegración, destacando los de Hong y Susmel (2003), Vidyamurthy (2004), Lin et al. (2006), Galenko et al. (2007), Dunis et al. (2010) o Puspaningrum (2012), entre otros.

Vidyamurthy (2004) adopta el contraste de Engle y Granger, Engle y Granger (1987), para comprobar la cointegración, con los precios en logaritmo. Abre una posición si el *spread* está lo suficientemente alejado de la media y lo cierra cuando vuelve a esta. El que esté suficientemente alejado de la media se recoge mediante un parámetro delta. Vidyamurthy (2004) usa dos procedimientos para determinar delta, por una parte usa un procedimiento paramétrico que modela el delta como un proceso ARMA y luego usa la fórmula de Rice, Rice (1945), para determinar el número de transacciones realizadas. El enfoque no paramétrico modeliza el comportamiento del *spread* suponiendo que el comportamiento del mismo seguirá en el futuro.

Lin et al. (2006) desarrollan una técnica de coeficientes de cointegración ponderados. Estos autores derivan el beneficio por transacción a partir de la cointegración, e intentan derivar un algoritmo numérico para estimar la duración promedio de la transacción. El tiempo entre transacciones sirve para determinar las condiciones previas que maximizan el beneficio suponiendo que el error de cointegración es AR (1).

Dunis et al. (2010) usan el enfoque de cointegración con datos de alta frecuencia, al igual que Kim (2011). Utilizan los contrastes de cointegración y el ratio de información dentro de la muestra para seleccionar los mejores pares para hacer *Trading*.

Puspaningrum (2012) emplea un modelo autorregresivo de transición suavizada exponencial estacionario no lineal, *ESTAR*, que modeliza el error en una regresión de cointegración como un modelo AR(1). Busca determinar de forma previa los valores necesarios para hacer *Pair Trading*, de manera que se sepa a priori el beneficio estimado y el número de transacciones. Este modelo lo aplica al índice *SP 500* y a los futuros sobre dicho índice.

### 3.3.2 Arbitraje estadístico con cointegración e índice

La utilización de la cointegración y los índices bursátiles como herramientas para hacer arbitraje estadístico se fundamentan en una estrategia llamada *Index Statistical Arbitrage*, ver Sudak y Suslova (2009).

Utilizando esta estrategia, Alexander y Dimitriu (2005) generan dos carteras. Una cartera que es capaz de seguir un índice más un plus de rentabilidad mientras que la otra sigue el mismo índice menos un plus de rentabilidad. La estrategia consiste en comprar la cartera que sigue al índice más un plus de rentabilidad y vender la que sigue al índice menos el plus de rentabilidad.

Para poder llevar esto a cabo hay que construir un índice plus que sea construido a partir de los rendimientos del índice original más un exceso de rendimiento diario. Para calcular el índice minus hacemos lo mismo pero en vez de sumar un rendimiento extra, lo que hacemos es restar dicho rendimiento.

En el artículo de Alexander y Dimitriu (2005) se eligen los activos más capitalizados pertenecientes al *Dow Jones Industrial Average* buscando la cointegración con los nuevos índices creados, el índice plus y el índice minus. La cointegración se garantiza por la gran cantidad de activos que forman parte de las carteras.

Esta idea se ve refrendada por los artículos de Cerchi y Havenner (1988) y Pindyck y Rotemberg (1993), que justifican la presencia de muchos activos como condición suficiente para la cointegración. El único hándicap de estos artículos es que no se determina el tamaño mínimo de la cartera que garantice la cointegración.

Sus resultados no llegan al diferencial propuesto entre ambas carteras. Alexander y Dimitriu (2002) destacan que los resultados dependen del método de selección de los activos. Más adelante se verá cómo los algoritmos meta-heurísticos generan mejores resultados en la estrategia de posiciones largas y cortas al seleccionar mejor los activos. El rendimiento depende fundamentalmente de qué activos comprar y vender y si no se eligen bien los activos, la estrategia generará pérdidas.

Alexander y Dimitriu (2002) discuten la naturaleza de riesgo neutral de las estrategias de posiciones largas y cortas debido a que su construcción no se ha basado en conseguir una beta igual a cero o en la presencia de correlaciones muy bajas entre las estrategias

### Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

de posiciones largas y cortas y los índices bursátiles. Son estrategias autofinanciadas, es decir, los recursos que se obtienen por la venta en corto son destinados a la cartera en largo. Tal como señalan Alexander y Dimitriu la ausencia de riesgo de mercado no implica la no presencia de otros riesgos como los errores asociados a la mala selección de activos o los asociados a la diferencia de horizonte temporal entre el inversor y la convergencia de los instrumentos.

Alexander y Dimitriu (2002) y Alexander y Dimitriu (2005) evalúan el grado de cointegración de las carteras con los índices, plus y minus, con el contraste de Engle y Granger. Los motivos esgrimidos, para justificar el uso del contraste de Engle y Granger por las autoras, son la naturaleza única de la relación entre el índice y sus componentes y la menor varianza generada con respecto a otros contrastes de cointegración.

El rendimiento de esta estrategia viene dado por el *spread* de las dos carteras, generando una estrategia *doble alfa*, con poca correlación con los rendimientos del mercado y una beta cercana a cero. Como ya dijimos, la estrategia doble alfa es una estrategia donde el rendimiento se genera por el rendimiento de la cartera en largo y el rendimiento de la cartera en corto. Estas estrategias se utilizan sobre todo en las estrategias con posiciones largas y cortas. Cuando se hace con un índice de referencia, ya no buscamos generar rentabilidad en la cartera en largo y en la cartera en corto; en este caso el objetivo es generar una rentabilidad predeterminada de antemano y que es la diferencia entre los diferenciales de los índices plus y minus con respecto al índice. Por ejemplo, si buscamos una rentabilidad del 15%, invertiríamos en largo en el índice plus, que supera al índice de mercado en un 10% e invertiríamos en corto en el índice minus que es el de mercado menos un 5%. Esto lo hacemos para generar el diferencial o *spread* del 15%. La cartera a corto se crea para financiar la cartera a largo.

Según Alexander y Dimitriu (2002), si la estrategia con posiciones cortas y largas está bien construida, la correlación y volatilidad con el mercado debe ser baja. Su justificación es que si la estrategia es óptima el rendimiento es la diferencia entre los índices plus y minus. La volatilidad de los rendimientos de la estrategia depende de la volatilidad de los rendimientos de la cartera comprada y de la cartera vendida, y de la correlación entre ellos. Si la volatilidad de la cartera en largo y la volatilidad de la cartera en corto son muy parecidas a la volatilidad del índice bursátil, y están muy correlacionadas entre sí, la volatilidad de la estrategia conjunta lo estará poco con la del

### Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

índice, con la consecuente baja correlación entre los rendimientos del índice y los de la estrategia de posiciones compradas y vendidas.

El rendimiento de la estrategia es la suma del rendimiento a largo menos el rendimiento a corto. El rendimiento neto, es decir, tras incorporar costes de transacción, debe tener en cuenta que las carteras en corto soportan unos costes de transacción mayores que las carteras en largo.

Dunis y Ho (2005) y Thomaidis (2013) utilizan también esta estrategia. El trabajo de Dunis y Ho (2005) es muy parecido al de Alexander y Dimitriu (2005). Su principal diferencia es el método utilizado para contrastar la cointegración. Emplean el contraste de Johansen, Johansen (1988). El mercado de referencia es el *EuroStoxx 50*. Estos autores son capaces de conseguir resultados positivos pero inferiores al *spread* que se genera por la diferencia entre el índice plus y el índice minus. Por ejemplo, si el *spread* entre índices es del 5%, había estrategias que generaban una rentabilidad más pequeña que ese valor.

Thomaidis (2013) sigue la metodología de Alexander y Dimitriu (2005), pero varía el sistema de selección de activos. No utiliza los más capitalizados. Su metodología se basa en hacer una regresión del índice contra los precios de todos los activos. A partir de esta, descarta activos si su capitalización bursátil supera un límite superior o inferior hasta tener una cartera de un tamaño determinado. Esto lo hace para obtener carteras diversificadas. Por ejemplo, no coge activos que supongan más del 80% de la capitalización del índice ni activos que supongan menos del 5% de la capitalización del mismo. Este trabajo genera resultados positivos en el *Dow Jones Composite Average*. La principal idea es que la estrategia de posiciones largas y cortas mejora la estrategia pasiva de comprar y esperar, *buy and hold*. A medida que aumenta los activos en cartera mejora el resultado y el riesgo no aumenta mucho. Finalmente señalar que el arbitraje estadístico con cointegración a partir de carteras compradas y vendidas, pero no usando un índice como referencia, ha sido empleado en el trabajo de Burgess (2000).

### 3.4 Estrategias apalancadas

Las estrategias apalancadas son estrategias de posiciones compradoras y vendedoras que tienen una exposición permanente al mercado. En nuestra clasificación de la Figura 3 serían estrategias de posiciones largas y cortas con acciones de valoración absoluta. Tal y como se ha dicho anteriormente, las estrategias de inversión se dividen en dos grandes grupos, las estrategias activas y las estrategias pasivas. Las estrategias pasivas parten de la idea básica de que tras costes de transacción, a largo plazo no se puede batir sistemáticamente la rentabilidad del índice de mercado. Las estrategias activas son estrategias que se crean con el objetivo de superar la rentabilidad del índice de referencia en el mercado. Las estrategias de riesgo neutral no se consideran propiamente ni activas, ni pasivas, debido a que por construcción son de riesgo neutral. Es dentro de las estrategias activas donde destacan las estrategias apalancadas, que reciben este nombre porque invierten en una cartera en largo más del 100% del capital disponible.

Para poder conseguir los recursos extras necesarios para apalancar una cartera se deben vender activos a descubierto, que conforman la parte en corto de la cartera. Así una cartera 110/10 implica que se invierte el 110% en una cartera en largo y un 10% en una cartera en corto. Se genera un apalancamiento de 1.2 sobre los recursos para invertir. El apalancamiento es de 1.2 debido a que es la cantidad de capital invertido en la cartera larga y corta (110+10) por unidad de capital aportado. Las estrategias de inversión más comunes son las 130/30. Esto es así debido a una restricción regulatoria de EEUU, ver el trabajo de Gilli et al. (2011) para más detalles. Por lo general, este tipo de estrategias usan los fondos de inversión como instrumento para ser comercializadas. La literatura sobre las estrategias de inversión 130/30 es relativamente nueva debido a que surgieron a finales de los años 90, para más detalles ver Turner (2008). Esta rama de la literatura se centra en algo que ya surge en las estrategias de posiciones largas y cortas, que es la ganancia de eficiencia al quitar la restricción de solo posiciones largas. Los artículos de Jacobs et al. (1998), Jacobs et al. (1999), Grinold y Kahn (2000), Thorley et al. (2002) y Clarke et al. (2004) recogen este asunto. La revisión de la literatura de estrategias apalancadas realizada en este epígrafe se inspira en el trabajo de Turner (2008).

Para determinar qué activos y en qué proporciones están en las carteras compradas y vendidas se emplean diferentes métodos. La literatura especializada se ha centrado principalmente en los modelos cuantitativos y el análisis fundamental. Por ejemplo, Lo

y Patel (2008) emplean un método cuantitativo de factores, propiedad de *Morgan Stanley*. Armfelt y Somos (2008) emplean un modelo de factores a partir de las carteras de Fama y French, [Fama y French (1993)]. Segara et al. (2012) emplean un método cuantitativo de selección de activos basado en la ley de la gestión activa<sup>19</sup>, Grinold (1989). Matemáticamente es una expresión que disgrega el ratio de información en función de la información del gestor y las inversiones realizadas, ecuación (3.1):

$$IR = IC\sqrt{N}, \quad (3.1)$$

donde  $IC$  es la correlación entre los rendimientos predichos de los activos y sus rendimientos reales y  $N$  es el número de activos en los que se invierte. Esta ley viene a decir que mientras mejor información tenga el gestor o más inversiones realice, mayor será el ratio de información de una cartera. Esta ley ha sido modificada por Thorley et al. (2002). Segara et al. (2012) predicen mediante simulación los rendimientos futuros de los activos elegidos. También hay que destacar que las técnicas más modernas para seleccionar activos usan algoritmos meta-heurísticos, ver Gilli et al. (2011) o Vijayalakshmi Pai y Michel (2012). En Gilli et al. (2011) la selección de la cartera surge como resultado de la optimización de una función, el ratio Omega. El ratio Omega es, de forma muy genérica, el cociente entre la probabilidad de tener beneficios a partir de un determinado nivel de rendimiento aceptable para el inversor y la probabilidad de tener pérdidas a partir del mismo nivel de rendimiento. En Vijayalakshmi Pai y Michel (2012) se optimiza una función ponderada de media-varianza. Como técnica de optimización, Gilli et al. (2011) emplean algoritmos de evolución diferencial y Vijayalakshmi Pai y Michel (2012) utilizan dos algoritmos evolutivos.

En los trabajos de Foley (2006), Johnson et al. (2007), Armfelt y Somos (2008), Tol y Wanningen (2009) y Segara et al. (2012) se puede encontrar un análisis de este tipo de estrategias apalancadas. En estos trabajos destacan los buenos resultados obtenidos por este tipo de estrategias cuando se comparan con estrategias que solo mantienen posiciones a largo. Así, Foley (2006) destaca el buen comportamiento de los rendimientos de estas estrategias cuando se comparan con índices *mid-cap* y *small-cap* norteamericanos. Por su parte, Johnson et al. (2007) comparan los rendimientos de las estrategias apalancadas con el índice *Russell 1000*, llegando a la conclusión de que estas

---

<sup>19</sup> La ley de gestión activa recoge la razón entre la rentabilidad y el riesgo de una inversión como el producto de la información del gestor, medida por la correlación entre los rendimientos de los activos predichos y sus valores reales, por la raíz cuadrada del número de inversiones realizadas.

### Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

generan un rendimiento superior. Armfelt y Somos (2008) realizan una retrospectiva de varias estrategias apalancadas e índices pertenecientes al mercado americano. Entre sus resultados destaca que la estrategia con mejor comportamiento histórico tenía una estructura 150/50.

Tol y Wannigen (2009) comparan 73 fondos de inversión 130/30 con un índice de referencia formado por la media de los rendimientos de las compañías presentes en el NYSE, *New York Stock Exchange*, AMEX, *American Stock Exchange*, y en el NASDAQ, *National Association of Securities Dealers Automated Quotation*. El 55% de los fondos apalancados aportan un mejor ratio de información, rentabilidad entre riesgo, que el índice de referencia. Segara et al. (2012) analizan la rentabilidad de los fondos 130/30 australianos mediante la simulación de su comportamiento durante los años 2000-2008. Encuentran que los fondos apalancados son capaces de mejorar el índice australiano de referencia que estos autores utilizan.

Una de las preguntas que emerge a la hora de comparar resultados es cuál debe ser el *benchmark* con el que comparar este tipo de estrategias. Según Waid (2009), este debería ser un índice de mercado, como por ejemplo el *Dow Jones Industrial Average* o el *SP 500*. Estas estrategias en la literatura se consideran una evolución de las estrategias de posiciones compradoras y vendedoras. Su construcción se recoge en Martielli (2005) y Jacobs y Levy (2006). La determinación del porcentaje que se tiene que dedicar a la cartera en corto es una cuestión a debate que ha sido abordada en el trabajo de Sorensen et al. (2007); Estos autores determinan que este porcentaje debe estar en función del alfa de la cartera, los costes de transacción y el error de seguimiento. Sin embargo, por otro lado Clarke et al. (2008) argumentan que la proporción debe depender de los pesos de los activos en el índice y del rendimiento de los mismos si pueden tomar posiciones cortas.

El desarrollo de estrategias para la construcción de carteras apalancadas ha dado lugar a un conjunto de índices apalancados tal y como recogen Lo y Patel (2008). Estos índices a diferencia de los índices de mercado, como por ejemplo el *DAX 30* o el *IBEX 35*, se construyen con posiciones largas y cortas. La suma de las posiciones largas en estos índices es de 1.3 y la suma de las posiciones cortas es -0.3. La idea es crear un índice activo mediante apalancamiento y para ello hay activos cuyo peso se sobreponderaría con respecto a un índice tradicional y hay otros activos en los que se permitirían



### Capítulo III. Las estrategias de posiciones cortas y largas

posiciones cortas. Para que el índice creado fuera 130/30 los activos comprados deben sumar 1.3 y los activos vendidos -0.3. Por ejemplo, imaginemos que tenemos el *SP 500* y buscamos crear un índice 130/30. Para hacerlo habrá que aumentar la ponderación de ciertos activos en el índice, aquellos activos que pensamos que van a subir y vender activos del índice que pensamos que van a bajar. La idea es hacer una estrategia 130/30 con los mismos activos que conforman el índice y ver el rendimiento de la estrategia (índice apalancado) y el índice.



## **Parte II: Metodología**



## Capítulo IV. Optimización meta-heurística

### 4.1 Introducción

En este Capítulo desarrollamos una visión global sobre la optimización meta-heurística. A partir de dicho concepto analizamos los desarrollos a que han dado lugar y que nos permitirán describir las distintas clasificaciones que se han producido en la literatura de los algoritmos meta-heurísticos. Dichas clasificaciones los separan en métodos de trayectoria y métodos poblacionales; nosotros describiremos el funcionamiento general de cada tipo de algoritmo. Finalmente, realizaremos una reseña de sus aplicaciones en finanzas que van desde la teoría de carteras, a la selección de factores de quiebra o a la valoración de activos financieros, entre otras.

### 4.2 Optimización meta-heurística

La optimización es un concepto ampliamente utilizado en muchas facetas de la vida. Tal como señala Yang (2010), el camino para ir a trabajar lo escogemos en función de diversas variables como el tráfico, la hora de llegada, la orografía... Este ejemplo tan sencillo pone de manifiesto que la optimización no es un concepto abstracto. Yang (2010) cita referencias sobre la optimización en la antigüedad en las figuras de Euclides, Herón o Apolonio<sup>20</sup>.

Matemáticamente, un problema de optimización lo podemos expresar de la forma:

$$\begin{aligned} \text{Min } g_n(z) \\ z \in R^n \end{aligned} \quad (z=1, \dots, N), \quad (4.1)$$

o bien:

$$\begin{aligned} \text{Max } g_n(z) \\ z \in R^n \end{aligned} \quad (z=1, \dots, N), \quad (4.2)$$

sujeto a:

$$\infty_v(z) = 0 \quad (i=1, \dots, V), \quad (4.3)$$

---

<sup>20</sup> Ver Yang (2010) en el Capítulo primero de su libro para una breve síntesis de la historia de la optimización.

#### Capítulo IV. Optimización meta-heurística

$$\sigma_M(z) \leq 0 \quad (i = 1, \dots, M), \quad (4.4)$$

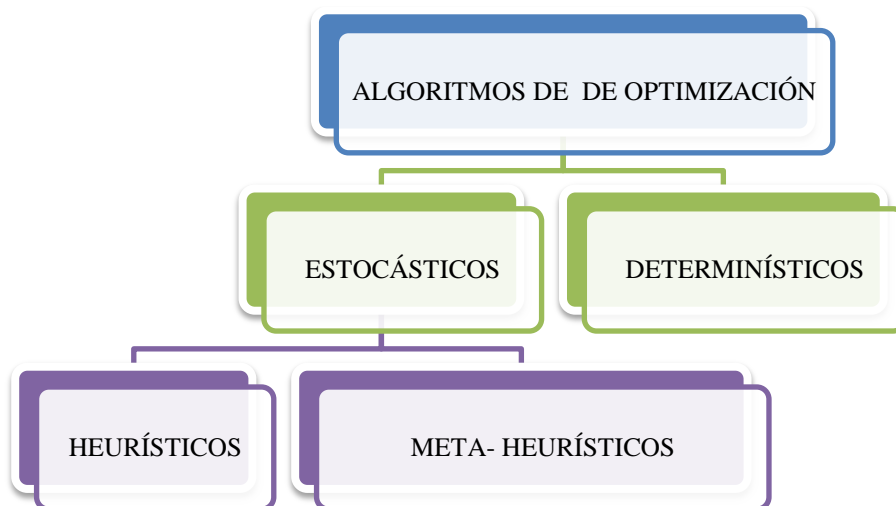
donde  $z$  es el vector variables de decisión,  $g_n$  es la función objetivo,  $\alpha_v$  son las restricciones de igualdad y  $\sigma_M$  son las restricciones de desigualdad.

A partir de esta definición matemática general podemos definir los problemas de optimización según si la función objetivo es única o múltiple, si presenta restricciones o no, si la función objetivo o las restricciones son lineales o no, si la optimización es global o local, si las variables de decisión son discretas o continuas y, finalmente, si la función objetivo o las restricciones son funciones determinísticas o aleatorias.

La aplicación más genuina de la optimización estocástica a las finanzas es la teoría de carteras de Markowitz, Markowitz (1952). En este caso para poder desarrollar la optimización media-varianza debemos saber la rentabilidad, el riesgo y la correlación de los rendimientos de los activos a futuro. Como eso no es posible, optamos por calcular valores históricos y suponer que el pasado se repetirá en el futuro.

La determinación de estas características delimita el algoritmo de optimización con el que podemos resolver el problema. Según Yang (2010), los algoritmos de optimización pueden ser divididos en los siguientes grupos, Figura 4:

Figura 4: Algoritmos de optimización



Fuente: Yang (2010).

En los algoritmos deterministas la solución final es siempre la misma, cuando esta sea factible. En los algoritmos estocásticos no, debido a la aleatoriedad de las funciones objetivo empleadas.

#### Capítulo IV. Optimización meta-heurística

Los algoritmos estocásticos suelen clasificarse en *heurísticos* o *meta-heurísticos*. Tal como señala Yang (2010), los heurísticos se basan en la filosofía de prueba y error, y no garantiza una solución óptima. Los algoritmos heurísticos tratan de buscar la mejor solución posible en un determinado periodo de tiempo pero sin garantizar que se alcance la mejor solución posible. En estos tipos de algoritmos estocásticos lo importante es hallar una buena solución más que la mejor solución, Yang (2010). A diferencia de los algoritmos meta-heurísticos no hay un refinamiento en la búsqueda de nuevas soluciones a partir de las existentes sino que se prueban nuevas soluciones aleatorias.

Como una generación posterior de los algoritmos heurísticos han surgido los meta-heurísticos. Su objetivo es, a partir de determinadas soluciones, dirigir la búsqueda hacia otras más prometedoras. Están basados en métodos de búsqueda local y, por lo general, en una solución inicial aleatoria. Como señalan Blum y Roli (2003), los procedimientos de búsqueda local exploran las posibles soluciones a partir de un resultado inicial. Así, el objetivo del algoritmo es, de forma iterativa, mejorar la función objetivo mediante una solución que se encuentre en la vecindad, donde por “vecindad” entendemos aquellas soluciones posibles de alcanzar desde la solución actual. Este concepto lleva aparejado el de óptimo local, que es la mejor solución posible dentro de la vecindad.

Lyra (2010) y Di Tollo (2008) estudian cómo los algoritmos han de buscar las soluciones prometedoras y cómo incorporarlas a la función objetivo según las restricciones presentes en el problema. Las restricciones hacen que el espacio de búsqueda sea discontinuo y haya que evaluar las soluciones obtenidas. Esta idea puede llevarse a cabo de tres formas distintas:

- Redefiniendo la búsqueda de modo que se incluyan las restricciones.
- Imponiendo penalizaciones en la función objetivo.
- Aplicando una función reparadora a las posibles soluciones candidatas.

Por redefinición de la búsqueda, se entiende abandonar la zona del espacio de búsqueda donde hay presencia de soluciones que no cumplen las restricciones hacia otras zonas donde haya soluciones candidatas que si las cumplan.

#### Capítulo IV. Optimización meta-heurística

De forma alternativa, las soluciones pueden ser penalizadas en la función objetivo si no cumplen las restricciones, de modo que estas soluciones nunca sean las óptimas.

Por último, una función reparadora puede ser implementada de modo que cambie la solución hasta que cumpla las restricciones.

Vamos a centrarnos ahora en los algoritmos meta-heurísticos. Glover (1986) es el primer autor que usa el término meta-heurística, Di Tollo (2008). Viene de dos palabras griegas, “heurística” que significa encontrar y “meta” que viene a decir más allá de un nivel.

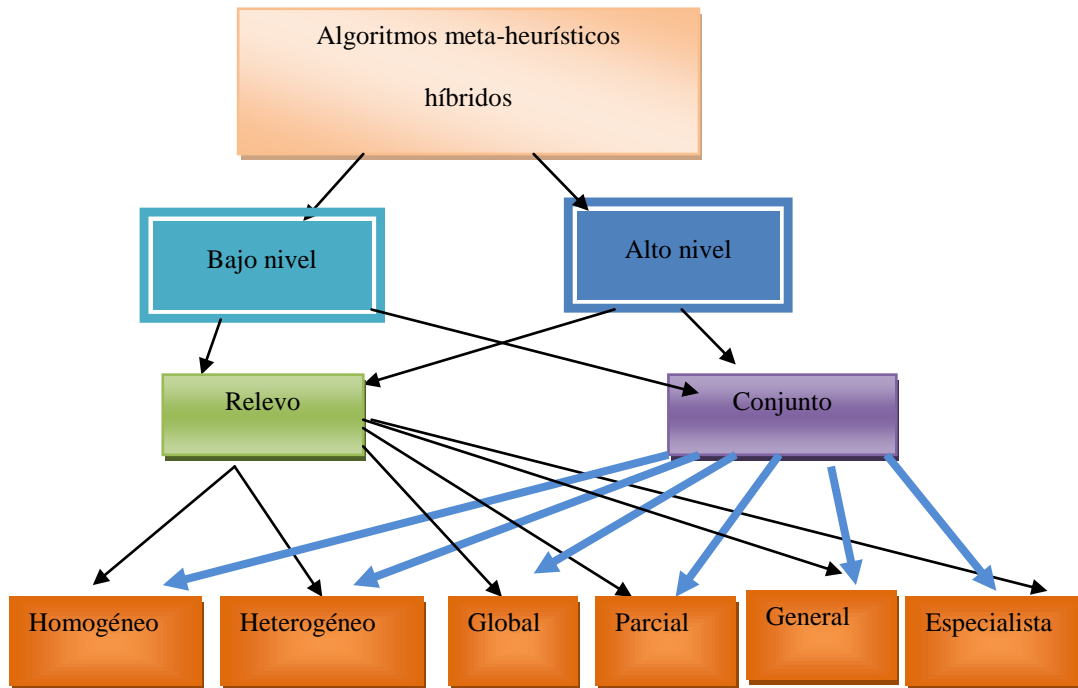
Como señalan Osman y Laporte (1996), existen multitud de definiciones sobre los algoritmos meta-heurísticos. Nosotros seguimos la definición de Blum y Roli (2003), que los define como “conceptos de alto nivel para explorar espacios de búsqueda usando diferentes estrategias. Las estrategias deben ser elegidas de forma que permitan un equilibrio entre la explotación de la experiencia acumulada en la búsqueda, concepto que se conoce como intensificación, y la exploración del espacio de búsqueda, que se denomina diversificación. Este equilibrio es necesario para explorar regiones del espacio con soluciones candidatas prometedoras y para desechar zonas ya visitadas o que no tienen soluciones muy prometedoras.”

Esta definición tan vaga en contenido va en consonancia con la naturaleza difusa de los propios algoritmos meta-heurísticos. Estos se pueden combinar entre sí para crear algoritmos meta-heurísticos híbridos. Talbi (2002) crea su propia clasificación de dichos algoritmos. Según dicho autor los algoritmos meta-heurísticos híbridos forman dos grandes grupos, los jerárquicos y los planos. Los jerárquicos se descomponen en algoritmos de bajo nivel y de alto nivel y en algoritmos de relevo o de conjunto. A nivel plano los algoritmos son homogéneos, heterogéneos, globales, parciales, generales o especialistas.

En el trabajo de Talbi (2002), los algoritmos meta-heurísticos híbridos se clasifican tal y como se recoge en la Figura 5:



Figura 5: Algoritmos de optimización meta-heurísticos híbridos



Fuente: Elaboración propia a partir de Talbi (2002) y Winker y Gilli (2004).

A nivel jerárquico se puede configurar los siguientes algoritmos híbridos:

- Bajo nivel y relevo.
- Bajo nivel y conjunto.
- Alto nivel y relevo.
- Alto nivel y conjunto.

A nivel plano se pueden configurar los siguientes algoritmos meta-heurísticos híbridos:

- Homogéneo vs heterogéneo.
- Global vs parcial.
- General vs especialista.

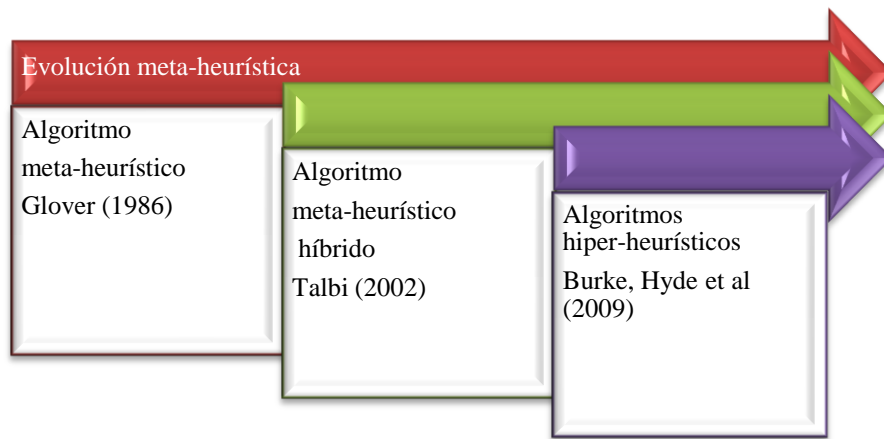
Cuando el algoritmo híbrido es de *bajo nivel*, los componentes de un algoritmo tienen partes de otros algoritmos meta-heurísticos. Esto no ocurre cuando son algoritmos meta-heurísticos de *alto nivel*. Cuando los algoritmos son en *relevo* los diferentes algoritmos funcionan en secuencia, mientras que en el modo *conjunto* trabajan en equipo.

## Capítulo IV. Optimización meta-heurística

Cuando los algoritmos son *homogéneos* todos los componentes provienen de un mismo tipo de algoritmo meta-heurístico, cosa que no ocurre en el caso *heterogéneo*. Si los algoritmos son *globales* buscan en todo el espacio de soluciones, mientras que si es *parcial* la tarea de búsqueda se divide en subespacios. En los algoritmos *generales* todos los algoritmos tienen la misma función objetivo, mientras que si son *especialistas* cada algoritmo tiene una función objetivo concreta.

Hay otra clase de algoritmos meta-heurísticos, llamados algoritmos *híper-heurísticos*. Estos pueden producir soluciones finales o algoritmos meta-heurísticos, tal como señalan Cowling et al. (2001) o Burke et al. (2009). La Figura 6 recoge estos conceptos:

Figura 6: Evolución meta-heurística



Fuente: Elaboración propia.

Existen múltiples formas de clasificar los algoritmos meta-heurísticos. Según Blum y Roli (2003) esta clasificación puede responder a los siguientes criterios:

- Inspirados en la naturaleza vs inspiración no natural.
- Agentes poblacionales vs agentes en trayectoria.
- Funciones objetivos dinámicas vs funciones estáticas.
- Un espacio de búsqueda vs varios espacios de búsqueda.
- Procesos memorísticos vs procesos sin memoria.

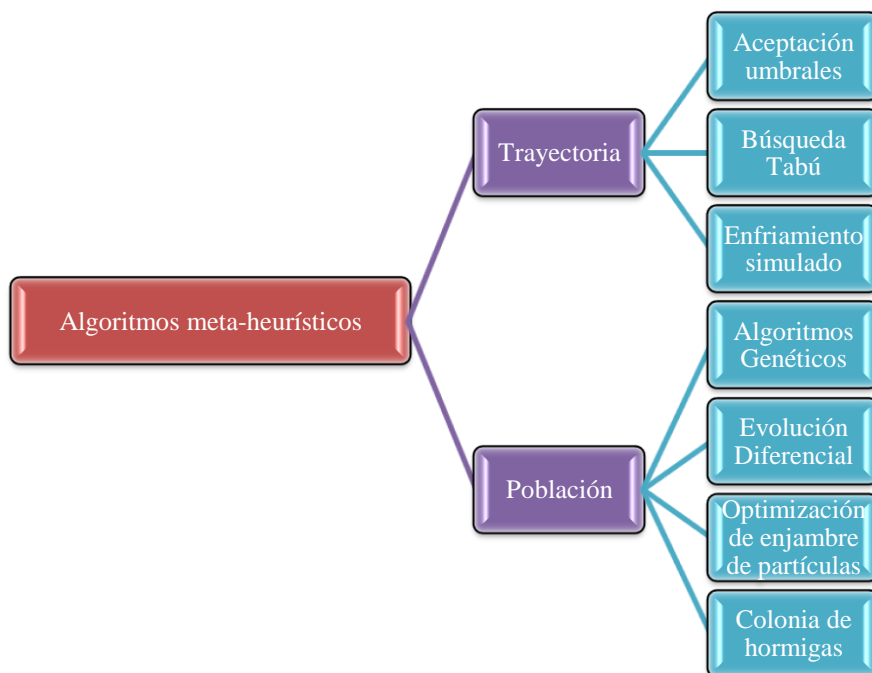
Los algoritmos basados en la *naturaleza* replican procesos naturales, pero también hay algoritmos *no naturales* como la Búsqueda Tabú. Los *agentes poblacionales* tienen en cuenta múltiples soluciones en un momento determinado del tiempo, mientras que los *agentes en trayectoria* solo consideran una única solución.

## Capítulo IV. Optimización meta-heurística

En el caso de función objetivo *estática*, esta es siempre la misma. Cuando la función objetivo es *dinámica* puede ser modificada durante la búsqueda. El espacio de búsqueda puede variar generando varios espacios de búsqueda, pero también puede ser siempre el mismo. Por último, los procesos *memorísticos* guardan y usan los resultados recientes mientras que los no *memorísticos* no almacenan dicha información.

De estas múltiples clasificaciones, la más usada es la de *población vs trayectoria*, que se engloba dentro los métodos de búsqueda local, Gilli y Winker (2008). La Figura 7 desarrolla esta clasificación:

Figura 7: Algoritmos meta-heurísticos



Fuente: Elaboración propia.

Los algoritmos meta-heurísticos poblacionales se pueden englobar dentro de una clasificación diferente si los consideramos algoritmos de inspiración biológica, tal como hacen Brabazon y O'Neill (2006). En tal caso el algoritmo tiene como objetivo imitar a la naturaleza para desarrollar métodos de optimización y clasificación.

Estos algoritmos comprenden las *redes neuronales artificiales*, los *algoritmos poblacionales evolutivos* y los *sistemas inmunitarios*.

## Capítulo IV. Optimización meta-heurística

Las redes neuronales tratan de replicar en cerebro humano en una escala menor. Son herramientas no paramétricas en el sentido que el modelo emerge de los datos proporcionados.

Los métodos poblacionales evolutivos consideran los *algoritmos genéticos*, la *evolución diferencial* y la *programación genética*. Todos ellos, parten de las ideas darwinianas de evolución, adaptación y supervivencia. Los algoritmos poblacionales sociales imitan las estrategias de comportamiento gregario desarrolladas por cierto tipo de animales como las hormigas y los pájaros. Como individuos no serían capaces de resolver estas situaciones, pero como grupo son capaces de resolverlas de forma eficiente al poder *auto-organizarse*.

Otra rama de los algoritmos de inspiración biológica son los *sistemas inmunes* humanos, que son capaces de reconocer, destruir y recordar moléculas extrañas. Como células deben tener patrones de reconocimiento para distinguir los diferentes entes. Esto las convierte en excelentes herramientas para optimizar y clasificar.

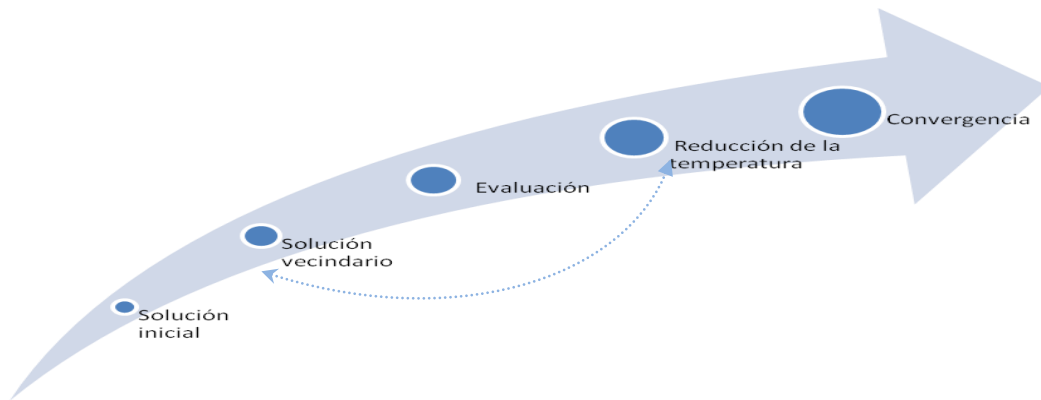
### 4.2.1 Algoritmos meta-heurísticos de trayectoria

#### 4.2.1.1 Enfriamiento simulado y aceptación de umbrales

El enfriamiento simulado, *Simulated Annealing*, es una técnica de optimización que parte del trabajo de Metropolis et al. (1953). Se trata de un proceso que simula el procedimiento térmico de enfriamiento de un sólido desde una temperatura elevada hacia una temperatura menor. La adaptación a la optimización fue realizada por Kirkpatrick et al. (1983). El proceso del algoritmo lo reflejamos en la Figura 8:

## Capítulo IV. Optimización meta-heurística

Figura 8: Flujo de trabajo en un algoritmo de enfriamiento simulado (*Simulated Annealing*)



Fuente: Elaboración propia.

Inicialmente, el algoritmo parte de una solución aleatoria, fija el número de iteraciones (es decir, el número de repeticiones del procedimiento) que efectuará y el valor inicial de la temperatura. La temperatura es un parámetro que controla el cambio en las soluciones y que tiende a cero a medida que aumentan las iteraciones realizadas.

Posteriormente, el algoritmo genera una solución en una región de búsqueda anexa, “vecina”. Esta se compara con la solución que se ha obtenido anteriormente. En el caso de la primera iteración es la solución inicial.

En la función objetivo se computan ambos valores, es decir, el que se tenía y el generado en la región de búsqueda anexa. Si el valor de la nueva solución mejora a la anterior en la función objetivo, nos quedamos con la nueva solución.

Si la nueva solución empeora la función objetivo también puede ser elegida. Ello depende de la diferencia de ambas soluciones en la función objetivo y del valor de la temperatura. Valoramos mediante una función exponencial el cociente entre la diferencia de los valores de la función objetivo y la temperatura. Si este valor es inferior a un número entre cero y uno, el algoritmo selecciona la solución que empeora a la función objetivo. Esto se hace para evitar los óptimos locales de la función objetivo.

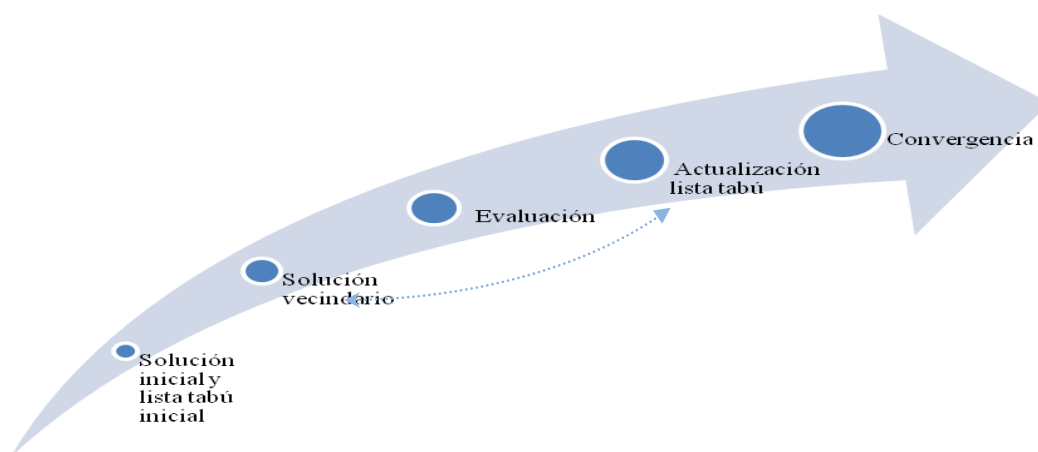
En cada iteración la temperatura se reduce para hacer menos probable el empeoramiento de la función objetivo y para que el algoritmo converja hacia una solución estable. La convergencia del algoritmo está recogida en diversos trabajos tales como Geman y Geman (1984), Gelfand y Mitter (1989) y Hajek (1988).

Dueck y Scheuer (1990) introducen el algoritmo de umbral de aceptación, *Threshold Accepting*, como técnica de optimización. Es una técnica muy similar al algoritmo de enfriamiento simulado. En vez de temperatura se usan umbrales, *thresholds*. En el caso del algoritmo de aceptación de umbrales la función para aceptar soluciones que empeoran la función objetivo no es exponencial sino lineal. Después de cada iteración el umbral es más pequeño para garantizar la convergencia del algoritmo.

### 4.2.1.2 Búsqueda Tabú (*Tabu Search*)

La Búsqueda Tabú, *Tabu Search*, es un algoritmo meta-heurístico basado en las ideas de Glover (1986) y Hansen (1986); ver también Bianchi et al. (2009). El proceso del algoritmo lo desarrollamos en la Figura 9:

Figura 9: Flujo de trabajo de Búsqueda Tabú (*Tabu Search*)



Fuente: Elaboración propia.

El algoritmo empieza con la generación de una solución inicial aleatoria y poniendo en funcionamiento la lista tabú. Con este concepto designamos una lista de soluciones que no pueden ser escogidas por el algoritmo.

Para un conjunto de iteraciones, el algoritmo busca todas las soluciones cercanas a la solución que ya tenemos, "vecinas". Una vez obtenidas todas las soluciones candidatas, el algoritmo elige aquella que maximice o minimice la función objetivo.

Esta solución elegida entra en la lista tabú. El tamaño de la lista tabú puede ser un problema. Si es muy grande puede demorar mucho tiempo la resolución. Lo más normal es que la lista tenga un tamaño limitado y si entra una nueva solución salga la más

antigua. El algoritmo para cuando transcurren un número determinado de iteraciones o cuando la función objetivo alcanza un determinado nivel.

Por ejemplo, imaginemos que construimos una cartera con cinco activos que maximiza el ratio de Sharpe. Una solución inicial aleatoria puede ser (1, 0, 1, 0, 1), que representa a la cartera  $\{P_{1t}, P_{3t}, P_{5t}\}$ . Posteriormente, generamos todas las soluciones que se encuentran cerca de la inicial, como por ejemplo (0, 0, 1, 0, 1) o (1, 0, 1, 0, 0). Estas soluciones son vecinas porque se pueden alcanzar desde la solución inicial. De estas escogemos la que maximiza el ratio de Sharpe, por ejemplo, (0, 0, 1, 0, 1). Esta solución entra en la lista tabú y el algoritmo no puede elegirla como posible solución. Esto se hace para evitar óptimos locales. El algoritmo para tras un cierto número de veces que se repite el proceso o si en el ratio de Sharpe no mejora.

### 4.2.2 Métodos poblacionales

#### 4.2.2.1 Algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos son una técnica de optimización y búsqueda basada en los principios de la genética y la selección natural. Como técnica de optimización permite que una población evolucione en base a unas reglas para conseguir un estado óptimo.

Este método de optimización fue desarrollado por John Holland en 1975, Holland (1975). Pero no fue hasta 1989 cuando se popularizó gracias al trabajo de Goldberg, Goldberg (1989). Este autor utiliza los algoritmos genéticos para optimizar la transmisión del gas en un gaseoducto. De Jong (1975) había demostrado la posible utilidad de los algoritmos genéticos para la optimización.

Siguiendo a Haupt y Haupt (2004), las ventajas de los algoritmos genéticos son las siguientes:

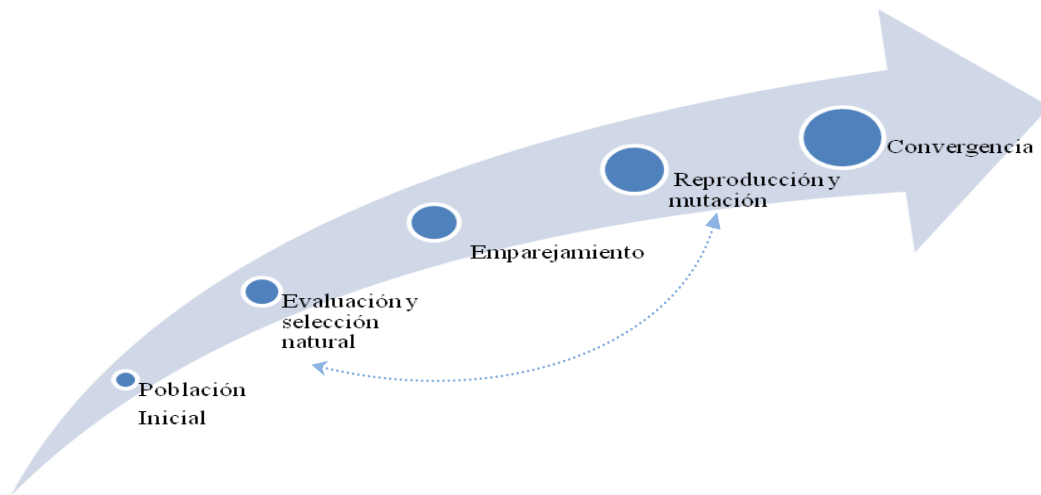
- Permiten la optimización con variables discretas o continuas.
- No requieren información sobre derivadas.
- Dan lugar a búsquedas simultáneas dentro del rango de soluciones posibles.
- Pueden trabajar con una gran cantidad de variables.
- Permiten el trabajo en paralelo de varios ordenadores en la solución de un problema.
- Ofrecen múltiples soluciones subóptimas, no solo una óptima.

## Capítulo IV. Optimización meta-heurística

- Trabajan con datos generados, datos experimentales o funciones analíticas.
- Permiten manejar varios objetivos a la vez, es decir, buscar soluciones que maximicen un objetivo y minimice otro completamente diferente.

En la Figura 10 exponemos las principales fases de un algoritmo genético:

Figura 10: Flujo de trabajo del Algoritmo Genético



Fuente: Elaboración propia.

El concepto esencial del que parte un algoritmo genético es el cromosoma. Un cromosoma consiste en un vector de valores numéricos  $p_i$  para cada una de las variables a optimizar; es decir:

$$\text{Cromosoma} = [p_1, p_2, \dots, p_k],$$

siendo  $k$  el número de variables a optimizar. En la práctica el primer problema que se plantea es el de las variables a optimizar. Si usamos demasiadas variables la optimización es un proceso tedioso; no obstante la inclusión de pocas variables en un problema lo simplifica en demasía. En general, el número de las variables es resultado de prueba y error o producto de la experiencia.

Atendiendo a la naturaleza de sus cromosomas, los algoritmos genéticos suelen clasificarse en binarios y continuos. Si los componentes de un cromosoma son 0 ó 1 entonces hablaríamos de un algoritmo genético binario. Si tienen más valores es un algoritmo genético continuo.



#### Capítulo IV. Optimización meta-heurística

Para iniciar el proceso de optimización en un algoritmo genético binario, generamos una *población inicial* aleatoria de cromosomas, es decir, una matriz de ceros y unos.

Una vez generada la población inicial, se procede a su *selección natural*, donde los cromosomas son evaluados mediante una función de coste para comprobar su idoneidad. Una función de coste transforma unos *inputs* en unos *outputs*. Esta definición es muy parecida a la definición de función objetivo, por lo que a efectos prácticos son iguales. Aquí los *inputs* son los cromosomas. La función de costes puede ser una función matemática, un experimento o un juego, Haupt y Haupt (2004).

Una vez que los cromosomas son evaluados, los menos aptos desaparecen por selección natural. Existen diversos métodos para seleccionar los cromosomas a eliminar; siguiendo a Sastry et al. (2005) cabría destacar los siguientes:

- Método de la ruleta.
- Selección universal estocástica.
- Método de torneo.
- Selección truncada.

El método de la ruleta, ver Holland (1975) y Goldberg (1989), asigna a cada cromosoma una probabilidad proporcional a su función de coste. En este caso los mejores cromosomas tienen más posibilidades de ser seleccionados. En el método de selección estocástica, ver Baker (1985) o Grefenstette y Baker (1989), los cromosomas son seleccionados de manera aleatoria. En el método de torneo, Goldberg (1989), los cromosomas son elegidos de forma aleatoria y entran en competición. Gana el que tenga un valor menor en la función de coste en un problema de minimización. La selección truncada, Mühlenbein y Schlierkamp-Voosen (1993), ordena los cromosomas y elige una fracción de los mejores cromosomas.

Una vez descartada parte de la población de cromosomas, el proceso de *emparejamiento* da lugar a nuevos cromosomas. En la literatura de los algoritmos genéticos existen muchas formas de realizar el emparejamiento, ver Goldberg (1989) o Spears (1997). Entre estas destacan, Sastry et al. (2005):

- Emparejar los cromosomas de dos en dos desde los más aptos hasta los menos aptos que hayan sobrevivido al proceso de selección natural.

#### Capítulo IV. Optimización meta-heurística

- Emparejamiento aleatorio: Se usan números aleatorios para seleccionar cromosomas, Goldberg (2002).
- Emparejamiento aleatorio ponderado: Las probabilidades asignadas a los cromosomas son inversamente proporcionales a su valor en la función de coste (en un problema de minimización).

Una vez emparejados, los cromosomas se *reproducen*. En tal caso el cruce de dos padres da lugar a dos nuevos cromosomas llamados hijos. Para ello, en un algoritmo genético binario se selecciona un punto de cruzamiento aleatorio, *crossover*, entre el primer y el último bit de los cromosomas de los padres. A partir de este punto, los hijos reciben material genético del padre 1 y del padre 2 hasta completar un cromosoma en cada caso.

Existen otras formas de mezclar el material genético de los cromosomas, Sastry et al. (2005), como el cruzamiento uniforme, Syswerda (1993) o DeJong y Spears (1991), el cruzamiento uniforme basado en un orden, el cruzamiento basado en un orden no uniforme, Davis (1985), el cruzamiento parcialmente conectado, Golberg y Lingle (1985) y el cruzamiento cíclico, Oliver et al. (1987).

Los cromosomas descendientes están igualmente sujetos a mutaciones. Las mutaciones son cambios aleatorios para evitar que el óptimo converja a óptimos locales. A efectos prácticos, una mutación elige al azar un cromosoma y lo cambia, también al azar, un cero por un uno o viceversa.

La población resultante de este proceso se puede incorporar a la población de cromosomas padres de múltiples formas, Sastry et al. (2005):

- Eliminación total.
- Estado estacionario.
- Estado estacionario sin duplicados.

En la eliminación total se eliminan todos los padres y se reemplazan por los hijos. En el estado estacionario se eliminan  $k$  elementos de la población original y se introducen  $k$  elementos de los hijos creados. El estado estacionario sin duplicados utiliza el mismo procedimiento que el estado estacionario pero asegurándose que ninguno de los hijos

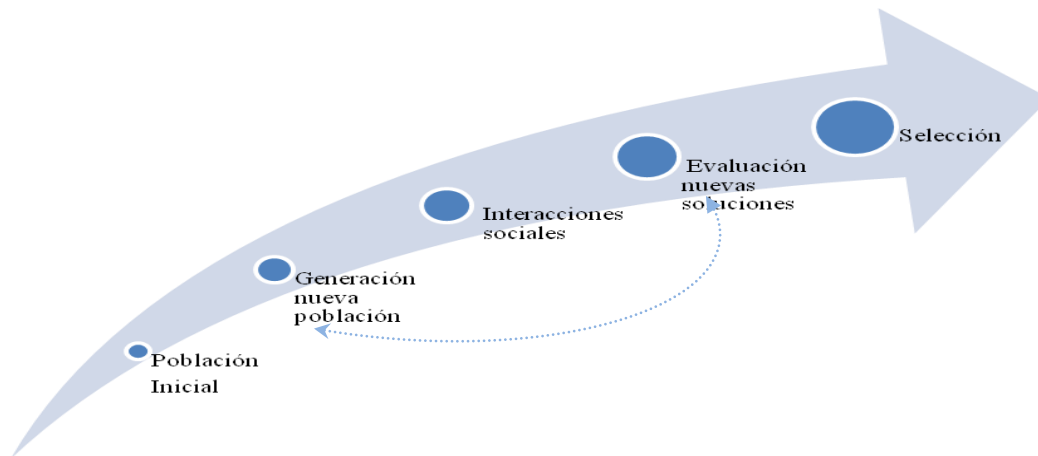
que se incorpora a la población es igual que algún cromosoma padre ya presente en la misma.

La población resultante de todos estos cambios se valora de nuevo con la función de coste. Si la solución obtenida es *óptima*, el algoritmo finaliza. En este caso se entiende que la solución es óptima si la función objetivo no mejora con el paso de las generaciones o se alcanza un número predeterminado de iteraciones.

#### 4.2.2.2 Evolución Diferencial (*Differential Evolution*)

La evolución diferencial es un algoritmo meta-heurístico creado por Storn y Price (1997) que está especialmente diseñado para cromosomas con valores continuos. En la Figura 11 recogemos las fases de un algoritmo de evolución diferencial:

Figura 11: Flujo de trabajo de algoritmo de evolución diferencial



Fuente: Elaboración propia.

En la evolución diferencial, el primer paso del algoritmo es crear una población inicial aleatoria de las *aes* posibles soluciones. Para cada posible solución,  $a_i$ , se seleccionan aleatoriamente tres soluciones de la población inicial. Una nueva solución es creada con esta fórmula:

$$a_i^u = \begin{cases} a_i^v = a_1^0 + E(a_2^0 - a_3^0) & \text{si } tc > k \\ a_i & \text{en caso contrario} \end{cases}, \quad (4.5)$$

donde  $E$  es un factor de escalamiento, las *aes* hacen referencia a las soluciones elegidas aleatoriamente en la población inicial,  $tc$  es la tasa de cruzamiento y  $k$  es un número aleatorio uniforme entre cero y uno. Si la tasa de cruzamiento es mayor que  $k$ ,  $a_i^u$  será

igual a  $a_i^v$  y en caso contrario  $a_i^u$  será igual a la variable original,  $a_i$ . El algoritmo evalúa ambas soluciones,  $a_i^u$  y  $a_i$ , en la función objetivo y desecha aquella solución con menor valor en dicha función.

Este procedimiento se repite un número  $n$  de veces teniendo en cuenta que la población inicial a partir de la segunda iteración es la resultante de la iteración anterior.

### 2.2.2.3 Optimización de enjambre de partículas (*Particle Swarm Optimization*)

Este tipo de optimización parte del trabajo de Kennedy y Eberhart (1995) e imita el comportamiento de enjambre de peces y pájaros. La población es un enjambre y cada elemento del mismo es una partícula. Al inicio del algoritmo cada partícula se inicia de manera aleatoria.

Cada partícula  $o_i$  tiene en  $t$  una posición,  $o_{ij}(t)$ , y un desplazamiento,  $de_{ij}(t)$ , para cada espacio de búsqueda  $j$ . En cada generación del algoritmo, la posición de cada partícula es ajustada por el desplazamiento de la siguiente manera:

$$o_{ij}(t+1) = o_{ij}(t) + de_{ij}(t+1), \quad (4.6)$$

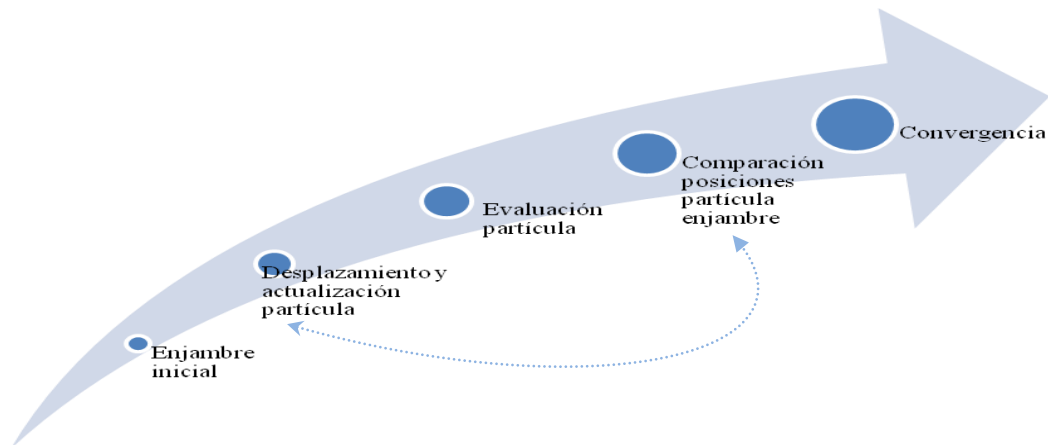
donde el desplazamiento en  $t+1$  viene determinado por:

$$de_{ij}(t+1) = de_{ij}(t) + g_1 be_1 (o_{ib} - o_{ij}(t)) + g_2 be_2 (o_{igb} - o_{ij}(t)), \quad (4.7)$$

siendo  $g_1$  un número aleatorio,  $be_1$  un parámetro de ajuste,  $o_{ib}$  la mejor posición encontrada por cada partícula y  $o_{igb}$  la mejor posición encontrada por el enjambre.

Una vez determinada la nueva posición de la partícula, esta se compara con la mejor posición de la partícula en otros momentos y con la mejor posición del enjambre. Esto ocurre para todas las partículas del enjambre hasta que se cumpla la condición de parada. La Figura 12 representa el algoritmo de optimización de enjambre de partículas:

Figura 12: Flujo de trabajo del algoritmo enjambre de partículas



Fuente: Elaboración propia.

### 4.2.2.4 Optimización colonia de hormigas (*Ant Colony Optimization*)

La optimización de colonias de hormigas ha sido propuesta por Dorigo et al. (1996). La idea esencial es reproducir el comportamiento colectivo empleado por las hormigas para buscar alimento. A la hora de buscar fuentes, las hormigas exploran el espacio de búsqueda y dejan unas señales llamadas feromonas.

La intensidad de estas feromonas depende del grado de disponibilidad del alimento. A mayor intensidad más autocatálisis, que es un fenómeno químico por el cual aumenta la probabilidad de que otra hormiga siga ese camino. Aunque las feromonas se evaporen por el paso del tiempo se crea una solución compleja basada en esta forma de comunicación indirecta.

En un algoritmo de colonia de hormigas, cada una de estas genera en cada iteración una posible solución, que es evaluada en la función objetivo y que actualiza una matriz local de cada hormiga basada en las feromonas.

Después de cada iteración, se combinan todas las matrices de las hormigas y se crea una matriz global, que simula el proceso de evaporación real de las feromonas. Esto se hace para evitar soluciones locales y buscar más soluciones. El algoritmo finaliza una vez alcanzado el criterio de parada.

### 4.3 Algoritmos meta-heurísticos y finanzas

Los algoritmos meta-heurísticos tienen numerosas aplicaciones en finanzas aparte de las que serán expuestas en esta Tesis relativas al seguimiento de índices. Los principales campos de las finanzas donde los algoritmos meta-heurísticos han tenido incidencia son: la optimización de carteras, la quiebra empresarial y bancaria, el *scoring* de crédito, la selección de regresores en modelos econométricos, la valoración de activos financieros, la planificación financiera, el análisis técnico o el ajuste de curvas de tipos, entre otros usos. Un ejemplo de las distintas aplicaciones de los algoritmos meta-heurísticos a las finanzas lo encontramos en el artículo de Lyra (2010). Este apartado está inspirado en dicho artículo.

Las razones para emplear algoritmos meta-heurísticos frente a otros algoritmos de optimización hay que buscarlas en dos aspectos esenciales a la hora de comparar los algoritmos: el tiempo para encontrar una solución global y la flexibilidad de los algoritmos meta-heurísticos con respecto a las funciones objetivo y las restricciones. Los algoritmos de búsqueda heurística se basan, en cambio, en el empleo de la fuerza bruta, lo que implica buscar todas las soluciones posibles. Imaginemos el problema de hacer una cartera de valores de cinco elementos teniendo como universo de inversión el índice *Russell 2000*. Si tratásemos de resolverlo mediante un algoritmo heurístico, el número de combinaciones sería inmenso.

La flexibilidad de los algoritmos meta-heurísticos implica que pueden optimizar cualquier función, lineal o no lineal, y cualquier clase de restricción. Además, las soluciones de los algoritmos meta-heurísticos se pueden refinar con otros algoritmos de optimización, con lo que pueden ser procesos para iniciar otras optimizaciones. Por ejemplo, la optimización clásica de media-varianza, Markowitz (1952), se puede mejorar mediante algoritmos meta-heurísticos, al poder probar distintos conjuntos de activos para encontrar la combinación que maximiza la rentabilidad y minimiza el riesgo. Ver los trabajos de Chang et al. (2000) o Woodside-Oriakhi et al. (2011) para ver cómo usar los algoritmos meta-heurísticos en la configuración de la frontera de inversión media-varianza con pocos activos.

La selección de carteras y los algoritmos meta-heurísticos han sido utilizados por Maringer (2005), Cura (2009), Di Gaspero et al. (2011) o Vassiliadis et al. (2012) entre

otros. Maringer (2005) emplea el enfriamiento simulado para maximizar el ratio de Sharpe sujeto a restricciones de número de activos en cartera, de presupuesto y de no posiciones cortas en las proporciones de los activos. Cura (2009) usa el algoritmo de enjambre de partículas para la asignación de activos, partiendo de una formulación de media-varianza con restricciones de cardinalidad. Compara este algoritmo meta-heurístico con los algoritmos genéticos, la Búsqueda Tabú y el enfriamiento simulado. Por otra parte, Di Gaspero et al. (2011) usan un enfoque media-varianza pero permiten las posiciones cortas. Hay restricciones de cardinalidad y emplean algoritmos de búsqueda local, Búsqueda Tabú. Finalmente, Vassiliadis et al. (2012) emplean un algoritmo meta-heurístico (enfriamiento simulado) y otro método de optimización. Estudian la configuración de los parámetros del algoritmo. Su objetivo es ver la influencia de estos sobre las carteras elegidas.

La predicción de quiebra empresarial emplea los algoritmos meta-heurísticos para seleccionar los factores que determinan la probabilidad de quiebra, ver Shin y Lee (2002), Gómez et al. (2004), Ahn y Kim (2009) o Martin et al. (2011) entre otros. Así, Shin y Lee (2002) utilizan los algoritmos genéticos para predecir los factores de quiebra empresarial, sacando reglas que pueden ser usadas por los expertos. Gómez et al. (2004) emplean un algoritmo meta-heurístico llamado *GRASP* para predecir la quiebra de empresas. Usan varios algoritmos para predecir, siendo el meta-heurístico el que mejor predice. Además, resaltan la idea de que añadir más ratios financieros no mejora la predicción. Por otra parte, Ahn y Kim (2009) proponen mejorar la predicción de una metodología basada en el estudio de casos mediante algoritmos genéticos. El grado de predicción de quiebras en empresas de Corea del Sur está por encima del 80%. Martin et al. (2011) usan algoritmos genéticos más una técnica de *clustering* para predecir la quiebra empresarial a partir de un conjunto de factores. Mejoran los trabajos más clásicos de quiebra empresarial. Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2013) emplean los algoritmos genéticos para predecir la quiebra financiera de empresas. Crean un modelo logit binario, seleccionando los factores que predicen la quiebra de empresas constructoras en España mediante algoritmos genéticos.

Dentro de las quiebras, en las quiebras bancarias destacan los trabajos de Ravi Kumar y Ravi (2007) y Chauhan et al. (2009). Ravi Kumar y Ravi (2007) hacen una revisión de la literatura de las técnicas empleadas en la predicción de la quiebra bancaria y empresarial, haciendo hincapié en los algoritmos meta-heurísticos evolucionarios

#### Capítulo IV. Optimización meta-heurística

(algoritmos genéticos o evolución diferencial). Chauhan et al. (2009) usan un algoritmo de evolución diferencial para entrenar una red neuronal empleando datos de bancos españoles y turcos y comprobando que el hecho de usar algoritmos de evolución diferencial mejora los resultados con respecto a la red neuronal.

Dentro de la valoración de créditos (*credit scoring*), los algoritmos meta-heurísticos han sido empleados por Smith (2007), por Aliehyaei (2012) y por Corazza et al. (2012). Smith (2007) emplea un algoritmo meta-heurístico híbrido llamado algoritmo memético, ver Ong et al. (2006), para evaluar el éxito o fracaso de los créditos. Compara esta técnica con un algoritmo genético y el algoritmo memético arroja mejores resultados. Aliehyaei (2012) emplea el algoritmo de optimización de colonias de hormigas para predecir la confianza en la devolución de los créditos. Corazza et al. (2012) desarrollan un método de decisión multicriterio a partir de la optimización de enjambre de partículas. Usan datos reales de un banco italiano.

Para la planificación financiera, los algoritmos meta-heurísticos ha sido usados por Chan et al. (2002) o por Yu y Huang (2013) entre otros. Chan et al. (2002) emplean los algoritmos genéticos para hacer una planificación financiera multiperiodo. Intentan maximizar la riqueza combinando liquidez e inversión en renta variable china. Yu y Huang (2013) emplean un algoritmo meta-heurístico memético para desarrollar modelos de simulación financiera, mejorando a las técnicas tradicionales de planificación financiera.

La selección de modelos dentro de una regresión también es un área donde los algoritmos meta-heurísticos pueden aportar soluciones debido a la naturaleza combinatoria que presenta el problema. Ver Maringer (2005), Pacheco-Bonrostro et al. (2007) o Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007) entre otros. Pacheco Bonrostro et al. (2007) utilizan una clase de algoritmos meta-heurísticos llamados algoritmos meméticos para realizar la selección de variables mediante análisis discriminante. Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007) usan un algoritmo genético para seleccionar indicadores dentro de bases de datos de factores de crecimiento económico. Minimizan el criterio de Schwarz para decidir qué modelo dentro de los posibles es el mejor.

Las valoraciones de activos financieros es otra área donde los algoritmos meta-heurísticos pueden conducir a una evaluación más fiable de estos. Destacan Grace



#### Capítulo IV. Optimización meta-heurística

(2000) o Gilli y Schumann (2012) entre otros. Grace (2000) valora opciones mediante un algoritmo genético usando la fórmula de Black-Scholes, optimizando los parámetros necesarios para producir valoraciones más cercanas a las de mercado. Gilli y Schumann (2012) emplean un algoritmo meta-heurístico para simular el modelo de valoración de opciones de Heston, Heston (1993). Su objetivo es optimizar la fórmula para lograr valoraciones más aproximadas a las que los autores consideran las de mercado. No trabajan con datos reales sino simulados.

La selección de indicadores dentro del análisis técnico para intentar predecir señales de compra o venta es otra aplicación de los algoritmos meta-heurísticos. Ver Chiu y Chian (2010) o Briza y Naval Jr (2011) entre otros. Chiu y Chian (2010) utilizan los algoritmos genéticos para optimizar indicadores técnicos en los mercados de EEUU, Taiwán o Singapur, obteniendo que los indicadores con un número de observaciones no muy pequeño proporcionan los mejores resultados. Briza y Naval Jr (2011) usan un algoritmo de optimización de enjambre de partículas para entrenar un sistema de indicadores técnicos. Comparando su metodología con dos procedimientos alternativos basados en algoritmos genéticos, concluyen que su procedimiento es mejor al aplicarlo al *Dow Jones Industrial Average*.

Los algoritmos meta-heurísticos se emplean para generar curvas de tipos más precisas. Ver Fernández-Rodríguez (2006) o Gimeno y Nave (2009) entre otros. Fernández-Rodríguez (2006) emplea los algoritmos genéticos para ajustar los parámetros de la curva de tipos de interés mediante *splines* polinomiales. Los datos que emplea son bonos cupón cero europeos. Por otra parte, Gimeno y Nave (2009) usan los algoritmos genéticos para ajustar la estructural temporal de los tipos de interés. Esta no es observable y su estimación depende de las condiciones iniciales en la función de optimización. De ahí la necesidad de usar los algoritmos genéticos para determinar las condiciones iniciales óptimas.

Como hemos visto, los algoritmos meta-heurísticos y las finanzas forman un binomio de grandes posibilidades debido a que la mayor complejidad de los problemas hace más necesaria la utilización de técnicas de optimización meta-heurísticas que permitan alcanzar buenas soluciones en un tiempo prudencial. Dichas técnicas son aplicables a muchos campos dentro de las finanzas.

#### **Capítulo IV. Optimización meta-heurística**

Un campo precursor del seguimiento de índices que abordaremos en esta Tesis es la selección de carteras. El seguimiento de índices es una extensión en el tiempo del problema de selección de carteras. En la selección de carteras, estas se pueden configurar con multitud de activos generándose problemas combinatorios de grandes dimensiones. Junto a esto la presencia de restricciones no lineales hacen necesario la utilización de algoritmos meta-heurísticos.

## Capítulo V. Cointegración y mercados de acciones

### 5.1 Introducción

En el Capítulo anterior analizamos los algoritmos meta-heurísticos, su tipología, cómo funcionan y sus aplicaciones en finanzas. En este Capítulo introducimos la cointegración, las raíces unitarias, los distintos contrastes que existen sobre ambos y estudiamos las aplicaciones de la cointegración al mercado de acciones.

A partir de finales de los años 80 la literatura sobre raíces unitarias y cointegración ha florecido de manera notable. Los antecedentes sobre *las raíces unitarias* los encontramos en White (1958), Anderson (1959), White (1959) y Rao (1961). Por otro lado, el concepto de cointegración tiene como antecedentes los artículos de Yule (1926) y Granger y Newbold (1974), si bien el concepto como tal aparece en un artículo de Granger en el año 81, Maddala y Kim (1998).

Pero antes de entrar en la definición de la cointegración, realizaremos ciertas apreciaciones previas, ver Maddala y Kim (1998) para más detalles.

Una serie temporal se puede considerar como un conjunto de variables aleatorias, que si se ordenan en el tiempo constituyen un proceso estocástico. Matemáticamente:

$$X = \{X_t : t \in T\}, \quad (5.1)$$

Existen múltiples ejemplos de series temporales en la economía. Todos los índices bursátiles del mundo son series temporales porque para cada día existe una observación aleatoria. Esto es así porque antes de ese día no se sabe que valor va a tener el índice al final del día.

Una serie temporal es un proceso estrictamente estacionario si la distribución conjunta en  $T$  y en  $T$  más  $\tau$  es idéntica. Además, una serie temporal es un proceso estacionario de segundo orden o estacionario en sentido débil si su media y su varianza son constantes a lo largo del tiempo, y la covarianza depende de  $\tau$ :

$$E(x_t) = E(x_{t+\tau}) = \mu, \quad (5.2)$$

$$E(x_t^2) = E(x_{t+\tau}^2) = \sigma^2, \quad (5.3)$$

$$\text{cov}(x_{t_1}, x_{t_2}) = \text{cov}(x_{t_1+\tau}, x_{t_2+\tau}) = \gamma_{t_1, t_2} = \gamma_{\tau}, \quad (5.4)$$

Siendo  $t_1$  y  $t_2$  dos observaciones en distintos momentos del tiempo y su diferencia igual a  $\tau$ . Una serie temporal  $x_t$  es integrada de orden 1 o I(1) si  $\Delta x_t$  es estacionaria. Una serie estacionaria es integrada de orden 0 ó I(0). De forma general, Novales (2000) define la integración de una variable de orden  $d$  como aquella que genera un proceso ARMA estacionario e invertible. En este caso diremos que  $x_t$  es I( $d$ ). El número de raíces unitarias en una serie temporal es idéntico al número de veces que hay que diferenciar la misma para convertirla en estacionaria. Imaginemos que tenemos un proceso AR de orden  $p$ , Maddala y Kim (1998):

$$x_t = \alpha_1 x_{t-1} + \alpha_2 x_{t-2} + \dots + \alpha_p x_{t-p} + \varepsilon_t, \quad (5.5)$$

Si la ecuación (5.5) la expresamos en función del operador de retardos  $L$ , tal que  $L^j x_t = x_{t-j}$  para todo  $j$ , entonces la ecuación (5.5) adquiere la siguiente forma funcional:

$$(1 - \alpha_1 L - \alpha_2 L^2 - \dots - \alpha_p L^p) X_t = \varepsilon_t, \quad (5.6)$$

Si de la ecuación (5.6) despejamos  $X_t$  y calculamos la ecuación característica tenemos la siguiente expresión:

$$(z^p - \alpha_1 z^{p-1} - \alpha_2 z^{p-2} - \dots - \alpha_p) = 0, \quad (5.7)$$

Si resolvemos la ecuación (5.7), obtenemos las raíces del polinomio autorregresivo. El número de raíces unitarias es el número de raíces que están dentro del círculo unidad, es decir, son iguales a uno.

Los precios de los activos en los mercados bursátiles son I(1) de manera general como recogen los trabajos de Alexander y Dimitriu (2002), Alexander y Dimitriu (2005) o Maurer (2008) entre otros. Existen otras variables en la economía que son integradas de orden dos como la masa monetaria (M1) o el deflactor implícito del gasto, Haldrup (1994). Igualmente los índices de acciones que cotizan en bolsa son integrados de orden uno como recogen los trabajos de Huth (1994) o Lagoarde-Segot y Lucey (2007) entre otros.

Tal como es bien sabido, las regresiones entre variables de diferente grado de integración puede provocar los siguientes efectos indeseables, Izquierdo Millán (2005):

- Relaciones espurias.
- Superconsistencia.
- Modificación de la distribución de los estimadores y los estadísticos de contraste.

Las relaciones espurias implican la aceptación de la relación entre procesos que son independientes entre sí. Son regresiones que generan un alto coeficiente de determinación y que son consideradas significativas al aplicar los contrastes respectivos. Ver Granger y Newbold (1974), Phillips (1986) o McCallum (2010) entre otros.

La superconsistencia implica mayor velocidad de convergencia del parámetro a su valor verdadero en regresiones por mínimos cuadrados ordinarios si las variables son  $I(1)$  que cuando son  $I(0)$ .

Por su parte, la modificación de la distribución de los estimadores y los estadísticos de contraste implica que, a la hora de contrastar la significatividad de los parámetros que acompañan a las variables  $I(1)$ , los estadísticos t-Student no convergen hacia una  $N(0,1)$ .

Si la regresión tiene lugar entre variables del mismo grado de integración que tienen una relación causal entre sí, aparece en escena el concepto de cointegración. Según Maddala y Kim (1998) un vector de series temporales  $X$  se dice que están cointegradas de órdenes  $d$  y  $b$  (CI  $(d, b)$ ), si las series son integradas de orden  $d$ , y su combinación lineal producen una serie temporal (o residuo) integrada de orden  $(d-b)$ .

De forma más específica Granger (1981) establece que si dos series  $y_t \approx I(1)$  y  $x_t \approx I(1)$  son cointegradas si existe una  $\alpha$  tal que  $y_t - \alpha x_t$  sea  $I(0)$ , es decir, que la diferencia  $y_t - \alpha x_t$  revierte hacia la media. Esta diferencia se puede denominar  $z_t$ ,  $z_t = y_t - \alpha x_t$ , y recoge las desviaciones del equilibrio a largo plazo. El equilibrio a largo plazo viene recogido en la esperanza de  $z_t$  y hay desequilibrios a corto plazo si los valores de  $z_t$  varían entorno a su valor esperado. El vector de cointegración es un vector con la forma  $(1, -\alpha)$ . Si hay cointegración tiene sentido la siguiente ecuación de regresión entre variables no estacionarias porque existe una relación a largo plazo entre ellas:

$$y_t = \alpha x_t + u_t, \quad (5.8)$$

Hay muchas variables cointegradas en la economía pero en los mercados financieros todos los índices están cointegrados con sus componentes por construcción. La cointegración de mercados financieros de acciones tiene como primeras referencias los trabajos de Jeon y Chiang (1991) y Kasa (1992). En el primero de estos artículos se estudia la presencia de tendencias comunes en los mercados bursátiles de EEUU, Canadá, UK, Alemania y Japón mediante el contraste de Johansen (1988). Existe una tendencia común en los datos del trabajo, que abarcan desde 1974 hasta 1990. La cointegración entre mercados financieros de distintos países ha generado una prolífica literatura al respecto como se recoge en Sharma y Seth (2012) o Sharma y Bodla (2010).

Estudiar la cointegración en los mercados de acciones implica según Alexander y Dimitriu (2002):

- Identificar los fundamentos económicos que generan los movimientos en los precios de los activos. Si se diferencian las series de precios de los activos se elimina información valiosa del comportamiento a largo plazo de los mismos.
- Estimar el grado de co-movimientos y las tendencias comunes entre los precios de los activos que pertenecen a un mercado.

Con la teoría de la cointegración se puede integrar la dinámica a corto plazo con el equilibrio a largo plazo.

Cuando dos series se encuentran cointegradas tienen una tendencia común a largo plazo. Incluso aunque puedan separarse a corto plazo, alguna combinación lineal entre ellas tendrá reversión hacia la media.

El teorema de Granger, Granger (1981), establece que si existe una relación de cointegración entre dos series  $y_t$  y  $x_t$ , CI (1,1), entonces existe un modelo general de corrección del error que tiene la siguiente forma funcional, Maddala y Kim (1998):

$$\Delta y_t = \alpha_1 (y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \text{retardos}(\Delta y_t, \Delta x_t) + \varepsilon_{1t}, \quad (5.9)$$

$$\Delta x_t = \alpha_2 (y_{t-1} - \beta x_{t-1}) + \text{retardos}(\Delta y_t, \Delta x_t) + \varepsilon_{2t}, \quad (5.10)$$

El modelo de corrección del error recoge los ajustes de las variables a corto plazo hacia

el modelo a largo plazo. Los modelos de corrección del error han sido empleados para comprobar la cointegración entre índices bursátiles en Syriopoulos (2011) o Menezes y Dionísio (2011) entre otros.

Pero la cointegración no implica correlación, Alexander (1999). Este autor presenta un ejemplo de dos series de tipo de cambio *spot* que están correlacionadas a nivel de rendimientos, pero no cointegradas a nivel de cotización.

Dentro de los estudios que utilizan la correlación para analizar las relaciones entre índices bursátiles tenemos a Bailey y Stulz (1990), Malkamäki et al. (1993) o Srikanth y Aparna (2012), entre otros. Bailey y Stulz (1990) analizan la relación entre los mercados asiáticos y el norteamericano a efectos de diversificación en las carteras. Comprueban que la relación entre índices es mayor si los rendimientos son semanales o mensuales que cuando son diarios. Malkamäki et al. (1993) estudian la integración de los mercados nórdicos. El mercado sueco es el líder, pero no hay mucha integración entre mercados. Srikanth y Aparna (2012) estudian la influencia de los principales mercados bursátiles entre sí y la influencia de estos sobre el mercado indio. Encuentran que hay mercados que presentan tendencias a corto plazo y otros no.

Una serie vectorial  $X_t$  de  $k$  componentes se dice que es cointegrada con  $s$  relaciones de cointegración si cada una de las componentes de  $X_t$  es  $I(1)$  y en el espacio vectorial generado por las combinaciones lineales de las  $k$  series de  $X_t$  podemos encontrar un número máximo de  $s$  vectores estacionarios linealmente independientes<sup>21</sup>. Es decir, existen exactamente  $s$  vectores no nulos linealmente independientes  $f_j$ ,  $j=1, \dots, s$  tal que  $f_j' X_t$  es estacionaria para cada  $j$ . Existe cointegración entre las  $k$  series  $I(1)$  si existe al menos un vector de cointegración. Cuantos más vectores de cointegración son encontrados, mayor es la co-dependencia entre los procesos. Como máximo solo pueden existir  $k-1$  relaciones de cointegración independientes. De lo contrario las  $k$  series originales serían estacionarias, Alexander (1999).

Stock y Watson (1988) explican que si tenemos  $k$  series  $\eta_{i,t}$  para  $i=1, \dots, k$ ,  $s < k$  relaciones de cointegración y  $k-s$  series  $I(1)$ , llamadas tendencias comunes, las series

---

<sup>21</sup> En el espacio vectorial generado por las  $k$  series de  $X_t$ , los vectores estacionarios forman un subespacio vectorial.

originales  $\eta_{i,t}$  pueden ser expresadas como una combinación lineal de las tendencias comunes más una perturbación estacionaria:

$$\eta_{i,t} = \phi_1 g_{j,t} + \dots + \phi_{k-s} g_{k-s,t} + \varepsilon_{i,t}, \quad j=1, \dots, k-s, \quad (5.11)$$

donde  $g_{j,t}$ ,  $j=1, \dots, k-s$ , son las tendencias comunes. Al hablar de tendencias comunes es preciso distinguir entre tendencias deterministas y estocásticas, ver Maddala y Kim (1998). Un ejemplo de modelo con tendencia determinista es:

$$y_t = \ln(P_t) = c + \beta t + \varepsilon_t, \quad (5.12)$$

que no es estacionario en sentido débil, pues se verifica:

$$\begin{aligned} E(y_t) &= \alpha + \beta t \\ \text{Var}(y_t) &= \sigma^2 \forall t \\ \text{cov}(y_t, y_{t-s}) &= 0 \forall t \text{ y } s \neq 0 \end{aligned}, \quad (5.10)$$

Un ejemplo de modelo de tendencia estocástica es:

$$\ln(P_{t+1}) = c + \ln(P_t) + \varepsilon_t, \quad (5.13)$$

donde  $\varepsilon_t \approx I(0)$ .

Este proceso, modelo con tendencia determinista, no es estacionario, pues se verifica:

$$\ln(P_t) = c_0 + \beta t + \sum_{i=0}^{t-1} \varepsilon_{t-i}, \quad (5.14)$$

donde la varianza de  $\sum_{i=0}^{t-1} \varepsilon_{t-i}$  se incrementa con  $t$ .

Además, las tendencias estocásticas son dominantes, esto supone que si  $y_t \approx I(1)$  y  $u_t \approx I(0)$ , entonces la suma  $y_t + u_t \approx I(1)$ .

Los índices bursátiles mundiales son series integradas de orden uno, que suelen estar correlacionados y cointegrados entre sí en muchos casos al presentar tendencias comunes. La presencia de cointegración desaconseja la inversión internacional porque desincentiva la inversión extranjera, pero la presencia de correlación permite realizar inversiones a corto plazo que son rentables porque se puede prever el movimiento del mercado.



## 5.2 Raíces unitarias

Para la revisión de la literatura de contrastes de raíces unitarias y cointegración nos centramos principalmente en el trabajo de Maddala y Kim (1998). En una primera clasificación podemos dividir los contrastes de raíces unitarias en clásicos y bayesianos. La proporción de contrastes clásicos en relación a contrastes con un enfoque bayesiano es abrumadora.<sup>22</sup>

Antes de realizar cualquier contraste sobre raíces unitarias es conveniente averiguar cuál es el esquema generador de datos. Muchos contrastes no tienen una forma única y su enunciación depende de la forma funcional impuesta a priori.

El primer contraste sobre raíces unitarias fue el contraste de Dickey-Fuller, Dickey y Fuller (1979). Este contraste tiene un precedente en el libro de Fuller (1976). Contrasta la presencia de un camino aleatorio frente a una hipótesis alternativa de un proceso AR (1) estacionario, o dicho de otra forma, la no estacionariedad de la serie temporal contra la estacionariedad de la misma. Este contraste también se puede plantear de manera secuencial. Por ejemplo, es posible contrastar como hipótesis nula I(2), siendo la alternativa I(1).

El contraste Dickey-Fuller comprueba la presencia de una raíz unitaria en modelos autorregresivos de orden uno mediante tres especificaciones o regresiones auxiliares diferentes:

- Modelo sin constante y sin tendencia.
- Modelo con constante y sin tendencia.
- Modelo con constante y con tendencia.

Matemáticamente, estos modelos los expresamos de la siguiente manera:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (5.15)$$

$$\Delta y_t = \mu + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (5.16)$$

---

<sup>22</sup> Información sobre contrastes de raíces unitarias mediante el prisma bayesiano puede ser encontrada en Sims (1988), Phillips (1991), DeJong y Whiteman (1991) y Sowell (1991).

$$\Delta y_t = \mu + \delta t + \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (5.17)$$

En las tres ecuaciones, bajo la hipótesis nula ( $\gamma = 0$ ), se supone la presencia de una raíz unitaria. Para poder tomar una decisión sobre la hipótesis nula lo primero que hay que hacer es construir un estadístico t sobre la estimación de  $\gamma$ .

La distribución del estimador no es independiente de la presencia de constante o tendencia o ambas cosas, de ahí la necesidad de determinar, antes de hacer el contraste, cuál debe ser la regresión auxiliar a utilizar.

Cuando el modelo no es el inicial, ecuación 5.15, el contraste emplea un estadístico F para comprobar diversas hipótesis conjuntas. El contraste F solo se utiliza para determinar cuál es la regresión auxiliar que debemos utilizar (de las tres posibles). Una vez determinada la regresión auxiliar a utilizar mediante el contraste F hay que hacer el contraste Dickey-Fuller propiamente dicho.

El estadístico F no sigue la distribución estadística F estándar. Hay que derivar sus valores asintóticos a partir de simulaciones Monte Carlo, como hicieron Dickey y Fuller (1981).

El contraste Dickey-Fuller se basa en dos premisas bastantes significativas:

- El concepto de estacionariedad es un contraste a una cola dado que la hipótesis alternativa es  $\gamma < 0$ .
- Los errores de la regresión auxiliar que se utilicen deben ser no correlacionados.

La distribución del estadístico de contraste se ve afectado por la existencia de autocorrelación en los residuos de la regresión auxiliar. Ante esta situación Dickey y Fuller (1979) y Said y Dickey (1984) usan un enfoque paramétrico, modificando la especificación de la regresión auxiliar.

Concretamente, Dickey y Fuller (1979) desarrollan la idea del contraste Dickey-Fuller aumentado, *Augmented Dickey Fuller*, introduciendo valores retardados de la variable endógena en la regresión auxiliar del contraste hasta obtener residuos no autocorrelacionados. Matemáticamente:

## Capítulo V. Cointegración y mercados de acciones

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (5.18)$$

$$\Delta y_t = \mu + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (5.19)$$

$$\Delta y_t = \mu + \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (5.20)$$

Por otro lado, Said y Dickey (1984) proponen retardar directamente  $p$  periodos la estructura autorregresiva para que la estimación del parámetro no se vea afectada.  $P$  se determina como la raíz cúbica del número de observaciones. Tal como señala Novales (2000) esto es debido a que todo modelo ARIMA  $(s, 1, q)$  puede aproximarse a un modelo AR  $(p)$ . Ng y Perron (1995) estudian los diversos criterios que existen para determinar los retardos en el contraste Dickey-Fuller aumentado. Entre estos se encuentran:

- Fijar los retardos independientemente del tamaño muestral, Ng y Perron (1995).
- Fijar los retardos en función del tamaño muestral, Schwert (1989).
- Usar criterios de información, Akaike (1974) o Schwarz (1978).
- Emplear reglas secuenciales, Hall (1994).

Dentro de los trabajos que utilizan el contraste Dickey-Fuller aumentado para demostrar la presencia de raíz unitaria en índices bursátiles mundiales cabría citar a Malkamäki et al. (1993), Huth (1994), Gjerde y Sættem (1995), Hassan y Naka (1996) o Janakiramanan y Lamba (1998), entre otros. En todos estos trabajos los índices bursátiles son integrados de orden uno.

Por otro lado, Phillips y Perron (1988), emplean un enfoque no paramétrico para solventar la existencia de autocorrelación de los residuos de la regresión auxiliar, corrigiendo el estadístico  $t$  para hacerlo compatible con la presencia de autocorrelación.

Dentro de los estudios que emplean el contraste Phillips-Perron para indicar la presencia de raíz unitaria en índices bursátiles mundiales cabría citar a Friedman y Shachmurove (1997), Maysami y Koh (2000), Chang y Nieh (2001) o Chen et al. (2002), entre otros. Al igual que el caso del contraste Dickey-Fuller aumentado los índices de acciones son integrados de orden uno.

El Dickey-Fuller aumentado y el Phillips-Perron tienen problemas de tamaño y de

potencia. En los problemas de tamaño las muestras pequeñas aumentan el sesgo hacia no poder rechazar la hipótesis de no estacionariedad. En los problemas de potencia existe un sesgo a aceptar la hipótesis de no estacionariedad cuando el estadístico  $t$  estimado está cerca de la unidad.

Estos dos problemas han sido documentados por varios autores. Schwert (1989) evidencia mediante simulaciones los problemas de tamaño del contraste Dickey Fuller y del contraste Phillips-Perron. DeJong et al. (1992) también usan Monte Carlo para estudiar ambos problemas, al igual que Agiakloglou y Newbold (1992). Otros autores que estudian la baja potencia de los contrastes de raíz unitaria son Cochrane (1991) y Blough (1992).

Estos problemas han llevado al desarrollo de nuevos contrastes que tienen en cuenta estos extremos. Tal es el caso del contraste LR, Yap y Reinsel (1995), que usa un modelo ARMA para comprobar la existencia de raíz unitaria. Igualmente Hall (1989), Pantula y Hall (1991), y Choi (1992) desarrollaron contrastes de variables instrumentales. Finalmente, Perron y Ng (1996) modificaron el contraste Phillips-Perron para corregir el problema de potencia.

Otras soluciones que se han propuesto, en la resolución de los problemas ya mencionados, son las regresiones Dickey-Fuller *forward* y *reverse*, por Leybourne (1995) y el contraste Dickey-Fuller-GLS por Elliott et al. (1992).

Otro factor que puede hacer perder potencia a los contrastes son los cambios estructurales. En la literatura no está definido claramente este concepto, ver Maddala y Kim (1998), pág. 399, pero normalmente se interpreta como un cambio en los parámetros de la regresión. Si cambian dichos parámetros, cambia el estadístico  $t$  y puede cambiar la decisión sobre la hipótesis nula.

Si sabemos el punto de ruptura podemos estimar la presencia de cambio estructural con la metodología de Chow (1960), Dufour (1982), Lo y Newey (1985), Andrews y Fair (1988) o Dufour et al. (1994).

Si el punto de cambio estructural es no conocido podemos usar las técnicas de Quandt

(1960), Brown et al. (1975), Kim y Siegmund (1989) o Kao y Ross (1995). Perron (1989) cambia el contraste Dickey-Fuller, empleando la misma hipótesis nula y conociendo el punto de cambio estructural.

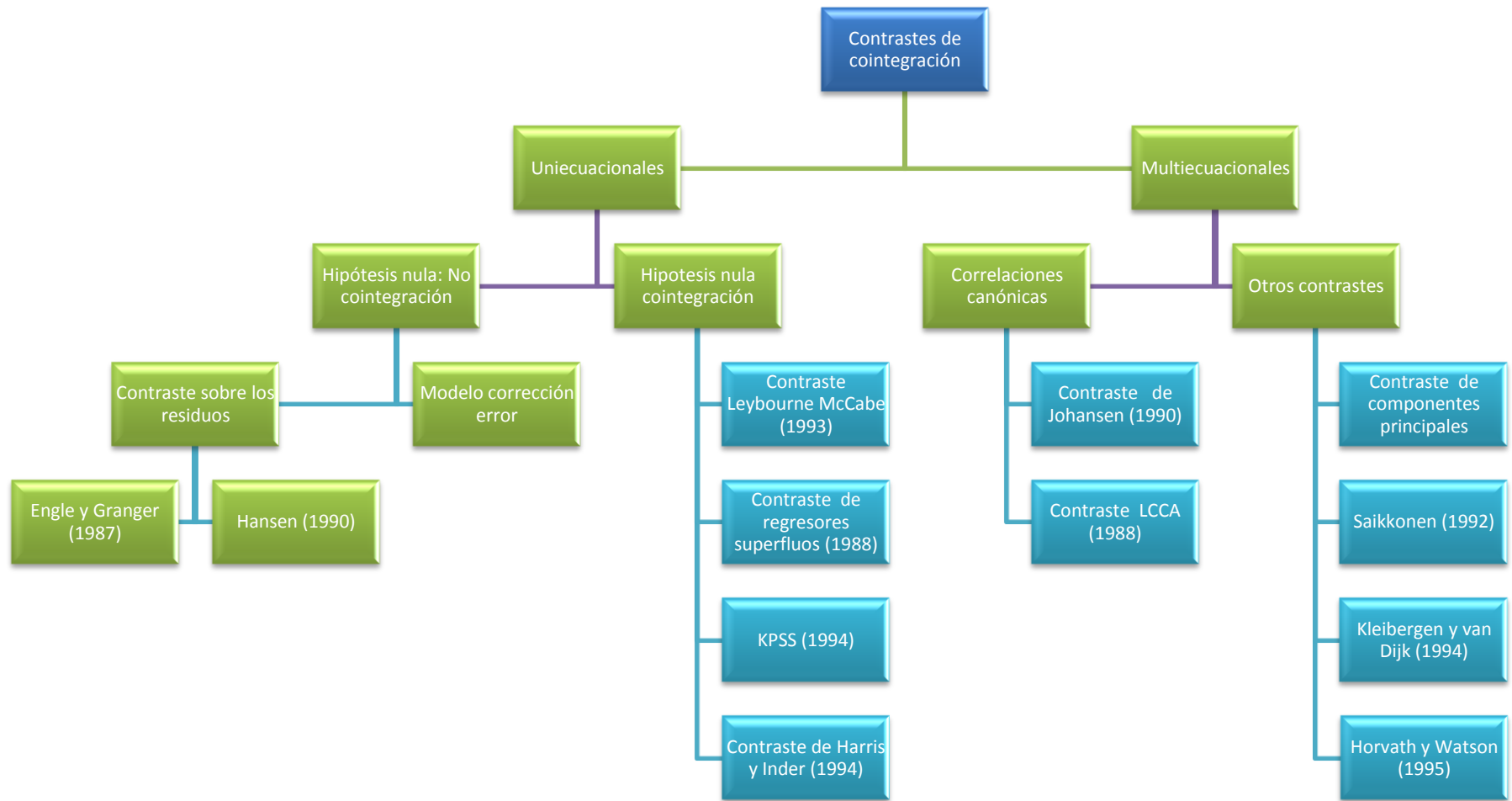
El no conocer el punto de ruptura implica un trabajo previo para determinarlo. Su conocimiento permite la utilización de métodos recursivos o métodos secuenciales para determinar la presencia de raíces unitarias. Los métodos recursivos utilizan submuestras y los métodos secuenciales usan toda la muestra con variables *dummies*.

Los métodos recursivos son usados por Banerjee et al. (1990) y los secuenciales por Zivot y Andrews (1992). Como ya se dijo anteriormente, el contraste Dickey-Fuller se puede utilizar para contrastar hipótesis nula de  $I(2)$ , siendo la hipótesis alternativa  $I(1)$ . Para averiguar el número de raíces presentes en una serie temporal puede emplearse el enfoque de Dickey y Pantula (1987). Ellos empiezan comprobando el mayor orden de integración y van buscando órdenes menores. Para ello, utilizan contrastes  $t$  y  $F$  para comparar la hipótesis nula de  $k$  raíces unitarias contra la hipótesis alternativa de  $k-1$  raíces unitarias. Haldrup (1994) critica a Dickey y Pantula (1987) porque su metodología puede tener problemas severos ante la presencia de raíces unitarias explosivas. Finalmente, Haldrup (1994) propone su propio procedimiento a partir del contraste Phillips-Perron.

