

**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA**  
**DEPARTAMENTO DE MÉTODOS CUANTITATIVOS EN ECONOMÍA**  
**Y GESTIÓN**



**TESIS DOCTORAL**

**APORTACIONES AL PROBLEMA DE LA PREDICCIÓN DE LOS**  
**TIPOS DE CAMBIO CON METODOLOGÍAS NO LINEALES:**  
**EVIDENCIA EMPÍRICA PARA EL SISTEMA MONETARIO EUROPEO**

**JULIÁN ANDRADA FÉLIX**

Las Palmas de Gran Canaria, Noviembre de 1999

25/1999-00  
UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA  
UNIDAD DE TERCER CICLO Y POSTGRADO

Reunido el día de la fecha, el Tribunal nombrado por el Excmo. Sr. Rector Magfco. de esta Universidad, el/a aspirante expuso esta TESIS DOCTORAL.

Terminada la lectura y contestadas por el/a Doctorando/a las objeciones formuladas por los señores miembros del Tribunal, éste calificó dicho trabajo con la nota de SOPRESAVENTE CUM LAUDE

Las Palmas de Gran Canaria. a 28 de febrero de 2000. P<sup>o</sup> UNANIMIDAD.

El/a Presidente/a: Dra. Dña. Beatriz González López-Valcárcel,

El/a Secretario/a: Dr.D. Jorge Pérez Rodríguez,

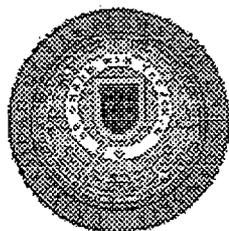
El/a Vocal: Dr.D. Vicente Quesada Paloma,

El/a Vocal: Dr.D. Oscar Bajo Rubio,

El/a Vocal: Dr.D. Juan Carlos Moreno Piquero,

El Doctorando: D. Julián Andrada Felix,





UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES  
DEPARTAMENTO DE MÉTODOS CUANTITATIVOS EN ECONOMÍA Y GESTIÓN

**APORTACIONES AL PROBLEMA DE LA PREDICCIÓN DE LOS  
TIPOS DE CAMBIO CON METODOLOGÍAS NO LINEALES:  
EVIDENCIA EMPÍRICA PARA EL  
SISTEMA MONETARIO EUROPEO**

Tesis Doctoral presentada por D. Julián Andrada Félix  
Dirigida por el Dr. D. Fernando Fernández Rodríguez  
Codirigida por el Dr. D. Simón Sosvilla Rivero

El Director

El Codirector

El Doctorando

Las Palmas de Gran Canaria a 15 de noviembre de 1999



*A mis padres .....*



Ante todo, quiero expresar mi agradecimiento:

A Fernando Fernández Rodríguez y a Simón Sosvilla Rivero,  
por sus enseñanzas y amistad.

A mis hermanos, Claudio, Carmela, Cecilia y José Carlos,  
por su confianza y estímulo.

A Carmela, por su paciencia en estos últimos años de trabajo  
y sus repetidas e incomprensibles lecturas.

A mis colegas de la Universidad de La Laguna y de la  
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, por su  
incondicional apoyo y afecto diario.

Y como no, a mis amigos, por las horas no dedicadas.



# INDICE

## CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

1.1 El problema de la predicción en series de tipos de cambio.....	3
1.2 Panorámica sobre la predicción financiera.....	11
1.2.1 Análisis fundamental.....	13
1.2.2 Análisis técnico.....	16
1.2.2.1. Chartismo.....	18
1.2.2.2 Reglas técnicas.....	21
1.2.3 Hipótesis de los mercados eficientes.....	28
1.2.4 Análisis de series temporales.....	33
1.2.5 Sistemas dinámicos no lineales.....	35
1.2.5.1 Modelos estocásticos no lineales.....	36
1.2.5.2. Modelos deterministas no lineales.....	40
1.2.6. Redes neuronales artificiales.....	44
1.3 El modelo de De Grauwe y Vansante sobre comportamiento caótico de los tipos de cambio .....	49
1.4 Objetivos. ....	53

## CAPÍTULO II: SISTEMAS DINÁMICOS CAÓTICOS

2.1 Introducción.....	59
2.2 Conceptos previos.....	61
2.3 Inestabilidad local de las órbitas.....	65
2.4 Atractores extraños.....	66
2.5 Reconstrucción del espacio de estados de una serie temporal.....	70
2.6 Detección del caos determinista.....	76
2.6.1 Exponentes de Lyapunov.....	76
2.6.2 Dimensión de correlación.....	79
2.6.3 Contraste estadístico BDS.....	86
2.6.4 Detección de no linealidades y caos en series económicas y financieras.....	90
2.7 Modelización y predicción de sistemas caóticos.....	92
2.7.1 Predicción <i>Nearest Neighbours</i> o por ocurrencias análogas.....	97

### **CAPÍTULO III: ALGUNOS RESULTADOS PRELIMINARES SOBRE EL SISTEMA MONETARIO EUROPEO**

3.1	Introducción.....	105
3.2	Funcionamiento del Sistema Monetario Europeo (SME).....	106
3.2.1	Introducción.....	106
3.2.2	Aspectos institucionales.....	108
3.2.2.1	La Unidad de Cuenta Europea.....	108
3.2.2.2	El Mecanismo de Tipos de Cambio e Intervención (MTCI).....	108
3.2.2.3	Instrumentos de crédito.....	110
3.2.3	Marco teórico.....	111
3.2.4	Algunas implicaciones contrastables.....	120
3.3	Descripción de las series del Sistema Monetario Europeo. Resultados preliminares...122	
3.4	Limitaciones de los contrastes clásicos de no linealidades y caos.....	126
3.4.1	Exponentes de Lyapunov.....	126
3.4.2	Dimensión de correlación.....	133
3.4.3	Contraste estadístico BDS.....	144
3.5	Distinción entre no linealidades estocásticas en media y en varianza.....	155

### **CAPÍTULO IV: UN NUEVO CONTRASTE DE DETECCIÓN DEL CAOS DETERMINISTA**

4.1	Introducción.....	169
4.2	El contraste de caos propuesto por Gençay, mediante la distribución del máximo exponente de Lyapunov.....	172
4.3	¿ Máximo exponente de Lyapunov positivo implica caos?.....	180
4.4	Los exponentes de Lyapunov y la teoría ergódica de los sistemas dinámicos.....	183
4.5	Un nuevo contraste de detección del caos determinista.....	186
4.6	Normalidad de las poblaciones de máximos exponentes de Lyapunov.....	193
4.7	Aplicación a los tipos de cambio.....	198
4.8	El nuevo contraste de estabilidad del máximo exponente de Lyapunov ante procesos estocásticos no lineales en media.....	202
4.9	Conclusiones.....	206
4.10	Apéndice.....	207

## **CAPÍTULO V: PREDICCIONES SNN EN EL S.M.E.**

5.1 Introducción.....	231
5.2 Algoritmos para la determinación de los parámetros: dimensión de inmersión (m) y número de puntos próximos (k) .....	232
5.3 Predicciones por ocurrencias análogas simultáneas.....	234
5.4 Evaluación estadística de las predicciones.....	239
5.5 Evaluación económica de las predicciones.....	252
5.6 Comparación con las reglas técnicas basadas en medias móviles.....	261
5.7 Rendimientos del análisis técnico e intervención de los bancos centrales.....	265
5.7.1 Introducción.....	265
5.7.2 Aplicación a las series de tipos de cambio. Resultados empíricos.....	267
5.8 Apéndices.....	273
5.8.1 Apéndice: Algoritmos de Casdagli y Sugihara y May.....	275
5.8.2 Apéndice: Evaluación estadística de las predicciones.....	295
5.8.3 Apéndice: Evaluación económica de las predicciones.....	329
5.8.4 Apéndice: Comparación con las reglas técnicas basadas en medias móviles.....	359

## **CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES FINALES**

6.1 Resumen de la Tesis.....	391
6.2 Conclusiones finales.....	392
6.3 Posibles interpretaciones de los resultados.....	397
6.4 Posibles extensiones de la Tesis.....	399

<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>401</b>
--	------------



# CAPÍTULO I :

## INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

- 1.1 El problema de la predicción de los tipos de cambio
- 1.2 Panorámica sobre la predicción financiera
  - 1.2.1 Análisis fundamental
  - 1.2.2 Análisis técnico
    - 1.2.2.1 Chartismo
    - 1.2.2.2 Reglas técnicas de contratación
  - 1.2.3 Hipótesis de los mercados eficientes
  - 1.2.4 Análisis de series temporales
  - 1.2.5 Sistemas dinámicos no lineales
    - 1.2.5.1 Modelos estocásticos no lineales
    - 1.2.5.2 Modelos deterministas no lineales
  - 1.2.6 Redes neuronales artificiales
- 1.3 El modelo de De Grauwe y Vansante sobre el comportamiento caótico de los tipos de cambio
- 1.4 Objetivos



## 1.1 El problema de la predicción de los tipos de cambio

Los últimos cincuenta años se han caracterizado por una creciente internacionalización de las actividades económicas. En efecto, el continuo avance en los campos del transporte y las comunicaciones, unido a la liberalización progresiva de las relaciones económicas internacionales, han dado lugar a un incremento sin precedentes tanto en los intercambios de bienes y servicios como en activos financieros.

Dicho incremento ha ido paralelo al espectacular desarrollo registrado en los mercados de divisas, dado que la utilización de diferentes unidades monetarias propias de cada economía nacional condiciona el que en cada transacción internacional sea necesaria la conversión de diferentes tipos de moneda, obligando así a la existencia de unos mecanismos de conversión multilateral conocidos universalmente como *mercados de cambio*. El precio que se determina en los mercados de cambio de las respectivas monedas se conoce como *tipo de cambio* (el precio en moneda nacional de una unidad de moneda extranjera).

El mercado de divisas es el mercado financiero de mayor importancia en el mundo tanto por su volumen diario de negociación como por su incidencia en el comportamiento, tanto en otros mercados financieros como en bienes y servicios. Cada tres años, los bancos centrales o autoridades monetarias, bajo la coordinación del Banco de Pagos Internacionales, vienen llevando a cabo una encuesta entre los participantes en sus respectivos mercados, con el objeto de conocer el volumen, composición y saldos vivos de sus respectivos mercados de divisas. La última de estas encuestas, señalaba que en abril de 1998, el volumen medio diario de negociación se elevaba a 1,5 billones de dólares (Bank for International Settlements, 1998), cifra que sobrepasa en más de cien veces el valor medio diario de las acciones de Wall Street. Esta cifra supera ampliamente el comercio mundial que se realiza durante todo el resto del año y su orden de magnitud es de varias veces el producto bruto mundial (Durán, 1997). En el caso español, durante ese mismo mes, el volumen medio diario negociado ascendió a 19.318 millones de dólares (Banco de España, 1998).

Debido a su extrema importancia en la actividad económica internacional, un tema recurrente en la literatura sobre mercados financieros ha sido el intento de predecir tipos de cambio. Este hecho resulta especialmente relevante por el intenso grado de volatilidad y movimientos erráticos que se han producido en las diferentes divisas tras la adopción del sistema de tipos de cambio flexibles a comienzos de los años setenta. El comportamiento impredecible de los tipos de cambio tiene importantes consecuencias negativas para el sector real de la economía mundial. Como señalan Bajo, Fernández y Sosvilla (1995), "una menor

incertidumbre cambiaria permitiría una mayor diversificación de las carteras de activos, reduciría las distorsiones en la asignación de los capitales (que se podrían destinar así a inversiones más eficientes), intensificaría la competencia por parte de las empresas, llevaría a una disminución y armonización de las tasas de inflación, y favorecería el comercio internacional. Más aún, los efectos anteriores podrían dar lugar a un aumento de la tasa de rendimiento de la inversión (a través de una reducción de la prima de riesgo), de manera que se incentivaría la formación de capital y podría aumentar la tasa de crecimiento en el largo plazo". La importancia de una estabilización efectiva de los tipos de cambio, así como la consiguiente eliminación de la incertidumbre que ocasiona su extremada variabilidad, han sido señaladas por Baldwin (1991) como uno de los principales beneficios que la Unión Monetaria Europea iba a proporcionar a sus potenciales países miembros.

El problema de la predicción de los tipos de cambio es de una mayor actualidad, si cabe, desde el momento en que los modelos teóricos para su determinación (véase Bajo y Sosvilla, 1993, para una panorámica de las teorías del tipo de cambio) han venido registrando problemas a la hora de explicar el comportamiento de esta variable macroeconómica clave, pero sobre todo han fallado estrepitosamente en su faceta predictiva. A pesar de los importantes esfuerzos de modelización registrados en las últimas tres décadas, la predicción del tipo de cambio ha sido desde siempre una tarea especialmente difícil.

El pesimismo sobre la capacidad de predicción en las series temporales de los tipos de cambio se ha ido generalizando después de la publicación de los trabajos pioneros de Messe y Rogoff (1983a, 1983b). Estos autores realizaron una amplia batería de contrastes estadísticos, indicando la superioridad de la predicción lineal extramuestral obtenida a través de un sencillo modelo de paseo aleatorio<sup>1</sup>, comparada con la predicción basada en un complejo modelo que plantea un amplio conjunto de variables económicas como explicativas, tal y como ocurre con los modelos estructurales de determinación de los tipos de cambio. Esta superioridad era también clara cuando la predicción se determinaba *ex post* (es decir, utilizando valores efectivamente observados de las variables explicativas en la regresión).

Una línea emergente de investigación ha resaltado las no linealidades en las series de los tipos de cambio como una razón potencial de los pobres resultados predictivos proporcionados por los modelos de determinación del tipo de cambio. A priori, existe un

---

<sup>1</sup> Se trata de un ingenuo sistema de predicción que señala que la observación de hoy es, en tipos de cambio, la mejor predicción para la observación de mañana.

número razonable de fuentes de no linealidad que podríamos resumir en cinco grandes apartados:

1. En primer lugar, cabría señalar la deformación temporal, que aparece cuando el comportamiento económico subyacente es lineal, aunque los tipos de cambio observados se caracterizan por no linealidades debidas a transformaciones no lineales en el proceso muestral. La diferencia estriba esencialmente en la distinción entre el tiempo económico y el tiempo cronológico. El tiempo económico se refiere más a la tasa de actividad de los acontecimientos económicos que al paso del tiempo, mientras que el tiempo cronológico avanza a una tasa constante, independiente de los acontecimientos económicos. Cuando el número de transacciones por hora en el mercado crece (quizás debido a la llegada de nueva información), el tiempo económico se acelerará; mientras, el tiempo cronológico continuará a la misma tasa. De esta forma, aunque el comportamiento subyacente pueda permanecer lineal medido en tiempo económico, los datos observados en tiempo cronológico se caracterizarían por no linealidades debidas a la relación no lineal entre ambos tipos de tiempos. En este sentido cabe indicar que los procesos de llegada de información por grupos o lotes son típicos de los mercados financieros. Hsieh *et al.* (1990) presentan evidencia empírica en este sentido.