### 5.3 Contrastes sobre la cointegración.

En la Figura 13 mostramos distintos contrastes de cointegración:

Figura 13: Contrastes de cointegración



Fuente: Elaboración propia.

Como puede verse en dicha Figura, los contrastes sobre cointegración se pueden dividir en dos grandes grupos, los *contrastos uniecuacionales*, que estiman una única relación de cointegración, y los *contrastos multiecuacionales*, que estiman más de una relación de cointegración. En este apartado no detallamos las aplicaciones de los contrastes de cointegración a la integración de mercados financieros mundiales, cosa que haremos en el apartado 5.5.

### 5.3.1 Contrastos uniecuacionales de cointegración

Los *contrastos uniecuacionales* pueden pertenecer a dos grupos más pequeños, los que tienen como hipótesis nula la no cointegración de las variables y los que si tiene la cointegración como hipótesis nula.

Para contrastar la no cointegración como hipótesis nula se emplean dos tipos de contrastes, uno sobre los residuos de la ecuación que relaciona las variables, y otro sobre el modelo de corrección del error, ECM.

El contraste de Engle y Granger (1987), se basa en los residuos de la siguiente ecuación:

$$y_{1t} = \beta y_{2t} + u_t, \quad (5.21)$$

Si  $u_t$  tiene una raíz unitaria entonces  $y_{1t} - \beta y_{2t}$  no es una relación de cointegración. Para averiguar si hay cointegración es precisa la estimación de la ecuación recogida en 5.21 y probar la existencia de raíz unitaria sobre su residuo. Normalmente empleamos el contraste Dickey-Fuller aumentado o el contraste Phillips-Perron.

Con respecto a los valores críticos para refutar o rechazar la hipótesis nula, no podemos manejar los valores del contraste de raíz unitaria debido a que el contraste es sobre los residuos estimados. Engle y Yoo (1987) y Phillips y Ouliaris (1990) han estimado los valores críticos de los contrastes Dickey-Fuller aumentado y Phillips-Perron sobre los residuos estimados.

MacKinnon (1991) ha tabulado también los valores críticos. Para ello ha calculado 25.000 valores del estadístico Dickey-Fuller aumentado de los residuos de la ecuación 5.21, para diferentes valores de T y k. T es el tamaño muestral y k es el número de variables I(1) en la ecuación inicial. Mackinnon calcula el percentil del 1%, 5 % o 10%

a partir de 25.000 valores del estadístico Dickey-Fuller aumentado. Este procedimiento lo repite 40 veces para cada combinación de T, k y el percentil correspondiente. Una vez obtenidos los valores críticos para estos niveles, se hace la siguiente regresión por mínimos cuadrados generalizados (GLS):

$$C_k(p, T_k) = \beta_\infty + \beta_1 T_k^{(-1)} + \beta_2 T_k^{(-2)} + e_k, \quad (5.22)$$

donde  $C_k(p, T_k)$  son los valores críticos del contraste para el percentil  $p$ , con el tamaño de muestra  $T_k$ , siendo  $k$  son el número de variables incluidas en la regresión de cointegración.

Esta ecuación permite calcular los valores críticos para cualquier forma que tenga la ecuación de cointegración. Una vez obtenidos dichos valores críticos, no se rechaza la no cointegración si el estadístico tiene un valor más grande que el valor crítico.

La metodología de Engle y Granger puede sufrir serios problemas cuando se manejan más de dos variables I(1). Se pueden obtener diferentes estimaciones del vector de cointegración dependiendo de la elección de la variable dependiente.

Otro contraste basado en los residuos es el de Hansen, Hansen (1990). Este contraste permite una estructura autorregresiva de orden uno en los residuos de la ecuación de cointegración. Sus valores críticos son los de la distribución Dickey-Fuller y la hipótesis nula es la no cointegración.

Un contraste de cointegración, no basado en los residuos, es el contraste del modelo de corrección de errores. Este contraste surge como consecuencia de la baja potencia de los contrastes de residuos por ignorar los aspectos dinámicos en la ecuación de cointegración, Kremers et al. (1992), Zivot (1994) y Banerjee et al. (1998).

Kremers et al. (1992) emplean el teorema de representación de Granger, Granger (1981), presentando el modelo de corrección de errores de la manera siguiente, Maddala y Kim (1998):

$$\Delta y_{1t} = \alpha_1 (y_{1,t-1} - \beta y_{2,t-1}) + \text{retardos}(\Delta y_{1t}, \Delta y_{2t}) + \varepsilon_{1t}, \quad (5.23)$$

$$\Delta y_{2t} = \alpha_2 (y_{1,t-1} - \beta y_{2,t-1}) + \text{retardos}(\Delta y_{1t}, \Delta y_{2t}) + \varepsilon_{2t}, \quad (5.24)$$



## Capítulo V. Cointegración y mercados de acciones

Si  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son iguales a cero entonces no hay cointegración. Para realizar este contraste es necesario estimar  $\beta$ .

Banerjee et al. (1998) escriben el modelo de corrección de errores como:

$$\Delta y_{1t} = \gamma \Delta y_{2t} + \alpha_1 y_{1,t-1} + \theta y_{2,t-1} + \mu_t, \quad (5.25)$$

Para verificar la no cointegración, se contrasta que  $\theta$  sea igual a cero. Los valores críticos han sido tabulados por Banerjee et al. (1998) y también se ha desarrollado el contraste para modelos con constante y con constante y tendencia lineal. Este contraste tiene la restricción de que  $y_{2t}$  es estrictamente exógeno.

Zivot (1994) desarrolla su propio contraste, un contraste de modelo de corrección de errores en dos etapas. Primero estima  $\beta$  en una regresión estática, ecuación (5.21), y luego estima la validez del coeficiente que acompaña al término de largo plazo dentro de un modelo de corrección de errores.

En los contrastes uniecuacionales, hay propuestas que consideran la hipótesis nula de la cointegración. El contraste de Leybourne y McCabe, Leybourne y McCabe (1994), comprueba la cointegración a partir de la varianza de los residuos estimados.

El contraste de los regresores superfluos introduce regresores adicionales y calcula la suma de los cuadrados de los residuos para la relación de cointegración original y para el modelo de cointegración con las variables añadidas, Park y Choi (1988) y Park (1990). Con estos datos se calcula un estadístico de contraste y se compara con una Chi-Cuadrado. Si el estadístico tiene valores elevados la hipótesis de cointegración es rechazada.

Shin (1994) extiende el contraste KPSS a la detección de la cointegración. El autor corrige la ecuación de cointegración para tener en cuenta términos retardados y calcula un estadístico sobre los residuos.

Harris y Inder (1992) corrigen la ecuación estática de cointegración mediante una corrección no paramétrica. Estiman los residuos de la ecuación de cointegración, elaboran un estimador del coeficiente de cointegración modificado y finalmente

construyen un estadístico t a partir de los residuos. Este estadístico se compara con los valores obtenidos por los autores de manera asintótica.

### 5.3.2 Contrastes multiecuacionales de cointegración

Dentro de los *contrastes multiecuacionales* destacan los contrastes de correlaciones canónicas. Estos se basan en la correlación lineal y buscan predecir múltiples variables dependientes a partir de otras variables independientes.

Un ejemplo característico es el contraste de Johansen (1988) que utiliza modelos vectoriales autorregresivos, VAR (1), para buscar una tendencia estocástica común:

$$\Delta \vec{y}_t = c + (A - I) \vec{y}_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (5.26)$$

Si cada variable del vector  $\vec{y}$  es I (1) entonces cada ecuación de (5.26) tiene una variable estacionaria en el lado izquierdo. Si la ecuación (5.26) esté equilibrada es debido a que cada término de  $(A - I) \vec{y}_{t-1}$  es estacionario. Si  $(A - I)$  tiene rango  $r > 0$ , entonces hay r relaciones lineales independientes entre las variables  $y_t$  que deben ser estacionarias. Las variables I(1) en  $y_t$  tendrán una tendencia estocástica común siendo cointegrada. El número de vectores de cointegración es el rango de A-I y coincide con el número de autovalores no nulos. Por eso, el contraste de Johansen contrasta el número de autovalores no nulos de A-I. Osterwald-Lenum (1992) estima los valores críticos para este contraste.

Otro método que utiliza las relaciones canónicas es el de LCCA, Bossaerts (1988) y Bewley y Orden (1994). Tiene una metodología muy parecida a la de Johansen pero apenas es utilizado, véase Maddala y Kim (1998).

Entre los *contrastes multiecuacionales* que no son de relaciones canónicas, destaca el de componentes principales. Se basa en la idea de que las variables I(1) tienen más varianza que las I(0) y por lo tanto tendrán un autovalor más pequeño dentro de una matriz de covarianzas. Stock y Watson (1988), Phillips y Ouliaris (1988) y Harris (1997) han usado este concepto para desarrollar sus propios contrastes de cointegración. En este sentido Saikkonen (1992) deriva un contraste de Wald para refutar la presencia de cointegración en series autorregresivas. Por su parte Kleibergen y Van Dijk (1994) crean su contraste de cointegración a partir del método de Johansen. Finalmente

Horvath y Watson (1995) parten también de Johansen pero suponiendo que algunos de los vectores de cointegración son conocidos.

#### 5.4 La metodología de Engle y Granger

En el apartado anterior hemos comentado como realizar el contraste de cointegración mediante la metodología Engle y Granger. En este epígrafe profundizaremos un poco más. En el artículo original, Engle y Granger (1987), los autores proponen cinco formas para medir la presencia o no de cointegración, aparte del contraste Dickey-Fuller y el contraste Dickey-Fuller aumentado. No obstante, estos dos son los usados en la literatura.

Si nos circunscribimos a estos dos contrastes, la pregunta que surge inevitablemente es cómo aplicarlos ya que, como hemos señalado en el apartado 5.3, estos contrastes tienen tres posibles formas funcionales.

Si a priori no tenemos información sobre la forma funcional que adopta la ecuación de residuos en el contraste de cointegración, este se puede ver influenciado por la forma funcional que le imponamos. Dicha forma funcional de los datos en los contrastes Dickey-Fuller y Dickey-Fuller aumentado ha sido estudiada por:

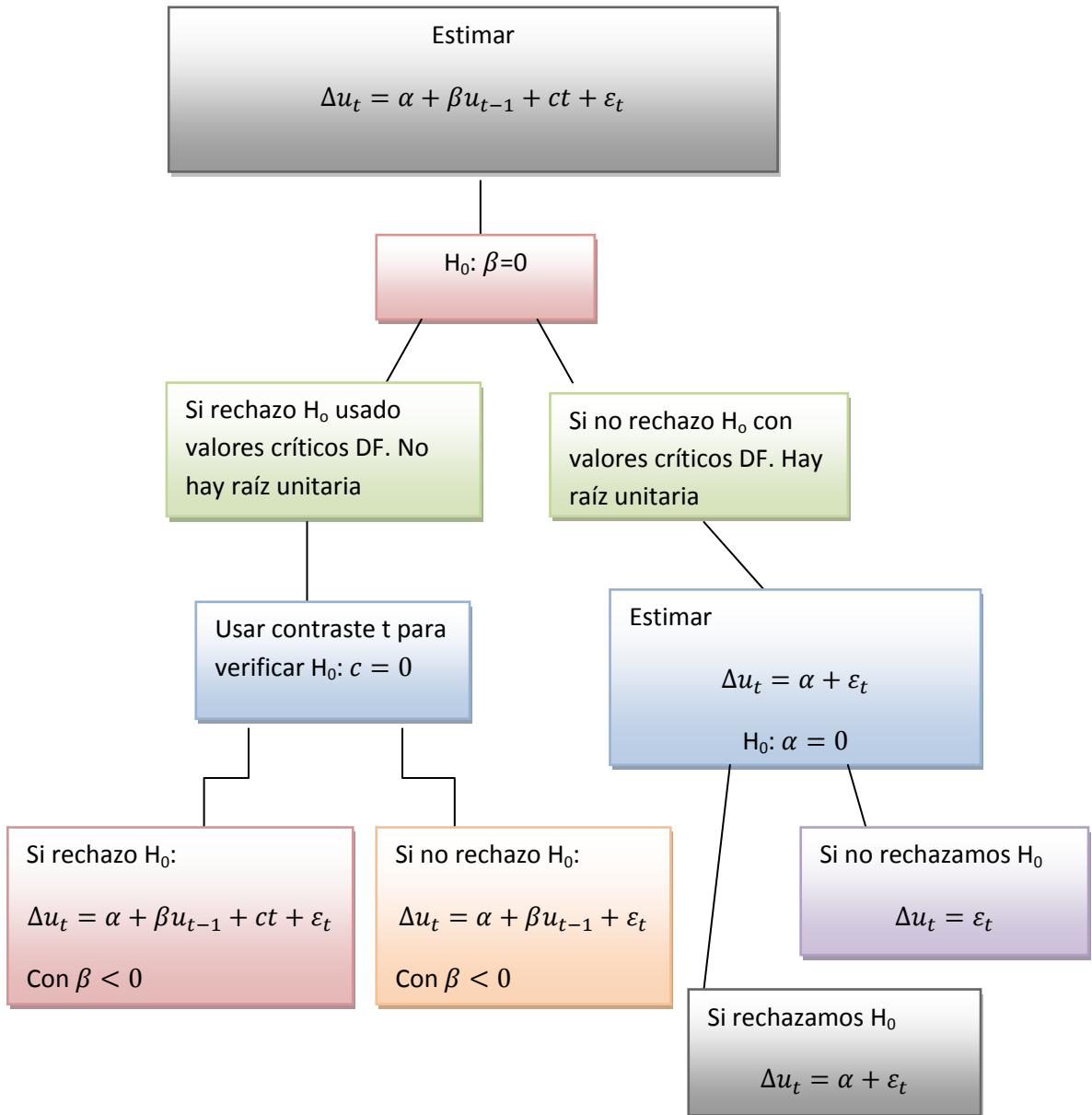
- Perron (1988).
- Dolado et al. (1990).
- Holden y Perman (1994).
- Enders (1995).
- Ayat y Burridge (2000).

Estos trabajos no explotan los conocimientos a priori sobre la variable usada para realizar el contraste, tienen en cuenta resultados que no son factibles, y realizan muchas veces el contraste sobre raíces unitarias para intentar mejorar su baja potencia; por ello han sido matizados por Elder y Kennedy (2001).

Elder y Kennedy (2001) proponen, para determinar la forma funcional, observar la variable a estudiar, ver si es creciente o no y determinar si hay una idea a priori de la misma.

Lo más usual es que no se tenga una idea prefijada para la forma funcional de la ecuación de raíces, por lo que se aplicaría el siguiente procedimiento, Figura 14:

Figura 14: Pasos para desarrollar Dickey-Fuller



Fuente: Elaboración propia a partir de Hacker y Hatemi-J (2010).

El proceso recogido en la Figura 14 es el de Elder y Kennedy (2001). Estos autores solo identifican la estructura del contraste Dickey-Fuller. Para aplicar este proceso al contraste Dickey-Fuller aumentado, habría que determinar previamente el número de retardos que se aplicarían a  $\Delta u_t$  para eliminar la autocorrelación en los residuos y que entrarían en la ecuación inicial de  $\Delta u_t$ , con la constante y la tendencia como regresores.

Se añaden términos retardados de  $\Delta u_t$  hasta minimizar el criterio de Akaike, Akaike (1974), el criterio bayesiano, Schwarz (1978), o el criterio de información de Hannan-Quinn, Hannan y Quinn (1979).

### 5.5 Cointegración y mercados financieros

La cointegración tiene una gran utilización dentro de los mercados financieros. Si hablamos de la estructural temporal de las curvas de tipos de interés ningún sistema económico tiene una cointegración más alta que las estructuras temporales, Alexander (1999). En este sentido destacan los trabajos de Giese (2008), Musti y D'Ecclesia (2008), Rahman y Mustafa (2009), Tabak (2009) o Toyoshima (2012) entre otros. Giese (2008) emplea la cointegración para analizar la curva de rendimiento de los bonos del tesoro de EEUU y su relación con las variables macroeconómicas. Musti y D'Ecclesia (2008) estudian la curva de tipos en bonos europeos y establece que los tipos a corto y a largo presenten una alta cointegración. Rahman y Mustafa (2009) analizan la influencia del tipo del cambio del dólar sobre la pendiente de la curva de tipos estadounidense. Llegan a la conclusión de que ambas variables están cointegradas. Tabak (2009) considera el mercado brasileño de bonos y determina que la cointegración confirma la teoría de las expectativas sobre los tipos de interés, que establece que los tipos a largo plazo son la suma ponderada de los tipos a corto. Toyoshima (2012), determina mediante cointegración, que los tipos *swap* dependen de la curva de tipos, de los bonos corporativos, de la volatilidad de los tipos y del diferencial de los bonos europeos y americanos.

La eficiencia en los mercados de tipos de cambio implica que los tipos de cambio *spot* deben incluir toda la información relevante, y no sería posible predecir un tipo de cambio *spot* en función de otro tipo de cambio *spot*, es decir, no habría cointegración entre los mismos, Alexander (1999). Lo mismo ocurriría para los tipos de cambio futuro. No obstante, los tipos de cambio *spot* y a futuro deben estar cointegrados, pues el tipo a futuro predice el tipo *spot*, ver Baillie y Bollerslev (1989) para más detalles. En este sentido destaca, entre otros el trabajo de Hlouskova y Osbat (2010), que emplea modelos de cointegración de datos panel para predecir los tipos de cambio reales. Dichos autores concluyen que los modelos de datos de panel son mejores predictores que otros modelos de cointegración.

El uso de la cointegración también se extiende a los mercados de *commodities*. Si las *commodities* comparten la misma materia prima subyacente deberían estar cointegrados si los costes de transporte tienen reversión a la media, Alexander (1999). Dicho autor argumenta que las evidencias de que *commodities* relacionadas, tales como diferentes tipos de metales, deberían estar cointegradas son difíciles de verificar en la práctica. Ver Figuerola-Ferretti y Gonzalo (2010) o Subervie (2011), entre otros.

Así, Subervie (2011) analiza el mercado de café de países africanos y latinoamericanos antes y después de reformas económicas liberalizadoras del mercado. La idea principal es que los ajustes en precios no beneficiaron a los productores tras la liberalización. Antes de la liberalización las subidas de precios de la materia prima se equilibraban de manera rápida, pero tras las reformas el reequilibrio hacia el valor a largo plazo era aun más rápido. En cambio, tras las reformas, las bajadas de precios tardaban mucho en volver al precio de equilibrio.

La integración de los mercados financieros de acciones ha sido estudiada en profundidad en Sharma y Bodla (2010) y en Sharma y Seth (2012). Dos mercados están integrados si tienen tendencias comunes y el ratio riesgo rentabilidad es idéntico, tal como señala Sharma y Seth (2012).

Partiendo de los trabajos de Sharma y Bodla (2010) y Sharma y Seth (2012), es posible clasificar los artículos sobre la integración en mercados financieros en función de las herramientas empleadas para determinar la cointegración:

- Artículos que utilizan el contraste de Engle y Granger.
- Artículos que utilizan el contraste de Johansen.
- Artículos que utilizan el modelo de corrección del error.
- Artículos que emplean el contraste de Hansen.

Dentro de los que emplean Engle y Granger se encuentran Ceylan y Doğan (2004), Stasiukonyte y Vasiliauskaite (2008) o Menon et al. (2009), entre otros. Así, Ceylan y Doğan (2004) estudian el efecto del 11S sobre mercados del Norte de África y Oriente Medio. La relación y los movimientos de los índices de estos países se han amplificado desde el 11S. Menon et al. (2009) estudian la cointegración del mercado de acciones indio con otros mercados mundiales. No la encuentra entre el índice indio y los índices

## Capítulo V. Cointegración y mercados de acciones

norteamericanos, pero si entre el índice indio y el chino. El artículo de Stasiukonyte y Vasiliauskaite (2008) estudia la correlación y la cointegración entre los índices de un país nórdico y un país báltico. Según señalan en su trabajo, la cointegración no indica que aumente la integración entre los dos mercados.

En los artículos que emplean el contraste de Johansen, cabría citar a D'Ecclesia y Costantini (2006), Simpson (2007), Kazi (2008), Siddiqui (2009), Majid et al. (2009), Karagoz y Ergun (2010), Worthington y Higgs (2010) o Srinivasan y Kalaivani (2013), entre otros.

D'Ecclesia y Costantini (2006) confirman que los mercados de Canadá, EEUU, Japón y UK se mueven de manera coordinada. Este hecho es usado en la configuración de carteras de inversión internacionales.

Simpson (2007) utiliza el contraste de Johansen para demostrar si existe cointegración entre los mercados de Oriente Medio. El índice del emirato UAE tiene gran influencia en los mercados de Arabia Saudí, Kuwait y Qatar.

Kazi (2008) estudia la relación entre el índice australiano y los índices de sus principales socios comerciales. Considera los tipos de cambio en la relación entre los índices y encuentra que el mercado con más influencia sobre el australiano es el inglés. Siddiqui (2009) estudia la cointegración entre índices asiáticos y su relación con los índices norteamericanos. Encuentra que los índices asiáticos están muy relacionados entre si, cointegrados, pero poco con los norteamericanos.

Majid et al. (2009) estudian las economías del ASEAN (Malasia, Tailandia, Indonesia, Filipinas y Singapur). Antes de la crisis del 97, la diversificación de la inversión internacional producía ganancias, las cuales disminuyeron tras la crisis.

Karagoz y Ergun (2010) estudian las economías de los Balcanes. Están sobre todo cointegradas entre si y con Turquía. Encuentran también que UK tiene más influencia en estas economías que EEUU y Japón.

Worthington y Higgs (2010) estudian la cointegración de los principales índices

Europeos. Están muy integrados entre sí, lo que no ofrece grandes oportunidades de diversificación internacional.

Srinivasan y Kalaivani (2013) estudian las economías emergentes Asia-Pacífico (India, Malasia, Hong Kong, Singapur, Corea del Sur, Taiwán, Japón, China e Indonesia). Existen beneficios en la diversificación internacional a corto plazo, si bien los beneficios en la inversión a largo plazo son menores.

Entre los artículos que utilizan el modelo de corrección del error para afirmar la presencia de cointegración entre los mercados se encuentran Menezes y Dionísio (2011), Syriopoulos (2011) o Tiwari (2012), entre otros.

Menezes y Dionísio (2011) utilizan el modelo de corrección del error en las economías más importantes del mundo. A pesar de las débiles evidencias de la integración mundial en algunos casos, la preponderancia del mercado americano es evidente.

Syriopoulos (2011) emplea el modelo de corrección del error para comprobar las posibilidades de inversión en los Balcanes. Para ello, estudia la cointegración de esta zona con los índices de EEUU y Alemania. Encuentra que la presencia de cointegración resta diversificación a largo plazo, pero no a corto.

Tiwari (2012) estudia la bolsa de Bombay y los diferentes índices presentes en ella. La cointegración muestra un alto grado de integración entre los índices restando posibilidades de diversificación.

Dentro de los trabajos que emplean el contraste de Hansen encontramos a Lagoarde-Segot y Lucey (2007). Estos autores estudian la cointegración de los índices norteafricanos y de Oriente Medio con la zona de la Unión Monetaria Europea y EEUU. Argumentan que no deben ser tratados como un bloque a efectos de inversión internacional.

Finalmente, Alexander (1999) señala que “se han encontrado algunas evidencias de cointegración en los mercados internacionales de acciones y de bonos, si bien las posibilidades de arbitraje son limitadas”. Ver Christiansen (2012) para más referencias en el mercado de bonos. Del análisis de la cointegración aplicada al comportamiento de los índices mundiales se pueden extraer ciertas ideas interesantes. Primero, la no



## Capítulo V. Cointegración y mercados de acciones

presencia de cointegración en todos los mercados mundiales es una buena noticia a efectos de diversificación internacional de carteras. Segundo, un rasgo muy común en la literatura es determinar si dos mercados están cointegrados pero no buscar que factores hacen que estén cointegrados. Del análisis de los artículos aparecidos en la literatura parece ser que las áreas comerciales o monetarias presentan una mayor cointegración de sus índices, como es el caso de los países que forman parte de la UE. Tercero, los países más desarrollados presentan, por lo general, más cointegración entre sí. Las zonas emergentes, como China o el sudeste asiático presenta una cointegración mayor con países de la zona que con EEUU. Como conclusión podríamos decir que, a medida que caigan las medidas de control de capitales y la globalización financiera se extienda, los mercados financieros estarán cada vez más sincronizados.

El mercado de acciones se ha basado tradicionalmente en el uso de la correlación, que implica diferenciar las series de precios de los activos para conseguir series estacionarias. El hecho de que las correlaciones varíen en el tiempo lleva a frecuentes rebalances de cartera. Por ello la aplicación de la cointegración, para buscar comovimientos a largo plazo entre los precios de los activos, lleva a carteras de inversión más estables en el tiempo, ver Alexander y Dimitriu (2005) o Dunnis y Ho (2005) para más detalles.



## Capítulo VI. Metodología para el seguimiento de índices y estrategias de posiciones largas y cortas

### 6.1 Introducción

En el presente Capítulo justificamos el enfoque que adoptamos a la hora de realizar el seguimiento de índices, el seguimiento de índices mejorados y las estrategias de posiciones largas y cortas. Con dicho propósito desarrollamos un algoritmo meta-heurístico para seleccionar activos, diseñamos una estrategia de cambio de cartera basada en el contraste Dickey-Fuller aumentado y un proceso específico para llevar a cabo, en la práctica, el seguimiento de índices, el seguimiento de índices mejorados y las estrategias de posiciones largas y cortas. Además, desarrollamos una técnica para construir estrategias apalancadas a partir de indicadores de actuación (Sharpe, Omega, Sortino y co-movimientos de beta) y los algoritmos genéticos.

A partir del análisis de los artículos presentes en la literatura, puede constatarse que hay un hueco sin cubrir en el seguimiento de índices. No aparecen artículos que empleen conjuntamente algoritmos meta-heurísticos y cointegración en el seguimiento de índices. Esta carencia es importante en la medida que Alexander y Dimitriu (2005) y Dunis y Ho (2005) concluyen que la cointegración es un buen método para realizar seguimiento de índices, a pesar de las críticas de Maurer (2008).

Los algoritmos meta-heurísticos tienen una gran amplitud de usos en finanzas como vimos en el Capítulo 4. Se emplean principalmente en la optimización de funciones matemáticas cuando el número de soluciones posibles es muy grande. Por ejemplo, en la teoría de carteras a la hora de configurar una frontera de inversión se pueden crear infinitas carteras con un número de activos predeterminado. Las curvas de tipos de interés dependen mucho de la estimación de los parámetros de las mismas. El ajuste de las curvas a los datos de mercados depende de los valores de los parámetros. Los algoritmos meta-heurísticos se emplean también para determinar la probabilidad del fracaso empresarial, permitiendo el diseño de modelos que predigan con mayor acierto la posibilidad de quiebra. Para ello, buscan los factores que determinan el fracaso dentro de un conjunto de factores empresariales, institucionales, financieros, etc. La valoración de activos financieros usa igualmente algoritmos meta-heurísticos para ajustar los

modelos teóricos a los datos de mercado. Por ejemplo, la valoración de opciones depende del valor de la volatilidad, del tiempo a vencimiento, del tipo de interés libre de riesgo y del precio del subyacente. La valoración de créditos es un área donde también se usa los algoritmos meta-heurísticos para determinar qué factores son los más relevantes a la hora de predecir la no devolución de un crédito. Por ejemplo, podría ser que los ingresos y el nivel de deuda total fueran los factores más determinantes a la hora de no devolver un crédito. Igualmente los algoritmos meta-heurísticos permitirían seleccionar los indicadores del análisis técnico en función de su tasa de acierto a la hora de predecir.

También hay que destacar que la aplicación de algoritmos meta-heurísticos, como los algoritmos genéticos u otro tipo de técnicas meta-heurísticas, puede llevar a la selección de carteras de seguimiento más precisas. Esto ha quedado demostrado en Beasley et al. (2003), Canakgoz y Beasley (2009) o Zhang y Maringer (2010), entre otros.

A pesar de la crítica que se hace con frecuencia a los algoritmos meta-heurísticos en relación al tiempo que tardan en encontrar soluciones factibles, hemos decidido usar este tipo de técnicas teniendo en cuenta dos factores que no se suelen recoger en la literatura:

- La posibilidad de usar la computación distribuida.
- El tiempo que tarda un algoritmo en la resolución de un problema mejora constantemente con los avances de la informática.

Cada vez los ordenadores son más potentes y esta potencia se ve aumentada por el uso de estrategias de computación distribuida. Fundamentalmente, esta estrategia consiste en la división de las tareas a resolver entre los procesadores disponibles. De esta manera, en el seguimiento de índices, cada procesador podría investigar áreas prometedoras del espacio de soluciones con el consecuente ahorro de tiempo.

La cointegración como medida de relación a largo plazo está ampliamente recogida en la literatura al uso; ver Maddala y Kim (1998) entre otros. La aplicación al seguimiento de índices es inmediata y se justifica en la presencia de tendencias comunes entre el índice y los precios de los activos. Esto es obvio debido a que el índice se construye a partir de los precios de los activos. Como criterio de cointegración proponemos seguir la metodología de Engle y Granger, Engle y Granger (1987), debido a la naturaleza única de la relación entre el índice y sus componentes. Existen múltiples contrastes de

cointegración en la literatura al respecto. La metodología de Engle y Granger es la más usada en la práctica sobre todo por su sencillez para ser llevada a cabo. Existen múltiples vectores de cointegración siendo necesario solo encontrar uno que nos garantice la cointegración entre el índice y un conjunto de activos del mismo.

El seguimiento de índices aumentados y las estrategias de posiciones largas y cortas son extensiones del seguimiento de índices. Los resultados no son muy positivos cuando se aplica la cointegración a los activos de mayor capitalización para realizar esta clase de estrategias. En los trabajos de Alexander y Dimitriu (2005) y de Dunis y Ho (2005), los resultados obtenidos no se ajustan a los objetivos buscados en el caso de las estrategias de posiciones largas y cortas. No obstante, hay que reconocer que son trabajos pioneros en la aplicación de la cointegración al seguimiento de índices, al seguimiento de índices mejorados, y a las estrategias de posiciones largas y cortas.

En el seguimiento de índices mejorados surge la disyuntiva de cómo conseguir ese rendimiento extra con respecto al índice y mantener el riesgo bajo control. Nosotros seguimos la metodología de Alexander y Dimitriu (2005). En esta el exceso de rendimiento anual se calcula de forma diaria y se le suma al rendimiento diario del índice. Por ejemplo si el objetivo es seguir a un índice más un plus del 5% y hay 250 días de cotización al año, la rentabilidad diaria del índice se verá incrementada en  $0.05/250$ .

Tal como veremos más adelante, nuestra metodología para el seguimiento de índices mejorados se basa en la creación de un índice artificial que tiene la rentabilidad del índice más un plus adicional. A este índice plus le aplicamos los algoritmos genéticos, la cointegración y el contraste de cambio de cartera Dickey-Fuller aumentado. Un aspecto importante es que hemos convertido una estrategia de inversión activa en una estrategia pasiva, Alexander y Dimitriu (2002).

En la aplicación de estrategias de posiciones compradas y vendidas, calculamos el índice más un plus de rentabilidad y el índice menos un plus de rentabilidad, tal como sugieren Alexander y Dimitriu (2005). De esta manera se genera un *spread* entre los dos índices por el que se apuesta. Esta estrategia tiende a generar una cartera neutral al riesgo, o lo que es lo mismo, con una beta muy cercana a cero.

Nuestro objetivo es buscar carteras lo más cointegradas posibles con los índices mediante la utilización de algoritmos meta-heurísticos, realizar el menor número de cambios de cartera posible, mediante el contraste de cambio de cartera Dickey-Fuller aumentado, y ver la capacidad de seguimiento que tienen estas carteras con respecto al índice.

Esta metodología es dinámica en el sentido de que realizamos el procedimiento varias veces en función de la frecuencia en el cambio de cartera.

## 6.2. Metodología para la selección de activos con algoritmos genéticos y cointegración adaptados al seguimiento de índices

Dentro de la selección de activos distinguimos el desarrollo de la función objetivo que maximiza la cointegración entre la cartera de seguimiento y el índice y el algoritmo para optimizar la función objetivo.

### 6.2.1 Función objetivo a optimizar

Consideramos un vector del índice  $\Gamma$  constituido por  $k$  activos, tal que:

$$\Gamma = PW, \quad (6.1)$$

donde:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_t \\ \vdots \\ I_T \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} p_{1,1} & \cdots & p_{k,1} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{1,t} & \cdots & p_{k,t} \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{1,T} & \cdots & p_{k,T} \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_k \end{bmatrix}$$

y:

- $I_t$ : Valor del índice en el momento  $t$ .
- $p_{jt}$ : Precio del activo  $j$  en el momento  $t$ .
- $w_j$ : Peso del activo  $j$  en el índice. Para una cartera de seguimiento,  $w_j$  representa el número de acciones del activo  $j$  que se seleccionan para formar parte de la cartera.

En una replicación total,  $W$  es determinado por el peso que los gestores del índice usan para construirlo. Cuando una replicación total no es posible, ver apartado 2.3.1,  $W$  debe ser estimado sujeto a un conjunto de restricciones. Algunos elementos de  $W$  deben ser cero ( $q$  es el número de elementos que son cero). Para mantener la ecuación (6.1) es necesario añadir un término de error,  $E = [e_1, \dots, e_q]'$ , como muestra la ecuación (6.2).

$$\Gamma = PW + E, \quad (6.2)$$

Además, un marco general de restricciones lineales es impuesto a los pesos de los activos con la siguiente forma:

$$RW = r, \quad (6.3)$$

donde  $R$  es una matriz  $q \times K$  de constantes conocidas ( $R = [r_{ij}]; i = 1, \dots, q; j = 1, \dots, K$ ), con  $q < K$  y  $r$  es un vector  $q$  de constantes conocidas. Para nuestro caso particular las siguientes restricciones deben ser cumplidas:

$$\sum_{j=1}^K r_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, q \quad (6.4)$$

$$\sum_{j=1}^q r_{ij} \leq 1, \quad j = 1, \dots, K \quad (6.5)$$

$$r = \vec{0}, \quad (6.6)$$

Por ejemplo, si los activos 2 y 4 no forman parte de la cartera,  $r_{1,2} = 1$ ,  $r_{2,4} = 1$  y los otros  $r_{ij}$  son ceros. Una vez establecidas las restricciones,  $W$  se obtiene mediante mínimos cuadrados ordinarios restringidos:

$$W = W^{LS} + (P'P)^{(-1)} R [R(P'P)^{(-1)} R']^{(-1)} (r - RW^{LS}), \quad (6.7)$$

donde  $W^{LS}$  es la estimación mínimo cuadrática sin restricciones de la ecuación (6.2) y  $W^{LS} = (P'P)^{-1} P'\Gamma$ , ver Johnston y Dinardo (1997).

Nuestro objetivo es alcanzar una matriz  $R$  que optimice la relación de cointegración, recogida en la ecuación (6.2), entre el índice y la cartera de seguimiento una vez el número de activos ( $n$ ), (es fácil ver que  $n = K - q$ ), ha sido determinado. Con este propósito y siguiendo a Alexander y Dimitriu (2005), usaremos el contraste de Engle y

Granger como medida de cointegración. Concretamente, emplearemos el contraste Dickey-Fuller aumentado sobre los residuos de la ecuación de cointegración (6.2). El uso del Dickey-Fuller y sus propiedades como medida de cointegración es recogido en Davidson y Mackinnon (2004). La expresión en su versión más sencilla es:

$$\Delta e_t = \gamma e_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta e_{t-i} + u_t, \quad (6.8)$$

siendo  $\Delta$  el operador en diferencias, tal que  $\Delta e_t = e_t - e_{t-1}$ . Si  $\gamma = 0$  significa que no hay relación de cointegración. Sin embargo, si  $\gamma < 0$ , esta existe. Minimizamos el ratio  $t$  basado en la estimación de este coeficiente, convirtiendo el problema de optimización de cointegración en el siguiente problema de minimización:

$$\underset{R}{\text{Min}} f = \frac{|A|}{\sqrt{|C||B|}} \frac{1}{\hat{\sigma}_u}, \quad (6.9)$$

Sujeto a:

$$E = \Gamma - PW, \text{ donde } W \text{ es obtenida a través de la ecuación (6.7)} \quad (6.10)$$

$$n = \text{cte}, \quad (6.11)$$

$$q = K - n, \quad (6.12)$$

$$\sum_{j=1}^K r_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, q \quad (6.13)$$

$$\sum_{j=1}^q r_{ij} \leq 1, \quad j = 1, \dots, K \quad (6.14)$$

donde  $\hat{\sigma}_u^2$  es la estimación de la varianza de  $\mu_t$  en la ecuación (6.8),  $A$  es una matriz de dimensión  $(p+1) \times (p+1)$  y  $B$  y  $C$  son dos matrices simétricas de dimensión  $(p+1) \times (p+1)$  y  $p \times p$ , respectivamente ( en el Anexo 3 se muestra la derivación del ratio  $t$  desde la función  $f$  y la forma general de las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$ ). Como se puede ver, la función  $f$  del ratio  $t$  depende directamente del vector  $E$ , el cual depende de la matriz  $R$ .

Para comprobar que la estructura del contraste Dickey-Fuller aumentado, dentro del contraste de cointegración de Engle y Granger, es correcta empleamos el proceso presente en Hacker y Hatemi-J (2010), ver apartado 5.4.1. En este proceso lo que hacemos es a partir de la estructura del Dickey-Fuller aumentado de los residuos de la ecuación de cointegración con constante y tendencia, ir haciendo distintos contrastes



para determinar la forma funcional final del mismo. Primero determinamos el número de retardos necesarios, minimizando el criterio de información bayesiana, hasta eliminar la autocorrelación presente en los residuos y posteriormente aplicamos el proceso recogido en Hacker y Hatemi-J (2010). Sobre este procedimiento destacar que no discute la presencia o no de constante en la forma funcional de la ecuación de los residuos de la cointegración. No obstante, si seguimos a MacKinnon (1990) página 3, reedición 2010 del artículo, la presencia o no de constante en la ecuación de residuos tiene un efecto nimio sobre el estadístico de contraste. Además, en el mismo artículo, los valores críticos en el contraste de Engle y Granger no distinguen el caso de constante o no constante en la ecuación de los residuos.

### 6.2.2 Algoritmo de optimización

Existen numerosos algoritmos meta-heurísticos en el seguimiento de índices, véase el Capítulo 2. Concretamente, la utilización de algoritmos genéticos, dentro del grupo de los algoritmos meta-heurísticos, se justifica por las siguientes razones:

- Los buenos resultados que han dado en trabajos precedentes, Beasley et al. (2003).
- Permiten explorar más soluciones candidatas con respecto a los métodos de trayectoria.
- Están especialmente diseñados para la optimización binaria.
- Están implementados en múltiples *softwares* científicos como Matlab, R o Gauss.

Cuando se sigue a un índice con  $k$  activos en cartera, el problema es determinar que  $k$  títulos deben formar parte de la cartera y en qué proporciones. Por ejemplo, si tenemos un índice con 100 activos y queremos formas carteras de cinco activos sin repetir ninguno, el número de carteras potenciales es  $8.5828 \cdot 10^{11}$ . Cuando  $k$  es alto, los requerimientos computacionales para evaluar cada una de estas carteras pueden ser prohibitivos. Los algoritmos genéticos están especialmente diseñados para explorar esta multitud de posibles carteras candidatas de manera eficiente. Concretamente, en esta Tesis adaptamos la metodología propuesta, para la selección de regresores, por

Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007) a las características específicas del problema de seguimiento de índices.

El número de activos que deben formar parte de la cartera puede ser determinado de dos formas: como una restricción externa que tendrá su influencia a la hora de configurar la población inicial del algoritmo genético o mediante una restricción de cardinalidad, ver apartado 2.3.1.4. Nosotros usamos el primer enfoque a la hora de llevar a cabo este procedimiento debido a su mayor sencillez computacional. Fijamos a priori el número de activos en cartera. Además, generamos la población inicial de manera aleatoria para que cumpla con el número deseado de activos en cartera. Es decir, si buscamos carteras con cinco activos, en el cromosoma habrá cinco unos y el resto serán ceros. Los unos representan qué activos entran en la cartera. Los pasos básicos del algoritmo genético para construir una cartera de seguimiento de un índice son los siguientes:

- Paso 1. Población inicial: El algoritmo genera una población de soluciones aleatorias, las cuales representan subconjuntos de  $n$  activos del índice, candidatos a ser incluidos en la cartera que sigue al índice. Estos candidatos (carteras), también llamados cromosomas, se representan como vectores. Todos tienen la misma longitud y su contenido son dígitos binarios. Así, por ejemplo, en un problema de optimización  $K$ -dimensional un cromosoma se escribe como un vector con  $1 \times K$  elementos  $[P_1, P_2, \dots, P_k]$  donde  $P_j, j = 1 \dots K$ , es una variable binaria, que toma el valor de cero cuando el activo  $j$  no es seleccionado y el valor de uno cuando sí es seleccionado. De esta manera, si el índice está compuesto por una lista de cinco activos,  $K = 5$ , y se ha determinado que  $n = 3$  el cromosoma  $(1, 0, 1, 0, 1)$  representa la cartera compuesta por los títulos primero, tercero y quinto de la lista. Estos cromosomas actúan como semillas del proceso.
- Paso 2. Ordenación. Aplicamos el contraste de Dickey-Fuller aumentado dentro del contraste de cointegración de Engle y Granger, Engle y Granger (1987), a cada una de las carteras que representan los cromosomas. Cada cartera (cromosoma) es ordenada usando la función de pérdida del estadístico Dickey-Fuller aumentado. Así que una cartera (cromosoma) se considera mejor que otra si su estadístico Dickey-Fuller aumentado es menor.

- Paso 3. Selección natural: Al igual que en el trabajo de Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007), simulando el proceso de selección natural de Darwin, la mitad de las carteras de peor comportamiento en relación a la función de pérdida, son eliminadas. Es decir, eliminamos aquellas carteras con un estadístico Dickey-Fuller aumentado peor, superior.
- Paso 4. Emparejamiento. El algoritmo elige parejas de cromosomas del conjunto de cromosomas no desechado para producir dos nuevas soluciones “hijos” a partir de cada pareja. La combinación de cromosomas se puede realizar mediante diversos métodos. En nuestro caso, hemos llevado a cabo un proceso de emparejamiento aleatorio donde cada cromosoma tiene la misma probabilidad de emparejarse y no se tiene en cuenta el valor del Dickey-Fuller aumentado asociado a cada cromosoma. Si hubiéramos tenido en cuenta el valor del Dickey-Fuller estaríamos hablando de un proceso elitista. En este sentido, podemos decir que la tasa de emparejamiento es uno porque todos los cromosomas supervivientes se emparejan.
- Paso 5. Reproducción: Esta operación crea los nuevos “hijos” a partir de las parejas seleccionadas en el proceso de emparejamiento. Este procedimiento se llama recombinación o cruzamiento. Generalmente, se utiliza un único punto de cruzamiento. Este consiste en seleccionar aleatoriamente un punto de ruptura en una posición particular en la representación binaria de cada cromosoma. Este punto de ruptura se utiliza para separar cada vector en dos subvectores. Los dos subvectores a la derecha del punto de ruptura se cambian entre los dos vectores del lado izquierdo, produciendo dos nuevas cromosomas.

Por ejemplo, consideremos una pareja de cromosomas cada uno de los cuales representa una cartera llamados madre y padre, teniendo cada uno de ellos tres activos,  $n = 3$ . Supongamos, por ejemplo que madre =  $(1,1,0,|1,0)$  y padre =  $(1,0,1,|0,1)$ . Si establecemos el punto de ruptura después de la tercera posición en cada cromosoma, se crean dos nuevas cromosomas a partir de los padres: hijo<sub>1</sub> =  $(1,1,0,|0,1)$  e hijo<sub>2</sub> =  $(1, 0, 1 |1,0)$ . Cada uno hereda parte del material genético de sus padres, lo que significa que recombinamos las carteras  $\{P_{1t}, P_{2t}, P_{4t}\}$  y  $\{P_{1t}, P_{3t}, P_{5t}\}$ , para obtener los hijos  $\{P_{1t}, P_{2t}, P_{5t}\}$  y  $\{P_{1t}, P_{3t}, P_{4t}\}$ .

Sin embargo, este procedimiento de reproducción tiene un inconveniente. Como todas las carteras seleccionadas tienen el mismo número  $n$  de activos, nuestro procedimiento de recombinación puede producir un hijo con un número de activos diferentes de  $n$ . Este es el caso de los padres anteriores, madre = (1,1|, 0, 1,0); padre = (1, 0,|1,0,1), donde el punto de corte se selecciona después de la segunda posición. Ahora, los dos nuevos cromosomas son hijo  $_1$  = (1,1|, 1,01) e hijo  $_2$  = (1, 0, |0, 1,0). En este caso, para tener el mismo número,  $n = 3$ , de activos en la cartera es necesario “reparar” los cromosomas de los hijos. Si un cromosoma tiene más de  $n$  activos se eliminan los activos sobrantes aleatoriamente. En el caso contrario, se introducen activos aleatoriamente. Este proceso es llevado a cabo por una función reparadora presente en el algoritmo. Dicha función consiste en elegir una posición dentro del cromosoma y de forma aleatoria introducir unos o ceros hasta que el cromosoma tenga el número de unos que representa al número de activos en cartera. Además, este procedimiento hace innecesario incluir la fase de mutación dentro del algoritmo genético. La fase de mutación tiene como objetivo evitar las soluciones que son óptimos locales. Una perspectiva de su funcionamiento se puede encontrar en el trabajo de Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007), página 320.

- Paso 6. Convergencia. El algoritmo vuelve al paso 2 y repite secuencialmente el proceso durante generaciones hasta que se alcanza un criterio de convergencia. El criterio de convergencia más habitual es que la población converja a una solución o se alcance el máximo número de generaciones predefinidas. En este trabajo seleccionamos un criterio intermedio consistente en parar cuando las veinte mejores soluciones se repitan. Este criterio es el mismo que se aplica en Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007).

### **6.3 Estudio de los valores de cointegración**

Nuestra metodología intenta minimizar el ratio  $t$  de la ecuación de los residuos procedentes de la ecuación de cointegración, es decir, intentamos maximizar la cointegración. No obstante, nuestro método confía en que el algoritmo genético sea capaz de encontrar la solución (combinación de  $n$  títulos) más cointegrada con el índice, sin que el valor crítico que determina si una relación está cointegrada o no, para un

determinado nivel de significación, intervenga. Por esta razón, siempre será necesario comprobar que la solución obtenida está cointegrada. Los valores críticos en el contraste de cointegración de Engle y Granger dependen del número del número de variables integradas de orden uno dentro de la ecuación de cointegración, Maurer (2008).

En la literatura, el número máximo de variables tabuladas para este contraste es 12, MacKinnon (1990), *reedición del 2010 del artículo*. Maurer (2008) ha tabulado un número mayor de variables. Empleamos la metodología de Mackinnon para generar nuestros propios valores críticos. Maurer (2008) matiza el artículo de Alexander y Dimitriu (2005) por no actualizar los valores críticos de cointegración.

A partir del trabajo de MacKinnon (1990), generamos los valores críticos, Tabla 1, para carteras con 15, 20, 25 y 30 activos, que se corresponden con las carteras habitualmente utilizadas en trabajos previos. El procedimiento para generar los valores críticos es el mismo el recogido en MacKinnon (1990). La Tabla 1 recopila los valores críticos del contraste de Engle y Granger para diferentes números de regresores suponiendo que el contraste se realiza sin tendencia y tenemos una muestra de 750 observaciones. En la Tabla 1, los valores para las carteras con 5 y 10 activos los obtenemos del trabajo de MacKinnon (1990), reedición del 2010.

**Tabla 1: Valores críticos Engle y Granger para diversos tamaños de cartera**

	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
<b>5 activos</b>	-5,280	-4,729	-4,442
<b>10 activos</b>	-6,495	-5,950	-5,877
<b>15 activos</b>	-7,482	-6,950	-6,672
<b>20 activos</b>	-8,233	-7,705	-7,4268
<b>25 activos</b>	-8,899	-8,370	-8,094
<b>30 activos</b>	-9,502	-8,971	-8,694

Fuente: Elaboración propia.

Con estos valores se comprueba si un conjunto de activos está cointegrado con el índice de referencia en cuestión.

## 6.4 Comparación de metodologías

En este apartado hablamos de dos metodologías que nos servirán para comparar nuestros resultados. Por una parte está el procedimiento de Alexander y Dimitriu (2005) y por otra parte el procedimiento más clásico de optimizar la correlación en vez de la cointegración.

El procedimiento de Alexander y Dimitriu se recoge en el trabajo ya citado de estas autoras. Para que las comparaciones sean factibles realizamos alguna modificación en su procedimiento. De esta manera, aun cuando partimos de la misma regresión logarítmica, en la estimación mínimo cuadrática restringimos los coeficientes a ser positivos. Los pesos de los activos en la cartera de seguimiento los calculamos mediante normalización de los coeficientes como Alexander y Dimitriu (2005). Una vez calculados los pesos usamos la fórmula de cálculo del valor de la cartera que aparece en Alexander y Dimitriu (2002). Matemáticamente:

$$\Pi_{T+x} = \Pi_{T-1} \sum_{k=1}^n \frac{w_{k,T}}{P_{k,T}} P_{k,T+x}, \quad (6.15)$$

donde  $w_{k,T}$  es el peso de la cartera estimada en el momento  $T$ ,  $\Pi_{T+x}$  es el valor de la cartera en el momento  $T + x$ ,  $P_{k,T}$  es el precio de los activos en el momento  $T$ ,  $P_{k,T+x}$  es el precio de los activos en el momento  $T + x$ ,  $x$  es el momento en el que se quiere calcular el valor de la cartera y  $k$  el número de activos.

La utilización de los precios en logaritmo tiene ciertos inconvenientes, ya señalados previamente por Alexander y Dimitriu (2005b). La estrategia de seguimiento falla a la hora de seguir el mercado cuando este es bajista. Las desviaciones de los pesos de la cartera de seguimiento con respecto al peso de los activos en el índice tienen dos fuentes:

- Los precios en logaritmo.
- Los precios históricos.

Las transformaciones logarítmicas provocan que si los precios no se mueven en el mismo rango, al ser el logaritmo una transformación no lineal, la dispersión entre ellos aumenta. La consecuencia de esta dispersión es el cambio en las ponderaciones de los activos con respecto a la que tendrían en el índice. Los precios históricos reflejan que la cointegración es una relación a largo plazo entre el índice y los activos, mientras que las ponderaciones en el índice es una relación a corto plazo.

Con respecto a la metodología de la correlación usamos el mismo procedimiento que en el apartado 6.3, pero en este caso la función a optimizar es el coeficiente de correlación de Pearson, Pearson (1895), entre los rendimientos de la cartera de seguimiento y los rendimientos del índice, ecuación (6.2). En este sentido Alexander y Dimitriu (2002)

destacan que los métodos basados en la cointegración para realizar seguimiento de índices son mejores que los basados en la correlación porque el error de seguimiento tiene reversión a la media, los pesos de los activos son más estables y se hace un mejor uso de la información recogida en los precios.

## 6.5 Contraste para el cambio de cartera

En el proceso de seguimiento de un índice, es conveniente reevaluar la cartera formada a medida que transcurre el tiempo, comparando esta cartera con aquella que se formaría si se incluyera en el procedimiento la nueva información que día a día se va obteniendo. Para llevar a cabo esta comparación desarrollamos el contraste que se presenta en este epígrafe; dicho contraste se basa fundamentalmente en determinar si la nueva cartera, que incorpora la información más reciente, es equivalente a la anterior en términos del estadístico de contraste Dickey-Fuller aumentado de los residuos del seguimiento. El objetivo fundamental de este contraste es ahorrar costes de transacción mediante la minimización del número de cambios de carteras. Los costes a los que conducen la disyuntiva de realizar o no cambios en los activos de una cartera han sido estudiados por Gaivoronski et al. (2005) y por Zhang y Maringer (2010).

Para llevar a cabo este contraste usamos el método Monte Carlo y repetimos los siguientes pasos 50.000 veces. Nuestro algoritmo tiene los siguientes pasos.

Primero, generamos dos muestras de datos a partir del siguiente modelo generador de datos:

$$y_t = y_{t-1} + u_t, \quad (6.16)$$

donde el valor de la variable  $y$  en el momento  $t$  igual a cero es igual a cero,  $y_0 = 0$ , y  $u_t$  es variable aleatoria normal con media cero y desviación típica uno.

Segundo, hacemos la siguiente regresión econométrica para ambas muestras:

$$\Delta y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (6.17)$$

Esta es la expresión básica sin añadir ni constante ni tendencia. Se puede añadir cualquiera de estos dos elementos según la forma que adopte el Dickey-Fuller aumentado. Tercero, una vez realizada la regresión se calcula el valor del estadístico  $t$

## Capítulo VI. Metodología para el seguimiento de índices y estrategias de posiciones largas y cortas

sobre el parámetro alfa para ambas muestras, es decir, se divide el valor de alfa entre su desviación típica.

Tras concluir el proceso Monte Carlo hay dos muestras con 50.000 valores del estadístico  $t$ ; ahora lo que hacemos es calcular la variable diferencia ordenada. Para ello, ordenamos las dos muestras  $t$ , y las restamos para obtener la variable diferencia. Posteriormente, ordenamos la variable creada y calculamos el percentil 0.5%, 2.5%, 5%, 90%, 95%, 97.5% y 99.5%. Para tener un intervalo del 99% usamos los percentiles 0.5% y 99.5%. Con ello tenemos un intervalo de estimación en el que se encuentra los valores críticos del contraste de cambio de carteras Dickey-Fuller aumentado, que es el que usamos en la práctica.

Una vez obtenidos estos valores calculamos el valor del Dickey-Fuller aumentado de los residuos de la cartera anterior en el momento actual suponiendo que hayamos mantenido la misma composición de cartera. Para ello, actualizamos los datos del índice y el precio de los activos manteniendo constante el número de acciones compradas de cada activo.

Este valor lo comparamos con el valor del Dickey-Fuller aumentado de los residuos de la nueva cartera y vemos si la diferencia cae dentro o fuera del intervalo de la estimación. Si cae dentro mantenemos la misma cartera, si cae fuera cambiamos de cartera.

Esto tiene una ventaja crucial a la hora de seguir el *IBEX 35* o cualquier otro índice. La selección de carteras deja de ser algo mecánico y solo cambiamos la cartera si la nueva cartera aporta algo nuevo estadísticamente hablando.

La Tabla 2 recoge los valores críticos del cambio de cartera de Dickey-Fuller aumentado sin constante, ni tendencia, la Tabla 3 lo mismo pero con constante y la Tabla 4 con constante y con tendencia.



**Tabla 2: Valores críticos para el cambio de cartera basados en el contraste Dickey-Fuller aumentado sin constante ni tendencia**

<b>Prob</b>	<b>0,50%</b>	<b>2,50%</b>	<b>5%</b>	<b>90%</b>	<b>95%</b>	<b>97,50%</b>	<b>99,50%</b>
<b>n</b>							
<b>25</b>	-0,020	-0,009	-0,008	0,013	0,026	0,035	0,057
<b>50</b>	-0,039	-0,034	-0,030	0,005	0,009	0,013	0,019
<b>75</b>	-0,070	-0,029	-0,012	0,008	0,011	0,014	0,020
<b>100</b>	-0,012	-0,011	-0,010	0,006	0,010	0,012	0,030
<b>125</b>	-0,012	-0,001	0,000	0,013	0,015	0,019	0,044
<b>150</b>	-0,028	-0,024	-0,022	-0,003	0,004	0,006	0,020
<b>175</b>	-0,054	-0,010	-0,001	0,017	0,020	0,022	0,024
<b>200</b>	-0,023	-0,020	-0,017	0,004	0,006	0,010	0,057
<b>225</b>	-0,045	-0,030	-0,024	0,002	0,006	0,008	0,022
<b>250</b>	-0,027	-0,015	-0,014	0,008	0,013	0,018	0,051
<b>275</b>	-0,021	-0,019	-0,016	0,004	0,007	0,012	0,046
<b>300</b>	-0,038	-0,008	-0,003	0,014	0,015	0,016	0,018
<b>325</b>	-0,044	-0,006	-0,004	0,015	0,020	0,023	0,036
<b>350</b>	-0,033	-0,013	-0,010	0,007	0,008	0,009	0,015
<b>375</b>	-0,056	-0,025	-0,019	0,005	0,008	0,011	0,015
<b>400</b>	-0,017	-0,016	-0,014	0,004	0,006	0,013	0,030
<b>425</b>	-0,018	-0,014	-0,010	0,006	0,010	0,012	0,022
<b>450</b>	-0,026	-0,016	-0,015	0,008	0,008	0,009	0,020
<b>475</b>	-0,039	-0,028	-0,019	0,011	0,013	0,015	0,029
<b>500</b>	-0,034	-0,029	-0,025	0,018	0,019	0,029	0,049
<b>750</b>	-0,0564	-0,0323	-0,0225	0,0148	0,0171	0,0194	0,0361

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 3: Valores críticos para el cambio de cartera basados en el contraste Dickey-Fuller aumentado con constante**

<b>Prob</b>	<b>0,50%</b>	<b>2,50%</b>	<b>5%</b>	<b>90%</b>	<b>95%</b>	<b>97,50%</b>	<b>99,50%</b>
<b>n</b>							
<b>25</b>	-0,021	-0,002	0,000	0,021	0,025	0,029	0,056
<b>50</b>	-0,037	-0,029	-0,019	0,013	0,014	0,015	0,016
<b>75</b>	-0,052	-0,018	-0,014	0,015	0,020	0,022	0,026
<b>100</b>	-0,017	-0,016	-0,014	0,002	0,015	0,023	0,033
<b>125</b>	-0,010	-0,008	-0,006	0,011	0,015	0,019	0,057
<b>150</b>	-0,038	-0,023	-0,020	-0,009	-0,006	-0,004	-0,003
<b>175</b>	-0,038	-0,022	-0,021	-0,010	-0,009	-0,008	0,017
<b>200</b>	-0,026	-0,017	-0,015	0,005	0,005	0,007	0,033
<b>225</b>	-0,036	-0,022	-0,017	0,005	0,008	0,010	0,019
<b>250</b>	-0,049	-0,027	-0,007	0,010	0,013	0,015	0,023
<b>275</b>	-0,034	-0,022	-0,014	0,003	0,005	0,008	0,018
<b>300</b>	-0,029	-0,019	-0,017	-0,006	-0,004	-0,003	0,004
<b>325</b>	-0,007	-0,006	-0,005	0,012	0,019	0,039	0,049
<b>350</b>	-0,018	-0,006	-0,003	0,008	0,012	0,014	0,019
<b>375</b>	-0,026	-0,016	-0,015	0,003	0,005	0,007	0,008
<b>400</b>	-0,019	-0,017	-0,016	0,006	0,008	0,011	0,024
<b>425</b>	-0,016	-0,011	-0,010	0,011	0,012	0,013	0,032
<b>450</b>	-0,015	-0,012	-0,012	0,006	0,008	0,010	0,018
<b>475</b>	-0,045	-0,012	-0,009	0,006	0,010	0,012	0,028
<b>500</b>	-0,016	-0,001	-0,001	0,012	0,015	0,025	0,040
<b>750</b>	-0,0480	-0,0419	-0,0385	0,0143	0,0196	0,0290	0,0627

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 4: Valores críticos para el cambio de cartera basados en el contraste Dickey-Fuller aumentado con constante y tendencia.**

Prob	0,50%	2,50%	5%	90%	95%	97,50%	99,50%
<b>n</b>							
<b>25</b>	1,809	1,837	1,844	2,426	2,490	2,536	2,637
<b>50</b>	1,711	1,759	1,800	2,470	2,538	2,591	2,744
<b>75</b>	1,684	1,749	1,790	2,488	2,547	2,609	2,686
<b>100</b>	1,632	1,761	1,818	2,502	2,559	2,597	2,693
<b>125</b>	1,624	1,703	1,770	2,516	2,563	2,584	2,687
<b>150</b>	1,681	1,743	1,792	2,506	2,578	2,626	2,702
<b>175</b>	1,616	1,709	1,777	2,513	2,575	2,628	2,711
<b>200</b>	1,597	1,720	1,780	2,509	2,568	2,594	2,650
<b>225</b>	1,595	1,719	1,778	2,518	2,587	2,624	2,691
<b>250</b>	1,656	1,705	1,755	2,522	2,584	2,602	2,660
<b>275</b>	1,601	1,716	1,767	2,518	2,560	2,585	2,636
<b>300</b>	1,602	1,690	1,771	2,518	2,575	2,615	2,647
<b>325</b>	1,572	1,713	1,766	2,506	2,565	2,589	2,652
<b>350</b>	1,634	1,721	1,782	2,518	2,574	2,609	2,671
<b>375</b>	1,591	1,708	1,767	2,507	2,559	2,589	2,716
<b>400</b>	1,585	1,703	1,759	2,498	2,552	2,608	2,678
<b>425</b>	1,616	1,725	1,778	2,535	2,587	2,634	2,717
<b>450</b>	1,647	1,728	1,782	2,506	2,566	2,589	2,610
<b>475</b>	1,632	1,747	1,815	2,533	2,603	2,642	2,721
<b>500</b>	1,560	1,691	1,763	2,524	2,591	2,607	2,673
<b>750</b>	1,5550	1,7338	1,7760	2,5378	2,6105	2,6480	2,7955

Fuente: Elaboración propia.

## 6.6 Aspectos metodológicos propios del seguimiento de índices mejorados

En este apartado recogemos los elementos necesarios para el seguimiento de índices mejorados. Empezamos cambiando la ecuación (6.1). A partir del índice original calculamos un índice mejorado con la siguiente ecuación:

$$EI_t = EI_{t-1} \left[ 1 + (R_{I,t} + PlusReturn) \right] \quad t = 2, 3, \dots, T, \quad (6.18)$$

donde,  $EI_1 = I_1(1 + PlusReturn)$ ,  $R_{I,t}$  es la rentabilidad del índice original en el momento  $t$ ,  $I_1$  es el valor del índice en el momento 1 y  $PlusReturn$  representa el plus de rentabilidad que la cartera de seguimiento debe tener sobre el índice original. Por ejemplo, si el rendimiento plus es del 10%, al rendimiento diario del índice hay que

añadirle 0.1/250, suponiendo que haya 250 días de cotización al año. El resto del procedimiento es igual al descrito en el apartado 6.3. En los trabajos de Alexander y Dimitriu (2005) y Dunis y Ho (2005) los *PlusReturn* que hay que conseguir son del 5%, 10% y 15%. Nosotros añadimos además una rentabilidad plus del 20%.

### 6.7 Aspectos metodológicos propios de las estrategias de posiciones cortas y largas

La idea básica tras una estrategia de posiciones largas y cortas es comprar un activo o un conjunto de estos y vender otro o conjunto de otros para cubrirse de los movimientos de mercado en una estrategia de riesgo neutral. El beneficio es el margen entre ambas posiciones, la posición comprada y la vendida. Las carteras compradas y vendidas son activos del mismo índice, así que esta estrategia es una extensión del seguimiento de índices. Para desarrollar esta estrategia debemos construir un margen, *spread*, alrededor del índice a partir de la creación de dos índices modificados con las siguientes expresiones:

$$IndicePlus_t = IndicePlus_{t-1} \left[ 1 + (R_{I,t} + PlusReturn) \right], \quad (6.19)$$

$$IndiceMinus_t = IndiceMinus_{t-1} \left[ 1 + (R_{I,t} - PlusReturn) \right], \quad (6.20)$$

donde  $IndicePlus_1 = I_1 (1 + PlusReturn)$  e  $IndiceMinus_1 = I_1 (1 - PlusReturn)$ . Tal y como se puede apreciar, el índice plus es un índice mejorado, mientras que el índice minus se construye de la misma manera, con la diferencia de que al plus de rentabilidad se la añade un signo negativo. A partir de estos índices modificados generamos dos carteras, una que sigue al índice plus, que es la cartera comprada, y otra que sigue al índice minus, la cartera vendida. Para realizar esto empleamos la metodología desarrollada en el apartado 6.3. En esta estrategia el beneficio esperado se mantiene mientras la distancia del margen se mantenga en los valores definidos al inicio del proceso. Cualquier desviación sobre este margen implicaría incrementos o disminuciones de rentabilidad, dependiendo de si el margen se incrementa o disminuye, respectivamente.

Una vez desarrolladas las metodologías de seguimiento de índices, seguimiento de índices mejorados y estrategias de posiciones cortas y largas, vamos a hacer una extensión de la metodología y aplicar los algoritmos genéticos a las estrategias apalancadas. Para ser más exactos a las estrategias 130/30, tal como fueron detalladas en el apartado 3.4 del Capítulo 3.

### 6.8 Metodología para desarrollar estrategias apalancadas

En el Capítulo 3 definimos las estrategias denominadas 130/30 como estrategias de posiciones largas y cortas donde la posición corta es el 30% de la cartera y la posición larga es el 130% de la cartera. La cartera en corto financia a la cartera en largo por encima del 100% y de ahí su capacidad de apalancamiento. Por ejemplo, en las estrategias 130/30 el apalancamiento es de 1.6 porque manejan activos que suponen el 160% de la cartera. A diferencia de las estrategias de posiciones largas y cortas, en las estrategias 130/30 no se pretende ser neutral al riesgo de mercado ya que la posición larga siempre es superior a la corta. El objetivo de estas estrategias es obtener rentabilidades por encima del mercado que se usa de referencia.

La teoría de carteras, Markowitz (1952), busca carteras que maximicen la rentabilidad sujeta a un determinado riesgo o que minimicen el riesgo sujeta a una determinada rentabilidad. Generalmente, uno de sus supuestos básicos es la imposibilidad de tener posiciones cortas en las carteras. Sin embargo, la relajación de este supuesto ha contribuido a crear carteras que hacen un uso más eficiente de la información, Thorley et al. (2002) o Clarke et al. (2004), entre otros.

El objetivo último de las estrategias 130/30 es batir la rentabilidad del mercado de referencia, objetivo que deriva de su condición de estrategia activa. En la teoría de carteras se presentan dos problemas a resolver, ¿qué activos entran en cartera y en qué proporción? El problema de seleccionar los activos que entran en cartera en la literatura se denomina *asset selection*. El problema de asignar ponderaciones se llama *asset allocation*. En las estrategias 130/30 hay diversos métodos cuantitativos y de análisis fundamental que intentan solucionar estos dos problemas. Por ejemplo, Lo y Patel (2008) emplean un método cuantitativo de factores. Armfelt y Somos (2008) emplean un modelo de factores a partir de las carteras de Fama y French, [Fama y French (1993)]. Segara et al. (2012) emplean un método de selección de activos cuantitativos

basado en la ley de la gestión activa, Grinold (1989). También hay que destacar que las técnicas más modernas para seleccionar y ponderar los activos que intervienen en las carteras usan algoritmos meta-heurísticos, ver Gilli et al. (2011) o Vijayalakshmi Pai y Michel (2012). Estos dos artículos nos han servido de referencia para desarrollar la estrategia 130/30, tanto a la hora de seleccionar como de estimar las ponderaciones de los activos dentro de la cartera. En el artículo de Gilli et al (2011) la función objetivo es el ratio Omega y el algoritmo meta-heurístico empleado es de evolución diferencial, mientras que en Vijayalakshmi Pai y Michel (2012) la función objetivo es una función ponderada de media-varianza, empleando dos métodos de optimización evolutivos. Tratan de minimizar una función ponderada entre el riesgo y la rentabilidad. La ponderación va de cero a uno y representa la aversión al riesgo. Si vale uno se trata de minimizar el riesgo y si vale cero el objetivo es maximizar la rentabilidad.

En esta Tesis nos decantamos principalmente por el enfoque de Gilli et al (2011) al basarnos en la optimización de un ratio. Sin embargo, no usamos la evolución diferencial, como método de optimización meta-heurístico, sino los algoritmos genéticos, tal y como ha sido una constante a lo largo de esta Tesis. En este caso, en lugar de optimizar relaciones de cointegración a largo plazo, la función objetivo consistirá en optimizar un determinado ratio de actuación (*performance indicator*). Febel (2003) define los ratios de actuación como medidas estadísticas que resumen el resultado de una inversión; tal resultado se puede expresar en términos de rendimiento, en términos de riesgo o en términos de uso eficiente del riesgo. Para tener una amplia visión de los distintos ratios de actuación que existen ver el *survey* de Le Sourd (2007). Los ratios que nosotros empleamos son los siguientes:

- Ratio de Sharpe, Sharpe (1966).
- Ratio de Sortino, Sortino y Van Der Meer (1991).
- Ratio co-movimientos de beta, Martellini y Ziemann (2010).
- Ratio Omega, Keating y Shadwick (2002).

Matemáticamente, el ratio de Sharpe lo expresamos así:

$$S_p = \frac{E(R_p)}{\sigma(R_p)}, \quad (6.21)$$

donde  $E(R_p)$  es la rentabilidad esperada de la cartera y  $\sigma(R_p)$  es la desviación típica de la cartera. En el ratio de Sortino la función a optimizar es la siguiente:

$$Sortino_p = \frac{E(R_p) - MAR}{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=0}^T (R_{p,t} - MAR)^2}}, MAR > R_{p,t} \quad (6.22)$$

donde  $MAR$  es la tasa de rendimiento aceptable, que en nuestro caso es el rendimiento del *benchmark* (índice),  $R_{p,t}$  es el rendimiento de la cartera en el momento  $t$  y  $T$  es el número de observaciones. El ratio co-movimientos de beta es el siguiente:

$$\beta_{p,b}^2 = \frac{cov(R_p, R_b)}{\mu^2(R_b)}, \quad (6.23)$$

$$\mu^2(R_b) = E[(R_b - E(R_b))^2], \quad (6.24)$$

donde  $cov(R_p, R_b)$  es la covarianza entre los rendimientos de la cartera y el índice y  $\mu^2(R_b)$  es el momento centrado de orden dos de los rendimientos del *benchmark*. El cuarto ratio se basa en el ratio Omega, de Keating y Shadwick (2002):

$$\Omega(r) = \frac{\int_r^{\infty} (1 - F(x)) dx}{\int_{-\infty}^r (F(x)) dx}, \quad (6.25)$$

donde  $F$  es una función acumulativa de distribución de los rendimientos, no tiene que ser una distribución normal [Le Sourd (2007)], y  $r$  el punto que separa los beneficios de las pérdidas.

Para completar la función objetivo, una vez definido el ratio de actuación, hay que construir las restricciones matemáticas que permiten que las soluciones sean óptimas para las estrategias 130/30. Las posiciones largas deben sumar 1.3 y las posiciones cortas -0.3 en la cartera final. Además nos interesa contar con una restricción que evite la concentración de los pesos en un activo. Esto se denomina restricción de límite superior e inferior, ver apartado 2.3.1.4. De forma matemática el problema lo expresamos de la siguiente manera<sup>23</sup>:

<sup>23</sup> Formulación del problema inspirada en [www.mathworks.com/matlabcentral/answers/61-how-can-i-implement-a-long-short-portfolio-130-30-with-the-financial-toolbox](http://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/61-how-can-i-implement-a-long-short-portfolio-130-30-with-the-financial-toolbox)

$$\text{Max } Z(w_l), \quad (6.26)$$

sujeto a:

$$\sum_{l=1}^k w_l \leq 1, \quad (6.27)$$

$$\sum_{l=1}^k w_l + \sum_{i=1}^k w_{s,i} - \sum_{j=1}^k w_{b,j} = 0, \quad (6.28)$$

$$\sum_{i=1}^k w_{s,i} = 0.3, \quad (6.29)$$

$$\sum_{j=1}^k w_{b,j} = 1.3, \quad (6.30)$$

$$-0.3 \leq w_l \leq 0.4, \quad (6.31)$$

$$w_{s,i} \geq 0, \quad (6.32)$$

$$w_{b,j} \geq 0, \quad (6.33)$$

$$k = \text{cte}, \quad (6.34)$$

donde  $Z$  es el ratio de actuación,  $w_{s,i}$  es el peso del activo  $i$ -ésimo en la cartera de posiciones cortas (vendida),  $w_{b,j}$  es el peso del activo  $j$ -ésimo de la cartera de posiciones largas (comprada),  $w_l$  es el peso del activo  $l$ -ésimo en la cartera final y  $k$  es el número de activos en cartera. La restricción (6.27) expresa que los pesos en la cartera final no deben sumar más de uno. La restricción (6.28) recoge que la suma de los pesos en la cartera final más los pesos en la cartera en corto menos los pesos de la cartera en largo debe ser igual a cero. Esta restricción se hace para asegurar que los activos de la cartera final, de la cartera en largo y de la cartera en corto tengan unos pesos totales acordes con los objetivos marcados. La restricción (6.29) recoge que la suma de la cartera en corto debe ser igual a 0.3. La restricción (6.30) expresa que la suma de la cartera en largo es igual a 1.3. La restricción (6.31) recoge el límite superior e inferior de los pesos de cada activo en la cartera final. Las restricciones (6.32) y (6.33) recogen que los pesos de las carteras en largo y en corto en la optimización no son negativos. La



restricción (6.34) recoge que el número de activos en la cartera final es constante. El problema es muy similar al problema clásico de optimización de carteras de Markowitz. Permitimos activos con pesos negativos en la cartera final y creamos dos carteras intermedias, cartera larga y cartera corta, que aseguran que en la cartera final los pesos de los activos en corto sumen -0.3 y los pesos de los activos en largo sumen 1.3.

Una vez definida la función objetivo y sus restricciones para obtener una cartera 130/30 óptima, hay que desarrollar el algoritmo genético correspondiente. La justificación para usar un algoritmo genético viene dada por la gran cantidad de combinaciones de activos que pueden constituir las carteras candidatas. Incluso en índices con pocos activos como el *Dow Jones Industrial Average*, la cantidad de posibles carteras candidatas con, por ejemplo, cinco activos es especialmente grande. Empleamos con sus correspondientes ajustes el mismo algoritmo que el usado en el seguimiento de índices, seguimiento de índices mejorados o estrategias de posiciones largas y cortas. La mayor adecuación se encuentra en el paso dos del algoritmo donde obviamente se cambia la función objetivo. En este apartado, basándonos en el apartado 6.3.1.2, desarrollamos el algoritmo genético adaptado a la estrategia 130/30:

- Paso 1. Población inicial: El algoritmo genera una población de soluciones aleatorias, las cuales representan subconjuntos de  $n$  carteras de activos del índice. Estos candidatos (carteras), también llamados cromosomas, se representan como vectores. Todos tienen la misma longitud y su contenido son dígitos binarios. Así, por ejemplo, en un problema de optimización  $K$  dimensional un cromosoma se escribe como un vector con  $1 \times K$  elementos  $[P_1, P_2, \dots, P_k]$  donde  $P_j, j=1 \dots K$ , es una variable binaria, que toma el valor de cero cuando el activo  $j$  no es seleccionado y el valor de uno cuando sí es seleccionado.
- Paso 2. Ordenación. Cada cromosoma surgido en el paso uno es usado para estimar el problema de optimización recogido en la ecuación (6.26) y sus respectivas restricciones. Es un problema de optimización no lineal donde a partir de unos pesos iniciales aleatorios de los activos en cartera se van buscando nuevos pesos para maximizar el ratio de actuación elegido. Si los nuevos pesos generan un ratio de actuación mayor, esta solución (pesos) es escogida. Así cada cromosoma (cartera) es ordenado en función del ratio de actuación surgido de la

optimización. Una cartera (cromosoma) se considera mejor que otra si su ratio de actuación es mayor.

- Paso 3. Selección natural: Al igual que el trabajo de Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007) simulando el proceso de selección natural de Darwin, la mitad de las carteras con peor comportamiento son eliminadas. Es decir, eliminamos aquellas carteras con un ratio de actuación peor, menor.
- Paso 4. Emparejamiento. El algoritmo elige parejas de cromosomas del conjunto de cromosomas no desechado para producir dos nuevas soluciones “hijos” a partir de cada pareja. La combinación de cromosomas se puede realizar mediante diversos métodos. En nuestro caso, se ha llevado a cabo un proceso de emparejamiento aleatorio con una tasa de emparejamiento de uno, en la medida en que todos los cromosomas supervivientes se emparejan. Además, no se ha tenido en cuenta ninguna consideración elitista ya que cada cromosoma tiene la misma probabilidad de emparejarse sin tener en cuenta el valor del ratio de actuación asociado a cada uno de ellos.
- Paso 5. Reproducción: Esta operación crea los nuevos “hijos” a partir de las parejas seleccionadas en el proceso de emparejamiento. Este procedimiento se llama recombinación o cruzamiento. Generalmente, se utiliza un único punto de cruzamiento. Este consiste en seleccionar aleatoriamente un punto de ruptura en una posición particular en la representación binaria de cada cromosoma. Este punto de ruptura se utiliza para separar cada vector en dos subvectores. Los dos subvectores a la derecha del punto de ruptura se cambian entre los dos vectores del lado izquierdo, produciendo dos nuevos cromosomas. Sin embargo, este procedimiento de reproducción tiene el inconveniente de no soportar la restricción que determina como fijo el número de activos en la cartera, pudiéndose dar como resultado carteras con un número de activos distinto al marcado en la restricción correspondiente. Para resolver este inconveniente, si en un cromosoma el número de activos no coincide con  $n$ , siendo  $n$  el número de activos que deben haber en la cartera, se eliminan o añaden aleatoriamente los activos necesarios.

## Capítulo VI. Metodología para el seguimiento de índices y estrategias de posiciones largas y cortas

- Paso 6. Convergencia. El algoritmo vuelve al paso 2 y repite secuencialmente el proceso durante generaciones hasta que se alcanza un criterio de convergencia. El criterio de convergencia más habitual es que la población converja a una solución o se alcance el máximo número de generaciones predefinidas. En este trabajo seleccionamos un criterio de convergencia consistente en parar cuando las veinte mejores soluciones se repitan. Este criterio es el mismo que se aplica en Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007).

De este procedimiento surgen los activos seleccionados para intentar batir al índice de referencia, los pesos de los activos teniendo en cuenta que las posiciones largas en la cartera final deben sumar 1.3 y las posiciones cortas -0.3, y que los pesos de los activos están limitados a ciertas proporciones.



# **Parte III: Resultados**



## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

### 7.1 Introducción

En el Capítulo seis desarrollamos todas las metodologías utilizadas en esta Tesis: seguimiento de índices, seguimiento de índices mejorados, estrategias de posiciones largas y cortas y estrategias apalancadas. Además, desarrollamos el contraste de cambio de cartera a partir del contraste Dickey-Fuller aumentado y explicamos dos procedimientos alternativos al que proponemos nosotros, como la metodología del *ranking* de capitalización de Alexander y la maximización de la correlación.

En este Capítulo llevamos a la práctica las técnicas desarrolladas para el seguimiento de índices vistas en el Capítulo 6. Definimos los datos y mercados en los que vamos a trabajar, calculando los resultados del seguimiento de índices. Posteriormente, comparamos los resultados de nuestra técnica con los obtenidos mediante técnicas alternativas y estudiaremos los efectos de aplicar el contraste de cambio de cartera.

### 7.2 Bases de datos empleadas y características generales de las mismas

En este Capítulo, con el fin de realizar un análisis detallado de nuestra metodología empleamos varias bases de datos. La primera es la usada por Alexander y Dimitriu (2002), ver Anexo 4. Esta base de datos se conforma a partir de los precios diarios de los 30 títulos que componen el *Dow Jones Industrial Average* (DJIA), abarcando un periodo que va desde el 1 de Enero de 1990 hasta el 31 de Diciembre de 2001 y ha sido proporcionada por Alexander y Dimitriu. La segunda base de datos es de elaboración propia. Esta base de datos se ha creado a partir de los precios diarios de los valores que integran el *IBEX 35*, para un periodo temporal que va desde el 1 de Enero del 2000 hasta el 31 de Diciembre del 2009, ver Anexo 5. El índice *IBEX 35* está formado por los 35 valores más líquidos que cotizan en el Sistema de Interconexión Bursátil, SIBE, durante un periodo de tiempo determinado. El SIBE es un sistema electrónico que conecta las cuatro bolsas españolas (Madrid, Barcelona, Bilbao y Valencia). Los datos originales fueron proporcionados por la Bolsa de Madrid. Ver Anexo 6 sobre diseño y otras cuestiones sobre el *IBEX 35*.

Uno de los problemas que surge cuando se plantea una aplicación empírica de seguimiento de un determinado índice es el cambio de composición que a lo largo del tiempo se produce en este. Esto quiere decir que los títulos que componen un determinado índice no se mantienen constantes a lo largo del tiempo sino que, debido a los cambios que se producen en su capitalización, hay títulos que entran y otros que salen del índice. Este inconveniente ha sido tratado de diferente manera según los investigadores. Así, por ejemplo, Alexander y Dimitriu (2002) optan por reconstruir un nuevo índice *Dow Jones Industrial Average* a partir de los títulos que componen el índice a finales de 2001. Este enfoque, aunque bastante sencillo, no es muy realista en la medida en que imposibilita la selección de títulos que en su momento formaban parte del *Dow Jones Industrial Average* y que sin embargo, no formaban parte del índice a finales de 2001. Esto produce un sesgo de supervivencia. Para evitar este inconveniente, en la base de datos del *IBEX 35*, empleamos los datos de cierre originales ajustados de cada día. Para ajustar los datos tenemos en cuenta que los precios de las acciones se ven afectados por las ampliaciones de capital, los *splits* y los dividendos. Una ampliación de capital es la emisión de nuevas acciones que acrecienta el capital social de la empresa por las cuales los accionistas deben pagar una cantidad de dinero llamada derecho de subscripción preferente, ver Abascal (2000) para mayores detalles; este derecho por lo general es inferior al precio de mercado de la acción. Un *split* es una ampliación de capital pero sin coste para el accionista; suele adoptar expresiones como 2 x 1, es decir, por cada acción antigua le otorgan al accionista dos nuevas. El dividendo es una forma de remuneración monetaria por acción; se emplea para recompensar al accionista y es una manera de premiar al accionista aparte de la rentabilidad generada por la variación del precio de la acción. Las ampliaciones de capital, los *splits* y los dividendos producen caídas en el precio de las acciones. Para evitar estos efectos en las series, los precios se ajustan para recoger estas circunstancias. Las fórmulas para realizar los ajustes necesarios se encuentran en el Anexo 6. La razón para realizar estos ajustes es homogeneizar las series de precios y que estas no presenten saltos por las situaciones de mercado ya citadas. Nuestra metodología y las complementarias, *ranking* de capitalización de Alexander y Dimitriu y maximización de la correlación, se verían afectadas si no tuviéramos en cuenta los ajustes realizados en los precios. El Anexo 6 recoge de forma más pormenorizada las circunstancias propias del *IBEX 35*.



## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

También, con el fin de tener en cuenta los efectos de la actual crisis financiera en nuestra metodología, analizamos una base de datos del *Dow Jones Industrial Average* que va desde el 2 de Enero de 2004 hasta el 17 de Mayo de 2012. Empleamos la misma metodología que Alexander y Dimitriu (2002) para construir los datos. El análisis del índice *Dow Jones Industrial Average* durante la década de los noventa nos llevó a pensar que los resultados obtenidos con los datos de Alexander y Dimitriu (2002) se podrían ver afectados porque fuera una década donde el índice creció de forma constante y sostenida, sin ninguna corrección a la baja significativa. En el Anexo 7 recogemos las compañías que pertenecían al índice en la fecha final de la base de datos. El divisor del índice, el último día de la base de datos, es 0.132129493. Para construir el índice empleamos la siguiente fórmula:

$$DJIA\_reconstruido_t = \frac{\sum_{k=1}^{30} \text{precio\_dia}_{k,t}}{0.132129493}, \quad (7.1)$$

que suma los precios de los treinta títulos que forman parte del *Dow Jones Industrial Average* y divide por el divisor del índice, siendo  $k$  el número de activos del índice y  $t$  el momento temporal.

Otro conjunto de datos que empleamos fue construido a partir del *Dow Jones Composite Average*. Este índice recoge 65 compañías provenientes de los distintos índices del *Dow Jones*. Los datos van desde el 2 de Enero de 2004 hasta el 17 de Mayo de 2012. En esta base, a diferencia de la anterior, no hacemos reconstrucción del índice sino que empleamos los activos y el índice disponibles en todos los momentos temporales. Por ejemplo, DAI, *Delta Airlines*, MATX, *Matson Inc*, PEG, *Public Service Enterprise*, y UAL, *United Airlines*, no tienen datos disponibles para toda la muestra y sin embargo sí forma parte del índice el último día de la misma, por lo que no los tenemos en cuenta a la hora de construir las carteras. En el Anexo 8 recogemos las compañías del *Dow Jones Composite Average* disponibles en todo el periodo temporal de la base de datos. En esta base de datos el objetivo es no ajustar a un índice reconstruido como Alexander y Dimitriu (2002, 2005) sino que el ajuste sea al valor del índice de dicho día.

Con respecto a las series de precios de las cuatro bases de datos, todas son integradas de orden uno. Para determinar la estructura funcional del contraste de Dickey-Fuller aumentado aplicamos el procedimiento usado por Hacker y Hatemi-J (2010). Lo primero que hay que averiguar es el número de retardos que imponer a la variable en

diferencias en el Dickey-Fuller aumentado. La forma funcional empleada es la del contraste de Dickey-Fuller aumentado con constante y tendencia, porque es la ecuación de inicio en Hacker y Hatemi-J (2010). Por ejemplo, en el caso del *Dow Jones Industrial Average (1990-2001)*, al regresar el índice contra los precios de todos sus componentes, el criterio de información bayesiana en el Dickey-Fuller aumentado sobre los residuos de la regresión se minimiza con un retardo si la muestra comprende las primeras 750 observaciones. Si la muestra usa todos los datos el criterio de información bayesiana se minimiza con dos retardos. En el Anexo 9 se recoge un cuadro con estos valores. Pero no todas las carteras que usamos para seguir al índice o al índice mejorado, o realizar estrategias de posiciones largas y cortas, emplean todos los activos del índice. Por ello, hacemos diversas carteras aleatorias con un número variable de activos en cartera para comprobar el número de retardos de la variable en diferencias en la ecuación inicial del Dickey-Fuller aumentado. En el caso del *Dow Jones Industrial Average (1990-2001)*, al minimizar el criterio de información bayesiana, este se minimiza con un retardo en la variable en diferencias si la muestra tiene las 750 observaciones primeras y los activos en cuestión son IBM, MMM, PG, MSFT y UTX. Ver Anexo 4 para la definición de los *tickers*. El criterio de información bayesiana se minimiza con un retardo si la muestra tiene 750 observaciones y los activos son los diez primeros que aparecen en el Anexo 4, ver Anexo 9.

Una vez determinados el número de retardos de la variable en diferencias comenzamos el procedimiento empleado por Hacker y Hatemi-J (2010) para establecer la forma funcional del contraste Dickey-Fuller aumentado. Primero, utilizando como mercado de referencia el *DJIA (1990-2001)*, realizamos la regresión del índice contra los precios de los activos que lo componen. De forma matemática:

$$I_t = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3 + \dots + \alpha_n P_n + u_t, \quad (7.2)$$

donde  $I_t$  es el valor del índice en el momento  $t$ ,  $\alpha$  es el número de acciones de cada activo,  $P$  es el precio de cada activo,  $n$  es el número de activos que componen el índice y  $u_t$  es el residuo de la regresión. A partir de este realizamos la siguiente regresión:

$$\Delta u_t = \alpha + \beta u_{t-1} + ct + \varepsilon_t + \gamma \Delta u_{t-1}, \quad (7.3)$$

siendo  $\Delta$  el operador en diferencias,  $\alpha$  la constante,  $t$  la tendencia y  $\varepsilon_t$  el residuo. Los coeficientes  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $c$  son a estimar. De esta regresión obtenemos que rechazamos la hipótesis nula de que  $\beta = 0$ , por lo que no hay raíz unitaria en el residuo. Esto es debido

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

a que el estadístico  $t$ , para contrastar la hipótesis nula sobre el coeficiente  $\beta$ , tiene el valor de -5.9068 y el valor crítico para rechazar la hipótesis nula es -3.4104, ver Mackinnon (1990) para los valores críticos del Dickey Fuller.

Segundo, utilizamos un contraste  $t$  sobre el parámetro  $c$  para determinar si la tendencia en la regresión es igual a cero, es decir,  $H_0 c = 0$ . El parámetro que acompaña a la tendencia tiene un estadístico  $t$  igual a -0.8297. Del análisis de ese parámetro concluimos que no debemos rechazar la hipótesis nula, es decir, la tendencia es igual a cero. Esta afirmación nos lleva a determinar que la ecuación del contraste de Dickey-Fuller aumentado en el *DJIA (1990-2001)* tiene constante, variable retardada y al menos un retardo en la variable en diferencias. Si en vez de usar todos los títulos usamos los diez primeros títulos de la base de datos del *Dow Jones Industrial Average (1990-2001)*, ver Anexo 4, y realizamos de nuevo el procedimiento empleado en Hacker y Hatemi-J (2010), vemos que el estadístico  $t$ , sobre el coeficiente  $\beta$ , vale -4.654 y el coeficiente que acompaña a la tendencia tiene un estadístico  $t$  igual a 0.2885. Estos resultados reafirman la idea sobre la forma funcional del Dickey-Fuller. La metodología aplicada por Hacker y Hatemi-J (2010) se detiene en este punto y no comprueba si la constante es estadísticamente distinta de cero. En la literatura de seguimiento de índices, Alexander y Dimitriu (2002), Alexander y Dimitriu (2005) y Maurer (2008), no hay presencia de constante si bien en el artículo de Hacker y Hatemi-J (2010) se considera que la ausencia de constante no tiene sentido. No obstante, nosotros no seguiremos a los artículos de la literatura en el tema de la constante. La diferencia a efectos prácticos es muy pequeña ya que los valores del estadístico Dickey-Fuller aumentado con constante y sin constante son muy parecidos y los valores para contrastar la cointegración dentro del contraste de Engle y Granger son los mismos, ver MacKinnon (1990) para más detalles.

A partir del estudio realizado para el *DJIA (1990-2001)* suponemos que todas las bases de datos de esta Tesis en las que se aplica el contraste de Dickey-Fuller aumentado se caracterizan por tener constante pero no tendencia y tener al menos un retardo en la variable en diferencias sobre la que se estudia la raíz unitaria. En la práctica, hemos optado por usar dos retardos en la variable en diferencias debido a las pruebas realizadas sobre la forma funcional del Dickey-Fuller aumentado. Ver Anexo 9 sobre el número de retardos en el Dickey-Fuller aumentado en el *DJIA (1990-2001)*.

Si seguimos la recomendación de elegir una especificación que sea plausible con la descripción de los datos, Novales (2000), vemos que no hay elementos para decir que el error de seguimiento tiene una tendencia temporal determinística. Basándonos en la evidencia empírica, los precios de los activos y los índices no la presentan. Con respecto a la constante, hemos decidido incluirla en el contraste ya que en otro caso (sin constante) es un caso especial de un modelo más general. Incluir un regresor irrelevante puede disminuir la potencia del contraste de raíz unitaria, pero al usar el Dickey-Fuller aumentado como una medida de cointegración, no hay una gran diferencia entre introducir o no introducir la constante en el contraste Dickey-Fuller aumentado.

### 7.3 Diseño del experimento de seguimiento de índices

Uno de los parámetros que se debe determinar a la hora de realizar el seguimiento de un determinado índice es la amplitud temporal del periodo previo a la formación de la cartera de seguimiento. En la literatura de seguimiento de índices existen diversos criterios a la hora de determinar la amplitud temporal. Por ejemplo, Alexander y Dimitriu (2005), Canakgoz y Beasley (2009) o Dunis y Ho (2005) entre otros, emplean tres años como periodo previo. Zhang y Maringer (2010) utilizan un año como periodo precedente y Maringer y Oyegumi (2007) dos años; en cambio, Alexander y Dimitriu (2002) emplean un periodo previo de tres, cuatro y cinco años; Así el criterio más utilizado es tener tres años como periodo anterior a la constitución de la cartera.

Nosotros hemos seguido el enfoque mayoritario a la hora de determinar la amplitud temporal previa a la formación de la cartera de seguimiento. De esta manera en las bases de datos, *Dow Jones Industrial Average (1990-2001)*, *IBEX 35 (2000-2009)*, *Dow Jones Industrial Average (2004-2012)* y *Dow Jones Composite Average (2004-2012)*, hemos construido carteras de seguimiento con tres años de datos, 750 observaciones, anteriores al momento de construcción de la cartera. En distintas pruebas realizadas, logramos reproducir el índice con carteras que tenían dos años como periodo de cointegración. No probamos con carteras cuyo periodo de cointegración fuese un año hacia atrás, pero abordaremos ese tema en futuros trabajos.

En la literatura especializada nos encontramos fundamentalmente con dos contrastes a la hora de medir el grado de cointegración en el seguimiento de índices, el contraste de Engle y Granger (1987), y el contraste de Johansen (1988); ver Capítulo 5 para más

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

detalles. De esta manera, el contraste de Engle y Granger es usado, por ejemplo, en Alexander y Dimitriu (2005), mientras que el de Johansen lo podemos encontrar en Dunis y Ho (2005). Nosotros usamos el contraste de Engle y Granger ya que las relaciones de cointegración que se plantean son en relación del índice contra los títulos seleccionados e interesa encontrar un único vector de cointegración que maximice esta relación.

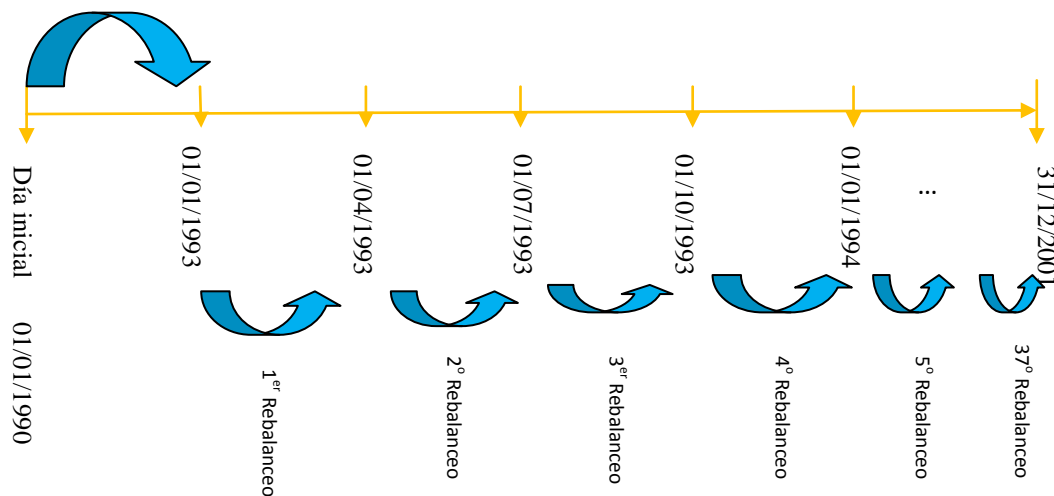
Otro parámetro fundamental a la hora de diseñar un experimento de seguimiento es el número de activos que se pueden incluir en la cartera. Es evidente que cuanto mayor es el número de títulos que se incluyen en la cartera, especialmente cuando estos ponderan suficientemente en el índice, mayor es la posibilidad de encontrar una relación fuerte de cointegración. De esta manera hay autores como Alexander y Dimitriu que abogan por utilizar un número elevado de títulos. Sin embargo, si queremos evitar los inconvenientes de una gestión con un número grande de títulos en la cartera, más propio de un seguimiento total que de un seguimiento parcial, debemos tener procedimientos que nos permitan encontrar relaciones adecuadas de cointegración con un número pequeño de títulos. De esta manera hay autores que utilizan un mínimo de cinco activos en cartera como Dunis y Ho (2005) o Ruíz-Torrubiano y Suárez (2009), entre otros. Nosotros construimos nuestras carteras con un número mínimo de cinco activos. En el *Dow Jones Industrial Average (1990-2001)*, construimos carteras con 5, 10, 15, 20 y 25 activos. En el *IBEX 35*, el *Dow Jones Composite Average* y el *Dow Jones Industrial Average* en periodo de crisis, las carteras tienen 5, 10, 15 y 20 activos.

Otro de los parámetros que se debe tener en cuenta a la hora de formar carteras de seguimiento es lo que se denomina el periodo de rebalanceo, es decir, la frecuencia con que cambiamos la cartera. En la literatura existen diversos periodos de rebalanceo. Por ejemplo, Alexander y Dimitriu (2002) cambian la cartera cada 15 días naturales, Alexander y Dimitriu (2005) renuevan la cartera cada tres o cada seis meses; en cambio Maringer y Oyegumi (2007) la rebalancean una vez al año. Nosotros optamos por rebalancear la cartera cada 60 días de cotización, o sea, cada tres meses como lo hacen Alexander y Dimitriu (2005).

Una vez definidos los elementos necesarios para la estrategia de seguimiento, desarrollamos el proceso de formación de las carteras. La primera cartera que se selecciona se realiza en base a las primeras 750 observaciones, que para datos diarios

supone la utilización de un periodo previo de aproximadamente 3 años. Posteriormente la cartera se actualiza, recalibra o se rebalanea aproximadamente cada 3 meses (60 observaciones), incorporándose de esta manera la nueva información que va llegando al mercado. El día que rebalanceamos la cartera tenemos como conjunto de información los precios de los activos de los 750 días anteriores. Cada cartera construida la mantenemos hasta la siguiente reconstrucción. La Figura 15 describe gráficamente nuestro proceso de rebalanceo:

Figura 15: Proceso de rebalanceo de la cartera en la estrategia de seguimiento del índice DJIA



Fuente: Elaboración propia.

En la creación de la primera cartera, y en cada rebalanceo, aplicamos el mismo procedimiento:

- Seleccionamos los activos que forman parte del índice en cada momento.
- Aplicamos nuestro procedimiento, descrito en el Capítulo 6 (apartado 6.3).

El programa informático empleado para realizar los cálculos necesarios para conseguir el seguimiento de índices es el Matlab 7.0. El Matlab es un *software* científico, abreviatura de *Matrix Laboratory*, propiedad de Mathworks Inc. Tiene grandes aplicaciones en términos de herramientas incorporadas y permite crear herramientas personalizadas. Además, lo utilizamos para conseguir el resto de los objetivos planteados en esta Tesis.

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

Una vez tenemos las acciones necesarias de cada activo para replicar el índice, construimos el valor de nuestra cartera de seguimiento mediante la siguiente expresión:

$$\Omega_t = P_t W_t, \quad (7.4)$$

donde:

$\Omega_t$  es el valor de la cartera de seguimiento en el momento t.

$W_t$  es el vector fila de las acciones de los activos en el momento t.

$P_t$  es el vector columna de precios de los activos en el momento t.

Una vez obtenido el valor de la cartera calculamos los costes de transacción. Como en esta primera simulación sobre el índice *Dow Jones Industrial Average* entre el 01/01/1990 y el 31/12/ 2001 usamos los datos de Alexander y Dimitriu (2002), vamos a suponer los mismos costes de transacción empleados por estos autores, es decir, 20 puntos básicos. Este valor lo usamos en las restantes bases de datos que emplearemos con posterioridad. Los costes de transacción los calculamos de la forma siguiente:

$$CT_t = 0.002 \text{ abs}(W_t - W_{t-60}) P_t, \quad (7.5),$$

donde las variables tiene el mismo significado que en la expresión (7.4).

Para saber si el seguimiento es correcto o no, es preciso que comparemos nuestra cartera con el índice de referencia. Para ello usaremos las medidas de comparación propuestas por Alexander y Dimitriu (2005) y algunas que proponemos nosotros:

- Media rentabilidad anual de la cartera tras costes de transacción.
- Media de rentabilidad de la cartera en bruto.
- Exceso de rendimiento de la cartera sobre el índice.
- Error cuadrático medio anualizado.
- Porcentaje de falta de sincronización.
- Porcentaje de sesgo de rendimiento cuadrático.
- Media anual del error de seguimiento.
- Volatilidad del error de seguimiento.
- Correlación rendimiento cartera / rendimiento índice.
- Correlación error seguimiento / rendimiento índice.
- Estadístico promedio de Dickey-Fuller aumentado en la muestra.

**Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices**

- Beta de la cartera de seguimiento.
- Prob (error de seguimiento < 0).
- Ratio de información.

La media de rentabilidad anual de la cartera tras costes de transacción hace referencia a la media anual de la rentabilidad tras los costes, mientras que la media de la rentabilidad en bruto es la rentabilidad anual de la cartera sin tener en cuenta los costes. Matemáticamente se traduce en la siguiente fórmula:

$$\bar{R}_{TP} = \left( \frac{\sum_{t=1}^T \ln \left( \frac{V_{C_t}}{V_{C_{t-1}}} \right) \right) \times 250, \quad (7.6)$$

donde  $\bar{R}_{TP}$  es la rentabilidad anual promedio de la cartera,  $V_{C_t}$  es el valor de la cartera en el momento t,  $V_{C_{t-1}}$  es el valor de la cartera en el momento t-1,  $T$  es el número de observaciones y  $\ln$  es logaritmo neperiano. Para hallar la rentabilidad tras costes de transacción se calcula  $V_{C_t}^*$ , que es el valor de la cartera neto y lo definimos como el valor de  $V_{C_t}$  menos el coste de transacción correspondiente al momento t.

El exceso de rendimiento de la cartera sobre los rendimientos del índice hace referencia a la diferencia de la rentabilidad anual promedio de la cartera y la del índice. El error de seguimiento en el momento t es la diferencia entre la rentabilidad de la cartera en el momento t y la rentabilidad del índice en el momento t, ver apartado 2.2.1. De forma matemática se tiene que:

$$Ex\_ret = \bar{R}_{TP} - \bar{R}_I, \quad (7.7)$$

$$TE_t = R_{c,t} - R_{i,t}, \quad (7.8)$$

$$\bar{TE} = \bar{R}_{TP} - \bar{R}_I, \quad (7.9)$$

donde  $TE_t$  es el error de seguimiento en el momento t,  $Ex\_ret$  es el exceso de rendimiento promedio anual,  $\bar{TE}$  es el error de seguimiento promedio anual,  $\bar{R}_{TP}$  coincide con la definición usada en (7.6),  $R_{c,t}$  es la rentabilidad de la cartera en el momento t,  $R_{i,t}$  es la rentabilidad del índice en el momento t, e  $\bar{R}_I$  es la rentabilidad anual promedio del índice.



## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

El error cuadrático medio anualizado es una medida de la bondad del ajuste y es la suma de los errores de seguimiento al cuadrado entre el número de observaciones, tal como señala la siguiente ecuación:

$$GT = \frac{\sum_{i=1}^T TE_t^2}{T}, \quad (7.10)$$

donde  $GT$  es el error cuadrático medio,  $TE_t$  coincide con la definición de la ecuación (7.8) y  $T$  el número de observaciones. Esta medida se puede descomponer en dos partes. Si al segundo miembro se le suma y se le resta el cuadrado de la media del error de seguimiento, tendremos que:

$$GT = \text{var}(TE_t) + (\bar{R}_{TP} - \bar{R}_t)^2, \quad (7.11)$$

donde  $\bar{R}_{TP}$  tiene el mismo significado que en la ecuación (7.6) y  $\bar{R}_t$  el mismo que en la ecuación (7.9). El primer elemento del  $GT$ , la varianza del error de seguimiento, nos mide lo que denominamos la falta de sincronización de la cartera de seguimiento con el índice. Es una medida de la capacidad que tiene la cartera de seguimiento de adaptarse temporalmente al patrón de comportamiento que sigue el índice de referencia. Entre menor es la varianza del error de seguimiento mayor es la sincronización existente entre la cartera de seguimiento y el índice. En el caso extremo de una varianza igual a cero la sincronización sería perfecta, la diferencia, en cada instante del tiempo, entre las rentabilidades del índice y la cartera de seguimiento generaría un valor constante. Sin embargo, esta constante no tiene que ser cero, por lo que aun existiendo sincronización, la diferencia de rentabilidad media entre el índice y la cartera de seguimiento no tiene por que coincidir, y por tanto, el seguimiento quedaría en entredicho. La medida de este error en el seguimiento del índice se recoge en el segundo sumando del  $GT$ , que recoge el cuadrado del sesgo de rentabilidades. El seguimiento perfecto solo es posible en el caso en que, tanto la varianza del error de seguimiento como la diferencia de rentabilidades entre el índice y la cartera de seguimiento, sean iguales a cero.

La media anual del error de seguimiento hace referencia al promedio anual del mismo, ecuación (7.9). El término volatilidad del error de seguimiento es la desviación típica anualizada del error de seguimiento. En forma matemática:

$$\sigma_{TE} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (TE_t - \bar{TE})^2}{T}} \times \sqrt{250}, \quad (7.12)$$

donde  $\sigma_{TE}$  es la desviación típica del error de seguimiento,  $T$  es el número de observaciones,  $TE_t$  tiene el mismo significado que en la ecuación (7.8) y  $\bar{TE}$  el mismo que en la ecuación (7.9).

Como medida de seguimiento del índice también emplearemos la correlación de los rendimientos de la cartera y los rendimientos del índice de mercado y la correlación entre el error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado. En el seguimiento de índices el índice a seguir es el de mercado. Igualmente haremos uso del estadístico Dickey-Fuller aumentado en muestra, que es el valor promedio del Dickey-Fuller aumentado obtenido en cada construcción de cartera. También emplearemos la beta de la cartera de seguimiento obtenida mediante la regresión de los rendimientos de la cartera frente a los rendimientos del índice de mercado, que matemáticamente obedece a esta expresión:

$$\beta = \frac{Cov_{R_{TP}, R_I}}{\sigma_{R_I}^2}, \quad (7.13)$$

donde  $\beta$  es la beta de la cartera,  $Cov_{R_{TP}, R_I}$  es la covarianza entre los rendimientos de la cartera de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado, y  $\sigma_{R_I}^2$  es la varianza de los rendimientos del índice de mercado. La probabilidad de que el error de seguimiento sea negativo es la probabilidad de que el rendimiento del índice sea superior al rendimiento de la cartera. Finalmente, el seguimiento del índice también se medirá mediante el ratio de información, Sharpe (1994), que recoge la relación entre el rendimiento tras costes de transacción y la desviación típica de la cartera de seguimiento. De forma matemática:

$$IR = \frac{\bar{R}_{TP}^*}{\sigma_{R_{TP}}}, \quad (7.14)$$

$$\sigma_{R_{TP}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (R_{c,t} - \bar{R}_{TP})^2}{T}} \times \sqrt{250}, \quad (7.15)$$

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

donde  $\bar{R}_{TP}^*$  es la rentabilidad anualizada tras costes de transacción,  $\sigma_{R_{TP}}$  es la desviación típica anualizada de la cartera de seguimiento,  $R_{c,t}$  tiene el mismo significado que en la expresión (7.6) y  $\bar{R}_{TP}$  el mismo que en la expresión (7.7).

La Tabla 5 recoge un resumen de todos los parámetros empleados en la estrategia del seguimiento del índice:

**Tabla 5: Parámetros seguimiento de índices**

<b>Cuadro resumen de las estrategias de seguimiento de índices</b>	
<b>Mercados</b>	<i>Dow Jones Industrial Average, Dow Jones Composite Average e IBEX 35</i>
<b>Tipo de mercado</b>	Mercado de precios de acciones
<b>Longitud muestra</b>	750 observaciones
<b>Costes de transacción</b>	20 puntos básicos
<b>Periodo de rebalanceo</b>	60 días
<b>Algoritmo optimización</b>	Algoritmo genético
<b>Función objetivo</b>	Minimizar estadístico de Dickey Fuller aumentado en el contraste de Engle Granger
<b>Población del algoritmo genético</b>	2.000 cromosomas
<b>Criterio de parada</b>	Repetición 20 últimas mejores soluciones
<b>Tasa de cruzamiento</b>	100%
<b>Tasa de supervivencia del algoritmo genético</b>	50%
<b>Mutaciones</b>	No
<b>Función de reparación</b>	Sí

Fuente: Elaboración propia.

Como ya se indicó anteriormente, las series de precios de las bases de datos son integradas de orden uno. La estructura del Dickey-Fuller aumentado es con constante y sin tendencia y con dos retardos en la variable en diferencias en la que se comprueba la presencia de raíz unitaria.

### 7.4 Resultados del seguimiento de índices

La Tabla 6 recoge los resultados del seguimiento del índice en todos los mercados empleados en esta Tesis, *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)*, *Dow Jones Industrial Average (2007-2012)*, *Dow Jones Composite Average (2007-2012)* e *IBEX 35 (2003-2009)*. En nuestra metodología la cartera con menor error de seguimiento promedio en el *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)* es la de 10 activos. En el periodo de crisis para este mismo mercado es la cartera de 15 activos. La mejor cartera de seguimiento en el *Dow Jones Composite Average (2007-2012)* es la de 20 activos y en el *IBEX 35* es la cartera de 5 activos.

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

En todos los mercados la correlación de la cartera de seguimiento y el índice, en términos de rendimiento, aumenta a medida que lo hace el número de activos en cartera. La correlación del error de seguimiento y el rendimiento del índice es muy cercana a cero. El estadístico Dickey-Fuller aumentado de la muestra garantiza la presencia de un vector de cointegración. El error cuadrático medio disminuye a medida que aumentan los activos y depende sobre todo de la sincronización entre la cartera de seguimiento y el índice.

La beta de la cartera de seguimiento es muy cercana a uno lo que indica que tiene un riesgo muy parecido al índice y la probabilidad de que el error de seguimiento sea negativo ronda el 50% independientemente del número de activos en cartera. El ratio de información crece a medida que lo hacen los activos en cartera, destacando los valores obtenidos en el *Dow Jones Industrial Average (93-01)*. En general, la volatilidad de la cartera de seguimiento y la volatilidad del error de seguimiento disminuyen con el aumento de activos en cartera.

**Tabla 6: Seguimiento índices**

Dow Jones Industrial Average (1993-2001)					
Activos	5	10	15	20	25
Media de la rentabilidad de la cartera tras costes de transacción	11,03%	11,28%	11,51%	11,79%	11,87%
Media de la rentabilidad bruta	12,21%	12,21%	12,34%	12,45%	12,21%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	-0,05%	-0,04%	0,08%	0,19%	-0,05%
ECM anualizado	0,0228	0,0106	0,0061	0,0034	0,0011
% Falta de Sincronización	100%	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-0,05%	-0,04%	0,08%	0,19%	-0,05%
Volatilidad del error de seguimiento	15,11%	10,30%	7,78%	5,81%	3,29%
Volatilidad de la cartera de seguimiento	22%	18,88%	17,79%	17,31%	16,53%
Correlación cartera/índice en rendimientos	0,7271	0,8381	0,8993	0,942	0,9801
Correlación del error de seguimiento/ índice en rendimientos	-0,0043	-0,0236	-0,008	0,0414	0,0416
Estadístico de Dickey Fuller aumentado en la muestra	-7,099	-8,809	-9,811	-10,32	-10,41
Beta de la cartera	0,9959	0,9849	0,9957	1,015	1,009
Prob(error seguimiento<0)	0,4971	0,4944	0,4826	0,5029	0,4993
Ratio de información	0,5014	0,5975	0,647	0,6811	0,7181
Dow Jones Industrial Average (07-12)					
Activos	5	10	15	20	
Media de la rentabilidad de la cartera tras costes de transacción	0,52%	1,36%	1,95%	2,18%	
Media de la rentabilidad bruta	1,94%	2,40%	2,65%	2,82%	
Exceso rendimiento cartera sobre índice	-0,77%	-0,32%	-0,07%	0,10%	
ECM anualizado	0,013	0,0055	0,0031	0,0019	
% Falta de Sincronización	100%	100%	100%	100%	
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	
Error de seguimiento promedio anual	-0,77%	-0,32%	-0,07%	0,10%	
Volatilidad del error de seguimiento	11,39%	7,40%	5,53%	4,33%	
Volatilidad de la cartera de seguimiento	26,21%	24,12%	24,47%	24,4%	
Correlación cartera/índice en rendimientos	0,9006	0,952	0,9742	0,9843	
Correlación del error de seguimiento/ índice en rendimientos	0,0063	-0,0779	0,0541	0,1105	
Estadístico de Dickey Fuller aumentado en la muestra	-7,511	-8,924	-9,847	-10,392	
Beta de la cartera	1,0031	0,9755	1,0127	1,0203	
Prob(error seguimiento<0)	49,13%	50,11%	50,95%	50,49%	
Ratio de información	0,0198	0,0564	0,0797	0,0893	
Dow Jones Composite Average (07-12)					
Activos	5	10	15	20	
Media de la rentabilidad de la cartera tras costes de transacción	2,90%	4,01%	5,13%	4,50%	
Media de la rentabilidad bruta	4,12%	5,18%	6,13%	5,40%	
Exceso rendimiento cartera sobre índice	-1,31%	-0,25%	0,70%	-0,03%	
ECM anualizado	0,0178	0,0087	0,0064	0,0023	
% Falta de Sincronización	100%	100%	100%	100%	
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	
Error de seguimiento promedio anual	-1,31%	-0,25%	0,70%	-0,03%	
Volatilidad del error de seguimiento	13,32%	9,3%	8,02%	4,78%	
Volatilidad de la cartera de seguimiento	28%	24,83%	26,09%	24,47%	

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

Correlación cartera/índice en rendimientos	0,8808	0,9283	0,9519	0,9807
Correlación del error de seguimiento/ índice en rendimientos	0,0434	-0,1219	0,0812	-0,0388
Estadístico de Dickey Fuller aumentado en la muestra	-7,626	-10	-11,1	-12,28
Beta de la cartera	1,0239	0,9531	1,027	0,9923
Prob(error seguimiento<0)	50,11%	51,78%	49,51%	48,67%
Ratio de información	0,1032	0,1615	0,1966	0,1839
<i>IBEX35 (03-09)</i>				
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>
Media de la rentabilidad de la cartera tras costes de transacción	8,65%	8,96%	9,81%	9,92%
Media de la rentabilidad bruta	9,74%	10,01%	10,53%	10,48%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	0,06%	0,33%	0,86%	0,80%
ECM anualizado	0,0227	0,0117	0,0083	0,0045
% Falta de Sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,06%	0,33%	0,86%	0,80%
Volatilidad del error de seguimiento	15,05%	10,84%	9,11%	6,75%
Volatilidad de la cartera de seguimiento	25%	23,30%	22,70%	21,57%
Correlación cartera/índice en rendimientos	0,7969	0,8868	0,9173	0,952
Correlación del error de seguimiento/ índice en rendimientos	-0,1512	-0,1149	-0,1187	-0,2007
Estadístico de Dickey Fuller aumentado en la muestra	-7,173	-7,956	-8,568	-8,586
Beta de la cartera	0,8961	0,9432	0,9507	0,9381
Prob(error seguimiento<0)	52,85%	50,49%	50,03%	49,86%
Ratio de información	0,3512	0,3845	0,4322	0,4599

En el Anexo 10 recopilamos las Figuras que relacionan los valores del estadístico Dickey-Fuller aumentado y los valores críticos del contraste Engle y Granger para cada tamaño de cartera y cada mercado. Por lo general, todas las carteras tienen unos valores del estadístico Dickey-Fuller aumentado inferiores a los valores críticos que delimitan la no cointegración. En el Anexo 11 estudiamos el histograma de frecuencias de los distintos activos que conforman las carteras en función del tamaño de la cartera y el mercado de referencia. La idea general es que se produce mucha estabilidad de las carteras de seguimiento debido a la gran cantidad de veces que aparecen ciertos activos.

Las Figuras desde la 16 hasta la 25 recogen la evolución del índice *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)*, las carteras de seguimiento y sus correspondientes errores de seguimiento. Lo mismo ocurre desde la Figura 26 hasta la 33, pero para el índice *Dow Jones Industrial Average (2007-2012)*. Finalmente, las Figuras desde la 34 hasta la 41 recopilan los mismos conceptos para el índice *Dow Jones Composite Average* en el periodo (2004-2012). La conclusión es la misma independientemente del mercado. A más activos menor variación del error de seguimiento y visualmente el seguimiento es mejor. Finalmente hay que observar que el error de seguimiento tiene reversión a la media y está muy cercano a cero. Esto garantiza la calidad en el seguimiento del índice.

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

Figura 16: índice DJIA (1993-2001) para su cartera de seguimiento formada por 5 activos

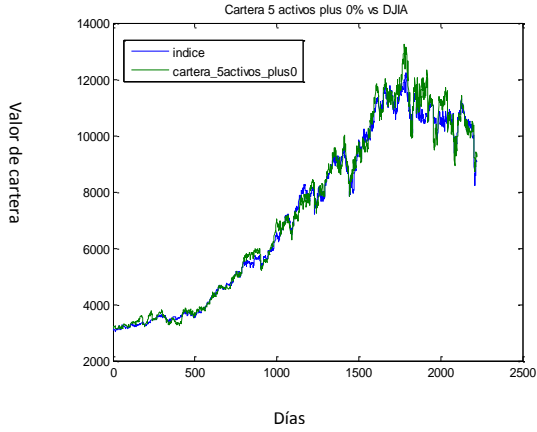


Figura 17: Error de seguimiento del índice

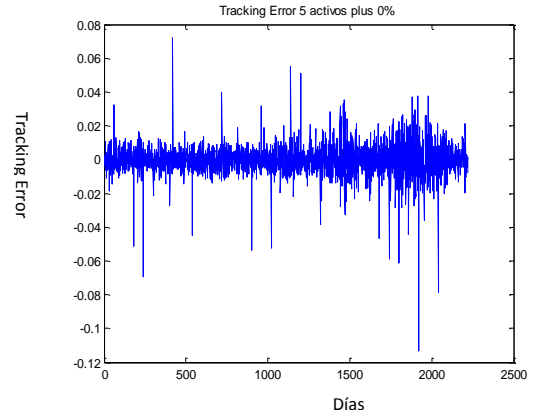


Figura 18: índice DJIA (1993-2001) para su cartera de seguimiento formada por 10 activos

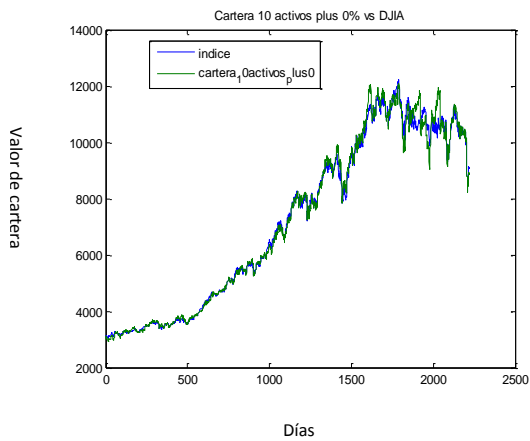


Figura 19: Error de seguimiento del índice

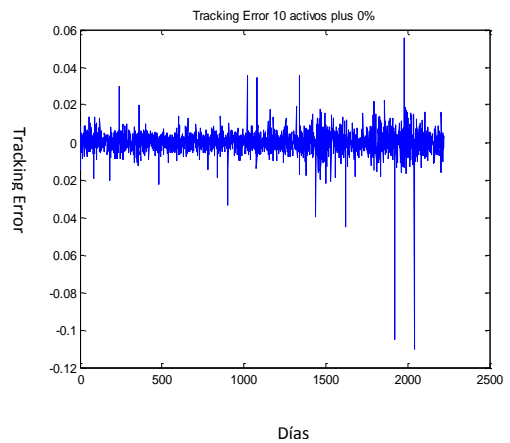


Figura 20: índice DJIA (1993-2001) para su cartera de seguimiento formada por 15 activos

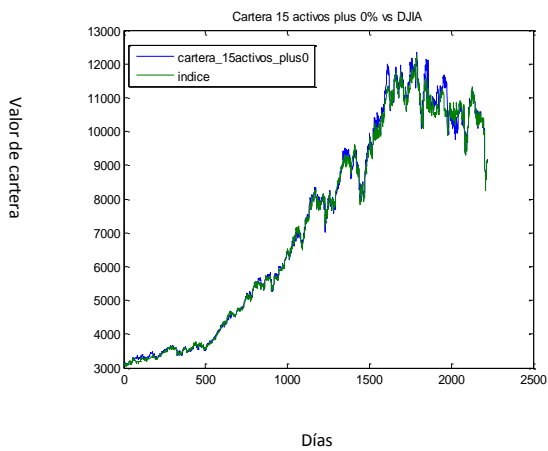
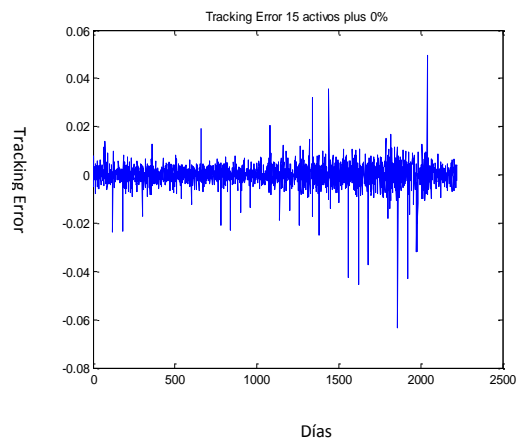


Figura 21: Error de seguimiento del índice



## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

Figura 22: índice DJIA (1993-2001) para su cartera de seguimiento formada por 20 activos

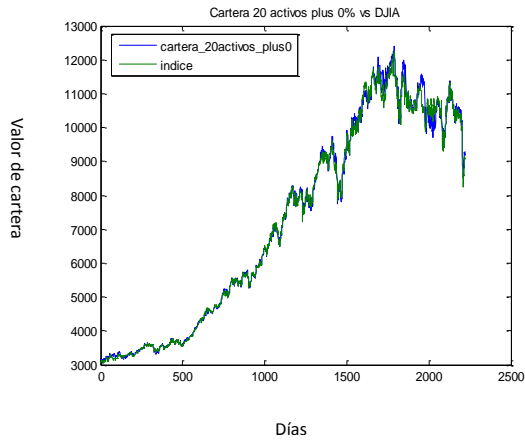


Figura 23: Error de seguimiento del índice

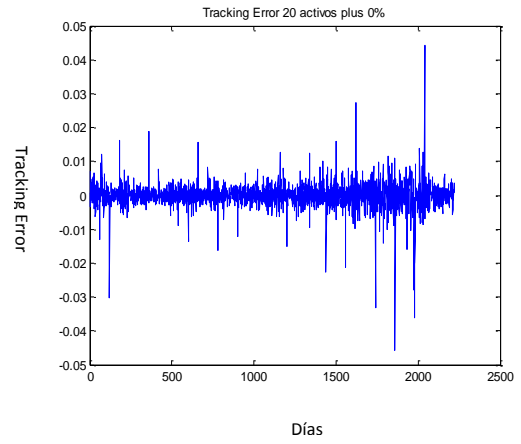


Figura 24: índice DJIA (1993-2001) para su cartera de seguimiento formada por 25 activos

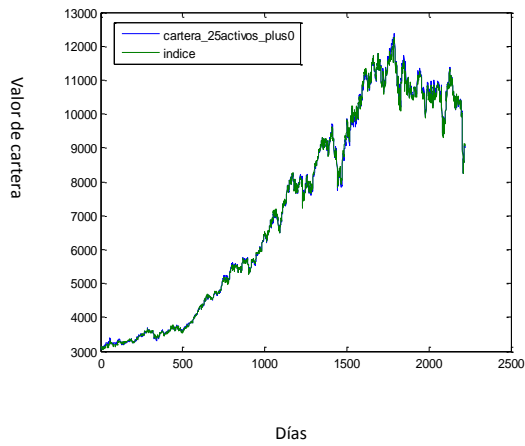
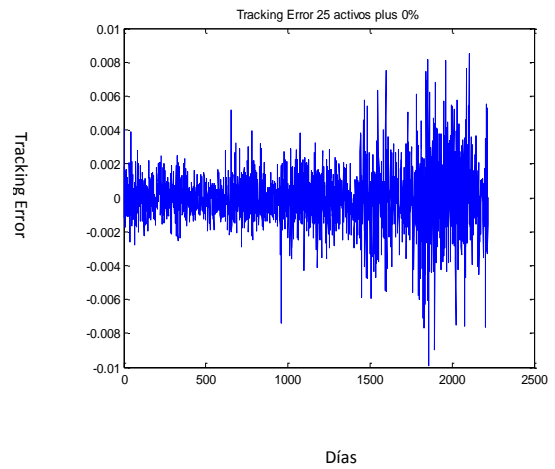


Figura 25: Error de seguimiento del índice



## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

Figura 26: índice DJIA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 5 activos

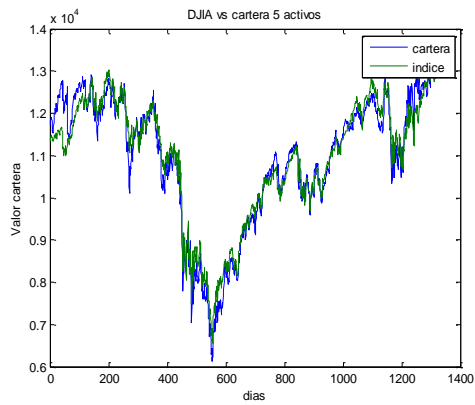


Figura 27: Error de seguimiento del índice

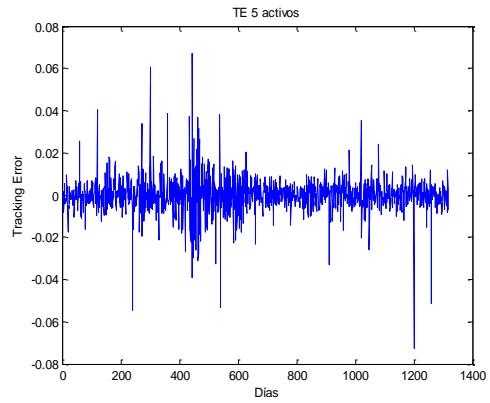


Figura 28: índice DJIA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 10 activos

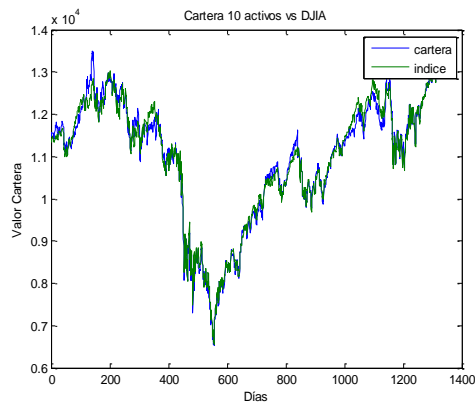


Figura 29: Error de seguimiento del índice

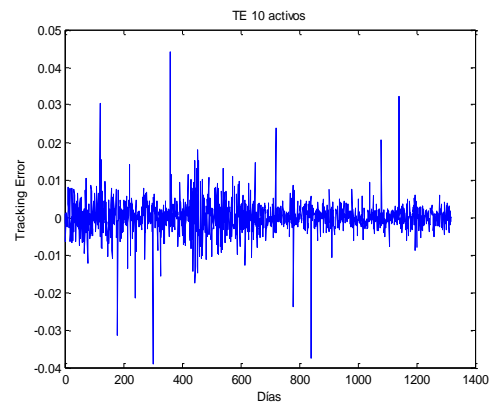


Figura 30: índice DJIA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 15 activos

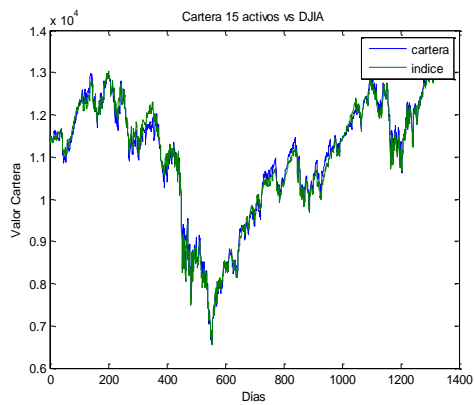
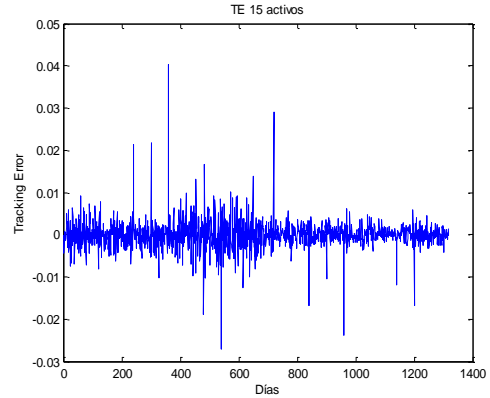


Figura 31: Error de seguimiento del índice





## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

Figura 32: índice DJIA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 20 activos

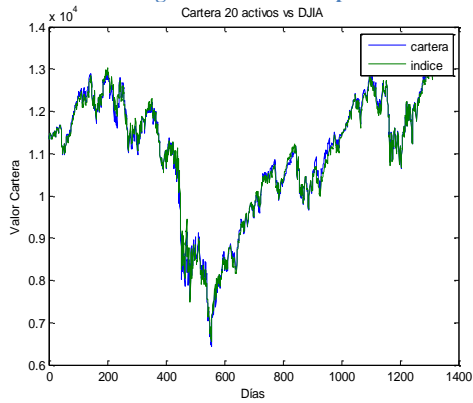


Figura 33: Error de seguimiento del índice

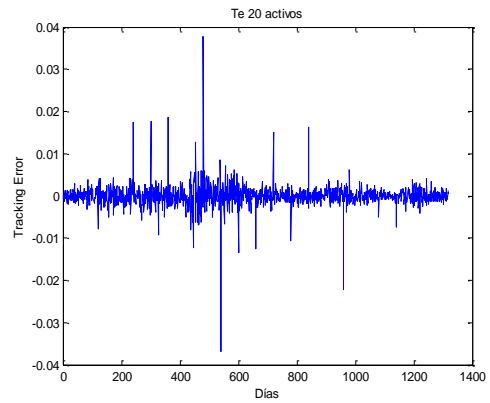


Figura 34: índice DJCA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 5 activos

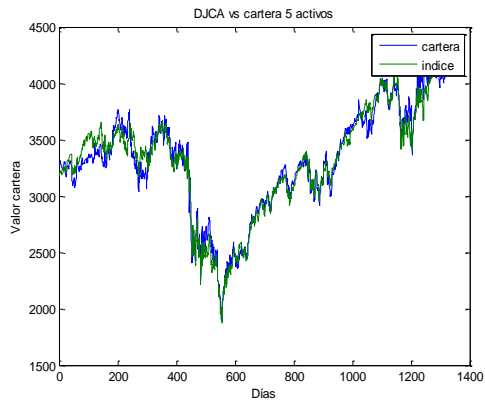


Figura 35: Error de seguimiento del índice

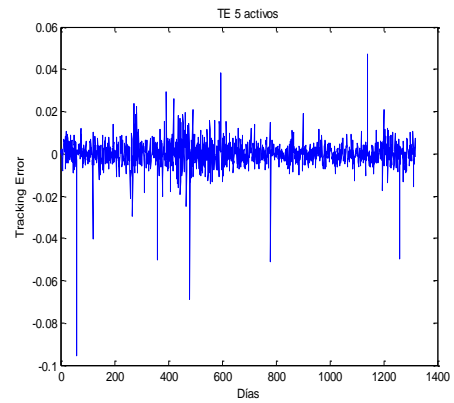


Figura 36: índice DJCA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 10 activos

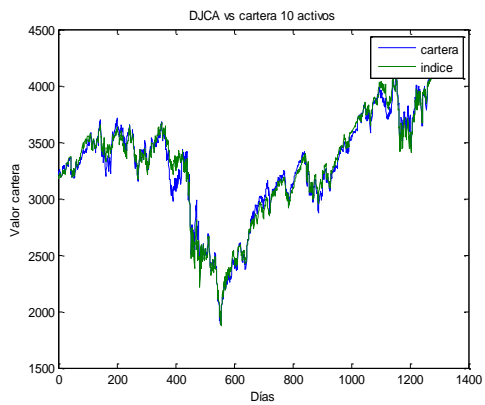
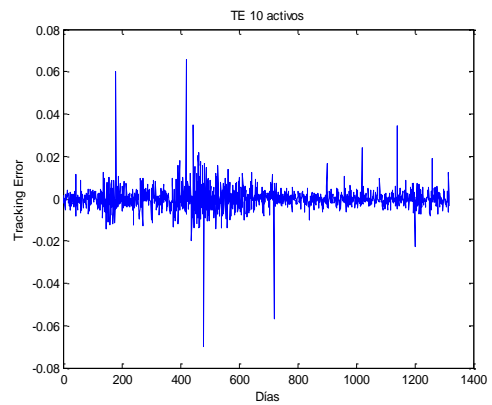


Figura 37: Error de seguimiento del índice



## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

Figura 38: índice DJCA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 15 activos

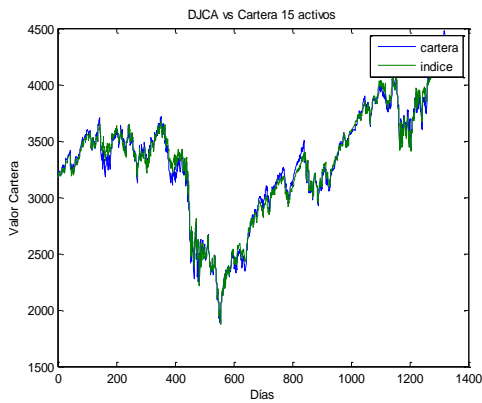


Figura 39: Error de seguimiento del índice

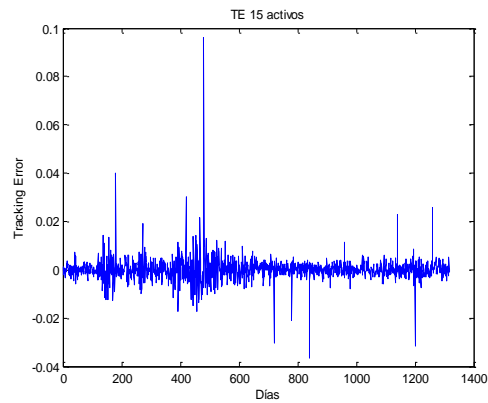


Figura 40: índice DJCA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 20 activos

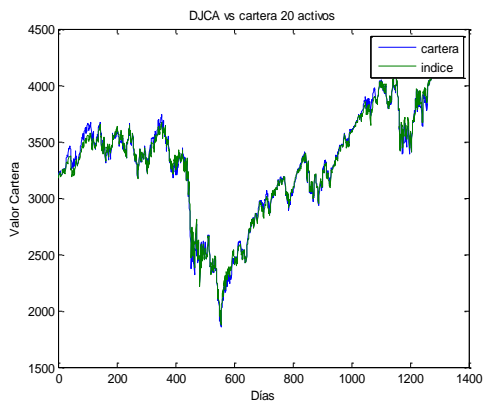
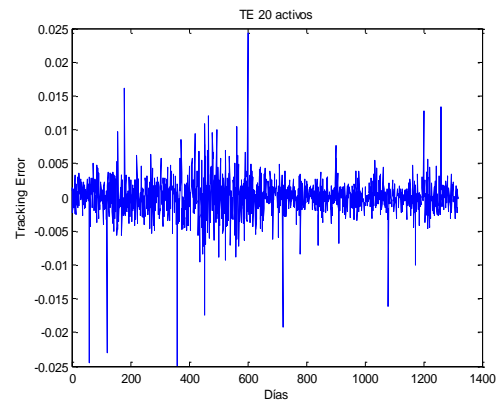


Figura 41: Error de seguimiento del índice



Las Figuras desde la 42 hasta la 49 recogen la evolución del *IBEX 35* y sus carteras de seguimiento, además de los errores de seguimiento. La conclusión es la misma que en los casos anteriores. A más activos menor variación del error de seguimiento y visualmente el seguimiento es mejor. Además, el error de seguimiento tiene reversión a la media y está muy cercano a cero.

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

Figura 42: índice IBEX35 (2003-2009) para su cartera de seguimiento formada por 5 activos

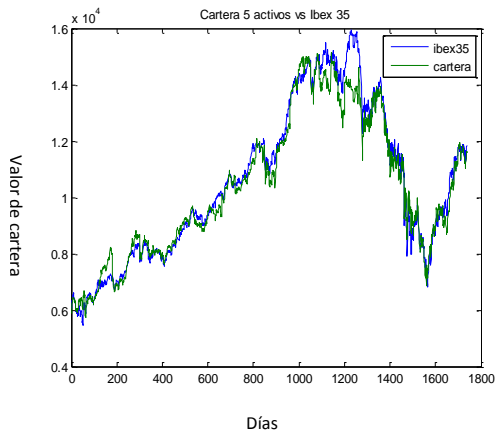


Figura 43: Error de seguimiento del índice

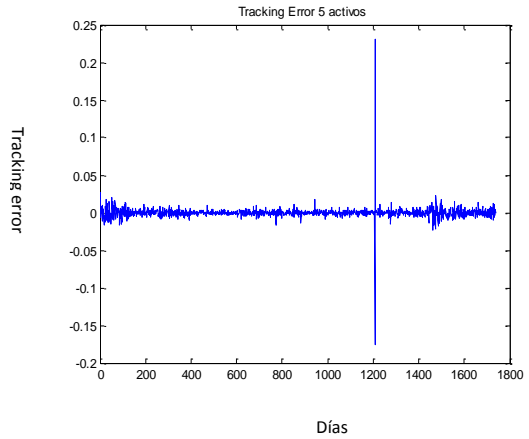


Figura 44: índice IBEX35 (2003-2009) para su cartera de seguimiento formada por 10 activos

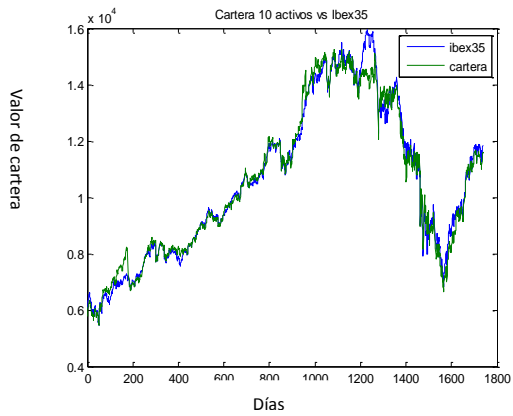


Figura 45: Error de seguimiento del índice

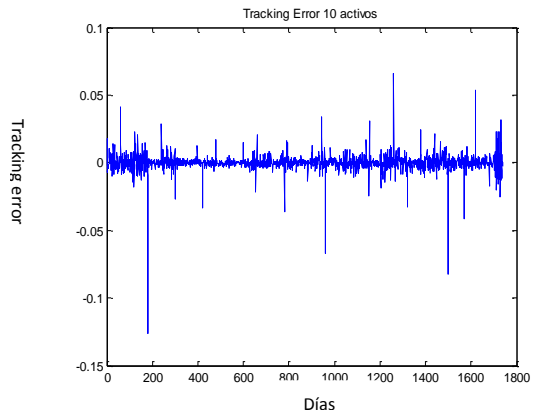


Figura 46: índice IBEX35 (2003-2009) para su cartera de seguimiento formada por 15 activos

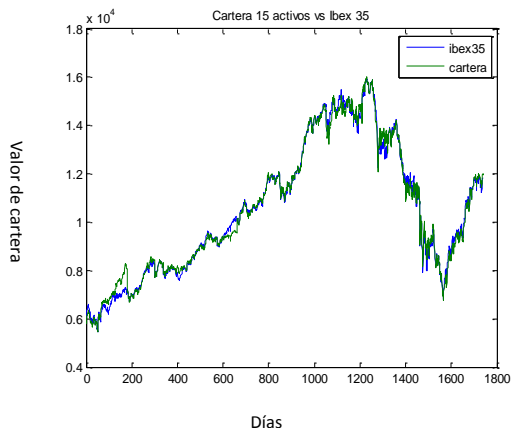


Figura 47: Error de seguimiento del índice

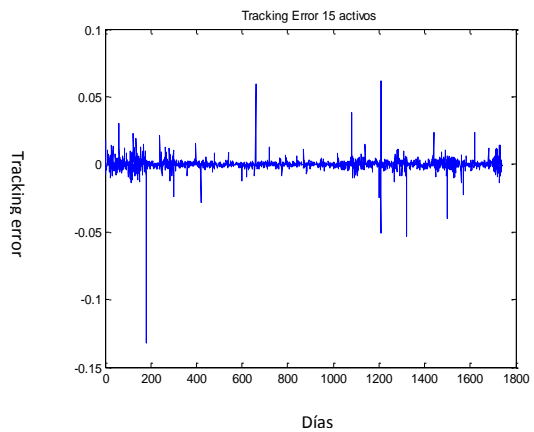


Figura 48: índice IBEX35 (2003-2009) para su cartera de seguimiento formada por 20 activos

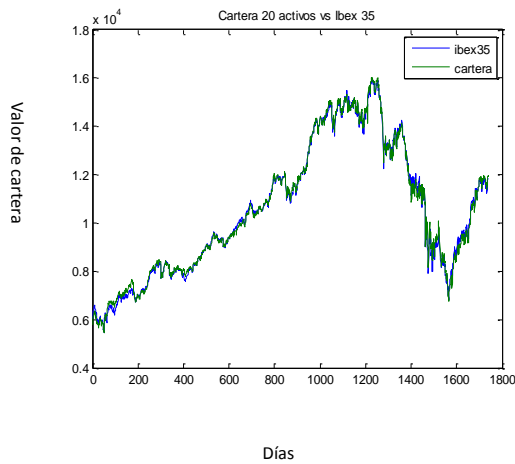
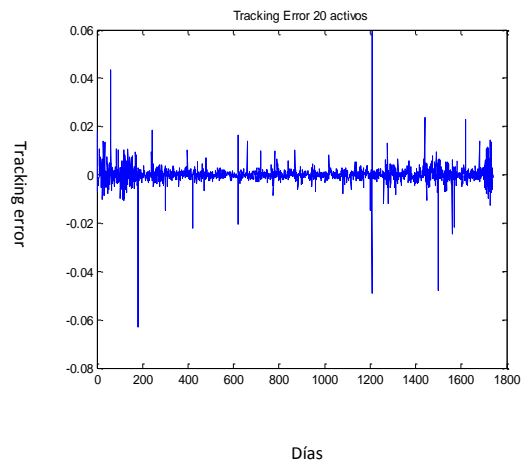


Figura 49: Error de seguimiento del índice



### 7.5 Resultados del seguimiento de índices con cambio de cartera

En este apartado aplicamos la metodología previamente descrita en el epígrafe 6.3.5 destinada a controlar los cambios en la cartera según la evolución del estadístico Dickey-Fuller aumentado. La Tabla 7 visualiza los resultados de aplicar esta técnica a todos los mercados empleados en el seguimiento de índices. En el índice *Dow Jones Industrial Average* de los años 90, la cartera con cinco activos tiene una rentabilidad superior del 0.03% debido al ahorro de la cartera 34. En el *Dow Jones Industrial Average* en tiempo de crisis, la rentabilidad aumenta un 0.03% la rentabilidad de la cartera con cinco activos debido al ahorro de la cartera número 13. En el *Dow Jones Composite Average (07-12)* la cartera con cinco activos aumenta su rentabilidad en 0.1% debido al ahorro de la cartera número 31. La cartera con 20 activos aumenta su rentabilidad en 0.04% debido al ahorro de la cartera número 28. Ninguna cartera cambia su rentabilidad ni su riesgo en el *IBEX 35*. En conclusión, el hecho de aplicar la metodología descrita en el epígrafe 6.3.5, consistente en no producir cambios en la cartera a menos que se produjese una variación estadísticamente significativa en el estadístico Dickey-Fuller aumentado, no produce grandes variaciones en los costes de transacción y no altera mucho el seguimiento.

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

Tabla 7: Seguimiento de índices y cambio cartera

Dow Jones Industrial Average (1993-2001)					
Activos	5	10	15	20	25
Media de la rentabilidad de la cartera tras costes de transacción	11,06%	11,28%	11,51%	11,79%	11,87%
Media de la rentabilidad bruta	12,21%	12,21%	12,34%	12,45%	12,21%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	-0,05%	-0,04%	0,08%	0,19%	-0,05%
ECM anualizado	0,0239	0,0106	0,0061	0,0034	0,0011
% Falta de Sincronización	100%	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-0,05%	-0,04%	0,08%	0,19%	-0,05%
Volatilidad del error de seguimiento	15,46%	10,30%	7,78%	5,81%	3,29%
Volatilidad de la cartera de seguimiento	22%	18,88%	17,79%	17,31%	16,53%
Correlación cartera/índice en rendimientos	0,7217	0,8381	0,8993	0,942	0,9801
Correlación del error de seguimiento/ índice en rendimientos	0,0036	-0,0236	-0,0088	0,0414	0,0416
Estadístico de Dickey Fuller aumentado en la muestra	-7,079	-8,809	-9,811	-10,326	-10,41
Beta de la cartera	1,0035	0,9849	0,9957	1,015	1,009
Prob(error seguimiento<0)	0,4975	0,4944	0,4826	0,5029	0,4993
Ratio de información	0,4951	0,5975	0,647	0,6811	0,7181
Dow Jones Industrial Average (07-12)					
Activos	5	10	15	20	
Media de la rentabilidad de la cartera tras costes de transacción	0,55%	1,36%	1,95%	2,18%	
Media de la rentabilidad bruta	1,94%	2,40%	2,65%	2,82%	
Exceso rendimiento cartera sobre índice	-0,77%	-0,32%	-0,07%	0,10%	
ECM anualizado	0,0131	0,0055	0,0031	0,0019	
% Falta de Sincronización	100%	100%	100%	100%	
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	
Error de seguimiento promedio anual	-0,77%	-0,32%	-0,07%	0,10%	
Volatilidad del error de seguimiento	11,43%	7,40%	5,53%	4,33%	
Volatilidad de la cartera de seguimiento	26,22%	24,12%	24,47%	24,4%	
Correlación cartera/índice en rendimientos	0,9	0,952	0,9742	0,9843	
Correlación del error de seguimiento/ índice en rendimientos	0,0056	-0,0779	0,0541	0,1105	
Estadístico de Dickey Fuller aumentado en la muestra	-7,511	-8,924	-9,847	-10,392	
Beta de la cartera	1,0027	0,9755	1,0127	1,0203	
Prob(error seguimiento<0)	49,96%	50,11%	50,95%	50,49%	
Ratio de información	0,021	0,0564	0,0797	0,0893	
Dow Jones Composite Average (07-12)					
Activos	5	10	15	20	
Media de la rentabilidad de la cartera tras costes de transacción	3,00%	4,01%	5,13%	4,54%	
Media de la rentabilidad bruta	4,12%	5,18%	6,13%	5,40%	
Exceso rendimiento cartera sobre índice	-1,31%	-0,25%	0,70%	-0,03%	
ECM anualizado	0,0175	0,0087	0,0064	0,0024	
% Falta de Sincronización	100%	100%	100%	100%	
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	
Error de seguimiento promedio anual	-1,31%	-0,25%	0,70%	-0,03%	
Volatilidad del error de seguimiento	13,22%	9,3%	8,02%	4,85%	
Volatilidad de la cartera de seguimiento	28,14%	24,83%	26,09%	24,49%	
Correlación cartera/índice en rendimientos	0,8832	0,9283	0,9519	0,9927	
Correlación del error de seguimiento/ índice en rendimientos	0,0508	-0,1219	0,0812	-0,0365	
Estadístico de Dickey Fuller aumentado en la muestra	-7,6264	-10	-11,1	-12,281	
Beta de la cartera	1,0278	0,9531	1,027	0,9923	
Prob(error seguimiento<0)	49,81%	51,78%	49,51%	48,67%	
Ratio de información	0,1066	0,1615	0,1966	0,1854	
IBEX35 (03-09)					
Activos	5	10	15	20	
Media de la rentabilidad de la cartera tras costes de transacción	8,65%	8,96%	9,81%	9,92%	
Media de la rentabilidad bruta	9,74%	10,01%	10,53%	10,48%	
Exceso rendimiento cartera sobre índice	0,06%	0,33%	0,86%	0,80%	
ECM anualizado	0,0227	0,0117	0,0083	0,0045	
% Falta de Sincronización	100%	100%	100%	100%	
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	
Error de seguimiento promedio anual	0,06%	0,33%	0,86%	0,80%	
Volatilidad del error de seguimiento	15,05%	10,84%	9,11%	6,75%	
Volatilidad de la cartera de seguimiento	25%	23,30%	22,70%	21,57%	
Correlación cartera/índice en rendimientos	0,7969	0,8868	0,9173	0,952	
Correlación del error de seguimiento/ índice en rendimientos	-0,1512	-0,1149	-0,1187	-0,2007	
Estadístico de Dickey Fuller aumentado en la muestra	-7,173	-7,956	-8,568	-8,586	
Beta de la cartera	0,8961	0,9432	0,9507	0,9381	
Prob(error seguimiento<0)	52,85%	50,49%	50,03%	49,86%	
Ratio de información	0,3512	0,3845	0,4322	0,4599	

### 7.6 Comparación de metodologías en el seguimiento de índices

En este apartado vamos a comparar nuestra metodología con la empleada en el trabajo pionero de Alexander y Dimitriu (2002) y con la metodología tradicional de

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

seguimiento basada en la maximización de la correlación entre la cartera de seguimiento y el índice.

Hacemos la comparativa con los datos de Alexander y Dimitriu (2002), correspondientes al periodo 1993-2001. A efectos de emplear la metodología de estas autoras, el orden en los activos de mayor capitalización lo calculamos de forma diaria, así cogemos los activos más capitalizados el día que cambiamos la cartera.

Todos los parámetros para desarrollar las metodologías alternativas son los mismos que los empleados en nuestra metodología. La Tabla 8 recopila los resultados de comparar los distintos procedimientos existentes para llevar adelante el seguimiento del índice *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)*.

Tal como señala la Tabla 8 nuestra metodología mejora a la de Alexander y Dimitriu en casi todos los aspectos comparados excepto en la correlación de los rendimientos de la cartera con los del índice y en la volatilidad del error de seguimiento. Esto ocurre independientemente del número de activos en cartera. Estos hechos son recurrentes cuando comparamos nuestro procedimiento con el de máxima correlación.

Sin embargo, nuestro procedimiento presenta dos grandes ventajas. Por una parte, la correlación del error de seguimiento y los rendimientos del índice *Dow Jones Industrial Average* es menor y la media de nuestro error de seguimiento es menor que en los procedimientos competidores, lo cual es clave para el seguimiento de índices.

También hay que señalar que nuestra cartera está cointegrada siempre, independientemente del número de activos empleados. Este extremo no se puede afirmar cuando se emplea la metodología de Alexander y Dimitriu. Tener activos altamente correlacionados no implica que estén cointegrados con el índice.

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

**Tabla 8: Comparación de las diferentes metodologías de seguimiento para el índice *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)***

	Minimizar Dickey Fuller aumentado	Ranking de capitalización de Alexander	Maximizar la correlación	Minimizar Dickey Fuller aumentado	Ranking de capitalización de Alexander	Maximizar la correlación	Minimizar Dickey Fuller aumentado	Ranking de capitalización de Alexander	Maximizar la correlación
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>
Media de la rentabilidad de la cartera tras costes de transacción	11,03%	7,12%	9,52%	11,28%	11,08%	6,34%	11,79%	10,41%	7,77%
Media de la rentabilidad bruta	12,21%	7,56%	10,06%	12,21%	11,46%	6,70%	12,45%	10,72%	7,9%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	-0,05%	-4,7%	-2,17%	-0,04%	-0,8%	-5,53%	0,19%	-1,54%	-4,34%
ECM anualizado	0,0228	0,0125	0,0099	0,0106	0,0059	0,0035	0,0034	0,0019	0,00094
% Falta de Sincronización	100%	99,93%	99,98%	100%	100%	99,65%	100%	100%	99,2%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0,07%	0,02%	0%	0%	0,35%	0%	0%	0,8%
Error de seguimiento promedio anual	0,05%	4,7%	2,17%	0,04%	0,03%	5,53%	0,19%	1,54%	4,34%
Volatilidad del error de seguimiento	15,11%	11,20%	9,95%	10,30%	7,66%	5,95%	5,81%	4,36%	3,06%
Volatilidad de la cartera de seguimiento	22%	19,72%	19,44%	18,88%	17,65%	17,63%	17,31%	16,23%	16,59%
Correlación cartera/índice en rendimientos	0,7271	0,8233	0,8598	0,8381	0,9009	0,9419	0,9420	0,9636	0,9830
Correlación del error de seguimiento/índice en rendimientos	-0,0043	0,0156	0,0657	-0,0236	-0,0214	0,0924	0,0414	-0,0979	0,0811
Estadístico de Dickey Fuller aumentado en la muestra	-7,0989	-3,5296	-2,6225	-8,8092	-4,861	-2,0241	-10,326	-6,772	-1,1182
Beta de la cartera	0,9959	1,0108	1,0407	0,9849	0,9898	1,0342	1,015	0,9734	1,0154
Prob(error seguimiento<0)	49,71%	52,23%	52,07%	49,44%	50,79%	50,99%	50,29%	51,28%	53,51%
Ratio de información	0,5014	0,3611	0,4897	0,5975	0,6278	0,3596	0,6811	0,6414	0,4683

### 7.7 Número óptimo de activos para el seguimiento de índices

Una de las cuestiones a destacar después de realizar el seguimiento de índices es que a priori no hay un número óptimo de activos en cartera. Se puede realizar el seguimiento con carteras de cinco activos o con carteras de 20 activos, obteniéndose resultados óptimos en ambas carteras. Esto nos lleva a preguntarnos cuantos activos en cartera son necesarios, Si empleamos el *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)* como mercado de referencia, podemos generar la Tabla 9. Esta recoge los resultados para carteras desde 5 activos hasta 20 activos, ambos inclusive. La primera idea básica es que a más activos mejor si el criterio de selección es el nivel de cointegración. El Dickey-Fuller aumentado es mayor en la cartera de 20 activos, que en la 5 o 10 activos. Pero esta afirmación conlleva que los valores para determinar si una cartera está cointegrada son

## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

mayores en la cartera de 20 activos que en la cartera de 5 activos, ver MacKinnon (1990) para más detalles.

Otro criterio podría ser la rentabilidad en bruto de la cartera, si bien al ser seguimiento de índices es igual de pernicioso tener una rentabilidad superior al índice que una rentabilidad inferior al mismo. Está claro que el inversor penaliza más las pérdidas por debajo del índice que estar por encima del mismo.

Si analizamos cual sería la mejor cartera en términos de bondad de seguimiento, la cartera con 20 activos es la mejor porque genera en conjunto menor error de sincronización y de sesgo, pero una cartera con esta cantidad de activos genera mayores costes de gestión y mantenimiento.



## Capítulo VII. Resultados en el seguimiento de índices

Tabla 9: Carteras de seguimiento del *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)* con diferentes activos en cartera

<i>Dow Jones Industrial Average (1993-2001)</i>																
Activos	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	11,03%	11,04%	11,15%	11,39%	11,27%	11,28%	11,54%	11,57%	11,35%	11,47%	11,51%	11,49%	11,62%	11,49%	11,71%	11,79%
Media rentabilidad bruto	12,21%	12,16%	12,25%	12,25%	12,23%	12,21%	12,38%	12,49%	12,22%	12,34%	12,34%	12,32%	12,46%	12,25%	12,4%	12,45%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	-0,05%	-0,10%	-0,0097%	-0,0081%	-0,0272%	-0,04%	0,12%	0,23%	-0,043%	0,0824%	0,08%	0,0662%	0,20%	-0,0055%	0,14%	0,19%
ECM anualizado	0,0228	0,0203	0,0172	0,0143	0,0121	0,0106	0,0091	0,0080	0,0070	0,0062	0,0061	0,0055	0,0055	0,0044	0,0038	0,0034
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-0,05%	-0,10%	-0,0097%	-0,0081%	-0,0272%	-0,04%	0,12%	0,23%	-0,043%	0,0824%	0,08%	0,0662%	0,20%	-0,0055%	0,14%	0,19%
Volatilidad error de seguimiento	15,11%	14,25%	13,10%	11,96%	11,02%	10,30%	9,53%	8,96%	8,35%	7,89%	7,78%	7,39%	7,42%	6,67%	6,16%	5,81%
Volatilidad cartera seguimiento	22,00%	21,05%	20,62%	19,93%	19,3%	18,88%	18,47%	18,19%	17,76%	17,70%	17,79%	17,91%	17,62%	17,51%	17,54%	17,31%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,7271	0,7366	0,7723	0,7999	0,8210	0,8381	0,8567	0,8704	0,8830	0,8953	0,8993	0,9111	0,9069	0,9247	0,9366	0,942
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0043	-0,0393	-0,0109	-0,0104	-0,0195	-0,024	-0,0255	-0,0262	-0,0456	-0,0271	-0,008	0,0337	-0,0114	0,0192	0,0592	0,0414
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,099	-7,5296	-7,9246	-8,1965	-8,4881	-8,809	-9,0266	-9,2315	-9,4525	-9,6331	-9,811	-9,9428	-10,099	-10,2117	-10,282	-10,32
Beta cartera	0,9959	0,9652	0,9911	0,9923	0,9866	0,9849	0,9849	0,9854	0,9763	0,9867	0,9957	1,0155	0,9947	1,0080	1,0227	1,015
Prob(error seguimiento<0)	49,71%	50,47%	49,98%	49,3%	48,67%	49,44%	50,29%	50,25%	49,62%	50,79%	48,26%	48,94%	49,53%	50,47%	48,76%	50,29%
Ratio información	0,50	0,5245	0,5407	0,5715	0,5839	0,60	0,6248	0,6361	0,6390	0,6480	0,65	0,6415	0,6594	0,6561	0,6676	0,68

## 7.8 Convergencia del algoritmo genético en el seguimiento de índices

Otra idea que subyace en la utilización de los algoritmos meta-heurísticos y por ello de los algoritmos genéticos es su capacidad de convergencia hacia las soluciones. Los algoritmos genéticos tienen un componente aleatorio en la conformación de los cromosomas, en este caso carteras de seguimiento. Este hecho podría llevar a pensar que si repite el procedimiento las soluciones halladas podrían no ser las mismas. No obstante, en esta Tesis al basarnos en el trabajo de Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007) y en su algoritmo genético, GASIC, la convergencia queda demostrada. Los citados autores demuestran tasas de convergencia de su algoritmo por encima del 90% en todos los casos. Nosotros, para demostrar la robustez de nuestro procedimiento en esta Tesis, hacemos 100 veces el seguimiento del *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)* con una cartera de 5 activos. De realizar este proceso de simulación podemos afirmar que nuestro proceso es robusto al ser capaces de conseguir el mismo resultado en términos de media del error de seguimiento en 93 de 100 simulaciones realizadas. A pesar de conseguir este resultado, a efectos prácticos este análisis de robustez carece de utilidad debido a la inmediatez en la que se opera en los mercados financieros actuales. Las simulaciones se realizaron con semillas aleatorias a la hora de generar los cromosomas (carteras) y la desviación típica de las soluciones es de 0.00065709, con lo que podemos afirmar que el algoritmo es robusto.

## Capítulo VIII. Resultados del seguimiento de índices mejorados

### 8.1 Introducción

En el Capítulo anterior llevamos a cabo el estudio empírico de las estrategias de seguimiento de índices en los diferentes mercados. Además, probamos el grado de efectividad del contraste de cambio de carteras por Dickey-Fuller aumentado y comparamos nuestro método con los distintos procedimientos alternativos.

En este Capítulo llevaremos a cabo el desarrollo práctico de las estrategias de seguimiento de índices mejorados, comparándolas con las estrategias alternativas y vemos el efecto de los cambios de cartera según el Dickey-Fuller aumentado sobre las estrategias de seguimiento de índices mejorados.

### 8.2 Bases de datos y procedimiento empleado

Las bases de datos empleadas son las mismas que las utilizadas en el Capítulo 7, apartado 7.2. Sin embargo, en este caso, en vez de seguir al índice de mercado se replica a este más un plus de rentabilidad, lo que denominamos índice mejorado. En Alexander y Dimitriu (2005) y en Dunis y Ho (2005) el plus de rentabilidad diaria es del 5%, 10% y 15% anual. Nosotros usamos estos niveles y añadimos un plus del 20%. La fórmula de cálculo del índice plus viene recogida en la ecuación 6.18.

El diseño del procedimiento para hacer seguimiento de índices mejorados es idéntico al de seguimiento de índices del apartado 7.3. Los elementos para valorar las carteras son los mismos que en el caso de seguimiento de índices. La única diferencia es que el índice para comparar es el índice mejorado. La Tabla 10 recoge un resumen de todos los parámetros empleados en la estrategia del seguimiento de índices mejorados:

Tabla 10: Parámetros seguimiento de índices mejorados

<b>Cuadro resumen de estrategias índices mejorados</b>	
<b>Mercado</b>	<i>Dow Jones Industrial Average, IBEX 35 y Dow Jones Composite Average</i>
<b>Tipo de mercado</b>	Mercado de precios
<b>Plus exceso rendimiento</b>	5%,10%,15% y 20%
<b>Longitud muestra</b>	750 observaciones
<b>Costes de transacción</b>	20 puntos básicos
<b>Periodo de rebalanceo</b>	60 días
<b>Algoritmo optimización</b>	Algoritmo genético
<b>Función objetivo</b>	Minimizar estadístico de Engle y Granger
<b>Población algoritmos genéticos</b>	2.000 cromosomas
<b>Criterio de parada</b>	Repetición 20 mejores soluciones
<b>Tasa de cruzamiento</b>	100%
<b>Tasa de supervivencia algoritmos genéticos</b>	50%
<b>Mutaciones</b>	No
<b>Función de reparación</b>	Sí

Usamos la misma forma funcional en la ecuación de los residuos del contraste de Engle y Granger que la empleada en el Capítulo 7.

### 8.3 Resultados del seguimiento de índices mejorados

A modo de síntesis, la Tabla 11 recoge las principales relaciones y resultados según el mercado en cuestión. Es una Tabla que recoge de forma sistemática las relaciones entre las variables más interesantes presentes en las Tablas de resultados sin entrar en conclusiones particulares. En general, la cartera con más rentabilidad tras costes de transacción varía entre mercados y pluses. A más rentabilidad mayor es la volatilidad, a más activos menos riesgo, la correlación, entre los rendimientos de la cartera de seguimiento del índice mejorado y los rendimientos del índice de mercado, aumenta con el número de activos. La beta de la cartera y el número de activos depende del mercado en cuestión. El ratio de información aumenta con el número de activos en cartera y la cointegración, en general, aumenta con el número de activos en cartera.

Tabla 11. Resumen resultados por mercados

	<i>Dow Jones Industrial Average (93-01)</i>	<i>IBEX 35 (03-09)</i>	<i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i>	<i>Dow Jones Composite Average (07-12)</i>
Mejor cartera tras costes de transacción plus 5%	25	20	20	20
Mejor cartera tras costes de transacción plus 10%	5	10	20	15
Mejor cartera tras costes de transacción plus 15%	5	5	10	10
Mejor cartera tras costes de transacción plus 20%	5	20	15	15
Relación rentabilidad volatilidad	Positivo	Positivo	Positivo	Positivo
Número de activos y riesgo	Negativo	Negativo	Negativo	Negativo
Número activos y correlación índice mercado-cartera	Positivo	Positivo	Positivo	Positivo
Número de activos y beta	Positivo	Casi Constante	Depende del plus %	Positivo
Número de activos y ratio información	Positivo	Positivo	Positivo	Positivo
Número de activos y cointegración	Positivo	Positivo	Positivo	Positivo

La Tabla 12 recoge los resultados de los distintos mercados para carteras con cinco activos. En general, los resultados están cerca de los objetivos buscados aunque cada vez es más difícil conseguir el objetivo a medida que aumenta el plus. Destacar el valor de la beta en mercados distintos del *Dow Jones Industrial Average (93-01)* con valores inferiores a uno. Esto es debido a la variabilidad del periodo temporal en términos del valor del índice de mercado y del valor del índice mejorado. Por ejemplo, si usamos el *IBEX 35* como mercado de referencia y realizamos la regresión por mínimos cuadrados ordinarios del rendimiento del índice mejorado más un plus del 5% y como variable exógena empleamos el rendimiento del *IBEX 35*, el coeficiente (beta) tiene un valor de 0.9996. En el Anexo 12 se recoge el resto de las carteras en función del mercado en cuestión y los activos en cartera. Esto es debido a que añadir más activos no cambia mucho ni los resultados ni las conclusiones que se derivan de estos. Más activos en cartera aumentan la correlación entre los rendimientos de la cartera de seguimiento y los rendimientos del índice y disminuyen la volatilidad de la cartera de seguimiento.

Capítulo VIII. Resultados del seguimiento de índices mejorados

Tabla 12. Resumen resultados por mercados con cinco activos

	<i>Dow Jones Industrial Average (93-01)</i>	<i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i>	<i>Dow Jones Composite Average (07-12)</i>	<i>Ibex 35 (03-09)</i>	<i>Dow Jones Industrial Average (93-01)</i>	<i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i>	<i>Dow Jones Composite Average (07-12)</i>	<i>Ibex 35 (03-09)</i>
<b>Plus</b>	<b>5%</b>	<b>5%</b>	<b>5%</b>	<b>5%</b>	<b>10%</b>	<b>10%</b>	<b>10%</b>	<b>10%</b>
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>
<b>Rendimiento anual cartera tras TC</b>	16,31%	5,56%	7,35%	13,93%	22,25%	9,66%	12,50%	16,94%
<b>Rendimiento anual cartera</b>	17,30%	6,72%	8,50%	14,87%	23,15%	10,60%	13,58%	18,03%
<b>Exceso rendimiento cartera sobre índice</b>	5,04%	4,01%	3,07%	5,19%	10,89%	7,89%	8,15%	8,35%
<b>ECM anualizado</b>	0,0253	0,017	0,0187	0,0231	0,0328	0,0289	0,0272	0,0348
<b>% Falta de sincronización</b>	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
<b>% Sesgo rendimiento cuadrático</b>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<b>Error de seguimiento promedio anual</b>	0,04%	-0,99%	-1,93%	0,20%	0,90%	-2,11%	-1,85%	-1,65%
<b>Volatilidad error de seguimiento</b>	15,90%	13,05%	13,67%	15,19%	18,11%	17,01%	16,51%	18,65%
<b>Volatilidad cartera seguimiento</b>	22,61%	26,54%	25,25%	25,86%	25,24%	28,21%	27,79%	28,69%
<b>Correlación cartera/ Índice mercado rendimientos</b>	0,7108	0,8709	0,8479	0,8101	0,6998	0,7985	0,807	0,7597
<b>Correlación error seguimiento/Índice mercado rendimiento</b>	0,0006	-0,032	-0,2023	-0,0628	0,0887	-0,0589	-0,1059	-0,0054
<b>Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral</b>	-7,3229	-7,326	-7,5582	-7,169	-7,315	-6,6679	-7,3194	-6,9802
<b>Betas cartera</b>	1,0004	0,9822	0,8854	0,9563	1,0996	0,9571	0,9273	0,995
<b>Prob(error seguimiento&lt;0)</b>	52,28%	52,01%	50,27%	53,94%	51,19%	52,01%	52,16%	53,77%
<b>Ratio de información</b>	0,7214	0,2095	0,2911	0,5387	0,8815	0,3424	0,4498	0,5904
<b>Plus</b>	<b>15%</b>	<b>15%</b>	<b>15%</b>	<b>15%</b>	<b>20%</b>	<b>20%</b>	<b>20%</b>	<b>20%</b>
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>
<b>Rendimiento anual cartera tras TC</b>	27,15%	14,67%	20,07%	22,25%	31,89%	19,05%	23,41%	23,25%
<b>Rendimiento anual cartera</b>	28,13%	15,47%	20,98%	23,28%	32,87%	19,91%	24,22%	24,46%
<b>Exceso rendimiento cartera sobre índice</b>	15,88%	12,75%	15,55%	13,60%	20,61%	17,19%	18,79%	14,78%
<b>ECM anualizado</b>	0,0587	0,0372	0,0443	0,0599	0,0767	0,0558	0,0690	0,1194
<b>% Falta de sincronización</b>	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
<b>% Sesgo rendimiento cuadrático</b>	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<b>Error de seguimiento promedio anual</b>	0,89%	-2,24%	0,55%	-1,39%	0,63%	-2,80%	-1,20%	-5,20%
<b>Volatilidad error de seguimiento</b>	24,22%	19,30%	21,04%	24,47%	27,69%	23,61%	26,27%	34,55%
<b>Volatilidad cartera seguimiento</b>	30,53%	29,19%	31,55%	31,44%	33,11%	31,27%	34,19%	39,86%
<b>Correlación cartera/ Índice mercado rendimientos</b>	0,6153	0,7522	0,7455	0,6313	0,5524	0,6617	0,6432	0,5013
<b>Correlación error seguimiento/Índice mercado rendimiento</b>	0,1127	-0,081	-0,0308	-0,0835	0,0809	-0,1196	-0,0826	-0,0551
<b>Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral</b>	-7,277	-5,976	-6,8321	-6,6565	-7,122	-5,2436	-6,2943	-6,2611
<b>Betas cartera</b>	1,193	0,9329	0,9726	0,9061	1,1386	0,8792	0,9095	0,9123
<b>Prob(error seguimiento&lt;0)</b>	52,73%	52,92%	52,62%	55,20%	53,72%	54,06%	53,53%	55,61%
<b>Ratio de información</b>	0,8893	0,5026	0,6361	0,7077	0,9632	0,6092	0,6847	0,5833

En el Anexo 13 recogemos los valores de los estadísticos del contraste Dickey-Fuller aumentado para todos los pluses (5%, 10%, 15%, 20%) y para todos los mercados junto con los valores críticos del contraste Engle y Granger. Para que no sea un Anexo excesivamente largo solo incluimos las carteras con 5 y con 20 activos. En el Anexo 14, realizamos histogramas de frecuencias, a partir del número de veces que aparece un activo en cartera, para las carteras recogidas en el Anexo 12 y la Tabla 12. Las carteras son bastante estables debido a la frecuencia con la que aparecen ciertos activos. Si ciertos activos aparecen muchas veces en cartera, hay que hacer menos cambios de cartera y por lo tanto hay menores costes de transacción.

## 8.4 Resultados del seguimiento de índices mejorados contrastando el cambio de cartera

En esta sección revisamos los resultados anteriores, pero en este caso, a diferencia de lo que se hacía anteriormente, donde la cartera siempre se cambiaba en el momento de la reevaluación, en esta ocasión se contrasta, mediante un procedimiento estadístico, si el cambio de cartera es pertinente o no. Si se considera que el grado de cointegración de la nueva cartera con el índice no varía significativamente respecto a la actual, no se cambia y de esta manera se ahorran los costes de transacción. Así, el objetivo último de esta apartado consiste en cuantificar el ahorro, que en términos de costes de transacción, se puede obtener cuando se contrasta la necesidad o no de cambiar de cartera en los momentos de reevaluación de la misma. Para no poner todas las Tablas e indicar donde ha habido un ahorro de carteras, vamos a elaborar una Tabla, la Tabla 13, que recoja que seguimientos de índices mejorados cambian al aplicar la metodología de cambio de carteras. Para ver más detalles ir al Anexo 15. Del análisis de la Tabla 13, extraemos que, por lo general, los cambios en las rentabilidades de las carteras son pequeños.

**Tabla 13. Resultados de cambios de cartera**

<b>Mercado</b>	<b>Plus</b>	<b>Activos en cartera</b>	<b>Cambio en rentabilidad</b>	<b>Carteras no cambiadas</b>
<i>Dow Jones Industrial Average (93-01)</i>	5%	20	0,01%	10
<i>Dow Jones Industrial Average (93-01)</i>	10%	10	0,01%	14
<i>IBEX 35 (03-09)</i>	10%	20	0,01%	27
<i>Dow Jones Composite Average (07-12)</i>	10%	20	0,05%	5
<i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i>	10%	5	0,03%	5
<i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i>	15%	10	0,02%	9
<i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i>	15%	5	0,01%	14
<i>Dow Jones Industrial Average (93-01)</i>	20%	25	0,07%	15
<i>Dow Jones Industrial Average (93-01)</i>	20%	15	0,06%	15
<i>IBEX 35 (03-09)</i>	20%	10	0,01%	2,11
<i>Dow Jones Composite Average (07-12)</i>	20%	20	0,03%	11
<i>Dow Jones Composite Average (07-12)</i>	20%	10	0,03%	11
<i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i>	20%	10	0,04%	5,17,20
<i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i>	20%	15	0,01%	11,16

## 8.5 Comparación de metodologías en el seguimiento de índices mejorados

En este apartado se compara la metodología propuesta en esta Tesis para el seguimiento de índices mejorados basada en la selección de activos de máxima cointegración, con la metodología propuesta por Alexander y Dimitriou (2002), de selección de máxima capitalización, y la más clásica basada en la maximización de la correlación entre el índice mejorado y la cartera de seguimiento. Debido a la gran cantidad de combinaciones posibles según mercados de referencia y número de activos en cartera,

## Capítulo VIII. Resultados del seguimiento de índices mejorados

vamos a limitar el análisis al índice *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)*, utilizando cinco activos, Tabla 14, 10 activos, Tabla 15, y 20 activos, Tabla 16.

Del análisis de la Tabla 14, para carteras con cinco activos, podemos decir que nuestra metodología mejora a la de Alexander y Dimitriu y a la basada en la maximización de la correlación. La metodología de Alexander y Dimitriu (2002) se encuentra recogida en su artículo, pero de forma muy sucinta consiste en construir un índice plus con la fórmula recogida en la ecuación 6.18, fórmula 8.1:

$$EI_t = EI_{t-1} \left[ 1 + (R_{I,t} + PlusReturn) \right], t = 2, 3, \dots, T \quad (8.1)$$

donde,  $EI_1 = I_1(1 + PlusReturn)$ ,  $R_{I,t}$  es la rentabilidad del índice original en el momento  $t$ ,  $I_1$  es el valor del índice en el momento 1 y  $PlusReturn$  representa el plus de rentabilidad que la cartera de seguimiento debe tener sobre el índice original.

Una vez construido el índice plus, se realiza la regresión en logaritmo del índice plus contra los precios de los activos en logaritmos. Los activos seleccionados lo son en función de la capitalización el día que cambia la cartera. Matemáticamente, ecuación 8.2:

$$\log(I_{plus,t}) = \alpha + \beta_1 \log(P_{1,t}) + \beta_2 \log(P_{2,t}) + \dots + \beta_n \log(P_{n,t}) + \varepsilon_t, \quad (8.2)$$

donde  $I_{plus,t}$  es el índice plus,  $\alpha$  es la constante,  $\beta$  es la ponderación del activo  $i$ -ésimo en la cartera de seguimiento,  $n$  es el número de activos en cartera y  $\varepsilon_t$  es el residuo de la ecuación. Una vez se tienen las ponderaciones de los activos normalizados, que deben de sumar uno, se construye la cartera de seguimiento a partir de la fórmula presente en Alexander y Dimitriu (2002), página 10, ecuación cinco. Matemáticamente:

$$\Pi_{T+x} = \Pi_{T-1} \sum_{k=1}^n \frac{w_{k,T}}{P_{k,T}} P_{k,T+x}, \quad (8.3)$$

donde  $w_{k,T}$  es el peso de la cartera estimada en el momento  $T$ ,  $\Pi_{T+x}$  es el valor de la cartera en el momento  $T + x$ ,  $P_{k,T}$  es el precio de los activos en el momento  $T$ ,  $P_{k,T+x}$  es el precio de los activos en el momento  $T + x$ ,  $x$  es el momento en el que se quiere calcular el valor de la cartera y  $k$  el número de activos. El proceso para llevar a cabo el seguimiento es igual que el llevado a cabo para el caso del seguimiento de índices, apartado 7.3, es decir, construimos una cartera con las primeras 750 observaciones y rebalanceamos cada 60 días de cotización, teniendo en cuenta la información contenida



en los 750 días de cotización anteriores al cambio en la cartera de seguimiento. Para evaluar el rendimiento de la estrategia empleamos las medidas recogidas en el apartado 7.3.

La metodología basada en la correlación comienza con la creación de un índice plus con la fórmula recogida en la ecuación 8.1. Una vez construido, calculamos el rendimiento del índice plus y los regresamos contra los rendimientos de los activos. En términos de la ecuación (8.4) se tiene que:

$$RI_{plus,t} = \beta_1 R_{1,t} + \beta_2 R_{2,t} + \dots + \beta_n R_{n,t} + \varepsilon_t, \quad (8.4)$$

donde  $RI_{plus}$  es la rentabilidad del índice plus en el momento  $t$ ,  $R_i$  es la rentabilidad del activo  $i$ -ésimo,  $\beta_i$  es la ponderación del activo  $i$ -ésimo en la cartera,  $n$  es el número total de activos y  $\varepsilon_t$  es el residuo de la regresión. Con el fin de proceder a una comparación equilibrada entre las metodologías también realizaremos en este caso selección de activos por medio de algoritmos genéticos, siguiendo un procedimiento muy similar al de máxima cointegración que se defiende en esta Tesis y que aparece recogido en el apartado 6.3.1.2; con la única diferencia es que, en vez de maximizar la cointegración, maximizamos la correlación. El procedimiento de seguimiento del índice mejorado viene recogido en el apartado 7.3, al igual que las medidas de rendimiento.

De los resultados expuestos en la Tabla 14 habría que destacar que nuestra metodología mejora a las competidoras en el rendimiento tras coste de transacción y en el rendimiento en bruto. También, conseguimos el objetivo de perseguir un exceso de rendimiento por encima del índice de mercado, *Dow Jones Industrial Average (93-01)*. Por ejemplo, si buscamos superar al índice de mercado en un 5% y la diferencia entre el rendimiento de la cartera de seguimiento del índice mejorado y el rendimiento del índice de mercado está sobre esta cantidad, decimos que hemos logrado el exceso de rendimiento sobre el índice. Además, conseguimos carteras cointegradas con el índice plus, cosa que no logran ninguna de las dos metodologías competidoras. Igualmente, el ratio de información es mejor si comparamos nuestra metodología con las metodologías competidoras.

Pero no todo son aspectos positivos en nuestra metodología. De la Tabla 14 podemos observar que nuestra metodología tiene mayor ECM anualizado, si bien es debido sobre todo a la falta de sincronización no al sesgo en el rendimiento. De esta forma, nuestra

## Capítulo VIII. Resultados del seguimiento de índices mejorados

metodología soporta más riesgo, tanto a nivel de cartera de seguimiento como a nivel de error de seguimiento. Nuestra metodología presenta menor correlación entre el índice de mercado y la cartera de seguimiento a nivel de rendimientos. Finalmente hay que señalar que las metodologías competidoras presentan una probabilidad de error de seguimiento superior a la nuestra, y que la beta de nuestra metodología es superior salvo en el caso del índice mejorado con el plus del 5%.

Tabla 14: Comparación índices mejorados 5 activos y metodologías

	Minimizar Dickey Fuller aumentado	Ranking de capitalización de Alexander	Maximizar la correlación	Minimizar Dickey Fuller aumentado	Ranking de capitalización de Alexander	Maximizar la correlación
<b>Plus</b>	<b>5%</b>	<b>5%</b>	<b>5%</b>	<b>10%</b>	<b>10%</b>	<b>10%</b>
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>
Rendimiento anual cartera tras TC	16,31%	6,28%	8,99%	22,25%	5,58%	8,98%
Rendimiento anual cartera	17,30%	6,67%	9,44%	23,15%	5,96%	9,43%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	5,04%	-5,59%	-2,79%	10,89%	-6,29%	-2,8%
ECM anualizado	0,0253	0,0132	0,0104	0,0328	0,0140	0,0105
% Falta de sincronización	100%	99,66%	99,76%	100%	99,24%	99,37%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0,00%	0,34%	0,24%	0,00%	0,76%	0,63%
Error de seguimiento promedio anual	0,04%	10,58%	7,79%	0,90%	16,29%	12,79%
Volatilidad error de seguimiento	15,9%	11,46%	10,21%	18,11%	11,78%	10,21%
Volatilidad cartera seguimiento	22,61%	20,11%	19,98%	25,24%	20,29%	19,98%
Correlación cartera/ Índice mercado rendimientos	0,7108	0,8222	0,8617	0,6998	0,8146	0,8617
Correlación error seguimiento/Índice mercado rendimiento	0,0006	0,0416	0,1134	0,0887	0,0403	0,1139
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,3229	-3,8693	-2,5275	-7,3149	-3,8633	-2,4088
Betas cartera	1,0004	1,0294	1,0719	1,0996	1,0292	1,0720
Prob(error seguimiento<0)	52,28%	53,58%	53,92%	51,19%	54,53%	55,41%
Ratio de información	0,7214	0,3123	0,4499	0,8815	0,2750	0,4494
<b>Plus</b>	<b>15%</b>	<b>15%</b>	<b>15%</b>	<b>20%</b>	<b>20%</b>	<b>20%</b>
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>5</b>
Rendimiento anual cartera tras TC	27,15%	5,06%	8,97%	31,89%	4,65%	8,96%
Rendimiento anual cartera	28,13%	5,45%	9,42%	32,87%	5,04%	9,41%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	15,88%	-6,81%	-2,81%	20,61%	-7,72%	-2,82%
ECM anualizado	0,0587	0,0147	0,0105	0,0767	0,0153	0,0106
% Falta de sincronización	100%	98,71%	98,8%	100%	98,06%	98,04%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0,00%	1,29%	1,2%	0,00%	1,94%	1,96%
Error de seguimiento promedio anual	0,89%	21,80%	17,8%	0,63%	27,20%	22,81%
Volatilidad error de seguimiento	24,22%	12,04%	10,21%	27,69%	12,25%	10,21%
Volatilidad cartera seguimiento	30,53%	20,43%	19,98%	33,11%	20,55%	19,99%
Correlación cartera/ Índice mercado rendimientos	0,6153	0,8082	0,8617	0,5524	0,8033	0,8617
Correlación error seguimiento/Índice mercado rendimiento	0,1127	0,0381	0,1144	0,0809	0,0374	0,1150
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,2770	-3,7735	-2,3196	-7,1215	-3,6922	-2,2124
Betas cartera	1,1693	1,0280	1,0721	1,1386	1,0277	1,0723
Prob(error seguimiento<0)	52,73%	54,75%	56,58%	53,72%	55,70%	58,29%
Ratio de información	0,8893	0,2477	0,4489	0,9632	0,2263	0,4482

La Tabla 15 recoge los resultados de comparar el seguimiento realizado por nuestra metodología y por las metodologías competidoras, teniendo en cuenta que las carteras de seguimiento tienen 10 activos. Los comentarios realizados en el caso de la Tabla 14 son perfectamente trasladables a la Tabla 15, por lo que no los repetiremos. Lo único destacable es que la metodología de Alexander y Dimitriu mejora sus resultados al pasar

## Capítulo VIII. Resultados del seguimiento de índices mejorados

de carteras de cinco activos a carteras con diez activos. Esta mejora sin embargo no le hace superar el rendimiento de nuestra metodología.

Tabla 15: Comparación índices mejorados 10 activos y metodologías

	Minimizar Dickey Fuller aumentado	Ranking de capitalización de Alexander	Maximizar la correlación	Minimizar Dickey Fuller aumentado	Ranking de capitalización de Alexander	Maximizar la correlación
<b>Plus</b>	<b>5%</b>	<b>5%</b>	<b>5%</b>	<b>10%</b>	<b>10%</b>	<b>10%</b>
<b>Activos</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>
Rendimiento anual cartera tras TC	16,19%	9,76%	6,35%	21,01%	8,76%	6,22%
Rendimiento anual cartera	16,88%	10,12%	6,69%	21,68%	9,13%	6,59%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	4,62%	-2,14%	-5,54%	9,43%	-3,12%	-5,64%
ECM anualizado	0,0106	0,0052	0,0036	0,0156	0,0058	0,0036
% Falta de sincronización	100%	99,61%	98,75%	100%	98,80%	97,3%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0,00%	0,39%	1,25%	0%	1,20%	2,7%
Error de seguimiento promedio anual	0,37%	7,14%	10,54%	0,57%	13,12%	15,64%
Volatilidad error de seguimiento	10,32%	7,22%	5,93%	12,47%	7,55%	5,94%
Volatilidad cartera seguimiento	19,18%	17,84%	17,66%	21,37%	18,18%	17,63%
Correlación cartera/ Índice mercado rendimientos	0,8429	0,9144	0,9424	0,8144	0,91	0,9421
Correlación error seguimiento/Índice mercado rendimiento	0,01	0,0343	0,0980	0,1076	0,0647	0,0935
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-9,0599	-5,2120	-1,8324	-8,7305	-5,1958	-1,7623
Betas cartera	1,0062	1,0152	1,0360	1,0832	1,03	1,0342
Prob(error seguimiento<0)	49,71%	53,36%	54,01%	52,32%	54,93%	56,94%
Ratio de información	0,8441	0,5471	0,3595	0,9832	0,4818	0,3528
<b>Plus</b>	<b>15%</b>	<b>15%</b>	<b>15%</b>	<b>20%</b>	<b>20%</b>	<b>20%</b>
<b>Activos</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>
Rendimiento anual cartera tras TC	27,02%	8,01%	6,30%	31,56%	7,62%	7,36%
Rendimiento anual cartera	27,88%	8,41%	6,67%	32,49%	8,04%	7,70%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	15,62%	-3,84%	-5,57%	20,23%	-4,21%	-4,53%
ECM anualizado	0,0368	0,0069	0,0037	0,0682	0,0080	0,0036
% Falta de sincronización	100%	97,94%	95,42%	100%	97,07%	93,41%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0,00%	2,06%	4,58%	0,00%	2,93%	6,59%
Error de seguimiento promedio anual	0,63%	18,83%	10,54%	0,25%	24,20%	24,52%
Volatilidad error de seguimiento	19,18%	8,21%	5,94%	26,11%	8,82%	5,84%
Volatilidad cartera seguimiento	26,42%	18,59%	17,65%	32,26%	18,94%	17,62%
Correlación cartera/ Índice mercado rendimientos	0,6931	0,8978	0,9422	0,5954	0,8860	0,9441
Correlación error seguimiento/Índice mercado rendimiento	0,1178	0,0776	0,0954	0,1209	0,0831	0,1008
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-8,2766	-4,9554	-1,6501	-7,8747	-4,7361	-1,5393
Betas cartera	1,14	1,0391	1,0353	1,1957	1,0448	1,0358
Prob(error seguimiento<0)	52,64%	57,19%	58,92%	53,85%	58%	61,26%
Ratio de información	1,0227	0,4357	0,3569	0,9783	0,4023	0,4177

La Tabla 16 recoge la comparación de las metodologías con 20 activos en la cartera. Los comentarios realizados en la Tabla 14 son de total vigencia en la Tabla 16. Habría que destacar nuevamente la mejora de resultados con respecto a la cartera con cinco y diez activos en la metodología de Alexander y Dimitriu cuando aumenta el número de activos en cartera a 20 activos. Por ejemplo, la rentabilidad de la cartera con 5 activos plus 5% tras costes de transacción es de 6,28%, mientras que si la cartera tiene 20 activos y un plus del 5% es de 9,78%. Nuestra metodología es capaz de conseguir

Capítulo VIII. Resultados del seguimiento de índices mejorados

buenos resultados independientemente del número de activos en cartera, lo cual es un hecho significativo de la robustez de nuestra metodología.

Tabla 16: Comparación índices mejorados 20 activos y metodologías

	Minimizar Dickey Fuller aumentado	Ranking de capitalización de Alexander	Maximizar la correlación	Minimizar Dickey Fuller aumentado	Ranking de capitalización de Alexander	Maximizar la correlación
<b>Plus</b>	<b>5%</b>	<b>5%</b>	<b>5%</b>	<b>10%</b>	<b>10%</b>	<b>10%</b>
<b>Activos</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>
Rendimiento anual cartera tras TC	16,65%	9,78%	7,76%	20,86%	9,33%	7,75%
Rendimiento anual cartera	17,19%	10,07%	7,89%	21,5%	9,67%	7,87%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	4,94%	-2,19%	-4,35%	9,32%	-2,59%	-4,36%
ECM anualizado	0,0055	0,0018	0,00095	0,0138	0,0028	0,00099
% Falta de sincronización	100%	98,86%	96,36%	100%	97,73%	91,75%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0,00%	1,14%	3,64%	0%	2,27%	8,25%
Error de seguimiento promedio anual	0,061%	7,18%	9,34%	0,68%	12,58%	14,35%
Volatilidad error de seguimiento	7,41%	4,25%	3,04%	11,73%	5,23%	3,03%
Volatilidad cartera seguimiento	18,02%	16,65%	16,6%	21,14%	17,27%	16,61%
Correlación cartera/ Índice mercado rendimientos	0,9117	0,9669	0,9832	0,8354	0,9534	0,9834
Correlación error seguimiento/Índice mercado rendimiento	0,0497	0,0095	0,0860	0,1364	0,0787	0,0910
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-10,0943	-6,8701	-1,4094	-9,0363	-6,5119	-1,4838
Betas cartera	1,0227	1,0023	1,0161	1,0992	1,0252	1,0167
Prob(error seguimiento<0)	51,6%	54,12%	59,37%	52,95%	56,47%	64,77%
Ratio de información	0,9240	0,5874	0,4674	0,9869	0,5402	0,4665
<b>Plus</b>	<b>15%</b>	<b>15%</b>	<b>15%</b>	<b>20%</b>	<b>20%</b>	<b>20%</b>
<b>Activos</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>
Rendimiento anual cartera tras TC	25,24%	9,04%	7,73%	31,21%	9,09%	7,81%
Rendimiento anual cartera	26,03%	9,42%	7,86%	32,09%	9,52%	7,94%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	13,77%	-2,83%	-4,37%	19,83%	-2,74%	-4,3%
ECM anualizado	0,0307	0,0039	0,0011	0,0595	0,0051	0,0011
% Sincronización	100%	96,77%	85,84%	100%	95,94%	79,27%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0,00%	3,23%	14,16%	0,00%	4,06%	20,73%
Error de seguimiento promedio anual	1,22%	17,82%	19,36%	0,15%	22,72%	24,28%
Volatilidad error de seguimiento	17,52%	6,17%	3,01%	24,38%	6,99%	3,00%
Volatilidad cartera seguimiento	25,50%	17,81%	16,61%	31,06%	18,25%	16,63%
Correlación cartera/ Índice mercado rendimientos	0,7342	0,9388	0,9836	0,6295	0,9249	0,9837
Correlación error seguimiento/Índice mercado rendimiento	0,1519	0,1072	0,0960	0,1435	0,1186	0,1032
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-8,2764	-6,030	-1,4668	-7,8439	-5,7075	-1,4028
Betas cartera	1,1656	1,0406	1,0174	1,217	1,0508	1,0185
Prob(error seguimiento<0)	53,04%	59,08%	69,64%	53,27%	60,12%	74,73%
Ratio de información	0,9898	0,5076	0,4653	1,0048	0,4981	0,4696

## Capítulo IX. Resultados de posiciones cortas y largas

### 9.1 Introducción

En el Capítulo anterior llevamos a cabo el estudio empírico de las estrategias de seguimiento de índices mejorados en los diferentes mercados. Además, probamos el contraste de cambio de cartera, con beneficios muy pequeños, y comparamos distintos métodos alternativos al que presentamos en esta Tesis.