2. Introducción de no linealidades en el proceso de formación de expectativas de los agentes, por ejemplo, el modelo de De Grauwe y Vansante (1990) que veremos más adelante en este mismo capítulo.

3. Agentes económicos racionales formando expectativas sobre el tipo de cambio futuro en un contexto en el que la función de reacción de la autoridad monetaria cambia estocásticamente de un régimen de intervención a otro, como, por ejemplo, en el trabajo de Hsieh (1992).

4. Agentes económicos racionales formando expectativas para una moneda perteneciente a una zona objetivo (*target zone*) para el tipo de cambio, como es el caso del Sistema Monetario Europeo (SME), en el que las autoridades monetarias controlan el tipo de cambio para mantenerlo dentro de unas bandas preestablecidas. La existencia (y en particular la credibilidad) de dicha zona objetivo condicionará a los agentes financieros a anticipar la intervención, induciendo una solución de expectativas racionales para el tipo de cambio que depende de forma no lineal de sus variables económicas fundamentales (Krugman, 1991).

5. Otros autores subrayan la idea de los movimientos especulativos dentro del mercado internacional de divisas como fuente de no linealidad de las series de tipos de cambio. Así, por ejemplo, Bilson (1990) señala que las acciones de los operadores técnicos (*chartistas*) podrían también dar lugar a no linealidad en los movimientos cambiarios y Wei (1991) demuestra la posibilidad de comportamiento no lineal en los mercados financieros a futuros, a partir de la

introducción de una regla de actuación especulativa por parte de algunos agentes aun cuando no se registren fluctuaciones en las variables económicas fundamentales.

Avances recientes en los métodos analíticos y computacionales han facilitado el contraste empírico de modelos no lineales y han avivado la literatura en este área incrementando, de manera espectacular, el número de enfoques para predecir los tipos de cambio así como los intentos de construir nuevos modelos teóricos.

En esta línea, cabe destacar diversos trabajos que han aportado una nueva visión al conocimiento de los mercados cambiarios desde la óptica del análisis no lineal, ofreciendo nuevas herramientas como los movimientos turbulentos (Ghahghaie *et al.*, 1996), redes neuronales (Gençay y Stengos, 1996), (Refenes, 1993), modelos autorregresivos generalizados de heterocedasticidad condicional conocidos en la literatura financiera como modelos GARCH (Bollerslev, Chou y Kroner, 1992), reglas técnicas de contratación (Levich y Thomas, 1993), (LeBaron, 1992), etc.

Desde el punto de vista del problema puramente predictivo de las series de tipos de cambio, queremos destacar tres sistemas de predicción que han ido adquiriendo reconocimiento y preponderancia en los últimos tiempos como únicas formas posibles de batir las predicciones generadas por el modelo de paseo aleatorio.

Destacamos, en primer lugar, las reglas técnicas de contratación consistentes en el empleo de las clásicas técnicas heredadas del *chartismo* así como los diversos indicadores técnicos, que han venido siendo empleados como forma de predicción de las tendencias en las series bursátiles desde hace ya casi cien años. Pese a los considerables recelos que el mundo académico mostró durante décadas respecto al hipotético poder predictivo de dichas reglas técnicas, se está viviendo una resurrección en los medios académicos desde que Brock, Lakonishok y LeBaron publicasen en 1992 un histórico trabajo en el que demostraban que las conclusiones de la literatura financiera acerca de la falta de poder predictivo del Análisis Técnico eran prematuras y poco sólidas. A este trabajo siguieron trabajos similares en el estudio del poder predictivo de las reglas técnicas en los mercados cambiarios como han sido los de Levich y Thomas (1993) o Mills (1996).

Otra importante técnica que ha manifestado vigorosa utilidad ha sido el empleo de redes neuronales en la predicción de las series cambiarias (véanse, por ejemplo, Kuan y Liu, 1995, Gençay, 1998, Franses y Griensven, 1997).

Por último, vamos a tratar, más detenidamente, los métodos de predicción que surgieron, en un principio, para predecir series caóticas. Dichos métodos, al igual que las redes neuronales, se basan en el reconocimiento de patrones y no requieren la formulación de un modelo explicativo global de la serie en su conjunto para realizar las predicciones.

Los sistemas de predicción heredados del caos han sido objeto de numerosos contrastes empíricos a partir de la aparición de ciertos modelos teóricos en la literatura, que pretendían explicar las fluctuaciones impredecibles de las series cambiarias desde el punto de vista de las teorías del caos determinista.

En este sentido cabe destacar el modelo de De Grauwe y Vansanten (1990) que, como se ha señalado, incorpora la no linealidad a través de los mecanismos de generación de expectativas en el comportamiento de los agentes, dando lugar a una dinámica de carácter caótico del tipo de cambio. Según este modelo, el aparente comportamiento errático que se manifiesta en las series de tipo de cambio puede ser explicado, al menos en parte, debido al comportamiento caótico de un sistema no lineal pero determinista que gobierna su dinámica subyacente. El caos se manifestaría como una forma de fluctuación irregular proveniente de sencillas ecuaciones deterministas, que describen las interacciones no lineales dentro del mercado cambiario de dos tipos de agentes llamados "fundamentalistas" y "chartistas" según su mecanismo de formación de expectativas. Tales apelativos pretenden recoger las dos tendencias clásicas de predicción en el mercado de valores: una tendencia basada en el análisis fundamental (sustentado en la evolución de las magnitudes macroeconómicas), y otra tendencia basada en el análisis técnico (la especulación y las operaciones a corto plazo).

En un contexto mucho más general se han desarrollado otro tipo de modelos teóricos, dentro del ámbito de la microeconomía financiera, destinados a describir la dinámica del comportamiento especulativo en un mercado en el que operan fundamentalistas y chartistas en presencia de interacciones no lineales creadas por el mecanismo de formación de expectativas (Chiarella, 1992). El modelo de Chiarella ha sido analizado en su contexto discreto por García (1995), quien muestra su capacidad para generar distintos tipos de bifurcaciones entre la estabilidad y el caos que no se dan en el modelo continuo, original de Chiarella.

Pese a la existencia de numerosos modelos teóricos que sugieren no linealidad (y en algunos casos, caos), la evidencia empírica de comportamiento caótico en series de tipos de cambio es fragmentaria, y no concluyente.

En un trabajo pionero, Hsieh (1989) concluye que existe poca evidencia de caos en los rendimientos diarios de tipos de cambio, inclinándose a explicar las regularidades empíricas encontradas desde el punto de vista de la heterocedasticidad condicional. Del mismo modo, Cecen y Erkal (1996) encuentran escasa evidencia de caos de baja dimensión en cuatro series de

rendimientos horarios de tipos de cambio. Han aparecido, en cambio, otra serie de trabajos que han defendido la presencia de caos de baja dimensión en rendimientos diarios de tipos de cambio. Bajo, Fernández y Sosvilla (1992) sugieren evidencia de caos de baja dimensión en rendimientos de las series al contado y futuros del tipos de cambio peseta española/dólar estadounidense. Igualmente, De Grauwe *et al.* (1993) concluyen evidencia de comportamiento caótico, tanto para los rendimientos libra esterlina/dólar estadounidense durante el período 1973-1981 como para los rendimientos durante el período 1973-1990 del yen japonés/dólar estadounidense; tales autores no encuentran, en cambio, evidencia de comportamiento caótico en el mercado marco alemán/dólar estadounidense. Papell y Sayers (1990), Medio y Gallo (1993) y Tan Pan (1995) sugieren la presencia de caos de baja dimensión en diversas series de tipos de cambio.

De Grauwe *et al.* (1993) han señalado dos razones a las que achacan la falta de evidencia conclusiva de caos en la serie marco alemán/dólar estadounidense:

- El número de datos disponibles es todavía pequeño en relación a la cantidad necesaria requerida para emplear, de forma eficiente, las técnicas estadísticas de detección.
- Cualquier forma de ruido que pudiese afectar a la dinámica determinista subyacente puede enmascarar al caos haciendo su detección muy difícil.

A estas razones podría sin duda añadirse la falta de contrastes adecuados de detección del caos que tengan como hipótesis nula la de caos determinista y que, en pequeñas muestras, presenten una adecuada potencia frente a las diferentes alternativas estocásticas no lineales.

Hsieh (1991), en un importante trabajo sobre caos y dinámicas no lineales en mercados financieros, señala como aproximación adicional para detectar la presencia de caos la realización de predicciones de la serie en cuestión a través de algún método de regresión local ponderada como la estudiada por Cleveland (Cleveland, 1979).

Resulta bien conocido que en un sistema caótico, pese a la carencia de correlaciones lineales significativas entre las observaciones, es posible realizar predicciones, a corto plazo, mediante la comparación de patrones similares del pasado que superan ampliamente a las del modelo de paseo aleatorio. Tal procedimiento suele llamarse *predicción por ocurrencias análogas*.

El origen de los métodos de predicción por ocurrencias análogas es doble. Por un lado, aparece en la estadística pura en el marco de las regresiones no paramétricas en el trabajo de Stone (1977). Concreciones posteriores a estas ideas fueron realizadas por Cleveland (1979) con la implementación del método de regresiones locales ponderadas (*locally weighted regressions*). Y

por otro lado, de forma completamente independiente de la estadística, la literatura sobre sistemas dinámicos no lineales concibió un singular sistema de predicción a corto plazo para las series caóticas; el sistema estaba basado en la idea de comparar el patrón de comportamiento en un determinado instante de una serie temporal con patrones análogos de dicha serie que se habían producido en el pasado. Este sistema de predicción es original de Farmer y Sidorowich (1987), quienes le acuñarían el apelativo de *nearest neighbours*. Härdle y Linton (1994) han procedido a la reformulación teórica del método unificándolo con el enfoque inicial procedente de la estadística.

Los resultados empíricos obtenidos en las predicciones de tipos de cambio mediante el empleo de las técnicas por ocurrencias análogas no son concluyentes. Las posibilidades de predicción son muy sensibles al método concreto que se implemente, a la longitud de las series empleadas, a la frecuencia del tipo de datos utilizadas, al horizonte de predicción y al criterio de evaluación del error empleado.

Los trabajos existentes pueden dividirse en dos grupos según el éxito obtenido en la realización de las predicciones. Por una parte, se sitúa el grupo pesimista, donde cabría destacar los siguientes trabajos:

- Diebold y Nason (1990) estudian la predicibilidad no paramétrica de las principales divisas respecto al dólar estadounidense empleando series semanales y un tamaño muestral inferior a 800 observaciones. Los resultados predictivos obtenidos son inferiores a los de un simple modelo de paseo aleatorio, indicando que las no linealidades existentes en tales series cambiarías no son explotables para la predicción.
- Mizrach (1993) emplea un conjunto de 3036 observaciones diarias de tres de las divisas del Sistema Monetario Europeo frente al dólar estadounidense: el franco francés, la lira italiana y el marco alemán. Sobre ellas se emplea un esquema de predicción multivariante basado en el método de regresiones ponderadas locales de Cleveland y Devlin (1988). Las conclusiones son similares a las de Diebold y Nason.

Por otra parte, en el lado optimista, cabría señalar<sup>2</sup> a:

- Bajo, Fernández y Sosvilla (1992) comprueban cómo las predicciones univariantes, obtenidas por el método de Farmer y Sidorowich, superan a las del modelo de paseo aleatorio en las series al contado y futuro diarias del tipo de cambio peseta española/marco alemán.

---

<sup>2</sup> Se han producido otros importantes éxitos predictivos en las series de tipos de cambio tales como Canova (1993) o MacDonald y Taylor (1994), donde se mejora con nitidez el modelo de paseo aleatorio. Estos trabajos emplean técnicas diversas que no guardan relación con las regresiones locales.

## 10 Aportaciones al problema de la predicción de los tipos de cambio con metodologías no lineales

- Lisi y Medio (1997) emplean una técnica de filtrado de datos, previo a las predicciones locales, denominada *Singular Spectrum Analysis* que aplican a series de tipos de cambio mensuales al contado, con 265 observaciones que cubren desde enero de 1972 a enero de 1994, de las siete monedas más importantes denominadas en dólares estadounidenses: marco alemán, libra esterlina, lira italiana, franco francés, peseta española, yen japonés y dólar canadiense. Las predicciones resultantes mejoran netamente las obtenidas a partir del modelo de paseo aleatorio.
- Fernández y Sosvilla (1998) presentan un contraste basado en la predicción por ocurrencias análogas con el que detectan la existencia de dependencias no lineales que pueden ser explotadas, desde el punto de vista predictivo, en la mayoría de las divisas del Sistema Monetario Europeo.
- Fernández, Sosvilla y Andrada (1999) proponen un predictor multivariante basado en regresiones locales aplicado a series diarias de nueve monedas del Sistema Monetario Europeo, denominadas en marcos: franco belga, corona danesa, escudo portugués, franco francés, florín holandés, libra irlandesa, lira italiana, peseta española y libra esterlina, con un período predictivo que abarca desde el 13 de enero de 1987 al 31 de diciembre de 1994. Las predicciones mejoran claramente la predicción del signo de los rendimientos respecto al modelo de paseo aleatorio.

## 1.2 Panorámica sobre la predicción financiera

Un tema recurrente en la literatura financiera ha sido el intento de predecir los precios de los activos. Dicho intento constituye un reto importante, por cuanto cambios en tales precios son consecuencia de numerosas variables que hacen difícil y compleja la elaboración de un método de predicción fundamentado en la información que se considere relevante.