En este Capítulo desarrollamos estrategias de seguimiento combinando posiciones largas y cortas. Además, estudiamos el efecto de los cambios de cartera sobre las estrategias de seguimiento cuando se utiliza una combinación de posiciones cortas y largas.

### 9.2 Bases de datos y procedimiento empleado

Las bases de datos empleadas son las mismas que ya se utilizaron en el Capítulo 7, apartado 7.2, cuando se estudió el índice *Dow Jones Industrial Average (1990-2001)*, el índice *IBEX 35 (2000-2009)*, el índice *Dow Jones Industrial Average (2004-2012)* y el índice *Dow Jones Composite Average (2004-2012)*. La idea básica de las estrategias de posiciones largas y cortas es comprar una cartera y vender otra cartera de activos para cubrirse contra los movimientos de mercado en una estrategia neutral al riesgo. El beneficio, *spread*, se genera por la diferencia entre la cartera comprada y la cartera vendida. Las carteras compradas y vendidas son activos del mismo índice por lo que la estrategia de posiciones largas y cortas es una extensión del seguimiento de índices. En Alexander y Dimitriu (2005) y en Dunis y Ho (2005) el plus de rentabilidad anual que se utiliza es del 5%, 10% y 15%. Los mismos pluses pero negativos se aplican en la cartera en corto. Nosotros usamos estos niveles y añadimos un plus del 20%. Las fórmulas de cálculo de los índices vienen recogidas en las ecuaciones 6.19 y 6.20, que volvemos a reproducir aquí para facilitar la comodidad de la lectura.

$$IndicePlus_t = IndicePlus_{t-1} \left[ 1 + (R_{t,t} + PlusReturn) \right], \quad (9.1)$$

$$IndiceMinus_t = IndiceMinus_{t-1} \left[ 1 + (R_{t,t} - PlusReturn) \right], \quad (9.2)$$

## Capítulo IX. Resultados de posiciones cortas y largas

donde  $IndicePlus_1 = I_1 (1 + PlusReturn)$  e  $IndiceMinus_1 = I_1 (1 - PlusReturn)$ . Estas ecuaciones recogen cómo construir los índices que siguen las carteras compradas y vendidas, índice plus e índice minus. El índice plus se construye a partir de los rendimientos diarios del índice más una rentabilidad anual expresada en términos diarios. El índice minus es similar con la única diferencia de que en vez de sumar se le resta a los rendimientos del índice el rendimiento anual en términos diarios.

El diseño del procedimiento para hacer estrategias de seguimiento utilizando posiciones cortas y largas es muy parecido al de seguimiento de índices que se vió en el apartado 7.3. La diferencia fundamental en este caso es que no se sigue a un único índice, sino a dos, el plus y el minus. La Tabla 17 recoge un resumen de todos los parámetros empleados en la estrategia de seguimiento combinando posiciones largas y cortas:

**Tabla 17: Parámetros posiciones largas y cortas**

Cuadro resumen de estrategias posiciones largas y cortas	
<b>Mercado</b>	<i>Dow Jones Industrial Average, IBEX 35 y Dow Jones Composite Average</i>
<b>Tipo de mercado</b>	Mercado de precios
<b>Rendimiento del Índice Plus</b>	5%,10%,15% y 20%
<b>Rendimiento del Índice Minus</b>	-5%,-10%,-15% y -20%
<b>Longitud muestral</b>	750 observaciones
<b>Costes de transacción posiciones largas</b>	20 puntos básicos
<b>Costes de transacción posiciones cortas</b>	30 puntos básicos
<b>Periodo de rebalanceo</b>	60 días
<b>Algoritmo optimización</b>	Algoritmos genéticos
<b>Función objetivo</b>	Minimizar estadístico contraste de cointegración Engle y Granger
<b>Población algoritmos genéticos</b>	2.000 cromosomas
<b>Criterio de parada</b>	Repetición 20 mejores soluciones
<b>Tasa de cruzamiento</b>	100%
<b>Tasa de supervivencia algoritmos genéticos</b>	50%
<b>Mutaciones</b>	No
<b>Función de reparación</b>	Sí

### 9.3 Resultados de las estrategias de posiciones largas y cortas

Tal y como se puede ver en la Tabla 18, las medidas que se han seleccionado para describir y evaluar los resultados de la estrategia de seguimiento combinando posiciones cortas y largas son las siguientes: (1) la rentabilidad tras costes de transacción, (2) la correlación entre los rendimientos del índice (original) y los de la cartera, (3) la beta de la cartera. Y finalmente (4), añadimos el ratio de Sharpe, [Sharpe (1966)]. Dado que las estrategias de seguimiento de posiciones cortas y largas son neutrales al riesgo no se han utilizado medias dependientes del error de seguimiento. En este caso, parece más conveniente comparar los resultados con activos libres de riesgo, ver Capítulo 3 para más detalles.

## Capítulo IX. Resultados de posiciones cortas y largas

Para el caso del *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)*, el tipo libre de riesgo lo calculamos a partir del bono a 10 años. Su rentabilidad promedio durante ese periodo es del 6.03%. Durante el periodo 2007-2012, tanto en este mercado como en el *Dow Jones Composite Average*, el rendimiento promedio del activo sin riesgo fue del 3.40%. El bono español a 10 años tuvo un rendimiento promedio entre el 2003 y el 2009 del 4.10%.

En el análisis de estas estrategias, Tabla 18, podemos destacar que la rentabilidad tras costes de transacción crece a medida que aumenta el *spread*, sin llegar a la rentabilidad objetivo. La rentabilidad objetivo es lo que denominamos *spread* a conseguir, y es la diferencia entre la rentabilidad del índice plus y del índice minus. Si la estrategia funciona bien el beneficio de la misma coincide con el *spread* objetivo. Por ejemplo, si la cartera en largo sigue al índice plus 5% y la cartera en corto al índice minus el 10 %, el *spread* objetivo es del 15%. En la Tabla 18, esta estrategia para el *Dow Jones Industrial Average (90-01)*, genera un resultado neto del 11.36%, que no está muy lejos del 15% buscado. En todos los mercados la correlación entre los rendimientos de la estrategia de posiciones largas y cortas y los rendimientos del índice es baja. El ratio de Sharpe aumenta a medida que crece la rentabilidad objetivo o *spread*. Como cabría esperar, la beta de la cartera es pequeña, pero aumenta a medida que se incrementa el *spread* exigido. En el Anexo 16 se recogen los resultados de las posiciones compradoras y vendedoras cuando las carteras de seguimiento tienen 10, 15 y 20 activos. Creamos un Anexo debido a que los resultados no difieren mucho de los presentados cuando las carteras tienen cinco activos.

## Capítulo IX. Resultados de posiciones cortas y largas

### Tabla 18. Estrategias de seguimiento de posiciones largas y cortas con 5 activos

<i>Dow Jones Industrial Average 1993 – 2001</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	0,98%	6,08%	10,96%	14,89%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	N/A	0,0742	0,1073	0,1074	0,1263
	Beta cartera	N/A	0,0949	0,1407	0,1526	0,2245
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,2456	0,0024	0,2159	0,3103
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	2,33%	6,26%	11,36%	16,24%	20,17%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0047	0,076	0,0952	0,0952	0,1124
	Beta cartera	0,0053	0,1001	0,1458	0,1577	0,2297
	Ratio de Sharpe	-0,2029	0,0109	0,2167	0,3835	0,4307
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	8,26%	12,20%	17,30%	22,18%	26,11%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0714	0,1214	0,1458	0,1368	0,1484
	Beta cartera	0,1048	0,1995	0,2453	0,2572	0,3291
	Ratio de Sharpe	0,0946	0,2337	0,417	0,5349	0,5637
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	13,17%	17,11%	22,21%	27,09%	31,02%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0939	0,1385	0,1577	0,1477	0,1556
	Beta cartera	0,1733	0,2681	0,3138	0,3257	0,3976
	Ratio de Sharpe	0,2408	0,3563	0,5061	0,5945	0,6087
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	17,91%	21,84%	26,94%	31,82%	35,75%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0707	0,1115	0,1268	0,1227	0,1367
	Beta cartera	0,1433	0,238	0,2838	0,2957	0,3676
	Ratio de Sharpe	0,3651	0,4612	0,5814	0,6662	0,6879
<i>Dow Jones Industrial Average 2007 – 2012</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	1,15%	6,82%	13,32%	20,36%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	N/A	-0,0829	-0,0845	-0,0165	-0,1538
	Beta cartera	N/A	-0,0582	-0,0663	-0,0168	-0,2318
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,1362	0,185	0,4122	0,4719
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	1,50%	6,20%	11,86%	18,37%	25,40%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0306	-0,1019	-0,0972	-0,0347	-0,1571
	Beta cartera	-0,0216	-0,0791	-0,0873	-0,0378	-0,2527
	Ratio de Sharpe	-0,1142	0,1531	0,4003	0,5849	0,581
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	5,59%	10,29%	15,96%	22,46%	29,49%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0564	-0,1133	-0,1051	-0,0554	-0,1679
	Beta cartera	-0,047	-0,1045	-0,1127	-0,0632	-0,2781
	Ratio de Sharpe	0,1115	0,3172	0,498	0,7108	0,6693
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	10,60%	15,31%	20,97%	27,48%	34,51%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0789	-0,1256	-0,1217	-0,0733	-0,1799
	Beta cartera	-0,0713	-0,1288	-0,1369	-0,0874	-0,3024
	Ratio de Sharpe	0,3385	0,4935	0,6636	0,8576	0,7864
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	14,98%	19,39%	25,35%	31,86%	38,98%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,113	-0,148	-0,1542	-0,1054	-0,1853
	Beta cartera	-0,1248	-0,1823	-0,1904	-0,1409	-0,3559
	Ratio de Sharpe	0,4454	0,562	0,7551	0,818	0,7853
<i>Dow Jones Composite Average 2007 – 2012</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	1,58%	5,61%	11,60%	17,38%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	N/A	-0,0232	0,0088	0,0149	-0,0502
	Beta cartera	N/A	-0,019	0,0085	0,0138	-0,0517
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,092	0,0947	0,3653	0,5617
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	1,41%	6,03%	10,06%	16,05%	21,83%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,1925	-0,1564	-0,128	-0,1186	-0,1453
	Beta cartera	-0,1395	-0,1578	-0,1303	-0,125	-0,1905
	Ratio de Sharpe	-0,1138	0,1077	0,2703	0,4961	0,5814
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	6,56%	11,18%	15,21%	21,20%	26,98%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,1155	-0,1012	-0,0817	-0,0723	-0,1078
	Beta cartera	-0,0974	-0,1157	-0,0883	-0,083	-0,1485
	Ratio de Sharpe	0,1549	0,2814	0,4516	0,6416	0,7081
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	14,13%	18,75%	22,78%	28,77%	34,55%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,0479	-0,0567	-0,0346	-0,0287	-0,0645
	Beta cartera	-0,0521	-0,0704	-0,043	-0,0376	-0,1031
	Ratio de Sharpe	0,4079	0,5112	0,6456	0,7991	0,8057
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	17,47%	22,10%	26,12%	32,11%	37,89%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,0947	-0,0949	-0,0793	-0,0709	-0,0984
	Beta cartera	-0,1153	-0,1336	-0,1061	-0,1008	-0,1663
	Ratio de Sharpe	0,4783	0,5491	0,7024	0,8356	0,8441
<i>IBEX 2003-2009</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	2,87%	7,44%	15,18%	20,71%
	Correlación cartera /IBEX35 rendimiento	N/A	-0,132	-0,0928	-0,048	-0,0291
	Beta cartera	N/A	-0,0969	-0,0892	-0,0681	-0,0573
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,0762	0,1585	0,3563	0,3857
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	2,55%	8,16%	12,72%	20,46%	26%
	Correlación cartera /IBEX35 rendimiento	0,0924	-0,0457	-0,0268	-0,0058	0,0009
	Beta cartera	0,0609	-0,0378	-0,0301	-0,0089	0,0018
	Ratio de Sharpe	-0,1071	0,2238	0,3511	0,4831	0,48
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	5,57%	11,17%	15,73%	23,47%	29,01%
	Correlación cartera /IBEX35 rendimiento	0,1031	0,0007	0,0067	0,0192	0,0207
	Beta cartera	0,0995	0,000779	0,0085	0,0296	0,0404
	Ratio de Sharpe	0,0693	0,3014	0,4141	0,5724	0,5813
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	10,87%	16,48%	21,04%	28,78%	34,32%
	Correlación cartera /IBEX35 rendimiento	0,0093	-0,0658	-0,055	-0,035	-0,0246
	Beta cartera	0,0112	-0,0875	-0,0797	-0,0586	-0,0478
	Ratio de Sharpe	0,2574	0,4248	0,5333	0,6732	0,7084
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	11,88%	17,48%	22,05%	29,79%	35,32%



## Capítulo IX. Resultados de posiciones cortas y largas

Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	0,0106	-0,0458	-0,0383	-0,0249	-0,0179
Beta cartera	0,0169	-0,0817	-0,074	-0,0529	-0,0421
Ratio de Sharpe	0,2221	0,3425	0,4237	0,5519	0,6066

### 9.4 Resultados de las estrategias de posiciones cortas y largas con el contraste estadístico de cambio de cartera

En este apartado se analizan los resultados obtenidos en el seguimiento del índice plus y minus en el caso de contrastar estadísticamente la conveniencia o no de realizar el cambio de cartera en cada uno de los momentos es que esta se recalibra. Por un lado hay que recordar, tal como hemos visto en anteriores Capítulos, que la aplicación de este contraste, tanto en el seguimiento de índices como en el seguimiento de índices mejorados, no ha supuesto un importante ahorro en términos de costes de transacción, y por tanto, un aumento de rentabilidad. Por otra parte hay que tener en cuenta que los resultados obtenidos hasta ahora en este Capítulo indican que el incremento de títulos en la cartera no lleva aparejado una mejora en los resultados. Por esa razón se ha considerado en esta ocasión llevar a cabo el análisis en carteras compuestas por cinco títulos.

En la Tabla 19 se presentan estos resultados para el caso del *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)*. Tal como puede verse, se producen 20 cambios de estrategia. En el *IBEX 35 (2003-2009)* cambian seis estrategias. Con estrategias nos referimos a combinaciones de índices plus e índices minus. Los cambios no superan el 0.1%, por lo que las ganancias o las pérdidas son mínimas. En el *Dow Jones Composite Average* en el periodo de crisis 2007-2012 hay 16 cambios en las estrategias pero los resultados varían poco. En el *Dow Jones Industrial Average* en el periodo 2007-2012 hay varias estrategias modificadas, pero los cambios en los resultados son ínfimos. Hay más cambios de estrategia en época de crisis que en periodos expansivos. En cualquier caso, y a modo de conclusión, se puede afirmar que realizar el contraste estadístico para determinar el cambio o no de cartera, en cada recalibración, no genera ni grandes ganancias ni grandes pérdidas con respecto al caso en el que no se aplica.

## Capítulo IX. Resultados de posiciones cortas y largas

**Tabla 19. Estrategias de posiciones largas y cortas con 5 activos usando un contraste estadístico para el cambio de cartera**

<i>Dow Jones Industrial Average 1993 – 2001</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	1,06%	6,20%	11,06%	14,95%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	N/A	0,0742	0,1165	0,1052	0,1328
	Beta cartera	N/A	0,1035	0,1561	0,1518	0,2185
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,2476	0,0081	0,2168	0,2368
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	2,38%	6,30%	11,45%	16,30%	20,19%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0021	0,0766	0,1	0,0875	0,1129
	Beta cartera	-0,0024	0,1012	0,1537	0,1495	0,2345
	Ratio de Sharpe	-0,2018	0,0129	0,2194	0,3745	0,4245
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	8,32%	12,24%	17,39%	22,24%	26,13%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0645	0,1218	0,1513	0,1304	0,1487
	Beta cartera	0,0972	0,2007	0,2533	0,249	0,3341
	Ratio de Sharpe	0,0947	0,2347	0,4225	0,5286	0,557
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	13,23%	17,15%	22,30%	27,15%	31,04%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0879	0,1383	0,1647	0,1426	0,1552
	Beta cartera	0,1656	0,2691	0,3217	0,3174	0,4025
	Ratio de Sharpe	0,2378	0,3557	0,5184	0,5907	0,6003
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	17,96%	21,89%	27,03%	31,88%	35,77%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0657	0,1109	0,1317	0,1184	0,1366
	Beta cartera	0,1357	0,2393	0,29178	0,2876	0,3627
	Ratio de Sharpe	0,3594	0,4574	0,5903	0,6627	0,679
<i>Dow Jones Industrial Average 2007 – 2012</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	1,19%	6,86%	13,36%	20,39%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	N/A	-0,0845	-0,0776	-0,0171	-0,147
	Beta cartera	N/A	-0,0588	-0,0665	-0,0174	-0,2324
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,1349	0,1716	0,4153	0,4568
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	1,55%	6,20%	11,87%	18,37%	25,40%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0294	-0,1018	-0,0967	-0,0347	-0,1571
	Beta cartera	-0,0216	-0,0791	-0,0868	-0,0378	-0,2527
	Ratio de Sharpe	-0,1067	0,1533	0,4007	0,5849	0,5811
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	5,68%	10,33%	16,00%	22,50%	29,53%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0609	-0,1077	-0,1056	-0,0585	-0,1665
	Beta cartera	-0,0543	-0,1177	-0,1194	-0,0704	-0,2854
	Ratio de Sharpe	0,1087	0,284	0,4737	0,6742	0,6478
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	10,66%	15,31%	20,98%	27,48%	34,51%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0766	-0,1238	-0,1196	-0,0718	-0,1789
	Beta cartera	-0,0694	-0,1269	-0,1346	-0,0856	-0,3005
	Ratio de Sharpe	0,3406	0,4937	0,6639	0,8589	0,7869
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	15,04%	19,69%	25,36%	31,86%	38,89%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,1146	-0,1491	-0,1541	-0,1054	-0,186
	Beta cartera	-0,1265	-0,1839	-0,1916	-0,1409	-0,3576
	Ratio de Sharpe	0,603	0,7699	0,8806	0,947	0,9408
<i>Dow Jones Composite Average 2007 – 2012</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	1,68%	5,71%	11,73%	17,58%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	N/A	-0,0185	0,0128	0,0209	-0,0438
	Beta cartera	N/A	-0,0152	0,0123	0,0194	-0,0447
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,087	0,099	0,3718	0,5747
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	1,55%	6,03%	10,06%	16,08%	21,93%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,2011	-0,1564	-0,128	-0,1168	-0,1438
	Beta cartera	-0,1433	-0,1578	-0,1303	-0,1232	-0,1873
	Ratio de Sharpe	-0,1074	0,1077	0,2703	0,4969	0,5883
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	6,70%	11,18%	15,21%	21,23%	27,09%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,1199	-0,1012	-0,0817	-0,071	-0,1068
	Beta cartera	-0,1013	-0,1157	-0,0883	-0,0812	-0,1453
	Ratio de Sharpe	0,1617	0,2814	0,4516	0,6448	0,7196
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	14,27%	18,75%	22,78%	28,80%	34,65%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,0516	-0,0567	-0,0346	-0,0275	-0,0629
	Beta cartera	-0,056	-0,0704	-0,043	-0,0358	-0,099
	Ratio de Sharpe	0,4142	0,5112	0,6456	0,8064	0,8137
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	17,62%	22,10%	26,12%	32,15%	38,00%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,0979	-0,0949	-0,0793	-0,07	-0,0972
	Beta cartera	-0,1191	-0,1336	-0,1061	-0,099	-0,1631
	Ratio de Sharpe	0,4832	0,5491	0,7024	0,8401	0,8523
<i>IBEX 2003-2009</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	1,19%	6,86%	13,36%	20,39%
	Correlación cartera /IBEX35 rendimiento	N/A	-0,0845	-0,0776	-0,0171	-0,147
	Beta cartera	N/A	-0,0588	-0,0665	-0,0174	-0,2324
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,1349	0,1716	0,4153	0,4568
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	1,55%	6,20%	11,87%	18,37%	25%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	-0,0294	-0,1018	-0,0967	-0,0347	-0,1571
	Beta cartera	-0,0216	-0,0791	-0,0868	-0,0378	-0,2527
	Ratio de Sharpe	-0,1067	0,1533	0,4007	0,5849	0,5811
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	5,68%	10,33%	16,00%	22,50%	29,53%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	-0,0609	-0,1077	-0,1056	-0,0585	-0,1665
	Beta cartera	-0,0543	-0,1177	-0,1194	-0,0704	-0,2854
	Ratio de Sharpe	0,1087	0,284	0,4737	0,6742	0,6478

## Capítulo IX. Resultados de posiciones cortas y largas

<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	10,66%	15,31%	20,98%	27,48%	34,51%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	-0,0766	-0,1238	-0,1196	-0,0718	-0,1789
	Beta cartera	-0,0694	-0,1269	-0,1346	-0,0856	-0,3005
	Ratio de Sharpe	0,3406	0,4937	0,6639	0,8589	0,7869
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	15,04%	19,69%	25,36%	31,86%	38,89%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	-0,1146	-0,1491	-0,1541	-0,1054	-0,186
	Beta cartera	-0,1265	-0,1839	-0,1916	-0,1409	-0,3576
	Ratio de Sharpe	0,4481	0,5611	0,7502	0,818	0,7845

### 9.5 Análisis de los costes de transacción en las estrategias de posiciones largas y cortas

Uno de los factores más importantes a la hora de realizar estrategias de posiciones largas y cortas son los costes de transacción de la cartera con posiciones cortas. Por lo general los costes son mayores, ver Alexander y Dimitriu (2005) o Gilli et al (2011). En esta Tesis hemos supuesto unos costes en corto de 30 puntos básicos, pero a efectos de análisis de sensibilidad hemos decidido estudiar como evolucionarían las rentabilidades de las estrategias de posiciones largas y cortas si los costes de transacción fueran de 50 puntos básicos. Para ello, hemos creado la Tabla 20, que recoge las carteras con 5 activos en el *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)* y donde comparamos todas las estrategias posibles teniendo en cuenta los dos tipos de costes de transacción en corto. Para la parte de la cartera en largo seguimos suponiendo 20 puntos básicos. Tener en corto 20 puntos básicos más limita la rentabilidad neta en un 1% o superior por lo que la capacidad de negociación es esencial a la hora de lograr unos mejores resultados netos.

## Capítulo IX. Resultados de posiciones cortas y largas

**Tabla 20 : Dow Jones Industrial Average (93-01) con 5 activos en estrategia de posiciones largas y cortas con costes en corto del 0.3% y del 0.5%**

<i>Dow Jones Industrial Average 1993 – 2001</i>		Minus 0%		Minus 5%		Minus 10%		Minus 15%		Minus 20%	
		0,3%	0,5%	0,3%	0,5%	0,3%	0,5%	0,3%	0,5%	0,3%	0,5%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	N/A	0,98%	-0,15%	6,08%	5,11%	10,96%	10,13%	14,89%	14,08%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	N/A	N/A	0,0742	0,0742	0,1073	0,1070	0,1074	0,1071	0,1263	0,1264
	Beta cartera	N/A	N/A	0,0949	0,0952	0,1407	0,1404	0,1526	0,1526	0,2245	0,2249
	Ratio de Sharpe	N/A	N/A	-0,2456	-0,2998	0,0024	-0,0434	0,2159	0,1791	0,3103	0,2816
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	2,33%	1,15%	6,26%	5,13%	11,36%	10,40%	16,24%	15,41%	20,17%	19,36%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0047	0,0047	0,0760	0,0760	0,0952	0,0950	0,0952	0,0950	0,1124	0,1125
	Beta cartera	0,0053	0,0054	0,1001	0,1003	0,1458	0,1456	0,1577	0,1577	0,2297	0,23
	Ratio de Sharpe	-0,2029	-0,2665	0,0109	-0,0423	0,2167	0,1773	0,3835	0,3518	0,4307	0,4057
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	8,26%	7,09%	12,20%	11,07%	17,30%	16,34%	22,18%	21,35%	26,11%	25,30%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0714	0,0713	0,1214	0,1214	0,1458	0,1455	0,1368	0,1367	0,1484	0,1485
	Beta cartera	0,1048	0,1048	0,1995	0,1998	0,2453	0,245	0,2572	0,2571	0,3291	0,3295
	Ratio de Sharpe	0,0946	0,0448	0,2337	0,1907	0,4170	0,3808	0,5349	0,5068	0,5637	0,5406
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	13,17%	12%	17,11%	15,98%	22,21%	21,24%	27,09%	26,26%	31,02%	30,21%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0939	0,0938	0,1385	0,1384	0,1577	0,1574	0,1477	0,1475	0,1556	0,1556
	Beta cartera	0,1733	0,1734	0,2681	0,2683	0,3138	0,3136	0,3257	0,3257	0,3976	0,398
	Ratio de Sharpe	0,2408	0,2009	0,3563	0,3196	0,5061	0,4753	0,5945	0,5704	0,6087	0,5886
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	17,91%	16,73%	21,84%	20,71%	26,94%	25,98%	31,82%	30,99%	35,75%	34,94%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0707	0,0707	0,1115	0,1115	0,1268	0,1266	0,1227	0,1226	0,1367	0,1367
	Beta cartera	0,1433	0,1433	0,238	0,2383	0,2838	0,2835	0,2957	0,2956	0,3676	0,368
	Ratio de Sharpe	0,3651	0,3284	0,4612	0,4279	0,5814	0,5542	0,6662	0,6442	0,6879	0,6680

## Capítulo X. Resultados estrategias 130/30

### 10.1 Introducción

En este Capítulo se desarrollan diversos procedimientos para llevar a la práctica las estrategias 130/30, cuyos pormenores se expusieron en los apartados 3.4 y 6.6. Al igual que en las estrategias estudiadas en el Capítulo nueve, estas estrategias también utilizan y combinan posiciones largas y cortas. Sin embargo, no son neutrales al riesgo ni se basan en el seguimiento de índices. Recordamos que estas estrategias se basan en la optimización de un determinado ratio de actuación propuesto. En concreto, en esta aplicación práctica, se utilizan alternativamente los siguientes ratios de actuación: Sharpe, Sortino, Omega y co-movimientos de beta. En el apartado 6.6 se puede encontrar una descripción detallada de los mismos.

### 10.2 Bases de datos empleadas

Los datos usados para comprobar la validez de nuestro procedimiento engloban a varios índices bursátiles mundiales. El *DAX 30* de Alemania, el *Hang Seng (HSI)* de China, el *SP 500*, el *Nasdaq 100* y el *Russell 2000* de EEUU. La Tabla 21 recopila el número de activos usados en cada mercado para construir las carteras apalancadas y la fecha de los datos.

Tabla 21: Mercados utilizados para estrategias apalancadas 130/30

Índice	Activos	Fecha muestra
<i>DAX 30</i>	29	02/01/2007-30/11/2012
<i>SP 500</i>	477	02/01/2007-30/11/2012
<i>NASDAQ 100</i>	99	02/01/2007-30/11/2012
<i>RUSSELL 2000</i>	1582	02/01/2007-30/11/2012
<i>HSI</i>	46	02/01/2007-30/11/2012

### 10.3 Diseño del proceso de estrategias apalancadas

El procedimiento seguido es el siguiente: Se utilizan 750 observaciones (lo que corresponde a 3 años de mercado) como muestra *In Sample*. Cada 60 días se revalúa la estrategia usando las 750 observaciones anteriores. Los periodos *Out of Sample* comienzan el 02/01/2010 y llegan hasta el final de la muestra. La estrategia consiste en buscar mediante un algoritmo meta-heurístico la cartera que maximiza el indicador de

actuación empleado en cada momento (*performance indicator*), ver apartado 6.6, y comprobar el rendimiento de la cartera elegida los 60 días siguientes. Estos 60 días son el periodo que se mantiene la cartera sin cambiar. Una vez tenemos las proporciones necesarias de cada activo que maximizan el ratio en cuestión, construimos el rendimiento de nuestra cartera apalancada mediante la siguiente expresión:

$$\Omega_t = R_t W_t, \quad (10.1)$$

donde:

$\Omega_t$  es el rendimiento de la cartera en el momento t.

$W_t$  es el vector fila de pesos de los activos en el momento t.

$R_t$  es el vector columna de rendimientos de los activos en el momento t.

Una vez obtenido el valor de la cartera calculamos los costes de transacción. Seguimos a Alexander y Dimitriu (2005), y suponemos los mismos costes de transacción para la cartera en largo, es decir, 20 puntos básicos. En la cartera en corto empleamos 50 puntos básicos. Como coste de transacción estos valores los usamos en todos los supuestos desarrollados en este Capítulo. Más concretamente, los costes de transacción se calculan de la forma siguiente, Maurer (2008):

$$CT_t = tc \sum_{j=1}^K \text{abs}(W_{j,T} - W_{j,T-60}), \quad (10.2)$$

donde  $tc$  es el coste de transacción en cuestión, 20 ó 50 puntos. El resto de las variables ya han sido descritas en la expresión (10.1).

Las medidas que utilizamos para evaluar el rendimiento de la cartera son algunas de las que aparecen en el apartado 7.3 (media de rentabilidad tras costes de transacción, media rentabilidad en bruto, media exceso de rendimiento cartera sobre índice, ECM anualizado, porcentaje de falta de sincronización, porcentaje de sesgo de rendimiento cuadrático, volatilidad del error de seguimiento, volatilidad de la cartera de seguimiento, volatilidad del error de seguimiento, correlación en rendimientos entre la cartera y el índice, correlación del error de seguimiento y el índice en rendimientos, estadístico Dickey-Fuller muestral, beta de la cartera, probabilidad de error de seguimiento negativo y ratio de información). El apartado 7.3 recoge las medidas usadas para medir

el seguimiento de índices. En concreto no utilizamos el error de seguimiento sino el exceso de rendimiento. Definimos el exceso de rendimiento (Ex) como la diferencia entre los rendimientos de la cartera y los rendimientos del índice de mercado. A su vez, el ratio de información es el cociente entre la media del exceso de rentabilidad de la cartera y su desviación típica. Los datos de las estrategias apalancadas se recogen en la Tabla 22:

**Tabla 22: Características de las estrategias apalancadas 130/30**

Parámetros estrategia apalancadas	
Longitud periodo muestral	750 observaciones
Costes de transacción largo	20 puntos básicos
Costes de transacción corto	50 puntos básicos
Periodo de rebalanceo	60 días
Algoritmo optimización	Algoritmos genéticos
Función objetivo	Maximizar ratio
Población Algoritmo genético	2.000 cromosomas
Criterio de parada	Repetición 20 mejores soluciones
Tasa de cruzamiento	100%
Tasa de supervivencia Algoritmo genético	50%
Mutaciones	No
Función de reparación	Sí

#### 10.4 Resultados de las estrategias 130-30

Los resultados se representan en la Tabla 23 según el mercado estudiado. Se muestran los resultados obtenidos para cada uno de los ratios de actuación elegidos. En general, los peores resultados se obtienen con el ratio de actuación co-movimientos de beta. Sin embargo, los mejores resultados no son igual de consistentes. Para el *DAX 30* el mejor resultado se obtiene con el ratio Omega, en el *SP 500* y en el *HSI* con el ratio de Sortino, y en el Nasdaq 100 y el Russell 2000 con el ratio de Sharpe.

En el *DAX 30*, salvo para el caso del ratio co-movimientos de beta donde la correlación entre los rendimientos de la cartera y los del índice asciende hasta el 84%, en el resto de los casos están por debajo del 60%. La volatilidad del exceso de rendimiento es del 30% en el caso del ratio co-movimientos de beta, mientras que para el resto de los ratios disminuye a valores entre el 21 y el 25 por ciento. Los ratios de información en el *DAX 30* están por encima de uno, salvo en el caso del ratio co-movimientos de beta y el ratio de Sharpe. Estos son los mejores resultados obtenidos cuando se comparan con el resto

de los mercados. De esta manera, el riesgo asumido es recompensado satisfactoriamente en términos de rentabilidad.

En el *SP 500*, la volatilidad del exceso del rendimiento ronda el 26 %, llegando al 36% en el caso de que se utilice el ratio co-movimientos de beta. La correlación de los rendimientos de la cartera y los del índice está entre el 38 y el 41 por ciento, menos en el ratio de la beta que llega al 84 por ciento. Excepto en el caso del ratio de Sortino, los ratios de información son muy bajos, llegando a ser negativos en el caso del ratio co-movimientos de beta.

En el *Nasdaq 100*, la volatilidad del exceso de rendimientos más baja ocurre en el ratio co-movimientos de beta, 27%, mientras que la más alta se produce en el ratio de Sortino, siendo del 34%. La correlación entre los rendimientos del índice y los de la cartera es inferior al 50%, salvo en el ratio co-movimientos de beta. El mayor ratio de información se da en el ratio de Sharpe con un 0.58, mientras que el menor se da en el ratio co-movimientos de beta.

En el índice *Russell 2000*, la volatilidad del exceso de rendimiento del ratio co-movimientos de beta casi duplica al del resto de ratios, un 60% frente a un 35% promedio del resto de ratios. La correlación entre los rendimientos de la cartera y los rendimientos del índice no supera el 50%. Esto no ocurre cuando se utiliza el ratio co-movimientos de beta. El ratio de información más reseñable es el obtenido por las carteras que utilizan para su construcción el ratio de Sortino.

En el *HSI*, la volatilidad del exceso de rendimiento para todos los ratios de actuación se encuentran alrededor del 25%. La correlación entre los rendimientos del índice y los de la cartera está por debajo del 40%, menos para el ratio co-movimientos de beta. El ratio de información está cerca de la unidad en el ratio de Sortino, teniendo altos valores en el ratio de Sharpe y en el ratio Omega.



## Capítulo X. Resultados estrategias 130/30

Tabla 23. Resultados de las estrategias en los diferentes mercados con 5 activos empleado el ratio Co-beta, el ratio Sharpe, el ratio Sortino y el ratio Omega

		Cobeta	Sharpe	Sortino	Omega
DAX 30	Activos	5	5	5	5
	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	-26,82%	28,70%	32,04%	32,81%
	Media rentabilidad bruto	-26,58%	29,62%	32,64%	33,41%
	Media Ex	-34,85%	21,34%	24,41%	25,13%
	Volatilidad Ex	30,18%	21,88%	21,94%	22,68%
	Correlación rendimientos cartera/índice	0,8431	0,5543	0,5624	0,5251
	Ratio información	-1,154	0,975	1,112	1,11
SP 500	Activos	5	5	5	5
	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	-19,30%	14,42%	22,85%	18,50%
	Media rentabilidad bruto	-17,90%	16,07%	24,47%	20,30%
	Media Ex	-25,90%	7,99%	16,39%	12,20%
	Volatilidad Ex	36,40%	26,70%	25,88%	26,70%
	Correlación rendimientos cartera/índice	0,8445	0,405	0,4102	0,384
	Ratio información	-0,711	0,2992	0,633	0,46
NASDAQ 100	Activos	5	5	5	5
	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	6,46%	30,74%	28,60%	25,32%
	Media rentabilidad bruto	7,25%	31,83%	29,83%	26,61%
	Media Ex	-5,28%	19,30%	17,31%	14,09%
	Volatilidad Ex	27,78%	32,83%	34,30%	33,48%
	Correlación rendimientos cartera/índice	0,8154	0,4671	0,4889	0,4724
	Ratio información	-0,19	0,587	0,504	0,42
RUSSELL 2000	Activos	5	5	5	5
	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	-8,37%	12,09%	-8,90%	-6,27%
	Media rentabilidad bruto	-6,22%	14,12%	-6,53%	-3,69%
	Media Ex	-15,07%	5,26%	-15,39%	-12,55%
	Volatilidad Ex	60,74%	37,94%	33,51%	36,40%
	Correlación rendimientos cartera/índice	0,7509	0,455	0,4405	0,4953
	Ratio información	-0,248	0,138	-0,459	-0,34
HSI	Activos	5	5	5	5
	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	-19,55%	21,47%	24,39%	20,06%
	Media rentabilidad bruto	-19,26%	22,51%	25,52%	21,27%
	Media Ex	-20,44%	21,33%	24,34%	20,09%
	Volatilidad Ex	27,41%	26,08%	25,83%	25,64%
	Correlación rendimientos cartera/índice	0,8745	0,3313	0,3626	0,3711
	Ratio información	-0,745	0,8178	0,942	0,78

En las Figuras 50, 51, 52, 53 y 54 se presentan, para cada uno de los mercados estudiados, los rendimientos acumulados de las diferentes carteras obtenidas a partir del ratio de actuación correspondiente. Además, en estos gráficos también se añade la evolución del rendimiento acumulado de cada uno de los índices utilizados. En todas las Figuras, el ratio con peor comportamiento es co-movimientos de beta. En la Figura 50, *DAX 30*, el ratio de Sharpe, el ratio Omega y el de Sortino son apenas distinguibles. En la Figura 51, *SP 500*, el ratio con mayor rendimiento es el de Sortino, si bien hay tramos *Out of Sample* donde el ratio de Sharpe tiene un mejor resultado. En la Figura 52, *Nasdaq 100*, ocurre lo mismo pero intercambiándose los ratios. La Figura 53, *Russell 2000*, es el más cambiante. En las primeras observaciones el ratio co-movimientos de beta es el que tiene un rendimiento acumulado mayor, siendo el ratio de Sharpe el que finalmente presenta mejor resultado. En la Figura 54 se recoge el *HSI*. Se observa que su dinámica es muy similar al *DAX 30*.

Figura 50: Rendimientos índice DAX 30 (2010-2012) y carteras 5 activos maximizando los ratios Co-beta, Sharpe, Sortino y Omega

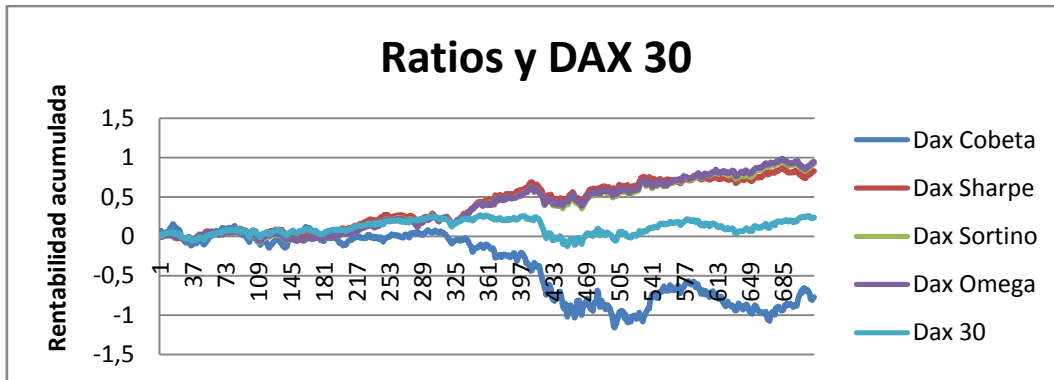


Figura 51: Rendimientos índice SP500 (2010-2012) y carteras 5 activos maximizando los ratios Co-beta, Sharpe, Sortino y Omega

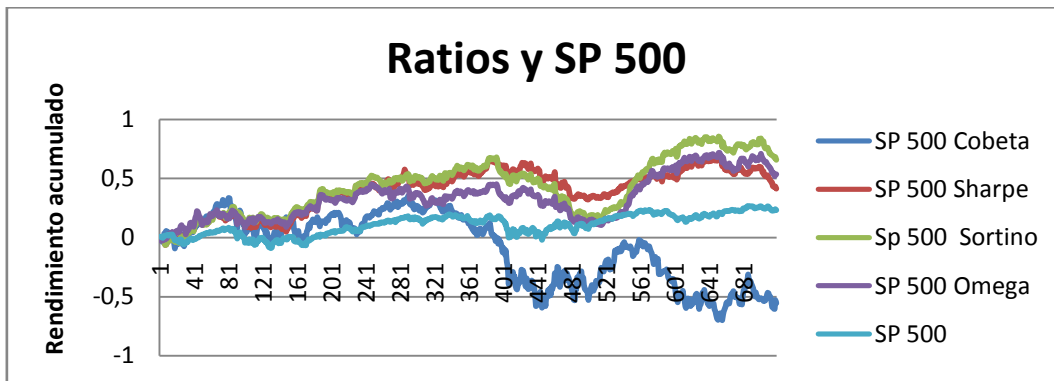


Figura 52: Rendimientos índice Nasdaq 100 (2010-2012) y carteras 5 activos maximizando los ratios Co-beta, Sharpe, Sortino y Omega

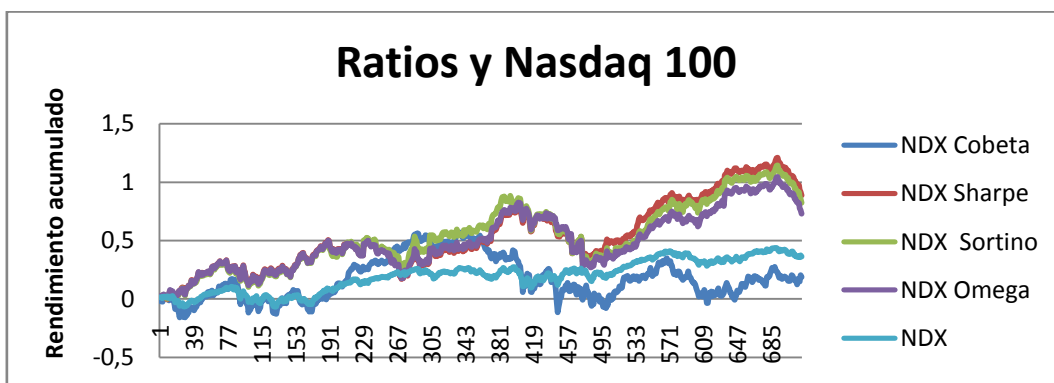


Figura 53: Rendimientos índice *Russell 2000* (2010-2012) y carteras 5 activos maximizando los ratios Co-beta, Sharpe, Sortino y Omega

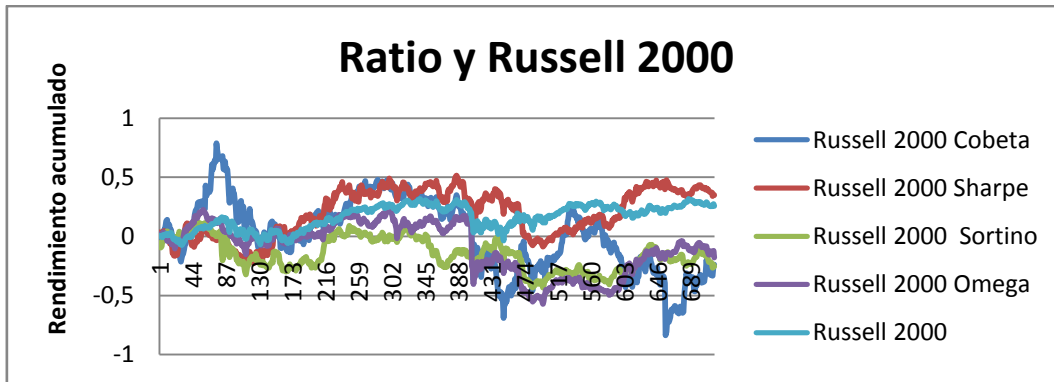
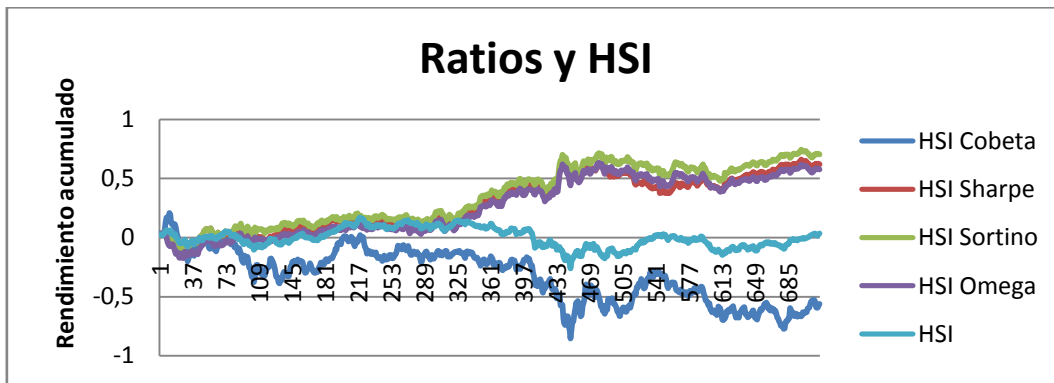


Figura 54: Rendimientos índice *HSI* (2010-2012) con carteras 5 activos maximizando los ratios Co-beta, Sharpe, Sortino y Omega



En el Anexo 17 recogemos las compañías que intervienen en las carteras apalancadas y en el Anexo 18 realizamos un análisis de la frecuencia con la que aparecen los activos en las carteras apalancadas.



## Capítulo XI. Conclusiones

### 11.1 Conclusiones de la Tesis

A lo largo de diez Capítulos, en esta Tesis hemos estudiado las propiedades y características asociadas a la aplicación de técnicas de optimización meta-heurísticas basadas en los algoritmos genéticos en simbiosis con el concepto de cointegración a la hora de acometer los siguientes objetivos: el seguimiento de índices, el seguimiento de índices mejorados, el desarrollo de estrategias de posiciones largas y cortas, y el desarrollo de estrategias de fondos apalancados.

Tal y como se planteó en la introducción de esta Tesis, el objetivo principal de la misma consiste en proponer nuevos procedimientos de selección de activos que permitan mejorar el *performance* de los siguientes tipos de carteras:

1. Carteras de seguimiento de índices.
2. Carteras de seguimiento de índices mejorados.
3. Carteras *long-short* de seguimiento neutrales al riesgo.
4. Carteras de apalancamiento 130/30.

A su vez, se decía que la mejora del *performance* se pretendía obtener mediante la consecución de los siguientes objetivos específicos:

1. Reducir significativamente el número de activos necesarios para el seguimiento de los diferentes tipos de carteras.
2. Sustituir la medida de correlación por la de cointegración en la formación de los diferentes tipos de carteras.
3. Optar por un algoritmo que permita optimizar la función de pérdida para la selección de las carteras de seguimiento.
4. Mejorar el procedimiento de seguimiento de índices.

## Capítulo XI. Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos en esta Tesis, podemos afirmar que el objetivo principal se ha conseguido. Los resultados obtenidos en el Capítulo 7 sobre la formación de carteras de seguimiento de índices demuestran que los procedimientos utilizados basados en los algoritmos genéticos y la cointegración logran seguir al *Dow Jones Industrial Average (93-01)*, al *Dow Jones Industrial Average (07-12)*, al *Dow Jones Composite Average (07-12)* y al *IBEX35 (03-09)* correctamente. En relación a la construcción de carteras con el objetivo de seguir índices mejorados, en el Capítulo 8 se pone de manifiesto que los procedimientos utilizados son igualmente prometedores, especialmente en los casos en que se usan pluses de rentabilidad del 5%, 10%, 15% y 20%. Los mismos resultados satisfactorios se obtienen en el Capítulo 9 cuando se forman carteras *long-short* de seguimiento neutrales al riesgo. Finalmente, los resultados del Capítulo 10 sobre la formación de carteras de apalancamiento 130/30 hacen pensar en la bondad de los procedimientos propuestos. En dicho Capítulo se puede ver como las estrategias utilizadas son capaces de batir al índice de referencia con posiciones cortas (30%) y largas (130%).

Con respecto a los objetivos específicos, el objetivo específico número uno se consigue al ser capaces de construir carteras con un buen *performance*, utilizando tan solo cinco activos en las carteras de seguimiento, ver Capítulos 7, 8 ó 9. Con respecto al objetivo específico dos, las carteras seleccionadas mediante medidas de cointegración producen mejores resultados que aquellas seleccionadas mediante medidas de correlación, ver Capítulo 7 y 8 en los apartados dedicados a la comparación de metodologías. En los Capítulos 7, 8 y 9 se pone de manifiesto la consecución del objetivo específico tres. El empleo de los algoritmos genéticos para el seguimiento de índices, seguimiento de índices mejorados y estrategias de posiciones compradas y vendidas es una herramienta adecuada para desarrollar los problemas de optimización que se plantean a la hora de realizar los seguimientos de índices planteados en esta Tesis. La consecución del objetivo específico cuatro con respecto al seguimiento de índices se pone de manifiesto en el Capítulo 7 apartado 7.6, y en relación al seguimiento de índices mejorados en el Capítulo 8 apartado 8.5.

Las principales conclusiones de este trabajo se relacionan a continuación:

1. La medida de la cointegración es una medida adecuada para realizar seguimiento de índices, seguimiento de índices mejorados y estrategias de posiciones largas y cortas. Si comparamos la cointegración con la correlación en el seguimiento de índices y en el seguimiento de índices mejorados, llegamos a la conclusión de que los métodos basados en la cointegración generan carteras que realizan un seguimiento mejor.
2. La medida de la cointegración y los algoritmos genéticos son un binomio apto para realizar seguimiento de índices, seguimiento de índices mejorados y estrategias de posiciones largas y cortas. La gran cantidad de combinaciones posibles de activos para formar una cartera hacen necesaria la utilización de los algoritmos genéticos para seleccionar sus activos.
3. Los algoritmos genéticos generan carteras 130/30 capaces de batir a un índice de referencia. La necesidad de emplear los algoritmos genéticos viene justificada por la gran cantidad de combinaciones de activos que se pueden hacer para formar una cartera. En el Capítulo 6 se reseñó el número de combinaciones posibles que de cinco activos se pueden hacer con los treinta activos del índice *Dow Jones Industrial Average*.
4. La metodología propuesta en esta Tesis para el seguimiento de índices mejora significativamente los resultados de otras propuestas metodológicas, como por ejemplo, la de Alexander y Dimitriu (2005).
5. La aplicación del cambio de carteras según el Dickey-Fuller aumentado no genera cambios reseñables en la rentabilidad. El contraste no cambia la cartera de seguimiento si el estadístico de Dickey-Fuller aumentado de la cartera en vigor no difiere mucho del estadístico de la nueva cartera que va a realizar el seguimiento del índice. Para un seguimiento adecuado de los índices de referencia se contrasta como necesario la reevaluación de la composición de la cartera cada tres meses. En la gran mayoría de los casos, las carteras formadas en intervalos de tres meses son significativamente distintas entre sí en cuanto a su capacidad de seguimiento, ver Capítulo 7, apartado 7.5 y Capítulo 8, apartado 8.4.

## Capítulo XI. Conclusiones

Los gastos de gestión y de costes de transacción de una cartera están fuertemente relacionados con los cambios de composición que a lo largo del tiempo sufre la misma. Por esta razón, para no incurrir en unos costes excesivos, una cartera de seguimiento debe reducir, tanto como sea posible, el número de veces en que reevalúa su capacidad de seguimiento y consecuentemente su composición.

6. A diferencia de lo que ocurre con otras propuestas metodológicas, la que se presenta en esta Tesis permite obtener carteras de seguimiento exitosas con un número reducido de títulos. Reducir el número de activos que conforman una cartera de seguimiento puede ser de interés para los gestores de carteras. Entre otros atractivos, permitiría reducir determinados costes de gestión. Además incluir más activos en cartera no implica más cointegración en términos del contraste de Engle y Granger. Aunque el grado de cointegración crece con los activos en cartera, también lo hacen los valores críticos del contraste de cointegración. Por eso y en relación con otras conclusiones expuestas anteriormente, el grado de cointegración debe crecer más que el valor crítico de cointegración, para que al aumentar los activos en cartera la relación entre el índice y los activos en cartera siga cointegrada.

7. En las estrategias apalancadas el mejor ratio de actuación depende del mercado en el que se trabaje.

Según el mercado en cuestión, a veces el ratio que genera más rentabilidad es el ratio de Sharpe, a veces es el de Sortino y en otros mercados el Omega, con lo cual no se puede decir que la mayor rentabilidad acumulada se genere en todos los mercados con el mismo ratio. El ratio co-movimientos de beta es el peor en todos los mercados analizados.

8. A mayor cantidad de activos en cartera menor riesgo en términos de volatilidad en el seguimiento de índices y en el seguimiento de índices mejorados. Esta conclusión se basa en que a más rentabilidad más riesgo y a más activos en cartera menor es el riesgo de mercado debido a la diversificación.

Todo ello viene recogido en el Capítulo 7 para el seguimiento de índices y en Capítulo 8 para el seguimiento de índices mejorados.

9. En nuestra metodología el error de seguimiento del índice y del índice mejorado depende sobre todo del error de sincronización.

El error de seguimiento lo hemos separado en dos componentes, error de sincronización y error de sesgo. Nuestra metodología genera resultados en el



## Capítulo XI. Conclusiones

seguimiento de índices, Capítulo 7, y en el seguimiento de índices mejorados, Capítulo 8, donde el error de seguimiento viene dado por el error de sincronización, es decir, las desviaciones temporales entre el índice en cuestión y la cartera de seguimiento.

10. Los resultados de las estrategias de posiciones largas y cortas son neutrales al riesgo.

En el Capítulo 9 recogemos los resultados de las estrategias de posiciones largas y cortas, siendo la beta de la cartera y la correlación de la estrategia con el índice de mercado en rendimientos, muy cercanas a cero. Este resultado se da a pesar de no ser ni la beta ni las correlaciones elementos de construcción de la estrategia de posiciones largas y cortas.

Como conclusión general de la Tesis podemos destacar el desarrollo de una herramienta que basada en la cointegración y en los algoritmos genéticos permite crear carteras que siguen a un índice con pocos activos. Esta herramienta convierte la decisión del número de activos en cartera en una decisión exógena. La extensión de esta herramienta a otros ámbitos como el seguimiento de índices mejorados y las estrategias de posiciones largas y cortas lleva aparejado una gran diversidad de usos entre los gestores de carteras.

### 11.2 Futuras investigaciones

Muchas de las ideas para futuras investigaciones ya se han esbozado a lo largo de esta Tesis, pero se pueden resumir en la necesidad de incorporar más restricciones realistas como las recogidas en el apartado 2.3.1.5. Otra futura línea de investigación es hacer un análisis comparativo sobre diferentes algoritmos meta-heurísticos y cointegración, para determinar qué algoritmo funciona mejor.

La utilización de otras técnicas de inteligencia artificial, como la lógica *fuzzy* y las redes neuronales son campos de expansión lógicos de esta Tesis. Además, podemos emplear opciones, derivados y otras clases de activos para replicar un índice.

En el futuro podemos crear carteras con derivados y carteras con activos de renta fija con el objetivo de crear una cartera que replique el rendimiento del índice pero que tenga el menor riesgo posible. En relación con este objetivo, podemos crear carteras multiobjetivo. En esta Tesis, el objetivo esencial ha sido estudiar la cartera que

## Capítulo XI. Conclusiones

maximiza la cointegración entre el índice y la cartera de seguimiento, pero podemos buscar una cartera que a la vez maximice la cointegración y minimice el riesgo.

Al usar un índice de referencia estamos en teoría limitando qué activos utilizamos, pero también hay índices internacionales, por lo cual el seguimiento de índices se podría utilizar con índices a nivel internacional. No solo es posible utilizar las acciones como activos financieros. Podemos replicar índices de bonos y de materias primas con la misma metodología ya desarrollada. En los índices de acciones utilizados en esta Tesis, la condición empleada era el acceso a los datos y a toda la información disponible. El no usar el *Standard and Poors* 500 ni otro tipo de índices capitalizados es debido a la falta de información sobre el número de acciones de cada compañía. Si hubiésemos tenido acceso a esa información podríamos haber hecho un índice reconstruido y haberle aplicado nuestra metodología.

Todo el *software* desarrollado en código Matlab se podría integrar en un programa informático independiente del Matlab y ser utilizado por no expertos en programación.

Otro campo de expansión sería usar diversos contrastes de cointegración para determinar si una cartera esta cointegrada con el índice en cuestión. Hemos usado el contraste de Engle y Granger, pero también podríamos haber usado el de Johansen o el de Hansen, entre otros.

Nosotros empleamos los algoritmos genéticos, Capítulo 6, pero podríamos haber empleado la evolución diferencial o cualquier otro algoritmo explicado en el Capítulo 4. Es más, podríamos generar un algoritmo híper-heurístico que nos generase un modelo ad-hoc en función de los datos que le proporcionemos. El algoritmo vendría determinado en función de la medida de cointegración que mejor resultado de, en función del periodo de rebalanceo más extenso posible o en función de la volatilidad del mercado, entre otros posibles criterios.

# Bibliografía



## Referencias bibliográficas

- Abascal, E. (2000). *Invertir en bolsa: conceptos y estrategias*, Mc Graw Hill.
- Abuali, F. N., D. A. Schoenefeld y R. L. Wainwright (1994). Designing telecommunications networks using genetic algorithms and probabilistic minimum spanning trees. In *Proceedings of the 1994 ACM symposium on Applied computing* (pp. 242-246). ACM.
- Acosta-González, E. y F. Fernández-Rodríguez (2007). "Model selection via genetic algorithms illustrated with cross-country growth data." *Empirical Economics* **33**(2): 313-337.
- Acosta-González, E. y F. Fernández-Rodríguez (2013). "Forecasting Financial Failure of Firms via Genetic Algorithms." *Computational Economics*: 1-25.
- Acosta González, E. (2000). *Formación de carteras con riesgo condicionado: una aplicación empírica al mercado de valores español*. Phd Thesis.
- Adcock, C. J. y N. Meade (1994). "A simple algorithm to incorporate transactions costs in quadratic optimization " *European Journal of Operational Research* **79**(1): 85-94.
- Agiakloglou, C. y P. Newbold (1992). "Empirical evidence on Dickey Fuller type tests." *Journal of Time Series Analysis* **13**(6): 471-483.
- Ahn, H. y K.-J. Kim (2009). "Bankruptcy prediction modeling with hybrid case-based reasoning and genetic algorithms approach." *Applied Soft Computing* **9**(2): 599-607.
- Akaike, H. (1974). "A new look at the statistical model identification." *Automatic Control, IEEE Transactions on* **19**(6): 716-723.
- Alexander, C. (1999). "Optimal hedging using cointegration". *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, **357**(1758):2039-2058.
- Alexander, C. y A. Dimitriu (2002). The cointegration alpha: enhanced index tracking and long short equity market neutral strategies. **31**:50. Working Paper.
- Alexander, C. y A. Dimitriu (2005). "Indexing and statistical arbitrage: tracking error or cointegration?" *Journal of Portfolio Management* **31**(2): 50-65.
- Alexander, C. y A. Dimitriu (2005b). "Indexing, cointegration and equity market regimes." *International Journal of Finance & Economics* **10**(3): 213-231.
- Alihyaei, R. (2012). Efficient and effective classification of creditworthiness using ant colony optimization. In *Proceedings of the 50th Annual Southeast Regional Conference* (pp. 83-88). ACM.

## Referencias bibliográficas

- Alizadeh, F. (1995). "Interior point methods in semidefinite programming with applications to combinatorial optimization." *SIAM Journal on Optimization* **5**(1): 13-51.
- Anderson, T. W. (1959). "On asymptotic distributions of estimates of parameters of stochastic difference equations." *The Annals of Mathematical Statistics* **30**(3): 676-687.
- Andrade, S., V. Di Pietro y M. Seasholes (2005). "Understanding the profitability of pairs trading." Unpublished working paper, UC Berkeley, Northwestern University.
- Andrews, D. W. K. y R. C. Fair (1988). "Inference in nonlinear econometric models with structural change." *The Review of Economic Studies* **55**(4): 615.
- Angelelli, E., R. Mansini y M. Grazia Speranza. (2010). "Kernel search: A general heuristic for the multi-dimensional knapsack problem." *Computers & Operations Research* **37**(11): 2017-2026.
- Angelelli, E., R. Mansini y M. G. Speranza (2012). "Kernel Search: a new heuristic framework for portfolio selection." *Computational Optimization and Applications* **51**(1): 345.
- Armfelt, C. y D. Somos (2008). *Performance, Benefits and Risks of Active-extension Strategies*, Stockholm School of Economics. Master Thesis.
- Ayat, L. y P. Burridge (2000). "Unit root tests in the presence of uncertainty about the non-stochastic trend." Department Of Economics Discussion Paper-University Of Birmingham.
- Bailey, W. y R. M. Stulz (1990). "Benefits of international diversification: the case of Pacific Basin stock markets." *The Journal of Portfolio Management* **16**(4): 57-61.
- Baker, J. E. (1985). Adaptive selection methods for genetic algorithms. In proceedings of the 1st international conference on genetic algorithms (pp. 101-111). L. Erlbaum Associates Inc.
- Bamberg, G. y N. Wagner (2000). "Equity index replication with standard and robust regression estimators." *Or Spektrum* **22**(4): 525-543.
- Banerjee, A., J. Dolado y R. Mestre. (1998). "Error-correction mechanism tests for cointegration in a single-equation framework." *Journal of Time Series Analysis* **19**(3): 267-283.

## Referencias bibliográficas

- Banerjee, A., R. L. Lumsdaine y J. H. Stock (1990). Recursive and sequential tests of the unit root and trend break hypothesis: theory and international evidence, National Bureau of Economic Research. Working Paper.
- Barra (2000). "Market neutral investing." Working Paper.
- Beasley, J. E., N. Meade y T. J. Chang (2003). "An evolutionary heuristic for the index tracking problem." *European Journal of Operational Research* **148**(3): 621-643.
- Bewley, R. y D. Orden (1994). "Alternative methods for estimating long-run responses with applications to australian import demand." *Econometric Reviews* **13**(2): 179-204.
- Bianchi, L., M. Dorigo, L. M. Gambardella y W. J. Gutjahr (2009). "A survey on metaheuristics for stochastic combinatorial optimization." *Natural Computing* **8**(2): 239-287.
- Blough, S. R. (1992). "The relationship between power and level for generic unit root tests in finite samples." *Journal of Applied Econometrics* **7**(3): 295-308.
- Blum, C. y A. Roli (2003). "Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison." *ACM Computing Surveys (CSUR)* **35**(3): 268-308.
- Baillie, R. T. y Bollerslev, T. (1989). "Common stochastic trends in a system of exchange rates." *The Journal of Finance*, **44**(1), 167-181.
- Bonafede, J. (2003). "The Wilshire 5000 total market index: The logistics behind managing the US stock market." *Journal of Indexes*, Third Quarter: 1-5.
- Bossaerts, P. (1988). "Common nonstationary components of asset prices." *Journal of Economic Dynamics and Control* **12**(2-3): 347-364.
- Brabazon, A. y M. O'Neill (2006). *Biologically inspired algorithms for financial modelling*, Springer Berlin.
- Brandt, M. W., P. Santa-Clara y R. Valkanov (2009). "Parametric portfolio policies: Exploiting characteristics in the cross-section of equity returns." *Review of Financial Studies* **22**(9): 3411-3447.
- Briza, A. C. y P. C. Naval Jr (2011). "Stock trading system based on the multi-objective particle swarm optimization of technical indicators on end of day market data." *Applied Soft Computing* **11**(1): 1191-1201.
- Brown, R. L., J. Durbin y J. M. Evans (1975). "Techniques for testing the constancy of regression relationships over time." *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*: 149-192.

## Referencias bibliográficas

- Bruni, R., F. Cesarone, A. Scozzari y F. Tardella (2012). "A new stochastic dominance approach to enhanced index tracking problems." *Economics Bulletin* **32**(4): 3460-3470.
- Brush, J. S. (1997). "Comparisons and combinations of long and long/short strategies." *Financial Analysts Journal*: 81-89.
- Burgess, A. N. (2000). A computational methodology for modelling the dynamics of statistical arbitrage, University Of London. Phd Thesis.
- Burke, E. K., M. Hyde, G. Kendall, G. Ochoa, E. Ozcan y R. Qu (2009). "A survey of hyper-heuristics." Computer Science Technical Report No. Nottcs-Tr-Sub-0906241418-2747, School of Computer Science and Information Technology, University of Nottingham. Working paper.
- Canakgoz, N. A. y J. E. Beasley (2009). "Mixed-integer programming approaches for index tracking and enhanced indexation." *European Journal of Operational Research* **196**(1): 384-399.
- Carhart, M. M (1997). "On persistence in mutual fund performance." *The Journal of Finance* **52**(1): 57-82.
- Cerchi, M. y A. Havenner (1988). "Cointegration and stock prices: The random walk on Wall Street revisited." *Journal of Economic Dynamics and Control* **12**(2): 333-346.
- Ceylan, N. B. y B. Doğan (2004). "Comovements of stock markets among selected OIC countries." *Journal of Economic Cooperation* **25**(3): 47-62.
- Clarke, R., H. De Silva, S. Sapra y S. Thorley (2008). "Long-Short Extensions: How Much Is Enough?" *Financial Analysts Journal*: 16-30.
- Clarke, R. C., S. Krase y M. Statman (1994). "Tracking Errors Regret and Tactical Asset Allocation." *The Journal of Portfolio Management* **20** (Spring 1994): 16-24.
- Clarke, R. G., H. de Silva y S. Sapra (2004). "Toward more information-efficient portfolios." *The Journal of Portfolio Management* **31**(1): 54-63.
- Cochrane, J. H. (1991). "A critique of the application of unit root tests." *Journal of Economic Dynamics and Control* **15**(2): 275-284.
- Cochrane, J. H. y M. Piazzesi (2008). "Decomposing the yield curve." Graduate School of Business, University of Chicago, Working Paper.



## Referencias bibliográficas

- Coello, C. A. C. y N. C. Cortés (2005). "Solving multiobjective optimization problems using an artificial immune system." *Genetic Programming and Evolvable Machines* **6**(2): 163-190.
- Coleman, T. F., Y. Li y J. Henniger (2006). "Minimizing tracking error while restricting the number of assets." *Journal of Risk* **8**(4): 33.
- Colwell, D., N. El-Hassan y O. K. Kwon (2007). "Hedging diffusion processes by local risk minimization with applications to index tracking." *Journal of Economic Dynamics & Control* **31**(7): 2135-2151.
- Connor, G. y H. Leland (1995). "Cash management for index tracking." *Financial Analysts Journal*: 75-80.
- Consiglio, A. y S. A. Zenios (2001). "Integrated simulation and optimization models for tracking international fixed income indices." *Mathematical Programming* **89**(2): 311-339.
- Corazza, M., S. Funari y R. Gusso (2012). "An evolutionary approach to preference disaggregation in a MURAME-based credit scoring problem." Department of Management, Universit Ca'Foscari Venezia Working Paper.
- Corielli, F. y M. Marcellino (2006). "Factor based index tracking." *Journal of Banking & Finance* **30**(8): 2215-2233.
- Cowling, P., G. Kendall y E. Soubeiga (2001). "A hyperheuristic approach to scheduling a sales summit." *Practice and Theory of Automated Timetabling III*: 176-190. Springer Berlin Heidelberg.
- Cura, T. (2009). "Particle swarm optimization approach to portfolio optimization." *Nonlinear Analysis-Real World Applications* **10**(4): 2396-2406.
- Chan, M.-C., C.-C. Wong, B.-S. Cheung y G.-N. Tang (2002). Genetic algorithms in multi-stage asset allocation system. In *Systems, Man and Cybernetics, 2002, IEEE, International Conference on* (Vol. 3, pp. 6-pp), IEEE.
- Chang, T. y C.-C. Nieh (2001). "International transmission of stock price movements among Taiwan and its trading partners: Hong Kong, Japan and the United States." *Review of Pacific Basin Financial Markets and Policies* **4**(04): 379-401.
- Chang, T. J., N. Meade, J. E. Beasley y Y. M. Sharaiha (2000). "Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation." *Computers and Operations Research* **27**(13): 1271-1302.
- Charnes, A., W. W. Cooper y R. O. Ferguson (1955). "Optimal estimation of executive compensation by linear programming." *Management science* **1**(2): 138-151.

## Referencias bibliográficas

- Chauhan, N., V. Ravi y D. Karthik Chandra (2009). "Differential evolution trained wavelet neural networks: Application to bankruptcy prediction in banks." *Expert Systems with Applications* **36**(4): 7659-7665.
- Chavez-Bedoya, L. y J. Birge (2009). "Index tracking and enhanced indexation using a parametric approach." Working Paper.
- Chen, C. y R. H. Kwon (2010). "Robust portfolio selection for index tracking." *Computers & Operations Research* **39**(4): 829-837.
- Chen, C., F. Swift y R. Racine (1992). "A computer application is apparel manufacturing management." *Computers & industrial engineering* **23**(1): 439-442.
- Chen, G.-M., M. Firth y O. Meng Rui (2002). "Stock market linkages: evidence from Latin America." *Journal of Banking & Finance* **26**(6): 1113-1141.
- Chen, G. y X. Chen (2011). A hybrid of adaptive genetic algorithm and pattern search for stock index optimized replicate. In *Artificial Intelligence, Management Science and Electronic Commerce (AIMSEC)*, 2011 2nd International Conference on (pp. 4912-4915). IEEE.
- Chiam, S., K. Tan y A. A. Mamun (2013). "Dynamic index tracking via multi-objective evolutionary algorithm." *Applied Soft Computing*.
- Chiu, D. Y. y S. Y. Chian (2010). Exploring stock market dynamism in multi-nations with genetic algorithm, support vector regression, and optimal technical analysis. In *Networked Computing and Advanced Information Management (NCM)*, 2010 Sixth International Conference on (pp. 694-699). IEEE.
- Choi, I. (1992). "Durbin-Hausman tests for a unit root." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* **54**(3): 289-304.
- Chow, G. C. (1960). "Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*: 591-605.
- Christiansen, C. (2012). "Integration of European Bond Markets." Available at SSRN 2103126. Working Paper.
- D'Ecclesia, R. L. y M. Costantini (2006). "Comovements and correlations in international stock markets." *The European Journal of Finance* **12**(6-7): 567-582.
- Daniel, K., M. Grinblatt, S. Titman y R. Wermers (1997). "Measuring mutual fund performance with characteristic-based benchmarks." *The Journal of Finance* **52**(3): 1035-1058.

## Referencias bibliográficas

- Davis, L. (1985). Applying adaptive algorithms to epistatic domains. In IJCAI (Vol. 85, pp. 162-164).
- Davidson, R., y J. G. MacKinnon (2004). *Econometric Theory and Methods*. Oxford University Press.
- De Jong, K. A. (1975). "Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems."
- DeJong, D. N., J. C. Nankervis, N. E. Savin y C. H. Whiteman (1992). "The power problems of unit root test in time series with autoregressive errors." *Journal of econometrics* **53**(1-3): 323-343.
- DeJong, D. N. y C. H. Whiteman (1991). "Reconsidering trends and random walks in macroeconomic time series." *Journal of monetary economics* **28**(2): 221-254.
- DeJong, K. y W. Spears (1991). *On the virtues of parameterized uniform crossover*. Naval Research Labs.
- Derings, U. y N. H. Nickel (2003). "Meta-heuristic based decision support for portfolio optimization with a case study on tracking error minimization in passive portfolio management." *OR Spectrum* **25**: 345-378.
- Di Gaspero, L., G. di Tollo, A. Roli y A. Schaerf (2011). *Local search for constrained financial portfolio selection problems with short sellings*. *Learning and Intelligent Optimization*, Springer: 450-453.
- Di Tollo, D. G. (2008). *Portfolio Selection by Metaheuristics*. Phd Thesis.
- Di Tollo, D G. y D. Maringer (2009). "Metaheuristics for the index tracking problem." *Metaheuristics in the Service Industry*: 127-154.
- DiBartolomeo, D. (2000). "The enhanced index fund as an alternative to indexed equity management." Northfield Information Services documents. Working Paper.
- Dickey, D. A. y W. A. Fuller (1979). "Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root." *Journal of the American statistical association*: 427-431.
- Dickey, D. A. y W. A. Fuller (1981). "Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*: 1057-1072.
- Dickey, D. A. y S. G. Pantula (1987). "Determining the order of differencing in autoregressive processes." *Journal of Business & Economic Statistics* **5**(4): 455-461.

## Referencias bibliográficas

- Do, B., R. Faff y K. Hamza (2006). A new approach to modeling and estimation for pairs trading. Proceedings of 2006 Financial Management Association European Conference. Working Paper.
- Doerner, K. F., W. J. Gutjahr, R. F. Hartl, C. Strauss y C. Stummer (2006). "Pareto ant colony optimization with ILP preprocessing in multiobjective project portfolio selection." *European Journal of Operational Research* **171**(3): 830-841.
- Dolado, J. J., T. Jenkinson y S. Sosvilla-Rivero (1990). "Cointegration and unit roots." *Journal of Economic Surveys* **4**(3): 249-273.
- Dorigo, M., V. Maniezzo y A. Coloni (1996). "Ant system: optimization by a colony of cooperating agents." *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on* **26**(1): 29-41.
- Dose, C. y S. Cincotti (2005). "Clustering of financial time series with application to index and enhanced index tracking portfolio." *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications* **355**(1): 145-151.
- Dostál, Z. (2009). *Optimal quadratic programming algorithms: with applications to variational inequalities*, Springer Verlag.
- Dueck, G. y T. Scheuer (1990). "Threshold accepting: a general purpose optimization algorithm appearing superior to simulated annealing." *Journal of Computational Physics* **90**(1): 161-175.
- Dufour, J. M. (1982). "An Exploratory Methodology." *Journal of Econometrics* **19**: 31-76.
- Dufour, J. M., E. Ghysels y A. Hall (1994). "Generalized predictive tests and structural change analysis in econometrics." *International Economic Review*: 199-229.
- Dunis, C. L., G. Giorgioni, J. Laws y J. Rudy (2010). "Statistical arbitrage and high-frequency data with an application to Eurostoxx 50 equities." *Liverpool Business School, Working Paper*.
- Dunis, C. L. y R. Ho (2005). "Cointegration portfolios of European equities for index tracking and market neutral strategies." *Journal of Asset Management* **6**(1): 33-52.
- Dynkin, L., J. Hyman y W. Wu (1997). "Replicating Index Returns with Treasury Futures." *Research Report*.
- Eddelbüttel, D. (1996). *A hybrid genetic algorithm for passive management*. Working Paper.

## Referencias bibliográficas

- Ehrman, D. S. (2006). *The handbook of pairs trading: strategies using equities, options, and futures*, Wiley.
- Elder, J. y P. E. Kennedy (2001). "Testing for unit roots: what should students be taught?" *The Journal of Economic Education* **32**(2): 137-146.
- Elliott, G., T. J. Rothenberg y J. H. Stock (1992). *Efficient tests for an autoregressive unit root*, National Bureau of Economic Research. Working Paper.
- Elliott, R. J., J. Van Der Hoek, et al. (2005). "Pairs trading." *Quantitative Finance* **5**(3): 271-276.
- Enders, W. (1995). "Applied Econometric Time Series." *Technometrics* **46**(2).
- Engelberg, J., P. Gao y R. Jagannathan (2009). *An anatomy of pairs trading: the role of idiosyncratic news, common information and liquidity*. Third Singapore International Conference on Finance.
- Engle, R. F. y C. W. Granger (1987). "Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing." *Econometrica: journal of the Econometric Society*: 251-276.
- Engle, R. F. y B. S. Yoo (1987). "Forecasting and testing in co-integrated systems." *Journal of Econometrics* **35**(1): 143-159.
- Fama, F. y K. French (1993). "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds." *The Journal of Financial Economics* **33**(1): 3-56.
- Fang, Y. y S. Y. Wang (2005). *A fuzzy index tracking portfolio selection model*. Computational Science-Iccs 2005, Pt 3. V. S. Sunderam, G. D. VanAlbada, P. M. A. Sloot and J. J. Dongarra. Berlin, Springer-Verlag Berlin. **3516**: 554-561.
- Fastrich, B., S. Paterlini y P. Winker (2009). "Cardinality versus q-Norm Constraints for Index Tracking." Working Paper.
- Fastrich, B. y P. Winker (2012). "Robust Portfolio optimization with a hybrid heuristic algorithm." *Computational Management Science* **9**(1): 63-68.
- Fernández-Rodríguez, F. (2006). "Interest Rate Term Structure Modeling Using Free-Knot Splines." *The Journal of Business* **79**(6): 3083-3099.
- Ferri, R. A. (2007). *The ETF Book: all you need to know about exchange-traded funds*. Wiley.
- Figuerola-Ferretti, I. y J. Gonzalo (2010). "Modelling and measuring price discovery in commodity markets." *Journal of Econometrics* **158**(1): 95-107.

## Referencias bibliográficas

- Findeisen, R., L. Imsland, F. Allgower y B. A. Foss (2003). "State and output feedback nonlinear model predictive control: An overview." *European Journal of Control* **9**(2-3): 190-206.
- Focardi, S. M. y F. J. Fabozzi (2004). "A methodology for index tracking based on time-series clustering." *Quantitative Finance* **4**(4): 417-425.
- Foley, T. (2006). "Relaxing the Long-Only Constraint in US Equity Strategies." *The Journal of Investing* **15**(3): 79-89.
- Franks, E. C. (1992). "Targeting excess-of-benchmark returns." *The Journal of Portfolio Management* **18**(4): 6-12.
- Friedman, J. y Y. Shachmurove (1997). "Co-movements of major European community stock markets: A vector autoregression analysis." *Global Finance Journal* **8**(2): 257-277.
- Fuller, W. A. (1976). *Introduction to statistical time series*, Wiley Online Library.
- Fung, W. y D. A. Hsieh (1999). "A primer on hedge funds." *Journal of Empirical Finance* **6**(3): 309-331.
- Gaivoronski, A. A., S. Krylov y N. Van Der Wijst (2005). "Optimal portfolio selection and dynamic benchmark tracking." *European Journal of Operational Research* **163**(1): 115-131.
- Galenko, A., E. Popova y I. Popova (2007). "Trading in the Presence of Cointegration." Available at SSRN 1023791. Working Paper.
- Gatev, E., W. N. Goetzmann y K. G. Rouwenhorst (2006). "Pairs trading: Performance of a relative value arbitrage rule." *Review of Financial Studies* **19**(3): 797-827.
- Gelfand, S. B. y S. K. Mitter (1989). "Simulated annealing with noisy or imprecise energy measurements." *Journal of Optimization Theory and Applications* **62**(1): 49-62.
- Geman, S. y D. Geman (1984). "Stochastic relaxation, Gibbs distributions, and the Bayesian restoration of images." *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on* (6): 721-741.
- Ghandar, A., Z. Michalewicz, R. Zurbrugg y C. Cheong (2010). Index tracking fund enhancement using evolving multi-criteria fuzzy decision models. In *Evolutionary Computation (CEC), 2010 IEEE Congress on* (pp. 1-8). IEEE.
- Giannakouris, G., V. Vassiliadis y G. Dounias (2010). Experimental study on a hybrid nature-inspired algorithm for financial portfolio optimization. *Artificial Intelligence: Theories, Models and Applications, Proceedings*. S.

## Referencias bibliográficas

- Konstantopoulos, S. Perantonis, V. Karkaletsis, C. D. Spyropoulos and G. Vouros. Berlin, Springer-Verlag Berlin. **6040**: 101-111.
- Giese, J. (2008). "Level, slope, curvature: characterizing the yield curve in a cointegrated VAR model." *Economics* **2**: 1-21.
- Gilli, M. y E. Kellezi (2002). The threshold accepting heuristic for index tracking. *Financial Engineering, E-Commerce and Supply Chain*. P. M. Pardalos and V. K. Tsitsiringos. Dordrecht, Springer. **70**: 1-18.
- Gilli, M. y E. Schumann (2012). "Heuristic optimisation in financial modelling." *Annals of Operations Research* **193**(1): 129-158.
- Gilli, M., E. Schumann, G. Di Tollo y G. Cabej (2011). "Constructing 130/30-portfolios with the Omega ratio." *Journal of Asset Management* **12**(2): 94-108.
- Gilli, M. y P. Winker (2008). "A review of heuristic optimization methods in econometrics." *Swiss Institute Research paper series* **1**(8): 8-12.
- Gimeno, R. y J. M. Nave (2009). "A genetic algorithm estimation of the term structure of interest rates." *Computational statistics & data analysis* **53**(6): 2236-2250.
- Gjerde, Ø. y F. Sættem (1995). "Linkages among European and world stock markets." *The European Journal of Finance* **1**(2): 165-179.
- Glover, F. (1986). "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence." *Computers & Operations Research* **13**(5): 533-549.
- Golberg, D. y R. Lingle (1985). Alleles, Loci, and the TSP. In *Proceedings of the First*.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, Addison-Wesley.
- Goldberg, D. E. (2002). *The design of innovation: Lessons from and for competent genetic algorithms*, Springer.
- Gómez, O., S. Casado, L. Núñez y J. Pacheco (2004). The problem of variable selection for financial distress: applying GRASP metaheuristics. Instituto de Empresa. Working Paper.
- González-García J.L (2006), "Manual de la inversión en bolsa". Tomo II. Séptima edición.
- Grace, B. K. (2000). "Black-Scholes option pricing via genetic algorithms." *Applied Economics Letters* **7**(2): 129-132.
- Granger, C. W. y P. Newbold (1974). "Spurious regressions in econometrics." *Journal of Econometrics* **2**(2): 111-120.

## Referencias bibliográficas

- Granger, C. W. J. (1981). "Some properties of time series data and their use in econometric model specification." *Journal of Econometrics* **16**(1): 121-130.
- Granger, C. W. J. y P. Newbold (1974). "Spurious regressions in econometrics." *Journal of Econometrics* **2**(2): 111-120.
- Grefenstette, J. J. y J. E. Baker (1989). *How genetic algorithms work: A critical look at implicit parallelism*, Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- Grinold, R. (1989). "The Fundamental Law of Active Management." *Journal of Portfolio Management* **15** (3): 30-37.
- Grinold, R. C. y R. N. Kahn (2000). "The efficiency gains of long-short investing." *Financial Analysts Journal*: 40-53.
- Grobys, K. (2010). "Correlation versus Cointegration: Do cointegration based index tracking portfolios perform better? Evidence from the Swedish Stock Market." *German Journal for Young Researchers* **1**(2): 72-78.
- Guastaroba, G. (2010). *Portfolio optimization: scenario generation, models and algorithms*, PhD thesis, Università degli Studi di Bergamo.
- Guastaroba, G. y M. Speranza (2012). "Kernel Search: an application to the index tracking problem." *European Journal of Operational Research*. **217**(1), 54-68.
- Guijarro, F. y I. Moya (2008). "Propuesta metodológica para la selección de acciones en la réplica de índices." Working Paper.
- Hacker, S. y A. Hatemi-J (2010). "The properties of procedures dealing with uncertainty about intercept and deterministic trend in unit root testing." Working Paper Series in Economics and Institutions of Innovation.
- Hajek, B. (1988). "Cooling schedules for optimal annealing." *Mathematics of Operations Research*: 311-329.
- Haldrup, N. (1994). "The asymptotics of single-equation cointegration regressions with I (1) and I (2) variables." *Journal of Econometrics* **63**(1): 153-181.
- Haldrup, N. (1994). "Semiparametric tests for double unit roots." *Journal of Business & Economic Statistics* **12**(1): 109-122.
- Hall, A. (1989). "Testing for a unit root in the presence of moving average errors." *Biometrika* **76**(1): 49-56.
- Hall, A. (1994). "Testing for a unit root in time series with pretest data-based model selection." *Journal of Business & Economic Statistics* **12**(4): 461-470.
- Hampel, F. R., E. M. Ronchetti, et al. (2011). *Robust statistics: the approach based on influence functions*, Wiley.



## Referencias bibliográficas

- Hannan, E. J. y B. G. Quinn (1979). "The determination of the order of an autoregression." *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*: 190-195.
- Hansen, B. (1990). A powerful, simple test for cointegration using Cochrane-Orcutt, Rochester Center for Economic Research, University of Rochester. Working Paper.
- Hansen, P. (1986). The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming. In Congress on numerical methods in combinatorial optimization, Capri, Italy (pp. 70-145).
- Harris, D. (1997). "Principal components analysis of cointegrated time series." *Econometric Theory* **13**: 529-557.
- Harris, D. y B. Inder (1992). A test of the null hypothesis of cointegration, Dept. of Econometrics, Faculty of Economics, Commerce & Management, Monash University. Working Paper.
- Hassan, M. K. y A. Naka (1996). "Short-run and long-run dynamic linkages among international stock markets." *International Review of Economics & Finance* **5**(4): 387-405.
- Haupt y Haupt (2004). *Practical genetic algorithms*, Wiley.
- Herlemont, D. (2004). "A range trading system." Working Paper.
- Heston, S. L. (1993). "A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options." *Review of Financial Studies* **6** (2): 327-343.
- Hlouskova, J. y C. Osbat (2010). Panel cointegration approaches to estimating equilibrium real exchange rates-separating the wheat from the chaff, ECB mimeo.
- Holden, D. y R. Perman (1994). "Unit roots and cointegration for the economist." *Cointegration for the applied economist*: 47-112.
- Holland, J. H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*, The MIT press.
- Hong, G. y R. Susmel (2003). Pairs-trading in the asian ADR market, Working Paper, University of Houston.
- Horvath, M. T. K. y M. W. Watson (1995). "Testing for cointegration when some of the cointegrating vectors are prespecified." *Econometric Theory* **11**: 984-1014.

## Referencias bibliográficas

- Huber, P. J. (1964). "Robust estimation of a location parameter." *The Annals of Mathematical Statistics* **35**(1): 73-101.
- Huck, N. (2009). "Pairs selection and outranking: An application to the S&P 100 index." *European Journal of Operational Research* **196**(2): 819-825.
- Huck, N. (2010). "Pairs trading and outranking: The multi-step-ahead forecasting case." *European Journal of Operational Research* **207**(3): 1702-1716.
- Huth, W. L. (1994). "International equity market integration." *Managerial Finance* **20**(4): 3-7.
- Ineichen, A. M. (2002). "Who's Long? Market-Neutral versus Long/Short Equity." *The Journal of Alternative Investments* **4**(4): 62-69.
- Izquierdo Millán, S. (2005). Análisis de sistemas cointegrados mediante métodos de subespacios, Universidad de Valladolid. Phd Thesis.
- Jacobs, B. I. y K. N. Levy (1993). "Long/short equity investing." *The Journal of Portfolio Management* **20**(1): 52-63.
- Jacobs, B. I. y K. N. Levy (1999). "Alpha transport with derivatives." *Journal of Portfolio Management* **25**(5), 55-60.
- Jacobs, B. I. y K. N. Levy (2005). *Market neutral strategies*, Wiley.
- Jacobs, B. I. y K. N. Levy (2006). "Enhanced active equity strategies." *The Journal of Portfolio Management* **32**(3): 45-55.
- Jacobs, B. I., K. N. Levy y D. Starer (1998). "On the optimality of long-short strategies." *Financial Analysts Journal*: 40-51.
- Jacobs, B. I., K. N. Levy y D. Starer (1999). "Long-Short Portfolio Management." *The Journal of Portfolio Management* **25**(2): 23-32.
- Jacquier E., Kane A. y Marcus A. J. (2003), "Geometric or arithmetic mean: a reconsideration", *Financial Analysts Journal*, vol. 59, n°6, November/December 2003.
- Janakiraman, S. y A. S. Lamba (1998). "An empirical examination of linkages between Pacific-Basin stock markets." *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* **8**(2): 155-173.
- Jansen, R. y R. van Dijk (2002). "Optimal benchmark tracking with small portfolios Using the diversity measure to deal with constraints on number of stocks in a portfolio." *Journal of Portfolio Management* **28**(2): 33-39.

## Referencias bibliográficas

- Jawadi, F., C. Bruneau y N. Sghaier (2009). "Nonlinear Cointegration Relationships Between Non Life Insurance Premiums and Financial Markets." *Journal of Risk and Insurance* **76**(3): 753-783.
- Jensen, M. C. (1968). "The performance of mutual funds in the period 1945–1964." *The Journal of Finance* **23**(2): 389-416.
- Jeon, B. N. y T. C. Chiang (1991). "A system of stock prices in world stock exchanges: common stochastic trends for 1975–1990." *Journal of Economics and Business* **43**(4): 329-338.
- Jeurissen, R. y J. Van den Berg (2008). Optimized index tracking using a hybrid genetic algorithm. 2008 Ieee Congress on Evolutionary Computation, Vols 1-8. New York, Ieee: 2327-2334.
- Jianfu, L. y Z. Shuna (2010). Index tracking method based on the bootstrap simulation technology and its empirical study. In *Information Science and Engineering (ISISE), 2010 International Symposium on* (pp. 188-192). IEEE.
- Johansen, S. (1988). "Statistical analysis of cointegration vectors." *Journal of Economic Dynamics and Control* **12**(2-3): 231-254.
- Johnson, G., S. Ericson y V. Srimurthy (2007). "An empirical analysis of 130/30 strategies: Domestic and international 130/30 strategies add value over long-only strategies." *The Journal of Alternative Investments* **10**(2): 31-42.
- Johnson, S., R. N. Kahn y D. Petrich (2007). "Optimal Gearing." *The Journal of Portfolio Management* **33**(4): 10-18.
- Johnston, J. y J. Dinardo (1997). *Econometric methods*, McGraw-Hill/Irwin.
- Judson, R. S., M. E. Colvin, J. Meza, A. Huffer y D. Gutierrez (1992). "Do intelligent configuration search techniques outperform random search for large molecules?" *International Journal of Quantum Chemistry* **44**(2): 277-290.
- Kao, C. y S. Ross (1995). "A CUSUM test in the linear regression model with serially correlated disturbances." *Econometric Reviews* **14**(3): 331-346.
- Karagoz, K. y S. Ergun (2010). "Stock market integration among Balkan countries." *MIBES Transactions* **4**(1): 49-59.
- Kasa, K. (1992). "Common stochastic trends in international stock markets." *Journal of Monetary Economics* **29**(1): 95-124.
- Kazi, M. H. (2008). "Is Australian stock market integrated to the equity markets of its major trading partners." *International Review of Business Research Papers* **4**(5): 247-257.

## Referencias bibliográficas

- Keating, C. y W. F. Shadwick (2002). "A universal performance measure." *Journal of Performance Measurement* **6**(3) 59-84.
- Kennedy, J. y R. Eberhart (1995). A new optimizer using particle swarm theory. In *Micro Machine and Human Science, 1995. MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on* (pp. 39-43). IEEE.
- Kim, H. J. y D. Siegmund (1989). "The likelihood ratio test for a change-point in simple linear regression." *Biometrika* **76**(3): 409-423.
- Kim, K. (2011). "Performance Analysis of Pairs Trading Strategy Utilizing High Frequency Data with an Application to KOSPI 100 Equities." Available at SSRN 1913707. Working Paper.
- Kirkpatrick, S., C. D. Gelatt y M. P. Vecchi (1983). "Optimization by simulated annealing." *Science* **220**(4598): 671.
- Kleibergen, F. y H. K. Van Dijk (1994). "Direct cointegration testing in error correction models." *Journal of Econometrics* **63**(1): 61-103.
- Konno, H. y T. Hatagi (2005). "Index-plus-alpha tracking under concave transaction cost." *Journal of Industrial and Management Optimization* **1**(1): 87-98.
- Konno, H. y A. Wijayanayake (2001). "Minimal cost index tracking under nonlinear transaction costs and minimal transaction unit constraints." *International Journal of Theoretical and Applied Finance* **4**(6): 939-958.
- Kremers, J. J. M., N. R. Ericsson y J. J. Dolado (1992). "The power of cointegration tests." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* **54**(3): 325-348.
- Krink, T., S. Mittnik y S. Paterlini (2009). "Differential evolution and combinatorial search for constrained index-tracking." *Annals of Operations Research* **172**(1): 153-176.
- Kung, E. y L. Pohlman (2004). "Portable Alpha." *The Journal of Portfolio Management* **30**(3): 78-87.
- Lagoarde-Segot, T. y B. M. Lucey (2007). "Capital market integration in the Middle East and North Africa." *Emerging Markets Finance and Trade* **43**(3): 34-57.
- Larsen, G. A. y B. G. Resnick (1998). "Empirical insights on indexing." *Journal of Portfolio Management* **25**(1): 51-60.
- Le Sourd, V. (2007). "Performance measurement for traditional investment." *Financial Analysts Journal* **58**(4): 36-52.
- Lee, G. M., N. N. Tam y N. D. Yen (2005). *Quadratic programming and affine variational inequalities: a qualitative study*, Springer Verlag.

## Referencias bibliográficas

- Lejeune, M. y G. Samatli-Pac (2010). "Construction of Risk-Averse Enhanced Index Funds." Working Paper.
- Leybourne, S. J. (1995). "Testing for unit roots using forward and reverse Dickey-Fuller regressions." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* **57**(4): 559-571.
- Leybourne, S. J. y B. McCabe (1994). "Practitioners Corner: A Simple Test for Cointegration." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* **56**(1): 97-103.
- Li, J. F. y Y. S. Su (2011). "Index Tracking Method Based on the Neural Networks and its Empirical Study." *Advanced Materials Research* **267**: 974-978.
- Li, Q. A., L. Y. Sun y L. A. Bao (2011). "Enhanced index tracking based on multi-objective immune algorithm." *Expert Systems with Applications* **38**(5): 6101-6106.
- Lin, Y.-X., M. McCrae y C. Gulati (2006). "Loss protection in pairs trading through minimum profit bounds: A cointegration approach." *Advances in Decision Sciences* **2006**.
- Lo, A. W. y W. K. Newey (1985). "A large-sample Chow test for the linear simultaneous equation." *Economics Letters* **18**(4): 351-353.
- Lo, A. W. y P. N. Patel (2008). "130/30." *The Journal of Portfolio Management* **34**(2): 12-38.
- Luenberger, D. G. y Y. Ye (2008). *Linear and nonlinear programming*, Springer Verlag.
- Lyra, M. (2010). "Heuristic strategies in finance. An overview." Working Paper.
- MacKinnon, J. G. (1990). "Critical values for cointegration tests." Working Paper.
- MacKinnon, J. G. (1991). *Critical values for cointegration tests. Long Run Economic Relationships*. Oxford University Press: 267-276.
- Maddala, G. S. y I. M. Kim (1998). *Unit roots, cointegration, and structural change*, Cambridge University Press.
- Majid, M. S. A., A. K. M. Meera, M. A. Omar y H. A. Aziz (2009). "Dynamic linkages among ASEAN-5 emerging stock markets." *International Journal of Emerging Markets* **4**(2): 160-184.
- Malkamäki, M., T. Martikainen, J. Perttunen y V. Puttonen (1993). "On the causality and co-movements of Scandinavian stock market returns." *Scandinavian Journal of Management* **9**(1): 67-76.
- Maringer, D. (2005). *Portfolio management with heuristic optimization*, Springer Verlag.