El creciente peso que desempeñan las finanzas en el nuevo orden económico internacional hace que el interés en cualquier grado de predicción de los mercados financieros no se halle exclusivamente restringido al ámbito del mundo académico o a los profesionales del mercado.

La predicción de mercados financieros es una disciplina que sólo se ha reconocido, por parte del mundo académico, en épocas muy recientes. En efecto, aun cuando muchos profesionales del mercado han venido empleando, desde comienzos de siglo, las más variadas técnicas de predicción financiera, en un principio no recibieron el menor respaldo académico. Ha sido únicamente durante las últimas dos décadas cuando surgieron, en la literatura, algunos trabajos señalando que muchos de los mercados financieros pueden ser predecibles en alguna medida.

Como factores que han favorecido, de forma decisiva, los recientes éxitos producidos en el terreno de la predicción financiera, cabe destacar los siguientes:

- Desarrollos, por parte del mundo académico, de nuevas herramientas matemáticas y estadísticas capaces de analizar el mundo no lineal.
- Existencia de importantes bancos de datos de alta frecuencia que no se poseían en el pasado.
- Generalización del empleo de poderosos ordenadores cuya disponibilidad ha posibilitado la puesta a punto de las nuevas técnicas de análisis.

Treinta años atrás, cualquier afirmación relativa a la posibilidad de predecir el precio de los activos habría merecido la condena unánime del mundo académico por considerarla una violación flagrante del principio de eficiencia.

No obstante, en la actualidad comienza a producirse amplio consenso, entre autores de gran reputación en las finanzas, de que un cierto grado de predecibilidad en un mercado puede estar relacionado con un riesgo dinámico propio de la estrategia técnica que se emplee que no es incompatible, necesariamente, con la eficiencia de dicho mercado (Campbell, Lo y

## 12 Aportaciones al problema de la predicción de los tipos de cambio con metodologías no lineales

MacKinlay, 1997). Hay que tener en cuenta los profundos matices que subyacen en la Hipótesis de los Mercados Eficientes. Tal como señala Granger (1992), la mera predecibilidad no significa ineficiencia, a menos que este acompañada de unos rendimientos económicos después de haber descontado todo tipo de costes y haber incluido alguna suerte de prima de riesgo por la inversión.

Históricamente, cabría mencionar seis escuelas que han abordado el problema de la predicción de las series financieras: análisis fundamental, análisis técnico, hipótesis de los mercados eficientes, análisis de series temporales, sistemas dinámicos no lineales y redes neuronales.

Los distintos enfoques, presentados brevemente a continuación, intentan configurar la herramienta básica y objetiva que permita argumentar el estado actual de la literatura financiera respecto al apasionante mundo de la predicción.

### 1.2.1 Análisis fundamental

El análisis fundamental considera que los cambios que se producen en el precio de un activo se deben esencialmente a factores económicos relativos tanto a la empresa como al ambiente económico en general. Desde este punto de vista, el analista financiero decide qué posiciones de compra y venta tomar de acuerdo con información fundamental estrechamente ligada con estudios financieros: informes de auditores, cuentas de resultados, balances trimestrales, historial de dividendos, estrategia empresarial, etc. Con toda esta información interna analiza los datos de ventas, el talento directivo, la competencia, los índices de producción, las estadísticas de los precios y las previsiones de rendimiento, así como las noticias diarias sobre la evolución económica general para establecer una estimación de las futuras condiciones de la actividad de la empresa cuyas acciones son de interés.

El fundamentalista pretende generar, a partir de este cuidadoso estudio de la actividad actual y evolución futura de la propia empresa, contextualizada macroeconómica y sectorialmente, un valor denominado *valor intrínseco* de dicho activo. Considera, pues, que las previsiones de los movimientos del precio de un activo están ancladas en la comprensión de la manera como éste evoluciona a lo largo del tiempo.

Este valor intrínseco se determina en función de factores tales como la tasa de inflación, el nivel general de los tipos de interés, los tipos de cambio, el producto interior bruto, las sanciones, el malestar laboral y el sentimiento del mercado que influyen en las fuerzas económicas de la oferta y la demanda, causantes éstas de las fluctuaciones en el movimiento del precio del activo.

El análisis fundamental supone que la futura tendencia en el precio de un activo pueda ser predicha al examinar todos los factores que probablemente afectan al rendimiento de una compañía y sus acciones, y al intentar cuantificar estas influencias con el fin de proporcionar estimaciones de un futuro flujo de capital acumulado para el inversor (Suárez, 1996).

Las hipótesis subyacentes del análisis fundamental pueden resumirse en:

- El beneficio de una empresa determinará finalmente el precio de la acción.
- El precio de una acción cambia cuando las previsiones se modifican como resultado de nueva información.
- El valor intrínseco de una acción sólo está determinado por el valor de la empresa.
- El precio de una acción en cualquier instante es igual al valor descontado del flujo de ingresos de la acción.

- El precio de una acción es una función del conjunto de ganancias y tasa de capitalización previstas.

El valor intrínseco de un activo de acuerdo a la aproximación fundamental requiere un detallado análisis sobre el ambiente económico, el sector y la empresa.

- El análisis del estado de la economía donde se está inmerso y las implicaciones económicas de su comportamiento para las inversiones y los precios de las acciones generales deben determinarse, debido a que los precios de las acciones cambian antes de que lo haga la economía en general. Este ambiente económico se valora a través del análisis de los indicadores cíclicos y los tipos de interés.

El método de análisis del indicador cíclico (CIAM) es una aproximación empleada para predecir el estado general de la economía utilizando el principio de que una economía experimenta períodos observables de expansión y contracción, generalmente relacionados con el ciclo económico. El comportamiento de la economía se aproxima por su posición en el ciclo económico, indicador del cambio total en la actividad económica general durante un período de tiempo.

Los cambios en los tipos de interés afectan directamente a la economía y al mercado de capitales pues, cuando los tipos de interés aumentan, se incrementa para un inversor el coste de oportunidad de mantener sus ahorros en activos de renta variable.

- El análisis sectorial requiere evaluar otras empresas que operan en el mismo sector industrial para determinar la competitividad de una empresa y sus acciones, y clasificar la etapa del ciclo de vida industrial en el que se encuentra dicha empresa.

- El análisis de la empresa pretende identificar los factores individuales únicos en cada empresa, para determinar el valor intrínseco de una acción en relación a los anteriores análisis que influyen en la generación de sus ingresos. Estos factores se concretan en tasa esperada de rendimiento esperado, expectativas de reparto de dividendos, grado de riesgo y nivel de tipos de interés.

La estrategia de transacción del inversor en base a los análisis explicados puede sintetizarse de la siguiente manera respecto a:

- La tasa de crecimiento esperada de rendimiento: el inversor racional debe estar dispuesto a pagar un precio más elevado por una acción cuanto más alta sea la tasa de crecimiento de los dividendos.

- Las expectativas de reparto de dividendos: el inversor debe estar dispuesto a pagar un precio más elevado por una acción cuanto más tiempo se espere que dure la tasa de crecimiento.
- El grado de riesgo: el inversor racional (y adverso al riesgo) debe estar dispuesto a pagar un precio más elevado por una acción, a igualdad de condiciones, cuanto menos arriesgadas sean las acciones de una empresa.
- El nivel de los tipos de interés del mercado: el inversor racional debe estar dispuesto a pagar un precio más elevado por una acción, a igualdad de condiciones, cuanto menor sea el tipo de interés.

Los principios citados son defendidos por los analistas de inversiones como vía para realizar las estimaciones que conduzcan a encontrar el anhelado valor intrínseco del precio de una acción, confiados en la existencia de una cierta racionalidad implícita en los mercados de valores.

Una gestión de inversión segura consistiría sencillamente en comprar cuando la cotización de un activo estuviera momentáneamente por debajo de su valor intrínseco, y vender cuando la cotización de dicho activo fuese temporalmente elevada (Malkiel, 1992).

### 1.2.2 Análisis técnico

La teoría del análisis técnico fue elaborada en 1922 por Hamilton W.P., quien recogió los principios establecidos por el analista financiero Charles Dow publicados en el *Wall Street Journal* años antes de su muerte, en 1902. Esta técnica está basada en la predicción de los movimientos bursátiles a partir de la observación de los giros continuos del mercado.

El análisis técnico consiste en el estudio del pasado histórico de los precios de los activos con la finalidad de predecir las tendencias futuras y obtener con ello señales de compra y venta. El término técnico hace referencia al estudio de la actividad del mercado en sí mismo, de forma independiente al estudio de los bienes de que se ocupa el mercado.

Los analistas técnicos consideran irrelevante la existencia de un valor intrínseco en las fluctuaciones del precio de un activo. El precio de mercado de una acción concreta se determina por medio de la oferta y la demanda, reflejando no sólo la información fundamental que el analista es capaz de aprender, sino también las diferentes opiniones que sobre él tienen miles de evaluadores anónimos; las esperanzas, temores, conjeturas y estados de ánimo, ya sean racionales o no, de todos los posibles compradores y vendedores, así como sus necesidades y recursos, es decir, factores emocionales, sociales y psicológicos que nada tienen que ver con la idea fundamentalista del valor intrínseco de una acción. Estas cuestiones, racionales o no, se antojan de importancia capital para el analista técnico.

El uso del análisis técnico se encuentra muy extendido entre los profesionales del mercado como forma de predicción a corto plazo. Una encuesta-cuestionario realizada entre agentes del mercado de cambio en Londres refleja que más de un 90% utilizan alguna forma de análisis técnico para la elaboración de sus decisiones de transacción (Taylor y Allen, 1992).

En realidad, a corto plazo -menos de una semana-, el análisis técnico predomina sobre el análisis fundamental en las decisiones de transacción (Neely, 1997).

Pese al uso generalizado del análisis técnico son escasos los trabajos que intentan investigar sobre sus fundamentos teóricos. Así, Brown y Jennings (1989) demuestran que, de acuerdo con un modelo de equilibrio dinámico en un mercado heterogéneo de participantes, los inversores racionales emplean el pasado de los precios para formar sus demandas. Neftçi (1991) compara las reglas técnicas de contratación con la teoría predictiva de Wiener-Kolmogorov (la cual proporciona predicciones lineales óptimas), concluyendo que tales reglas podrían capturar información ignorada por dicha teoría. Finalmente, por citar otros, Clyde y Osler (1997) intentan proporcionar un fundamento teórico para el análisis técnico como un método para la realización de predicciones en sistemas aleatorios o de alta dimensión.

La amplia difusión del análisis técnico entre los profesionales del mercado contrasta con las innumerables críticas recibidas en los medios académicos, que lo consideran carente de valor científico y predictivo.

No obstante, recientes trabajos empíricos han demostrado que las conclusiones acerca del nulo poder predictivo del análisis técnico eran precipitadas. Un trabajo fundamental en este sentido es el de Brock *et al.* (1992), quienes llegan a la conclusión de que los modelos econométricos nulos más ampliamente extendidos en finanzas no son capaces de explicar los rendimientos obtenidos por las reglas técnicas más usadas sobre el índice Dow Jones de Nueva York. Bessembinder y Chan (1995), Mills (1996) y Fernández *et al.* (1999) presentan evidencia empírica similar para los mercados asiáticos, británico y español, respectivamente.

Los estudios sobre la naturaleza del análisis técnico también se han extendido a las series cambiarias. Levich y Thomas (1993) emplean la misma técnica de simulación para proporcionar evidencias sobre la rentabilidad y significación estadística de las reglas técnicas de transacción en los mercados cambiarios. Gençay (1999) investiga la predicibilidad de los rendimientos de varios tipos de cambios al contado a partir del pasado de las señales de compra y venta, con formas sencillas de reglas técnicas de transacción combinadas con predictores por ocurrencias análogas y regresiones con redes neuronales.

Existen tres principios que guían este análisis (Neely, 1997). El primero de ellos es que, a pesar de los factores, racionales o no, que influyen en la oferta y la demanda de un mercado, los precios reflejan la información pública disponible en el mercado (y, de forma secundaria, en volúmenes de transacción), de modo que las innovaciones serán rápidamente incorporadas y descontadas a través de la interacción de las fuerzas del mercado. El segundo principio plantea que, al margen de las pequeñas fluctuaciones a corto plazo, a largo plazo el mercado se mueve por medio de tendencias con una duración relativamente larga y delimitada en el tiempo. Estos cambios de tendencia en los precios de los activos financieros, si se detectan, pueden ser empleados para adoptar una posición ventajosa en el mercado. El tercer principio del análisis técnico sostiene que los patrones de comportamiento pasado de precios de los activos se repetirán, de nuevo, en el futuro. Tales patrones pueden ser explotados por la potencial capacidad predictiva contenida en su propia evolución futura, de forma que permita adelantarse a los cambios de tendencia del mercado y así, tomar posiciones provechosas. Se considera, entonces, que el mercado tiene memoria y la dinámica del precio de los activos no se manifiesta como un mero paseo aleatorio.

Los analistas técnicos emplean dos tipos de herramientas: el *chartismo* y las *reglas técnicas de transacción*.

El chartismo es quizás la técnica más conocida. Consiste en la creación e interpretación de las gráficas de los precios históricos de los activos con el fin de buscar patrones pasados que indiquen la generación de tendencias en los cambios futuros, identificándolos dentro de una amplia gama ya establecida como directrices de soporte, directrices de resistencia, crestas, valles, formaciones cabeza y hombros, líneas de cuello, etc. y, por tanto, sujetos a la apreciación e interpretación del analista financiero.

Las reglas técnicas de transacción imponen el empleo de funciones matemáticas del presente y del pasado de los precios de los activos financieros. Las dos reglas de contratación técnica más empleadas son las reglas basadas en filtros y las basadas en indicadores técnicos, tales como las medias móviles.

Vamos a realizar una descripción pormenorizada de dichas técnicas

### 1.2.2.1 Chartismo

El chartismo consiste en registrar de forma gráfica la historia real del movimiento de un cierto tipo de valores (cambios en los precios, volumen de transacciones, etc.) y deducir posteriormente, a partir de esa historia gráfica, la probable tendencia futura (Edwards y Magee, 1966).

El tipo más elemental de historial gráfico de las variaciones de los precios consiste en la tarea de reflejar diariamente una línea vertical que enlaza el nivel de cotización mínima y máxima de este activo, añadiéndose una señal horizontal en la misma para indicar la cotización al cierre (véase el Gráfico 1.2.2.1). Estos gráficos diarios se complementarían con otros semanales o mensuales (Edwards y Magee, 1966).