## Referencias bibliográficas

- Maringer, D. (2008). Constrained Index Tracking under Loss Aversion Using Differential Evolution. *Natural Computing in Computational Finance*. A. Brabazon and M. O'Neill. New York, Springer. **100**: 7-24.
- Maringer, D. y O. Oyegumi (2007). "Index Tracking with Constrained Portfolios." *Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management*(15): 57-71.
- Markowitz, H. (1952). "Portfolio selection." *The Journal of Finance* **7**(1): 77-91.
- Martellini, L. y V. Ziemann (2010). "Improved estimates of higher-order comoments and implications for portfolio selection." *Review of Financial Studies* **23**(4): 1467-1502.
- Martielli, J. D. (2005). "Quantifying the benefits of relaxing the Long-Only constraint." SEI Investments. Working Paper.
- Martin, A., V. Gayathri, G. Saranya, P. Gayathri y P. Venkatesan (2011). "A hybrid model for bankruptcy prediction using genetic algorithm, fuzzy c-means and mars." arXiv preprint arXiv:1103.2110. Working paper.
- Maurer, T. A. (2008). Cointegration in finance: An application to index tracking. Working Paper.
- Maysami, R. C. y T. S. Koh (2000). "A vector error correction model of the Singapore stock market." *International Review of Economics & Finance* **9**(1): 79-96.
- McCallum, B. T. (2010). "Is the spurious regression problem spurious?" *Economics Letters* **107**(3): 321-323.
- Meade, N. y G. R. Salkin (1989). "Index funds-construction and performance measurement." *Journal of the Operational Research Society*: 871-879.
- Meade, N. y G. R. Salkin (1990). "Developing and maintaining an equity index fund." *Journal of the Operational Research Society*: 599-607.
- Menezes, R. y A. Dionísio (2011). "Globalization and long-run co-movements in the stock market for the G7: An application of VECM under structural breaks." *Chinese Science Bulletin* **56**(34): 3707-3716.
- Menon, N. R., M. Subha y S. Sagarán (2009). "Cointegration of Indian stock markets with other leading stock markets." *Studies in Economics and Finance* **26**(2): 87-94.
- Metropolis, N., A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller y E. Teller (1953). "Equation of state calculations by fast computing machines." *The Journal of Chemical Physics* **21**(6): 1087.

## Referencias bibliográficas

- Mezali, H. y J. Beasley (2012). "Index tracking with fixed and variable transaction costs." *Optimization Letters*: 1-20.
- Mudchanatongsuk, S., J. A. Primbs y W. Wong (2008). Optimal pairs trading: A stochastic control approach. *American Control Conference*, 2008, (pp. 1035-1039). IEEE.
- Mühlenbein, H. y D. Schlierkamp-Voosen (1993). "Predictive models for the breeder genetic algorithm in continuous parameter optimization." *Evolutionary Computation* **1**(1): 25-49.
- Musti, S. y R. L. D'Ecclesia (2008). "Term structure of interest rates and the expectation hypothesis: The euro area." *European Journal of Operational Research* **185**(3): 1596-1606.
- Nath, P. (2003). "High frequency pairs trading with us treasury securities: Risks and rewards for hedge funds." Available at SSRN 565441. Working Paper.
- Ng, S. y P. Perron (1995). "Unit root tests in ARMA models with data-dependent methods for the selection of the truncation lag." *Journal of the American Statistical Association* **90**(429): 268-281.
- Novales Cinca, A. (2000). "Econometría." McGraw-Hil. Madrid.
- Oh, K. J., T. Y. Kim y S. Min (2005). "Using genetic algorithm to support portfolio optimization for index fund management." *Expert Systems with Applications* **28**(2): 371-379.
- Okay, N. n. y U. Akman (2003). "Index tracking with constraint aggregation." *Applied Economics Letters* **10**(14): 913-916.
- Oliver, I., D. Smith y J. Holland (1987). *A study of permutation crossover operators on the TSP, genetic algorithms and their applications*.
- Ong, Y.-S., M.-H. Lim, N. Zhu y K.-W. Wong (2006). "Classification of adaptive memetic algorithms: a comparative study." *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on* **36**(1): 141-152.
- Osman, I. H. y G. Laporte (1996). "Metaheuristics: A bibliography." *Annals of Operations Research-Paperbound Edition* **63**: 513-624.
- Osterwald-Lenum, M. (1992). "A note with quantiles of the asymptotic distribution of the maximum likelihood cointegration rank test statistics." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* **54**(3): 461-472.

## Referencias bibliográficas

- Pacheco-Bonrostro, J., S. Casado-Yusta y L. Núñez Letamendía (2007). "Algoritmos meméticos para selección de variables en el análisis discriminante." *Estadística Española* **45**(165): 333-347.
- Pantula, S. G. y A. Hall (1991). "Testing for unit roots in autoregressive moving average models: An instrumental variable approach." *Journal of Econometrics* **48**(3): 325-353.
- Papadakis, G. y P. Wysocki (2007). "Pairs trading and accounting information." Boston University and MIT Working Paper.
- Park, J. Y. (1990). "Testing for unit roots and cointegration by variable addition." *Advances in Econometrics* **8**(2): 107-133.
- Park, J. Y. y B. Choi (1988). "A new approach to testing for a unit root." Center for Analytic Economics, Cornell University, Working Paper **88**: 23.
- Pearson, K. (1895). *Royal Society Proceedings*(58): 241.
- Perron, P. (1988). "Trends and random walks in macroeconomic time series: Further evidence from a new approach." *Journal of Economic Dynamics and Control* **12**(2-3): 297-332.
- Perron, P. (1989). "The great crash, the oil price shock, and the unit root hypothesis." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*: 1361-1401.
- Perron, P. y S. Ng (1996). "Useful modifications to some unit root tests with dependent errors and their local asymptotic properties." *The Review of Economic Studies* **63**(3): 435.
- Phillips, P. C. (1986). "Understanding spurious regressions in econometrics." *Journal of Econometrics* **33**(3): 311-340.
- Phillips, P. C. B. (1991). "To criticize the critics: An objective Bayesian analysis of stochastic trends." *Journal of Applied Econometrics* **6**(4): 333-364.
- Phillips, P. C. B. y S. Ouliaris (1988). "Testing for cointegration using principal components methods." *Journal of Economic Dynamics and Control* **12**(2-3): 205-230.
- Phillips, P. C. B. y S. Ouliaris (1990). "Asymptotic properties of residual based tests for cointegration." *Econometrica: Journal of the Econometric Society*: 165-193.
- Phillips, P. C. B. y P. Perron (1988). "Testing for a unit root in time series regression." *Biometrika* **75**(2): 335-346.
- Pindyck, R. S. y J. J. Rotemberg (1993). "The comovement of stock prices." *The Quarterly Journal of Economics* **108**(4): 1073-1104.



## Referencias bibliográficas

- Poli, R. (2008). "Analysis of the publications on the applications of particle swarm optimisation." *Journal of Artificial Evolution and Applications* **2008**: 3.
- Prekopa, A. (1995). *Stochastic programming*. 1995, Kluwer Academic Publishers.
- Primbs, J. A. y C. H. Sung (2008). "A Stochastic Receding Horizon Approach to Constrained Index Tracking." *Asia Pacific Finan Markets*(15): 3-24.
- Puspaningrum, H. (2012). "Pairs trading using cointegration approach." Phd Thesis.
- Quandt, R. E. (1960). "Tests of the hypothesis that a linear regression system obeys two separate regimes." *Journal of the American Statistical Association*: 324-330.
- Rahman, M. y M. Mustafa (2009). "The slope of the US nominal treasury yield curve and the exchange rate." *New York Economic Review* **40**(1): 3-12.
- Rampertshammer, S. (2007). "An Ornstein-Uhlenbeck framework for pairs trading." Department of mathematics and Statistics the University of Melbourne. Working Paper.
- Rao, M. (1961). "Consistency and limit distributions of estimators of parameters in explosive stochastic difference equations." *The Annals of Mathematical Statistics* **32**(1): 195-218.
- Ravi Kumar, P. y V. Ravi (2007). "Bankruptcy prediction in banks and firms via statistical and intelligent techniques: A review." *European Journal of Operational Research* **180**(1): 1-28.
- Reilly, F. K., y Brown, K. C. (2011). *Investment analysis and portfolio management*. Cengage Learning.
- Rey, D. M. y D. Seiler (2001). "Indexation and tracking errors." Department of Finance, Working Paper(2/01).
- Rice, S. O. (1945). "Mathematical analysis of random noise-conclusion." *Bell Systems Tech. J*, Volume **24**: 46-156.
- RoBbach, P. y D. Karlow (2011). "The Stability of Traditional Measures of Index Tracking Quality." Working Paper.
- Rockafellar, R. T. y S. Uryasev (2002). "Conditional value-at-risk for general loss distributions." *Journal of Banking & Finance* **26**(7): 1443-1471.
- Rohweder, H. C. (1998). "Implementing Stock Selection Ideas." *The Journal of Portfolio Management* **24**(3): 49-59.
- Roll, R. (1992). "A mean-variance analysis of tracking error. Minimizing the volatility of tracking error will not produce a more efficient managed portfolio." *Journal of Portfolio Management* **18**(4): 13-22.

## Referencias bibliográficas

- Roman, D., K. Darby-Dowman y G. Mitra (2006). "Portfolio construction based on stochastic dominance and target return distributions." *Mathematical Programming* **108**(2): 541-569.
- Roman, D., G. Mitra y V. Zviarovich (2011). "Enhanced indexation based on second-order stochastic dominance." Submitted to *Journal of Banking and Finance*. Working Paper.
- Ross, S. A. (1976). "The arbitrage theory of capital asset pricing." *Journal of Economic Theory* **13**(3): 341-360.
- Rudd, A. (1980). "Optimal Selection of Passive Portfolios." *Financial Management* Spring: 57-66.
- Rudolf, M., H. J. Wolter y H. Zimmermann (1999). "A linear model for tracking error minimization." *Journal of Banking & Finance* **23**(1): 85-103.
- Ruíz-Torrubiano, R. y A. Suárez (2009). "A hybrid optimization approach to index tracking." *Annals of Operations Research* **166**(1): 57-71.
- Said, S. E. y D. A. Dickey (1984). "Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order." *Biometrika* **71**(3): 599-607.
- Saikkonen, P. (1992). "Estimation and testing of cointegrated systems by an autoregressive approximation." *Econometric Theory*: 1-27.
- Sastry, K., D. Goldberg y G. Kendall (2005). "Genetic algorithms." *Search Methodologies*: 97-125.
- Scozzari, A., F. Tardella, S. Paterlini y T. Krink (2012). "Exact and heuristic approaches for the index tracking problem with UCITS constraints." *Annals of Operations Research*: 1-16.
- Scozzari, R., Bruni-Francesco, Cesarone-Andrea y F. Tardella (2012). A New Lp Model For Enhanced Indexation. Working Paper.
- Schwarz, G. (1978). "Estimating the dimension of a model." *The Annals of Statistics* **6**(2): 461-464.
- Schwert, G. W. (1989). "Tests for Unit Roots." *Journal of Business and Economic Statistics* **20**(1): 5-17.
- Segara, R., A. Das y J. Turner (2012). "Performance of active extension strategies: evidence from the australian equities market." *Australasian Accounting Business and Finance Journal* **6**(3): 3-24.
- Shapcott, J. (1992). "Index tracking: genetic algorithms for investment portfolio selection." Edinburgh Parallel Computing Centre, EPCC-SS92-24.

## Referencias bibliográficas

- Sharma, A. y N. Seth (2012). "Literature review of stock market integration: a global perspective." *Qualitative Research in Financial Markets* **4**(1): 84-122.
- Sharma, G. y B. Bodla (2010). "Are the Global Stock Markets Inter-Linked: Evidence from the Literature." *Global Journal of Management and Business Research*. 10(1).
- Sharpe, W. F. (1966). "Mutual fund performance." *The Journal of Business* **39**(1): 119-138.
- Shenoy, G. (2007). *Linear programming: methods and applications*, New Age International.
- Shin, K. S. y Y. J. Lee (2002). "A genetic algorithm application in bankruptcy prediction modeling." *Expert Systems with Applications* **23**(3): 321-328.
- Shin, Y. (1994). "A residual-based test of the null of cointegration against the alternative of no cointegration." *Econometric Theory* **10**(01): 91-115.
- Siddiqui, S. (2009). "Stock markets integration: examining linkages between selected world markets." *Vision: The Journal of Business Perspective* **13**(1): 19-30.
- Simpson, J. (2007). "Financial integration in the GCC stock markets: evidence from the early 2000s development phase." Available at SSRN 994706. Working Paper.
- Sims, C. A. (1988). "Bayesian skepticism on unit root econometrics." *Journal of Economic Dynamics and Control* **12**(2-3): 463-474.
- Smith, J. (2007). Credit assignment in adaptive memetic algorithms. In *Proceedings of the 9th annual conference on Genetic and evolutionary computation* (pp. 1412-1419). ACM.
- Sorensen, E. H., J. Shi, R. Hua y E. Qian (2007). "Aspects of constrained long-short equity portfolios." *The Journal of Portfolio Management* **33**(2): 12-20.
- Sortino, F. A. y R. Van Der Meer (1991). "Downside risk." *The Journal of Portfolio Management* **17**(4): 27-31.
- Sowell, F. (1991). "On DeJong and Whiteman's Bayesian inference for the unit root model." *Journal of Monetary Economics* **28**(2): 255-263.
- Spears, W. M. (1997). *Recombination parameters*, Citeseer. Working Paper.
- Srikanth, P. y K. Aparna (2012). "Global stock market integration-a study of selected world major stock markets." *International Journal of Public Administration and Management Research* **1**: 3-17.
- Srinivasan, P. y M. Kalaivani (2013). *Stock market linkages in emerging Asia-Pacific markets*, University Library of Munich, Germany. Working Paper.

## Referencias bibliográficas

- Stasiukonyte, J. y A. Vasiliauskaite (2008). "Nature of Baltic and Scadinavian stock markets' integration process." *Economics and Management*, **13**: 196-2004.
- Stock, J. H. y M. W. Watson (1988). "Testing for common trends." *Journal of the American Statistical Association*: 1097-1107.
- Storn, R. y K. Price (1997). "Differential evolution: a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces." *Journal of Global Optimization* **11**(4): 341-359.
- Stoyan, S. J. y R. H. Kwon (2010). "A two-stage stochastic mixed-integer programming approach to the index tracking problem." *Optimization and Engineering* **11**(2): 247-275.
- Subervie, J. (2011). "Producer price adjustment to commodity price shocks: An application of threshold cointegration." *Economic Modelling* **28**(5): 2239-2246.
- Sudak, D. y O. Suslova (2009). "Behavioral statistical arbitrage." Master Thesis.
- Sun, D., S.-C. Tsai, et al. (2012). "Behavioral investment strategy matters: a statistical arbitrage approach." Available at SSRN. Working Paper.
- Syriopoulos, T. (2011). "Financial integration and portfolio investments to emerging Balkan equity markets." *Journal of Multinational Financial Management* **21**(1): 40-54.
- Syswerda, G. (1993). "Simulated crossover in genetic algorithms." *Foundations of Genetic Algorithms* **2**: 239-255.
- Tabak, B. (2009). "Testing the expectations hypothesis in the Brazilian term structure of interest rates: a cointegration analysis." *Applied Economics* **41**(21): 2681-2689.
- Tabata, Y. y E. Takeda (1995). "Bicriteria optimization problem of designing an index fund." *Journal of the Operational Research Society*: 1023-1032.
- Talbi, E. G. (2002). "A taxonomy of hybrid metaheuristics." *Journal of Heuristics* **8**(5): 541-564.
- Thomaidis, N. S. (2011). *A soft computing approach to enhanced indexation. Natural computing in computational finance*. A. Brabazon, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2011: 61-77.
- Thomaidis, N. S. (2013). "On the application of cointegration analysis in enhanced indexing." *Applied Economics Letters* **20**(4): 391-396.
- Thorley, S., R. Clarke y H. De Silva (2002). "Portfolio constraints and the fundamental law of active management." *Financial Analysts Journal* **58**(5).

## Referencias bibliográficas

- Tiwari, A. K. (2012). "Long run and short run linkages between stock indices in Bombay Stock Exchange: A Structural Cointegration Approach." *Journal of Quantitative Economics* **10**(1): 177-181.
- Tol, R. y C. Wanningen (2009). "On the performance of extended alpha (130/30) versus long-only." *The Journal of Portfolio Management* **35**(3): 51-60.
- Toy, W. M. y M. A. Zurack (1989). "Tracking the EuroPac index." *The Journal of Portfolio Management* **15**(2): 55-58.
- Toyoshima, Y. (2012). "Determinants of interest rate swap spreads in the US: bounds testing approach to cointegration." *Applied Financial Economics* **22**(4): 331-338.
- Turner, J. (2008). Performance of active extension strategies in the Australian equities market, The University of Sydney: 1-103. Master Thesis.
- Van Montfort, K., E. Visser y L. F. Van Draat (2008). "Index tracking by means of optimized sampling." *Journal of Portfolio Management* **34**(2): 143-152.
- Vassiliadis, V., G. Dounias y A. Tzanetos (2012). Parameter tuning of hybrid nature-inspired intelligent metaheuristics for solving financial portfolio optimization problems. *Artificial Intelligence: Theories and Applications*, Springer: 198-205.
- Vidyamurthy, G. (2004). *Pairs Trading: quantitative methods and analysis*, Wiley.
- Vijayalakshmi Pai, G. y T. Michel (2012). "Integrated metaheuristic optimization of 130-30 investment strategy based long-short portfolios " *Intelligent Systems in Accounting, Finance and Management* **19**(1): 43-74.
- Waid, R. J. (2009). "Long-only: The natural benchmark choice for 130/30." *The Journal of Portfolio Management* **35**(3): 48-50.
- Wang, M., C. Xu, F. Xu y H. Xue (2012). "A mixed 0–1 LP for index tracking problem with CVaR risk constraints." *Annals of Operations Research*: 1-19.
- White, J. S. (1958). "The limiting distribution of the serial correlation coefficient in the explosive case." *The Annals of Mathematical Statistics* **29**(4): 1188-1197.
- White, J. S. (1959). "The limiting distribution of the serial correlation coefficient in the explosive case II." *The Annals of Mathematical Statistics* **30**(3): 831-834.
- Wilcoxon, F. (1945) "Individual Comparisons by Ranking Methods." *Biometrics* **1**, 80-83.
- Winker, P. y M. Gilli (2004). "Applications of optimization heuristics to estimation and modelling problems." *Computational statistics & data analysis* **47**(2): 211-223.

## Referencias bibliográficas

- Wolsey, L. A. (2008). "Mixed integer programming." Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering.
- Woodside-Oriakhi, M., C. Lucas y J. E. Beasley (2011). "Heuristic algorithms for the cardinality constrained efficient frontier." *European Journal of Operational Research* **213**(3): 538-550.
- Worthington, A. C. y H. Higgs (2010). "Assessing Financial Integration in the European Union Equity Markets: Panel Unit Root and Multivariate Cointegration and Causality Evidence." *Journal of Economic Integration* **25**(3): 457-479.
- Worzel, K. J., C. Vassiadouzeniou y S. A. Zenios (1994). "Integrated Simulation And Optimization Models For Tracking Indexes Of Fixed-Income Securities." *Operations Research* **42**(2): 223-233.
- Wu, L. C., S. C. Chou, C. C. Yang y C. S. Ong (2007). "Enhanced index investing based on goal programming. Includes passive management of a small number of stocks." *Journal of Portfolio Management* **33**(3): 49-58.
- Yang, X. S. (2010). *Engineering optimization: an introduction with metaheuristic applications*, Wiley.
- Yao, D. D., S. H. Zhang y X. Y. Zhou (2006). "Tracking a financial benchmark using a few assets." *Operations Research* **54**(2): 232-246.
- Yap, S. F. y G. C. Reinsel (1995). "Estimation and testing for unit roots in a partially nonstationary vector autoregressive moving average model." *Journal of the American Statistical Association*: 253-267.
- Yu, T.-Y. y H.-T. Huang (2013). "Coupling a memetic algorithm to simulation models for promising multi-period asset allocations." *Computers & Operations Research*.
- Yule, G. U. (1926). "Why do we sometimes get nonsense-correlations between time series? A study in sampling and the nature of time series." *Journal of the Royal Statistical Society* **89**(1): 1-63.
- Zhang, J. y D. Maringer (2010). *Index Mutual Fund Replication. Natural Computing in Computational Finance*. Springer, Springer: 109-130.
- Zhu, H. H., Y. Chen y K. S. Wang (2010). A particle swarm optimization heuristic for the index tracking problem. *Advances in Neural Networks-Isnn 2010, Pt 1, Proceedings*. L. Q. Zhang, B. L. Lu and J. Kwok. Berlin, Springer-Verlag Berlin. 6063: 238-245.

### Referencias bibliográficas

- Zivot, E. (1994). "Single equation conditional error correction model based tests for cointegration." Discussion Papers in Economics at the University of Washington.
- Zivot, E. y D. W. K. Andrews (1992). "Further evidence on the great crash, the oil-price shock, and the unit-root hypothesis." *Journal of Business and Economic Statistics* **20**(1): 25-44.
- Zorin, A. y A. Borisov (2002). "Traditional and index tracking methods for portfolio construction by means of neural networks." *Network* **1**: 1-9.





# **Anexos**



## Anexo 1. Bibliografía seguimiento de índices

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Metodología</b>	<b>Definición Tracking Error</b>	<b>Función a optimizar</b>	<b>Restricciones</b>	<b>Datos fecha</b>
<b>Rudd</b>	1980	Optimización cuadrática	Riesgo residual de la cartera	Función ponderada de riesgo residual y costes de transacción	Costes de transacción, beta, presupuesto, no ventas en corto, cardinalidad	Enero 1977-Junio 1978
<b>Meade</b>	1989	Optimización cuadrática	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar el Tracking Error	Depende del método de estratificación (Cardinalidad, presupuesto...)	4 Enero 1985 -30 Septiembre 1987
<b>Meade Salkin</b>	1990	Optimización cuadrática	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar los costes operativos de un fondo de inversión	Cardinalidad, costes de transacción, beta, dividendos, rentabilidad del índice y capitalización grandes compañías	Enero 1984 Abril 1989
<b>Shapcott</b>	1992	Algoritmos genéticos+ optimización cuadrática	Diferencia al cuadrado de los rendimientos del índice y la cartera	Minimizar una función que comprende las correlaciones de los activos, los pesos de los mismos y los pesos de estos en el índice	Cardinalidad	No detallado
<b>Roll</b>	1992	Optimización cuadrática	Diferencia entre los rendimientos de la cartera y el índice	Minimizar la varianza del Tracking Error	Presupuesto, rendimiento y beta	No detallado
<b>Worzel Vassiadou-Zeniou Zenios</b>	1993	Simulación y optimización lineal Simulación y optimización no lineal	Desviación absoluta de la media del Tracking Error (MAD)	Minimizar el MAD Maximizar la utilidad del Tracking Error	Nivel de rentabilidad mínimo, Presupuesto	Enero 1989-Diciembre 1991
<b>Adcock Meade</b>	1994	Optimización cuadrática Estimación MAD	Varianza de la diferencia de los rendimientos cartera e índice (TEV)	Función ponderada del TEV y los costes de transacción	Presupuesto, no ventas a corto y cardinalidad	Enero 1986-Junio 1991
<b>Tabata Takaeda</b>	1995	Optimización bicriterio	Esperanza del cuadrado diferencia rendimientos	Minimizar el Tracking Error	Rentabilidad	1956-1980
<b>Connor Leland</b>	1995	Ecuaciones diferenciales	Varianza de la diferencia de los rendimientos cartera e índice	Minimizar la función de coste de efectivo que depende del rendimiento, el Tracking Error y los costes de transacción	No hay	No hay
<b>Eddelbüttel</b>	1996	Algoritmos genéticos + optimización cuadrática	Diferencia entre los rendimientos de la cartera y el índice	Minimizar la varianza del Tracking Error	Cardinalidad, presupuesto, no ventas a corto	3 de Septiembre 1990 30 Agosto 1991

Autor	Año	Metodología	Definición Tracking Error	Función a optimizar	Restricciones	Datos fecha
<b>Rudolf Wolter Zimmermann</b>	1999	Optimización lineal	Desviaciones absolutas en media (MAD) Minimizar la máxima desviación (MINMAX), desviaciones absolutas en media por debajo del índice (MADD), Minimizar la máxima desviación por debajo el índice (DMINMAX)	Minimizar el Tracking Error en todas sus definiciones	Presupuesto, no ventas a corto plazo	Marzo 1987- Abril 1996
<b>Bamberg Wagner</b>	2000	Optimización robusta ( M Hubert y M Tukey) Optimización por mínimos cuadrados ordinarios	Diferencia entre los rendimientos	Minimiza el error de seguimiento a través de la ecuación de optimización	Cardinalidad, presupuesto, no ventas en corto	2 Enero 1989- 30 Diciembre 1996
<b>Zorin Borisov</b>	2002	Redes neuronales	Diferencia entre el índice y la cartera	Predecir las ventas	Presupuesto	3 Diciembre 2000- 10Diciembre 2001
<b>Gilli Kellezi</b>	2002	Enfriamiento simulado	Diferencia entre los rendimientos	Función ponderada entre el Tracking Error y el exceso de rendimiento penalizada por costes de transacción	Cardinalidad, límite superior e inferior , costes transacción, tamaño mínimo	Beasley et al (1999)
<b>Jansen Van Dijk</b>	2002	Branch and Bound+ optimización cuadrática	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar el Tracking Error penalizando un mayor número de activos	Cardinalidad, Presupuesto, no ventas corto	1996-1999
<b>Yu Zhang Zhou</b>	2003	Optimización Kuhn Tucker	Diferencia de los rendimientos	Maximizar la rentabilidad	La rentabilidad no puede estar por debajo de la rentabilidad del índice	Junio 2000-Mayo 2001
<b>Beasley Chang Meade</b>	2003	Algoritmo genético	Desviación típica de los rendimientos	Función ponderada entre el Tracking Error y el exceso de rendimiento	Cardinalidad, Presupuesto, no ventas corto, coste transacción, límite superior e inferior	Beasley et al (1999)
<b>Okay Akman</b>	2003	Branch and Bound +Programación entera mixta Optimización no lineal	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar el Tracking Error	Cardinalidad, no ventas en corto, coste de transacción y límite superior e inferior	Beasley et al (2003) Hang Seng

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Metodología</b>	<b>Definición Tracking Error</b>	<b>Función a optimizar</b>	<b>Restricciones</b>	<b>Datos fecha</b>
<b>Derings Nickel</b>	2003	Enfriamiento simulado	Varianza de la diferencia rendimiento índices y cartera de seguimiento	Minimizar la varianza Tracking Error penalizando los límites superiores e inferiores en los pesos de los activos, o los costes de transacción, o los cambios de cartera	Presupuesto, Límites superiores e inferiores, límite futuro índice, costes transacción , restricciones sobre activos individuales, cardinalidad, restricción sobre efectivo, restricciones cambio cartera	1 Mayo 2001-18 Julio 2001
<b>Focardi Fabozzi</b>	2004	Clúster jerárquico	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar la distancia euclídea entre precios para formar clúster	No hay	Enero 1996-Junio 1996 Febrero 2003-Febrero 2004
<b>Alexander Dimitriu</b>	2005	Mínimos Cuadrados Ordinarios	Diferencia entre los rendimientos de la cartera y el índice	Minimizar la varianza del Tracking Error, Roll(1992). Maximizar la cointegración logaritmo índice contra los logaritmos de componentes índice	Cardinalidad y costes de transacción pero no en optimización	Enero1990-Diciembre2003
<b>Dunis Ho</b>	2005	Mínimos Cuadrados Ordinarios	Diferencia entre los rendimientos de la cartera y el índice	Maximizar la cointegración logaritmo índice contra los logaritmos de componentes índice	Cardinalidad y costes de transacción pero no en optimización	Diciembre 2001-Junio2003
<b>Oh Kim Min</b>	2005	Algoritmo genético	Varianza diferencia de los rendimientos índice cartera	Minimizar el producto de las diferencias cuadráticas entre ponderaciones activos en la cartera y ponderaciones activos en el índice multiplicada por la varianza de la beta de cada activo	Cardinalidad, betas igual a uno	Enero 1999- Diciembre 2001
<b>Fang Wang</b>	2005	Optimización biobjetivo	Desviación absoluta Tracking Error (MAD)	Maximizar exceso de rendimiento y minimizar Tracking Error.	Presupuesto, no ventas en corto	Enero 1999- Diciembre 2001
<b>Gaivoronski Krylov Van der Wijst</b>	2005	Optimización estocástica	Varias definiciones basadas en el concepto de trayectoria	Minimizar distintas medidas de riesgo y Tracking Error	Cardinalidad, límite superior e inferior, costes transacción	Enero 1997-Diciembre 1999
<b>Dose Cincotti</b>	2005	Clúster jerárquico+ optimización	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar la distancia euclídea entre precios y entre correlaciones para formar clúster (selección) y optimizar la función de Beasley et al (2003) en la optimización	Cardinalidad y límite pesos	2001-2004

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Metodología</b>	<b>Definición Tracking Error</b>	<b>Función a optimizar</b>	<b>Restricciones</b>	<b>Datos fecha</b>
<b>Coleman Li Henniger</b>	2006	Optimización gradual no convexa	Varianza de los rendimientos	Minimizar el Tracking Error penalizando un mayor número de activos	Presupuesto, no ventas corto	Beasley et al (1999)
<b>Oh Kim Min Lee</b>	2006	Algoritmo genético	Varianza de los rendimientos	Minimizar el producto de las diferencias cuadráticas entre la cartera y el índice multiplicada por la varianza de la beta de cada activo	Cardinalidad, betas cartera es suma betas individuales	Enero 1996- Diciembre 2001
<b>Corielli Marcellino</b>	2006	Modelo factorial lineal Optimización	Varianza de los rendimientos	Minimizar el cuadrado de las diferencias entre el índice y la cartera de réplica	Cardinalidad	Enero 1997-Junio 2000
<b>Yao Zhang Zhou</b>	2006	Optimización lineal estocástica de control cuadrático	Diferencia de los rendimientos entre el índice y la cartera	Minimizar el valor actual de la diferencia de rendimientos entre la cartera y el índice	Cardinalidad, ventas a corto.	2001-2002
<b>Posch Kreiner</b>	2006	Análisis digital Newcomb–Benford	Diferencia de los rendimientos entre el índice y la cartera	Maximizar la probabilidad de acertar el movimiento del índice a partir de variables económicas	No hay	2000-2003
<b>Maringer Oyewumi</b>	2007	Evolución diferencial (DE)	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar Tracking Error	Cardinalidad, proporciones, presupuesto y cantidades enteras	Marzo 2000-Noviembre 2006
<b>Colwell El Hassan Kang Kwon</b>	2007	Minimización riesgo local	Varianza del error de seguimiento	Minimizar el riesgo local (medida de riesgo ValueAt Risk)	No hay	2 Enero 2003-30 Junio 2003
<b>Di Tollo</b>	2008	Búsqueda Tabú +optimización cuadrática Steepest descent +optimización cuadrática First descent +optimización cuadrática	Varianza de la diferencia de rendimiento	Minimizar el riesgo de la cartera	Rentabilidad, Tracking Error, no ventas a corto, presupuesto	Beasley et al 2003
<b>Maurer</b>	2008	Alexander et al (2005) Optimización dinámica continua (Muller (2000))	Diferencia entre los rendimientos	Maximizar la cointegración índice contra los componentes de índice. Maximizar una función ponderada de rentabilidad riesgo y covarianza de los activos	No hay	1986-2008
<b>Maringer</b>	2008	Evolución diferencial	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar Tracking Error con aversión al riesgo	Presupuesto, limite superior e inferior, cantidades enteras	Marzo 2000-Noviembre 2006

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Metodología</b>	<b>Definición Tracking Error</b>	<b>Función a optimizar</b>	<b>Restricciones</b>	<b>Datos fecha</b>
<b>Van Monfort Visser Van Draat</b>	2008	Optimización cuadrática	Diferencia cuadrática de los rendimientos	Minimizar el cuadrado de las diferencias de los rendimientos del índice y la cartera de seguimiento	Presupuesto, límite superior e inferior y costes de transacción	Julio 2003-Junio 2005
<b>Guijarro Moya</b>	2008	Análisis componentes principales + optimización	Diferencia cuadrática de los rendimientos	Minimizar diferencia cuadrática de los rendimientos	Presupuesto	Enero 2004-Diciembre 2006
<b>Primbs Sung</b>	2008	Optimización estocástica de control	Cuadrado de las diferencias en rendimiento	Minimizar el Tracking Error ponderado por un factor de descuento	Límite superior e inferior, no ventas a corto y probabilidad de pérdidas	Noviembre 2004-Febrero 2008
<b>Jeurissen Van der Berg</b>	2008	Algoritmo genético + Optimización cuadrática	Varianza de los rendimientos	Minimizar la desviación Tracking Error	Presupuesto, no negatividad, cardinalidad (no en restricción)	01/01/2001-04/05/2004
<b>Canakgoz Beasley</b>	2009	Optimización lineal entera mixta	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar una función ponderada sobre el alfa y el beta del modelo CAPM de los rendimientos de la cartera contra el índice o un modelo con dos etapas donde la primera fase sea conseguir un alfa igual a cero y en una segunda etapa una beta igual a uno o un modelo de tres etapas que comprende el de dos y añade el objetivo de minimizar los costes de transacción	Cardinalidad, límite superior e inferior, presupuesto, costes de transacción, no ventas a corto	Beasley et al 2003
<b>Krink Mittnik Paterlini</b>	2009	Evolución diferencial+ Búsqueda combinatoria Optimización cuadrática	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar Tracking Error	Cardinalidad, proporciones, presupuesto cambio de cartera y no ventas a corto	2005-2007 2002-2003
<b>Torrubiano Suárez</b>	2009	Algoritmo genético + Optimización cuadrática	Media cuadrado diferencia entre rendimientos	Minimizar la media del cuadrado del error entre los rendimientos de la cartera y el índice	Presupuesto, no ventas a corto, Limite superior e inferior cardinalidad	Beasley et al (2003)
<b>Liang Liu</b>	2009	Análisis escenarios	Varianza de la diferencia rendimiento índices y cartera de seguimiento	Minimizar el Tracking Error	Cardinalidad, presupuesto y rentabilidad objetivo	No hay
<b>Kopman Scott Liu Shaw</b>	2009	Método relajación lagrangiana Método binario Método heurístico (Jansen y Van Dijk (2002))	Varianza de la diferencia rendimiento índice y cartera de seguimiento	Maximizar una función ponderada entre el rendimiento y el riesgo de cartera	Cardinalidad, presupuesto y límite superior e inferior	Datos a 31-ene-08. No expresa periodo.

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Metodología</b>	<b>Definición Tracking Error</b>	<b>Función a optimizar</b>	<b>Restricciones</b>	<b>Datos fecha</b>
<b>Chavez Bedoya Birge</b>	2009	Optimización no lineal multiobjetivo	Varianza de la diferencia rendimiento índice y cartera de seguimiento	Maximizar la función ponderada entre la correlación de los rendimientos del índice y la cartera menos el ratio entre las desviaciones típicas de los rendimientos del índice y la cartera	Cardinalidad, límite superior e inferior, presupuesto, costes de transacción y cambios en pesos cartera	2006-2007
<b>Stoyan Kwon</b>	2010	Optimización estocástica entera mixta	Diferencia entre los rendimientos	Minimizar una función ponderada con el Tracking Error, los costes de transacción y la exposición al sector bursátil	Cardinalidad, exposición sectorial, costes de transacción, presupuesto, números enteros, proporciones y no ventas corto.	Diciembre 2004-Diciembre 2005
<b>Chen Kwon</b>	2010	Programación robusta entera mixta	Desviación típica de los rendimientos	Maximizar la similitud entre los rendimientos del índice y la cartera	Cardinalidad, presupuesto, no negatividad y límite superior	2006-2008
<b>Zhang Maringer</b>	2010	Evolución diferencial	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar Tracking Error	Cardinalidad, Coste de transacción, límite superior e inferior, no ventas a corto, cantidades enteras	Enero 2004-Diciembre 2007
<b>Zhu Chen Wang</b>	2010	Optimización de partículas Algoritmo genético	Desviación típica de los rendimientos	Función ponderada entre el Tracking Error y el exceso de rendimiento	Cardinalidad, límite superior e inferior, costes transacción, no ventas a corto	Enero2007- Diciembre 2007
<b>Grobys</b>	2010	Optimización cuasi máximo verosímil	Diferencia entre los rendimientos	Minimiza la varianza del error de seguimiento, Roll (1992). Maximizar la cointegración en la ecuación de regresión índice contra componentes en logaritmos	Presupuesto, no ventas a corto, cambio de cartera, limite superior, cardinalidad, costes de transacción	2006-2009
<b>Giannakouris Vassiliadis Dounias</b>	2010	Algoritmos de hormigas -Firefly	Desviación típica de los rendimientos	Maximizar el ratio de Sortino	Presupuesto, cardinalidad, Limite superior e inferior, nivel de Tracking	2008-2009
<b>Jianfu Shuna</b>	2010	Simulación Bootstrap	Varianza de la diferencia de los rendimientos cartera e índice	Minimizar el Tracking Error	Presupuesto, límite superior e inferior	5 Enero 2009 - 30 Diciembre 2009
<b>Ghandar Michalewicz Zurbrueg Cheong</b>	2010	Algoritmo evolucionario +lógica fuzzy	Diferencia entre los rendimientos	Optimizar una función multiobjetivo sobre indicadores técnicos y fundamentales	Cardinalidad, costes de transacción	2003-2010



<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Metodología</b>	<b>Definición Tracking Error</b>	<b>Función a optimizar</b>	<b>Restricciones</b>	<b>Datos fecha</b>
<b>Fastrich Paternilli Winker</b>	2011	Algoritmo híbrido heurístico	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar el Tracking Error penalizando los pesos de los activos	Cardinalidad, límite superior e inferior, costes transacción, no ventas a corto	2005-2008 2002-2003 2006-2008
<b>Chen Chen</b>	2011	Algoritmo genético adaptativo + búsqueda de patrones Algoritmo genético Algoritmo genético adaptativo	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar el Tracking Error	Cardinalidad, presupuesto no ventas en corto.	4 Enero 2010-31 Diciembre 2010
<b>Hong Ziao</b>	2011	Optimización lineal	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar una función que penaliza el Tracking Error con un parámetro que recoge las fluctuaciones del índice	Presupuesto, cardinalidad, límite superior e inferior y penalización de la liquidez	No hay
<b>Guastaroba Speranza</b>	2012	Búsqueda kernel+ optimización lineal entera mixta	Desviaciones absolutas de los rendimientos en trayectoria	Minimizar desviaciones absolutas Tracking Error en forma de trayectoria	Cardinalidad, presupuesto, límite superior e inferior, costes transacción	Beasley et al (2003)
<b>Mezali Beasley</b>	2012	Optimización Entera Mixta lineal	Diferencia de los rendimientos del índice y la cartera	Minimizar la diferencia del máximo absoluto entre los rendimientos Minimizar el promedio de la absoluta diferencia entre rendimientos	Cardinalidad, límite superior e inferior, costes de transacción, no ventas en corto, presupuesto	Beasley et al (2003)
<b>Scozzari Tardella Paterlini Krink</b>	2012a	Optimización cuadrática Entera mixta Algoritmo híbrido heurístico (Fastrich et al 2011)	Desviación típica de los rendimientos	Minimizar el Tracking Error	Presupuesto, límite superior e inferior, cardinalidad, cambio de cartera, límite de concentración (UCITS)	Abril 2002-Diciembre 2003 Marzo 2005-Diciembre 2006 Mayo 2006- Enero 2008 Noviembre 2005-Julio 2007
<b>Wang Xu Xu Xue</b>	2012	Optimización lineal entera 0-1 Algoritmo genético híbrido Ruíz Torrubiano y Suárez (2009)	Media del valor absoluto de los rendimientos (MAD)	Minimizar el Tracking Error	Cardinalidad, límite superior e inferior, presupuesto y restricciones cvar	Beasley et al (2003) Hang Seng FTSE
<b>Chiam Tan Al Mamun</b>	2013	Optimización evolutiva multiobjetivo	Media de la diferencia cuadrada de los rendimientos	Minimizar el Tracking Error y los costes de transacción	Cantidades enteras, presupuestos, límite superior e inferior, no ventas en corto	Beasley et al (2003)

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Mercado</b>	<b>Innovación</b>	<b>Resultado</b>
<b>Rudd</b>	1980	Multiperiodo	SP 500	Diversos niveles de estratificación del SP 500	La estratificación debe usar la optimización por el aumento de complejidad
<b>Meade Salkin</b>	1989	Multiperiodo	Topix	Diversas formas de estratificación	La imposición de restricciones en la capitalización y restricciones de estratificación empeora los resultados.
<b>Meade Salkin</b>	1990	Multiperiodo	FTSE 100	Manejo de fondos de inversión	Los ajustes del fondo ante comportamientos del índice generan menores costes de transacción que los ajustes periódicos
<b>Shapcott</b>	1992	Uniperiodo	FTSE 100	Algoritmos genéticos	No logra encontrar un óptimo global a la función objetivo
<b>Roll</b>	1992	No detallado	No detallado	Definición de la varianza del Tracking Error	Los TEV son carteras que pueden ser mejorados por otras carteras más eficientes en media-riesgo
<b>Worzel Vassiadou-Zeniou Zenios</b>	1993	Multiperiodo	Salomon Brothers Mortgage Index	Optimización y uso de mercado de bonos	Ambos métodos realizan un seguimiento preciso aunque el método de la utilidad tiene más perspectivas de desarrollo
<b>Adcock Meade</b>	1994	Multiperiodo	FTSE AllStars	Función objetivo y método estimación	Realiza un index tracking con tiempo de resolución pequeño
<b>Tabata Takaeda</b>	1995	Uniperiodo	NYSE	Método optimización	Desarrollo de un algoritmo para minimizar el Tracking Error pero sin tener en cuenta condiciones reales de mercado
<b>Connor Leland</b>	1995	No hay	No hay	Tener en cuenta el efectivo	El tener cash aumenta el error de seguimiento
<b>Eddelbüttel</b>	1996	Uniperiodo	DAX30	Algoritmo genético híbrido	La reducción de activos no produce un incremento del Tracking Error significativo
<b>Rudolf Wolter Zimmermann</b>	1999	Uniperiodo	MSCI USA, MSCI Japón, MSCI Alemania, MSCI Suiza, MSCI Mundo	Medidas del tracking	Cada medida arroja unos resultados diferente dando constancia de seleccionar bien el objetivo y la medida a optimizar
<b>Bamberg Wagner</b>	2000	Multiperiodo	DAX 30	Uso estimadores M	Los estimadores M no garantiza una superioridad en los resultados
<b>Zorin Borisov</b>	2002	Multiperiodo	Dow Jones Riga stock	Metodología	Resultados aceptables pero no muy destacados

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Mercado</b>	<b>Innovación</b>	<b>Resultado</b>
<b>Gilli Kellezi</b>	2002	Multiperiodo	Beasley et al (1999)	Uso Threshold Accepting	Uso eficiente Threshold Accepting con condiciones reales de mercado
<b>Jansen Van Dijk</b>	2002	Uniperiodo	FTSE100 SP100 FTSE 250 MSCI Telecom	Función objetivo y uso Branch and Bound	Branch and bound proporciona menor Tracking Error
<b>Yu Zhang Zhou</b>	2003	Multiperiodo	HSI	Formulación de la optimización y desarrollo de un modelo multietapas	Las carteras aleatorias pueden ser no eficientes en término de Index Tracking
<b>Beasley Chang Meade</b>	2003	Multiperiodo	Hang Seng DAX Ftse SP 100 Nikkei	Revisión bibliográfica , base de datos disponible	algoritmo genético con restricciones y pocos activos generan bajo Tracking Error en índices con muchos componentes
<b>Okay Akman</b>	2003	Multiperiodo	Beasley et al (2003) Hang Seng	Uso de agregación de restricciones	La reducción de restricciones no impide generar un Tracking Error bajo
<b>Derings Nickel</b>	2003	Multiperiodo	DAX 30	Condiciones reales de los fondos de inversión. Uso de futuros.	La varianza del Tracking Error sobre el DAX es inferior al 2,5%
<b>Focardi Fabozzi</b>	2004	Uniperiodo	SP 500	Uso del clustering para determinar carteras de seguimiento	Proposición de una metodología para desarrollar Index Tracking con clúster jerárquico
<b>Alexander Dimitriu</b>	2005	Multiperiodo	DJIA	Uso de la cointegración para determinar si la cartera es óptima para el Index tracking	Hay un alto grado de cointegración y el Tracking Error es relativamente bajo
<b>Dunis Ho</b>	2005	Multiperiodo	Eurostoxx 50	Uso de la cointegración para determinar si la cartera es óptima para el Index Tracking	Hay un alto grado de cointegración y el Tracking Error es relativamente bajo
<b>Oh Kim Min</b>	2005	Multiperiodo	Kospi 200	Uso de la beta para Index Tracking	Permite minimizar el Index Tracking salvo si el mercado es plano

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Mercado</b>	<b>Innovación</b>	<b>Resultado</b>
<b>Fang Wang</b>	2005	Multiperiodo	Shangai 180	Uso de la lógica fuzzy para modelar la función objetivo	Es aplicable la lógica fuzzy para modelar objetivos múltiples
<b>Gaivoronski Krylov Van der Wijst</b>	2005	Multiperiodo	Oslo Stock Exchange	Concepto de trayectoria. Reglas decisión según costes transacción e información de mercado	No puede determinar que definición del Tracking Error es mejor
<b>Dose Cincotti</b>	2005	Multiperiodo	SP 500	Uso de varias formas de clustering	En términos de Tracking Error los resultados no son los esperados
<b>Coleman Li Henniger</b>	2006	Multiperiodo	Beasley et al (2003)	Compara con Jansen y Van Dijk (2002) y Beasley et al (1999) Método de optimización	Produce errores de seguimiento aceptables con costes ajustados y en un tiempo razonable
<b>Oh Kim Min Lee</b>	2006	Multiperiodo	Kospi 200	Uso de la ponderación por sectores	Efectivo algoritmo genético a corto plazo y en mercados estables
<b>Corielli Marcellino</b>	2006	Multiperiodo	Eurostoxx 50	Análisis factorial	Mejora a una selección de activos si se compara con una estimación de rendimientos o de los precios del índice contra sus componentes
<b>Yao Zhang Zhou</b>	2006	Multiperiodo	HSI y SP500	Metodología	Capaz de seguir al índice en los periodos alcistas y bajistas
<b>Posch Kreiner</b>	2006	Multiperiodo	SP500 DJIA	Metodología	Resultados por encima del índice de referencia
<b>Maringer Oyewumi</b>	2007	Multiperiodo	DJIA 64	Uso evolución diferencial	Lograr seguir al índice con pocos componentes. El uso de periodos in sample muy grandes no aporta mucha información. El Tracking Error no se ve muy afectado por la cardinalidad
<b>Di Tollo</b>	2008	Multiperiodo	Beasley et al 2003	Formulación y algoritmo híbrido	El método Steepest Descent mejora a los demás.
<b>Colwell El Hassan Kang Kwon</b>	2007	Uniperiodo	diez activos SP 500	Método de optimización	Igualdad entre minimización del riesgo local y Tracking Error varianza
<b>Maurer</b>	2008	Multiperiodo	FTSE 100 DJI DJCA	Método optimización continua	La estrategia de cointegración da mejores resultados que la continua en el Index Tracking

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Mercado</b>	<b>Innovación</b>	<b>Resultado</b>
<b>Maringer</b>	2008	Multiperiodo	DJIA 65	TE definido como aversión al riesgo. Estudio del trade off entre tiempo de computación, población y número de generaciones	De es estable con respecto a la población, generaciones y tiempo de computación. La aversión al riesgo tiene efectos muy pequeños sobre las decisiones de inversión.
<b>Van Monfort Visser Van Draat</b>	2008	Multiperiodo	MSCI	Usar varios métodos de selección de activos	Más activos menos error de seguimiento y no todos los métodos de selección de activos son óptimos
<b>Guijarro Moya</b>	2008	Multiperiodo	Eurostoxx 50 CAC DAX Footsie IBEX 35	No determina el número de componentes en cartera, el análisis de componentes sobre residuos regresión rentabilidad índice componentes	Mejora a otros trabajos de la literatura y obtiene un Tracking aceptable
<b>Primbs Sung</b>	2008	Multiperiodo	5 activos	Metodología	Usa muy pocos activos pero el seguimiento es factible
<b>Jeurissen Van der Berg</b>	2008	Multiperiodo	AEX Index	Algoritmo híbrido	Resolución rápida optimización. Mejora la selección de los activos más capitalizados
<b>Canakgoz Beasley</b>	2009	Multiperiodo	Beasley et al (2003 ) más SP 500 Russell 2000 y Russell 3000	Metodología tres etapas	El seguimiento es mejor en términos de tiempo que el heurístico pero los resultados de Beasley et al 2003 son mejores
<b>Krink Mittnik Paterlini</b>	2009	Multiperiodo	Nikkei 225 Dow Jones 65	Uso DECS. Soluciones iniciales generadas por top k pesos top k menos correlaciones y aleatorias para el algoritmo	Soluciones iniciales con los activos de mayor peso en el índice son inicios óptimos del algoritmo. El DECS obtiene los mismos resultados que QP. Aumenta los activos disminuye el TE
<b>Torrubiano Suárez</b>	2009	Multiperiodo	Beasley et al (2009)	Algoritmo híbrido	Hace un seguimiento correcto que se ve dificultado por la correlación entre activos. No tiene en cuenta los costes de transacción
<b>Liang Liu</b>	2009	Uniperiodo	Opciones SP500	Uso opciones	Derivación de un modelo estático de Index Tracking con opciones
<b>Kopman Scott Liu Shaw</b>	2009	Uniperiodo	SAP 100 FT100 DAP 500 FR 2000 FR 3000	Uso nuevo método	Mejora a los métodos con los que se compara con un tiempo razonable

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Mercado</b>	<b>Innovación</b>	<b>Resultado</b>
<b>Chavez Bedoya Birge</b>	2009	Uniperiodo	SP 500	Función objetivo y metodología	Los resultados dependen mucho de los activos más capitalizados
<b>Stoyan Kwon</b>	2010	Multiperiodo	TSX	Uso de la programación estocástica entera mixta y análisis de escenarios	Es capaz de realizar un Index Tracking ajustado al valor del índice
<b>Chen Kwon</b>	2010	Uniperiodo	S&P100	Optimización robusta	Optimización robusta y bajo TE
<b>Zhang Maringer</b>	2010	Multiperiodo	5 fondos inversión sobre SP500	Replica fondos inversión. Extensión problema original con Aversión al riesgo, exceso de rendimiento, estrategias de calendario y de umbral.	La replicación de index funds es factible con pocos activos
<b>Zhu Chen Wang</b>	2010	Uniperiodo	SP 500 Ftse 100 SSE50	Uso Optimización partícula	Optimización partículas mejor que algoritmo genético
<b>Grobys</b>	2010	Multiperiodo	OMX	Método de estimación de las ecuaciones	En el mercado sueco las carteras cointegradas producen más rentabilidad con una menor volatilidad
<b>Giannakouris Vassiliadis Dounias</b>	2010	Uniperiodo	SP 500	Uso de un nuevo algoritmo mixto	Mejora la búsqueda que las técnicas clásicas pero como desventaja tiene que hace un esfuerzo computacional y no usa parámetros optimizados
<b>Jianfu Shuna</b>	2010	Uniperiodo	180 Index Shanghai Components	Metodología	A mayor correlación menor error de seguimiento
<b>Ghandar Michalewicz Zurbruegg Cheong</b>	2010	Multiperiodo	ASX200 index	Metodología	Genera un Index Tracking por debajo del 2% excepto en el último año (2009-2010)
<b>Fastrich Paternilli Winker</b>	2011	Multiperiodo	DAX 100 DJIA 65 SP 500	Algoritmo híbrido función penalizadora de pesos en cartera	La aplicación de técnicas de regularización estadística permite nuevas formas de afrontar el problema de seguimiento de un índice.
<b>Chen Chen</b>	2011	Uniperiodo	HUSHEN 300	Algoritmo híbrido	Mejora a los otros algoritmos en términos de Tracking Error
<b>Hong Ziao</b>	2011	Uniperiodo	HUSHEN 300	Restricción liquidez	Hace predicciones a cinco y diez días y a cinco días consigue mejor Tracking Error
<b>Guastaroba Speranza</b>	2012	Multiperiodo	Beasley et al (2009)	Búsqueda kernel y optimizaciones lineales enteras	Compara sus resultados con Beasley et al (2003) y produce resultados similares.

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Mercado</b>	<b>Innovación</b>	<b>Resultado</b>
<b>Mezali Beasley</b>	2012	Uniperiodo	Beasley et al (2009)	Tipos de costes de transacción	Se consiguen buenos resultados fuera de la muestra.
<b>Scozzari Tardella Paterlini Krink</b>	2012a	Multiperiodo	Dow Jones 65 Dax 100 SP100 Nikkei 225	Optimización cuadrática entera mixta Reglas UCITS	La optimización es óptima para mercados pequeños, si los mercados son grandes mejor algoritmo heurístico
<b>Wang Xu Xu Xue</b>	2012	Uniperiodo	Beasley et al (2003) Hang Seng FTSE	Restricciones CVAR	Las restricciones CVAR aumentan el Tracking Error
<b>Chiam Tan Al Mamun</b>	2013	Multiperiodo	Beasley et al (2003)	Algoritmo evolucionario multiobjetivo	La optimización multiobjetivo es capaz de manejar con las restricciones reales de forma adecuada

## Anexo 2. Bibliografía seguimiento de índices mejorados

Autor	Año	Metodología	Definición Tracking error	Exceso de rendimiento	Función a optimizar	Restricciones	Datos fecha
<b>Dose Cincotti</b>	2005	Clúster jerárquico optimización	Desviación típica de los rendimientos	No determinado	Minimizar la distancia euclídea entre precios y entre correlaciones para formar clúster (selección) y optimizar la función de Beasley et al (2003) en la optimización	Cardinalidad y limite pesos	Enero 2001-Enero 2004
<b>Konno Hatagi</b>	2005	Branch and Bound	Valor absoluto diferencia rendimientos	Determinado a priori	Minimizar la diferencia con un índice plus	costes de transacción y cardinalidad	1995-1998
<b>Wu Chou Yang Ong</b>	2007	Programación por objetivos (Goal Programming)	Desviación típica de los rendimientos	Determinado a priori	Minimizar la diferencia entre los objetivos propuestos y conseguidos. Los objetivos son maximizar la tasa de rendimiento y minimizar el Tracking Error	Presupuesto y cardinalidad	2002-2005
<b>Canakgoz Beasley</b>	2009	Optimización lineal entera mixta	Desviación típica de los rendimientos	Determinado a priori	Modelo en dos etapas donde en la primera fase es conseguir una beta igual a uno dentro de un modelo CAPM y en una segunda fase maximizar alfa o al contrario o desarrollar un problema de optimización donde se consiga una beta igual a uno sujeto a conseguir determinado nivel de alfa.	Cardinalidad, limite superior e inferior, presupuesto, costes de transacción, no ventas a corto	Beasley et al 2003
<b>Chavez Bedoya Birge</b>	2009	Optimización no lineal multiobjetivo	Varianza de la diferencia rendimiento índice y cartera de seguimiento	No determinado	Maximizar la función ponderada entre la correlación de los rendimientos del índice y la cartera menos el ratio entre las desviaciones típicas de los rendimientos del índice y la cartera y el exceso de rendimiento de la cartera con respecto al índice en términos de rendimiento	Cardinalidad, limite superior e inferior, presupuesto, costes de transacción y cambios en pesos cartera	2006-2007



<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Metodología</b>	<b>Definición Tracking error</b>	<b>Exceso de rendimiento</b>	<b>Función a optimizar</b>	<b>Restricciones</b>	<b>Datos fecha</b>
<b>Lejeune SamathPaç</b>	2010	Optimización estocástica entera algoritmo aproximación outer	Diferencia cuadrática de los rendimientos	No determinado	Minimizar el riesgo de mercado	Cardinalidad, presupuesto, restricción probabilística de la varianza del índice y límite superior e inferior	Enero1997-Diciembre2006
<b>Roman Mitra Zviarovich</b>	2011	Optimización estocástica dominante de segundo orden	Media desviaciones cuadradas de los rendimientos	No determinado	Minimizar el Conditional Value At Risk	No hay	Diciembre 2006- Marzo 2009 Noviembre 2005- Marzo 2009 Septiembre 2006 –Marzo 2009
<b>Li Sun Bao</b>	2011	Algoritmo inmune multiobjetivo	Desviación típica diferencia de los rendimientos	No determinado	Minimizar el Tracking Error y maximizar el exceso de rendimiento	Cardinalidad, limite superior e inferior, cantidades enteras, costes de transacción, no ventas a corto	Beasley et al (2003)
<b>Thomaidis</b>	2011	Enfriamiento simulado algoritmos genéticos optimización de partículas	Diferencia entre los rendimientos	No determinado	Lógica fuzzy multiobjetivo. Objetivo 1: conseguir un exceso e rendimiento con respecto al índice manteniendo el riesgo total de cartera controlado. Objetivo 2:Restringir la probabilidad de un Tracking Error negativo y que la desviación típica de este sea pequeño	Cardinalidad, presupuesto y límite superior e inferior	2004-2006
<b>Guastaroba Speranza</b>	2012	Búsqueda kernel+ optimización lineal entera mixta	Desviaciones absolutas de los rendimientos en trayectoria	No determinado	Maximizar el exceso de rendimiento con respecto a un índice	Cardinalidad, presupuesto, límite superior e inferior , costes transacción y controlar el Tracking Error	Beasley et al (2003)

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Metodología</b>	<b>Definición Tracking error</b>	<b>Exceso de rendimiento</b>	<b>Función a optimizar</b>	<b>Restricciones</b>	<b>Datos fecha</b>
<b>Bruni, Cesarone Scozzari Tardella</b>	2012	Optimización estocástica dominante con programación lineal	Diferencia entre rendimientos	No determinado	Minimizar las diferencias negativas entre la diferencia de la cartera y el índice	Presupuesto, no ventas a corto y límite sobre las pérdidas acumuladas	Beasley et al (2009)
<b>Scozzari Bruni, Cesarone Tardella</b>	2012b	Optimización lineal	No determinado	No determinado	Maximizar el exceso de rendimiento	Presupuesto, no ventas a corto, cardinalidad (no optimización) y un límite del Downside Risk	Beasley et al (2009)

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Mercado</b>	<b>Innovación</b>	<b>Resultado</b>
<b>Dose Cincotti</b>	2005	Multiperiodo	SP 500	Uso de varias formas de clustering	En términos de exceso de rendimiento es capaz de superar al índice de manera consistente
<b>Konno Hatagi</b>	2005	Multiperiodo	Nikkei 225	Función a optimizar	Es capaz de conseguir un exceso de rendimiento apropiado
<b>Wu Chou Yang Ong</b>	2007	Multiperiodo	Taiwan Stock Exchange	Fijar objetivo y metodología	Es capaz de conseguir ratio de información positivos en casi todos los periodos
<b>Canakgoz Beasley</b>	2009	Multiperiodo	Beasley et al (2003) más SP 500 Russell 2000 y Russell 3000	Metodología a partir del CAPM	El exceso de rendimiento es más posible en los índices con muchos activos
<b>Chavez Bedoya Birge</b>	2009	Uniperiodo	SP 500	Función objetivo y metodología	Los resultados dependen mucho de los activos más capitalizados
<b>Lejeune SamathPaç</b>	2010	Uniperiodo	SP 500	Metodología y función objetivo	Velocidad de convergencia rápida
<b>Roman Mitra Zviarovich</b>	2011	Multiperiodo	FTSE100 Nikkei 225 SP 500	Aplicación algoritmo	Rendimiento consistente, no necesidad de restricción de cardinalidad y poco rebalanceo cartera

<b>Autor</b>	<b>Año</b>	<b>Tiempo</b>	<b>Mercado</b>	<b>Innovación</b>	<b>Resultado</b>
<b>Li Sun Bao</b>	2011	Uniperiodo	Beasley et al (2009)	Algoritmo y comparativa de los datos	Mejora a Beasley et al (2003) en los resultados de Enhanced , pero no hace optimización multiobjetivo
<b>Thomaidis</b>	2011	Uniperiodo	DJIA	Forma de la función objetivo	Los algoritmos meta heurísticos proporcionan mejores soluciones que si aplicamos una metodología Monte Carlo
<b>Guastaroba Speranza</b>	2012	Uniperiodo	Beasley et al (2009)	Algoritmo	Es capaz de generar exceso rendimiento positivo
<b>Bruni, Cesarone Scozzari Tardella</b>	2012	Uniperiodo	Beasley et al (2009)	Metodología	Es capaz de generar exceso rendimiento positivo
<b>Scozzari Bruni, Cesarone Tardella</b>	2012b	Multiperiodo	Beasley et al (2009)	Metodología simple	Es capaz de generar exceso rendimiento mejor que otras metodologías

### Anexo 3. Matrices de optimización en la medida de cointegración

La función  $f$  en la ecuación (6.9) es una representación directa del ratio  $\frac{\hat{\gamma}}{\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}}}$  donde  $\hat{\gamma}$  es el estimador por mínimos cuadrados ordinarios de  $\gamma$  y  $\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}}$  su desviación típica. Más específicamente  $f$  puede ser escrita de la manera siguiente:

$$f = \frac{|A|}{|C|} \left[ \frac{\sqrt{|B|}}{\sqrt{|C|}} \hat{\sigma}_u \right]^{-1}$$

Donde  $\hat{\gamma} = \frac{|A|}{|C|}$  es la solución de Cramer para  $\hat{\gamma}$ , obtenida de las condiciones de primer

orden de los mínimos cuadrados ordinarios de la ecuación (6.8) y  $\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}} = \frac{\sqrt{|B|}}{\sqrt{|C|}} \hat{\sigma}_u$ , donde

$\frac{\sqrt{|B|}}{\sqrt{|C|}}$  es la raíz cuadrada del elemento (1x1) de la matriz  $C^{-1}$  y donde

$$A = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^{T-p} e_{t+(p-1)} \Delta e_{t+p} & \sum_{t=1}^{T-p} e_{t+(p-1)} \Delta e_{t+(p-1)} & \sum_{t=1}^{T-p} e_{t+(p-1)} \Delta e_{t+(p-2)} & \cdots & \sum_{t=1}^{T-p} e_{t+(p-1)} \Delta e_t \\ \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)} \Delta e_{t+p} & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)}^2 & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)} \Delta e_{t+(p-2)} & \cdots & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)} \Delta e_t \\ \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-2)} \Delta e_{t+p} & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)} \Delta e_{t+(p-2)} & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-2)}^2 & \cdots & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-2)} \Delta e_t \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_t \Delta e_{t+p} & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)} \Delta e_t & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-2)} \Delta e_t & \cdots & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_t^2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)}^2 & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)} \Delta e_{t+(p-2)} & \cdots & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)} \Delta e_t \\ & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-2)}^2 & \cdots & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-2)} \Delta e_t \\ & & \vdots & \\ & & & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_t^2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^{T-p} e_{t+(p-1)}^2 & \sum_{t=1}^{T-p} e_{t+(p-1)} \Delta e_{t+(p-1)} & \sum_{t=1}^{T-p} e_{t+(p-1)} \Delta e_{t+(p-2)} & \cdots & \sum_{t=1}^{T-p} e_{t+(p-1)} \Delta e_t \\ & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)}^2 & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)} \Delta e_{t+(p-2)} & \cdots & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-1)} \Delta e_t \\ & & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-2)}^2 & \cdots & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_{t+(p-2)} \Delta e_t \\ & & & & \vdots \\ & & & & \sum_{t=1}^{T-p} \Delta e_t^2 \end{bmatrix}$$

#### Anexo 4. Compañías del DJIA a 31 de Diciembre de 2001

<b>Ticker</b>	<b>Compañía</b>
<b>IBM</b>	International Business Machines Corp.
<b>MMM</b>	Minnesota Mining & Manufacturing Co.
<b>PG</b>	Procter & Gamble Co.
<b>MSFT</b>	Microsoft Corp.
<b>UTX</b>	United Technologies Corp.
<b>JNJ</b>	Johnson & Johnson
<b>MRK</b>	Merck & Co. Inc.
<b>WMT</b>	Wal-Mart Stores Inc.
<b>CAT</b>	Caterpillar Inc.
<b>HD</b>	Home Depot Inc.
<b>C</b>	Citigroup Inc.
<b>GM</b>	General Motors Corp.
<b>KO</b>	Coca-Cola Co.
<b>MO</b>	Philip Morris Cos.
<b>DD</b>	E.I. DuPont de Nemours & Co.
<b>IP</b>	International Paper Co.
<b>GE</b>	General Electric Co.
<b>XOM</b>	Exxon Mobil Corp.
<b>SBC</b>	SBC Communications Inc.
<b>BA</b>	Boeing Co.
<b>JPM</b>	J.P. Morgan Chase & Co.
<b>AXP</b>	American Express Co.
<b>AA</b>	Alcoa Inc.
<b>HON</b>	Honeywell International Inc.
<b>INTC</b>	Intel Corp.
<b>EK</b>	Eastman Kodak Co.
<b>MCD</b>	McDonald's Corp.
<b>DIS</b>	Walt Disney Co.
<b>HWP</b>	Hewlett-Packard Co.
<b>T</b>	AT&T Corp.

Fuente: Alexander y Dimitriu (2002)

## Anexo 5. Compañías en el IBEX 35

TICKER	EMPRESA	TICKER	EMPRESA
A3TV	Antena 3	IBE	Iberdrola
ABE	Abertis	IBLA	Iberia
AUM	Aumar	IBR	Iberdrola Renovables
ACE	Acesa	IDR	Indra
ABG	Abengoa	ITX	Inditex
MTS	Mittal Arcelor	MAP	Corp Mapfre
LOR	Arcelor	MVC	Metrovacesa
ACR	Aceralia	CRF	Carrefour
ACS	Acs,Const,	NHH	Nhh
DRC	Dragados	HHU	Huarte
ACX	Acerinox	OBR	Obrascon
AGS	Ag,Barcelona	OBH	Obrascon- Huarte
ALB	Cor,Alba	OHL	Ohl
ALT	Altadis	POP	B,Popular
TAB	Tabacalera	PRS	Prisa
AMP	Amper	PRY	Pryca
AMS	Amadeus	CFR	Carrefour
CUB	Cubiertas	REE	Red Electrica
ANA	Acciona	UNI	Union Fenosa
ARG	Argentaria	PIL	Puleva
BBVA	Bbv	AVZ	Avanzit
BBVA	Bbva	RAD	Radiotrónica
BKT	Bankinter	REE	Red Electrica
BME	Bolsas Y Mercados	REP	Repsol
BTO	Banesto	SAB	Sabadell
CAN	H,Cantabrico	BCH	Central Hispano
CEP	Cepsa	SAN	Santander
FFR	Inmocaral	SCH	Santander Central Hispano
CAR	Inmocaral	SAR	Sarria
COL	Inmob Colonial	SEV	Sevillana De Electricidad
CRI	Criteria	SGC	Sogecable
ELE	Endesa	SOL	Sol Meliá
ENC	Empresa Nacional Celulosa	TEF	Telefónica
ENG	Enagas	TEM	Telf Moviles
FAD	Fadesa	TL5	Telecinco
MTF	Martinsa Fadesa	TPI	Tpi
FCC	Fcc	TPZ	Tele Pizza
AGR	Agroman	TRE	Técnicas Reunidas
FER	G,Ferrovial	TRR	Terra
CIN	Cintra	TUB	Tubacex
GAM	Gamesa	UNF	Union Fenosa
CTG	Gas Natural	URA	Uralita
GAS	Gas Natural	SYV	Sacyr Vallehermoso
GRF	Grifols	VAL	Vallehermoso
GPP	Grupo Picking Pack	VIS	Viscofan
SPS	Service Pack	ZEL	Zeltia

Fuente: Elaboración propia



## Anexo 6. Diseño de la base de datos *IBEX 35* y otras cuestiones

En la realización de una de las bases de datos de esta Tesis Doctoral, *IBEX 35*, ha debido de afrontarse múltiples problemas. Entre ellos destacamos los siguientes:

- Falta de información.
- Dispersión de la información.
- Desaparición de empresas por absorción, fusión o exclusión.

Cuando hablamos de falta de información, nos referimos a que en la página *web* de la Bolsa de Madrid solo hay datos de los dos últimos años de las empresas que cotizan actualmente. Si vamos a la página *web* de la Sociedad de Bolsas, que gestiona la Bolsa de Madrid, nos encontramos un informe de la composición del *IBEX 35* cada día. En esta *web* no hay una base de datos completa sobre precios. La cotización del *IBEX 35* sí se encontraba disponible en una base de datos en la página *web* de la Sociedad de Bolsas.

Para afrontar estos problemas, tuvimos que solicitar la información que tuvieran sobre los precios de las acciones que componían el *IBEX 35* en cada momento del tiempo; dicha información nos fue facilitada por la Sociedad de Bolsa. Para ser más concretos, recibimos todas las cotizaciones diarias desde Enero de 1996 hasta el 30 de Septiembre de 2008.

Esta información representa un gran avance con respecto a muchas bases de datos privadas. De esta forma pudimos conseguir los precios de las acciones desde 1996 que cotizaban cada día.

A partir de Septiembre de 2008 hasta Enero de 2010, la información sobre los precios de las distintas empresas ha sido obtenida desde la página *web* de la Bolsa de Madrid y desde la página *web* de Yahoo Finanzas.

Una vez conseguidas las series de precios, fue necesario depurar los datos. Para ello, realizamos una nueva búsqueda en la página *web* de la Bolsa de Madrid. Investigamos sobre los acontecimientos financieros que habían afectado al precio de las acciones, es decir, los dividendos, las ampliaciones de capital y los *splits*.

En la página *web* de la Bolsa de Madrid solo aparecían los datos sobre estas operaciones financieras desde el año 2000. Solicitamos de nuevo más información sobre las operaciones financieras realizadas en bolsa. Nos enviaron un nuevo fichero con dichas operaciones, pero había que hacer una depuración excesiva de dicho fichero. Decidimos usar los datos disponibles en la página *web*.

Esta Tesis empezó a realizarse a principios de 2010. Disponíamos de diez años de datos completos a partir de los datos enviados por la bolsa y los recolectados por nosotros desde Septiembre de 2008. Nuestra base de datos tenía una longitud muy similar a la que aparece en otros trabajos sobre seguimiento de índices, como el de Alexander y Dimitriu (2005). Es decir, diez años de datos.

El *IBEX35* es un índice bursátil que existe desde 1992, por lo que ya tiene veinte años de existencia. En este sentido debería hacerse pública, y de fácil acceso, las cotizaciones de los precios de las acciones y las operaciones financieras referidas a estas acciones, a efectos de que hubiese una investigación más prolífica que emplease el *IBEX 35* como mercado de referencia.

Una crítica común a todas las bases de datos, ya no solo en este trabajo en concreto sino en las finanzas en general, es la existencia del “caballo ganador”. Con este término hacemos referencia a que, a día de hoy, solo existen datos a largo plazo de las empresas que se han mantenido inalteradas a lo largo del tiempo, es decir, que no han sufrido ni absorciones, ni fusiones ni exclusiones, con el consecuente sesgo a la hora de invertir.

Por ejemplo, a finales de la década de los noventa podíamos invertir en Argentaria. Era un banco cotizado y por lo tanto existían sus cotizaciones. Sin embargo, el 3 de Enero del año 2000 se fusionó con otro banco llamado Banco Bilbao Vizcaya, BBV, y crearon el Banco Bilbao Vizcaya Argentaria (BBVA). Antes de la fusión podríamos haber invertido en cualquiera de los dos bancos pero a día de hoy no existen datos sobre sus precios anteriores a su fusión. La bolsa ha estado sometida a grandes cambios sobre todo debido al proceso de internacionalización de las empresas españolas desde mediados de los años noventa hacia Latinoamérica. Esto trajo consigo un aumento del tamaño y de la eficiencia mediante operaciones en bolsa.

Una vez obtenidas las series de los precios para cada empresa que cotizó en la Bolsa de Madrid desde el año 2000 hasta el año 2010, procedimos a la construcción de la base de

datos propiamente dicha. Lo primero que tuvimos que averiguar fue qué empresas formaban parte del *IBEX 35* en cada momento del tiempo. Para ello, tuvimos que ir a la página *web* de la Sociedad de Bolsas y buscar un archivo con extensión pdf que tiene la composición del *IBEX 35* en cada momento. En este fichero no aparecen los nombres de las empresas sino sus siglas bursátiles. Si la empresa no cotiza había que buscar que empresa tenía ese *ticker*.

A pesar de llamarse *IBEX 35*, ha habido varias ocasiones en la primera década del siglo XXI que el *IBEX* no tuvo treinta y cinco valores sino menos. Una vez identificadas qué empresas formaban parte del *IBEX 35* durante esos diez años, agrupamos la información de dichas empresas siempre que estuviese disponible, es decir, siempre que hubiese datos. En diez años muchas de las compañías que han pertenecido al *IBEX 35* ya no cotizan. Esto reduce la disponibilidad de datos. Esta frase en apariencia sin mucha importancia a la hora de realizar la parte práctica de la Tesis traerá bastantes complicaciones. La razón es que podemos seleccionar para la cartera de seguimiento del índice una empresa que deja de cotizar cuando forma parte de dicha cartera. En ese caso, empleamos el último precio conocido de dicha acción para tener el valor de la cartera que simula el *IBEX 35*.

En algunas fechas, las empresas que formaban parte del *IBEX35* no tenían cotización y si había un valor para la serie del *IBEX35*. En esos casos usábamos el último valor conocido de la serie antes de la ausencia del dato. Al usar los datos a partir del año 2000 nos evitamos un problema en términos de moneda. Antes del 2000 las acciones cotizaban en pesetas y a partir del año 2000 la cotización pasó a euros. Una vez construidas las series de precios, descontamos los efectos de los *splits*, dividendos y ampliaciones de capital. Una ampliación de capital es una operación financiera que aumenta el capital social de la empresa cotizada mediante la emisión de acciones nuevas o incrementando el valor nominal de las acciones existentes, ver Abascal (2000) para más detalles.

Como contrapartida el accionista debe aportar nuevos fondos a la sociedad, generando el derecho de suscripción preferente, que por lo general es inferior al precio de mercado de la acción. En el mercado aumenta el número de acciones más que los fondos que recibe la empresa cotizada, por lo que el precio de la acción tiende a bajar. Sin embargo,

esta pérdida por la bajada de los precios de las acciones se ve compensada por la venta de los derechos de suscripción o por la inversión realizada en las nuevas acciones.

Para ajustar los cambios en los precios de las acciones como consecuencia de las ampliaciones de capital, usamos la fórmula de Acosta-González (2000):

$$\frac{(Acc_1 + Acc_0)P_0}{Acc_0P_0 + Acc_1P_{des}}$$

de la expresión anterior se obtiene el factor por el que hay que multiplicar la serie de precios original para tener en cuenta las ampliaciones de capital del valor.  $Acc_1$  es el número de acciones nuevas en la ampliación de capital,  $Acc_0$  es el número de acciones antiguas,  $P_0$  es el precio en el momento anterior a la ampliación y  $P_{des}$  es el precio desembolsado por el accionista para la adquisición de la nueva acción.

Un *split* es una operación de reducción de nominal, que consiste en aumentar el número de acciones transformando cada acción antigua en n acciones nuevas que tendrán 1/n como valor nominal. El valor para los nuevos accionistas será el mismo que antes del *split*, ya que el menor valor de las acciones se verá compensado por un mayor número de ellas (acciones). Pero a efectos de serie de precios, la cotización de la acción caerá en la misma proporción que el *split*, por lo que la serie de precios debe ser ajustada.

Los dividendos son remuneraciones que reciben los accionistas de una sociedad. Esta remuneración forma parte de los beneficios de la sociedad. Al repartir dividendos en una sociedad, se produce una bajada del precio de las acciones según la cuantía de dichos dividendos. Esto se debe a que la empresa está reduciendo sus recursos propios. No obstante, esto no reduce la riqueza del accionista ya que la bajada en el precio de las acciones se ve compensada por el pago del dividendo. Así para ajustar las series de precios de las empresas cotizadas, descontamos del precio cotizado la parte proporcional del dividendo que corresponde al dividendo futuro.

## Anexo 7. Compañías del *DJIA* a 17 de Mayo de 2012

<b>Ticker</b>	<b>Compañía</b>
<b>AA</b>	Alcoa Inc.
<b>AXP</b>	American Express Company
<b>BA</b>	The Boeing Company
<b>BAC</b>	Bank of America Corporation
<b>CAT</b>	Caterpillar Inc.
<b>CSCO</b>	Cisco Systems, Inc.
<b>CVX</b>	Chevron Corporation
<b>DD</b>	E. I. du Pont de Nemours and Company
<b>DIS</b>	The Walt Disney Company
<b>GE</b>	General Electric Company
<b>HD</b>	The Home Depot, Inc.
<b>HPQ</b>	Hewlett-Packard Company
<b>IBM</b>	International Business Machines Corporation
<b>INTC</b>	Intel Corporation
<b>JNJ</b>	Johnson & Johnson
<b>JPM</b>	JPMorgan Chase & Co.
<b>KFT</b>	Kraft Foods Inc.
<b>KO</b>	The Coca-Cola Company
<b>MCD</b>	McDonald's Corp.
<b>MMM</b>	3M Company
<b>MRK</b>	Merck & Co. Inc.
<b>MSFT</b>	Microsoft Corporation
<b>PFE</b>	Pfizer Inc.
<b>PG</b>	Procter & Gamble Co.
<b>T</b>	AT&T, Inc.
<b>TRV</b>	The Travelers Companies, Inc.
<b>UTX</b>	United Technologies Corp.
<b>VZ</b>	Verizon Communications Inc.
<b>WMT</b>	Wal-Mart Stores Inc.
<b>XOM</b>	Exxon Mobil Corporation

Fuente: Elaboración propia

## Anexo 8. Compañías del DJCA a 17 de Mayo de 2012

Ticker	Compañía
AA	Alcoa Inc.
AEP	American Electric Power Co., Inc.
AES	The AES Corporation
ALK	Alaska Air Group, Inc.
AXP	American Express Company
BA	The Boeing Company
BAC	Bank of America Corporation
CAT	Caterpillar Inc.
CHRW	CH Robinson Worldwide Inc.
CNP	CenterPoint Energy, Inc.
CNW	Con-way Inc.
CSCO	Cisco Systems, Inc.
CSX	CSX Corp.
CVX	Chevron Corporation
D	Dominion Resources, Inc.
DD	E. I. du Pont de Nemours and Company
DIS	The Walt Disney Company
DUK	Duke Energy Corporation
ED	Consolidated Edison Inc.
EIX	Edison International
EXC	Exelon Corporation
EXPD	Expeditors International of Washington Inc.
FDX	FedEx Corporation
FE	FirstEnergy Corp.
GE	General Electric Company
GMT	GATX Corp.
HD	The Home Depot, Inc.
HPQ	Hewlett-Packard Company
IBM	International Business Machines Corporation
INTC	Intel Corporation
JBHT	JB Hunt Transport Services Inc.
JBLU	JetBlue Airways Corporation
JNJ	Johnson & Johnson
JPM	JPMorgan Chase & Co.
KEX	Kirby Corporation
KO	The Coca-Cola Company
KSU	Kansas City Southern
LSTR	Landstar System Inc.
LUV	Southwest Airlines Co.
MCD	McDonald's Corp.
MMM	3M Company
MRK	Merck & Co. Inc.
MSFT	Microsoft Corporation
NEE	NextEra Energy, Inc.
NI	NiSource Inc.
NSC	Norfolk Southern Corp.
PCG	PG&E Corp.
PFE	Pfizer Inc.
PG	Procter & Gamble Co.
R	Ryder System, Inc.
SO	Southern Company
T	AT&T, Inc.
TRV	The Travelers Companies, Inc.
UNH	UnitedHealth Group Incorporated
UNP	Union Pacific Corporation
UPS	United Parcel Service, Inc.
UTX	United Technologies Corp.
VZ	Verizon Communications Inc.

<b>WMB</b>	Williams Companies, Inc.
<b>WMT</b>	Wal-Mart Stores Inc.
<b>XOM</b>	Exxon Mobil Corporation

Fuente: Elaboración propia

## Anexo 9. Estudio del criterio de información bayesiano para el *DJIA* (1990-2001)

<b>Reta rdos</b>	<b>Todos los datos de muestra y todos los activos</b>	<b>750 primeras observaciones y todos los activos</b>	<b>750 primeras observaciones y cartera de 5 activos *</b>	<b>750 primeras observaciones y cartera de 10 activos **</b>
<b>1</b>	0,0405	-0,3527	5,6027	5,1385
<b>2</b>	0,0401	-0,3433	5,6112	5,1466
<b>3</b>	0,0409	-0,336	5,6209	5,1535
<b>4</b>	0,0434	-0,3298	5,6275	5,1569

\* Los cinco primeros activos Anexo 4

\*\* Los diez primeros activos Anexo 4.



## Anexo 10. Análisis de la cointegración de las carteras en el seguimiento de índices

En este Anexo vamos a analizar los valores del estadístico Dickey-Fuller aumentado (DFA) y los compararemos con los valores críticos del contraste de Engle y Granger generados en el Capítulo 6 a partir de la metodología de Mackinnon, Mackinnon (1990). Si el mercado de referencia es el *Dow Jones Industrial Average* (1993-2001), creamos las Figuras que van desde la Figura 55 hasta la 59. Nuestra técnica genera unos valores de Dickey-Fuller aumentado que garantizan la cointegración en cada momento.

Figura 55: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *DJIA* en carteras con 5 activos

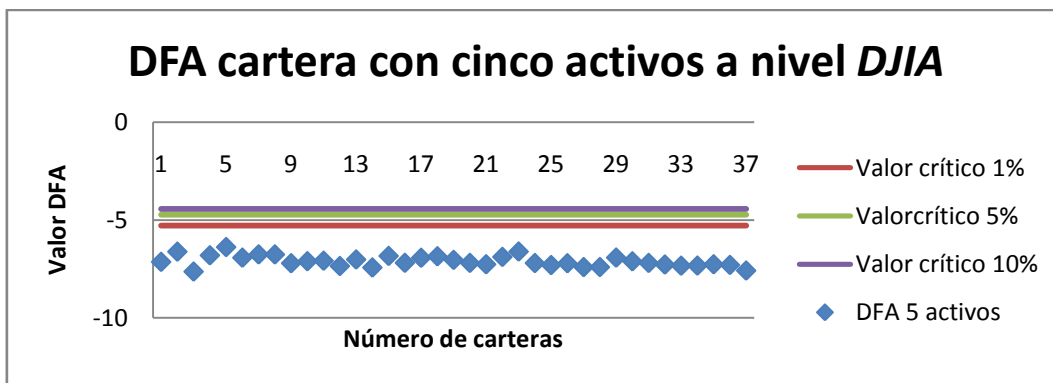


Figura 56: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *DJIA* en carteras con 10 activos

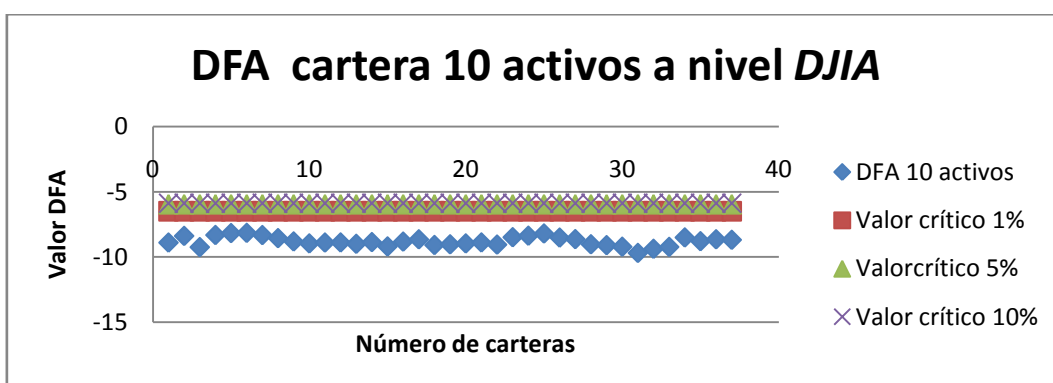


Figura 57: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el DJIA en carteras con 15 activos

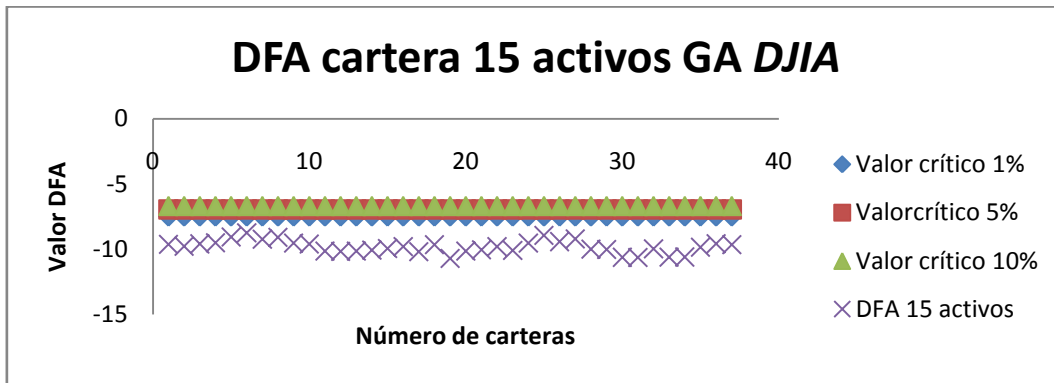


Figura 58: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el DJIA en carteras con 20 activos

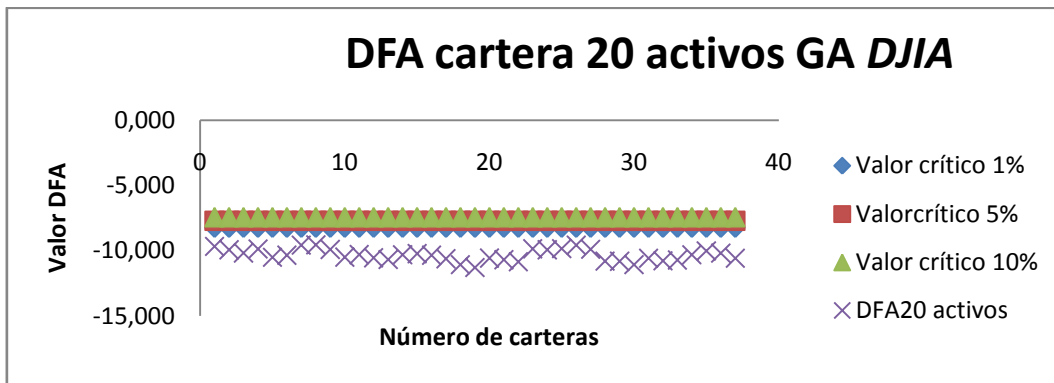
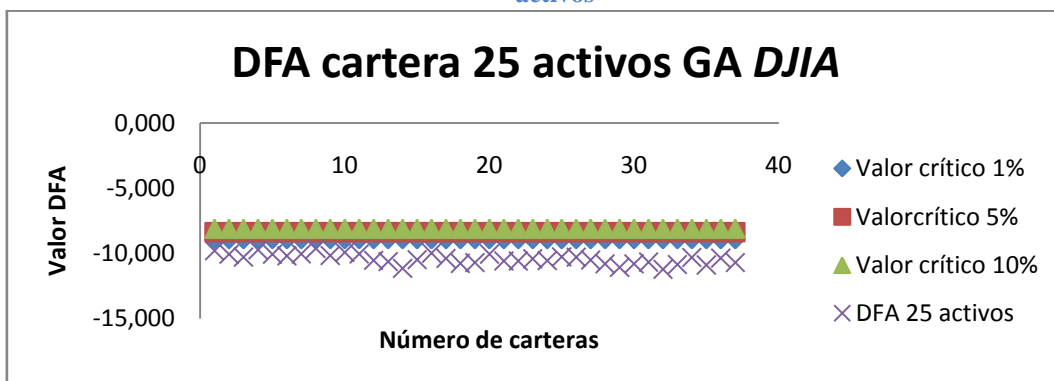


Figura 59: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el DJIA en carteras con 25 activos



Si el mercado de referencia es el *IBEX 35*, las Figuras generados van desde la 60 hasta la 63. La idea esencial es la misma que en el *Dow Jones Industrial Average*.

Figura 60: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX35* en carteras con 5 activos

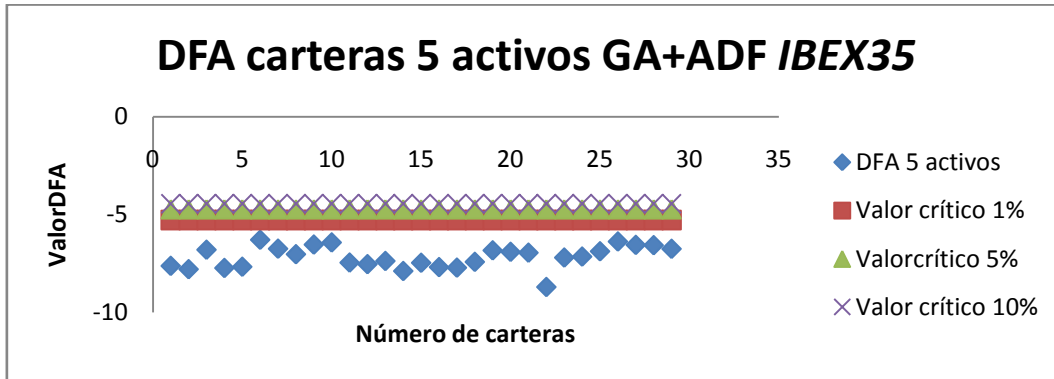


Figura 61: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX35* en carteras con 10 activos

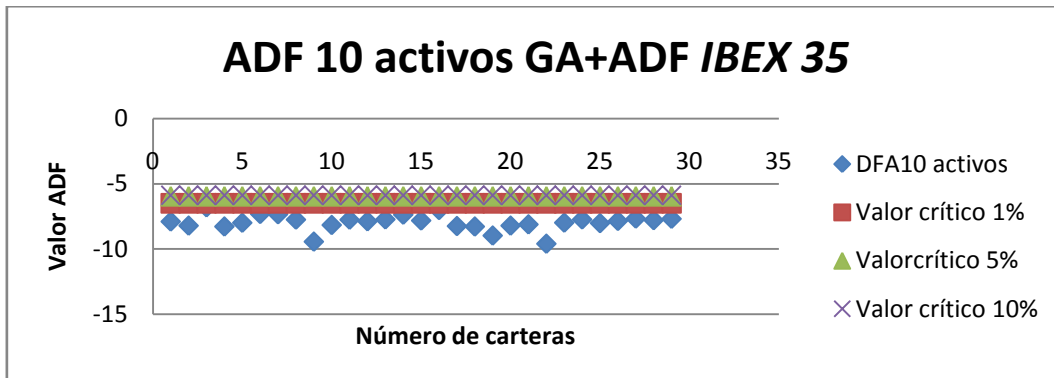


Figura 62: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX35* en carteras con 15 activos

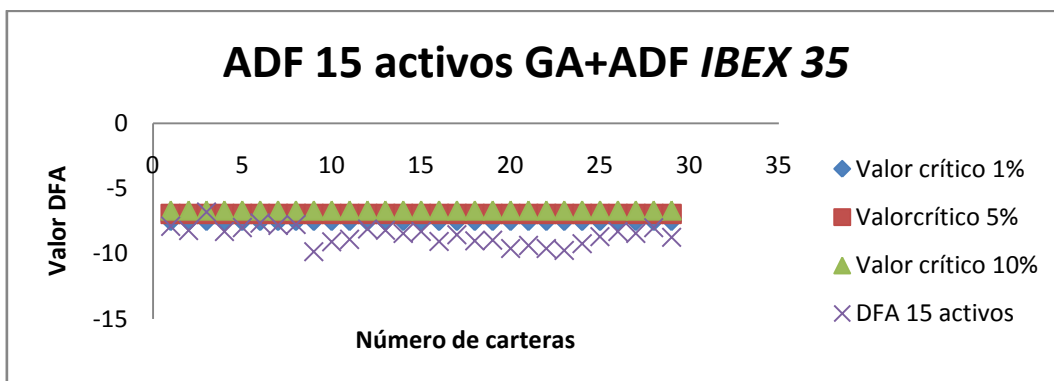
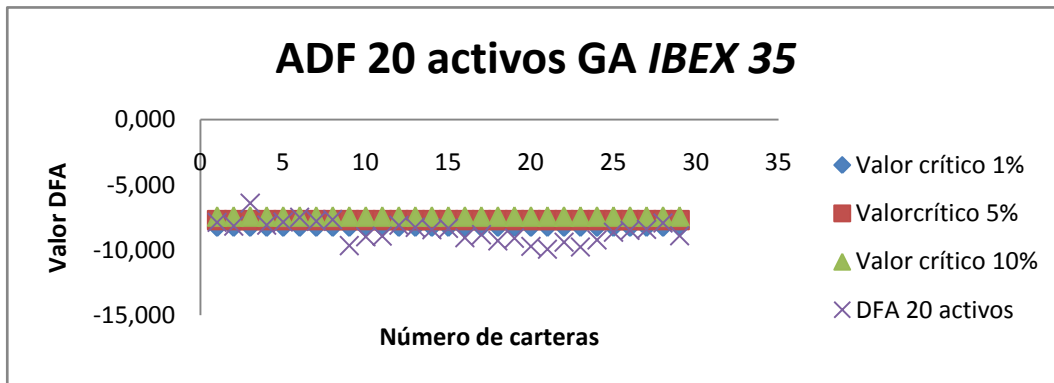


Figura 63: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX35* en carteras con 20 activos



En las Figuras que van desde la Figura 64 hasta la 67 recopilamos el comportamiento de la cointegración en el *Dow Jones Composite Average*. Nuestra metodología proporciona valores cointegrados en las carteras que siguen al índice.