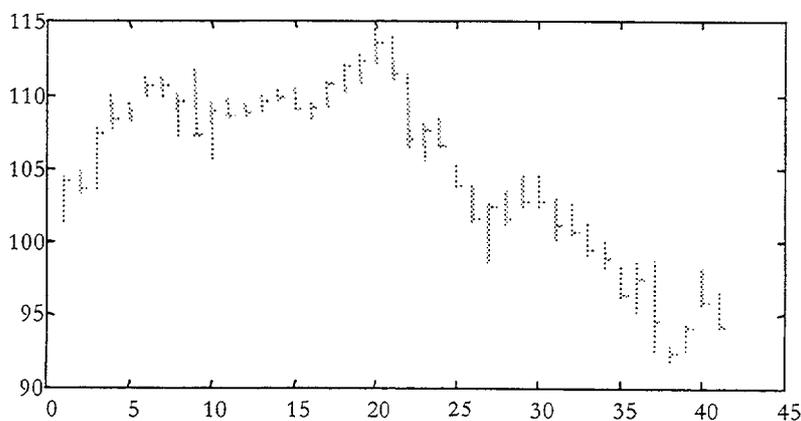


Gráfico 1.2.2.1: Evolución del precio de una acción.

La teoría de Down identifica tres tipos de tendencias o movimientos en el mercado: primaria, que cubre oscilaciones entre nueve y dieciocho meses, y puede ser alcista o bajista; secundaria, entre una y ocho semanas; y terciaria, con oscilaciones diarias que se superponen sobre los movimientos anteriores. El volumen de transacción también suele considerarse como un importante indicador que reforzará las tendencias.

Una tendencia primaria alcista se produce cuando, inicialmente, los inversores más informados han ido acumulando títulos (volumen como indicador secundario); posteriormente, cuando comienzan a surgir estudios de analistas informando de los buenos resultados empresariales, se produce el "boom" del mercado, cuya culminación tiene lugar con la llegada en masa de valores de los pequeños inversores. Las tendencias secundarias suelen ser correcciones de la tendencia primaria, mientras que los movimientos terciarios aparecen como rectificaciones de los movimientos secundarios (García, 1995), tal como se muestra en el Gráfico 1.2.2.2.



Gráfico 1.2.2.2: Tendencias en un mercado de valores.

Con el fin de identificar las tendencias a través del uso de gráficas, los chartistas deben encontrar, en primer lugar, los picos y los valles de las series de precios. Una serie de máximos locales (mínimos locales) establece una tendencia al alza (a la baja) en dicho período temporal. Se denomina directriz de soporte S a la línea que enlaza todas las cotizaciones mínimas experimentadas en el pasado, actuando como barreras o límites en nuevas bajadas. Se denomina directriz de resistencia R a la línea que enlaza todas las cotizaciones máximas experimentadas en el pasado, actuando como barreras o límites de resistencia frente a nuevas subidas.

Generalmente, a largo plazo los precios evolucionan en el túnel formado por estas dos directrices, como muestra el Gráfico 1.2.2.3.

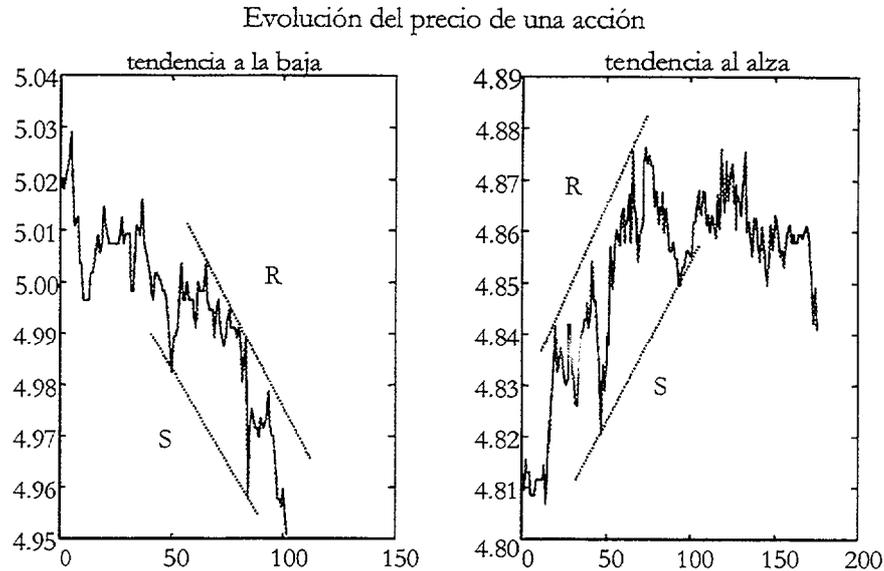


Gráfico 1.2.2.3: Tendencias a la baja y al alza.

Existen una serie de configuraciones particulares que los chartistas identifican como cambios de tendencia. Un ejemplo del más conocido tipo de formación de cambio lo constituye el denominado "cabeza y hombros", caracterizado por la presencia de tres crestas o máximos locales. El máximo central, llamado cabeza, es el mayor de los tres, mientras que a los otros dos se les denomina hombros. Cuando los precios atraviesan la línea que demarca la cabeza y los hombros, línea del cuello, los técnicos confirman una inversión de la tendencia previa alcista y se produce una señal de venta. Este signo es más significativo si el primer máximo es más elevado que el tercero, pues demuestra una mayor sensibilidad a la baja de los precios después de atravesar la línea del cuello. Esta idea se muestra en el Gráfico 1.2.2.4.

Un elevado volumen de contratación puede contribuir a confirmar el carácter de la señal.

Los patrones de inversión de una tendencia previa bajista son esencialmente la imagen especular de los patrones de inversión de una tendencia al alza.

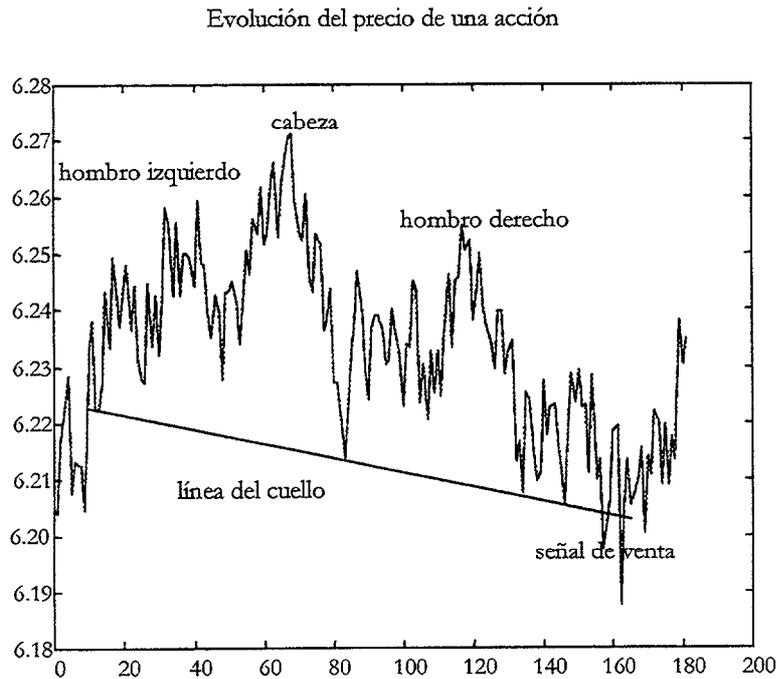


Gráfico 1.2.2.4: Formación cabeza y hombros.

Existen otros patrones de inversión de tendencia con comportamientos similares, incluyendo la V invertida (cresta sencilla), la W invertida (doble cresta), etc.

### 1.2.2.2 Reglas técnicas de contratación

Las reglas técnicas de contratación permiten un análisis menos subjetivo de las tendencias que en el caso de técnicas chartistas cuyo uso depende, en última instancia, de la interpretación del analista. Estas reglas técnicas de transacción conllevan el empleo de funciones matemáticas del presente y pasado de los precios de los activos financieros.

Las clases de reglas técnicas más sencillas y más ampliamente conocidas son la regla media móvil y la regla de filtros o ruptura del rango.

#### *Regla de transacción media móvil*

El análisis a través de medias móviles trata de eliminar las fluctuaciones, a corto plazo, que se producen en las cotizaciones para lograr un instrumento de seguimiento de la tendencia de los precios de un valor. Este análisis ofrece la ventaja de emitir señales de gran precisión y no sujetas a interpretación (como otras herramientas analizadas del análisis técnico). Si se anota, día a día, el resultado obtenido de las medias móviles sobre un gráfico, se observaría una curva representativa de la tendencia de los precios.



Gráfico 1.2.2.5: Medias móviles como indicadores de tendencia.

El Gráfico 1.2.2.5 ilustra el comportamiento de varias medias móviles como indicadores de tendencia a corto, medio y largo plazo, en relación con el propio movimiento de los precios (que puede considerarse como una media móvil de longitud uno). El objetivo fundamental de las medias móviles es el de averiguar cuándo se producen los cambios de tendencia y, en última instancia, cómo se generan las señales de compra y venta que guiarán la estrategia de transacción.

La forma más universalmente empleada para averiguar los cambios de tendencia consiste en el estudio del cruce de medias móviles de distinta longitud. Cada vez que la trayectoria del precio de un activo se cruce con la trayectoria una media móvil de longitud superior a uno, se generará una señal.

De modo más general, considerando una serie temporal de precios de un mercado  $\{p_t\}_{t=1,2,\dots,N}$ , definimos la media móvil  $m_t^n$  de longitud  $n$  en el instante  $t$  como la media simple o aritmética de los precios sobre un número dado de días previos de contratación. La longitud de la media móvil hace referencia a la escala temporal definida, en este caso días, y refleja precisamente las tendencias señaladas a corto, medio y largo plazo. Su expresión analítica responde a la siguiente forma

$$m_t^n = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} p_{t-i}, \quad t=n, n+1, \dots, N$$

donde  $p_t$  es el precio actual del valor elegido en el instante  $t$ . Este tipo de medias móviles simples considera que todos los precios utilizados en su evaluación gozan de la misma importancia.

Existen variaciones de la expresión anterior que enfatizan en la importancia del pasado más reciente de los precios, caracterizadas por permitir una mayor ponderación en los precios inmediatamente anteriores al ocurrido en el instante  $t$

$$mp_t^n = \frac{1}{\sum_{i=0}^{n-1} (n-i)} \sum_{i=0}^{n-1} (n-i) \cdot p_{t-i}, \quad t=n, n+1, \dots, N$$

Esta regla analítica es conocida como media móvil ponderada, otorgando mayor consideración a los precios más recientes.

Otra variación del esquema media móvil, la media móvil exponencial, trata de resaltar la importancia no sólo de los precios más recientes sino que tiene en consideración toda la historia de dichos precios

$$mpe_t = \frac{1}{\sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i} \sum_{i=0}^{t-1} \lambda^i \cdot p_{t-i}, \quad t=n, n+1, \dots, N$$

siendo  $0 \leq \lambda \leq 1$ , el exponente o factor de alisamiento.

La estrategia de contratación más simple guiada por el comportamiento de las medias móviles considera inicialmente una regla de transacción constituida por dos medias móviles de distintas longitudes,  $m_t^{n_1}$  y  $m_t^{n_2}$ , siendo  $n_1 < n_2$ . Tal combinación suele denominarse  $[n_1, n_2]$ . La señal de compra (venta) se genera cuando la gráfica de la media móvil corta, en un instante  $t_0$ , esté situada por encima (debajo) de la gráfica de la media móvil larga en dicho instante, es decir,  $m_{t_0}^{n_1} > m_{t_0}^{n_2}$ ,  $(m_{t_0}^{n_1} < m_{t_0}^{n_2})$ . Dicho acontecimiento significa la aparición de una tendencia alcista (bajista). Se considera pues que la media móvil larga funciona como una línea de soporte (resistencia) con respecto a la media móvil corta.

La señal de compra o venta, en un instante  $t_0$ , es motivada analíticamente por el signo de la expresión

$$s_{t_0}^{n_1, n_2} = m_{t_0}^{n_1} - m_{t_0}^{n_2}$$

donde  $n_1, n_2$  son las longitudes de la media móvil corta y larga, respectivamente.

El Gráfico 1.2.2.6 muestra la interpretación gráfica de estas señales.

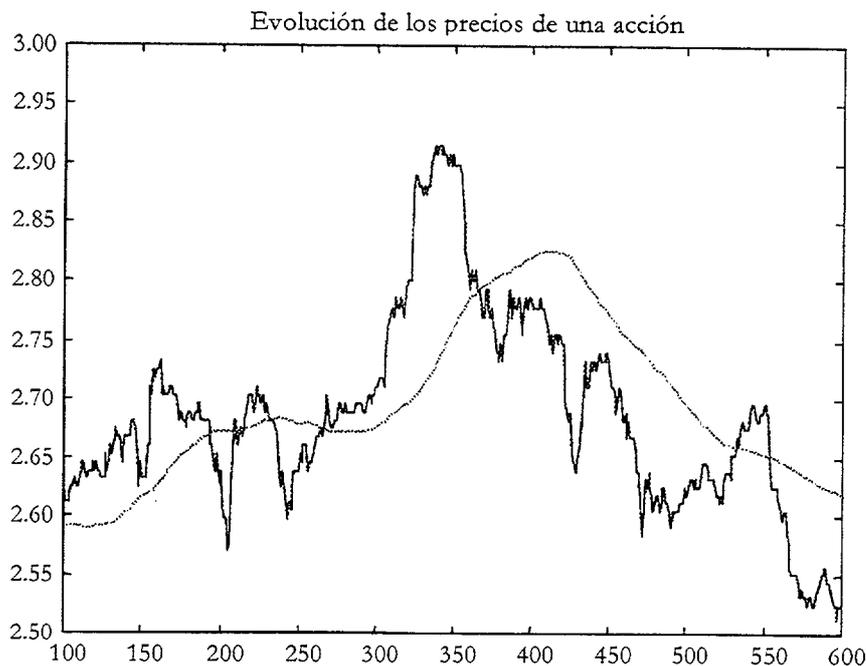


Gráfico 1.2.2.6: Señales de compra y venta.

Las longitudes de las medias móviles deben ser seleccionadas por el analista técnico; con frecuencia es elegida la media móvil corta con longitud uno, es decir, la propia serie de precios. Las más populares combinaciones consideradas son  $[1,50]$ ,  $[1,150]$ ,  $[1,200]$ ,  $[5,50]$ ,  $[5,150]$ ,  $[5,200]$  (Brock *et al.*, 1992), interpretándose, por ejemplo en la combinación  $[1,50]$  que la media móvil corta está constituida por un día de contratación y la media móvil larga está constituida por 50 días de transacción consecutivos.

Este tipo de regla de contratación se denomina *media móvil de longitud variable* y clasifica todos los días de contratación en días de compra o venta.

Las señales generadas por las reglas de transacción medias móviles pueden modificarse con la introducción de una banda alrededor de la media móvil. La introducción de tal banda provocará una reducción del número de transacciones al eliminar falsas señales de cambio de tendencia cuando las trayectorias de las medias móviles están próximas y muestran comportamiento fluctuante. Suele considerarse una amplitud de banda del uno por ciento.

Otra versión complementaria de esta estrategia técnica subraya el interés de los puntos de corte, entre la media móvil corta y la media móvil larga, como señales de compra o venta con un poder predictivo de unos pocos días (entre diez y quince, habitualmente) sin permitir registrar nuevas señales en este período fijado. En ésta, se generarán señales de compra (venta)

cuando la media móvil corta atraviase a la media móvil larga por debajo (encima), tomando posiciones en largo (corto) <sup>3</sup>. A esta estrategia se le denomina *media móvil de longitud fija*.

Existen numerosas variaciones de las reglas de contratación basadas en las medias móviles que consideran, entre otros indicadores, la pendiente de la media móvil larga en el instante específico de corte, además de si la media móvil corta la atraviesa por encima o por debajo. En diferentes versiones se contabilizan también los cambios en el volumen de transacción antes de tomar posiciones.

Otro posible tipo de estrategia de transacción basada en las medias móviles es la definida por los *osciladores*, útiles en mercados sin tendencias bien definidas. Los osciladores son indicadores técnicos para el corto plazo, cuyo objetivo es medir la aceleración del movimiento de los precios. Además de medir divergencia o convergencia entre dos medias móviles para emitir tales señales, pretenden contrastar si confirman o no la dirección de la línea de precios.

Si se considera el cociente entre los valores obtenidos por dos medias móviles, por ejemplo, una media corta de longitud 5 y otra media de longitud 50, el Gráfico 1.2.2.7 señala cómo el oscilador media móvil sugiere una señal de compra (venta) cuando su trayectoria logre un valor extremadamente bajo (alto). También se contempla como indicador de la emisión de una señal, los puntos de intersección con el nivel uno, dependiendo de la dirección en que evolucione el oscilador.

---

<sup>3</sup> Cuando los participantes en un mercado compran un determinado valor a la espera de que suba su precio se habla de tomar posiciones en largo, mientras que la estrategia opuesta, de venta, se denomina tomar posiciones en corto, y sugiere recoger ganancias si el precio del valor cae.

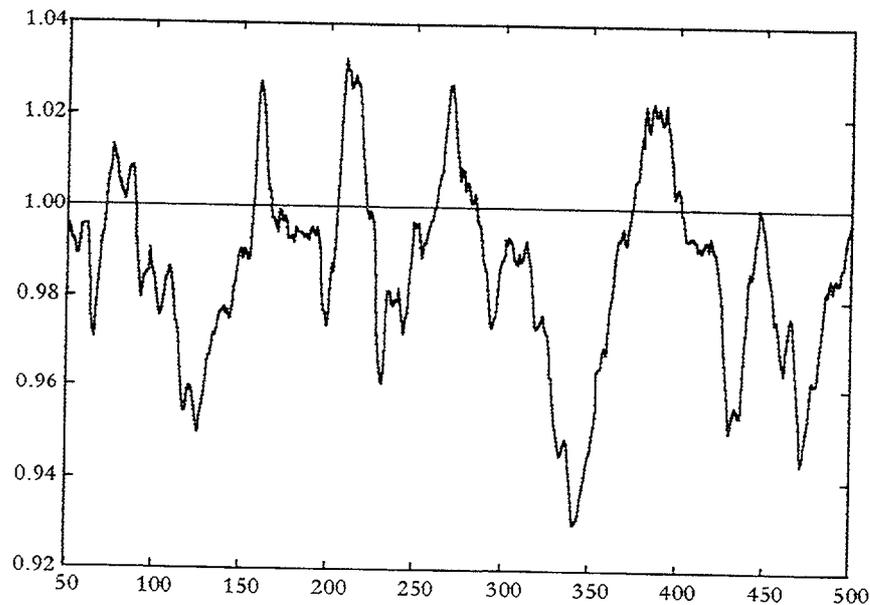


Gráfico 1.2.2.7: Oscilador media móvil.

### *Filtros o ruptura de rango*

La estrategia de transacción de filtro o ruptura de rango está fundamentada en la existencia de niveles o áreas de resistencia y soporte. Un nivel de resistencia es definido por un máximo local y el nivel de soporte por un mínimo local dentro de un intervalo temporal.

Al considerar la gráfica descrita por el precio de una acción cuando dicho precio manifiesta una tendencia al alza y supera al máximo local anterior, se generará una señal de compra. Los analistas técnicos sostienen la creencia de que muchos inversores están dispuestos a vender una vez alcanzado el último máximo local; esta presión vendedora conformará un área de resistencia que evitará que el precio del valor supere el máximo anterior. Sin embargo, si el precio es capaz de atravesar dicha área de resistencia será síntoma de fortaleza del mercado y, por tanto, de señal de compra ante la expectativa de posteriores subidas del valor.

Si el precio de una acción cae descendiendo por debajo del mínimo local anterior, se generará una señal de venta. La razón técnica es similar a la anterior: considera que los inversores están dispuestos a comprar en las proximidades del valle, lo que producirá una presión compradora que impediría al precio atravesar este área de soporte. Sin embargo, si el precio es capaz de atravesar dicho área será síntoma de mercado bajista, generándose una señal de venta.

La estrategia técnica de ruptura de rango está ilustrada en el Gráfico 1.2.2.8.



Gráfico 1.2.2.8: Ruptura de rango.

Para llevar a cabo esta estrategia de transacción, consideraremos los máximos y mínimos locales dentro de un intervalo temporal de longitud  $n_1$ , en la forma

$$r_t^{n_1} = \max_{t-n_1+1 \leq i \leq t} \{p_i\}$$

$$s_t^{n_1} = \min_{t-n_1+1 \leq i \leq t} \{p_i\}$$

donde  $n_1$  suele tomar los valores 50,150 y 200 días (Brock *et al.*, 1992).

A la hora de tomar una decisión apoyada en las señales generadas por las reglas de transacción de filtros, pueden modificarse los niveles señalados con la introducción de una banda alrededor del anterior nivel óptimo considerado con el fin de evitar señales espúreas.

### 1.2.3 Hipótesis de los mercados eficientes

La hipótesis del mercado eficiente surge como una tercera vía en la manifiesta confrontación entre el análisis fundamental y el análisis técnico. Un mercado es eficiente cuando valora correctamente los activos financieros que cotiza, considerando tal valoración como la posición global que se extrae de las decisiones individuales de los agentes económicos racionales implicados. La hipótesis de eficiencia de un mercado afirma, sencillamente, que los precios de las acciones están racionalmente relacionados con las realidades económicas y siempre incorporan toda la información disponible al mercado (Barnett *et al.*, 1997).

Como señalan Sosvilla-Rivero y Park (1992), el concepto de "mercado eficiente" se debe a Fama (1965), quien definió tales mercados como aquellos "donde un gran número de agentes racionales y maximizadores de beneficio compiten activamente, tratando cada uno de ellos de predecir el valor futuro de los distintos activos, y donde todos los participantes en el mercado disponen de forma casi gratuita de la información relevante en cada momento". Así pues, en un mercado eficiente los precios de los activos financieros reflejan en cada momento toda la información disponible, por lo que no quedan oportunidades de beneficio sin explotarse.

La implicación básica de tal hipótesis de eficiencia es que ninguna herramienta de predicción ni fundamental ni técnica puede ser empleada con éxito para obtener beneficios superiores a los considerados normales (entendiéndose como tasa de beneficio normal el generado por uno de los índices comunes de mercado, tal como el índice Dow Jones Industrial Average (DJIA), el índice Standard & Poor's 500 (S&P 500) o el Índice General de Madrid (IGM)).

En un mercado eficiente, la nueva información es absorbida con rapidez y es incorporada a los precios de los activos financieros que reflejarán, de esta forma, toda la información relevante existente en cada instante. Así, la información no puede ser utilizada por los inversores para obtener beneficios extraordinarios.

La hipótesis del mercado eficiente puede formularse matemáticamente de la siguiente manera

$$P_{t+1} = E[P_t | I_t]$$

donde  $I_t$  es el conjunto de información histórica disponible en el instante  $t$  junto con el flujo de innovaciones o noticias  $a_t$  recibidas en el mercado, y  $E$  es el operador predicción

condicionado al conjunto de información  $I_t$ . Se supone que todos los inversores racionales conocen, de forma homogénea, cuál es la información importante, adoptándose instantáneamente un precio de equilibrio basado en dicho conocimiento colectivo.

La teoría del mercado eficiente admite tres formulaciones según el flujo de información disponible que se considere en el mercado: hipótesis débil, hipótesis semifuerte e hipótesis fuerte (Fama, 1970).

La hipótesis débil del mercado eficiente expresa un fulminante ataque a las bases del análisis técnico, estableciendo que no se puede predecir el precio futuro de un activo teniendo en cuenta las series históricas de los precios de dicho activo. Por tanto, es imposible obtener por medio del análisis técnico de forma sistemática, una rentabilidad superior a la que se obtendría con la sencilla estrategia de comprar y mantener, habiendo considerado costes de transacción y un premio al riesgo.

Las hipótesis semifuerte y fuerte del mercado eficiente se enfrentan a los principios que sostienen los analistas que basan sus criterios de previsión en el análisis fundamental. La versión semifuerte postula que los precios reflejan toda la información pública que pudiese afectar al valor intrínseco de un activo; sólo los inversores con información privilegiada pueden obtener unos beneficios superiores a las que se consideran normales. El ajuste del precio de un activo se manifiesta después de un período de adaptación o aprendizaje del mercado, provocando un desfase temporal en dicho ajuste que será mínimo en función de la eficiencia real del mercado. Mientras, la versión fuerte es más categórica y afirma que los precios reflejan toda la información pública y privada.

Los cambios en los precios de los activos son, por tanto, variables aleatorias independientes que incorporan instantáneamente cualquier información relevante que llega al mercado (Malkiel, 1992). En definitiva, no pueden obtenerse rentabilidades extras más allá de las obtenidas por un inversor con una estrategia de decisión aleatoria.

Resulta claro que la forma fuerte del mercado eficiente implica la eficiencia en sentido semifuerte y ésta, a su vez la versión débil. Pero las implicaciones recíprocas no se dan, ya que fácilmente un mercado podría ser débilmente eficiente sin significar este hecho que se estuviese consolidando la eficiencia semifuerte, o podría ocurrir que existiese una eficiencia semifuerte en el mercado, sin implicar la aceptación de que el mercado sea fuertemente eficiente (Barnett *et al.*, 1997).

La consolidación de la hipótesis del mercado eficiente sólo se realiza tras largos años de arduas investigaciones teóricas y empíricas por parte de estadísticos, analistas financieros y economistas.

A principios de la década de los treinta, Cowles (1933) y Working (1934) concluyeron que los métodos de predicción de los precios de un título, considerados tradicionales hasta el momento, no generaban mejores resultados que los que se extraían de un procedimiento aleatorio de generación de datos.

Sorprendentemente, hasta la publicación del análisis de Kendall sobre el comportamiento de las acciones en la Bolsa de Londres (Kendall, 1953), poco se había escrito al respecto. En dicho trabajo, motivado por la búsqueda inicial de ciclos repetitivos, Kendall enfatiza en la idea de que los cambios de precios semanales en una amplia variedad de activos financieros no podrían ser anticipados atendiendo únicamente a cambios pasados de los mismos o a cambios pasados en los precios de otros activos (Mills, 1993).

En la década de los sesenta se produce un importante impulso en la investigación en torno a la predecibilidad de los precios de los activos financieros a través de los trabajos de Roberts (1959), quien presentó numerosos y sofisticados argumentos heurísticos para justificar la independencia de los cambios de dichos precios. Osborne (1959) paralelamente, propone que la independencia debería ser una propiedad concerniente a los logaritmos de los cambios de los precios, y no a los cambios absolutos de éstos, con la hipótesis complementaria de que tales cambios estarían normalmente distribuidos. Esta hipótesis implicaría que el proceso generador de los precios de los activos financieros estuviese enmarcado dentro del movimiento browniano.

Los trabajos de Roberts y Osborne estimularon numerosas investigaciones, en los años siguientes, acerca de la independencia de los cambios de los precios, o de los logaritmos de tales cambios. A raíz de esta hipótesis, se elabora un modelo matemático abstracto denominado *modelo de paseo aleatorio*, como respuesta al comportamiento de los cambios en los precios de los activos financieros. El modelo de paseo aleatorio ha sido el precursor de la teoría de la eficiencia en los mercados financieros.

La hipótesis básica de la teoría del paseo aleatorio descansa en que los cambios sucesivos de los precios constituyen una serie de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. El sentido de tal hipótesis pretende modelizar el hecho de que el pasado histórico de una serie de incrementos de precios no puede ser empleado para predecir los futuros incrementos de forma significativa.

La idea de que los sucesivos incrementos de dichos precios son independientes entre sí se traduce en que el mercado no tiene memoria. Por consiguiente, según esta hipótesis, las series históricas de precios de activos no son de utilidad para adoptar estrategias de contratación que nos reporten beneficios extraordinarios.