Figura 64: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *DJCA* en carteras con 5 activos

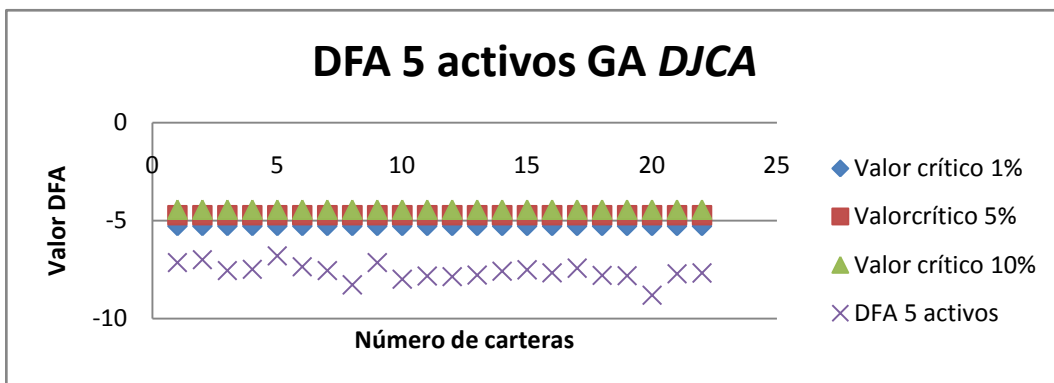


Figura 65: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *DJCA* en carteras con 10 activos

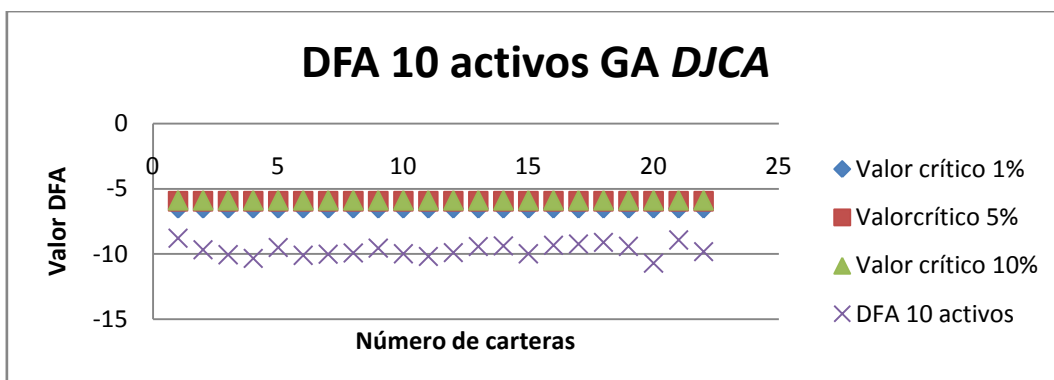


Figura 66: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *DJCA* en carteras con 15 activos

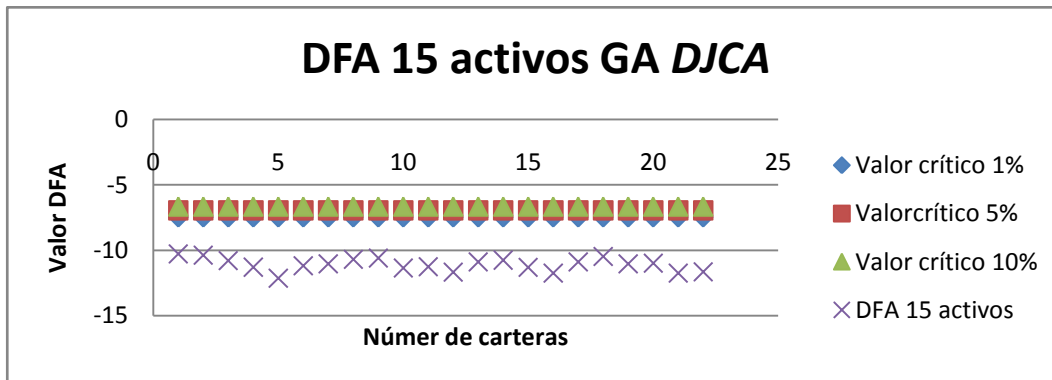
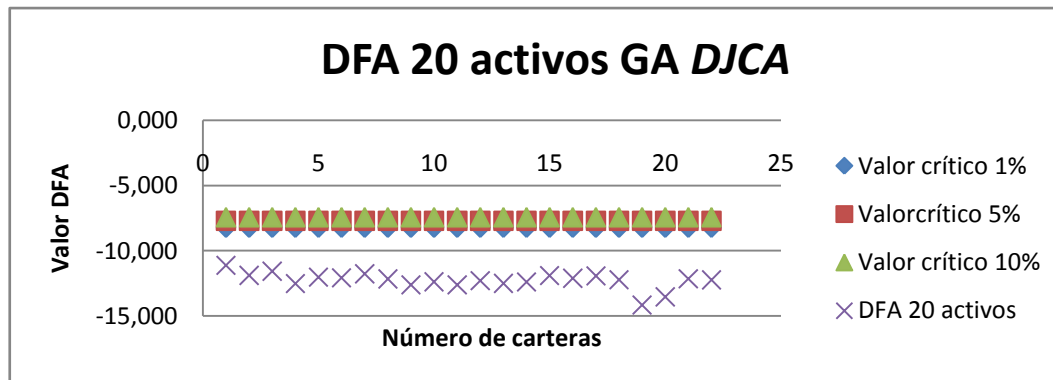


Figura 67: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *DJCA* en carteras con 20 activos



Las Figuras que van desde la Figura 68 hasta la 71 recopilan el comportamiento de la cointegración si el mercado de estudio es el *Dow Jones Industrial Average* en el periodo 2007-2012. Como en el resto de los mercados estudiados nuestra técnica produce valores cointegrados para todas las carteras creadas.

Figura 68: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *DJIA* (07-12) en carteras con 5 activos

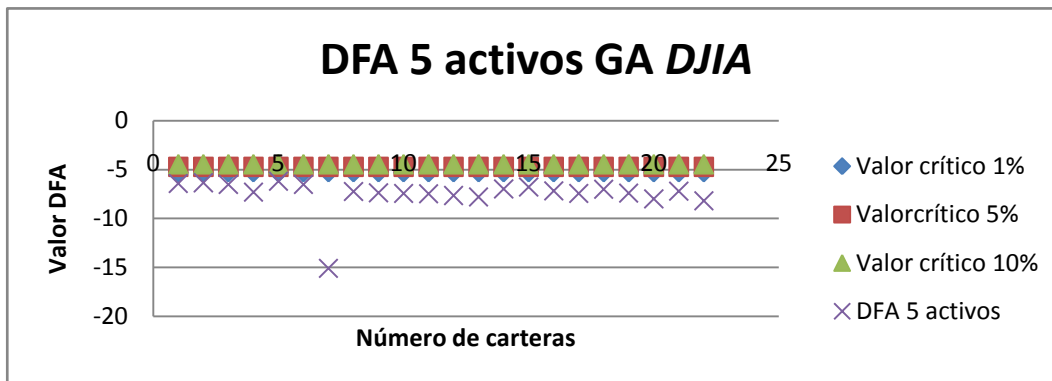


Figura 69: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *DJIA* (07-12) en carteras con 10 activos

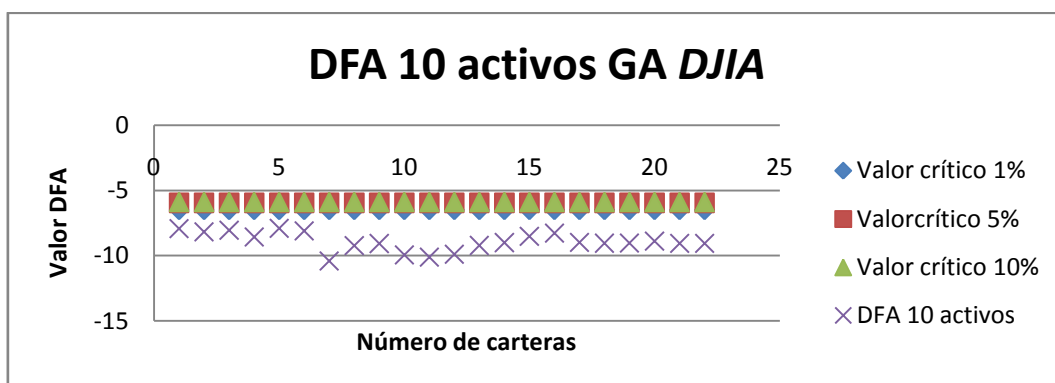


Figura 70: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *DJIA* (07-12) en carteras con 15 activos

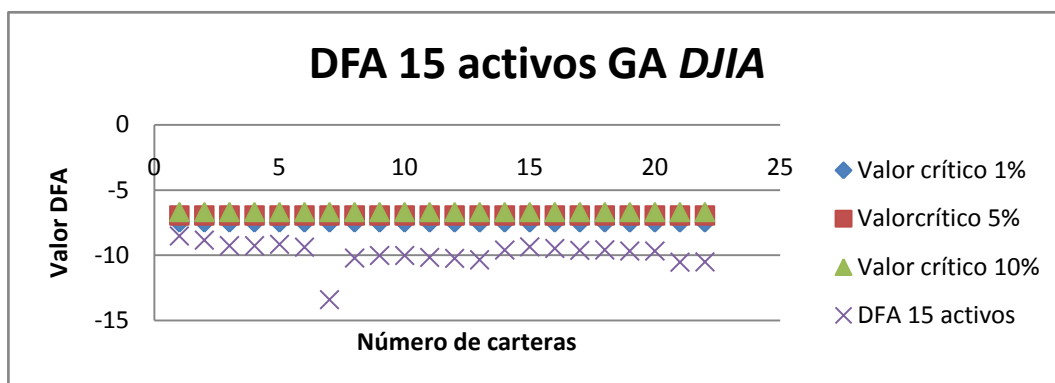
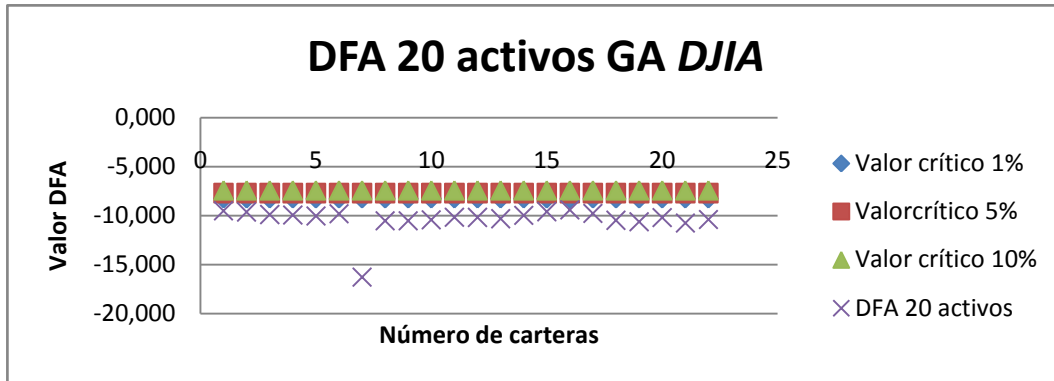


Figura 71: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *DJIA* (07-12) en carteras con 20 activos



## Anexo 11. Composición de las carteras en el seguimiento de índices

En este Anexo vemos qué activos entran en las diferentes carteras según el mercado en cuestión y el número de activos en cartera. Las Figuras desde la 72 hasta la 75 recogen las carteras pertenecientes al *Dow Jones Industrial Average* en el periodo 1993-2001. En la Figura 72, la empresa más usada en las carteras es UTX, cuya denominación aparece en el Anexo 4. Si las carteras tienen diez activos, Figura 73, el activo más utilizado es IBM. La Figura 74 recopila la participación de los activos cuando las carteras tienen 15 elementos. El activo más empleado es otra vez IBM. Si las carteras tienen 20 activos, Figura 75, el activo más usado es GM.

Figura 72: Cartera de seguimiento del índice DJIA con 5 activos

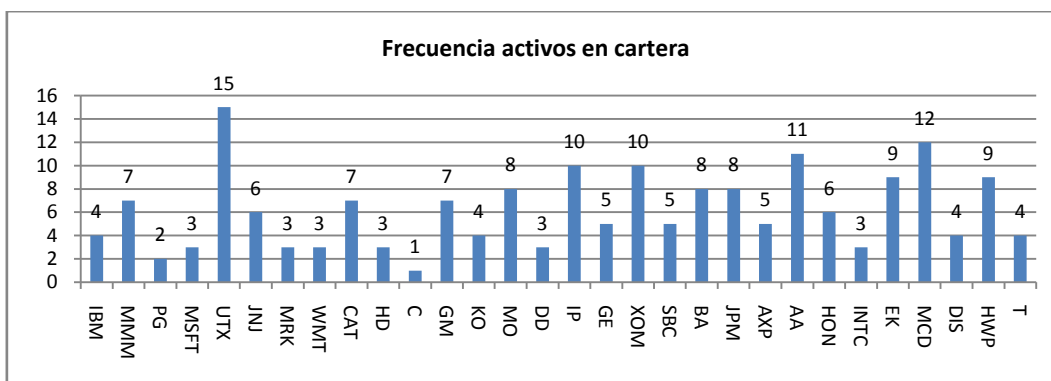


Figura 73: Cartera de seguimiento del índice DJIA con 10 activos

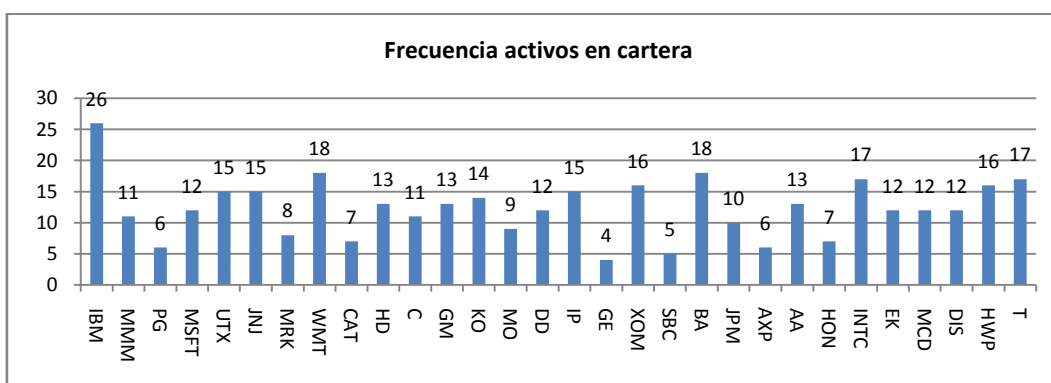




Figura 74: Cartera de seguimiento del índice DJIA con 15 activos

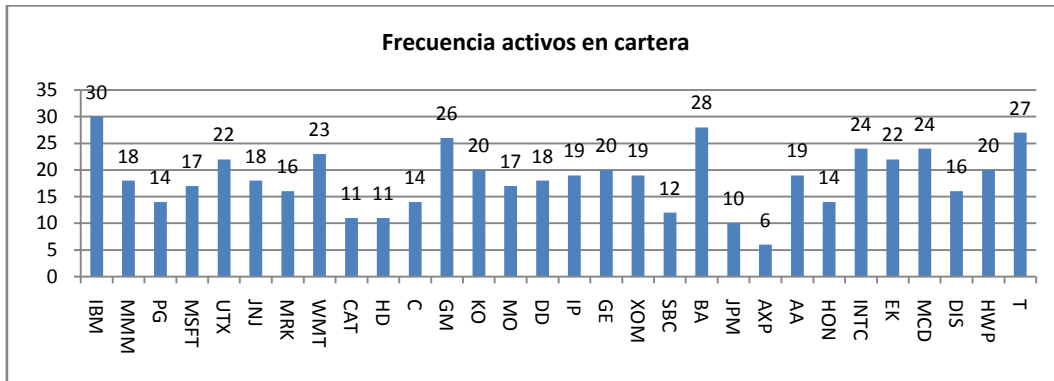
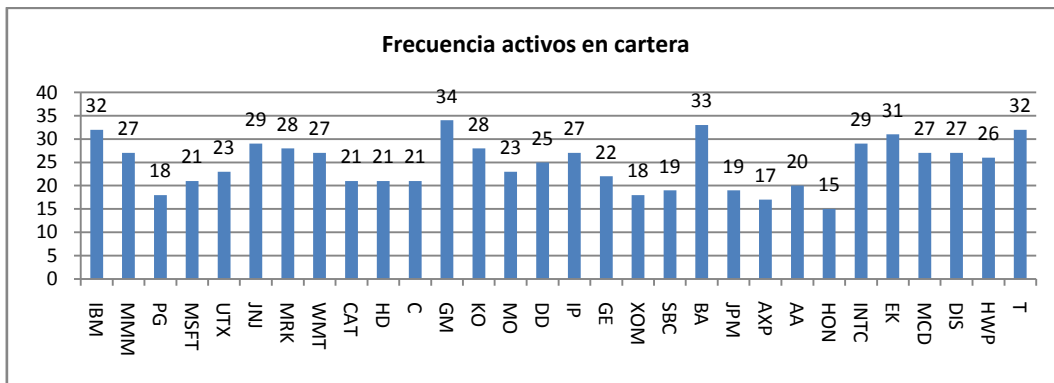


Figura 75: Cartera de seguimiento del índice DJIA con 20 activos



En las Figuras que van desde el 76 hasta la 79 se recogen los componentes que aparecen en la réplica del *IBEX 35* entre 2003 y 2009. La Figura 76 aúna los activos que conforman las carteras que siguen al *IBEX 35*, cuando estas tienen cinco elementos. El activo más empleado es TEF, cuya denominación se recoge en el Anexo 5. La Figura 77 representa el histograma de frecuencias cuando las carteras que siguen al *IBEX 35* tienen diez elementos. El elemento más utilizado es TEF. La Figura 78 recoge lo mismo, pero con carteras con 15 activos. El activo más usado es TEF. Este activo también es el más usado si las carteras tienen 20 activos, tal como muestra la Figura 79.





Figura 81: Cartera de seguimiento del índice DJCA con 10 activos

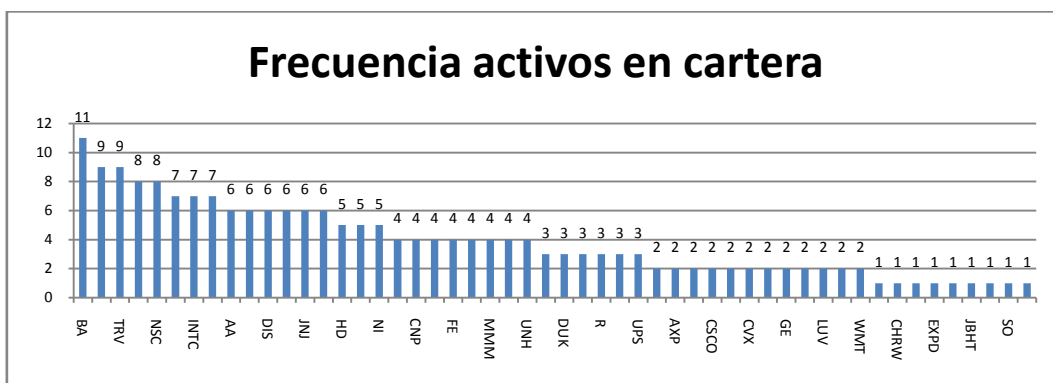


Figura 82: Cartera de seguimiento del índice DJCA con 15 activos

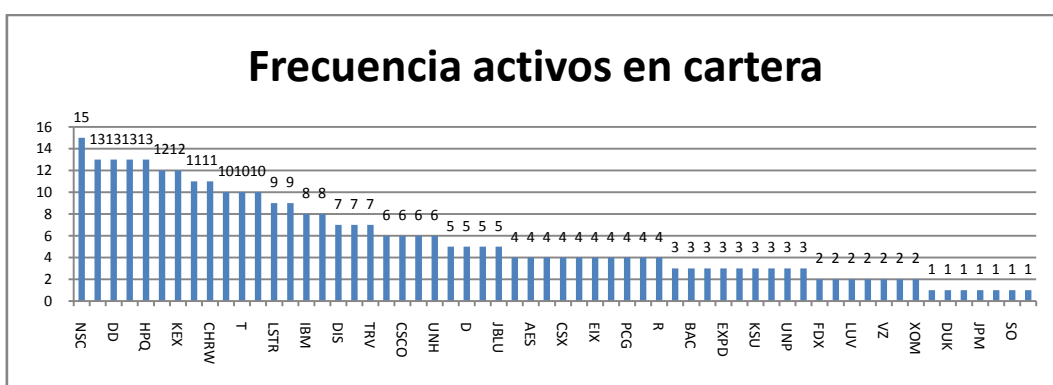
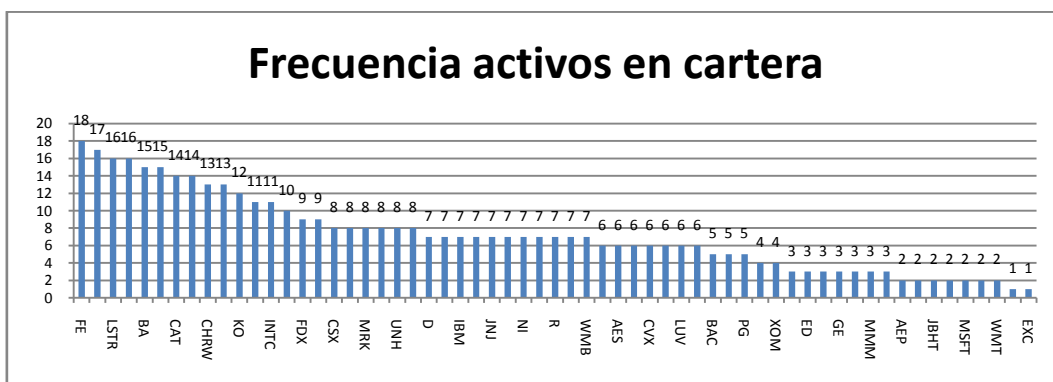


Figura 83: Cartera de seguimiento del índice DJCA con 20 activos



En las Figuras que van desde la Figura 84 hasta la 87 se recogen los componentes que aparecen en la réplica del *Dow Jones Industrial Average (2007–2012)*. En la Figura 84 representamos los activos que siguen al *Dow Jones Industrial Average* entre 2007 y 2012. El activo más empleado es AA, ver Anexo 7, que aparece en 8 carteras.

La Figura 85 muestra las carteras con 10 activos que siguen al índice durante el periodo de crisis. El activo más frecuente es CAT. Si las carteras tienen 15 activos, Figura 86, el activo más empleado es CAT. Finalmente, en las carteras con 20 activos, Figura 87, el activo más utilizado es BA.

Figura 84: Cartera de seguimiento del índice DJIA (07-12) con 5 activos

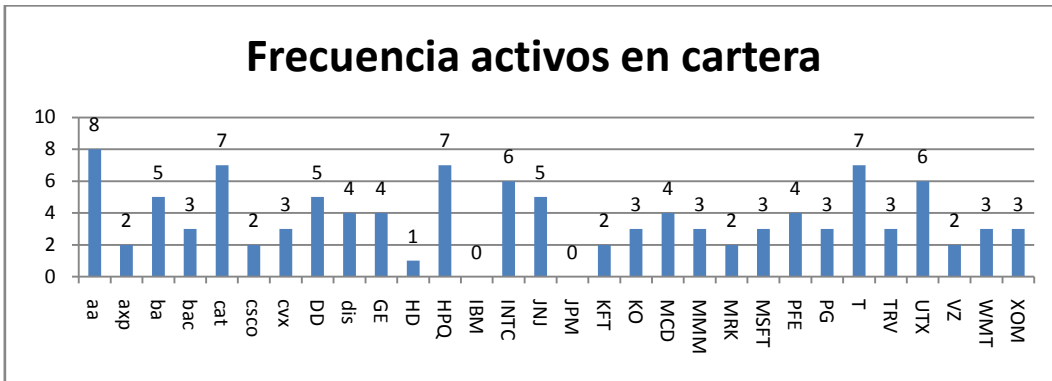


Figura 85: Cartera de seguimiento del índice DJIA (07-12) con 10 activos

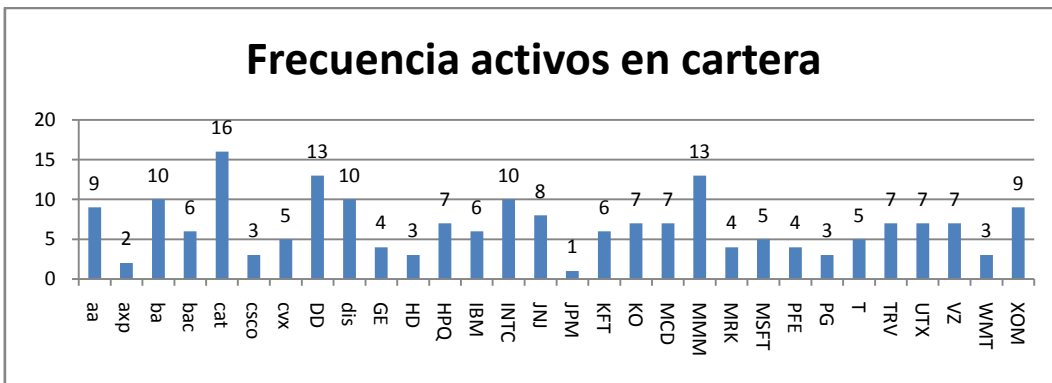


Figura 86: Cartera de seguimiento del índice DJIA (07-12) con 15 activos

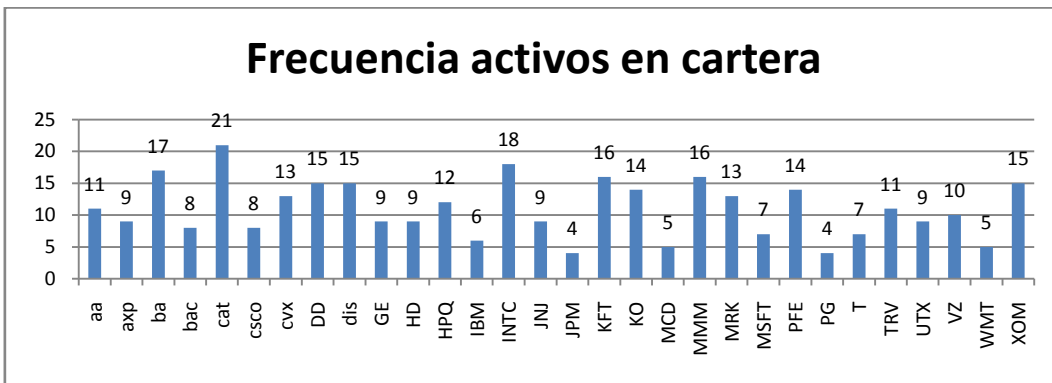
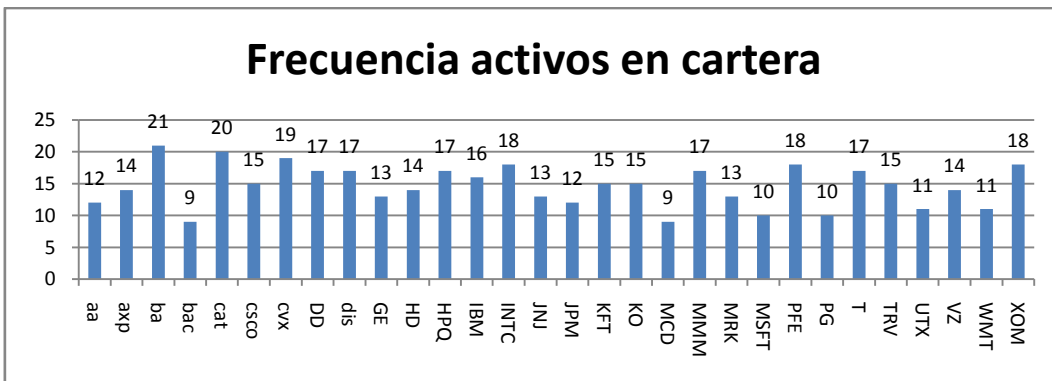


Figura 87: Cartera de seguimiento del índice DJIA (07-12) con 20 activos



## Anexo 12. Resultados del seguimiento de índices mejorados en carteras con cinco o más activos

La Tabla 24 recoge los resultados de las estrategias de seguimiento de índices mejorados para el *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)*, Alexander y Dimitriou (2002). La cartera con mayor rentabilidad tras costes de transacción es la de 25 activos. Obsérvese, igualmente, que todas las carteras están cerca de conseguir el objetivo de rentabilidad.

Es también necesario destacar que la volatilidad del error de seguimiento cae y la correlación entre los rendimientos del índice de mercado y los de la cartera aumenta a medida que crece el número de activos. El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral crece a medida que aumentan los activos en cartera, excepto en la cartera con 25 activos.

Las betas de las carteras son mayores que uno y la probabilidad de que el error de seguimiento sea negativo supera el 50% en todos los casos, excepto en la cartera con 10 activos. El ratio de información aumenta a medida que aumenta el número de activos, alcanzando un valor máximo de 0.936 cuando la cartera tiene 25 activos. Los errores a la hora de seguir al índice mejorado son debidos a errores de sincronización. El error de seguimiento es pequeño en todas las carteras y disminuye a medida que aumenta el número de activos en cartera.

**Tabla 24: Seguimiento de índices mejorados 5% - Dow Jones Industrial Average (1993-2001)**

<i>Dow Jones Industrial Average plus 5% (1993-2001)</i>					
Activos	5	10	15	20	25
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	16,31%	16,19%	16,35%	16,65%	16,72%
Media rentabilidad bruto	17,30%	16,88%	17,08%	17,19%	17,22%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	5,04%	4,62%	4,820%	4,94%	4,960%
ECM anualizado	0,0253	0,0106	0,0068	0,0055	0,0044
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,04%	-0,37%	-0,17%	-0,061%	-0,037%
Volatilidad error de seguimiento	15,9%	10,32%	8,24%	7,41%	6,64%
Volatilidad cartera seguimiento	22,61%	19,18%	18,50%	18,02%	17,86%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,7108	0,8429	0,8958	0,9117	0,9288
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	0,0006	0,01	0,0616	0,0497	0,0794
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,3229	-9,0599	-9,840	-10,0943	-9,889
Beta cartera	1,0004	1,0062	1,0314	1,0227	1,0326
Prob(error seguimiento<0)	52,28%	49,71%	51,60%	51,6%	52,64%
Ratio información	0,7214	0,8441	0,8838	0,9240	0,9362

En la Tabla 25 recopilamos los resultados de seguir al *IBEX 35* más un plus del 5%. La cartera que consigue mejores resultados tras costes de transacción es la de veinte

activos, si bien todas están cerca de conseguir el objetivo propuesto. La volatilidad del error de seguimiento disminuye a medida que se amplía el número de activos.

La correlación entre los rendimientos de la cartera y los del índice de mercado aumenta con este hecho, salvo en la cartera de 15 activos. Está siempre por encima del 80%. La correlación del error de seguimiento con los rendimientos del índice de mercado es muy cercana a cero en todos los casos.

La probabilidad de que el error de seguimiento sea negativo está por encima del 53% y la cartera con mejor ratio de información es la cartera de 20 activos, lo que indica que añadir activos disminuye el riesgo. El error cuadrático medio disminuye con el número de activos, al igual que la volatilidad de la cartera de seguimiento. La beta de la cartera no llega a estar por encima de uno en ninguna cartera. Es un resultado que parece extraño porque en teoría a mayor rentabilidad hay que soportar mayor riesgo. Esto es así, pero al calcular las betas de las estrategias de índices mejorados, estas se ven influenciadas por la manera de construir los índices plus, que a su vez dependen de la forma original del índice en cuestión.

**Tabla 25: Seguimiento de índices mejorados 5% - IBEX35 (2003-2009)**

<i>IBEX 35 plus 5% (2003-2010)</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	13,93%	13,76%	13,80%	13,98%
Media rentabilidad bruto	14,87%	14,66%	14,65%	14,76%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	5,19%	4,98%	4,970%	5,08%
ECM anualizado	0,0231	0,0138	0,0137	0,0114
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,20%	-0,02%	-0,028%	0,08%
Volatilidad error de seguimiento	15,19%	11,74%	11,70%	10,68%
Volatilidad cartera seguimiento	25,86%	24,18%	23,94%	23,40%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,8101	0,8747	0,8735	0,8909
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0628	-0,0641	-0,0843	-0,0989
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,1690	-7,9551	-8,0504	-7,9879
Beta cartera	0,9563	0,9654	0,9548	0,9516
Prob(error seguimiento<0)	53,94%	53,54%	54,23%	54,17%
Ratio información	0,5387	0,5691	0,5764	0,5974

En la Tabla 26 se reflejan los resultados de la estrategia de seguimiento de índices mejorados más un plus 5% para el *Dow Jones Industrial Average* en el periodo 2007-2012. La cartera con mejor rentabilidad tras costes de transacción es la cartera con 20 activos, si bien la cartera con una rentabilidad bruta mayor es la de diez activos. La volatilidad del error de seguimiento disminuye a medida que aumenta el número de activos en cartera, llegando a una volatilidad del 5.76% en la cartera de 20 activos. Al igual que en el periodo 1993-2001, la correlación, entre los rendimientos de la cartera y

los del índice de mercado, crece a medida que aumenta el número de activos. Esto también ocurre en valor absoluto entre las correlaciones del error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado. El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral alcanza su valor máximo en la cartera con 20 activos.

La beta está cercana a uno en todos los casos. La probabilidad de error de seguimiento negativo está por encima del 51 por ciento excepto en la cartera de 10 activos y el ratio de información mejora a medida que aumenta el número de activos debido a la disminución de la volatilidad de la cartera de seguimiento. El error cuadrático medio disminuye a medida que aumenta el número de activos. Los errores se producen como consecuencia de la falta de sincronización.

**Tabla 26: Seguimiento de índices mejorados 5% - Dow Jones Industrial Average (2007-2012)**

<i>Dow Jones Industrial Average (2007-2012) plus 5%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	5,56%	6,93%	6,97%	7,03%
Media rentabilidad bruto	6,72%	7,81%	7,69%	7,59%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	4,01%	5,09%	4,970%	4,88%
ECM anualizado	0,0170	0,0102	0,0061	0,0033
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-0,99%	0,09%	-0,025%	-0,12%
Volatilidad error de seguimiento	13,05%	10,11%	7,78%	5,76%
Volatilidad cartera seguimiento	26,54%	25,03%	24,23%	23,60%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,8709	0,9151	0,9473	0,9702
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0318	-0,0623	-0,0745	-0,11
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,326	-8,498	-8,832	-8,914
Beta cartera	0,9822	0,973	0,9752	0,9729
Prob(error seguimiento<0)	52,01%	50,72%	51,71%	51,86%
Ratio información	0,2095	0,2769	0,2877	0,2979

En la Tabla 27 reflejamos los resultados de una estrategia de seguimiento de índices mejorados con un plus 5% en el *Dow Jones Composite Average (2007-2012)*. La utilización de este periodo temporal, que no aparece en el artículo original de Alexander y Dimitriu (2002), es debido a la necesidad de buscar evidencias de cómo funciona la metodología en un periodo de crisis. La cartera con una rentabilidad mayor tras costes de transacción corresponde a la cartera con 20 activos. La volatilidad del error de seguimiento disminuye y la correlación del índice de mercado y la cartera en rendimientos crece a medida que aumenta el número de activos, si bien la cartera de 15 activos tiene menos volatilidad y más correlación que la de 20. Por otro lado, la correlación entre el error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado disminuye a medida que aumenta el número de activos en cartera.



El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral se amplía a medida que aumentan los activos en los que se invierte, al igual que la beta, sin que esta supere el valor de uno, salvo en la cartera con 20 activos. La probabilidad de un error de seguimiento negativo es superior al 50% en todos los casos. El mayor ratio de información se da en la cartera con 15 activos. El error cuadrático medio es pequeño y muy cercano a cero, siendo su origen la falta de sincronización entre la cartera de seguimiento y el índice seguido.

**Tabla 27: Seguimiento de índices mejorados plus 5% - Dow Jones Composite Average (2007-2012)**

<i>Dow Jones Composite Average (2007-2012) plus 5%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	7,35%	9,10%	9,14%	9,25%
Media rentabilidad bruto	8,50%	10,12%	10,21%	10,27%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	3,07%	4,69%	4,780%	4,83%
ECM anualizado	0,0187	0,01	0,0060	0,0065
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-1,93%	-0,31%	-0,220%	-0,16%
Volatilidad error de seguimiento	13,67%	10,01%	7,75%	8,07%
Volatilidad cartera seguimiento	25,25%	25,01%	24,98%	25,71%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,8479	0,9177	0,9508	0,9494
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,2023	-0,1227	-0,0555	0,0285
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,5582	-9,272	-10,536	-11,006
Beta cartera	0,8854	0,949	0,982	1,0093
Prob(error seguimiento<0)	50,27%	51,25%	52,39%	53,98%
Ratio información	0,2911	0,4046	0,4087	0,3995

La Tabla 28 presenta los resultados de las estrategias de seguimiento del índice mejorado plus 10% para los datos *Dow Jones Industrial Average*, Alexander y Dimitriu (2002). La cartera que mejor consigue seguir al índice más el plus del 10% es la de 5 activos. Todas las carteras están cerca de conseguir el objetivo de rentabilidad. La volatilidad del error de seguimiento cae y la correlación cartera de mercado-índice en rendimientos aumenta a medida que crece el número de activos.

El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral crece a medida que lo hace el número de activos, excepto en el caso de la cartera con 25 activos. Las betas de las carteras son mayores que uno y la probabilidad de que el error de seguimiento sea negativo ronda el 52%. El ratio de información aumenta a medida que se amplía el número de activos, siendo el máximo de 0.99 cuando la cartera tiene 25 activos. El error cuadrático medio es cercano a cero y su pequeño valor se debe en exclusiva a la falta de sincronización entre las carteras y el índice.

**Tabla 28: Seguimiento de índices mejorados plus 10% - Dow Jones Industrial Average (1993-2001)**

<i>Dow Jones Industrial Average plus 10% (1993-2001)</i>					
Activos	5	10	15	20	25
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	22,25%	21,01%	20,78%	20,86%	20,84%
Media rentabilidad bruto	23,15%	21,68%	21,58%	21,5%	21,50%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	10,89%	9,43%	9,320%	9,32%	9,24%
ECM anualizado	0,0328	0,0156	0,0147	0,0138	0,0124
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,90%	-0,57%	-0,680%	-0,68%	-0,75%
Volatilidad error de seguimiento	18,11%	12,47%	12,11%	11,73%	11,12%
Volatilidad cartera seguimiento	25,24%	21,37%	21,20%	21,14%	20,97%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,6998	0,8144	0,8233	0,8354	0,8523
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	0,0887	0,1076	0,115	0,1364	0,1631
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,315	-8,731	-9,023	-9,036	-8,828
Beta cartera	1,0996	1,0832	1,0863	1,0992	1,1125
Prob(error seguimiento<0)	51,19%	52,32%	52,77%	52,95%	52,05%
Ratio información	0,8815	0,9832	0,9802	0,9869	0,9938

En la Tabla 29 presentamos los resultados de seguimiento del *IBEX 35* más un plus del 10%. La cartera que consigue mejor resultado es la de diez activos, si bien todas tienen una rentabilidad extra alrededor del 8%. Es el primer caso donde hay una desviación sistemática del 2% con respecto al objetivo de rentabilidad a alcanzar. La volatilidad del error de seguimiento está por encima del 20% excepto en el caso de la cartera con cinco activos.

La correlación, entre los rendimientos de la cartera y los del índice de mercado, está por encima del 66 %, alcanzando su máximo valor en la cartera con cinco activos. Esto es la primera vez que ocurre en el seguimiento de los índices mejorados. La correlación entre el error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado aumenta en valor absoluto a medida que crecen los activos en cartera. Observar que en los casos vistos anteriormente al aumentar los activos en cartera disminuía la correlación entre el error de seguimiento y los rendimientos del índice.

El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral se incrementa a medida que crece el número de activos en la cartera, excepto en el caso de contar con 20 activos. La beta de las carteras es inferior a uno independientemente de los activos en cartera debido a la variabilidad de los rendimientos. La probabilidad de un error de seguimiento negativo es superior al 53 por ciento. El ratio de información tiene su mayor valor en la cartera con 20 activos. El error de seguimiento cuadrático no supera el 5.14% y se debe como en los casos anteriores a la falta de sincronización.

**Tabla 29: Seguimiento de índices mejorados plus 10% - IBEX35 (2003-2009)**

<b>IBEX 35 plus 10% (2003-2009)</b>				
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>
<b>Media rentabilidad cartera tras costes de transacción</b>	16,94%	17,06%	16,83%	16,94%
<b>Media rentabilidad bruto</b>	18,03%	18,06%	17,74%	17,77%
<b>Exceso rendimiento cartera sobre índice</b>	8,35%	8,38%	8,060%	8,10%
<b>ECM anualizado</b>	0,0348	0,0514	0,0441	0,0404
<b>% Falta de sincronización</b>	100%	100%	100%	100%
<b>% Sesgo rendimiento cuadrático</b>	0%	0%	0%	0%
<b>Error de seguimiento promedio anual</b>	-1,65%	-1,62%	-1,930%	-1,90%
<b>Volatilidad error de seguimiento</b>	18,65%	22,67%	21,01%	20,09%
<b>Volatilidad cartera seguimiento</b>	28,69%	30,12%	28,77%	27,83%
<b>Correlación cartera/índice mercado rendimiento</b>	0,7597	0,6617	0,6872	0,6978
<b>Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento</b>	-0,0054	-0,0866	-0,1012	-0,1231
<b>Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral</b>	-6,9802	-7,4824	-7,4842	-7,3463
<b>Beta cartera</b>	0,995	0,91	0,9026	0,8867
<b>Prob(error seguimiento&lt;0)</b>	53,77%	54,57%	54,86%	54,46%
<b>Ratio información</b>	0,5904	0,5664	0,5850	0,6087

En la Tabla 30 reflejamos los resultados de la estrategia del seguimiento de índices mejorados plus 10% para el *Dow Jones Industrial Average (2007-2012)*. La cartera con mayor rentabilidad, tras costes de transacción, es la de 20 activos. Además, el ECM anualizado se minimiza en esta cartera.

La volatilidad del error de seguimiento disminuye a medida que se amplía el número de activos en cartera, llegando a una volatilidad del 13.25% en la cartera de 20 activos. La correlación de los rendimientos de la cartera y los del índice de mercado crece a medida que aumenta el número de activos. Esto también ocurre en valor absoluto entre las correlaciones del error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado, excepto en la cartera de 20 activos. Esta correlación pasa de 0.0589 en la cartera con cinco activos a 0.1771 en la cartera con 15 activos.

El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral alcanza su valor máximo en la cartera con 10 activos. La beta disminuye a medida que aumentan los activos en cartera, estabilizándose alrededor de 0.9. La probabilidad de error de seguimiento negativo llega al 55% en la cartera de 10 activos y el ratio de información mejora a medida que aumenta el número de activos debido a la disminución de la volatilidad del error de seguimiento. El error cuadrático medio disminuye a medida que aumenta los activos en cartera, salvo en la cartera con 10 activos, debido a la falta de sincronía entre la cartera y el índice seguido.

**Tabla 30: Seguimiento de índices mejorados plus 10% - Dow Jones Industrial Average (2007-2012)**

<b>Dow Jones Industrial Average (2007-2012) plus10%</b>				
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>
<b>Media rentabilidad cartera tras costes de transacción</b>	9,66%	11,76%	11,86%	11,86%
<b>Media rentabilidad bruto</b>	10,60%	12,63%	12,67%	12,67%
<b>Exceso rendimiento cartera sobre índice</b>	7,89%	9,92%	9,960%	9,96%
<b>ECM anualizado</b>	0,0289	0,0316	0,0183	0,0176
<b>% Falta de sincronización</b>	100%	100%	100%	100%
<b>% Sesgo rendimiento cuadrático</b>	0%	0%	0%	0%
<b>Error de seguimiento promedio anual</b>	-2,11%	-0,08%	-0,040%	-0,04%
<b>Volatilidad error de seguimiento</b>	17,01%	17,76%	13,53%	13,25%
<b>Volatilidad cartera seguimiento</b>	28,21%	27,79%	24,98%	24,93%
<b>Correlación cartera/índice mercado rendimiento</b>	0,7985	0,7726	0,8459	0,852
<b>Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento</b>	-0,0589	-0,1156	-0,1771	-0,1727
<b>Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral</b>	-6,6679	-7,3082	-7,0301	-7,0158
<b>Beta cartera</b>	0,9571	0,9124	0,8978	0,9023
<b>Prob(error seguimiento&lt;0)</b>	52,01%	55,12%	53,68%	54,44%
<b>Ratio información</b>	0,3424	0,4232	0,4748	0,4757

En la Tabla 31 reflejamos los resultados de una estrategia de seguimiento del índice mejorado plus 10% para el caso del *Dow Jones Composite Average* en el periodo 2007-2012. La cartera con una rentabilidad mayor tras costes de transacción corresponde a la cartera con 15 activos. La volatilidad del error de seguimiento disminuye y la correlación entre el índice de mercado y la cartera en rendimientos crece a medida que aumenta el número de activos, si bien la cartera de 15 activos tiene menos volatilidad y más correlación que la de 20. La correlación entre el error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado disminuye a medida que crece el número de activos en cartera, salvo en la cartera con 15 activos.

El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral se incrementa a medida que aumentan los activos en la cartera, al igual que la beta, estando esta alrededor de uno en las carteras con más activos. Este resultado no es muy común, pero también ocurre cuando se sigue al *Dow Jones* más un plus del 10% entre 1993 y 2001. La probabilidad de un error de seguimiento negativo es inferior al 53% en todos los casos. El mayor ratio de información se da en la cartera de 15 activos. El error cuadrático medio disminuye a medida que aumenta el número de activos, salvo en la cartera con 20 activos, y este se debe a la falta de sincronización entre la cartera de seguimiento y el índice seguido.

**Tabla 31: Seguimiento de índices mejorados plus 10% - Dow Jones Composite Average (2007-2012)**

<i>Dow Jones Composite Average (2007-2012) plus 10%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	12,50%	14,18%	14,41%	14,24%
Media rentabilidad bruto	13,58%	15,24%	15,26%	15,13%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	8,15%	9,80%	9,830%	9,70%
ECM anualizado	0,0272	0,0142	0,0124	0,0128
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-1,85%	-0,19%	-0,170%	-0,30%
Volatilidad error de seguimiento	16,51%	11,92%	11,14%	11,31%
Volatilidad cartera seguimiento	27,79%	27,10%	26,89%	26,57%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,807	0,8981	0,9102	0,9049
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,1059	0,0137	0,0275	-0,0118
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,3194	-8,507	-8,996	-9,075
Beta cartera	0,9273	1,0063	1,0123	0,9941
Prob(error seguimiento<0)	52,16%	51,55%	52,46%	52,99%
Ratio información	0,4498	0,5232	0,5359	0,5359

La Tabla 32 muestra los resultados de las estrategias de seguimiento del índice mejorado plus 15% para los datos *Dow Jones Industrial Average*, Alexander y Dimitriu (2002). En términos de rentabilidad, la cartera que mejor consigue seguir al índice más el plus del 15% es la de 5 activos. La volatilidad del error de seguimiento cae a medida que crece el número de activos, aumentando la correlación de los rendimientos del índice de mercado y los de la cartera. El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral crece a medida que aumenta el número de activos en cartera, pero decrece a partir de la cartera con 20 activos. Las betas de las carteras son mayores que uno y la probabilidad de que el error de seguimiento sea negativo supera el 52%. El ratio de información aumenta a medida que aumenta el número de activos, siendo el máximo de 0.9957 cuando la cartera tiene 25 activos. El error cuadrático medio disminuye con el aumento del número de activos. Su valor se debe a la falta de sincronización de la cartera.

**Tabla 32: Seguimiento de índices mejorados plus 15% - Dow Jones Industrial Average (1993-2001)**

<i>Dow Jones Industrial Average plus 15% (1993-2001)</i>					
Activos	5	10	15	20	25
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	27,15%	27,02%	26,22%	25,24%	25,24%
Media rentabilidad bruto	28,13%	27,88%	27,09%	26,03%	26,04%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	15,88%	15,62%	14,830%	13,77%	13,78%
ECM anualizado	0,0587	0,0368	0,0334	0,0307	0,0279
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,89%	0,63%	-0,160%	-1,22%	-1,21%
Volatilidad error de seguimiento	24,22%	19,18%	18,29%	17,52%	16,70%
Volatilidad cartera seguimiento	30,53%	26,42%	26,02%	25,50%	25,35%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,6153	0,6931	0,7188	0,7342	0,7637
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	0,1127	0,1178	0,145	0,1519	0,198
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,2770	-8,2766	-8,326	-8,2764	-8,078
Beta cartera	1,193	1,14	1,1645	1,1656	1,2052
Prob(error seguimiento<0)	52,73%	52,64%	52,64%	53,04%	53,85%
Ratio información	0,8893	1,023	1,0077	0,9898	0,9957

En la Tabla 33 presentamos los resultados del seguimiento del *IBEX 35* más un plus del 15%. La cartera que consigue mejor resultado es la de cinco activos, si bien todas poseen una rentabilidad extra por encima del 11%.

La volatilidad del error de seguimiento está por encima del 23 por ciento en todas las carteras. La correlación entre los rendimientos de la cartera y los del índice de mercado está por encima del 55 por ciento, alcanzando su máximo valor en la cartera con veinte activos. La correlación entre el error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado aumenta en valor absoluto a medida que crecen los activos en cartera, excepto en la cartera con cinco activos.

El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral está alrededor de -7 independientemente del número de activos. La beta de las carteras es inferior a uno. La probabilidad de un error de seguimiento negativo está por encima del 54 por ciento. El ratio de información presenta su mayor valor en la cartera de cinco activos elementos. Esto no ha ocurrido en los otros seguimientos de índices mejorados estudiados hasta el momento. El error cuadrático medio disminuye con el número de activos salvo en la cartera con 10 activos.

**Tabla 33: Seguimiento de índices mejorados plus 15% - *IBEX35* (2003-2009)**

<i>IBEX 35 plus 15% (2003-2009)</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	22,25%	21,46%	20,93%	20,60%
Media rentabilidad bruto	23,28%	22,41%	21,87%	21,50%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	13,60%	12,74%	12,190%	11,82%
ECM anualizado	0,0599	0,0893	0,0661	0,0534
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-1,39%	-2,25%	-2,800%	-3,17%
Volatilidad error de seguimiento	24,47%	29,88%	25,71%	23,12%
Volatilidad cartera seguimiento	31,44%	35,90%	32,59%	30,25%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,6313	0,5569	0,6169	0,6493
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0835	-0,0636	-0,0696	-0,0974
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-6,6565	-7,0034	-6,9351	-6,8193
Beta cartera	0,9061	0,9127	0,9177	0,8966
Prob(error seguimiento<0)	55,20%	55,38%	55,26%	54,63%
Ratio información	0,7077	0,5978	0,6422	0,6810

En la Tabla 34 reflejamos los resultados del seguimiento del índice mejorado más un plus del 15% para el caso del *Dow Jones Industrial Average* en el periodo 2007-2012. La cartera con mejor rentabilidad tras costes de transacción es la cartera 10 activos. El mayor ECM anualizado de esta cartera con respecto a la cartera con 20 activos se debe a un mayor error de sincronización. La volatilidad del error de seguimiento disminuye a medida que aumenta el número de activos en cartera, salvo en la cartera con 15 activos.

La correlación, de los rendimientos de la cartera y los del índice de mercado, crece a medida que se amplía el número de activos, salvo en la cartera con 15 activos. Esto también ocurre, en valor absoluto, entre las correlaciones del error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado, salvo en la cartera con 10 y 20 activos. La corrección es negativa pero aumenta con los activos en cartera. Pasa de 0.0835 con 5 activos a 0.0974 con 20 activos en cartera.

El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral alcanza su valor máximo en la cartera con 10 activos. La beta aumenta a medida que aumentan los activos en cartera, llegando a 0.95 en la cartera con 20 activos. Este resultado también ha sido observado en la Tabla 24. La probabilidad de error de seguimiento negativo está sobre el 54 por ciento, excepto en la cartera de 5 activos, y el ratio de información mejora a medida que aumenta el número de activos, salvo en la cartera con 15 activos. El error cuadrático medio se debe a la falta de sincronización.

**Tabla 34: Seguimiento de índices mejorados plus 15% - Dow Jones Industrial Average (2007-2012)**

<i>Dow Jones Industrial Average (2007-2012) plus15%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	14,67%	16,36%	16,34%	16,25%
Media rentabilidad bruto	15,47%	17,05%	17,05%	16,98%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	12,75%	14,34%	14,340%	14,26%
ECM anualizado	0,0372	0,0360	0,0368	0,0325
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-2,24%	-0,66%	-0,66%	-0,74%
Volatilidad error de seguimiento	19,30%	18,98%	19,19%	18,04%
Volatilidad cartera seguimiento	29,19%	29,20%	29,21%	28,72%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,7522	0,7613	0,7555	0,7792
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0811	-0,068	-0,0764	-0,0633
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-5,976	-6,260	-6,034	-5,913
Beta cartera	0,9329	0,9445	0,9377	0,9509
Prob(error seguimiento<0)	52,92%	54,59%	54,51%	54,06%
Ratio información	0,5026	0,5603	0,5594	0,5658

En la Tabla 35 reflejamos los resultados del seguimiento del índice mejorado plus 15% para el *Dow Jones Composite Average* en el periodo 2007-2012. La cartera con una rentabilidad mayor tras costes de transacción corresponde a la cartera con 10 activos.

La volatilidad del error de seguimiento disminuye a medida que aumenta el número de activos, salvo en la cartera de 10 activos. La correlación entre los rendimientos de la cartera y los rendimientos del índice de mercado presenta su máximo valor en la cartera con 10 activos. La correlación entre el error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado está sobre el 3% salvo en la cartera con 10 activos.

El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral crece a medida que crecen el número de activos en los que se invierte, excepto en la cartera con 20 activos. La beta está alrededor de 0.97 salvo en el caso de la cartera con 10 elementos que se sitúa en 0.944. La probabilidad de un error de seguimiento negativo es superior al 51% en todos los casos. El mayor ratio de información se da en la cartera con 10 activos. El menor error cuadrático medio se produce en la cartera con 10 activos.

**Tabla 35: Seguimiento de índices mejorados plus 15% - Dow Jones Composite Average (2007-2012)**

<i>Dow Jones Composite Average (2007-2012) plus 15%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	20,07%	20,53%	19,95%	19,82%
Media rentabilidad bruto	20,98%	21,37%	20,71%	20,55%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	15,55%	15,93%	15,280%	15,12%
ECM anualizado	0,0443	0,0281	0,0317	0,0305
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,55%	0,94%	0,290%	0,12%
Volatilidad error de seguimiento	21,04%	16,78%	17,79%	17,46%
Volatilidad cartera seguimiento	31,55%	28,30%	29,43%	29,32%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,7455	0,8067	0,797	0,8035
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0308	-0,0798	-0,0399	-0,035
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-6,8321	-7,730	-7,914	-7,899
Beta cartera	0,9726	0,944	0,97	0,9742
Prob(error seguimiento<0)	52,62%	51,63%	52,39%	52,84%
Ratio información	0,6361	0,7254	0,6779	0,6760

La Tabla 36 muestra los resultados de las estrategias de seguimiento del índice mejorado plus 20% para los datos *Dow Jones Industrial Average*, Alexander y Dimitriu (2002). La cartera que mejor consigue seguir al índice más el plus de 20% es la de 5 activos. A medida que aumenta el número de activos se empeora el objetivo de la rentabilidad. Una explicación plausible es que para conseguir estas rentabilidades solo hay ciertos activos que permiten llegar a estos resultados. El añadir activos en la cartera que no aportan valor añadido en términos de rentabilidad o que están muy correlacionados con los que ya están en cartera acaba empeorando el resultado en términos de rentabilidad.

La volatilidad del error de seguimiento cae a medida que crece el número de activos, aumentando al tiempo la correlación de los rendimientos del índice de mercado y los de la cartera. El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral crece a medida que aumenta el número de activos en cartera hasta que esta tiene un tamaño determinado, 15 activos. Una causa posible es la forma en la que se calcula el valor del Dickey-Fuller de los residuos de la regresión de cointegración. En la práctica se calcula como un estadístico  $t$ , es decir, el valor del parámetro a estimar dividido entre su desviación típica. La caída



en el valor del parámetro a estimar es mayor que la caída de la desviación típica, lo que hace que el estadístico t disminuya. Esto ocurre cuando se incluyen variables muy correlacionadas con las que ya están en la cartera. Pero por otra parte las betas de las carteras son mayores que uno, llegando a 1.30 con 25 activos, y la probabilidad de que el error de seguimiento sea negativo ronda el 53%. El ratio de información aumenta a medida que aumenta el número de activos, siendo el máximo de 0.97971 cuando la cartera tiene 25 activos. Esta cartera es la que tienen menor error cuadrático medio.

**Tabla 36: Seguimiento de índices mejorados plus 20% - Dow Jones Industrial Average (1993-2001)**

<i>Dow Jones Industrial Average plus 20% (1993-2001)</i>					
Activos	5	10	15	20	25
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	31,89%	31,56%	31,25%	31,21%	29,85%
Media rentabilidad bruto	32,87%	32,49%	32,25%	32,09%	30,74%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	20,61%	20,23%	19,99%	19,83%	18,48%
ECM anualizado	0,0767	0,0682	0,061	0,0595	0,052
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,63%	0,25%	0,008%	-0,15%	-1,50%
Volatilidad error de seguimiento	27,69%	26,11%	24,70%	24,38%	22,81%
Volatilidad cartera seguimiento	33,11%	32,26%	31,33%	31,06%	30,55%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,5524	0,5954	0,6256	0,6295	0,6841
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	0,0809	0,1209	0,1437	0,1435	0,2125
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,1215	-7,8747	-7,8824	-7,8439	-7,6043
Beta cartera	1,1386	1,1957	1,2201	1,217	1,3009
Prob(error seguimiento<0)	53,72%	53,85%	53,72%	53,27%	53,54%
Ratio información	0,9632	0,9783	0,9974	1,0048	0,9771

En la Tabla 37 presentamos los resultados de seguir al *IBEX 35* más un plus del 20%. En términos de rentabilidad, la cartera que consigue un mejor resultado es la de veinte activos, si bien todas tienen una rentabilidad extra por encima del 14%.

La volatilidad del error de seguimiento disminuye con los activos en cartera pero está por encima del 23 por ciento en todas las carteras. La correlación entre los rendimientos de la cartera y los del índice de mercado está por encima del 50 por ciento, alcanzando su máximo valor en la cartera con 15 activos. La correlación entre el error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado está alrededor del cinco por ciento en valor absoluto, salvo en la cartera con 15 activos.

El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral tiene su mayor valor en la cartera con diez activos. La beta de las carteras es inferior a uno independientemente de los activos en cartera. La probabilidad de un error de seguimiento negativo está por encima del 55 por ciento. El ratio de información presenta su mayor valor en la cartera de quince activos.

**Tabla 37: Seguimiento de índices mejorados plus 20% - IBEX35 (2003-2009)**

<b>IBEX 35 plus 20% (2003-2009)</b>				
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>
<b>Media rentabilidad cartera tras costes de transacción</b>	23,25%	24,19%	24,21%	24,35%
<b>Media rentabilidad bruto</b>	24,46%	25,09%	25,09%	25,20%
<b>Exceso rendimiento cartera sobre índice</b>	14,78%	15,41%	15,41%	15,52%
<b>ECM anualizado</b>	0,1194	0,0793	0,0551	0,0646
<b>% Falta de sincronización</b>	100%	100%	100%	100%
<b>% Sesgo rendimiento cuadrático</b>	0%	0%	0%	0%
<b>Error de seguimiento promedio anual</b>	-5,20%	-4,57%	-4,570%	-4,47%
<b>Volatilidad error de seguimiento</b>	34,55%	28,16%	23,47%	25,42%
<b>Volatilidad cartera seguimiento</b>	39,86%	34,89%	30,82%	32,57%
<b>Correlación cartera/índice mercado rendimiento</b>	0,5013	0,5913	0,651	0,627
<b>Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento</b>	-0,0551	-0,0446	-0,0784	-0,0583
<b>Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral</b>	-6,2611	-6,4157	-6,3400	-6,2859
<b>Beta cartera</b>	0,9123	0,9418	0,916	0,9323
<b>Prob(error seguimiento&lt;0)</b>	55,61%	56,93%	56,07%	55,43%
<b>Ratio información</b>	0,5833	0,6933	0,7855	0,7476

En la Tabla 38 se muestran los resultados del seguimiento del índice mejorado plus 20% para el *Dow Jones Industrial Average* en el periodo 2007-2012. La cartera con mejor rentabilidad tras costes de transacción es la cartera 15 activos.

La volatilidad del error de seguimiento disminuye a medida que aumenta el número de activos en cartera. La correlación entre los rendimientos de la cartera y los del índice de mercado crece a medida que aumenta el número de activos. Lo contrario ocurre en el caso de la correlación entre el error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado, excepto en la cartera con 10 activos.

El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral alcanza su valor máximo en la cartera con 10 activos. La beta aumenta a medida que crecen los activos en cartera, llegando a 0.90 en la cartera con 20 activos. Una posible explicación sería que al incluir activos muy correlacionados empeora el rendimiento de la cartera y disminuye la beta. La probabilidad de error de seguimiento negativo está sobre el 54 por ciento excepto en la cartera de 10 activos y el ratio de información tiene su mayor valor en la cartera con 15 activos. El error cuadrático medio está sobre 0.05 en todas las carteras.

**Tabla 38: Seguimiento de índices mejorados plus 20% - Dow Jones Industrial Average (2007-2012)**

<i>Dow Jones Industrial Average (2007-2012) plus20%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	19,05%	18,86%	20,99%	20,93%
Media rentabilidad bruto	19,91%	19,57%	21,67%	21,65%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	17,19%	16,86%	18,960%	18,93%
ECM anualizado	0,0558	0,0539	0,0531	0,0506
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-2,80%	-3,13%	-1,03%	-1,06%
Volatilidad error de seguimiento	23,61%	23,22%	23,05%	22,49%
Volatilidad cartera seguimiento	31,27%	30,99%	30,95%	30,89%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,6617	0,6685	0,6729	0,6891
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,1196	-0,1213	-0,1167	-0,0992
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-5,2436	-5,4298	-5,1886	-5,0946
Beta cartera	0,8792	0,8803	0,8849	0,9044
Prob(error seguimiento<0)	54,06%	56,10%	54,36%	54,66%
Ratio información	0,6092	0,6086	0,6782	0,6776

En la Tabla 39 se presenta los resultados del seguimiento del índice mejorado plus 20% en el *Dow Jones Composite Average* en el periodo 2007-2012. La cartera con una rentabilidad mayor tras costes de transacción corresponde a la cartera con 15 activos. La volatilidad del error de seguimiento no baja del 25%, salvo en la cartera de 10 activos. (Obsérvese que en otras Tablas presentadas anteriormente, al aumentar el número de activos se producía una disminución de la volatilidad del error de seguimiento). La correlación, entre los rendimientos de la cartera y los del índice de mercado, alcanza su máximo valor en la cartera con 10 activos. La correlación entre el error de seguimiento y los rendimientos del índice de mercado tiene su valor más pequeño en la cartera con 15 activos. El estadístico Dickey-Fuller aumentado muestral crece a medida que aumentan los activos en los que se invierte. La beta crece con los activos en cartera llegando a 1.01 en la cartera con 20 activos. La probabilidad de un error de seguimiento negativo es superior al 53% en todos los casos. El mayor ratio de información se da en la cartera con 20 activos.

**Tabla 39: Seguimiento de índices mejorados plus 20% - Dow Jones Composite Average (2007-2012)**

<i>Dow Jones Composite Average (2007-2012) plus 20%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	23,41%	25,18%	26,07%	25,95%
Media rentabilidad bruto	24,22%	25,86%	26,81%	26,75%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	18,79%	20,43%	21,370%	21,32%
ECM anualizado	0,0690	0,0620	0,0716	0,0652
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-1,20%	0,44%	1,380%	1,33%
Volatilidad error de seguimiento	26,27%	24,90%	26,75%	25,53%
Volatilidad cartera seguimiento	34,19%	34,63%	36,07%	35,45%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,6432	0,6949	0,6708	0,6938
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0826	-0,0041	0,0013	0,017
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-6,2943	-7,011	-7,035	-7,047
Beta cartera	0,9095	0,995	1,0006	1,0171
Prob(error seguimiento<0)	53,53%	53,45%	53,90%	53,45%
Ratio información	0,6847	0,7271	0,7228	0,7320

### Anexo 13. Análisis de la cointegración en estrategias de seguimiento de índices mejorados

En este Anexo vamos a analizar los valores del estadístico Dickey-Fuller aumentado (DFA) en los índices mejorados y los compararemos con los valores críticos del contraste de Engle y Granger generados en el Capítulo 6 a partir de la metodología de Mackinnon (1990). Si el mercado de referencia es el *Dow Jones Industrial Average (1993-2001)*, creamos las Figuras que van desde la Figura 88 hasta la 89 para el índice mejorado con el plus del 5%. Nuestra técnica genera unos valores de Dickey-Fuller aumentado que garantizan la cointegración en cada momento.

Figura 88. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* para carteras con 5 activos plus 5%

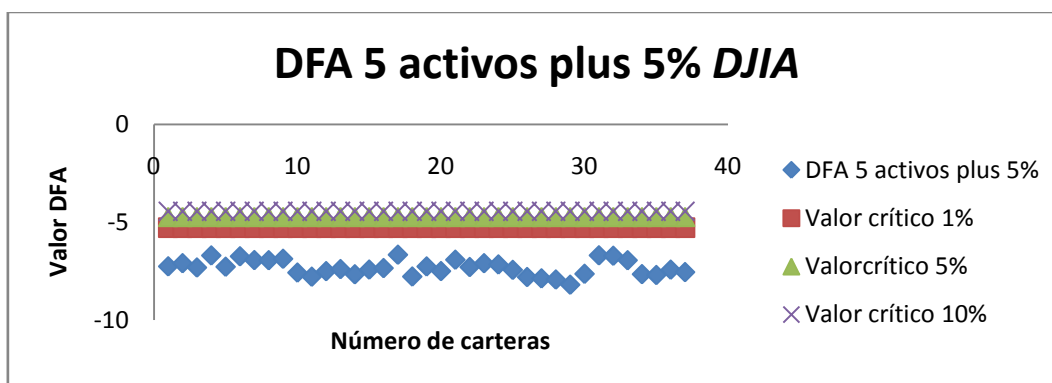
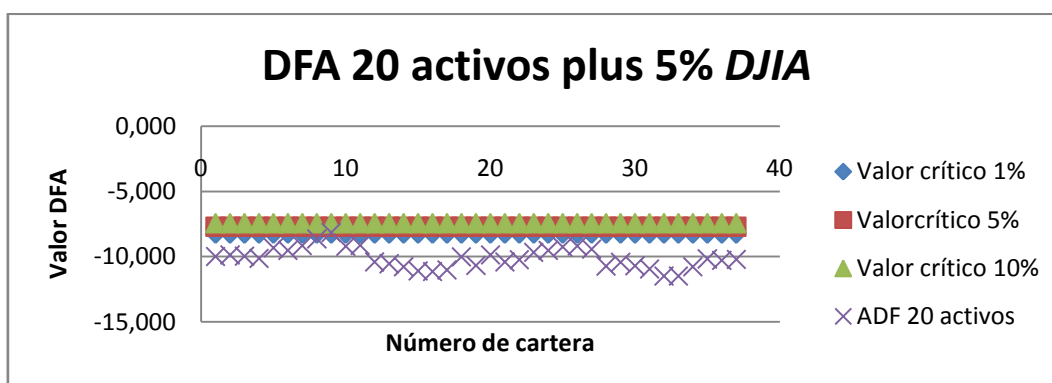


Figura 89. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* para carteras con 20 activos plus 5%



Si el mercado de referencia es el *IBEX 35*, creamos las Figuras que van desde la Figura 90 hasta la 91 para el índice mejorado plus 5%. La cartera con cinco activos garantiza que todas las carteras están cointegradas, cosa que no sucede cuando las carteras tienen 20 activos.

Figura 90. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX35* para carteras con 5 activos plus 5%

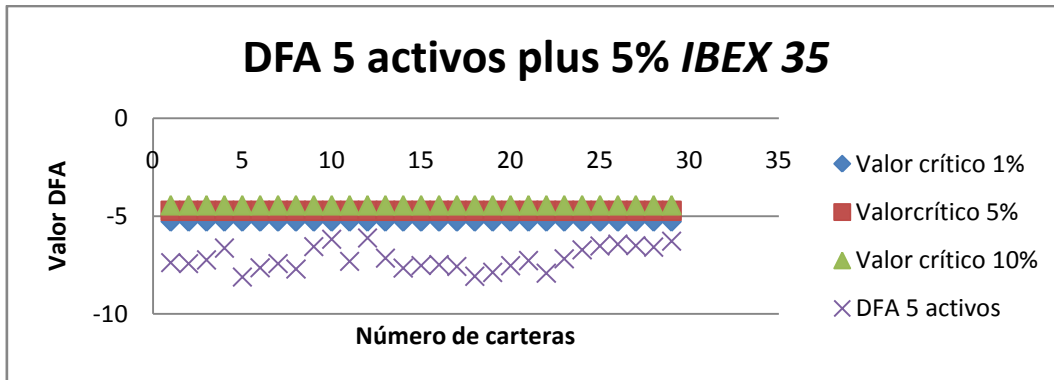
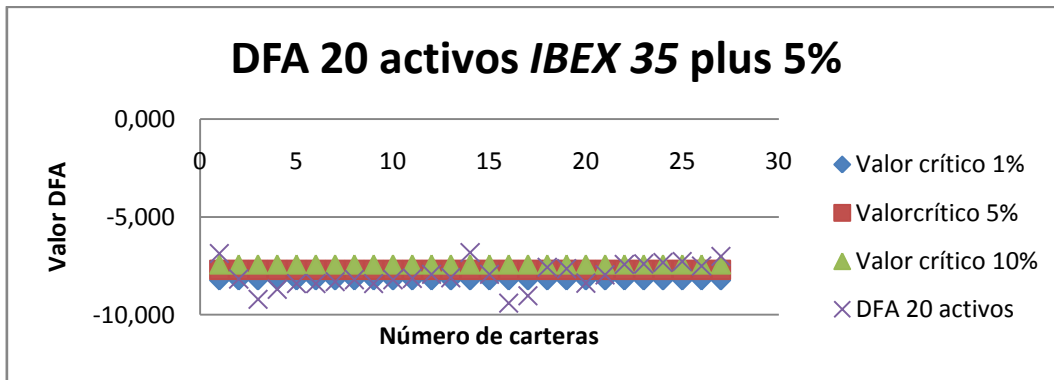


Figura 91. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX35* para carteras con 20 activos plus 5%



Si el mercado es el *Dow Jones Composite Average (2007-2012)*, generamos las Figuras que van desde la Figura 92 hasta la 93 para el seguimiento de índices mejorados con el plus del 5%. Nuestra técnica genera unos valores de Dickey-Fuller aumentado que certifican la cointegración en cada momento.

Figura 92. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Composite Average* para carteras con 5 activos plus 5%

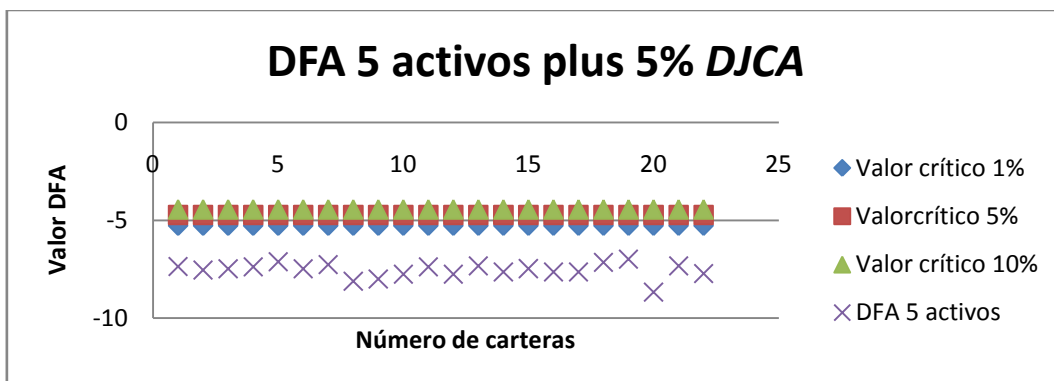
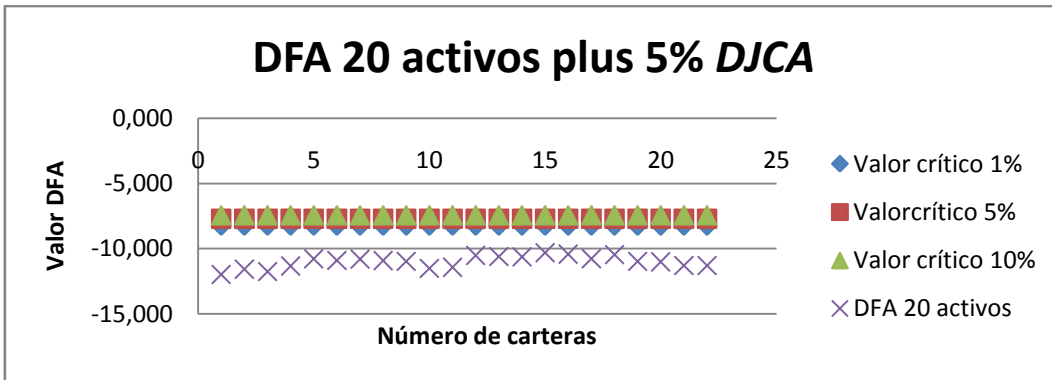


Figura 93. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el Dow Jones Composite Average para carteras con 20 activos plus 5%



Si el mercado es el *Dow Jones Industrial Average (2007-2012)*, diseñamos las Figuras que van desde la Figura 94 hasta la 95 para el seguimiento de índices mejorados con el plus del 5%. Nuestra técnica genera unos valores de Dickey-Fuller aumentado que atestiguan la cointegración en cada momento para la cartera con cinco activos, cosa que no ocurre en la de 20.

Figura 94. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el Dow Jones Industrial Average (07-12) para carteras con 5 activos plus 5%

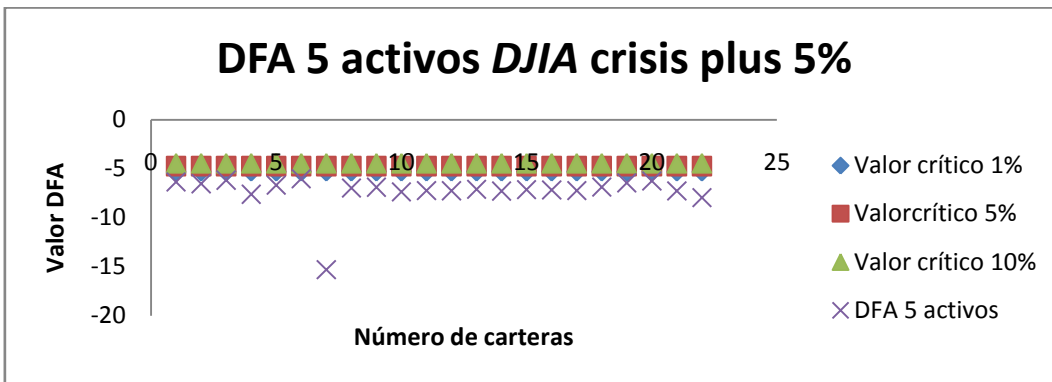
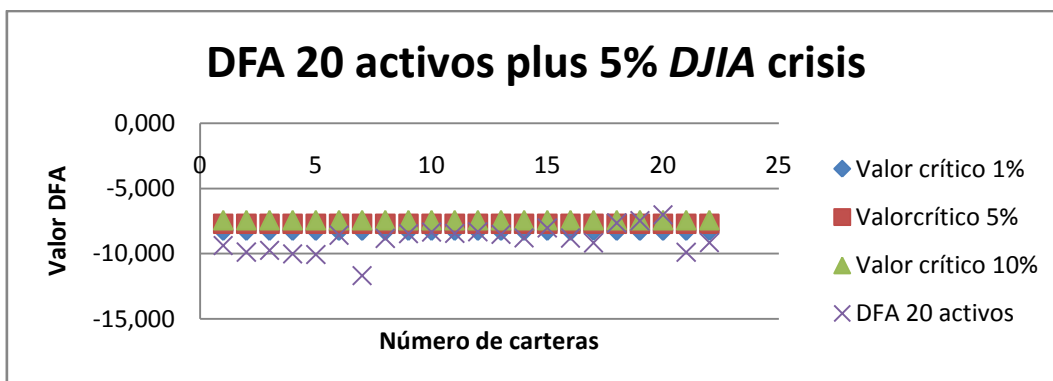


Figura 95. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* (07-12) para carteras con 20 activos plus 5%



Si el mercado es el *Dow Jones Industrial Average* plus 10%, generamos las Figuras que van desde la Figura 96 hasta la 97. Las carteras con cinco activos están cointegradas en cada momento, cosa que no se puede certificar cuando las carteras son de 20 activos.

Figura 96. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* para carteras con 5 activos plus 10%

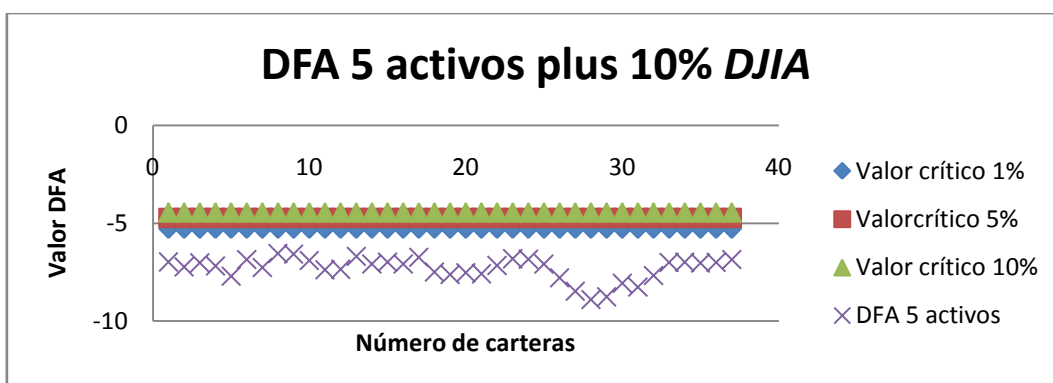
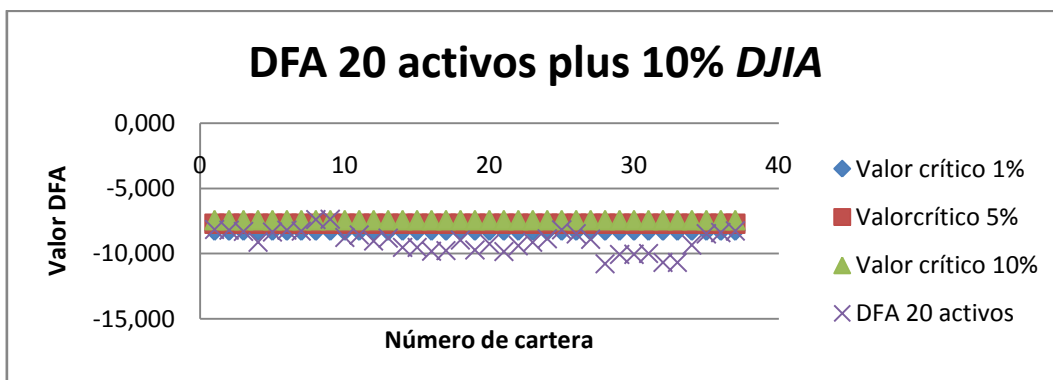
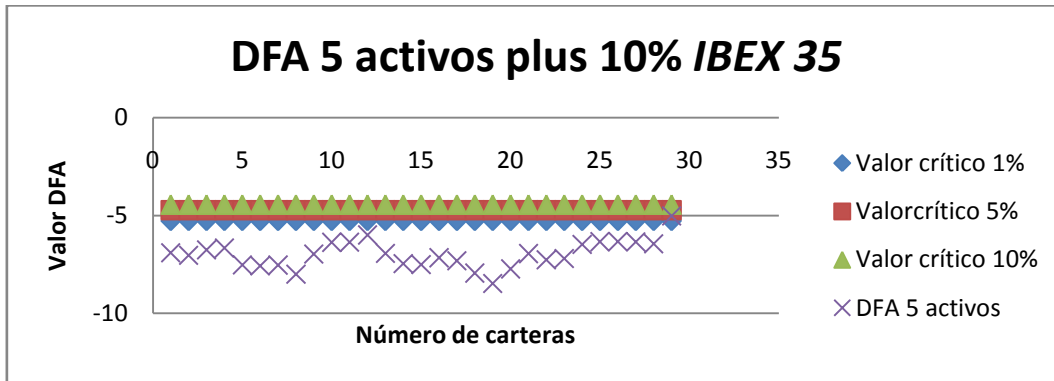


Figura 97. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* para carteras con 20 activos plus 10%

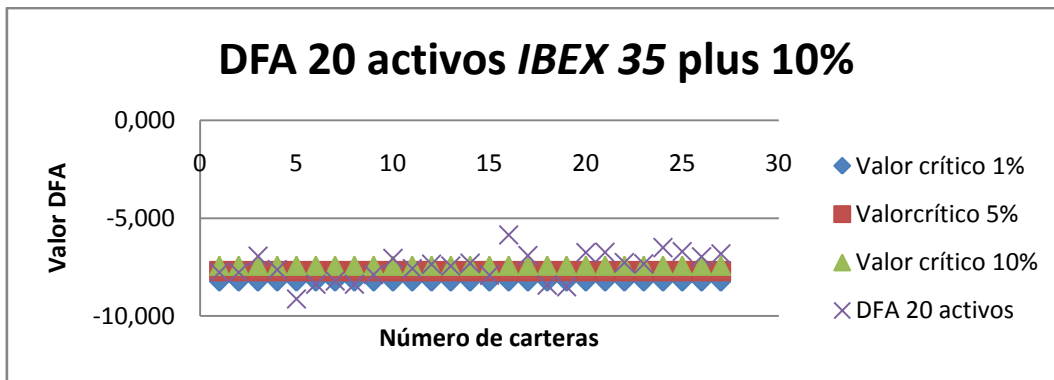


Si el mercado es el *IBEX 35* plus 10%, generamos las Figuras que van desde la Figura 98 hasta la 99. Las carteras con cinco activos están cointegradas en cada momento, cosa que no se puede asegurar cuando las carteras son de 20 activos.

**Figura 98. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX 35* para carteras con 5 activos plus 10%**



**Figura 99. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX 35* para carteras con 20 activos plus 10%**



Si el mercado es el *Dow Jones Composite Average* plus 10%, creamos las Figuras que van desde la Figura 100 hasta la 101. Las carteras con cinco activos están cointegradas en cada momento, cosa que no se puede avalar cuando las carteras son de 20 activos.



Figura 100. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Composite Average* para carteras con 5 activos plus 10%

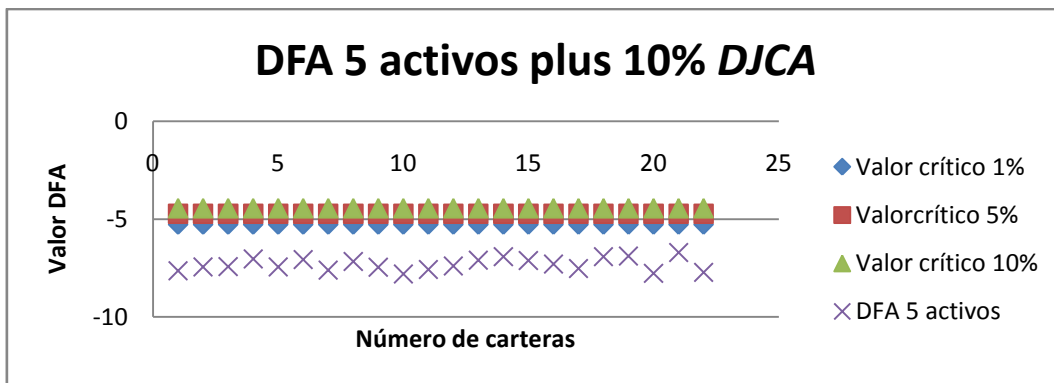
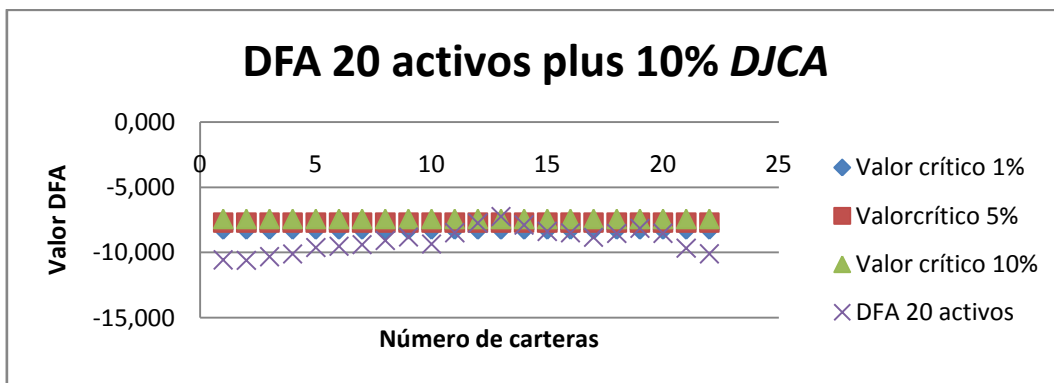


Figura 101. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Composite Average* para carteras con 20 activos plus 10%



Si el mercado es el *Dow Jones Industrial Average* plus 10% (2007-2012), generamos las Figuras que van desde la Figura 102 hasta la 103. Las carteras con cinco activos están cointegradas en cada momento, cosa que no se puede exponer cuando las carteras son de 20 activos.

Figura 102. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* (07-12) para carteras con 5 activos plus 10%

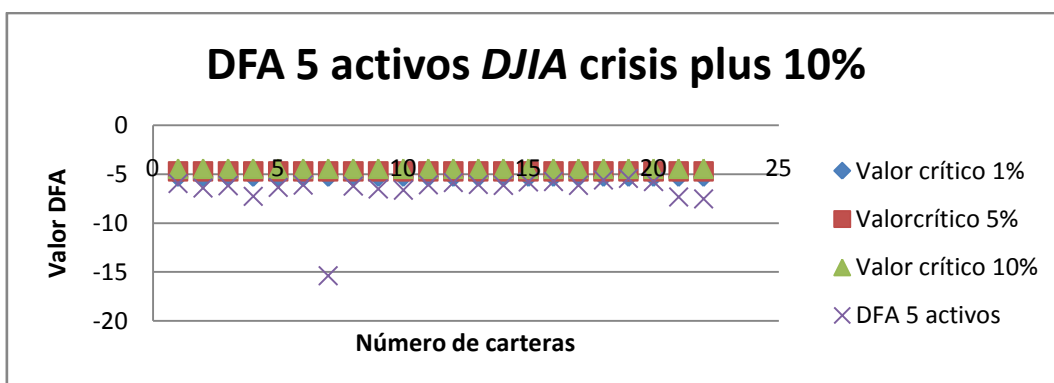
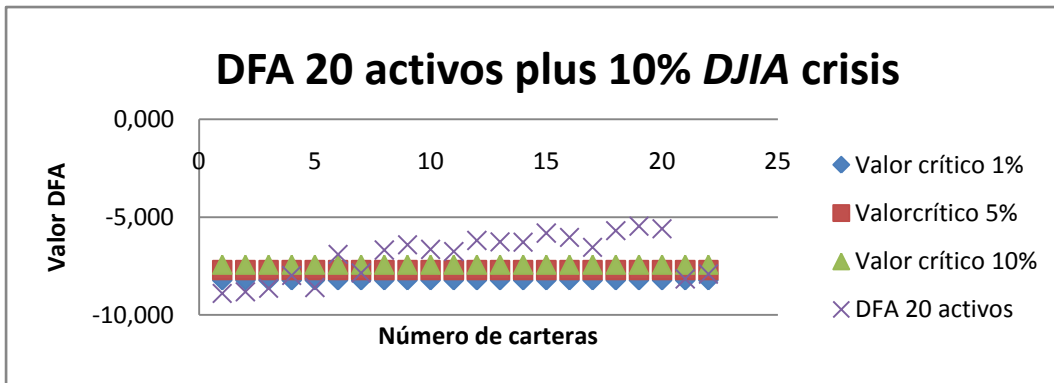


Figura 103. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* (07-12) para carteras con 20 activos plus 10%



Las carteras que siguen el *Dow Jones Composite Average* plus 15% crean las Figuras 104 y 105. Las carteras con 5 activos están cointegradas en cada momento, lo cual no se puede decir que ocurra en las carteras con 20.

Figura 104. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Composite Average* para carteras con 5 activos plus 15%

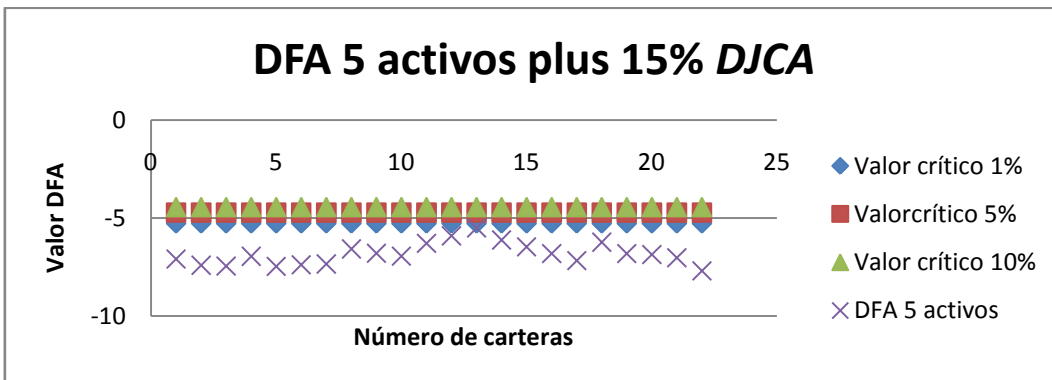
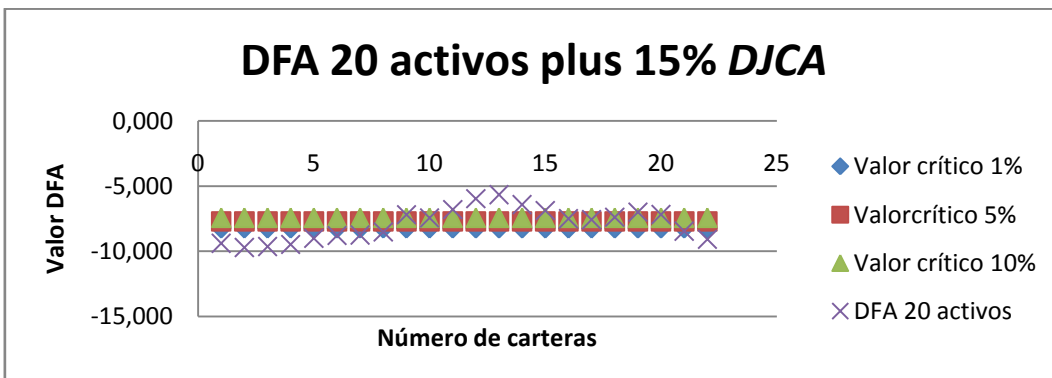
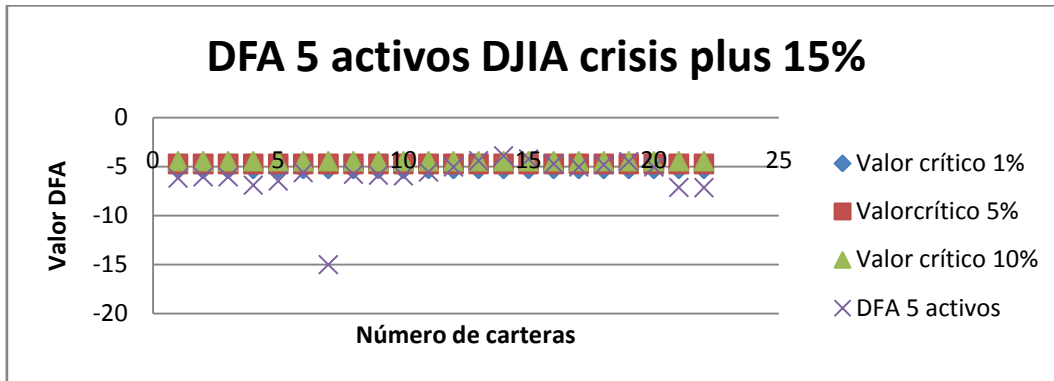


Figura 105. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Composite Average* para carteras con 20 activos plus 15%

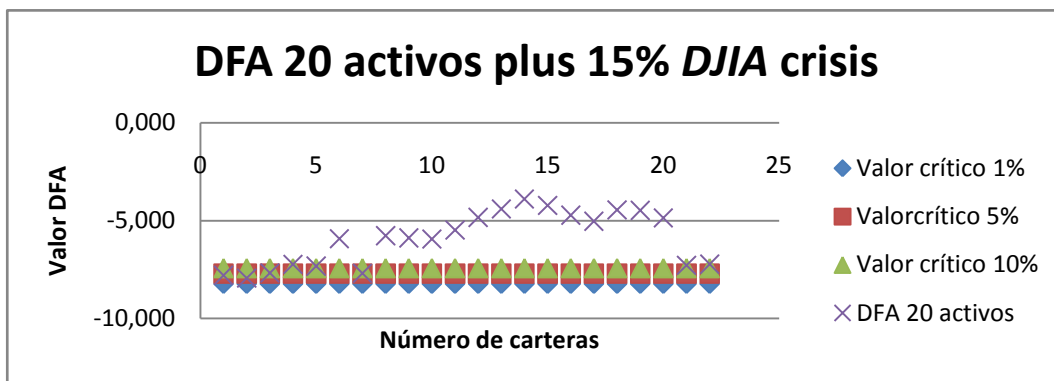


Las carteras que siguen el *Dow Jones Industrial Average* plus 15% en el periodo de crisis generan las Figuras 106 y 107. Las carteras con 5 activos están cointegradas en cada momento, lo cual no se puede decir que ocurra en las carteras con 20.

**Figura 106: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* (07-12) para carteras con 5 activos plus 15%**



**Figura 107: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* (07-12) para carteras con 20 activos plus 15%**



Las carteras que siguen el *Dow Jones Industrial Average* plus 15% forman las Figuras 108 y 109. Las carteras con 5 activos están cointegradas en cada momento, lo cual no se puede exponer que ocurra en las carteras con 20.

Figura 108: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* para carteras con 5 activos plus 15%

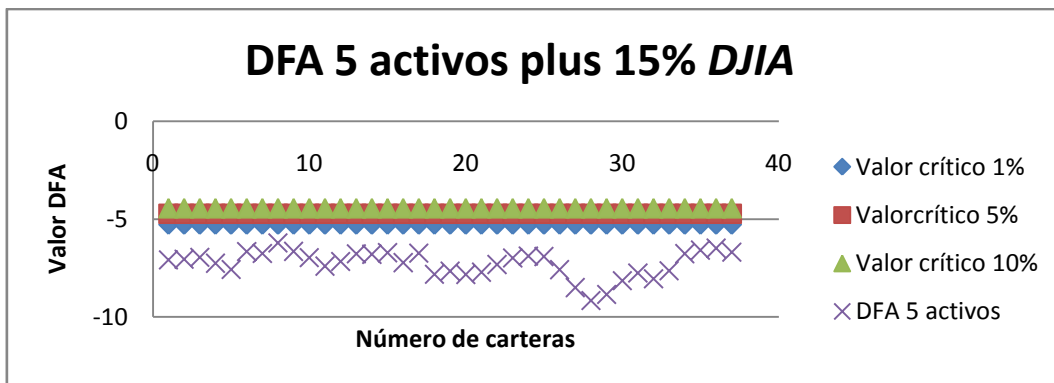
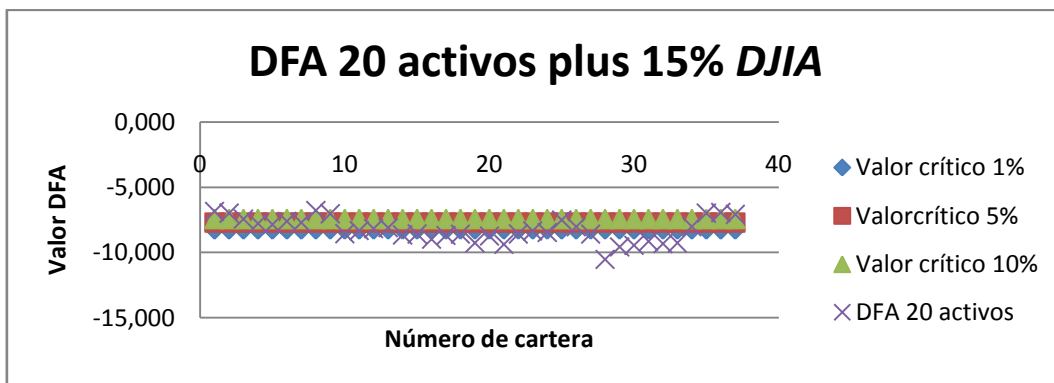


Figura 109: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* para carteras con 20 activos plus 15%



Las carteras que siguen el *IBEX 35* plus 15% componen las Figuras 110 y 111. Las carteras con 5 activos están cointegradas en cada momento, salvo la última cartera. No se puede decir lo mismo en casi ninguna de las carteras con 20 activos.

Figura 110: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX 35* para carteras con 5 activos plus 15%

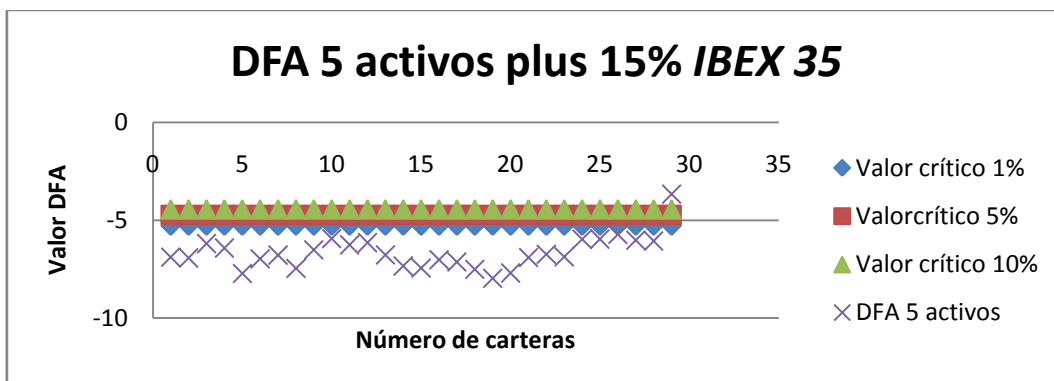
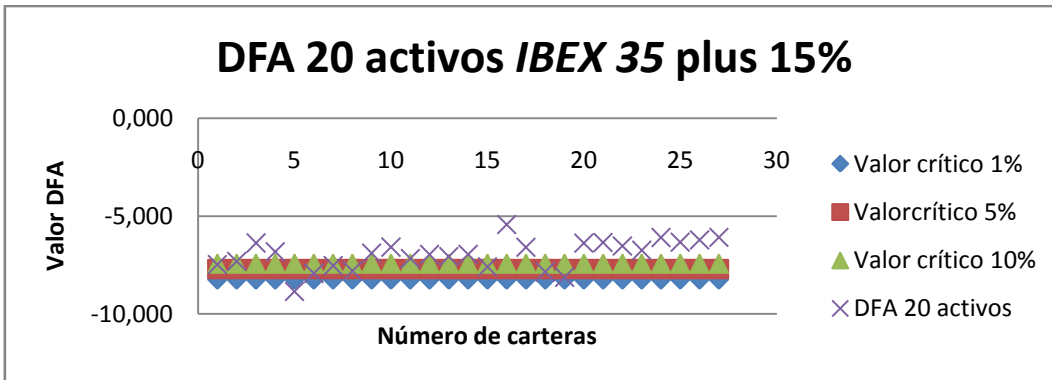


Figura 111: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX 35* para carteras con 5 activos plus 15%



Las carteras que siguen el *Dow Jones Industrial Average* plus 20% crean las Figuras 112 y 113. Las carteras con 5 activos están cointegradas en cada momento. No se puede señalar lo mismo en las carteras con 20 activos.

Figura 112: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* para carteras con 5 activos plus 20%

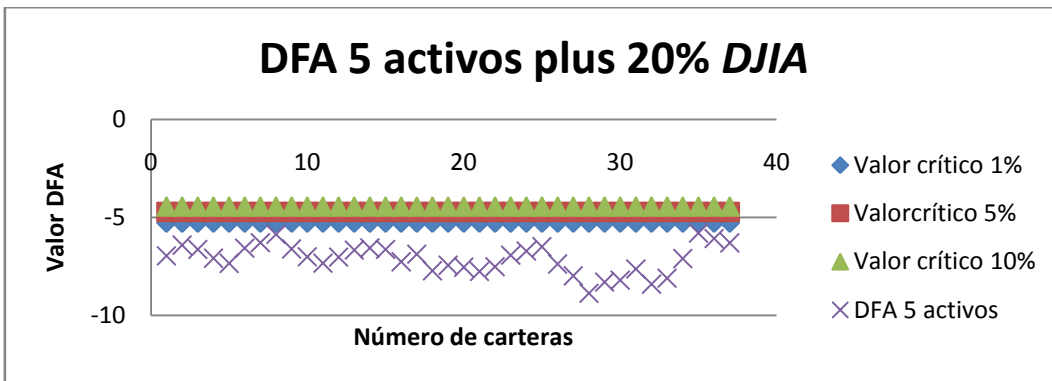
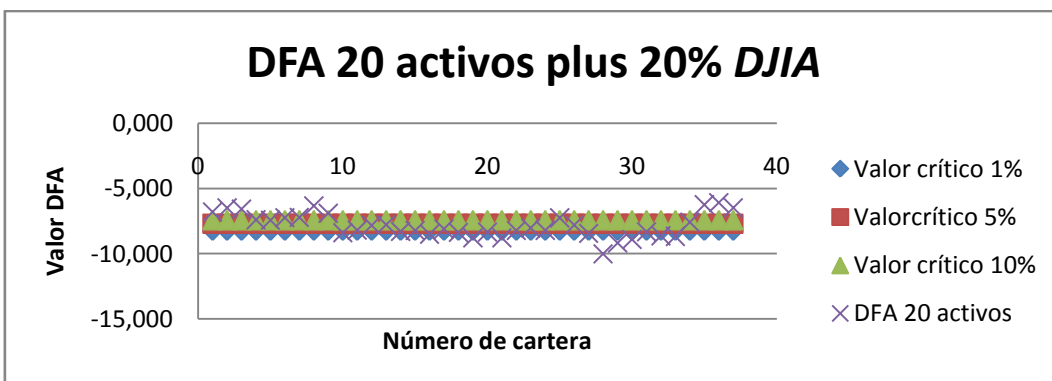


Figura 113: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* para carteras con 20 activos plus 20%



Las carteras que siguen el *IBEX 35* plus 20% forman las Figuras 114 y 115. Las carteras con 5 activos están cointegradas en cada momento, salvo la última cartera. No se puede señalar lo mismo en casi ninguna de las carteras con 20 activos.

Figura 114: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX 35* para carteras con 5 activos plus 20%

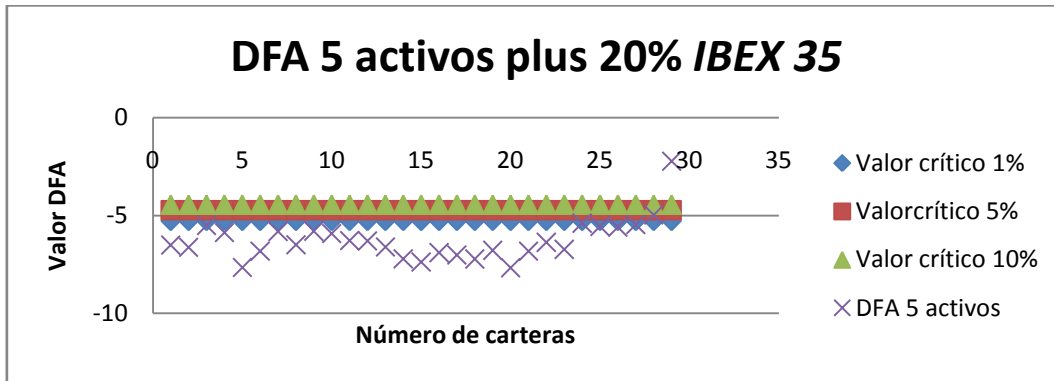
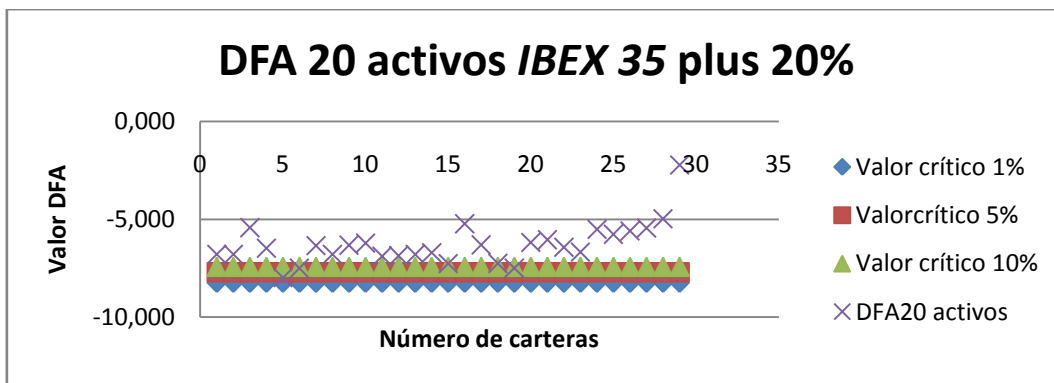


Figura 115: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *IBEX 35* para carteras con 20 activos plus 20%



Las carteras que siguen el *Dow Jones Composite Average* plus 20% forman las Figuras 116 y 117. Las carteras con 5 activos están cointegradas en cada momento. No se puede indicar lo mismo de las carteras con 20 activos.

Figura 116: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Composite Average* para carteras con 5 activos plus 20%

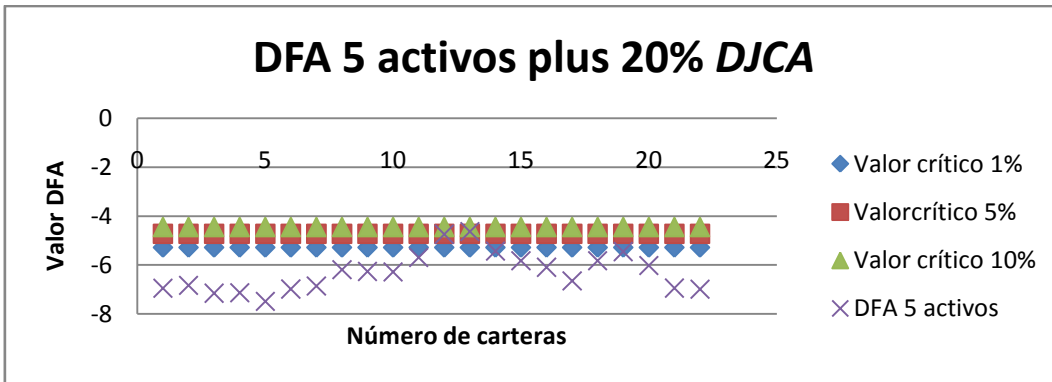
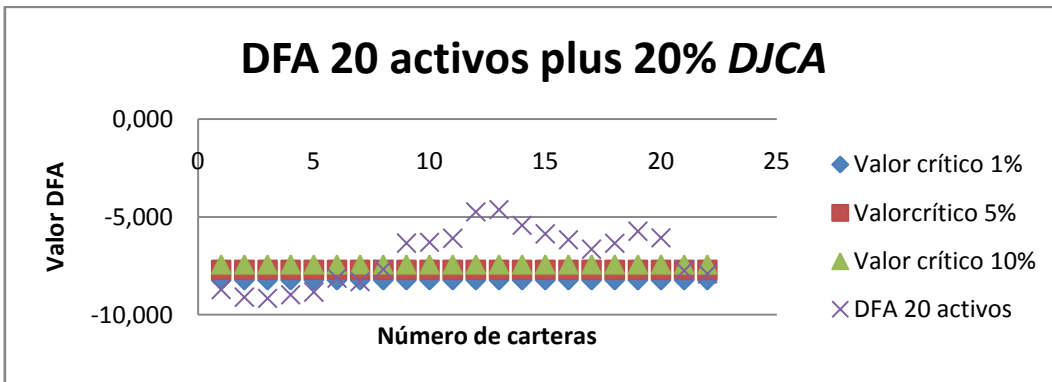


Figura 117: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Composite Average* para carteras con 20 activos plus 20%



Las carteras que siguen el *Dow Jones Industrial Average (07-12)* plus 20% crean las Figuras 118 y 119. Las carteras con 5 activos están cointegradas solo en ciertos momentos temporales. Las carteras con 20 activos no están cointegradas, salvo alguna excepción.

Figura 118: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average (07-12)* para carteras con 5 activos plus 20%

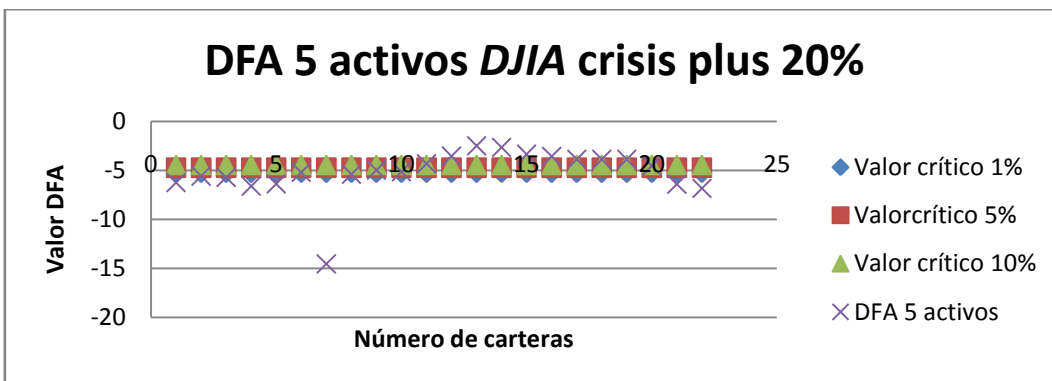
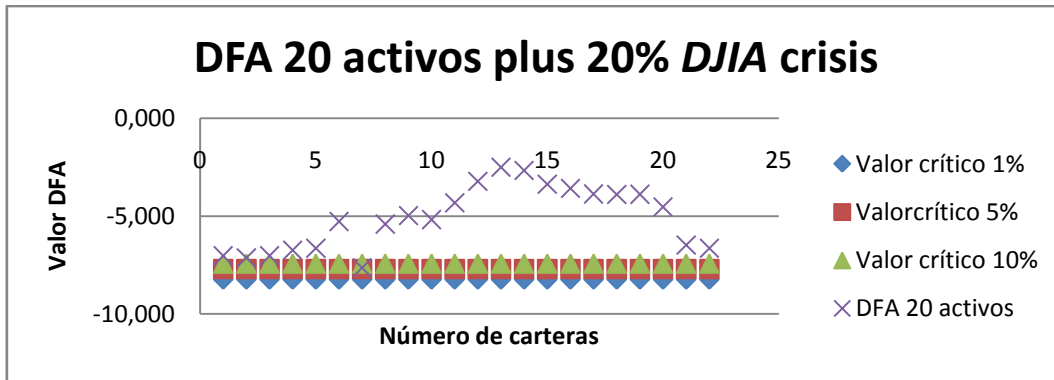


Figura 119: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el *Dow Jones Industrial Average* (07-12) para carteras con 20 activos plus 20%

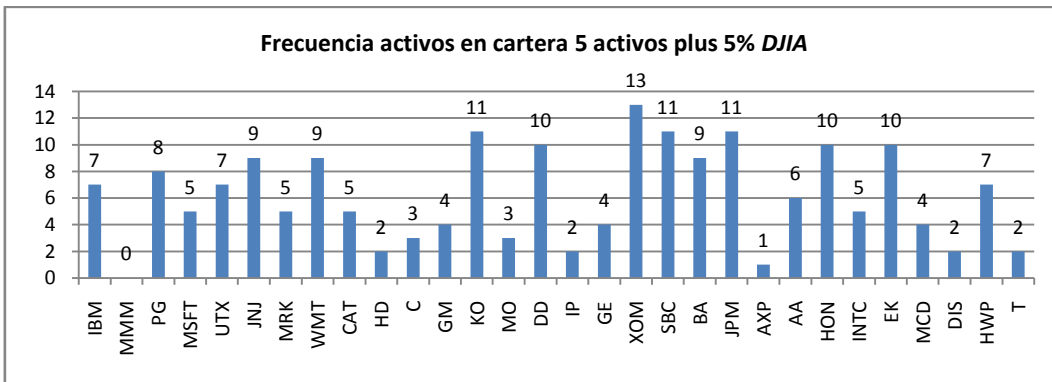




## Anexo 14. Composición de las carteras en el seguimiento de índices mejorados

En este anexo vemos que activos entran en las diferentes carteras según el mercado en cuestión y el número de activos en cartera. Las Figuras desde la 120 hasta la 127 recogen las carteras pertenecientes al *Dow Jones Industrial Average* en el periodo 1993-2001. En la Figura 120, plus 5%, la empresa más usada en las carteras es XMO, cuya denominación aparece en el Anexo 4. Si las carteras tienen veinte activos, Figura 121, los activos más empleados son GM y HD. La Figura 122 recopila la participación de los activos cuando las carteras tienen 5 elementos y el plus es del 10%. El activo más empleado es SBC. Si las carteras tienen 20 activos, Figura 123, el activo más empleado es XOM. Si el plus sobre el índice es del 15% con cinco activos, Figura 124, los activos más empleados son XOM, MSFT y SBC. Si el número de activos son 20, Figura 125, el activo más empleado es XOM. La Figura 126 recoge el índice plus 20% y 5 activos, siendo los activos más utilizados MSFT y SBC.

**Figura 120. Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Industrial Average* plus 5% 5 activos**



**Figura 121. Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Industrial Average* plus 5% 20 activos**

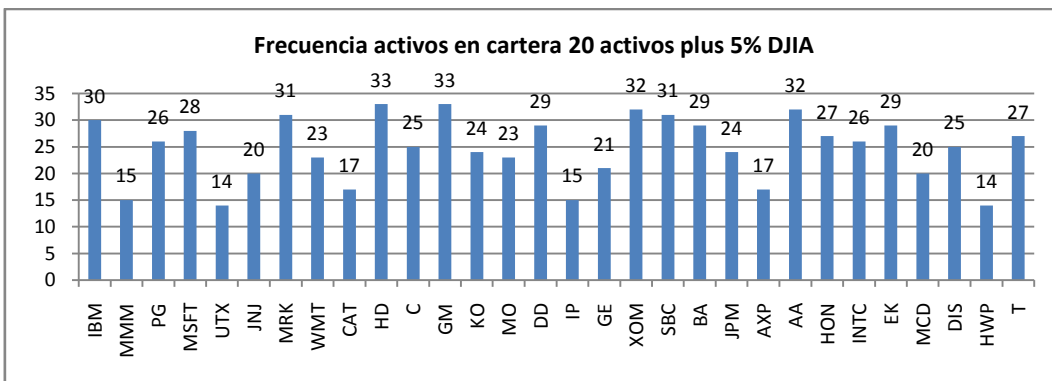


Figura 122. Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Industrial Average* plus 10% 5 activos

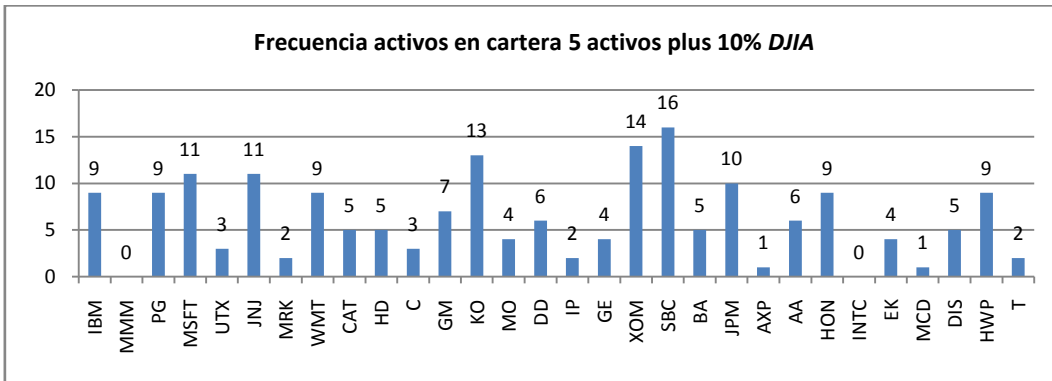


Figura 123. Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Industrial Average* plus 10% 20 activos

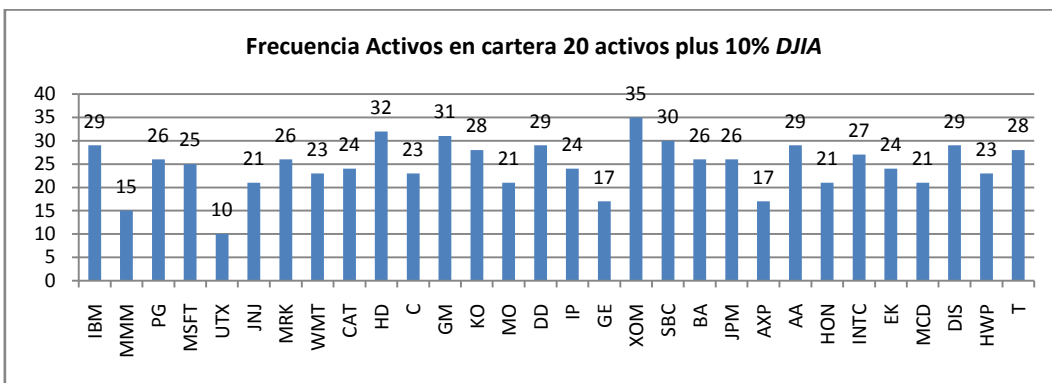


Figura 124. Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Industrial Average* plus 15% 5 activos

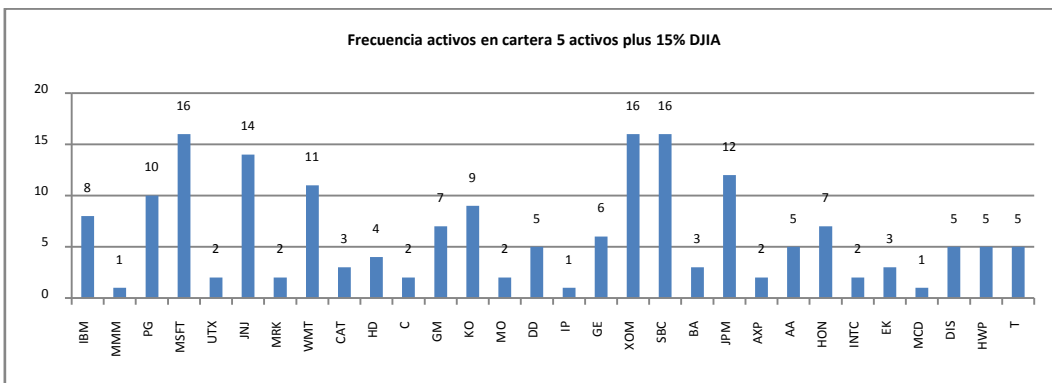


Figura 125. Cartera de seguimiento del índice Dow Jones Industrial Average plus 15% 20 activos

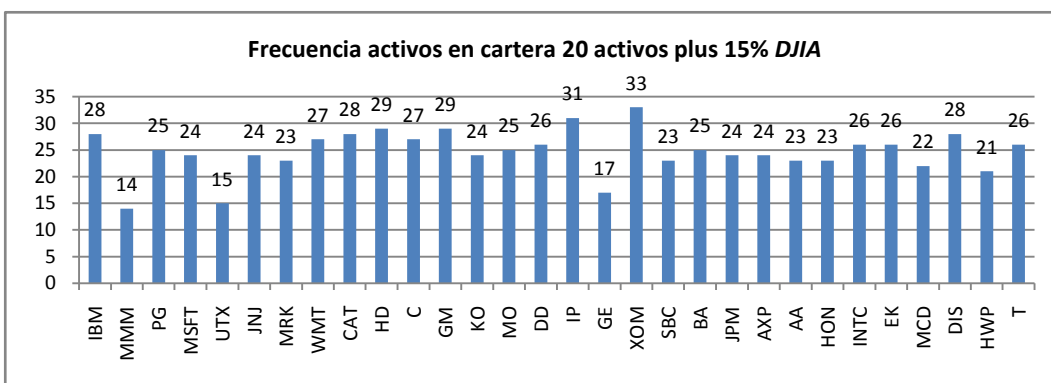


Figura 126. Cartera de seguimiento del índice Dow Jones Industrial Average plus 20% 5 activos

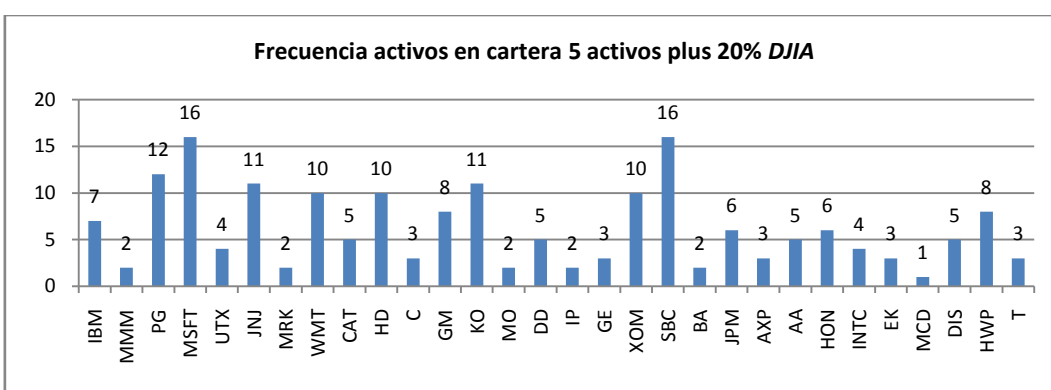
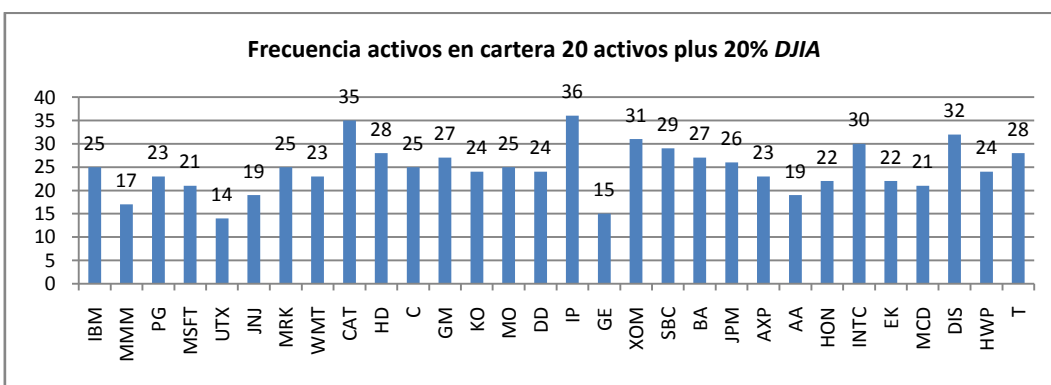


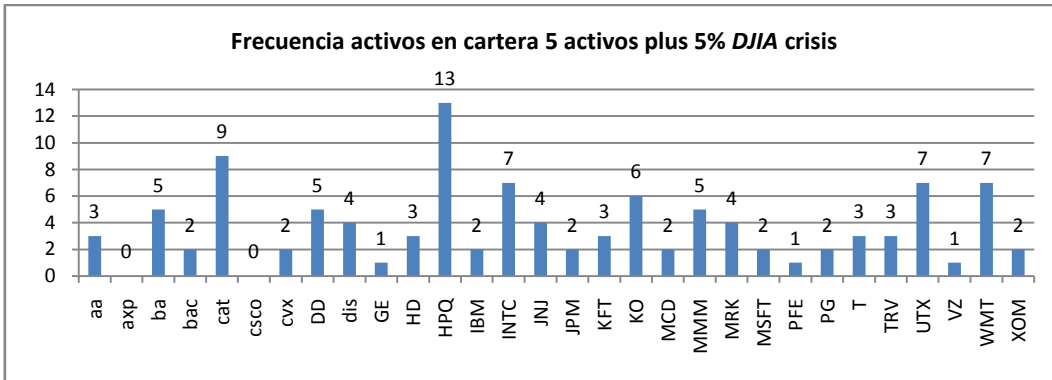
Figura 127. Cartera de seguimiento del índice Dow Jones Industrial Average plus 20% 20 activos



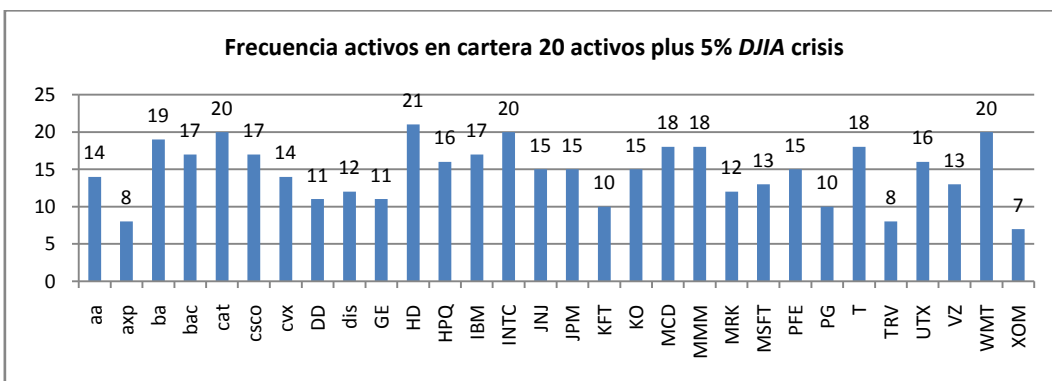
Las Figuras desde la 128 hasta la 135 acumulan las carteras pertenecientes al *Dow Jones Industrial Average* en el periodo 2007-2012. En la Figura 128, plus 5%, la empresa más usada en las carteras es HPQ, cuya denominación aparece en el Anexo 7. Si las carteras tienen veinte activos, Figura 129, el activo más empleado es HD. La Figura 130 recopila la participación de los activos cuando las carteras tienen 5 elementos y el plus es del 10%. Los activos más usados son HPQ y MCD. Si las carteras tienen 20 activos, Figura 131, los activos más empleados son WMT y BAC. Si el plus sobre el índice es del 15%

con cinco activos, Figura 132, el activo más empleado es MCD. Si el número de activos son 20, Figura 133, el activo más explotado es WMT. La Figura 134, recoge el índice plus 20% y 5 activos, siendo el activo más utilizado MCD. La Figura 135 recoge el índice con el plus del 20% y 20 activos. Los activos más utilizados son WMT y PFE.

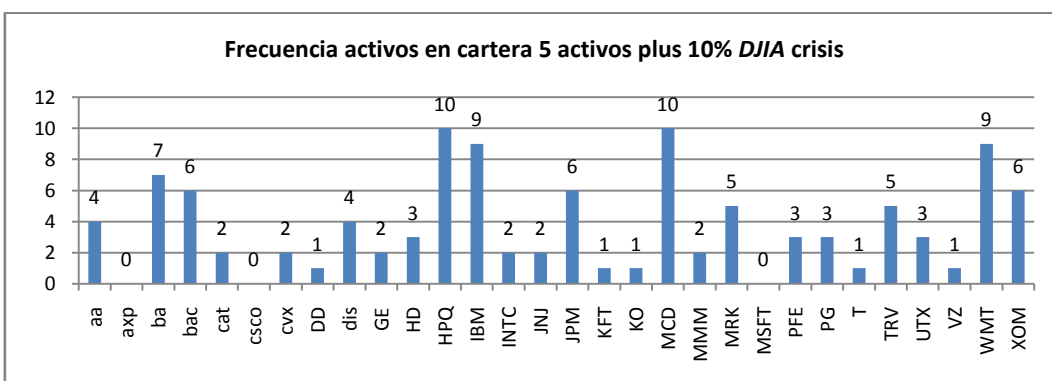
**Figura 128: Cartera de seguimiento del índice Dow Jones Industrial Average crisis plus5% 5 activos**



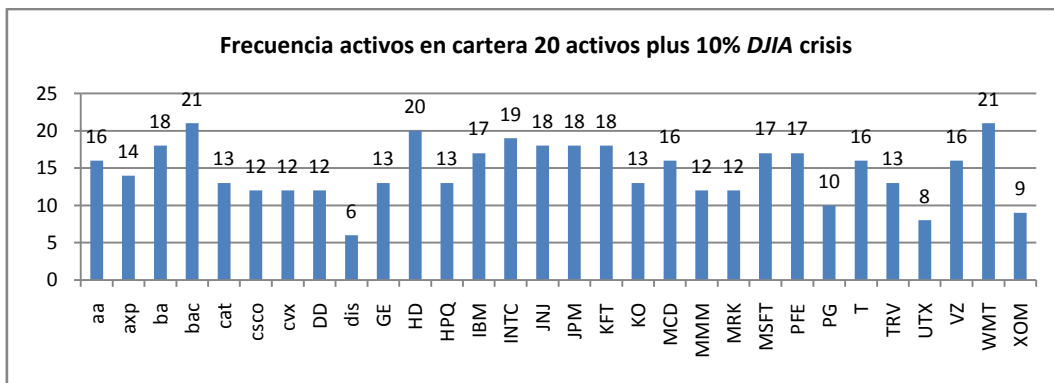
**Figura 129: Cartera de seguimiento del índice Dow Jones Industrial Average crisis plus5% 20 activos**



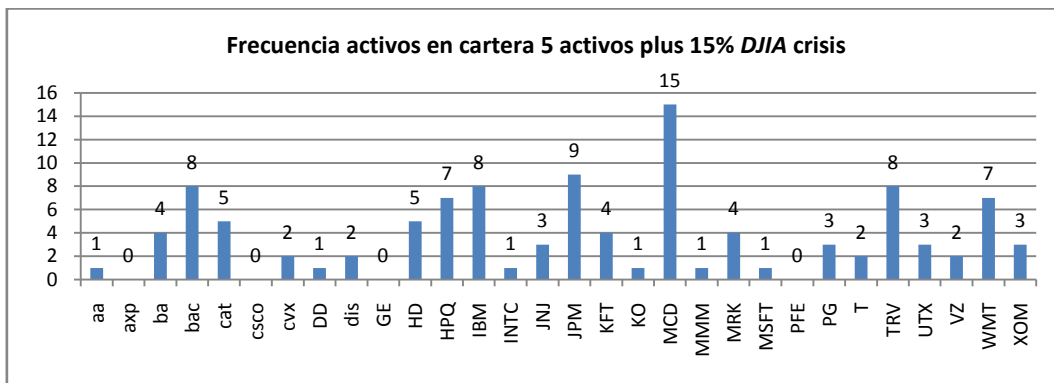
**Figura 130: Cartera de seguimiento del índice Dow Jones Industrial Average crisis plus10% 5 activos**



**Figura 131: Cartera de seguimiento del índice Dow Jones Industrial Average crisis plus10% 20 activos**



**Figura 132: Cartera de seguimiento del índice Dow Jones Industrial Average crisis plus15% 5 activos**



**Figura 133: Cartera de seguimiento del índice Dow Jones Industrial Average crisis plus 15% 20 activos**

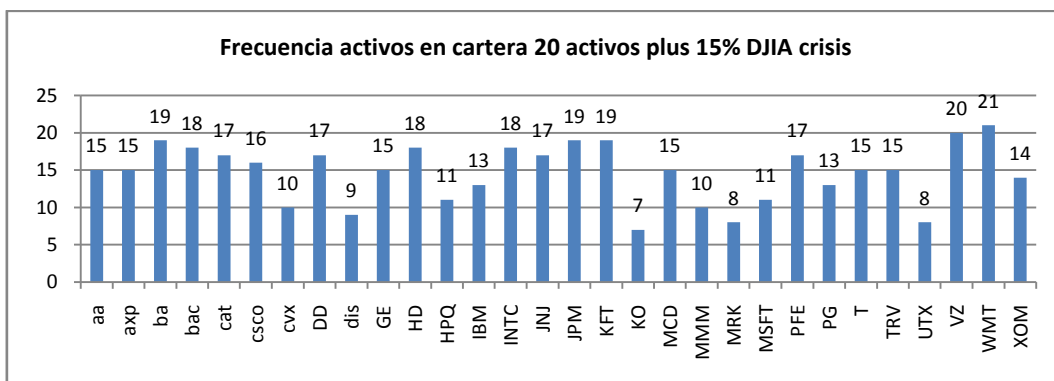


Figura 134: Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Industrial Average* crisis plus 20% 5 activos

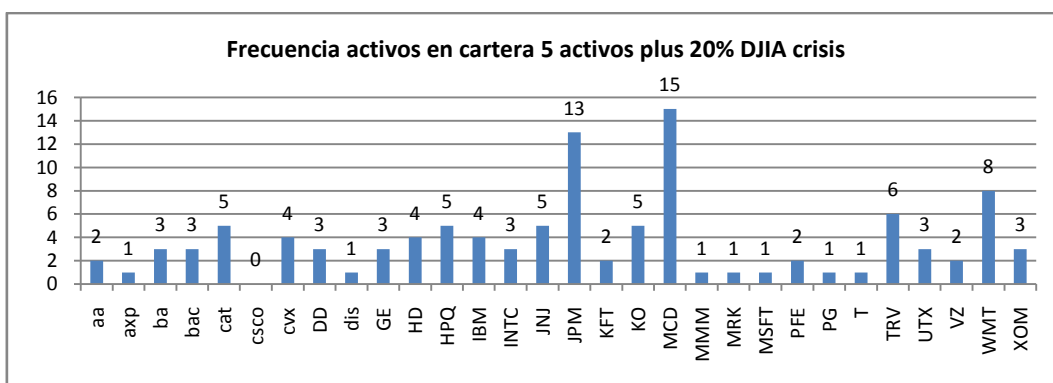
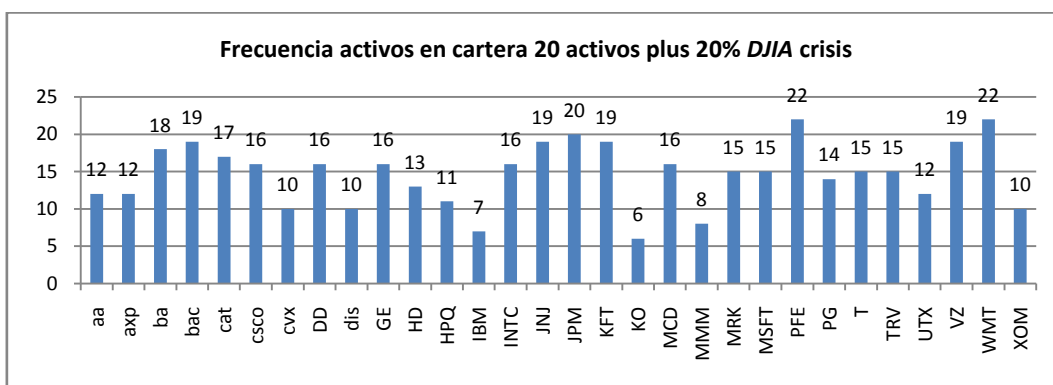


Figura 135: Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Industrial Average* crisis plus 20% 20 activos



Las Figuras desde la 136 hasta la 143 aglomeran las carteras pertenecientes al *IBEX 35* en el periodo 2003-2009. En la Figura 136, plus 5%, la empresa más usada en las carteras es ACX, cuya denominación aparece en el Anexo 5. Si las carteras tienen veinte activos, Figura 137, el activo más empleado es ACX. La Figura 138 recopila la participación de los activos cuando las carteras tienen 5 elementos y el plus es del 10%. El activo más usado es ACX. Si las carteras tienen 20 activos, Figura 139, el activo más usado es BKT. Si el plus sobre el índice es del 15% con cinco activos, Figura 140, el activo más empleado es ACX. Si el número de activos son 20, Figura 141, el activo más manejado es BKT. La Figura 142, recoge el índice plus 20% y 5 activos, siendo el activo más utilizado ACX. La Figura 143 recoge el índice con el plus del 20% y 20 activos. El activo más empleado es BKT.

Figura 136: Cartera de seguimiento del índice *IBEX 35 plus5%* 5 activos

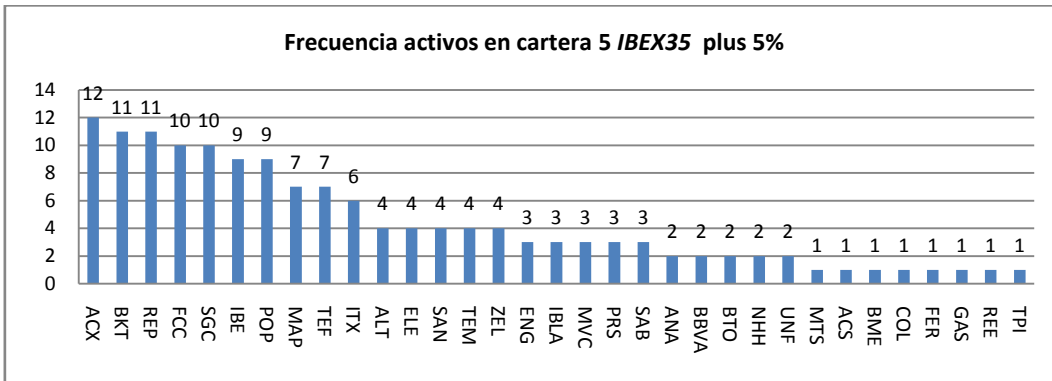


Figura 137: Cartera de seguimiento del índice *IBEX 35 plus5%* 20 activos

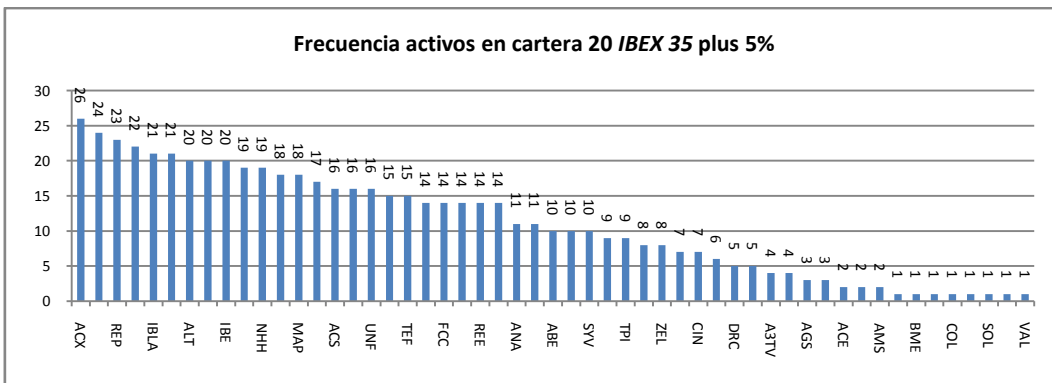


Figura 138: Cartera de seguimiento del índice *IBEX 35 plus10%* 5 activos

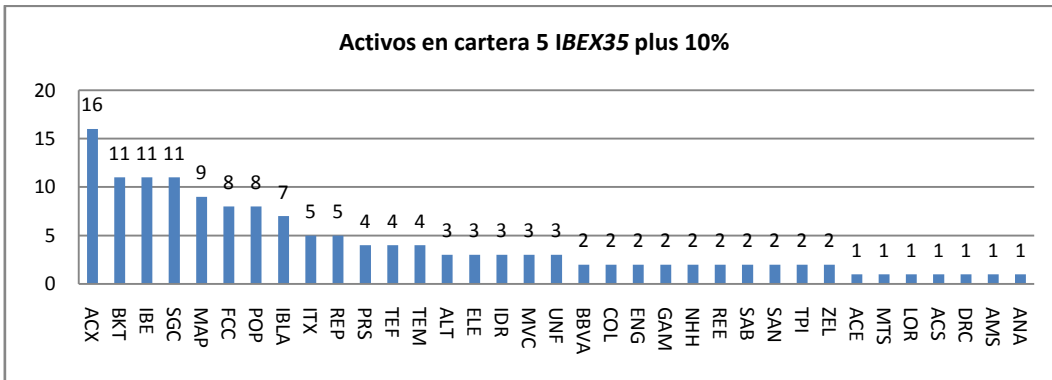


Figura 139: Cartera de seguimiento del índice IBEX 35 plus10% 20 activos

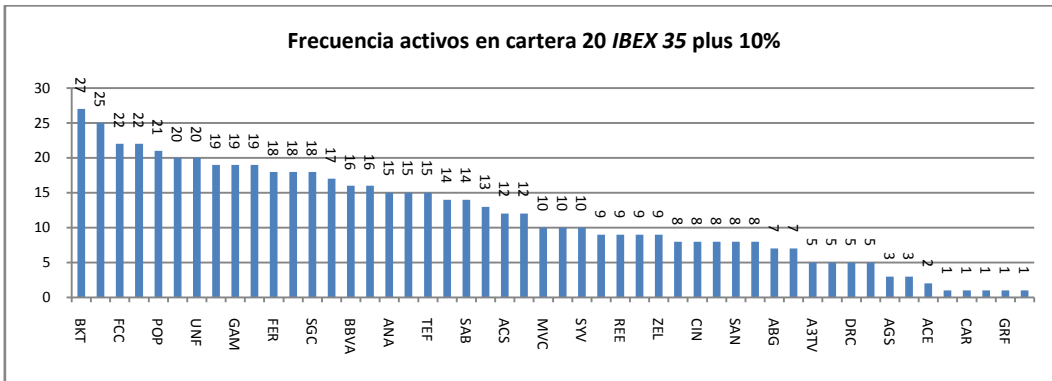


Figura 140: Cartera de seguimiento del índice IBEX 35 plus 15% 5 activos

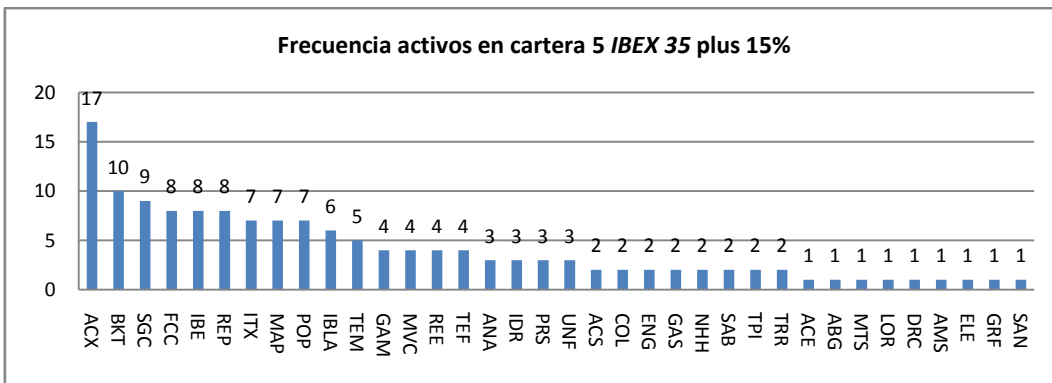


Figura 141: Cartera de seguimiento del índice IBEX 35 plus 15% 20 activos

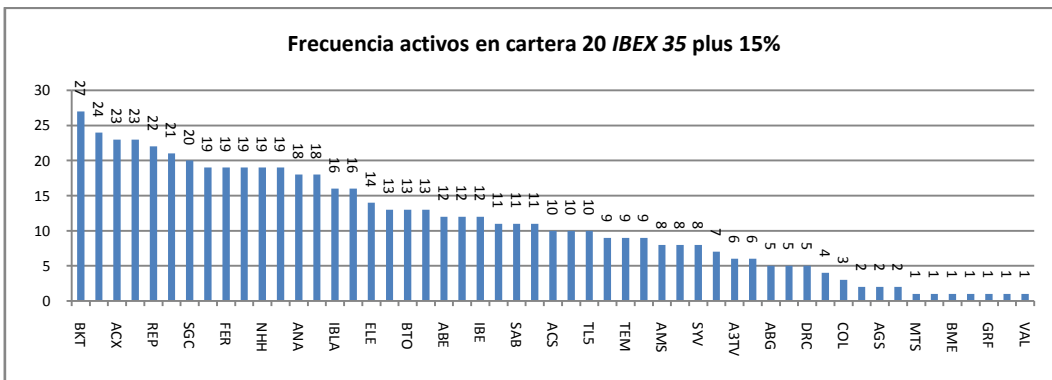




Figura 142: Cartera de seguimiento del índice *IBEX 35 plus20% 5 activos*

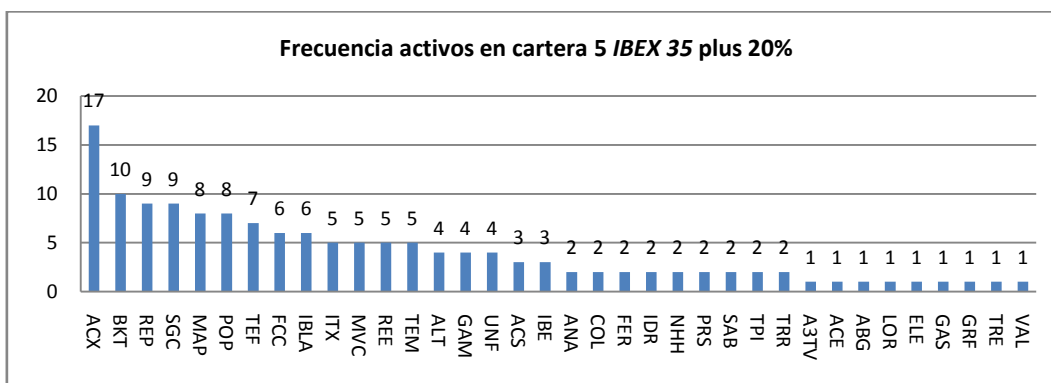
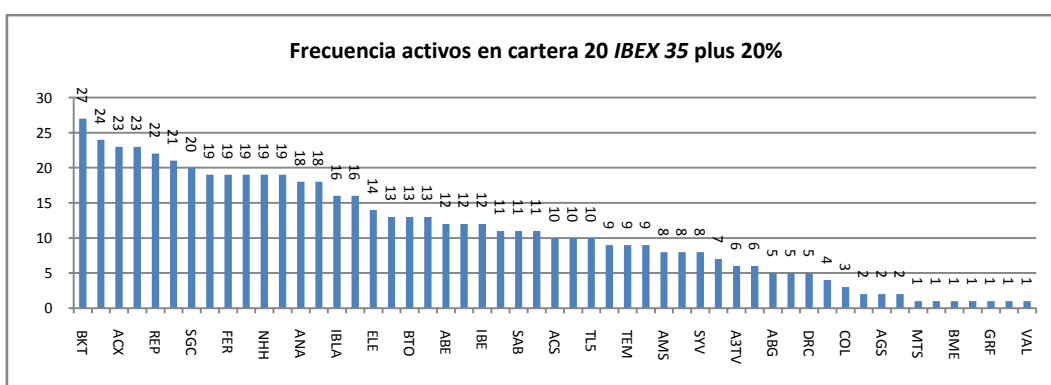


Figura 143: Cartera de seguimiento del índice *IBEX 35 plus20% 20 activos*



Las Figuras desde la 144 hasta la 151 acumulan las carteras pertenecientes al *Dow Jones Composite Average* en el periodo 2007-2012. En la Figura 144, plus 5%, la empresa más usada en las carteras es CAT, cuya denominación aparece en el Anexo 8. Si las carteras tienen veinte activos, Figura 145, el activo más empleado es HPQ. La Figura 146 recopila la participación de los activos cuando las carteras tienen 5 elementos y el plus es del 10%. El activo más usado es CSCO. Si las carteras tienen 20 activos, Figura 147, el activo más empleado es EXPD. Si el plus sobre el índice es del 15% con cinco activos, Figura 148, el activo más empleado es ED. Si el número de activos son 20, Figura 149, el activo más utilizado es IBM. La Figura 150, recoge el índice plus 20% y 5 activos, siendo el activo más utilizado MCD. La Figura 151 recoge el índice con el plus del 20% y 20 activos. El activo más usado es FDX.

Figura 144: Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Composite Average* crisis plus5% 5 activos

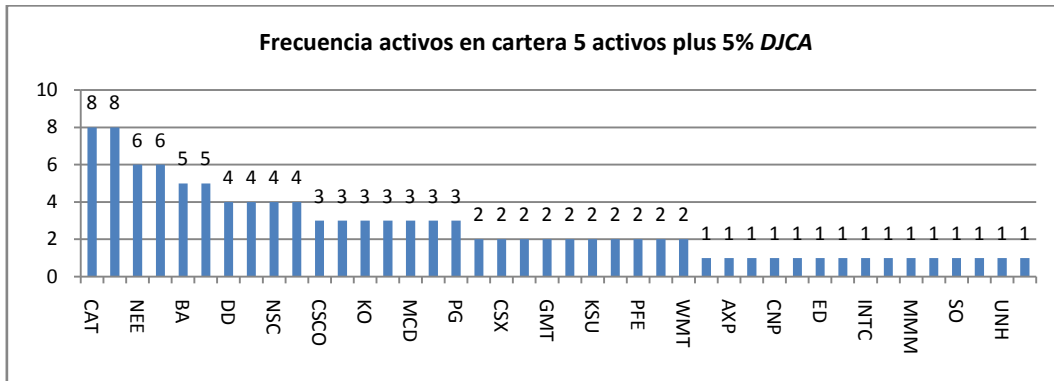


Figura 145: Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Composite Average* crisis plus5% 20 activos

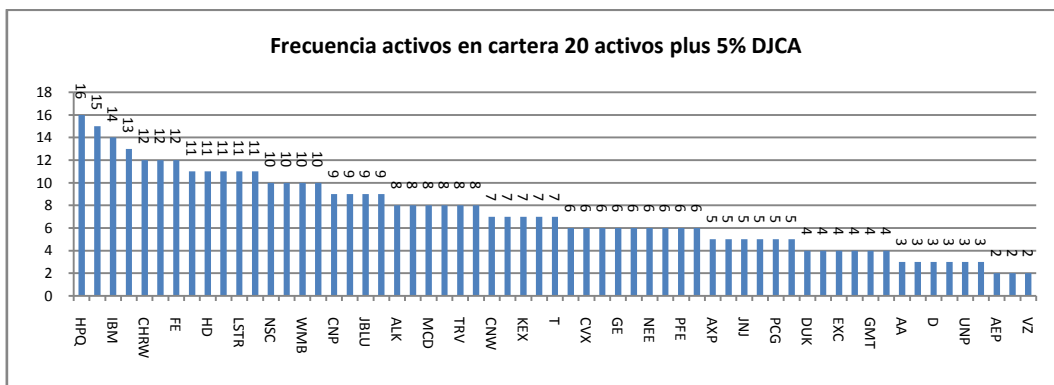


Figura 146: Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Composite Average* crisis plus10% 5 activos

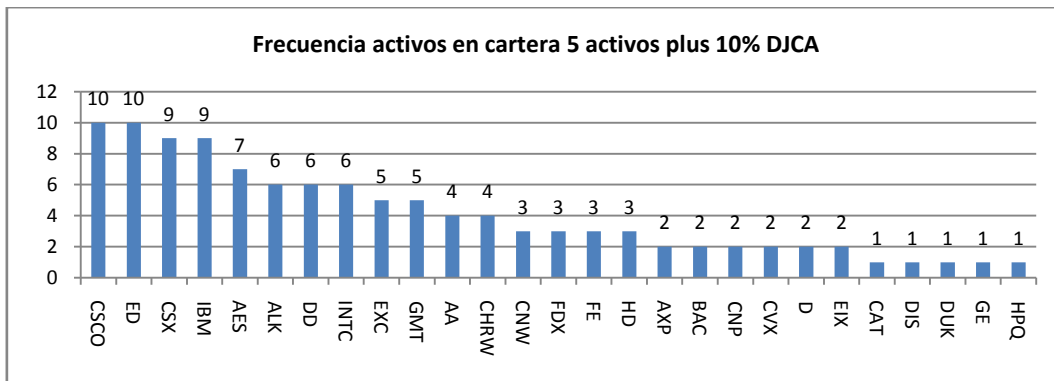


Figura 147: Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Composite Average* crisis plus 10% 20 activos

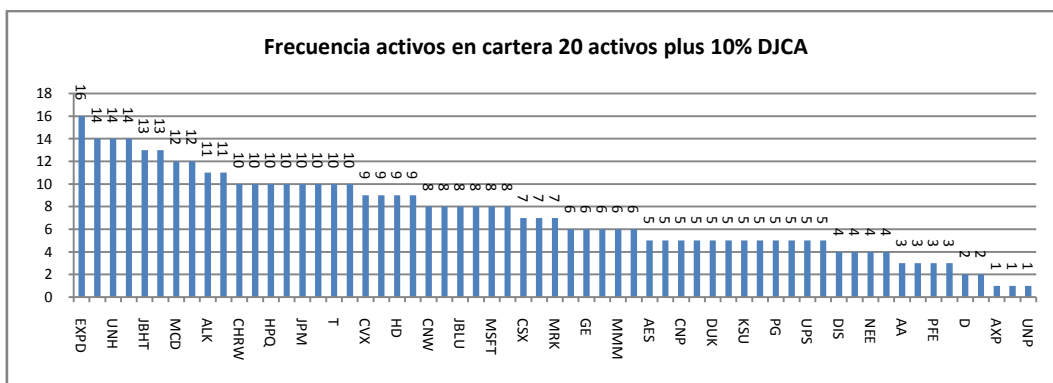


Figura 148: Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Composite Average* crisis plus 15% 5 activos

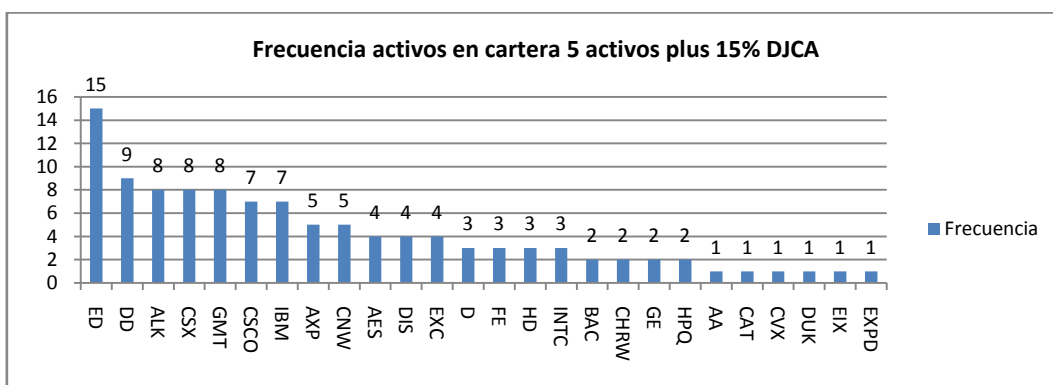
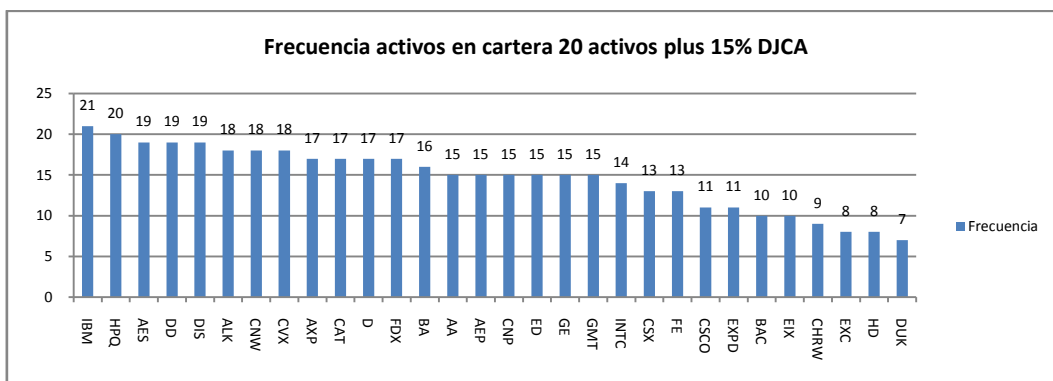
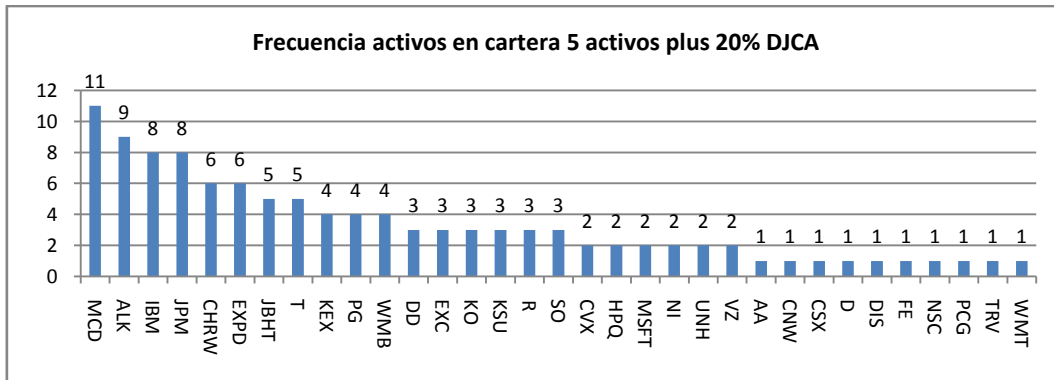


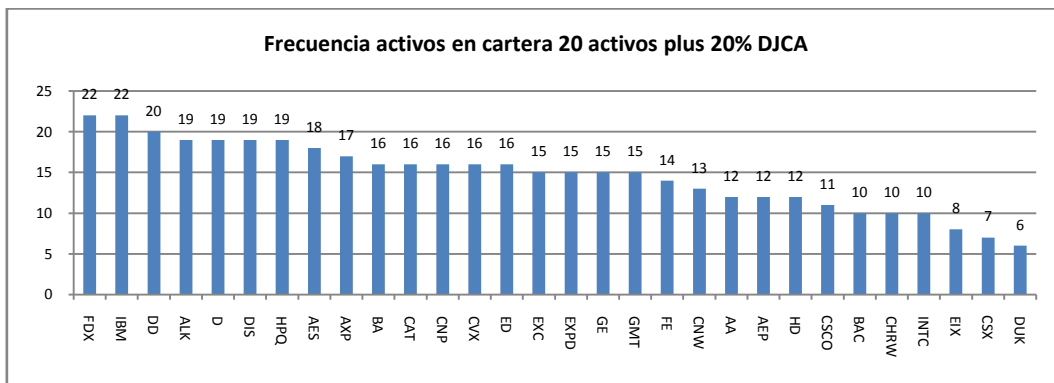
Figura 149: Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Composite Average* crisis plus 15% 20 activos



**Figura 150: Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Composite Average* crisis plus20% 5 activos**



**Figura 151: Cartera de seguimiento del índice *Dow Jones Composite Average* crisis plus20% 20 activos**



## Anexo 15. Resultados del seguimiento de índices mejorados contrastando el cambio de cartera

En este anexo recogemos las Tablas con los resultados de aplicar la metodología de cambio de cartera. En la Tabla 40, recogemos el *Dow Jones Industrial Average* más un plus del 5% (1993-2001). No hay diferencias entre aplicar el cambio de carteras por Dickey-Fuller aumentado y no aplicarlo, excepto en la cartera con 20 activos, donde aumenta la rentabilidad un 0.01% al ahórranos el cambio de cartera número 10.

**Tabla 40. Dow Jones Industrial Average 93-01 plus 5% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<i>Dow Jones Industrial Average plus 5% (1993-2001)</i>					
Activos	5	10	15	20	25
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	16,31%	16,19%	16,35%	16,66%	16,72%
Media rentabilidad bruto	17,30%	16,88%	17,08%	17,19%	17,22%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	5,04%	4,62%	4,820%	4,94%	4,960%
ECM anualizado	0,0253	0,0106	0,0068	0,0054	0,0044
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,04%	-0,37%	-0,170%	-0,061%	-0,037%
Volatilidad error de seguimiento	15,9%	10,32%	18,50%	7,34%	6,64%
Volatilidad cartera seguimiento	22,61%	19,18%	0,1850	18,02%	17,86%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,7108	0,8429	0,8958	0,9136	0,9288
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	0,0006	0,01	0,0616	0,0551	0,0794
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,3229	-9,0599	-9,840	-10,0943	-9,889
Beta cartera	1,0004	1,0062	1,0314	1,0250	1,0326
Prob(error seguimiento<0)	52,28%	49,71%	51,60%	51,74%	52,64%
Ratio información	0,7214	0,8441	0,8838	0,9245	0,9362

La Tabla 41 refleja lo mismo pero el mercado es el *IBEX 35* plus 5% en el periodo 2003-2009. No hay diferencias entre aplicar el cambio de carteras por Dickey-Fuller aumentado y no aplicarlo.

**Tabla 41. IBEX 35 2003-2009 plus 5% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<i>IBEX 35 plus 5% (2003-2009)</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	13,93%	13,76%	13,80%	13,98%
Media rentabilidad bruto	14,87%	14,66%	14,65%	14,76%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	5,19%	4,98%	4,97%	5,08%
ECM anualizado	0,0231	0,0138	0,0137	0,0114
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,20%	-0,02%	-0,03%	0,08%
Volatilidad error de seguimiento	15,19%	11,74%	11,70%	10,68%
Volatilidad cartera seguimiento	25,86%	24,18%	23,94%	23,40%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,8101	0,8747	0,8735	0,8909
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0628	-0,0641	-0,0843	-0,0989
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,169	-7,9551	-8,0504	-7,9879
Beta cartera	0,9563	0,9654	0,9548	0,9516
Prob(error seguimiento<0)	53,94%	53,54%	54,23%	54,17%
Ratio información	0,5387	0,5691	0,5764	0,5974

En la Tabla 42 recopilamos los resultados de aplicar la metodología de cambios de cartera al *Dow Jones Composite Average (07-12)* con un plus del 5%. No hay cambios en ninguna de las carteras.

**Tabla 42. Dow Jones Composite Average 07-12 plus 5% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<i>Dow Jones Composite Average (01/01/07 17/05/12) plus 5%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	7,35%	9,10%	9,14%	9,25%
Media rentabilidad bruto	8,50%	10,12%	10,21%	10,27%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	3,07%	4,69%	4,780%	4,83%
ECM anualizado	0,0187	0,01	0,0060	0,0065
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-1,93%	-0,31%	-0,220%	-0,16%
Volatilidad error de seguimiento	13,67%	10,01%	7,75%	8,07%
Volatilidad cartera seguimiento	25,25%	25,01%	24,98%	25,71%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,8479	0,9177	0,9508	0,9494
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,2023	-0,1227	-0,0555	0,0285
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,5582	-9,272	-10,536	-11,006
Beta cartera	0,8854	0,949	0,982	1,0093
Prob(error seguimiento<0)	50,27%	51,25%	52,39%	53,98%
Ratio información	0,2911	0,4046	0,4087	0,3995

La Tabla 43 refleja los resultados de aplicar el cambio de carteras en el *Dow Jones Industrial Average plus 5%* en el periodo 2007-2012. No se produce ningún cambio en los resultados.

**Tabla 43. Dow Jones Industrial Average 07-12 plus 5% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<i>Dow Jones Industrial Average (01/01/07 17/05/12) plus 5%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	5,56%	6,93%	6,97%	7,03%
Media rentabilidad bruto	6,72%	7,81%	7,69%	7,59%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	4,01%	5,09%	4,970%	4,88%
ECM anualizado	0,0170	0,0102	0,0061	0,0033
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-0,99%	0,09%	-0,025%	-0,12%
Volatilidad error de seguimiento	13,05%	10,11%	7,78%	5,76%
Volatilidad cartera seguimiento	26,54%	25,03%	24,23%	23,60%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,8709	0,9151	0,9473	0,9702
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0318	-0,0623	-0,0745	-0,11
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,326	-8,498	-8,832	-8,914
Beta cartera	0,9822	0,973	0,9752	0,9729
Prob(error seguimiento<0)	52,01%	50,72%	51,71%	51,86%
Ratio información	0,2095	0,2769	0,2877	0,2979

La Tabla 44 replica el *Dow Jones Industrial Average (93-01)* más un plus del 10%. Cambia la cartera con 10 activos al aumentar la rentabilidad tras costes de transacción en un 0.01%, al no cambiar la cartera número 14.

**Tabla 44. Dow Jones Industrial Average 93-01 plus 10% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<b>Dow Jones Industrial Average plus 10% (1993-2001)</b>					
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>25</b>
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	22,25%	21,02%	20,78%	20,86%	20,84%
Media rentabilidad bruto	23,15%	21,68%	21,58%	21,5%	21,50%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	10,89%	9,43%	9,320%	9,32%	9,24%
ECM anualizado	0,0328	0,0156	0,0147	0,0138	0,0124
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,90%	-0,57%	-0,680%	-0,68%	-0,75%
Volatilidad error de seguimiento	18,11%	12,51%	12,11%	11,73%	11,12%
Volatilidad cartera seguimiento	25,24%	21,38%	21,20%	21,14%	20,97%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,6998	0,8133	0,8233	0,8354	0,8523
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	0,0887	0,1063	0,115	0,1364	0,1631
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,315	-8,731	-9,023	-9,036	-8,828
Beta cartera	1,0996	1,0824	1,0863	1,0992	1,1125
Prob(error seguimiento<0)	51,19%	52,41%	52,77%	52,95%	52,05%
Ratio información	0,8815	0,9832	0,9802	0,9869	0,9938

La Tabla 45 recoge al *IBEX 35*, en el periodo 2003-2009, plus 10%. En la cartera con 20 activos hay un ahorro de cartera en el cambio de cartera 27. La rentabilidad global aumenta tras costes de transacción en un 0.01%.

**Tabla 45. IBEX 35 (2003-2009) plus 10% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<b>IBEX 35 plus 10% (2003-2009)</b>				
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	16,94%	17,06%	16,83%	16,95%
Media rentabilidad bruto	18,03%	18,06%	17,74%	17,77%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	8,35%	8,38%	8,060%	8,10%
ECM anualizado	0,0348	0,0514	0,0441	0,0403
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-1,65%	-1,62%	-1,930%	-1,90%
Volatilidad error de seguimiento	18,65%	22,67%	21,01%	20,09%
Volatilidad cartera seguimiento	28,69%	30,12%	28,77%	27,82%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,7597	0,6617	0,6872	0,6982
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0054	-0,0866	-0,1012	-0,1233
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-6,9802	-7,4824	-7,4842	-7,3463
Beta cartera	0,995	0,91	0,9026	0,8867
Prob(error seguimiento<0)	53,77%	54,57%	54,86%	54,46%
Ratio información	0,5904	0,5664	0,5850	0,6093

La Tabla 46 recopila los resultados de aplicar el cambio de cartera al *Dow Jones Composite Average (07-12)* plus 10%. La cartera con 20 activos mejora un 0.05% debido al ahorro de la cartera cinco.

**Tabla 46. Dow Jones Composite Average 07-12 plus 10% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<i>Dow Jones Composite Average (01/01/07 17/05/12) plus 10%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	12,50%	14,18%	14,41%	14,29%
Media rentabilidad bruto	13,58%	15,24%	15,26%	15,13%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	8,15%	9,80%	9,830%	9,70%
ECM anualizado	0,0272	0,0142	0,0124	0,0138
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-1,85%	-0,19%	-0,170%	-0,30%
Volatilidad error de seguimiento	16,51%	11,92%	11,14%	11,74%
Volatilidad cartera seguimiento	27,79%	27,10%	26,89%	26,61%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,807	0,8981	0,9102	0,8976
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,1059	0,0137	0,0275	-0,0253
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,3194	-8,507	-8,996	-9,075
Beta cartera	0,9273	1,0063	1,0123	0,9877
Prob(error seguimiento<0)	52,16%	51,55%	52,46%	53,37%
Ratio información	0,4498	0,5232	0,5359	0,537

En la Tabla 47 recopilamos el *Dow Jones Industrial Average (2007-2012)* plus 10% al aplicar el contraste de cambio de cartera. En la cartera con cinco activos se produce una mejora de 0.03% al ahorrarnos tener que cambiar la cartera número cinco.

**Tabla 47. Dow Jones Industrial Average 07-12 plus 10% cambio cartera Dickey-Fuller aumentado**

<i>Dow Jones Industrial Average (01/01/07 17/05/12) plus10%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	9,69%	11,76%	11,86%	11,86%
Media rentabilidad bruto	10,60%	12,63%	12,67%	12,67%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	7,89%	9,92%	9,960%	9,96%
ECM anualizado	0,0348	0,0316	0,0183	0,0176
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-2,11%	-0,08%	-0,040%	-0,04%
Volatilidad error de seguimiento	18,66%	17,76%	13,53%	13,25%
Volatilidad cartera seguimiento	29,09%	27,79%	24,98%	24,93%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,7682	0,7726	0,8459	0,852
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,063	-0,1156	-0,1771	-0,1727
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-6,6679	-7,3082	-7,0301	-7,0158
Beta cartera	0,9496	0,9124	0,8978	0,9023
Prob(error seguimiento<0)	52,84%	55,12%	53,68%	54,44%
Ratio información	0,3331	0,4232	0,4748	0,4757

La Tabla 48 reúne el *Dow Jones Industrial Average (93-01)* plus 15%. No hay cambios en ninguna de las carteras de esta Tabla.



**Tabla 48. Dow Jones Industrial Average 93-01 plus 15% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<b>Dow Jones Industrial Average plus 15% (1993-2001)</b>					
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>25</b>
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	27,15%	27,02%	26,22%	25,24%	25,24%
Media rentabilidad bruto	28,13%	27,88%	27,09%	26,03%	26,04%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	15,88%	15,62%	14,830%	13,77%	13,78%
ECM anualizado	0,0587	0,0368	0,0334	0,0307	0,0279
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,89%	0,63%	-0,160%	-1,22%	-1,21%
Volatilidad error de seguimiento	24,22%	19,18%	18,29%	17,52%	16,70%
Volatilidad cartera seguimiento	30,53%	26,42%	26,02%	25,50%	25,35%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,6153	0,6931	0,7188	0,7342	0,7637
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	0,1127	0,1178	0,145	0,1519	0,198
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-72,770	-82,766	-8,326	-8,2764	-8,078
Beta cartera	1,1693	1,14	1,1645	1,1656	1,2052
Prob(error seguimiento<0)	52,73%	52,64%	52,64%	53,04%	53,85%
Ratio información	0,8893	1,023	1,0077	0,9898	0,9957

La Tabla 49 agrupa los resultados del *IBEX 35 (03-09)* plus 15%. No hay cambios de cartera con al aplicar el contraste Dickey-Fuller aumentado de cambio de carteras.

**Tabla 49. IBEX 35 2003-2009 plus 15% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<b>IBEX 35 plus 15% (2003-2009)</b>				
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	22,25%	21,46%	20,93%	20,60%
Media rentabilidad bruto	23,28%	22,41%	21,87%	21,50%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	13,60%	12,74%	12,190%	11,82%
ECM anualizado	0,0599	0,0893	0,0661	0,0534
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-1,39%	-2,25%	-2,800%	-3,17%
Volatilidad error de seguimiento	24,47%	29,88%	25,71%	23,05%
Volatilidad cartera seguimiento	31,44%	35,90%	32,59%	30,25%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,6313	0,5569	0,6169	0,6493
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0835	-0,0636	-0,0696	-0,0974
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-6,6565	-7,0034	-6,9351	-6,8193
Beta cartera	0,9061	0,9127	0,9177	0,8966
Prob(error seguimiento<0)	55,20%	55,38%	55,26%	54,63%
Ratio información	0,7077	0,5978	0,6422	0,6827

La Tabla 50 recoge los resultados del *Dow Jones Composite Average (2007-2012)* plus 15% ante cambios en las carteras al aplicar el procedimiento de cambio de cartera. Las carteras no sufren ninguna variación.

**Tabla 50. Dow Jones Composite Average 07-12 plus15% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<i>Dow Jones Composite Average (01/01/07 17/05/12) plus 15%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	20,07%	20,53%	19,95%	19,82%
Media rentabilidad bruto	20,98%	21,37%	20,71%	20,55%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	15,55%	15,93%	15,280%	15,12%
ECM anualizado	0,0443	0,0281	0,0317	0,0305
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,55%	0,94%	0,290%	0,12%
Volatilidad error de seguimiento	21,04%	16,78%	17,79%	17,46%
Volatilidad cartera seguimiento	31,55%	28,30%	29,43%	29,32%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,7455	0,8067	0,797	0,8035
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0308	-0,0798	-0,0399	-0,035
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-6,8321	-7,730	-7,914	-7,899
Beta cartera	0,9726	0,944	0,97	0,9742
Prob(error seguimiento<0)	52,62%	51,63%	52,39%	52,84%
Ratio información	0,6361	0,7254	0,6779	0,6760

La Tabla 51 recoge los resultados de aplicar el procedimiento estadístico de cambio de cartera por Dickey-Fuller aumentado al *Dow Jones Industrial Average (07-12) plus 15%*. La cartera con diez activos sube su rentabilidad un 0.02% por el ahorro de la cartera número nueve. La cartera con cinco activos sube su rentabilidad en un 0.01% al no cambiar la cartera 14.

**Tabla 51. Dow Jones Industrial Average 07-12 plus 15% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<i>Dow Jones Industrial Average (01/01/07 17/05/12) plus15%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	14,68%	16,38%	16,34%	16,25%
Media rentabilidad bruto	15,47%	17,05%	17,05%	16,98%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	12,75%	14,34%	14,340%	14,26%
ECM anualizado	0,0373	0,0354	0,0368	0,0325
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-2,24%	-0,66%	-0,66%	-0,74%
Volatilidad error de seguimiento	19,31%	18,81%	19,19%	18,04%
Volatilidad cartera seguimiento	29,23%	29,10%	29,21%	28,72%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,7526	0,7644	0,7555	0,7792
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0787	-0,0679	-0,0764	-0,0633
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-5,99	-6,260	-6,034	-5,913
Beta cartera	0,9329	0,9452	0,9377	0,9509
Prob(error seguimiento<0)	52,92%	54,28%	54,51%	54,06%
Ratio información	0,5022	0,5428	0,5594	0,5658

La Tabla 52 recoge el *Dow Jones Industrial Average (93-01) plus 20%*. En la cartera con 25 activos los costes de transacción disminuyen debido a que nos ahorramos un cambio de cartera, concretamente el número 15. La rentabilidad aumenta tras costes de transacción en un 0.07%. La cartera con 15 activos aumenta su rentabilidad neta un 0.06%.

**Tabla 52. Dow Jones Industrial Average 93-01 plus 20% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<b>Dow Jones Industrial Average plus 20% (1993-2001)</b>					
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>25</b>
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	31,89%	31,56%	31,31%	31,21%	29,92%
Media rentabilidad bruto	32,87%	32,49%	32,25%	32,09%	30,74%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	20,61%	20,23%	19,990%	19,83%	18,48%
ECM anualizado	0,0767	0,0682	0,061	0,0595	0,0522
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	0,63%	0,25%	0,008%	-0,15%	-1,50%
Volatilidad error de seguimiento	27,69%	26,11%	24,78%	24,38%	22,85%
Volatilidad cartera seguimiento	33,11%	32,26%	31,33%	31,06%	30,57%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,5524	0,5954	0,6277	0,6295	0,6858
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	0,0809	0,1209	0,1496	0,1435	0,2194
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-7,1215	-7,8747	-7,8824	-7,8439	-7,6043
Beta cartera	1,1386	1,1957	1,23	1,217	1,3124
Prob(error seguimiento<0)	53,72%	53,45%	53,72%	53,27%	53,36%
Ratio información	0,9632	0,9783	0,9945	1,0048	0,9734

La Tabla 53 refleja las carteras del *IBEX35 (2003-2009)* plus 20%. En la cartera con diez activos se produce una mejora de la rentabilidad tras costes de transacción del 0.01% por dos cambios menos de cartera. Estos se producen en la segundo y en el undécimo cambio de cartera.

**Tabla 53. IBEX35 03-09 plus 20% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<b>IBEX 35 plus 20% (2003-2009)</b>				
<b>Activos</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	23,25%	24,20%	24,21%	24,35%
Media rentabilidad bruto	24,46%	25,09%	25,09%	25,20%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	14,78%	15,41%	15,41%	15,52%
ECM anualizado	0,1194	0,0793	0,0551	0,0646
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-5,20%	-4,57%	-4,570%	-4,47%
Volatilidad error de seguimiento	34,55%	28,16%	23,47%	25,42%
Volatilidad cartera seguimiento	39,86%	34,90%	30,82%	32,57%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,5013	0,5916	0,651	0,627
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0551	-0,0442	-0,0784	-0,0583
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-6,2611	-6,4157	-6,3400	-6,2859
Beta cartera	0,9123	0,9424	0,916	0,9323
Prob(error seguimiento<0)	55,61%	56,93%	56,07%	55,43%
Ratio información	0,5833	0,6934	0,7855	0,7476

En la Tabla 54 recogemos los resultados de *Dow Jones Composite Average (2007-2012)* plus 20% cuando aplicamos el contraste de cambios de cartera. Cambia la cartera con 10 activos al aumentar la rentabilidad un 0.03% al ahórranos el cambio de cartera número 11. La cartera con 20 activos tiene el mismo aumento de rentabilidad al no cambiar la cartera número once.

**Tabla 54. Dow Jones Composite Average 07-12 plus 20% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<i>Dow Jones Composite Average (01/01/07 17/05/12) plus 20%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	23,41%	25,21%	26,07%	25,98%
Media rentabilidad bruto	24,22%	25,86%	26,81%	26,75%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	18,79%	20,43%	21,370%	21,32%
ECM anualizado	0,0690	0,0649	0,0716	0,0676
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-1,20%	0,44%	1,380%	1,33%
Volatilidad error de seguimiento	18,79%	25,47%	26,75%	26%
Volatilidad cartera seguimiento	34,19%	35,28%	36,07%	36,02%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,6432	0,6918	0,6708	0,6923
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,0826	0,0095	0,0013	0,0296
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-6,2943	-6,9710	-7,035	-7,0391
Beta cartera	0,9095	1,0092	1,0006	1,0310
Prob(error seguimiento<0)	53,53%	53,58%	53,90%	53,68%
Ratio información	0,6847	0,7146	0,7228	0,7213

La Tabla 55 refleja los resultados de aplicar el contraste de cambio de cartera al *Dow Jones Industrial Average (2007-2012) plus 20%*. En la cartera con 15 activos mejora la rentabilidad neta en 0.01% al ahorrar los cambios de cartera 11 y 16. La cartera con 10 activos mejora 0.04%.

**Tabla 55. Dow Jones Industrial Average 07-12 plus 20% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado**

<i>Dow Jones Industrial Average (01/01/07 17/05/12) plus 20%</i>				
Activos	5	10	15	20
Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	19,05%	18,90%	21%	20,93%
Media rentabilidad bruto	19,91%	19,57%	21,67%	21,65%
Exceso rendimiento cartera sobre índice	17,19%	16,86%	18,96%	18,93%
ECM anualizado	0,0558	0,0511	0,0538	0,0506
% Falta de sincronización	100%	100%	100%	100%
% Sesgo rendimiento cuadrático	0%	0%	0%	0%
Error de seguimiento promedio anual	-2,80%	-3,13%	-1,03%	-1,25%
Volatilidad error de seguimiento	23,61%	22,6%	23,20%	22,42%
Volatilidad cartera seguimiento	31,27%	30,56%	31,05%	30,87%
Correlación cartera/índice mercado rendimiento	0,6617	0,6792	0,6702	0,6910
Correlación error de seguimiento/ índice mercado rendimiento	-0,1196	-0,1223	-0,1167	-0,0975
Estadístico Dickey Fuller aumentado muestral	-5,2436	-5,4298	-5,1886	-5,26
Beta cartera	0,8792	0,8818	0,8841	0,9063
Prob(error seguimiento<0)	54,06%	56,56%	54,28%	54,66%
Ratio información	0,6092	0,6185	0,6763	0,678

## Anexo 16. Estrategia de posiciones cortas y largas con carteras de más de 5 activos

En la Tabla 56 reflejamos los resultados del arbitraje estadístico de seguimiento en carteras con 10 activos. Las conclusiones son muy parecidas a las obtenidas cuando la cartera está compuesta por cinco activos. Tal como puede observarse, en este caso también se consigue un *spread* neto bastante bueno. Las betas son cercanas a cero. Esto indica que las posiciones de compra y venta están bien.

**Tabla 56: Estrategias de seguimiento de posiciones largas y cortas con 10 activos**

<i>Dow Jones Industrial Average 1993 – 2001</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	2,25%	7,65%	12,40%	15,15%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	N/A	-0,0006	0,0783	0,1011	0,1149
	Beta cartera	N/A	-0,005628	0,0727	0,122	0,1951
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,2584	0,1086	0,3287	0,3345
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	2,57%	7,16%	12,56%	17,31%	20,06%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0304	0,022	0,0864	0,107	0,119
	Beta cartera	0,0219	0,0212	0,0944	0,1437	0,2168
	Ratio de Sharpe	-0,2996	0,0731	0,372	0,5229	0,4796
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	7,40%	11,98%	17,39%	22,14%	24,89%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,1062	0,0886	0,137	0,1454	0,1479
	Beta cartera	0,0989	0,0982	0,1715	0,2207	0,2938
	Ratio de Sharpe	0,0916	0,3341	0,5649	0,6605	0,5908
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	13,41%	17,99%	23,40%	28,15%	30,90%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,1196	0,1049	0,1407	0,1493	0,1533
	Beta cartera	0,1556	0,1549	0,2281	0,2774	0,3505
	Ratio de Sharpe	0,3532	0,5041	0,667	0,7409	0,677
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	17,94%	22,53%	27,93%	32,68%	35,43%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,1198	0,112	0,1382	0,1459	0,1529
	Beta cartera	0,2111	0,2104	0,2837	0,333	0,4061
	Ratio de Sharpe	0,4205	0,5467	0,6641	0,727	0,689
<i>Dow Jones Industrial Average 2007 – 2012</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	1,98%	7,84%	13,40%	20,43%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	N/A	-0,1161	-0,0755	0,0021	-0,1008
	Beta cartera	N/A	-0,0515	-0,0436	0,0019	-0,13
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,1363	0,3272	0,4773	0,5614
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	2,98%	7,55%	13,41%	18,98%	26,01%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0042	-0,0856	-0,0731	-0,0012	-0,1092
	Beta cartera	-0,0023	-0,0544	-0,0465	-0,0011	-0,1329
	Ratio de Sharpe	-0,0327	0,2775	0,6683	0,7619	0,789
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	7,81%	12,38%	18,25%	23,81%	30,84%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0729	-0,1234	-0,1166	-0,0557	-0,1329
	Beta cartera	-0,0629	-0,115	-0,1071	-0,0617	-0,1935
	Ratio de Sharpe	0,2171	0,4094	0,687	0,7835	0,8009
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	12,41%	16,98%	22,85%	28,41%	35,44%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0346	-0,0864	-0,0754	-0,0254	-0,1056
	Beta cartera	-0,0312	-0,0833	-0,0754	-0,03	-0,1618
	Ratio de Sharpe	0,425	0,5986	0,8265	0,9001	0,8886
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	14,91%	19,48%	25,35%	30,91%	37,94%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0895	-0,1353	-0,122	-0,0704	-0,1266
	Beta cartera	-0,0951	-0,1472	-0,1393	-0,0938	-0,2257
	Ratio de Sharpe	0,4605	0,6281	0,8168	0,8773	0,8233
<i>Dow Jones Composite Average 2007 – 2012</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	2,16%	7,75%	13,03%	18,48%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	N/A	-0,1376	-0,1126	-0,0592	-0,0904
	Beta cartera	N/A	-0,062	-0,0715	-0,05	-0,0882
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,1139	0,2828	0,4712	0,639
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	2,16%	7,25%	12,83%	18,11%	23,57%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,0102	-0,1132	-0,1057	-0,0558	-0,0872
	Beta cartera	-0,005	-0,0664	-0,076	-0,0544	-0,0927
	Ratio de Sharpe	-0,1036	0,2709	0,5425	0,6236	0,7846
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	7,25%	12,33%	17,92%	23,20%	28,65%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	0,0821	-0,0141	-0,0258	0,0031	-0,0326
	Beta cartera	0,0525	-0,009	-0,0185	0,003	-0,0352

<b>Plus 15%</b>	Ratio de Sharpe	0,2491	0,5803	0,8352	0,84	0,9663
	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	13,60%	18,68%	24,27%	29,54%	35,00%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,0112	-0,0829	-0,0917	-0,0532	-0,0837
	Beta cartera	-0,0096	-0,071	-0,0806	-0,059	-0,0973
<b>Plus 20%</b>	Ratio de Sharpe	0,4937	0,7378	0,9817	0,975	1,1249
	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	18,25%	23,33%	28,92%	34,20%	39,65%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	0,0357	-0,0174	-0,0253	-0,0058	-0,0318
	Beta cartera	0,0414	-0,02	-0,0295	-0,008	-0,0462
	Ratio de Sharpe	0,5295	0,7163	0,9052	0,9233	1,0318
<b>IBEX 2003-2009</b>						
		<b>Minus 0%</b>	<b>Minus 5%</b>	<b>Minus 10%</b>	<b>Minus 15%</b>	<b>Minus 20%</b>
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	2,39%	7,45%	15,58%	21,00%
	Correlación cartera /IBEX35 rendimiento	N/A	-0,0077	-0,0287	-0,0286	0,01
	Beta cartera	N/A	-0,0042	-0,0225	-0,0315	0,0162
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,1435	0,1956	0,4757	0,475
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	2,19%	7,19%	12,26%	20,39%	26%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	0,0379	0,024	0,0001	-0,0075	0,0223
	Beta cartera	0,0225	0,0184	0,00099	-0,0089	0,0387
	Ratio de Sharpe	-0,1469	0,1845	0,4052	0,628	0,5718
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	5,48%	10,48%	15,55%	23,68%	29,10%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	-0,0287	-0,0301	-0,0422	-0,0416	-0,0091
	Beta cartera	-0,0333	-0,0375	-0,0557	-0,0647	-0,0171
	Ratio de Sharpe	0,0544	0,2339	0,3956	0,5744	0,607
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	9,89%	14,89%	19,96%	28,09%	33,51%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	-0,0209	-0,0219	-0,0332	-0,0344	-0,0069
	Beta cartera	-0,0306	-0,0348	-0,053	-0,0621	-0,0144
	Ratio de Sharpe	0,1801	0,3097	0,4529	0,6076	0,6382
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	12,61%	17,61%	22,68%	30,81%	36,23%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	-0,0009	-0,0035	-0,0151	-0,0188	0,0075
	Beta cartera	-0,0012	-0,0054	-0,0236	-0,0326	0,015
	Ratio de Sharpe	0,2777	0,4016	0,5432	0,7016	0,7357

La Tabla 57 muestra los resultados de las estrategias de posiciones largas y cortas en el caso de mantener 15 títulos en la cartera. El resultado de los ratios es muy parecido a los que se obtenían en el caso de mantener en la cartera 10 títulos. De lo anterior se deduce que pasar de carteras de 10 activos a carteras de 15 activos no mejora sustancialmente los resultados. Lo dicho anteriormente se puede extender a la correlación entre los rendimientos de la cartera resultante de la estrategia y los rendimientos del índice del mercado donde se desarrolla esta, los ratios de Sharpe y el coeficiente beta de la cartera.