Formalmente, un modelo de paseo aleatorio de los cambios en los precios de los activos financieros podría ser expresado de la siguiente manera:

$$P_{t+1} = P_t + a_t$$

donde  $P_t$  es el precio observado del activo en cuestión al comienzo del período  $t$ , y  $a_t$  es el término de perturbación aleatoria, cuya media es cero y cuyos valores son independientes unos de otros. Así, el incremento en el precio del activo

$$\nabla P_{t+1} = P_{t+1} - P_t = a_{t+1}$$

es sencillamente  $a_t$ , independiente de los producidos en el pasado. Las implicaciones económicas del modelo de paseo aleatorio en los cambios de los precios de los activos financieros conducen a la concepción de que tales precios son generados por la acumulación de incrementos puramente aleatorios

$$P_t = \sum_{i=1}^t a_i$$

El modelo de paseo aleatorio fue ya anticipado en la tesis doctoral del matemático francés Louis Bachelier en 1900, donde desarrolló una elaborada teoría matemática sobre los precios especulativos. Su novedoso tratamiento matemático lo aplicó a la serie de precios de los bonos del gobierno francés, para concluir que tales precios eran consistentes con lo que hoy llamaríamos modelo de paseo aleatorio.

La hipótesis establecida en el modelo de paseo aleatorio de que los incrementos en los precios de los activos  $a_t$ , eran independientes e idénticamente distribuidos se encontró demasiado restrictiva como para ser consistente dentro de una amplia clase de modelos de optimización (Mills, 1993).

Varias investigaciones empíricas, relacionadas con la no-normalidad en el comportamiento de la distribución de los incrementos de los precios de un activo, arrojaron serias dudas sobre la consistencia de la hipótesis del modelo de paseo aleatorio. Mandelbrot (1963) argumenta la presencia de leptocurtosis, y Fama (1965) es también consciente de agrupamientos en períodos de estabilidad y volatilidad de los rendimientos.

Con el fin de relajar esta hipótesis de independencia se introduce el concepto de *martingala*, proceso estocástico que puede ser expresado de la forma siguiente:

$$P_{t+1} = P_t + a_t$$

en donde se establece que los cambios producidos son incorrelacionados linealmente y con una distribución común.

Esta nueva concepción representa una vía más compleja de dependencia de los cambios en los precios de los activos, pues dichos incrementos representados por  $a_t$  no son

necesariamente independientes, sino incorrelacionados linealmente. Se admite, de esta singular manera, la posible existencia de regularidades empíricas en las series financieras, traducidas en dependencias entre los momentos condicionales de orden superior (varianza, simetría y curtosis) en la distribución de probabilidades de los incrementos de los precios de los activos.

A pesar de todo, se aceptó que el grado de dependencia entre las incrementos del precio de un activo expresado por un modelo de martingala no podía ser utilizado por un inversor para incrementar sus beneficios esperados. La teoría del paseo aleatorio se tuvo presente en la mayoría de los trabajos empíricos sobre la conducta del precio en el mercado, ya que sería probablemente imposible distinguir una serie que se comporta como una martingala, con cierto grado de dependencia, de una serie que se desarrolla bajo las hipótesis del paseo aleatorio. La cuestión subyacente es si se podría detectar de forma significativa el grado de dependencia en los sucesivos cambios del precio para que constituyese alguna propiedad particular de la distribución de tales incrementos (Fama, 1970).

### 1.2.4 Análisis de series temporales

El análisis de series temporales se concibe como una perspectiva que generaliza el modelo de paseo aleatorio en el comportamiento de los precios de los activos, dentro de la clase de modelos autorregresivos integrados de media móvil (ARIMA).

En los modelos ARIMA, empleados en la metodología popularizada por Box-Jenkins (Box y Jenkins, 1976), la realización actual de un fenómeno económico consiste en una combinación lineal de los valores presente y pasados retardados de la serie temporal que representan la información esencial acerca de los patrones temporales de dicha serie. Este análisis es la aplicación de las técnicas econométricas lineales a una serie de datos obtenida usualmente, al medir los valores de la variable observable de interés como una función del tiempo.

La hipótesis barajada como posible explicación al comportamiento de los movimientos de las series financieras, contenida ya en la modelización del ciclo económico tradicional (Frisch, 1933), es que la economía tiene un estado de equilibrio, pero, constantemente, se ve afectada por sucesos externos aleatorios.

Estas técnicas nos proporcionan la herramienta matemática para estudiar cómo cambian con el tiempo las propiedades relevantes de un sistema. Su finalidad es explicar las observaciones obtenidas, no siendo considerada importante la información del conocimiento que tenemos sobre contexto donde se ven inmersas.

La expresión dinámica se traduce en una ecuación en diferencias, ya que las series temporales procedentes de distintas áreas de estudio tales como la economía (empleo mensual, precios, volumen de ventas, producción, tipos de interés, etc.), meteorología (lluvias, temperaturas, velocidad del viento, etc.), astronomía (brillo de las estrellas, manchas solares, etc.), medicina (electrocardiogramas, electroencefalogramas, etc.), son medidas en intervalos discretos de tiempo, por lo que expresan un valor en la serie temporal como función de los valores retardados y términos de error.

La búsqueda de las leyes que gobiernan el comportamiento de los precios de los activos guía el análisis tratando de estudiar el pasado de los datos para obtener estimaciones de sus valores futuros. El análisis de series temporales persigue tres propósitos: caracterización, modelización y predicción (Gershenfeld y Weigend, 1994).

### 34 Aportaciones al problema de la predicción de los tipos de cambio con metodologías no lineales

El proceso que conduce a la caracterización pretende determinar las propiedades fundamentales con poco o ningún conocimiento a priori de la dinámica de la serie, tales como el número de grados de libertad de un fenómeno o la cantidad de aleatoriedad que existe en él. A través de la modelización se intenta encontrar una descripción que capture las propiedades del comportamiento a largo plazo del sistema. La deseada predicción persigue pronosticar con precisión la evolución a corto plazo del sistema.

### 1.2.5 Sistemas dinámicos no lineales

El uso frecuente en la metodología Box-Jenkins de las funciones de autocorrelación sólo nos permite identificar dependencias lineales en la serie sujeta a estudio. Así, según señalamos en el modelo de martingala, la evidencia de incorrelaciones no significa la ausencia de dependencias no lineales (Fama, 1970).

En la actualidad, la mayoría de los modelos de precios de un activo incorpora el modelo de martingala, que supone una relajación de la hipótesis de la independencia de los incrementos en los rendimientos del activo sostenida en el modelo de paseo aleatorio (Barnett y Serletis, 1998).

Simbólicamente, un proceso estocástico  $x_t$  es una martingala si

$$E_t[x_{t+1}|I_t] = x_t$$

donde  $I_t$  es el conjunto de información en el instante  $t$ . Si el proceso estocástico  $x_t$  es explicado por un modelo de martingala, la mejor predicción de  $x_{t+1}$  que podría construirse con el actual conjunto de información  $I_t$  sería igual a  $x_t$ . Este modelo concuerda con la idea clásica de que el precio esperado para mañana va a ser el mismo que el precio de hoy.

De manera alternativa, el modelo de martingala puede escribirse de la forma

$$E_t[x_{t+1} - x_t | I_t] = 0$$

lo cual lleva a que  $x_t$  es una martingala si y sólo si el proceso  $(x_{t+1} - x_t)$  es una *martingala en diferencias*, es decir, que los incrementos condicionados al conjunto de información  $I_t$  de la variable observada son impredecibles, en la medida que los precios reflejan toda la información disponible.

El modelo de martingala puede expresarse sencillamente mediante la relación

$$x_{t+1} = x_t + a_t$$

donde  $a_t$  es una martingala en diferencias. La secuencia de innovaciones  $a_t$  podría ser definida como un ruido blanco en sentido estricto, lo que daría pie a la reconsideración del modelo de paseo aleatorio, pero la hipótesis de independencia propia de los modelos estocásticos lineales no tiene por qué verificarse. El modelo de martingala en diferencias sólo impone la independencia de la media condicional de los incrementos de los precios a partir de la información disponible, lo cual supone la posible existencia de dependencia en los momentos condicionales de orden superior en la distribución de probabilidad de los cambios de los precios, como la varianza, la simetría o la curtosis.

Los modelos lineales pueden generar sólo cuatro tipos de comportamientos: oscilatorio y estable, oscilatorio y explosivo, no oscilatorio y estable, y no oscilatorio y explosivo. Mientras, los modelos no lineales de series temporales muestran una gran riqueza en comportamientos dinámicos, donde el sistema puede presentar liberaciones súbitas y violentas de volatilidad y ocasionalmente amplios períodos de estabilidad, tal y como ocurre en los mercados financieros.

En recientes trabajos empíricos ha surgido la duda, como posible explicación de las elevadas frecuencias en los incrementos de los precios en los mercados de capitales (mayores de las que cabría esperar bajo una distribución normal), acerca de si las propiedades de las series temporales están suficientemente bien descritas por los modelos lineales, o si existe evidencia de dependencias más complejas que aconsejen la modelización por medio de especificaciones no lineales (Jaditz y Sayers, 1998).

En los últimos años se han desarrollado dos enfoques alternativos para la explicación de la no linealidad: modelos estocásticos no lineales y modelos deterministas no lineales.

### 1.2.5.1 Modelos estocásticos no lineales

Numerosos trabajos empíricos han servido de soporte a la investigación teórica en modelos estocásticos no lineales. Priestley (1980) propuso un armazón general destinado a sostener y manejar series temporales no lineales y, posteriormente, sienta las bases de la teoría de las series temporales no lineales (Priestley, 1989). Tong (1990) introduce en los modelos no lineales la perspectiva de los sistemas dinámicos.

A comienzos de los años sesenta, con el fin de explicar la asimetría y leptocurtosis de las series de rendimientos financieros, la literatura se centró en la modelización de las series por medio de las distribuciones incondicionales con segundos momentos dependientes del tiempo definidos o carentes de ellos (Mandelbrot, 1963).

Posteriormente, surgirían sucesivos modelos estocásticos no lineales. Como ejemplos más característicos pueden citarse tres de ellos:

El modelo no lineal de media móvil (NLMA) propuesto por Robinson (1977), cuya versión más simple viene expresada de la siguiente forma

$$x_t = a_t + \alpha \cdot a_{t-1} \cdot a_{t-2}$$

donde  $a_t$  es una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida  $N(0,1)$ .

Tong y Lim (1980) estudian modelos autorregresivos de umbral no lineales globales (TAR), caracterizados por

$$x_t = \begin{cases} \alpha \cdot x_{t-1} + a_t, & \text{si } x_{t-1} < 1 \\ \beta \cdot x_{t-1} + a_t, & \text{si } x_{t-1} \geq 1 \end{cases}$$

donde  $a_t$  es una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida  $N(0,1)$ .

Granger y Andersen (1978) introducen en la modelización de las series temporales los modelos bilineales, permitiendo expresar una serie temporal como funciones no lineales de valores retardados

$$x_t = a_t + \alpha \cdot x_{t-1} \cdot a_{t-1}$$

donde  $a_t$  es una variable aleatoria independiente e idénticamente distribuida  $N(0,1)$ .

En los ochenta surgieron los modelos estocásticos no lineales más populares, actualmente empleados en economía y finanzas, como son los modelos de la familia ARCH. Modelos estos en los que no se persigue la predicción de los movimientos de los rendimientos, sino la predicción de sus volatilidades.

La razón para introducir este tipo de modelización es intentar explicar las regularidades empíricas manifestadas en las series económicas y financieras consistentes en:

- nula estructura regular en la media
- agrupamientos de las volatilidades
- leptocurtosis en distribuciones empíricas
- asimetría de la volatilidad
- efectos estacionales

Como se ha detectado empíricamente, las series financieras no presentan estructura temporal en media y sus autocorrelaciones no son significativas; no obstante, sí se detecta la existencia de cierto comportamiento dinámico de la volatilidad, conocido en la literatura financiera como agrupamientos de la volatilidad. Estos agrupamientos se traducen en que grandes (pequeños) incrementos en cualquier sentido en las variables producen grandes (pequeños) incrementos en la volatilidad. La existencia de una varianza variable con el tiempo se considera por tanto, desde hace años, como una de las características más relevantes en muchas series financieras.

Además, existen otras regularidades empíricas como la asimetría de la volatilidad, donde se aprecia un incremento mayor de dicha variable cuando se produce un shock externo negativo que cuando es positivo y de la misma magnitud (Black, 1976).

La modelización explícita de los momentos de segundo orden con el tiempo comienza con el trabajo original de Engle (1982). Dicho trabajo amplía la metodología popularizada por Box-Jenkins para los momentos de primer orden, permitiendo una estructura temporal en varianza de los errores de predicción. Nacen, así, los modelos Autorregresivos de Heterocedasticidad Condicional (ARCH), hoy ampliamente extendidos en la literatura financiera. Un modelo ARCH(q) puede ser escrito de forma

$$a_t = h_t \cdot z_t$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i a_{t-i}^2, \text{ con } \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, q$$

donde  $a_t$  es el residuo de la modelización univariante de una serie económica original  $x_t$  y donde  $z_t$  es una familia de variables independientes e idénticamente distribuidas  $N(0,1)$ . La variable  $h_t^2$  desempeña entonces el papel de una volatilidad variable con el tiempo.

Una de las ventajas estadísticas más importantes, que caracterizará esta amplia familia de procesos, es que la distribución condicionada de la variable  $a_t$  es condicionalmente normal

$$a_t / I_{t-1} \approx N(0, h_t^2)$$

siendo  $I_{t-1}$  el conjunto de información disponible en el instante  $t-1$ .

La estacionariedad en varianza de un modelo ARCH(q) se establece si y sólo si las raíces de la ecuación característica de  $h_t^2$  caen fuera del círculo unidad, debiéndose verificarse

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$$

La varianza no condicional estacionaria de tal proceso vendrá expresada por

$$\sigma_a^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i}$$

Posteriormente, con el fin de evitar las limitaciones del modelo ARCH, Bollerslev (1986) estableció los modelos Generalizados Autorregresivos de Heterocedasticidad Condicionada (GARCH) admitiendo la dependencia de la volatilidad  $h_t$  respecto a su propio pasado. Un modelo GARCH(q,p) puede ser escrito en la forma general

$$a_t = h_t \cdot z_t$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \cdot a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \cdot h_{t-j}^2$$

donde  $p \geq 0, q \geq 0, \alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, q, \beta_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, p$ , siendo  $z_t$  una familia de variables independientes e idénticamente distribuidas  $N(0,1)$ .

La estacionariedad en varianza de un modelo GARCH( $q,p$ ) se establece si y sólo si las raíces de la ecuación característica de  $h_t^2$  están fuera del círculo unidad, lo que conduce a que deba contrastarse si

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$$

En general, la varianza no condicionada estacionaria de tal proceso responderá a la expresión

$$\sigma_a^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{j=1}^p \beta_j}$$

Con la intención de modelizar simultáneamente la esperanza de una variable y su volatilidad cuando se admite que el proceso posee estructura temporal en media, se introducen los modelos ARCH-M (Engle, Lilien y Robins, 1987) y los modelos GARCH-M (McCurdy y Morgan, 1988). Igualmente se introducen los modelos EGARCH que tratan de capturar los efectos de las asimetrías de la volatilidad imposibles de captar mediante la familia GARCH (Nelson, 1990).

En estos últimos quince años se ha producido un espectacular crecimiento del número de trabajos empíricos basados en la concepción de una varianza variable en el tiempo. Sin embargo, apenas ha surgido el necesario impulso de modelos económicos teóricos capaces de generar regularidades empíricas manifestadas en las series económicas.

Pocas explicaciones se han dado sobre el desarrollo temporal de las varianzas. Suele argumentarse que el proceso de llegada de nueva información a los mercados se produce en forma de agrupamientos, de modo que las noticias pueden contener una correlación serial; este hecho ocasiona, en un mercado eficiente, que los precios de los activos exhiban heterocedasticidad. Como señala Lux (1997), esta argumentación no explica la razón por la que la información relevante se comportará de esta forma. Por el contrario, existe evidencia de que la mayoría de los cambios observables de volatilidad no pueden asociarse a eventos extraños identificables.

A este respecto, Haugen *et al.* (1991) encuentran que en la serie diaria del índice Dow Jones, en un período comprendido entre 1887 y 1988, se producen un total de 205 incrementos

positivos y 197 incrementos negativos de varianza estadísticamente significativos, y sólo 28 podrían estar asociados con algún acontecimiento histórico relevante. Como la mayoría de los cambios de volatilidad no pueden estar relacionados con la llegada de algún tipo de información relevante a los mercados, estos autores concluyen que la inestabilidad en la componente ruidosa de la volatilidad procede de la microestructura de los mercados.

### 1.2.5.2 Modelos deterministas no lineales

Paralelamente, en estos últimos años, cuando se aprecia un creciente interés por las dinámicas no lineales, ha emergido de las ciencias de la naturaleza el enfoque conocido como caos determinista. El nuevo paradigma supone otra perspectiva respecto a la visión predominante de que el origen de las fluctuaciones en los precios de los activos es debido a sucesos aleatorios externos a la dinámica de éstos, concibiendo una dinámica endógena no lineal entre las variables como responsable de tal comportamiento errático. Una visión similar fue ya recogida por diversos autores, antes del descubrimiento del caos determinista, para formular teorías sobre los ciclos económicos endógenos mediante el empleo dinámicas no lineales (Kaldor, 1940; Hicks, 1950 y Goodwin, 1950 y 1951).

Hasta la aparición de esta nueva concepción en la década de los años ochenta, un comportamiento aleatorio estaba ligado a la complejidad, de forma que un fenómeno suficientemente complicado se asociaba a un elevado número de grados de libertad independientes e irreductibles. Los procesos estocásticos se erigían como la única vía para hacer predicciones, modelizados a través de sólo unas pocas variables estadísticamente significativas formando parte de una componente determinista, y considerando que la estructura dinámica restante constituía la componente aleatoria.

El trabajo clásico de Henri Poincaré (1893) ya mostraba la naturaleza impredecible de sencillas dinámicas no lineales puramente deterministas pero con una extrema complejidad. Durante la década de los sesenta, la incorporación del ordenador a las tareas científicas permitió diversas simulaciones cruciales acerca de la complejidad de ciertos sistemas dinámicos (Lorenz, 1963). El comportamiento complejo, atribuido al azar hasta entonces, podía ser asignado a los sistemas dinámicos no lineales, recibiendo un fuerte impulso el nuevo paradigma del caos determinista.

En los modelos caóticos, la dinámica no lineal ofrece la posibilidad de que algo que a primera vista parece aleatorio tenga, de hecho, una simplicidad subyacente generada por un proceso no lineal determinista regido por un conjunto reducido de variables, conocido como caos de baja dimensión. Es decir, dinámicas caóticas no lineales que involucren sólo unos

pocos grados de libertad, pues no existe diferencia práctica entre un proceso determinista no lineal caótico de alta dimensión y pura aleatoriedad cuando se pretende detectar empíricamente su presencia. Este fenómeno caótico sólo es posible si la relación que une el sistema de variables en el tiempo es no lineal.

Se denomina ruido caótico a este proceso aleatorio en apariencia. La importancia de esta afirmación, aparentemente contradictoria, surge del hecho de que el ruido caótico posee información susceptible de ser empleada en la predicción, puesto que dicho proceso procede de una dinámica no lineal aunque determinista. Mientras, el ruido aleatorio en sentido estricto, no permite captar ningún atisbo de información debido a la independencia entre las variables involucradas.

El caos se convierte así en el eslabón perdido entre azar y determinismo (Eubank y Farmer, 1990), y puede ofrecer una explicación alternativa al comportamiento aleatorio de un fenómeno económico.

La teoría del caos determinista ha posibilitado la modelización y predicción a corto plazo de series temporales, tradicionalmente consideradas como ruido blanco. El descubrimiento sobre el carácter no enteramente aleatorio de las fluctuaciones de precios de los activos en los mercados financieros podría ser, en potencia, explicado por ciertas formas de caos de baja dimensión. Hay que considerar el empleo una cantidad limitada de datos cuando uno se enfrenta al estudio de series experimentales procedentes de los fenómenos económicos y financieros (Hsieh, 1991).

La metodología empleada en el análisis del caos determinista proviene de los conceptos introducidos en el estudio de los sistemas dinámicos, disciplina ya clásica dentro de las matemáticas que estudia, en abstracto, la evolución temporal de las propiedades de un sistema.

De forma muy general, podemos suponer que el desarrollo temporal de una economía puede ser descrita matemáticamente como un sistema dinámico discreto n-dimensional de clase  $C^2$ ,  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  que evoluciona de acuerdo a una regla

$$\bar{y}_{t+1} = F(\bar{y}_t)$$

donde  $\bar{y}_t$  es el estado actual de las variables que describen el sistema en el instante de tiempo t.

Este sistema dinámico describe las numerosas relaciones e interacciones ocultas que se producen dentro del sistema económico, diversas variables tales como tipos de cambio, nivel de precios de una acción, tasas de desempleo, etc., aunque su forma funcional puede ser muy compleja y, en general, desconocida.

Si la economía parte de un estado inicial  $\mathbf{y}_0 \in \mathbb{R}^n$ , su evolución temporal gobernada por la citada dinámica definiría una trayectoria determinada en el espacio de fases  $\mathbb{R}^n$ . Dicha evolución se generará a través de la composición de la función  $F$  consigo misma, es decir

$$\mathbf{y}_t = F \circ F \circ \dots \circ F(\mathbf{y}_0) = F^t(\mathbf{y}_0), \quad t \in \mathbb{N}$$

En el caso de los sistemas dinámicos caóticos, tras un comportamiento transitorio su dinámica entrará en un régimen asintótico altamente complejo del cual ya no saldrá. Este régimen asintótico presenta un equilibrio estable global caracterizado por desarrollarse en una región acotada del espacio de fases, unido con una inestabilidad local frente a pequeñas perturbaciones. A esta región del espacio de fases que atrae el comportamiento asintótico de los sistemas caóticos se le denomina *atractor extraño*.

La naturaleza, en apariencia aleatoria, de los sistemas caóticos es debida a la inestabilidad local que se traduce en una dependencia sensitiva a las condiciones iniciales. La acción de la dinámica no lineal genera una rápida divergencia exponencial entre estados inicialmente próximos, por lo que cualquier incertidumbre en el conocimiento de las condiciones iniciales se verá amplificada exponencialmente. Este hecho es conocido popularmente como el efecto mariposa, pequeñas causas producen grandes efectos: el revoloteo de una mariposa en Pekín termina produciendo un huracán en el Caribe. Situándonos en el contexto económico y financiero, el paradigma caótico establecería que en condiciones de alta inestabilidad económica, un simple titular de prensa puede tener grandes consecuencias como un *crack* bursátil, una crisis de gobierno... (ver Nieto de Alba, 1998, para una explicación más detallada).

Debe resaltarse, como característica peculiar de atractores caóticos, que aunque la ley que gobierna su dinámica es determinista pues proviene de una ecuación no lineal perfectamente definida, tras un intervalo breve de tiempo, el proceso puede considerarse como aleatorio debido a la sensibilidad a las condiciones iniciales.

La incertidumbre intrínseca, manifestada a través de los errores de precisión en las condiciones iniciales o en el valor de los parámetros de la modelización, limitará drásticamente el horizonte de predicción, y las predicciones a largo plazo serán inadmisibles por el rápido deterioro de la información.

Según veremos en el siguiente capítulo, la teoría de los sistemas dinámicos demuestra, de forma plenamente abstracta, que aunque la función  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  que describe la dinámica del original del sistema económico sea desconocida, es posible la reconstrucción de las características esenciales de su dinámica con el conocimiento de una única serie temporal  $\{x_t\}_{t=1,2,\dots,N}$ . Por tanto, en teoría, sería suficiente con el conocimiento de una única serie temporal para recrear una dinámica multidimensional, por compleja que fuese.

El proceso por el que se reconstruye una dinámica determinista, eventualmente caótica, a partir de una única serie temporal se conoce como inmersión de la serie temporal en un espacio de fases. En dicho proceso se consideran los segmentos formados por  $m$  observaciones consecutivas de la serie original

$$x_t^m = (x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-(m-1)}) \quad t = 1 + (m-1), \dots, N$$

Al parámetro  $m$  se le conoce como *dimensión de inmersión*, los vectores reales  $m$ -dimensionales son conocidos como *m-historias*, mientras que al espacio  $\mathbb{R}^m$  como *espacio de fases de la serie temporal*.

Existe un sofisticado teorema debido a Takens (1981) que demuestra que el conjunto de las  $m$ -historias, junto con su dinámica natural subyacente, puede, para un valor de  $m$  suficientemente grande, mimetizar el proceso de generación de datos.

Otro aspecto clave de la teoría del caos es que, pese a la aparente naturaleza aleatoria del proceso, existe la posibilidad de realizar predicciones, a corto plazo, sobre una serie temporal muestreada a partir de dicho proceso caótico.

Esta nueva filosofía predictiva descansa en la idea de que al ser el proceso subyacente determinista, aunque no lineal, los diferentes patrones de comportamiento que aparecen en la serie temporal se repetirán con el tiempo. Cuando el sistema dinámico parta de dos condiciones iniciales muy próximas en el espacio de fases, su evolución a corto plazo, dará lugar a la formación de patrones de comportamiento similares que llamaremos *ocurrencias análogas*.

La forma natural de identificar los patrones de comportamiento, pieza clave en el desarrollo de esta nueva técnica predictiva, no es otra que el proceso de inmersión de la serie temporal dentro de un espacio de fases. En capítulos posteriores de esta tesis se describirá, de forma más detallada, este tipo de predictores.

## 1.2.6 Redes neuronales artificiales

Una de las metas de la ciencia y la ingeniería, en las pasadas décadas, ha sido el desarrollo de máquinas inteligentes, que podrían ser empleadas para realizar las tareas más complejas y tediosas. Las tecnologías que han surgido frente a este desafío incluyen máquinas de aprendizaje, autómatas, medicina robotizada, electrónica biónica, biofísica matemática, teoría general de sistemas, cibernética, sistemas autoorganizados, inteligencia artificial, ciencia cognitiva y redes neuronales artificiales.

Las redes neuronales han atraído la atención de investigadores de los más diversos campos de aplicaciones incluyendo la modelización económica y financiera. Investigadores de la ciencia cognitiva, neurociencia, psicología, biología, matemáticas, física y estadística han contribuido al desarrollo estructural y metodológico de las redes neuronales o paradigma de computación conexionista.

El cerebro humano es un procesador de información capaz de captar a través de los sentidos una señal procedente de nuestro entorno, asimilarla a gran velocidad, combinarla o compararla con la información almacenada y dar respuestas adecuadas incluso en situaciones nuevas, sin instrucciones previas para ello.

Las redes neuronales artificiales son modelos matemáticos inductivos inspirados en la actividad teórica mental y cerebral que explotan el procesamiento local en paralelo y las propiedades de la representación de la distribución neuronal que se cree existen en el cerebro y en el sistema nervioso central (Van Eyden, 1996). Se trata de modelos capaces de aprender a través de la interacción con su entorno por un proceso que puede considerarse como un procedimiento de estimación estadística recursivo, por lo que son capaces de imitar determinadas funciones del cerebro humano fundamentales en la toma de decisiones, como la intuición.

La fascinación por las redes neuronales surge, en cierta forma, precisamente por estar inspiradas en el funcionamiento del cerebro. La aproximación del cálculo neuronal trata de capturar los principios que guían la resolución cerebral subyacente de un problema y aplicarlos a sistemas de cálculo asistido por ordenador. A pesar del desarrollo de las investigaciones recientes en el área de las redes neuronales artificiales, éstas no son más que aproximaciones a los sistemas neuronales biológicos.

Una modelo conexionista simula una estructura computacional en paralelo altamente interconectada con multitud de sencillas unidades individuales, conocidas como unidades de proceso o neuronas artificiales.

Existe una gran variedad de diferentes modelos de redes neuronales que responden a propiedades tales como arquitectura, interconexión, aprendizaje, etc. Entre todas ellas, la red neuronal artificial multicapa en cascada con retropropagación del error es una de las más populares en aplicaciones financieras, y es en la que se centrará la explicación de esta metodología.

Este tipo de red neuronal es una clase particular de modelo input-output. Dado un vector entrada  $\mathbf{x}_t = (x_1, x_2, \dots, x_p)_t$  la red produce un vector salida  $\mathbf{y}_t = (y_1, y_2, \dots, y_q)_t$ , donde  $p$  indica el número de unidades pertenecientes a la capa entrada,  $q$  es el número de unidades pertenecientes a la capa salida y  $t$  es la observación muestral ( $t=1, 2, \dots, N$ ).