**Tabla 57: Estrategias posiciones cortas y largas con 15 activos**

<b>Dow Jones Industrial Average 1993 – 2001</b>		<b>Minus 0%</b>	<b>Minus 5%</b>	<b>Minus 10%</b>	<b>Minus 15%</b>	<b>Minus 20%</b>
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	3,08%	7,78%	12,59%	15,48%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	N/A	0,0444	0,1219	0,1181	0,1056
	Beta cartera	N/A	0,027	0,1009	0,1384	0,1799
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,3019	0,1316	0,3485	0,3454
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	2,78%	7,92%	12,63%	17,44%	20,32%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0599	0,0747	0,1309	0,1286	0,1181
	Beta cartera	0,0354	0,0627	0,1366	0,1741	0,2157
	Ratio de Sharpe	-0,3428	0,1402	0,3938	0,5246	0,4873
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	7,20%	12,35%	17,05%	21,87%	24,75%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,1056	0,1135	0,1542	0,1535	0,1331
	Beta cartera	0,0906	0,118	0,1918	0,2294	0,2709
	Ratio de Sharpe	0,0849	0,3785	0,5513	0,6598	0,5727
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	12,64%	17,79%	22,49%	27,31%	30,19%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,1404	0,1412	0,1696	0,1688	0,1543
	Beta cartera	0,1685	0,1959	0,2698	0,3073	0,3488
	Ratio de Sharpe	0,3428	0,5275	0,6443	0,7275	0,6654
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	17,68%	22,83%	27,53%	32,34%	35,23%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,142	0,144	0,1664	0,1667	0,1565
	Beta cartera	0,2244	0,2517	0,3256	0,3631	0,4046
	Ratio de Sharpe	0,4591	0,5982	0,6838	0,7517	0,7031

<i>Dow Jones Industrial Average 2007 – 2012</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	3,33%	8,43%	14,64%	19,90%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	N/A	0,0035	-0,0184	0,0377	-0,0797
	Beta cartera	N/A	0,0013	-0,0096	0,0325	-0,1056
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,008	0,4095	0,553	0,5293
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	3,29%	8,35%	13,46%	19,66%	24,92%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0936	-0,073	-0,0795	-0,006	-0,1072
	Beta cartera	-0,0372	-0,0364	-0,0474	-0,005	-0,1433
	Ratio de Sharpe	-0,0123	0,4218	0,7177	0,786	0,6837
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	8,17%	13,24%	18,34%	24,55%	29,81%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,1816	-0,1544	-0,158	-0,08	-0,1551
	Beta cartera	-0,1144	-0,1135	-0,1245	-0,082	-0,2205
	Ratio de Sharpe	0,3218	0,5684	0,8059	0,8709	0,7895
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	12,65%	17,72%	22,83%	29,03%	34,29%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0864	-0,0805	-0,0847	-0,036	-0,1173
	Beta cartera	-0,0752	-0,0743	-0,0853	-0,043	-0,1813
	Ratio de Sharpe	0,4516	0,6586	0,8194	0,9134	0,8492
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	17,30%	22,36%	27,47%	33,68%	38,94%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,1211	-0,1191	-0,1228	-0,073	-0,1337
	Beta cartera	-0,1278	-0,1269	-0,1379	-0,096	-0,2339
	Ratio de Sharpe	0,56	0,756	0,9107	0,983	0,8631
<i>Dow Jones Composite Average 2007 – 2012</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	3,39%	8,51%	13,85%	18,39%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	N/A	0,0444	0,0537	0,0326	-0,0093
	Beta cartera	N/A	0,0184	0,0267	0,0256	-0,008
	Ratio de Sharpe	N/A	-6E-05	0,4251	0,5497	0,7237
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	1,50%	7,41%	12,53%	17,87%	22,41%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,1171	-0,0569	-0,0307	-0,022	-0,0556
	Beta cartera	-0,0459	-0,0265	-0,0182	-0,019	-0,0529
	Ratio de Sharpe	-0,2005	0,3558	0,6361	0,6859	0,8273
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	6,77%	12,68%	17,80%	23,14%	27,68%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,0312	0,0074	0,0188	0,0119	-0,0217
	Beta cartera	-0,0152	0,0042	0,0125	0,0114	-0,0222
	Ratio de Sharpe	0,2856	0,67	0,8999	0,8537	0,9835
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	12,31%	18,22%	23,34%	28,67%	33,22%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,0796	-0,0488	-0,0357	-0,027	-0,0564
	Beta cartera	-0,0577	-0,0383	-0,03	-0,031	-0,0647
	Ratio de Sharpe	0,508	0,7807	0,9794	0,9014	1,0757
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	18,43%	24,34%	29,46%	34,80%	39,34%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,0261	-0,0068	0,0004	-4E-04	-0,0233
	Beta cartera	-0,0272	-0,0078	0,0005	-6E-04	-0,0342
	Ratio de Sharpe	0,5955	0,7582	0,9208	0,8869	1,015
<i>IBEX 2003-2009</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	3,25%	8,28%	16,43%	21,89%
	Correlación cartera /IBEX35 rendimiento	N/A	0,0212	-0,0237	0,0198	0,0046
	Beta cartera	N/A	0,0109	-0,0172	0,0231	0,0082
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,0754	0,2617	0,4815	0,4544
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	2,18%	7,25%	12,27%	20,43%	26%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	0,0082	0,0204	-0,0142	0,0211	0,0068
	Beta cartera	0,0042	0,0151	-0,013	0,0273	0,0124
	Ratio de Sharpe	-0,1689	0,1941	0,4082	0,5764	0,5442
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	5,20%	10,27%	15,30%	23,45%	28,91%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	-0,0478	-0,0326	-0,0516	-0,016	-0,0205
	Beta cartera	-0,0482	-0,0373	-0,0655	-0,025	-0,04
	Ratio de Sharpe	0,05	0,2461	0,403	0,5512	0,5796
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	9,31%	14,38%	19,41%	27,56%	33,02%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	-0,0268	-0,0164	-0,0349	-0,006	-0,012
	Beta cartera	-0,033	-0,0221	-0,0502	-0,01	-0,0248
	Ratio de Sharpe	0,1938	0,3496	0,4856	0,6139	0,6388
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	11,64%	16,71%	21,71%	29,89%	35,35%
	Correlación cartera / IBEX35 rendimiento	-0,0097	-0,0021	-0,0179	0,0044	-0,0026
	Beta cartera	-0,0143	-0,0034	-0,0316	0,0088	-0,0061
	Ratio de Sharpe	0,2335	0,3598	0,4555	0,5895	0,6173

La Tabla 58 reúne los resultados de posiciones cortas y largas con un total de 20 activos. Al igual que en los anteriores; añadir más activos a la cartera de seguimiento no mejora sustancialmente los resultados.

Tabla 58: Estrategias de posiciones largas y cortas con 20 activos

<i>Dow Jones Industrial Average 1993 – 2001</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	3,68%	8,13%	12,99%	15,88%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	N/A	0,0787	0,151	0,1365	0,1126
	Beta cartera	N/A	0,0408	0,121	0,1512	0,1965
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,2821	0,1631	0,3909	0,3513
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	3,20%	8,54%	12,99%	17,85%	20,74%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,0138	0,063	0,1228	0,1237	0,1099
	Beta cartera	0,0078	0,0486	0,1288	0,159	0,2043
	Ratio de Sharpe	-0,3143	0,2027	0,4129	0,5721	0,4925
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	7,42%	12,75%	17,20%	22,06%	24,95%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,1104	0,129	0,1661	0,1645	0,14
	Beta cartera	0,0842	0,125	0,2053	0,2355	0,2807
	Ratio de Sharpe	0,1134	0,4317	0,5627	0,1639	0,5872
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	11,80%	17,13%	21,58%	26,44%	29,33%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,1339	0,1488	0,1779	0,1767	0,1573
	Beta cartera	0,1508	0,1916	0,2718	0,3021	0,3473
	Ratio de Sharpe	0,319	0,5366	0,6335	0,7431	0,6571
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	17,77%	23,10%	27,55%	32,41%	35,30%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	0,1319	0,1448	0,1688	0,1699	0,1538
	Beta cartera	0,2021	0,2429	0,3232	0,3534	0,3986
	Ratio de Sharpe	0,4768	0,6331	0,6997	0,7893	0,7029
<i>Dow Jones Industrial Average 2007 – 2012</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	3,71%	8,68%	14,32%	20,15%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	N/A	0,048	0,0258	0,0631	-0,0525
	Beta cartera	N/A	0,0184	0,0124	0,0477	-0,061
	Ratio de Sharpe	N/A	0,0343	0,4682	0,6145	0,6131
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	3,25%	8,56%	13,53%	19,17%	25,00%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,1906	-0,0632	-0,0596	0,0003	-0,09
	Beta cartera	-0,0474	-0,029	-0,0351	0,000225	-0,1084
	Ratio de Sharpe	-0,0257	0,4778	0,7315	0,8129	0,7624
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	8,08%	13,39%	18,36%	24,00%	29,83%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,2201	-0,1346	-0,1266	-0,0681	-0,1366
	Beta cartera	-0,1177	-0,0993	-0,1054	-0,0701	-0,1787
	Ratio de Sharpe	0,3717	0,5752	0,7636	0,8506	0,8581
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	12,47%	17,78%	22,75%	28,39%	34,22%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,0919	-0,0577	-0,0578	-0,0189	-0,0905
	Beta cartera	-0,0699	-0,0515	-0,0576	-0,0223	-0,1309
	Ratio de Sharpe	0,5068	0,6839	0,825	0,899	0,905
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	17,15%	22,46%	27,43%	33,07%	38,90%
	Correlación cartera /DJIA rendimiento	-0,12	-0,093	-0,0896	-0,0516	-0,1106
	Beta cartera	-0,1162	-0,0979	-0,1039	-0,0686	-0,1773
	Ratio de Sharpe	0,603	0,7699	0,8806	0,947	0,9408
<i>Dow Jones Composite Average 2007 – 2012</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	2,83%	8,30%	13,18%	18,85%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	N/A	-0,0339	-0,0171	-0,0126	-0,0634
	Beta cartera	N/A	-0,0124	-0,0084	-0,0098	-0,0582
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,064	0,4137	0,5179	0,6963
<b>Plus 5%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	2,50%	7,58%	13,05%	17,93%	23,59%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	0,0446	0,0103	0,0146	0,0082	-0,0404
	Beta cartera	0,0161	0,0047	0,0087	0,0073	-0,0411
	Ratio de Sharpe	-0,1034	0,3823	0,6687	0,678	0,822
<b>Plus 10%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	7,49%	12,57%	18,04%	22,91%	28,58%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	0,0025	-0,0177	-0,009	-0,0077	-0,0514
	Beta cartera	0,0012	-0,0102	-0,0062	-0,0076	-0,0559
	Ratio de Sharpe	0,3442	0,657	0,8833	0,8145	0,9561
<b>Plus 15%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	13,07%	18,15%	23,62%	28,50%	34,17%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	-0,0253	-0,0393	-0,0299	-0,0238	-0,0633
	Beta cartera	-0,0189	-0,0303	-0,0263	-0,0277	-0,0761
	Ratio de Sharpe	0,5359	0,7906	0,9526	0,8911	1,0583
<b>Plus 20%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	19,20%	24,28%	29,76%	34,63%	40,30%
	Correlación cartera /DJCA rendimiento	0,022	0,012	0,0147	0,011	-0,0245
	Beta cartera	0,0239	0,0124	0,0165	0,015	-0,0333
	Ratio de Sharpe	0,6038	0,835	0,9744	0,9429	1,1234
<i>IBEX 2003-2009</i>		Minus 0%	Minus 5%	Minus 10%	Minus 15%	Minus 20%
<b>Plus 0%</b>	Media rentabilidad cartera tras costes de transacción	N/A	2,72%	7,17%	15,06%	19,59%
	Correlación cartera /IBEX35 rendimiento	N/A	0,0118	0,0057	0,0245	-0,0543
	Beta cartera	N/A	0,0055	0,0053	0,0257	-0,0711
	Ratio de Sharpe	N/A	-0,1344	0,1509	0,4779	0,5398



## Anexo 17. Compañías seleccionadas en las estrategias apalancadas

### DAX 30

Ticker	Nombre
BAS.DE	BASF SE
BMW.DE	BayerischeMotorenWerkeAktiengesellschaft
CBK.DE	Commerzbank AG
CON.DE	Continental AG
DAI.DE	Daimler AG
DBK.DE	Deutsche Bank AG
EOAN.DE	E.ON SE
FME.DE	Fresenius Medical Care AG & Co. KGAA
FRE.DE	Fresenius SE & Co KGaA
HEI.DE	HeidelbergCement AG
HEN3.DE	Henkel AG & Co. KGaA
IFX.DE	Infineon Technologies AG
LIN.DE	Linde Aktiengesellschaft
LXS.DE	Lanxess AG
SDF.DE	K+S Aktiengesellschaft
TKA.DE	ThyssenKrupp AG

### SP 500

Ticker	Compañía
AAPL	Apple Inc.
ABT	Abbott Laboratories
AIG	American International Group, Inc.
ALXN	AlexionPharmaceuticals, Inc.
ATI	Allegheny Technologies Inc.
AZO	AutoZone Inc.
C	Citigroup, Inc.
CBG	CBRE Group, Inc
CCE	Coca-Cola Enterprises Inc.
CERN	Cerner Corporation
CLF	Cliffs Natural Resources Inc.
CMG	Chipotle Mexican Grill, Inc.
DLTR	DollarTree, Inc.
EA	ElectronicArts Inc.
ED	Consolidated Edison Inc.
ESRX	Express Scripts Inc.
EW	Edwards Lifesciences Corp.
FFIV	F5 Networks, Inc.
FSLR	First Solar, Inc.
GIS	General Mills, Inc.
GNW	GenworthFinancial Inc.
HCBK	Hudson City Bancorp, Inc.
HIG	Hartford Financial Services Group Inc.
HPQ	Hewlett-Packard Company
HRL	HormelFoods Corp.
JDSU	JDS UniphaseCorporation
LNC	Lincoln National Corp.
MCD	McDonald's Corp.
MO	AltriaGroup Inc.
NFLX	Netflix, Inc.
NTRS	Northern Trust Corporation
NYX	NYSE Euronext, Inc.
OI	Owens-Illinois, Inc.
OKE	ONEOK Inc.
PCG	PG&E Corp.
PCLN	priceline.com Incorporated
PFG	Principal FinancialGroup Inc.
PRGO	Perrigo Co.
RAI	Reynolds American Inc.
SHW	TheSherwin-Williams Company
SO	SouthernCompany
WPI	Actavis
WYN	WyndhamWorldwideCorporation
X	UnitedStates Steel Corp.

## NASDAQ 100

Ticker	Compañía
AAPL	Apple Inc.
ALXN	AlexionPharmaceuticals, Inc.
BIDU	Baidu, Inc.
DLTR	DollarTree, Inc.
EA	ElectronicArts Inc.
ESRX	Express Scripts Holding Company
FFIV	F5 Networks, Inc.
FLEX	Flextronics International Ltd.
GMCR	Green Mountain Coffee Roasters, Inc.
GOLD	RandgoldResourcesLimited
MDLZ	Mondelez International, Inc.
MU	MicronTechnology Inc.
NFLX	Netflix, Inc.
NVDA	NVIDIA Corporation
PCLN	priceline.com Incorporated
PRGO	Perrigo Co.
RIMM	BlackBerry
ROST	Ross Stores
SIRI	Siri
SNDK	Sand Disk Corporation
VMED	Virgin Media Inc
WYNN	Wynn resorts

## RUSSELL 2000

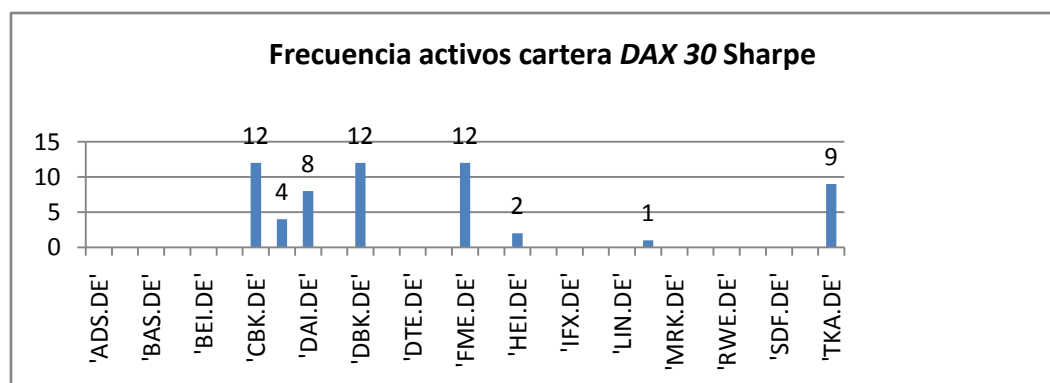
Ticker	Compañía
ABCO	Advisory Board Co
ACTG	Acacia Research Corp
AFSI	Amtrust Finl Svcs
AI	Arlington Asset Invnt
AKRX	Akorn Inc
AMED	Amedisys Inc
ANCX	Access Natl Corp
BEE	Strategic Hotel & Resor
BSTC	Biospecifics Techno Cor
BTX	Biotime Inc
CACB	Cascade Bancorp
CACC	Credit Accep Corp Mich
CALL	Magicjack Vocaltec Ltd
CEDC	Central European Distri
CENX	Century Aluminum Co
CLCT	Collectors Universe Inc
CNO	Cno Financial Group
CPLA	Capella Education Co
CPSI	Computer Programs & Sys
DJCO	Daily Journal Corp
DLA	Delta Apparel Inc
DMND	Diamond Foods Inc
DNDN	Dendreon Corp
DPZ	Dominos Pizza Inc
DTG	Dollar Thrifty Auto
DUSA	Dusa Pharmaceuticals In
DX	Dynex Capital Inc
EBIX	Ebix Inc
EE	El Paso Electric Co
ELGX	Endologix Inc
FBP	First Bancorp Pr
FCFS	First Cash Financial
FCH	Felcor Lodging Trust In
FHCO	Female Health Co
FORM	Formfactor Inc

## Anexo 18. Frecuencia de los activos en las carteras 130-30

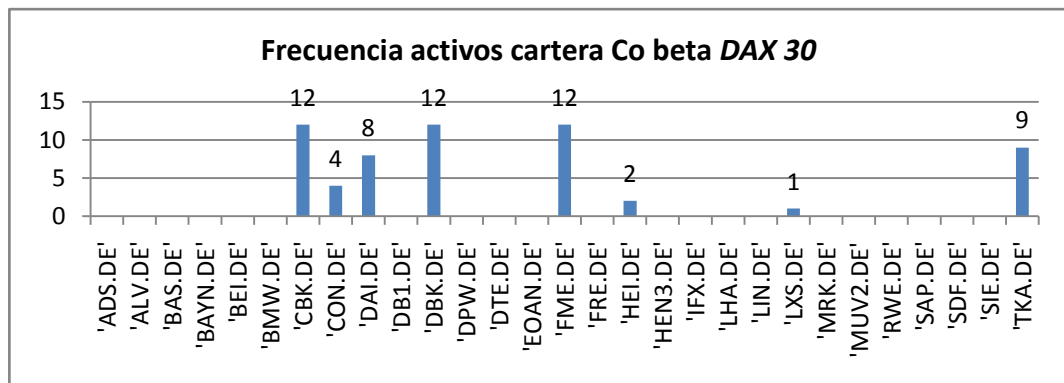
Las Figuras que van desde la 152 hasta la 161 recogen los activos concretos que forman todas las diferentes carteras posibles y el número de veces que estos activos aparecen en ellas. Concretamente las Figuras que van desde la 152 hasta la 155 se corresponden con las carteras obtenidas a partir de los activos del *DAX 30*. Así por ejemplo, si el ratio a utilizar es el de Sharpe, Figura 152, o los co-movimientos de beta, Figura 153, el número de activos seleccionados es ocho. Los activos más utilizados son FME, DBK y CBK. En el Anexo 17 se encuentran todas las compañías empleadas en la formación de las carteras en cada mercado, así como el nombre asociado a cada código (*ticker*).

Las carteras que utilizan el ratio Omega, Figura 154, y Sortino, Figura 155, seleccionan los mismos doce activos, diferenciándose solamente en las proporciones en que intervienen en las mismas. El hecho de no usar muchos activos viene condicionado por el número total de activos que componen el *DAX 30*. En ambos casos los activos más empleados son CBK y FME.

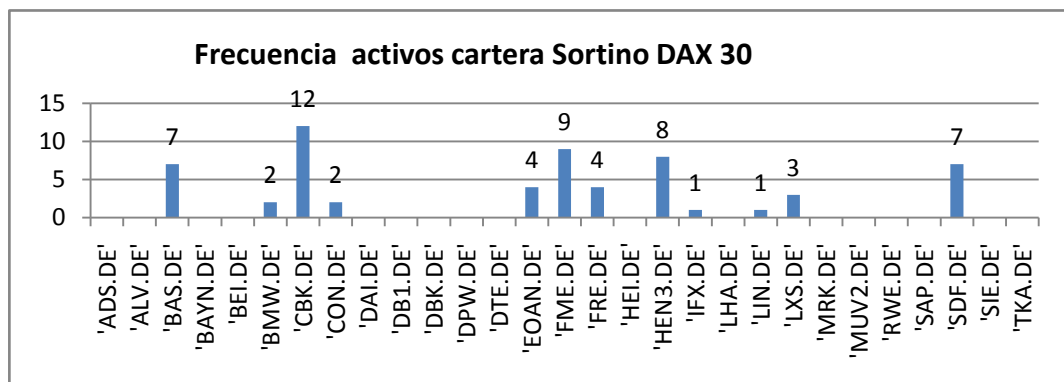
Figura 152: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sharpe en el índice *DAX30* (2010-2012)



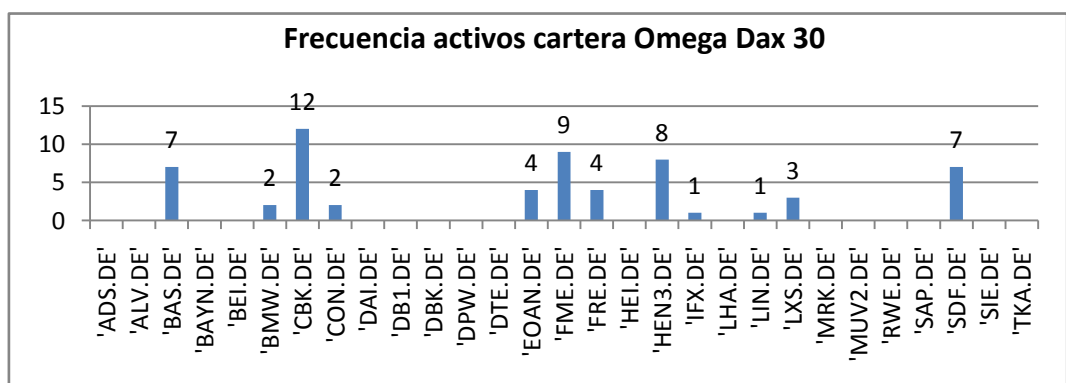
**Figura 153: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice DAX30 (2010-2012)**



**Figura 154: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sortino en el índice DAX30 (2010-2012)**



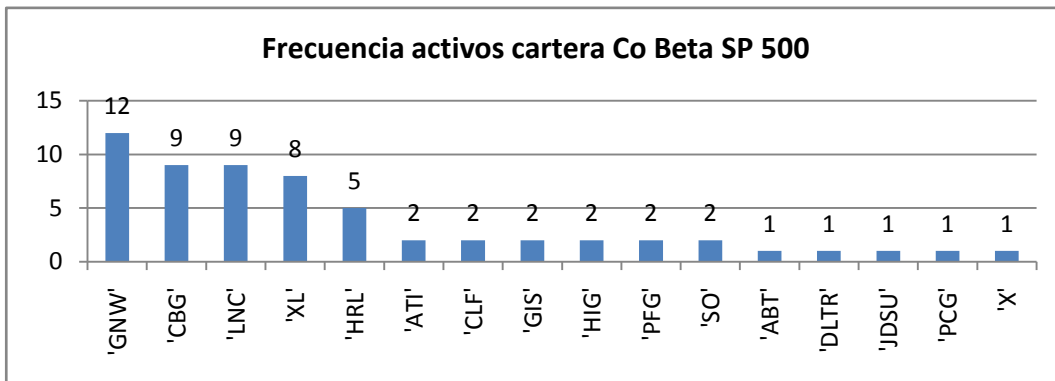
**Figura 155: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Omega en el índice DAX30 (2010-2012)**



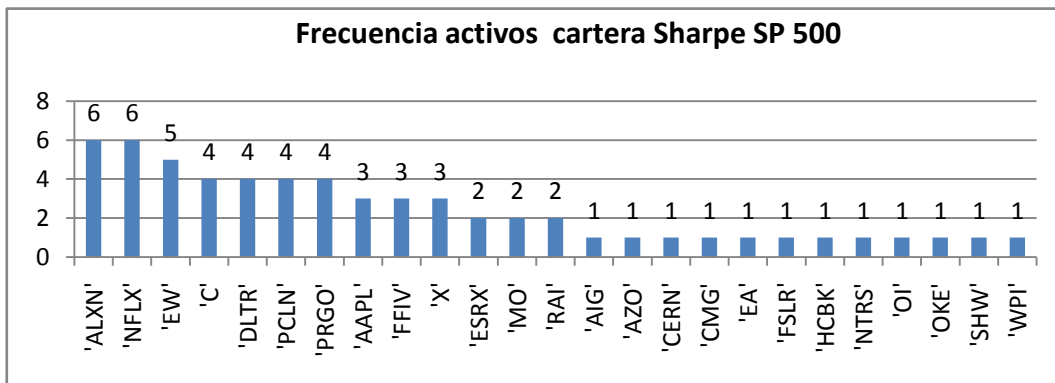
Si el mismo análisis lo realizamos sobre el SP 500, se generan las Figuras que van desde la 156 hasta la 159. La primera diferencia que se observa con los resultados obtenidos en el caso del DAX 30 es que las carteras utilizan más activos. Al usar el ratio co-movimientos de beta en el SP 500, Figura 156, se emplean 16 activos, apareciendo el

más utilizado en 12 carteras. La Figura 157 recoge las carteras que emplean el ratio de Sharpe en el *SP500*. La primera diferencia con respecto a la Figura 156 es que el activo más utilizado aparece solo en seis ocasiones, mientras que el número total de activos usados al menos una vez es de 25. El activo más empleado cuando se utiliza el ratio co-movimientos de beta es GNW y cuando se utiliza el ratio de Sharpe los activos más seleccionados son ALXN y NFLX. En la Figura 158 y 159 aparecen las carteras que usan los ratios de Sortino y Omega. La Figura que representa la utilización del ratio Omega usa más activos que la Figura que representa el ratio de Sortino. El activo que más veces se selecciona es EW, que se emplea en 8 ocasiones o carteras en la Figura del ratio Omega, y 7 en la Figura correspondiente al ratio de Sortino.

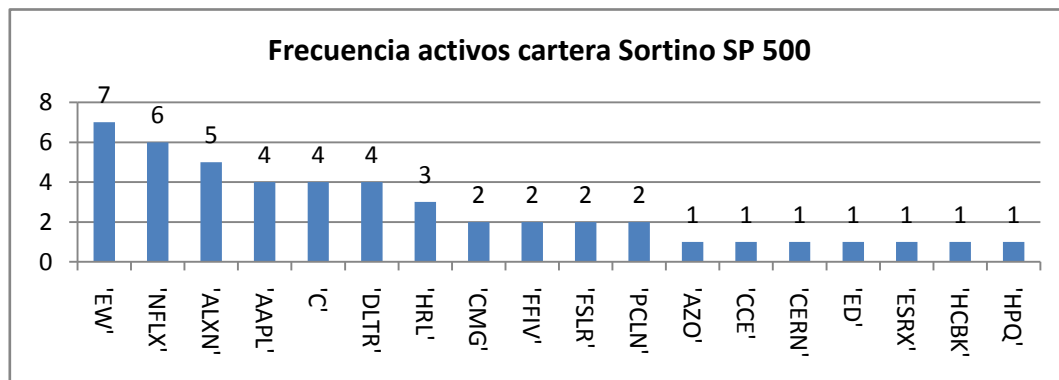
**Figura 156: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice SP500**  
(2010-2012)



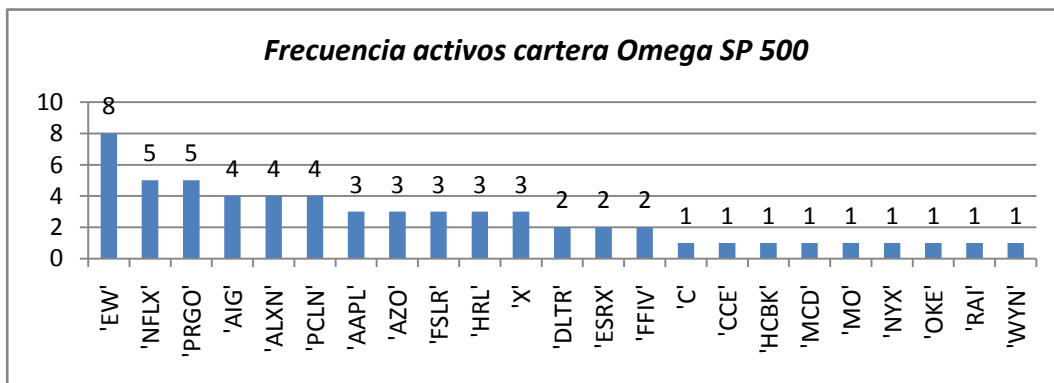
**Figura 157: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sharpe en el índice SP500**  
(2010-2012)



**Figura 158: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sortino en el índice SP500**  
(2010-2012)



**Figura 159: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Omega en el índice SP500 (2010-2012)**



Las Figuras desde la 160 hasta la 163 recopilan los activos y su frecuencia de selección para el caso del índice *Nasdaq 100*. En la Figura 160 se representan los resultados cuando se utiliza el ratio co-movimientos de beta. En este caso se emplean un total de 10 activos, apareciendo el más seleccionado en 12 ocasiones o carteras. La Figura 161 representa la combinación del ratio de Sharpe y el *Nasdaq 100*. Se emplean más activos que en el ratio de la beta, pero su frecuencia en las carteras es menor. El activo más usado para el ratio co-movimientos de beta es WYN y en el caso del ratio de Sharpe es GMCR.

**Figura 160: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice NASDAQ 100 (2010-2012)**

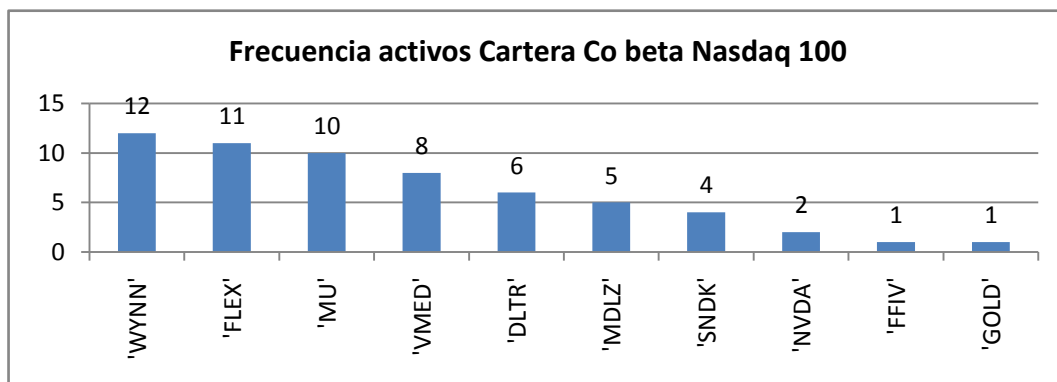
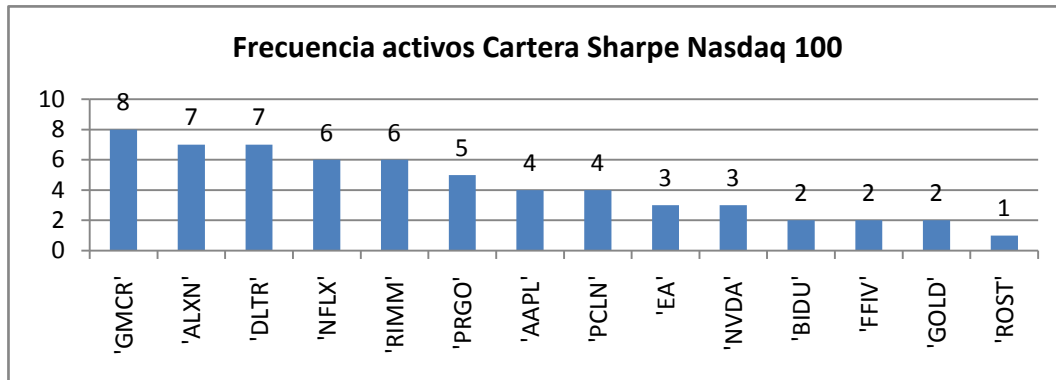


Figura 161: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sharpe en el índice *Nasdaq 100* (2010-2012)



En La Figura 162 se representan los resultados cuando se trabaja con el ratio de Sortino y su utilización en el mercado que representa el índice *Nasdaq 100*. Se emplean 15 activos y el más usado lo es en ocho ocasiones. Finalmente en la Figura 163, el ratio Omega proporciona una estructura muy parecida a la Figura 162. Se emplean 16 activos y el activo más utilizado se utiliza en ocho carteras. El activo más utilizado cuando maximizamos el ratio de Sortino y el ratio Omega es GMCR.

Figura 162: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sortino en el índice *NASDAQ 100* (2010-2012)

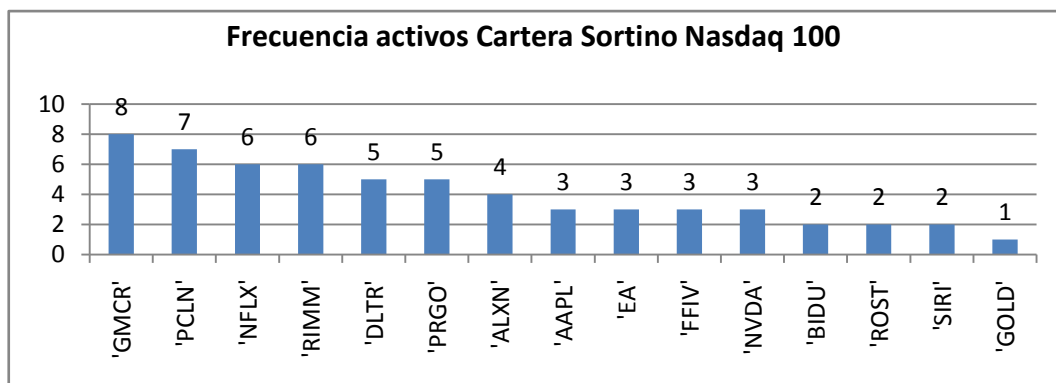
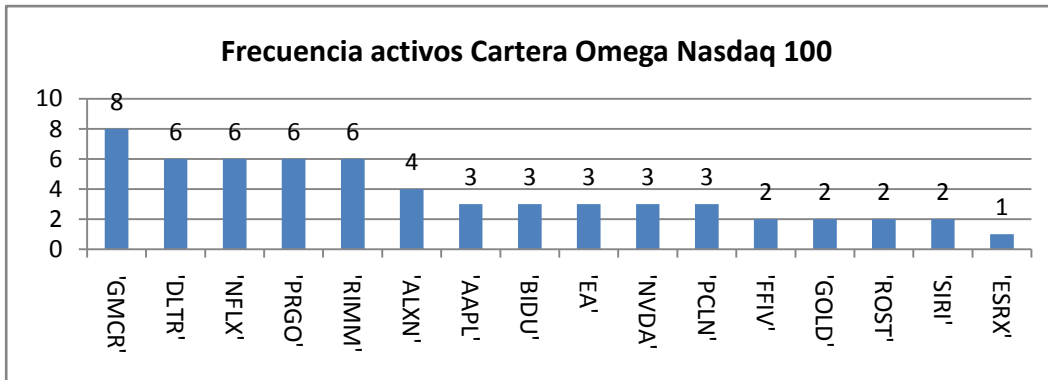




Figura 163: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Omega en el índice NASDAQ 100 (2010-2012)



En las Figuras desde la 164 hasta la 167 se muestran los resultados de las carteras que utilizan los diferentes ratios de actuación para el mercado que representa el índice *Russell 2000*. Lo primero que destaca con respecto a los mercados anteriores es el número de activos seleccionados. Son más, mientras que el número de veces que aparecen en las carteras es menor. Todo esto es así salvo en el caso del ratio co-movimientos de beta. En la Figura 164 se recoge este caso. Se seleccionan 22 activos y el más usado (PNX) aparece en 11 carteras. En la Figura 165 recopilamos las carteras que optimizan el ratio de Sharpe, mientras que en la Figura 166 se presentan las carteras que optimizan el ratio de Sortino. Los resultados son muy parecidos. El activo más seleccionado es utilizado en cinco carteras aunque no es el mismo en ambos casos (Figuras). En la optimización del ratio de Sharpe el activo más utilizado es FBP, mientras que en el caso del ratio de Sortino es CLCT. La Figura 167 muestra el resultado de las carteras que se construyen a partir de la optimización del ratio Omega en el mercado que representa el índice *Russell 2000*. Tal y como se puede observar, es el procedimiento que más activos utiliza, un total de 21. Como consecuencia de ello el activo más utilizado (DGT) aparece solamente en tres carteras.

Figura 164: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice *Russell 2000* (2010-2012)

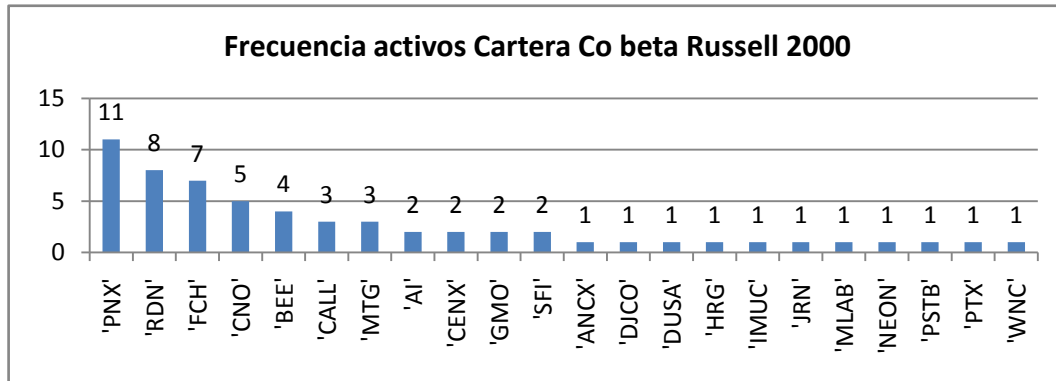


Figura 165: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sharpe en el índice *Russell 2000* (2010-2012)

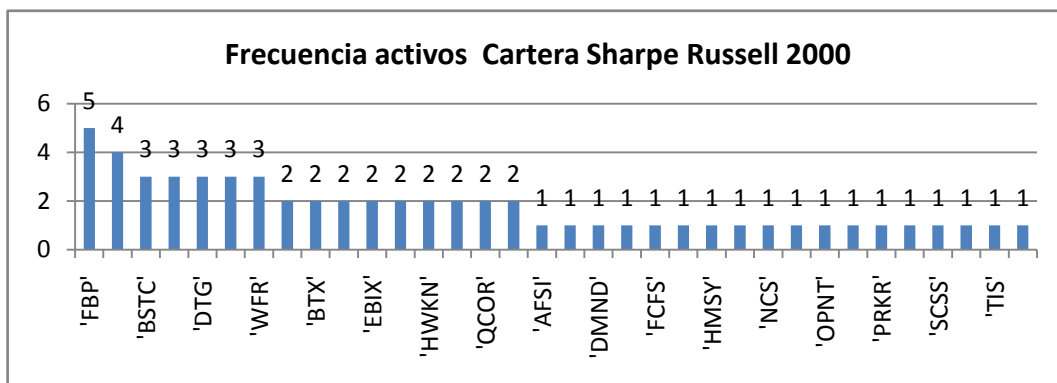


Figura 166: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sortino en el índice *Russell 2000* (2010-2012)

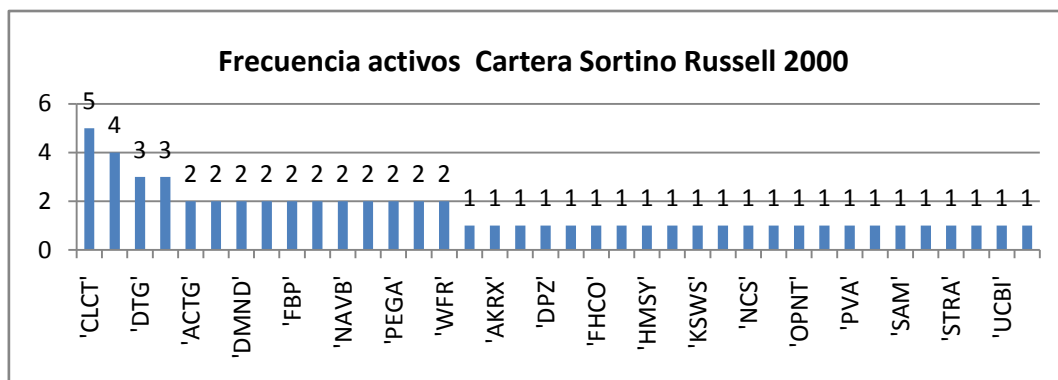
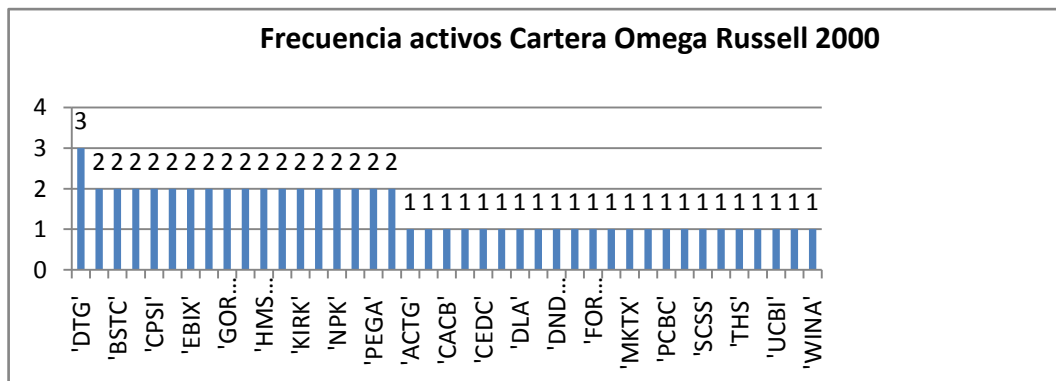
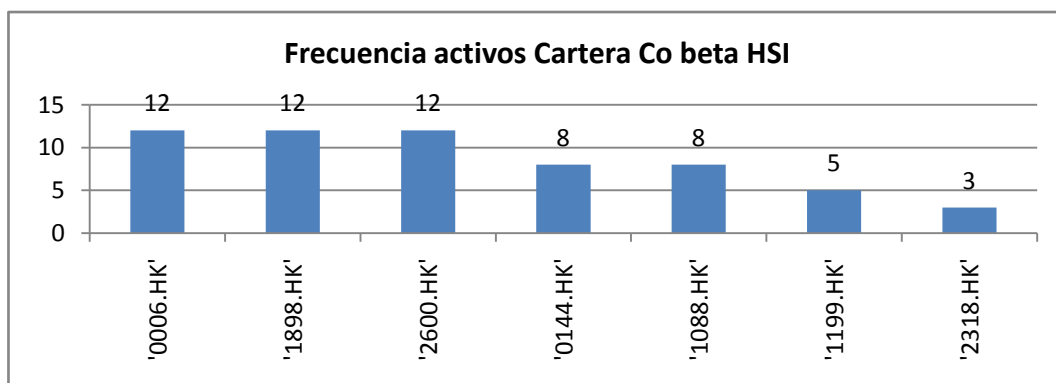


Figura 167: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Omega en el índice *Russell 2000* (2010-2012)

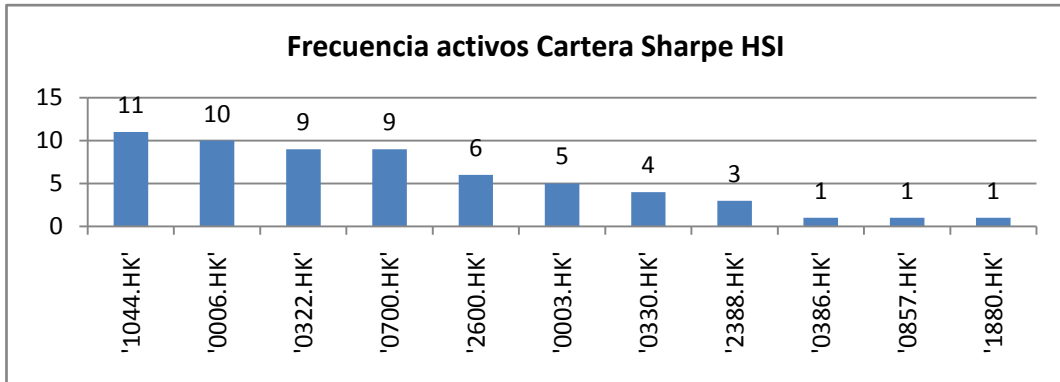


Finalmente, desde la Figura 168 hasta la 171 se muestran las carteras construidas a partir del mercado que representa los activos que componen el índice *HSI*. En la Figura 168, se representan los resultados de la utilización del ratio co-movimientos de beta. Tres son los activos más utilizados (0006 HK, 1898 HK y 2600 HK) de un total de siete activos. En la Figura 169, se presentan los resultados de la utilización del ratio de Sharpe, se seleccionan 11 activos, mientras que el activo más utilizado (1044 HK) aparece en 11 carteras. Este activo es el más frecuente en todos los ratios excepto en el de la beta. La Figura 170 representa los resultados cuando se optimiza el ratio de Sortino. Las conclusiones son las mismas que las obtenidas para la Figura 169. Finalmente, la Figura 171 contiene los resultados obtenidos cuando se optimiza el ratio Omega. Estos son parecidos a los obtenidos en los casos anteriores, si bien cambia la frecuencia de aparición de los activos en cartera.

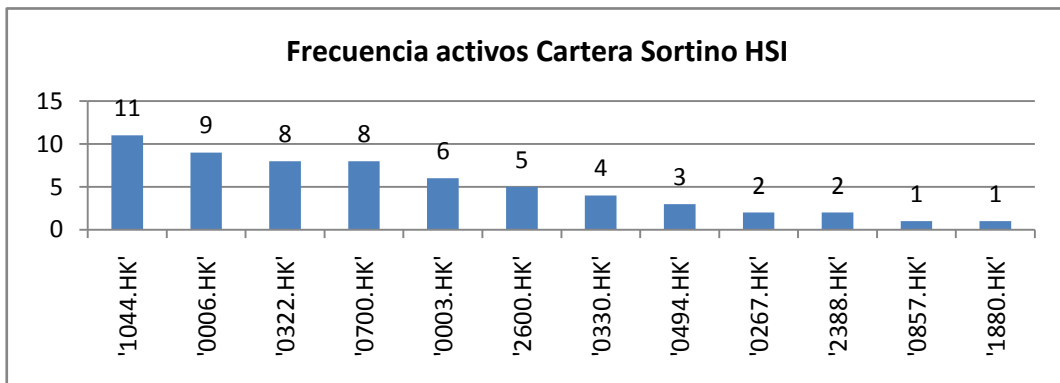
Figura 168: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice *HSI* (2010-2012)



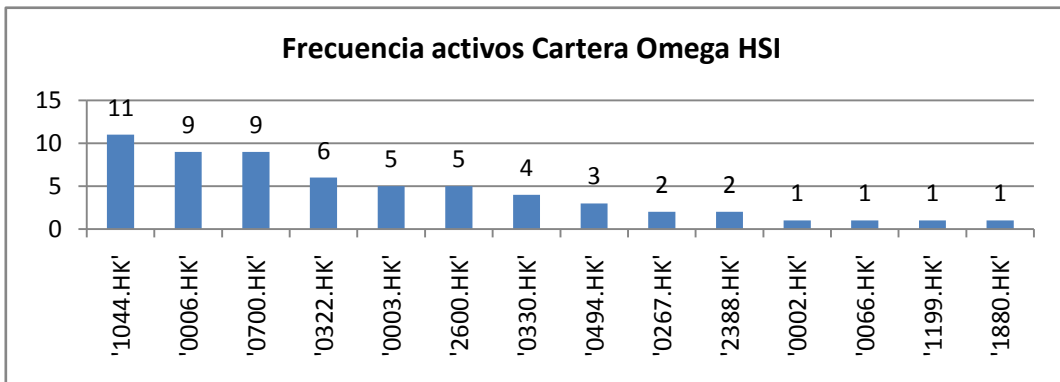
**Figura 169: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice HSI (2010-2012)**



**Figura 170: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sortino en el índice HSI (2010-2012)**



**Figura 171: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Omega en el índice HSI (2010-2012)**



## Anexo 19. Programas informáticos usados

### Programa inicial: rutinas

```
function [RDO1,RDO2,RDO3]=rutinas(X,Y,n,cri,h,nti,N,s,v,p,nlags)

% Propósito: Programa guía para realizar el IT y el EIT

% rutinas.m

% Formato: [RDO1,RDO2,RDO3]=rutinas(X,Y,n,cri,h,nti,N,s,v);

% Y --> vector columna de la variable endógena.

% Input: X --> matriz con los regresores candidatos a explicar la variable endógena (Y).

% Las variables tienen que estar ordenadas por columnas.

% n --> n° de cromosomas. El número de cromosomas debe ser múltiplo de cuatro, en caso contrario el programa da problemas.

% nti --> Número de títulos (variables) que se desea formen parte de la cartera (modelo).

% h --> Plus a incluir sobre el índice. Si es IT h=0/250, en otro caso si el plus es 5%, h=0.05/250, si es plus 10 %, h=0.10/250 y así sucesivamente.

% N --> Momento donde se inician las estimaciones.

% s --> Periodo mantenimiento cartera vigente.

% v --> Periodo cálculo cointegración, 3 4 o 5 años (750, 1000 o 1250 observaciones).

% p --> Es la estructura del ADF. p = -1, sin parte determinísticas, p = 0, término constante, p = 1, término constante y tendencia lineal o p > 1, orden polinomial más alto.

% nlags --> número de retardos a incluir en el ADF.

% Inputs incluidos: A --> Matriz que conforma conjuntamente con el vector "bb" las restricciones de desigualdad.

% bb --> Vector que conforma conjuntamente con la matriz "A" las restricciones de desigualdad. Concretamente las restricciones de desigualdad se representan mediante la siguiente relación:

% 
$$A \cdot b \leq bb$$

```

```

%          siendo b los coeficientes del modelo. Las restricciones de desigualdad se

%          utilizan principalmente en este contexto para restringir que la participación de cada uno
de los títulos de la cartera sea positiva (mayor que cero).

% Output:  RDO1 --> Matriz con el número de títulos de cada activo

%          RDO2 --> Matriz con los títulos seleccionados

%          RDO3 --> Matriz valores ADF, Dickey Fuller aumentado. El valor más pequeño encontrado
del estadístico de Dickey Fuller Aumentado. O sea, el que optimiza la función de pérdida.

% *****

% Cálculo del índice a seguir. En El IT coincide con el índice de mercado y
% h=0/250. Si es EIT y plus 5% h=0.05/250, si es EIT plus 10% h=0.1/250 y
% si es EIT plus 20% h=0.2/250;

Yt = Y(2:end);
Yt_1 = Y(1:end-1);
rt = (Yt-Yt_1)/Yt_1;
rt_plus = rt + h;
Y_plus(1,1) = Y(1,1);
for i=1:length(rt)
    Y_plus(i+1,1) = Y_plus(i,1)*(1+rt_plus(i,1));
end
Y = Y_plus;

% *****

itr = 1; % 100; % numero de iteraciones

% Matrices para incluir restricciones sobre los coeficientes. En este caso
% incluimos que sean positivos los coeficientes.

k = nti;
A = eye(k,k);
A=-1*A;
bb = zeros(k,1);

% *****

RDO1 = [];
RDO2 = [];

```

```

RDO3 = [];

for j=1:floor((rows(Y)-N)/s)

    [X_1]=recorrido2(X,N,v);

    [Y_1]=recorrido2(Y,N,v);

    RDO1_itr = [];

    RDO2_itr = [];

    RDO3_itr = [];

    for i=1:itr

        i

        [b,num,ADF]=gasic_tracking_con2(Y_1,X_1,n,cri,nti,A,bb,p,nlags);

        RDO1_itr = [RDO1_itr b];

        RDO2_itr = [RDO2_itr num];

        RDO3_itr = [RDO3_itr; ADF];

    end

    RDO1 = [RDO1 RDO1_itr];

    RDO2 = [RDO2 RDO2_itr];

    RDO3 = [RDO3; RDO3_itr];

    N = N + s

end

```

## Programas desarrollados dentro del rutinas.m

### 1. Recorrido2

```

function [X]=recorrido2(x,n,v)
% Proposito: Programa guia para seleccionar matrices para regresión
% Formato: [X]=recorrido2(x,n,v)
% Input: x --> matriz con los regresores candidatos a explicar la variable endogena
(Y).
% Las variables tienen que estar ordenadas por
% columnas.
% N --> Momento donde se inician las estimaciones
% v --> Periodo cálculo cointegración, 3 4 o 5 años (750,
% 1000 o 1250 observaciones).
% Output: X --> Matriz seleccionada

```

```

if n<=v
    X=x(1:n,:);
else
    X=x(n-v:n,:);
end

```

## 2. Programa principal: gasic\_tracking\_con2

```

function [b,num,ADF]=gasic_tracking_con2(Y,X,n,cri,nti,A,bb,p,nlags)
% Proposito:   Seleccion de los regresores mediante el uso de un algoritmo genetico
%
% gasic_tracking_con2.m
%
% Formato:   [b,num,ADF]=gasic_tracking_con2(Y,X,n,cri,nti,A,bb,p,nlags)
%
%           Y --> vector columna de la variable endogena.
% Input:    X --> matriz con los regresores candidatos a explicar la variable endogena (Y).
%           Las variables tienen que estar ordenadas por columnas.
%           n -->  nº de cromosomas. El número de cromosomas debe ser multiplo de cuatro,
%           en caso contrario el programa da problemas.
%           cri --> Criterio de convergencia. Numero de veces que una vez la solucion sea
%           igual el algoritmo se para.
%           nti --> Numero de titulos (variables) que se desea formen parte de la cartera (modelo).
%           A --> Matriz que conforma conjuntamente con el vector "bb" las restricciones de
%           desigualdad.
%           bb --> Vector que conforma conjuntamente con la matriz "A" las restricciones de
%           desigualdad. Concretamente las restricciones de desigualda se representan
%           mediante la siguiente relacion:
%           
$$A \cdot b \leq bb$$

%           siendo b los coeficientes del modelo. Las restricciones de desigualdad se
%           utilizan principalmente en este contexto para restringir que la participacion
%           de cada uno de los titulos de la cartera sea
%           positiva (mayor que cero).
%           p --> Es la estructura del ADF. p = -1, sin parte
%           deterministica, p = 0, término constante ,p = 1, término
%           constante y tendencia lineal o p > 1, orden polinomial más
%           alto.
%           nlags --> número de retardos a incluir en el ADF.
%
% Output:   b --> Estimacion de los parametros del modelo que cumplen las restricciones impuestas.
%           var --> matriz con los regresores seleccionados
%           num --> vector con el indice (nº de columna) de los regresores seleccionados.
%           ADF --> El valor mas pequeño encontrado del estaditico de Dikey Fuller Aumentado. O
%           sea, el que optimiza la funcion de perdida.

[N,K]=size(X);
RDO1 = [];
PVALUE1 = [];
cromos=cram(K,n,nti);
FFF=[];
FFF2 = zeros(1,cri); %
j=0;
while length(FFF)<cri+1 | sum(abs(FFF2(end-(cri-1):end)) - abs(kron(ones(1,cri),FFF2(end)))) ~ = 0
    j;
    j = j+1;
    FF_good=[];
    for t=1:n

```



```

x=X; x(:,find(cromos(t,:)==0))=[];

results = cadf2(Y,x,p,nlags,A(1:end,1:end),bb(1:end));
F = results.adf;
FF_good=[FF_good -F];

end

[rankin_cromos_good,indices_good]=sort(-FF_good);

FFF=[FFF -rankin_cromos_good(1)];

if j <= cri
    FFF2(j) = FFF(end);
else
    FFF2 = [FFF2 -rankin_cromos_good(1)];
end

indices=[indices_good];

if j > 1

    if sum(abs(FFF2(end-(cri-1):end)) - abs(kron(ones(1,cri),FFF2(end)))) == 0

        if FFF(j)<FFF(j-1)
            cromos = cromos_anterior;
            FFF(j)=FFF(j-1);
            FFF2(end)=FFF2(end-1);
            cromos(1,:)=cromos(indices(1,:));
        else
            cromos(1,:)=cromos(indices(1,:));
        end

    elseif FFF(j)<FFF(j-1)
        cromos = cromos_anterior;
        FFF(j)=FFF(j-1);
        FFF2(end)=FFF2(end-1);
    else
        cromos_anterior = cromos;
        indices=indices(1:fix(n/2));
        z=cromos(indices,:);
        zchild1=(recombalea(z)');
        zchild=repcrom(zchild1,nti);
        cromos=[z; zchild];
    end
else
    cromos_anterior = cromos;
end
end
x=X; x(:,find(cromos(1,:)==0))=[];

x0=mcol(Y,x);
b=lsqin(x, Y, A, bb, [],[],[],[],x0,optimset('LargeScale','off'));
results = cadf2(Y,x,p,nlags,A(1:end,1:end),bb(1:end));
ADF = results.adf;
cromos_1=find(cromos(1,:));
num = cromos_1;

```

## Programas que dependen del gasic\_tracking\_con 2

### 2.1 CRAM

```
function crom=cram(N,M,u)

% Proposito: crear poblaci3n inicial algoritmo gen3tico binario con una configuraci3n
determinada

%Inputs:

%N es el n3mero de elementos dentro de un cromosoma

%M es el n3mero de cromosomas

%u es el n3mero de elementos del cromosoma que tienen que ser uno

%Output

% crom la matriz de cromosomas

cromos=zeros(N,M); q=[];yy=[];

z=(0:N:(N*M-N)); q= repmat(z,u,1);

    for i=1:M

        a=randperm(N);

        aa=a(:,(1:u));

        yy=[yy aa'];

    end

e=q+yy; cromos(e)=1;

crom=cromos';
```

### 2.2 CADF2

```
function results = cadf2(y,x,p,l,A,bb,R,rr)

% PURPOSE: compute augmented Dickey-Fuller statistic for residuals from a cointegrating
regression, allowing for deterministic polynomial trends

% -----

% USAGE: results = cadf(y,x,p,nlag)

% where: y = dependent variable time-series vector

% x = explanatory variables matrix

% p = order of time polynomial in the null-hypothesis

% p = -1, no deterministic part

% p = 0, for constant term
```

```

% p = 1, for constant plus time-trend

% p > 1, for higher order polynomial

% nlag = # of lagged changes of the residuals to include in regression

% A efectos de trabajar con estimaciones restringidas este programa es una modificación del
programa "cadf". Las modificaciones consisten en lo siguiente:

% (1) Añadir como inputs de la función las siguientes matrices y vectores: A,bb,R,rr, donde

% A --> Matriz que conforma conjuntamente con el vector "bb" las restricciones de desigualdad.

% bb --> Vector que conforma conjuntamente con la matriz "A" las restricciones de desigualdad.
Concretamente las restricciones de desigualdad se representa mediante la siguiente relación:

%  $A \cdot b = < bb$ 

% siendo b los coeficientes del modelo. Las restricciones de desigualdad se utilizan
principalmente en este contexto para restringir que la participación de cada uno de los títulos de
la cartera sea positiva (mayor que cero).

% R --> Matriz que conforma conjuntamente con el vector "rr" las restricciones de igualdad.

% rr --> Vector que conforma conjuntamente con la matriz "R" las restricciones de igualdad.
Concretamente las restricciones de igualdad se representan mediante la siguiente relación:

%  $R \cdot b = rr$ 

% siendo b los coeficientes del modelo. Las restricciones de igualdad se utilizan principalmente en
este contexto para restringir a que la suma de las participaciones de los diferentes títulos sea igual a
uno.

% 2) Añadir en el texto del programa las siguientes sentencias

%  $x0 = \text{inv}(x' \cdot x) \cdot x' \cdot y;$ 

% b=lsqin(x,y,A,bb,R,rr,[],[],x0,optimset('LargeScale','off')); con el objetivo de estimar el modelo
restringido.

% Remarks: Si se desea trabajar con el modelo no restringido simplemente poner [] en las
matrices

% y vectores que conforman las restricciones. En este caso el resultado coincide con el obtenido
con la función cadf. Esto es:

% b=lsqin(x,y,[],[],[],[],[],x0,optimset('LargeScale','off'));

-----

% RETURNS: results structure

% results.meth = 'cadf'

% results.alpha = autoregressive parameter estimate

% results.adf = ADF t-statistic

```

```

% results.crit = (6 x 1) vector of critical values

% [1% 5% 10% 90% 95% 99%] quintiles

% results.nvar = cols(x)

% results.nlag = nlag

-----

% References: Said and Dickey (1984) 'Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving Average
Models of Unknown Order', Biometrika, Volume 71, pp. 599-607.

% written by:

% James P. LeSage, Dept of Economics

% University of Toledo

% 2801 W. Bancroft St,

% Toledo, OH 43606

% jlesage@spatial-econometrics.com

% error checking

    if (p < -1);

        error('p cannot be < -1 in cadf');

    end;

    nobs = rows(x);

    if (nobs - (2*l) + 1 < 1);

        error('nlags is too large in cadf; negative degrees of freedom');

    end;

y = detrend(y,p);

x = detrend(x,p);

x0 = inv(x'*x)*x'*y;

b=lsqlin(x,y,A,bb,R,rr,[],[],x0,optimset('LargeScale','off'));

r= y - x*b;

dep = tdiff(r,1);

dep = trimr(dep,1,0);

k = 0;

z = trimr(lag(r,1),1,0) ;

k = k + 1;

```

```

while (k <= 1)

z = [z lag(dep,k)];

k = k + 1;

end;

z = trimr(z,1,0) ;

dep = trimr(dep,1,0) ;

beta = detrend(z,0)\detrend(dep,0) ;

res = detrend(dep,0)- detrend(z,0)*beta;

so = (res'*res)/(rows(dep)-cols(z));

var_cov = so*inv(z'*z) ;

results.alpha = beta(1,1);

results.adf = beta(1,1)/sqrt(var_cov(1,1));

results.nlag = 1;

results.nvar = cols(x);

results.meth = 'cadf';

```

### 2.3 Recombalea

```

function y=recombalea(x)

% Propósito: Mezclar el material genético de los cromosomas padres e hijos

%Input:

% x matriz de cromosomas padres

%Output

%y matriz cromosomas hijos

[a b]=size(x);

xnew=[];

indices=(1:b)';indices=baraja(indices,1);

for i=1:2:b-1

z=fix(rand*(a-1))+1; %corte aleatorio

xnew1=[x(1:z,indices(i)); x(z+1:a,indices(i+1))];

xnew2=[x(1:z,indices(i+1)); x(z+1:a,indices(i))];

xnew=[xnew xnew1 xnew2];

```

```
end
```

## 2.4 Repcrom

```
function kk=repcrom(zz,k)

% Proposito: programa para arreglar cromosomas defectuosos

% Input

% zz matriz de cromosomas original

% k numero de elementos distintos de cero dentro del cromosoma

% Output

% kk matriz con los cromosomas corregidos

[N,M]=size(zz);

for i=1:N

while sum(zz(i,:))~k

    if sum(zz(i,:))<k

        ds=fix(M*rand+1);

        zz(i,ds)=1;

    elseif sum(zz(i,:))>k

        ds=fix(M*rand+1);

        zz(i,ds)=0;

    end

end

end

end

kk=zz;
```

## 2.5 MCO1

```
function [b,t,r2]=mco1(y,x);

% Proposito: hacer una regresión por minimos cuadrados ordinarios

% Input

% y es la variable endógena

% x son las variables exógenas

% Output

% b es el valor de los coeficientes
```

```

% t es el ratio t de los coeficientes

%r2 es el coeficiente de determinación (bondad del ajuste)

%

[aa,k] = size(x);

k = k+1;

N = length(y);

x = [x];

xxi = inv(x'*x);

b = xxi * x'*y;

ymxb =y-x*b;

sce=ymxb'*ymxb;

sse=ymxb'*ymxb/(N-k);

sd = sqrt(sse*diag(xxi));

t = b./sd;

pt = 2*(1-CDF('t',abs(t),N-k));

desv = [b sd t pt];

r2 = 1-(sce/(VAR(y,1)*N));

if k==1

    F=0;

else

    F = (r2/(k-1)) / ((1-r2)/(N-k));

end

pF = 1-CDF('F',F,k-1,N-k);

F = [F pF];

```

Una vez determinadas las carteras optimas, calculamos los resultados de la estrategia seguida.

### 3.1 Cartera estimada

```

function Y_HAT=cartera_estimada(RDO1,RDO4,prim,s,X)
% Proposito: Programa guia para realizar el IT y el EIT
% cartera_estimada.m
% Formato: [RDO1,RDO2,RDO3]=rutinas(X,Y,n,cri,h,nti,N,s,v);
% RDO1 --> Matriz con el número de títulos de cada activo

```

```

%      RDO4 --> Matriz con los títulos seleccionados
% Input:  X -->  matriz con los regresores candidatos a explicar la variable endogena (Y).
%      Las variables tienen que estar ordenadas por columnas.
%      prim --> Momento donde se inician las estimaciones.
%      s -->  Periodo mantenimiento cartera vigente.
% Output:  Y_HAT --> Cartera estimada.
% *****
y_hat=[];Y_HAT=[];
e = 0;
for k=1:cols(RDO4)
    titulos=RDO4(:,k);
    coef=RDO1(1:end,k);
    a= X(prim+e:prim+e+s-1,titulos');
    y_hat = a*coef;
    Y_HAT = [Y_HAT; y_hat];
    e = e + s;
end

```

### 3.2 Cartera\_esp

```

function
[tasa_de_acierto,media_tracking_anual,media_anual_tp,b,volatility_tracking_anual,coey_plus_bench,coeftrack_bench,excess_return_index,per_sincro,per_bias,tp_volatility,ECM_anual]=cartera_esp(indice_orig,cartera,indice_plus)

% Proposito:      Programa guia para realizar el IT y el EIT

% cartera_esp.m

% Formato:

%[tasa_de_acierto,media_tracking_anual,media_anual_tp,b,volatility_tracking_anual,coey_plus_bench,coeftrack_bench,excess_return_index,per_sincro,per_bias,tp_volatility,ECM_anual]=cartera_esp(indice_orig,cartera,indice_plus)

%

%      indice_orig --> indice original.

% Input:  cartera -->      cartera estimada.

%      indice_plus --> indice ampliado en EIT. En IT coincide con indice_orig.

% Output:  tasa_de_acierto --> Probabilidad de TE<0.

%      media_tracking_anual --> Media TE anual.

%      media_anual_tp --> Media anual cartera seguimiento.

%      b --> beta de la cartera.

```



```

% volatility_tracking_anual --> volatilidad anual TE.
% coey_plus_bench --> coeficiente correlación en rendimientos índice y cartera.
% coeftrack_bench --> coeficiente correlación en rendimientos índice y TE.
% excess_return_index --> Diferencia entre los rendimientos
% del índice original y los de la cartera.
% sincro --> Sincronicidad de cartera de seguimiento.
% per_bias --> Sesgo del seguimiento.
% tp_volatility --> Volatilidad anual de la cartera de seguimiento.
% ECM_anual --> Error cuadrático medio anualizado.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% variables en diferencia
Ya=diff(log(indice_orig));
Y_Plusa=diff(log(cartera));
Y_eit=diff(log(indice_plus));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% excesos y trackings errors
media_anual_tp=mean(Y_Plusa)*250;
media_anual_RECDJIA=mean(Ya)*250;
excess_return_index=media_anual_tp-media_anual_RECDJIA;
tracking_error=Y_Plusa-Y_eit;% porque eit es igual al rec_djia en el caso de it.
media_tracking_anual= mean(tracking_error)*250;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% volatilidades
volatility_tracking_anual=std(tracking_error)*sqrt(250);
tp_volatility=std(Y_Plusa)*sqrt(250);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% sincronizaciones y sesgos
sincro=var(tracking_error);
bias=(mean(tracking_error))^2;
gt=sincro+bias;
per_sincro=(sincro/gt)*100;

```

```

per_bias=(bias/gt)*100;

ECM_anual=(gt)*250;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% otros calculos

[b,t,r2,F]=mco(Y_Plusa,Ya);% la beta es sobre el DJIA, índice de mercado

uu=tracking_error<0;

plot(tracking_error)

[P,O]=size(tracking_error);

A=[];

for i=1:P

    if tracking_error(i)<0 %% calculo de la probabilidad de tracking error negativo.

        a=1;

        A=[A a];

    end

end

U=sum(A);

tasa_de_acierto=U/P;

coey_plus_bench=corrcoef(Y_Plusa,Ya);

coeftrack_bench=corrcoef(tracking_error,Ya);

```

## **4 Fondo 130/30.**

### **4.1. rutinas130.m**

```
function [RDO1,RDO2,RDO3]=rutinas130(X,Y,n,cri,nti,N,s,v,p)
```

```
% Proposito: Programa guia para realizar 130/30
```

```
% rutinas130.m
```

```
% Formato: [RDO1,RDO2,RDO3]=rutinas130(X,Y,n,cri,h,nti,N,s,v,p);
```

```
% Y --> vector columna de la variable endogena.
```

```
% Input: X --> matriz con los regresores candidatos a explicar la variable endogena (Y).
```

```
% Las variables tienen que estar ordenadas por columnas.
```

```
% n --> nº de cromosomas. El número de cromosomas debe ser multiplo de cuatro,
```

```

%          en caso contrario el programa da problemas.

%          nti --> Numero de titulos (variables) que se desea formen parte de la cartera
(modelo).

%          N --> Momento donde se inician las estimaciones.

%          s --> Periodo mantenimiento cartera vigente.

%          v --> Periodo in sample, 3 4 o 5 años (750,
1000 o 1250 observaciones).

%          p --> Indicador de performance indicator. Si p=1, Cobeta,
%          p=2, Sharpe, p=3, Sortino, p=4, Omega.

% Output:  RDO1 --> Matriz con la proporción de activo.
%          RDO2 --> Matriz cromosomas seleccionados.
%          RDO3 --> Matriz con los títulos seleccionados.
%
% *****
RDO1 = [];
RDO2 = [];
RDO3 = [];
for j=1:floor((rows(Y)-N)/s)
    [X_1]=recorrido2(X,N,v);
    [Y_1]=recorrido2(Y,N,v);
    RDO1_itr = [];
    RDO2_itr = [];
    RDO3_itr = [];
    for i=1:itr
        i
        if p==1
            [ww,var,num]=gasic_tracking_130b(Y_1,X_1,n,cri,nti,ubp,lbp);
            RDO1_itr = [RDO1_itr ww];
            RDO2_itr = [RDO2_itr var];
            RDO3_itr = [RDO3_itr num];
        elseif p==2

```

```

[ww,var,num]=gasic_tracking_130c(Y_1,X_1,n,cri,nti,ubp,lbp);

RDO1_itr = [RDO1_itr ww];

RDO2_itr = [RDO2_itr var];

RDO3_itr = [RDO3_itr num];

elseif p==3

    [ww,var,num]=gasic_tracking_130d(Y_1,X_1,n,cri,nti,ubp,lbp);

    RDO1_itr = [RDO1_itr ww];

    RDO2_itr = [RDO2_itr var];

    RDO3_itr = [RDO3_itr num];

else

    [ww,var,num]=gasic_tracking_130e(Y_1,X_1,n,cri,nti,ubp,lbp);

    RDO1_itr = [RDO1_itr ww];

    RDO2_itr = [RDO2_itr var];

    RDO3_itr = [RDO3_itr num];

end

end

RDO1 = [RDO1 RDO1_itr];

RDO2 = [RDO2 RDO2_itr];

RDO3 = [RDO3; RDO3_itr];

N = N + s;

end

```

## 4.2 gasic\_tracking\_130c

```

function [ww,var,num]=gasic_tracking_130c(Y,X,n,cri,nti,ubp,lbp)

% Proposito: Seleccion de los regresores mediante el uso de un algoritmo
% genetico maximizando el ratio Sharpe

%

% gasic_tracking_130c.m

%

```

```

% Formato: [ww,var,num]=gasic_tracking_130c(Y,X,n,cri,nti)

%

%      Y -->  vector columna de la variable endogena.

% Input:  X -->  matriz con los regresores candidatos a explicar la variable endogena (Y).

%          Las variables tienen que estar ordenadas por columnas.

%      n -->  n° de cromosomas. El número de cromosomas debe ser multiplo de cuatro,

%          en caso contrario el programa da problemas.

%      cri -->  Criterio de convergencia. Numero de veces que una vez la solucion sea

%          igual el algoritmo se para.

%      nti -->  Numero de titulos (variables) que se desea formen parte de la cartera (modelo).

%      ubp -->  Límite superior de la cartera. En positivo.

%      lbp -->  Límite inferior de la cartera. En positivo.

% Output:  b -->  Estimacion de los parametros del modelo que cumplen las restricciones

%          impuestas.

%      var -->  matriz con los regresores seleccionados

%      num -->  vector con el indice (n° de columna) de los

%          regresores seleccionados.

[N,K]=size(X);

RDO1 = [];

PVALUE1 = [];

cromos=cram(K,n,nti);

FFF=[];

FFF2 = zeros(1,cri); %

j=0;

while length(FFF)<cri+1 | sum(abs(FFF2(end-(cri-1):end)) - abs(kron(ones(1,cri),FFF2(end)))) ~=

0

    j;

    j = j+1;

    FF_good=[];

    for t=1:n

```

```

x=X; x(:,find(cromos(t,:)==0))=[];

[ww,fval]=eit_130c(x,Y,ubp,lbp);

F=fval;

FF_good=[FF_good -F];

end

[rankin_cromos_good,indices_good]=sort(-FF_good);

FFF=[FFF -rankin_cromos_good(1)];

if j <= cri
    FFF2(j) = FFF(end);
else
    FFF2 = [FFF2 -rankin_cromos_good(1)];
end

indices=[indices_good];

if j > 1
    if sum(abs(FFF2(end-(cri-1):end)) - abs(kron(ones(1,cri),FFF2(end)))) == 0
        if FFF(j)<FFF(j-1)
            cromos = cromos_anterior;
            FFF(j)=FFF(j-1);
            FFF2(end)=FFF2(end-1);
            cromos(1,:)=cromos(indices(1,:));
        else
            cromos(1,:)=cromos(indices(1,:));
        end
    end
elseif FFF(j)<FFF(j-1)
    cromos = cromos_anterior;
    FFF(j)=FFF(j-1);
    FFF2(end)=FFF2(end-1);

```

```

else
    cromos_anterior = cromos;
    indices=indices(1:fix(n/2));
    z=cromos(indices,:);
    zchild1=(recombalea(z)');
    zchild=repcrom(zchild1,nti);
    cromos=[z; zchild];
end
else
    cromos_anterior = cromos;
end
end
x=X; x(:,find(cromos(1,)==0))=[];
[ww,fval]=eit_130c(x,Y,ubp,lbp);
var = cromos(1,:);
cromos_1=find(cromos(1,:));
num = cromos_1';

```

### 4.3. eit130c

```

function [ww,fval]=eit_130c(X,Y,ubp,lbp)
% Proposito: Programa maximizando el ratio Sharpe
% eit_130c.m
% Formato: [ww,var,num]=gasic_tracking_130b(Y,X,n,cri,nti)
% Y --> vector columna de la variable endogena.
% Input: X --> matriz con los regresores candidatos a explicar la variable endogena (Y).
% Las variables tienen que estar ordenadas por columnas.
% ubp --> Límite superior cartera.
% lbp --> Límite inferior cartera
% Output: ww --> Pesos que cumplen las restricciones impuestas.
% fval --> Valor del performance indicator

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
xxa=[xa zeros(size(xa)) zeros(size(xa))];

A =ones(1,h);

r=mean(xxa);

c=cov(xxa);

Aineq = [A zeros(1,2*h)];

bineq = 1;

A1 = [eye(h,h) -eye(h,h) eye(h,h)];    %w-w_b+w_s = 0
A2 = [zeros(1,h) ones(1,h) zeros(1,h)]; %ones*w_b = 1.3
A3 = [zeros(1,h) zeros(1,h) ones(1,h)]; %ones*w_s = 0.3

Aeq = [A1;A2;A3];

beq = [zeros(h,1);1.3;0.3];

lb_w = -ones(1,h)*lbp;

ub_w = ones(1,h)*ubp;

lb = [lb_w zeros(1,h) zeros(1,h)];

ub = [ub_w ones(1,2*h)];

    options=optimset('Algorithm','active-set');

    [w,fval]=fmincon(@(w)
(w'*r)/sqrt(w'*c*w),ones(3*h,1)/3*h,Aineq,bineq,Aeq,beq,lb,ub,[],options);

    ww=w(1:cols(X));

```



## Anexo 20. Índice de Tablas y Figuras

### Índice de Figuras

Figura 1: Métodos de optimización seguimiento de índices .....	25
Figura 2: Metodologías seguimiento índices mejorados .....	56
Figura 3: Estrategias posiciones largas y cortas .....	64
Figura 4: Algoritmos de optimización .....	82
Figura 5: Algoritmos de optimización meta-heurísticos híbridos .....	85
Figura 6: Evolución meta-heurística .....	86
Figura 7: Algoritmos meta-heurísticos.....	87
Figura 8: Flujo de trabajo en un algoritmo de enfriamiento simulado ( <i>Simulated Annealing</i> )...	89
Figura 9: Flujo de trabajo de Búsqueda Tabú (Tabu Search).....	90
Figura 10: Flujo de trabajo del Algoritmo Genético .....	92
Figura 11: Flujo de trabajo de algoritmo de evolución diferencial .....	95
Figura 12: Flujo de trabajo del algoritmo enjambre de partículas.....	97
Figura 13: Contrastes de cointegración.....	114
Figura 14: Pasos para desarrollar Dickey-Fuller.....	120
Figura 15: Proceso de rebalanceo de la cartera en la estrategia de seguimiento del índice DJIA .....	162
Figura 16: índice DJIA (1993-2001) para su cartera de seguimiento formada por 5 activos....	170
Figura 17: Error de seguimiento del índice .....	170
Figura 18: índice DJIA (1993-2001) para su cartera de seguimiento formada por 10 activos..	170
Figura 19: Error de seguimiento del índice .....	170
Figura 20: índice DJIA (1993-2001) para su cartera de seguimiento formada por 15 activos..	170
Figura 21: Error de seguimiento del índice .....	170
Figura 22: índice DJIA (1993-2001) para su cartera de seguimiento formada por 20 activos..	171
Figura 23: Error de seguimiento del índice .....	171
Figura 24: índice DJIA (1993-2001) para su cartera de seguimiento formada por 25 activos..	171
Figura 25: Error de seguimiento del índice .....	171
Figura 26: índice DJIA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 5 activos....	172
Figura 27: Error de seguimiento del índice .....	172
Figura 28: índice DJIA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 10 activos..	172
Figura 29: Error de seguimiento del índice .....	172
Figura 30: índice DJIA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 15 activos..	172
Figura 31: Error de seguimiento del índice .....	172
Figura 32: índice DJIA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 20 activos..	173
Figura 33: Error de seguimiento del índice .....	173
Figura 34: índice DJCA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 5 activos ..	173
Figura 35: Error de seguimiento del índice .....	173
Figura 36: índice DJCA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 10 activos	173
Figura 37: Error de seguimiento del índice .....	173
Figura 38: índice DJCA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 15 activos .....	174
.....	174
Figura 39: Error de seguimiento del índice .....	174

Figura 40: índice DJCA (2007-2012) para su cartera de seguimiento formada por 20 activos .....	174
Figura 41: Error de seguimiento del índice .....	174
Figura 42: índice IBEX35 (2003-2009) para su cartera de seguimiento formada por 5 activos .....	175
Figura 43: Error de seguimiento del índice .....	175
Figura 44: índice IBEX35 (2003-2009) para su cartera de seguimiento formada por 10 activos .....	175
Figura 45: Error de seguimiento del índice .....	175
Figura 46: índice IBEX35 (2003-2009) para su cartera de seguimiento formada por 15 activos .....	175
Figura 47: Error de seguimiento del índice .....	175
Figura 48: índice IBEX35 (2003-2009) para su cartera de seguimiento formada por 20 activos .....	176
Figura 49: Error de seguimiento del índice .....	176
Figura 50: Rendimientos índice <i>DAX 30</i> (2010-2012) y carteras 5 activos maximizando los ratios Co-beta, Sharpe, Sortino y Omega .....	206
Figura 51: Rendimientos índice <i>SP500</i> (2010-2012) y carteras 5 activos maximizando los ratios Co-beta, Sharpe, Sortino y Omega .....	206
Figura 52: Rendimientos índice <i>Nasdaq 100</i> (2010-2012) y carteras 5 activos maximizando los ratios Co-beta, Sharpe, Sortino y Omega .....	206
Figura 53: Rendimientos índice <i>Russell 2000</i> (2010-2012) y carteras 5 activos maximizando los ratios Co-beta, Sharpe, Sortino y Omega .....	207
Figura 54: Rendimientos índice <i>HSI</i> (2010-2012) con carteras 5 activos maximizando los ratios Co-beta, Sharpe, Sortino y Omega .....	207
Figura 55: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJIA</i> en carteras con 5 activos .....	277
Figura 56: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJIA</i> en carteras con 10 activos .....	277
Figura 57: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJIA</i> en carteras con 15 activos .....	278
Figura 58: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJIA</i> en carteras con 20 activos .....	278
Figura 59: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJIA</i> en carteras con 25 activos .....	278
Figura 60: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX35</i> en carteras con 5 activos .....	279
Figura 61: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX35</i> en carteras con 10 activos .....	279
Figura 62: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX35</i> en carteras con 15 activos .....	279
Figura 63: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX35</i> en carteras con 20 activos .....	280
Figura 64: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJCA</i> en carteras con 5 activos .....	280

Figura 65: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJCA</i> en carteras con 10 activos .....	280
Figura 66: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJCA</i> en carteras con 15 activos .....	281
Figura 67: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJCA</i> en carteras con 20 activos .....	281
Figura 68: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJIA (07-12)</i> en carteras con 5 activos.....	282
Figura 69: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJIA (07-12)</i> en carteras con 10 activos.....	282
Figura 70: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJIA (07-12)</i> en carteras con 15 activos.....	282
Figura 71: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>DJIA (07-12)</i> en carteras con 20 activos.....	283
Figura 72: Cartera de seguimiento del índice <i>DJIA</i> con 5 activos .....	284
Figura 73: Cartera de seguimiento del índice <i>DJIA</i> con 10 activos .....	284
Figura 74: Cartera de seguimiento del índice <i>DJIA</i> con 15 activos .....	285
Figura 75: Cartera de seguimiento del índice <i>DJIA</i> con 20 activos .....	285
Figura 76: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX35</i> con 5 activos .....	286
Figura 77: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX35</i> con 10 activos .....	286
Figura 78: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX 35</i> con 15 activos .....	286
Figura 79: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX 35</i> con 20 activos .....	287
Figura 80: Cartera de seguimiento del índice <i>DJCA</i> con 5 activos.....	287
Figura 81: Cartera de seguimiento del índice <i>DJCA</i> con 10 activos.....	288
Figura 82: Cartera de seguimiento del índice <i>DJCA</i> con 15 activos.....	288
Figura 83: Cartera de seguimiento del índice <i>DJCA</i> con 20 activos.....	288
Figura 84: Cartera de seguimiento del índice <i>DJIA (07-12)</i> con 5 activos .....	289
Figura 85: Cartera de seguimiento del índice <i>DJIA (07-12)</i> con 10 activos .....	289
Figura 86: Cartera de seguimiento del índice <i>DJIA (07-12)</i> con 15 activos .....	289
Figura 87: Cartera de seguimiento del índice <i>DJIA (07-12)</i> con 20 activos .....	289
Figura 88. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average</i> para carteras con 5 activos plus 5% .....	304
Figura 89. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average</i> para carteras con 20 activos plus 5% .....	304
Figura 90. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX35</i> para carteras con 5 activos plus 5% .....	305
Figura 91. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX35</i> para carteras con 20 activos plus 5% .....	305
Figura 92. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Composite Average</i> para carteras con 5 activos plus 5% .....	305
Figura 93. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Composite Average</i> para carteras con 20 activos plus 5% .....	306
Figura 94. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i> para carteras con 5 activos plus 5% .....	306
Figura 95. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i> para carteras con 20 activos plus 5% .....	307

Figura 96. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average</i> para carteras con 5 activos plus 10% .....	307
Figura 97. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average</i> para carteras con 20 activos plus 10% .....	307
Figura 98. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX 35</i> para carteras con 5 activos plus 10% .....	308
Figura 99. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX 35</i> para carteras con 20 activos plus 10% .....	308
Figura 100. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Composite Average</i> para carteras con 5 activos plus 10% .....	309
Figura 101. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Composite Average</i> para carteras con 20 activos plus 10% .....	309
Figura 102. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i> para carteras con 5 activos plus 10% .....	309
Figura 103. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i> para carteras con 20 activos plus 10% .....	310
Figura 104. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Composite Average</i> para carteras con 5 activos plus 15% .....	310
Figura 105. Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Composite Average</i> para carteras con 20 activos plus 15% .....	310
Figura 106: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i> para carteras con 5 activos plus 15% .....	311
Figura 107: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i> para carteras con 20 activos plus 15% .....	311
Figura 108: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average</i> para carteras con 5 activos plus 15% .....	312
Figura 109: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average</i> para carteras con 20 activos plus 15% .....	312
Figura 110: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX 35</i> para carteras con 5 activos plus 15% .....	312
Figura 111: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX 35</i> para carteras con 5 activos plus 15% .....	313
Figura 112: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average</i> para carteras con 5 activos plus 20% .....	313
Figura 113: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average</i> para carteras con 20 activos plus 20% .....	313
Figura 114: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX 35</i> para carteras con 5 activos plus 20% .....	314
Figura 115: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>IBEX 35</i> para carteras con 20 activos plus 20% .....	314
Figura 116: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Composite Average</i> para carteras con 5 activos plus 20% .....	315
Figura 117: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Composite Average</i> para carteras con 20 activos plus 20% .....	315
Figura 118: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i> para carteras con 5 activos plus 20% .....	315

Figura 119: Valores del estadístico de Dickey Fuller aumentado en el <i>Dow Jones Industrial Average (07-12)</i> para carteras con 20 activos plus 20% .....	316
Figura 120. Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> plus 5% 5 activos .....	317
Figura 121. Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> plus 5% 20 activos .....	317
Figura 122. Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> plus 10% 5 activos .....	318
Figura 123. Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> plus 10% 20 activos .....	318
Figura 124. Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> plus 15% 5 activos .....	318
Figura 125 Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> plus 15% 20 activos .....	319
Figura 126. Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> plus 20% 5 activos .....	319
Figura 127. Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> plus 20% 20 activos .....	319
Figura 128: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> crisis plus5% 5 activos .....	320
Figura 129: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> crisis plus5% 20 activos .....	320
Figura 130: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> crisis plus10% 5 activos .....	320
Figura 131: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> crisis plus10% 20 activos .....	321
Figura 132: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> crisis plus15% 5 activos .....	321
Figura 133: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> crisis plus 15% 20 activos .....	321
Figura 134: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> crisis plus 20% 5 activos .....	322
Figura 135: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Industrial Average</i> crisis plus 20% 20 activos .....	322
Figura 136: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX 35</i> plus5% 5 activos.....	323
Figura 137: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX 35</i> plus5% 20 activos.....	323
Figura 138: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX 35</i> plus10% 5 activos.....	323
Figura 139: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX 35</i> plus10% 20 activos.....	324
Figura 140: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX 35</i> plus 15% 5 activos.....	324
Figura 141: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX 35</i> plus 15% 20 activos.....	324
Figura 142: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX 35</i> plus20% 5 activos.....	325
Figura 143: Cartera de seguimiento del índice <i>IBEX 35</i> plus20% 20 activos.....	325
Figura 144: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Composite Average</i> crisis plus5% 5 activos .....	326
Figura 145: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Composite Average</i> crisis plus5% 20 activos .....	326

Figura 146: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Composite Average</i> crisis plus10% 5 activos .....	326
Figura 147: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Composite Average</i> crisis plus10% 20 activos .....	327
Figura 148: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Composite Average</i> crisis plus 15% 5 activos .....	327
Figura 149: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Composite Average</i> crisis plus 15% 20 activos .....	327
Figura 150: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Composite Average</i> crisis plus20% 5 activos .....	328
Figura 151: Cartera de seguimiento del índice <i>Dow Jones Composite Average</i> crisis plus20% 20 activos .....	328
Figura 152: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sharpe en el índice <i>DAX30</i> .	343
Figura 154: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sortino en el índice <i>DAX30</i>	344
Figura 153: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice <i>DAX30</i>	344
Figura 155: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Omega en el índice <i>DAX30</i> (2010-2012).....	344
Figura 156: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice <i>SP500</i>	346
Figura 157: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sharpe en el índice <i>SP500</i> ..	346
Figura 158: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sortino en el índice <i>SP500</i> .	346
Figura 159: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Omega en el índice <i>SP500</i> (2010-2012).....	347
Figura 160: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice <i>NASDAQ 100</i> (2010-2012).....	347
Figura 161: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sharpe en el índice <i>Nasdaq 100</i> (2010-2012).....	348
Figura 162: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sortino en el índice <i>NASDAQ 100</i> (2010-2012).....	348
Figura 163: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Omega en el índice <i>NASDAQ 100</i> (2010-2012).....	349
Figura 164: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice <i>Russell 2000</i> (2010-2012).....	350
Figura 165: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sharpe en el índice <i>Russell 2000</i> .....	350
Figura 166: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sortino en el índice <i>Russell 2000</i> .....	350
Figura 167: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Omega en el índice <i>Russell 2000</i> .....	351
Figura 168: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice <i>HSI</i> (2010-2012).....	351
Figura 169: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Co-beta en el índice <i>HSI</i> (2010-2012).....	352
Figura 170: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Sortino en el índice <i>HSI</i> (2010-2012) .....	352
Figura 171: Cartera formada por 5 activos maximizando el ratio Omega en el índice <i>HSI</i> (2010-2012) .....	352

## Índice de Tablas

Tabla 1: Valores críticos Engle y Granger para diversos tamaños de cartera .....	137
Tabla 2: Valores críticos para el cambio de cartera basados en el contraste Dickey-Fuller aumentado sin constante ni tendencia .....	141
Tabla 3: Valores críticos para el cambio de cartera basados en el contraste Dickey-Fuller aumentado con constante .....	142
Tabla 4: Valores críticos para el cambio de cartera basados en el contraste Dickey-Fuller aumentado con constante y tendencia .....	143
Tabla 5: Parámetros seguimiento de índices .....	167
Tabla 6: Seguimiento índices .....	168
Tabla 7: <i>Seguimiento de índices y cambio cartera</i> .....	177
Tabla 8: Comparación de las diferentes metodologías de seguimiento para el índice <i>Dow Jones Industrial Average (1993-2001)</i> .....	179
Tabla 9: Carteras de seguimiento del <i>Dow Jones Industrial Average (1993-2001)</i> con diferentes activos en cartera.....	181
Tabla 10: Parámetros seguimiento de índices mejorados .....	184
Tabla 11. Resumen resultados por mercados .....	185
Tabla 12. Resumen resultados por mercados con cinco activos .....	186
Tabla 13. Resultados de cambios de cartera.....	187
Tabla 14: Comparación índices mejorados 5 activos y metodologías .....	190
Tabla 15: Comparación índices mejorados 10 activos y metodologías .....	191
Tabla 16: Comparación índices mejorados 20 activos y metodologías .....	192
Tabla 17: Parámetros posiciones largas y cortas.....	194
Tabla 18. Estrategias de seguimiento de posiciones largas y cortas con 5 activos .....	196
Tabla 19. Estrategias de posiciones largas y cortas con 5 activos usando un contraste estadístico para el cambio de cartera.....	198
Tabla 20 : <i>Dow Jones Industrial Average (93-01)</i> con 5 activos en estrategia de posiciones largas y cortas con costes en corto del 0.3% y del 0.5% .....	200
Tabla 21: Mercados utilizados para estrategias apalancadas 130/30 .....	201
Tabla 22: Características de las estrategias apalancadas 130/30.....	203
Tabla 23. Resultados de las estrategias en los diferentes mercados con 5 activos empleado el ratio Co-beta, el ratio Sharpe, el ratio Sortino y el ratio Omega .....	205
Tabla 24: Seguimiento de índices mejorados 5% - <i>Dow Jones Industrial Average (1993-2001)</i> .....	290
Tabla 25: Seguimiento de índices mejorados 5% - <i>IBEX35 (2003-2009)</i> .....	291
Tabla 26: Seguimiento de índices mejorados 5% - <i>Dow Jones Industrial Average (2007-2012)</i> .....	292
Tabla 27: Seguimiento de índices mejorados plus 5% - <i>Dow Jones Composite Average (2007- 2012)</i> .....	293
Tabla 28: Seguimiento de índices mejorados plus 10% - <i>Dow Jones Industrial Average (1993- 2001)</i> .....	294
Tabla 29: Seguimiento de índices mejorados plus 10% - <i>IBEX35 (2003-2009)</i> .....	295
Tabla 30: Seguimiento de índices mejorados plus 10% - <i>Dow Jones Industrial Average (2007- 2012)</i> .....	296

Tabla 31: Seguimiento de índices mejorados plus 10% - <i>Dow Jones Composite Average (2007-2012)</i> .....	297
Tabla 32: Seguimiento de índices mejorados plus 15% - <i>Dow Jones Industrial Average (1993-2001)</i> .....	297
Tabla 33: Seguimiento de índices mejorados plus 15% - <i>IBEX35 (2003-2009)</i> .....	298
Tabla 34: Seguimiento de índices mejorados plus 15% - <i>Dow Jones Industrial Average (2007-2012)</i> .....	299
Tabla 35: Seguimiento de índices mejorados plus 15% - <i>Dow Jones Composite Average (2007-2012)</i> .....	300
Tabla 36: Seguimiento de índices mejorados plus 20% - <i>Dow Jones Industrial Average (1993-2001)</i> .....	301
Tabla 37: Seguimiento de índices mejorados plus 20% - <i>IBEX35 (2003-2009)</i> .....	302
Tabla 38: Seguimiento de índices mejorados plus 20% - <i>Dow Jones Industrial Average (2007-2012)</i> .....	303
Tabla 39: Seguimiento de índices mejorados plus 20% - <i>Dow Jones Composite Average (2007-2012)</i> .....	303
Tabla 40. <i>Dow Jones Industrial Average 93-01</i> plus 5% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	329
Tabla 41. <i>IBEX 35 2003-2009</i> plus 5% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	329
Tabla 42. <i>Dow Jones Composite Average 07-12</i> plus 5% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	330
Tabla 43. <i>Dow Jones Industrial Average 07-12</i> plus 5% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	330
Tabla 44. <i>Dow Jones Industrial Average 93-01</i> plus 10% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	331
Tabla 45. <i>IBEX 35 (2003-2009)</i> plus 10% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	331
Tabla 46. <i>Dow Jones Composite Average 07-12</i> plus 10% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	332
Tabla 47. <i>Dow Jones Industrial Average 07-12</i> plus 10% cambio cartera Dickey-Fuller aumentado .....	332
Tabla 48. <i>Dow Jones Industrial Average 93-01</i> plus 15% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	333
Tabla 49. <i>IBEX 35 2003-2009</i> plus 15% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	333
Tabla 50. <i>Dow Jones Composite Average 07-12</i> plus 15% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	334
Tabla 51. <i>Dow Jones Industrial Average 07-12</i> plus 15% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	334
Tabla 52. <i>Dow Jones Industrial Average 93-01</i> plus 20% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	335
Tabla 53. <i>IBEX35 03-09</i> plus 20% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	335
Tabla 54. <i>Dow Jones Composite Average 07-12</i> plus 20% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	336
Tabla 55. <i>Dow Jones Industrial Average 07-12</i> plus 20% cambio cartera por Dickey-Fuller aumentado .....	336
Tabla 56: Estrategias de seguimiento de posiciones largas y cortas con 10 activos .....	337
Tabla 57: Estrategias posiciones cortas y largas con 15 activos .....	338



Tabla 58: Estrategias de posiciones largas y cortas con 20 activos .....	340
--	-----