Las unidades de proceso individuales están usualmente organizadas en capas (redes multicapas): la capa entrada, que contiene la información suministrada; la capa oculta o intermedia, que extrae, procesa y memoriza la información y la capa salida, donde se sitúa la información respuesta, tal y como se señala en el Gráfico 1.2.2.9.

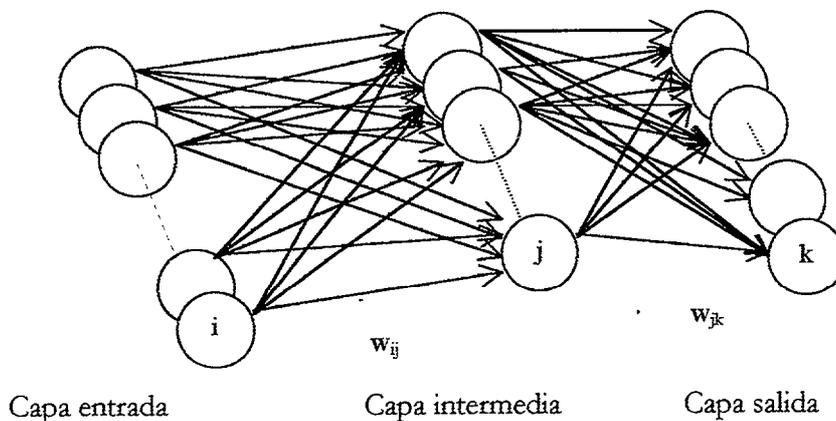


Gráfico 1.2.2.9: Una genérica red neuronal en cascada con tres capas.

La forma gráfica de red neuronal en cascada está constituida por gráficos dirigidos, sin ciclos, que fluyen en una sola dirección. Cada nodo representa una unidad, pieza clave en la construcción de una red neuronal artificial. Cada unidad  $j$  no perteneciente a la capa entrada suma sus señales entrantes, añade un término constante para formar la señal entrante total o nivel de activación y aplica una función  $\varphi$  a esta señal entrante para constituir la señal saliente de la unidad.

La función  $\varphi$  se conoce como función de activación o función de transferencia, y puede tomar varias formas funcionales entre las cuales destaca la función umbral, generadora de salidas binarias ( $\pm 1$  ó  $0/1$ ); la función no lineal sigmoideal (o logística), que produce valores de salida entre 0 y 1 o la propia identidad lineal.

Las expresiones matemáticas correspondientes a cada una de ellas son:

$$\varphi(z) = \begin{cases} 0 & \text{si } z \geq v_u \\ 1 & \text{si } z < v_u \end{cases}, v_u \text{ valor fijo conocido}$$

$$\varphi(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}, \text{ función sigmoideal}$$

$$\varphi(z) = z, \text{ función lineal}$$

Las funciones de transferencia generalmente utilizadas son idénticas para los nodos pertenecientes a una misma capa. Los enlaces son ponderados con unos pesos  $w_{ij}$ , los cuales multiplican la señal que fluye a través de ellos por este factor. Los pesos asignados son de crucial importancia en el aprendizaje que se produce en la red artificial, realizado a través de un reajuste reiterado de los mismos.

La funcionalidad de una neurona artificial puede apreciarse en el Gráfico 1.2.2.10.

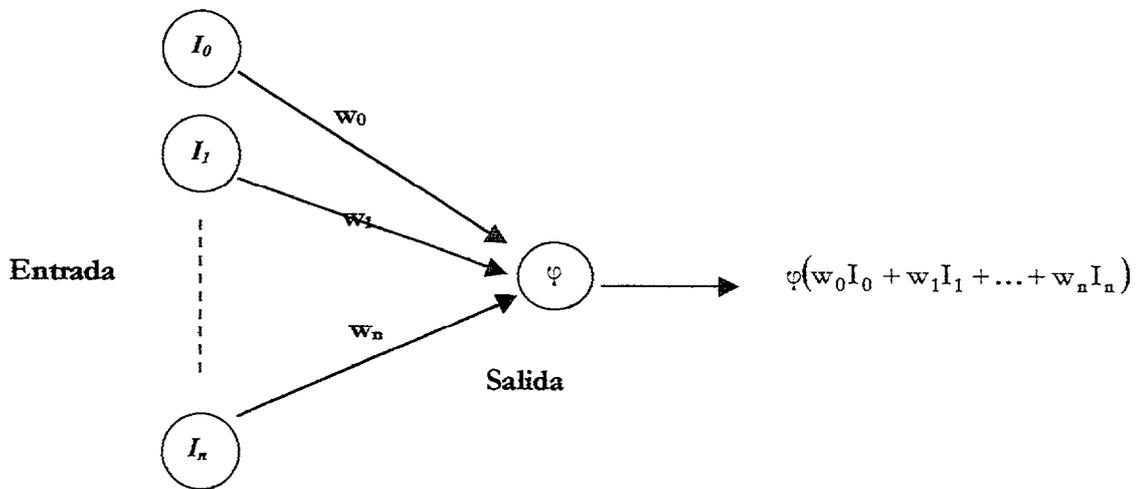


Gráfico 1.2.2.10: Representación gráfica de una neurona artificial.

Si se emplea notación matemática para una red neuronal en cascada con tres capas, una capa entrada formada por  $p$  unidades, una capa oculta o intermedia con  $q$  unidades, y una única unidad en la capa salida, su señal saliente se expresaría de la forma

$$\hat{y}_t = \varphi_{\text{salida}} \left( \sum_j w_j \varphi_{\text{oculta}} \left( \sum_{i \rightarrow j} w_{ij} \varphi_{\text{entrada}} (x_{i,t}) \right) \right) = f(\mathbf{x}_t, \mathbf{w}) \quad (t = 1, 2, \dots, N_f)$$

donde  $\hat{y}_t$  es el valor de la unidad de la capa salida cuando los valores del vector de entrada  $\mathbf{x}_t$  (el  $t$ -ésimo patrón de entrada) alimenta la red. El símbolo  $\sum_{i \rightarrow j}$  representa el sumatorio ponderado de las señales de entrada en el nodo  $j$ -ésimo procedentes del nodo  $i$ -ésimo, y  $\sum_j$  expresa el sumatorio ponderado de las señales entrantes al nodo  $j$ -ésimo.

La expresión  $f(\mathbf{x}_t, \mathbf{w})$  es la adecuada para señalar, una vez establecida la arquitectura deseada, que la salida de la red neuronal depende sólo del vector de entrada y de los pesos.

El proceso de modificación de las ponderaciones para lograr el resultado deseado se denomina aprendizaje o adaptación. El aprendizaje implica que la unidad de proceso, la neurona, cambia su comportamiento de entrada/salida en respuesta a un conjunto de datos de entrenamiento: en este caso se habla de aprendizaje supervisado. Si el nodo tiene que ajustarse para corregir la señal saliente, éste mismo realizará los cambios requeridos, recordando que la señal de salida se calcula por medio de la función de transferencia de las señales ponderadas de entrada. La única forma de cambiar la entrada ponderada es modificando los valores de los pesos de cada conexión neuronal. Consecuentemente la red neuronal aprende, al modificar los pesos en respuesta a una entrada externa.

El método de estimación más extendido es la retropropagación del error, un método recursivo basado en el algoritmo del descenso del gradiente que minimiza la suma cuadrada de los errores del sistema.

Matemáticamente consiste en la elección del vector de ponderaciones  $\mathbf{w}$  que minimiza la función de pérdidas,

$$\min_{\mathbf{w}} L = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} (y_t - f(\mathbf{x}_t, \mathbf{w}))^2$$

como una regresión no lineal suponiendo que disponemos de  $N_f < N$  observaciones  $\{(\mathbf{x}_t, y_t)\}_{t=1}^{N_f}$ , donde  $y_t$  representa los valores que la red neuronal debería generar cuando el vector entrada  $\mathbf{x}_t$  alimenta la red. Los pesos *aprenden* de la experiencia basada en las observaciones empíricas, denominadas conjunto de datos de entrenamiento, por un proceso de ensayo y error.

Se supone que la función de pérdidas  $L$  es una función diferenciable, lo cual implica la diferenciable de las funciones de transferencia. De acuerdo al procedimiento de retropropagación, se comienza con un conjunto de pesos aleatorios  $\mathbf{w}_0$  que serán actualizados por la fórmula

$$w_p = w_{p-1} + \eta \cdot \sum_{t=1}^{N_f} \nabla f(\bar{x}_t, w_{p-1}) \cdot (y_t - f(\bar{x}_t, w_{p-1})), \quad p=1, 2, \dots$$

donde  $\eta$  es el ratio de aprendizaje y  $\nabla f$  es el gradiente de  $f$  con respecto a los pesos  $w$ .

La propiedad distintiva de la retropropagación es que el cálculo de

$$\nabla f(\bar{x}, w) \cdot (y - f(\bar{x}, w))$$

se lleva a cabo por una secuencia de cálculos locales en la propia red. Los datos de entrada son introducidos en la red y enviados a través de las conexiones para generar en la capa salida una señal; el error entre la salida de la red y el valor deseado se calcula y se propaga hacia atrás, a través de las conexiones.

Debido a que es un algoritmo de optimización no lineal, existe el riesgo de obtener un mínimo local. En la práctica, como antes se indicaba, se realizan múltiples inicializaciones, limitadas por el tiempo de computación requerido para entrenar la red neuronal.

Una vez entrenada la red neuronal artificial se encuentra preparada para engendrar partiendo de un conjunto de vectores de entrada  $\{\{\bar{x}_t\}_{t=N_f+1}^N\}$  no utilizados en la fase de aprendizaje, las necesarias predicciones  $\hat{y}_t$  base de las posibles estrategias de transacción que permitan generar las señales de compra y venta que guíen la inversión financiera.

Las redes neuronales artificiales son procedimientos considerados como cajas negras porque los modelos estimados son difíciles de explicar debido a las complejas formas funcionales que se producen en su interior. A pesar de ello, constituyen una novedosa herramienta válida en la siempre compleja tarea predictiva.

### 1.3 El modelo de De Grauwe y Vansante sobre el comportamiento caótico de los tipos de cambio

Existen distintos planteamientos teóricos sobre la determinación de los tipos de cambio; dos enfoques predominan en la literatura económica. El primero se refiere al modelo tradicional, mientras que el segundo enfoque engloba los modelos monetarios y los modelos de equilibrio de cartera (véase Bajo y Sosvilla, 1993, para una panorámica general).

En el modelo tradicional, en donde se utilizan variables flujo, el tipo de cambio de equilibrio viene determinado por la intersección de las curvas de oferta y demanda de divisas. La demanda de divisas se produce a partir de las partidas deudoras de la balanza de pagos (importaciones de bienes y servicios y exportaciones de capital) (Fernández, Parejo y Rodríguez, 1993). La inestabilidad del equilibrio dependerá de las interacciones que se produzcan entre los niveles de precios y los tipos de interés de los distintos países, así como de las expectativas de ambas variables y las del propio tipo de cambio.

El segundo enfoque utiliza las variables *stocks* para su descripción. El modelo monetario de los tipos de cambio tiene como factor determinante las políticas monetarias en el mercado nacional y extranjero. Los modelos de equilibrio de cartera amplían el análisis incluyendo otros tipos de activos. La característica de estos modelos reside en considerar que el tipo de cambio no sólo fluctúa cuando hay perturbaciones en los mercados de dinero, sino que también influyen los mercados con otros activos financieros.

En los últimos años se ha abierto una línea de investigación alternativa consistente en justificar la alta volatilidad registrada en este tipo de mercados (Bajo, Fernández y Sosvilla, 1992a, b). El papel fundamental que desempeñan las innovaciones o nueva información disponible para los agentes en los mercados cambiarios, podría explicar las desviaciones observadas en los tipos de cambio con respecto al modelo de paseo aleatorio. Existen distintos modelos teóricos propuestos que consideran que los tipos de cambios pueden verse como precios de activos, e introducen elementos no lineales que surgen fundamentalmente de los mecanismos de generación de expectativas por parte de los agentes que intervienen en el mercado.

La no linealidad y las expectativas de los agentes que intervienen en el mercado podría ser una explicación al problema de la volatilidad en los mercados de tipos de cambio.

En este sentido, se establece que en el mercado existen dos tipos de agentes: los chartistas y los fundamentalistas, que utilizan distintos niveles de información. La interacción de ambos agentes introduce un número suficiente de no linealidades que originan movimientos caóticos en el mercado que pueden ser interpretados como aleatorios, pero en donde subyace una estructura determinista. En este contexto es posible realizar predicciones a corto plazo.

De Grauwe y Vansante (1990) realizaron un estudio que introduce no linealidades a partir de ciertas suposiciones sobre la actuación en la balanza comercial y en la formación de expectativas, considerando la variación esperada del tipo de cambio entre dos períodos consecutivos como la media ponderada de las expectativas mantenidas por los chartistas y los fundamentalistas. Sus conclusiones determinan que para un determinado rango de parámetros, el modelo presenta una dinámica de carácter caótico. Más recientemente, De Grauwe, Dewachter y Embrechts (1993) utilizan un enfoque similar. A continuación, vamos a desarrollar esta nueva versión como prototipo de modelo de determinación del tipo de cambio que presenta un comportamiento caótico.

Sea  $R_t$  el tipo de cambio en el período  $t$  y  $X_t$  la ecuación en forma reducida que describe la estructura del modelo y las variables exógenas que hacen funcionar el tipo de cambio en el período  $t$ . La primera premisa consiste en considerar que el tipo de cambio se ajusta a la siguiente ecuación

$$R_t = X_t \cdot E_t[R_{t+1}]^b$$

siendo  $E_t[R_{t+1}]$  las expectativas del tipo de cambio en el período  $t$  para el período  $t+1$  y donde  $b$  es el factor de descuento.

La segunda premisa postula que la variación esperada del tipo de cambio entre los períodos  $t$  y  $t+1$  es una media ponderada entre las variaciones esperadas por los chartistas y fundamentalistas en este mismo período

$$\frac{E_t[R_{t+1}]}{R_{t-1}} = \left[ \frac{E_{ct}[R_{t+1}]}{R_{t-1}} \right]^{m_t} \cdot \left[ \frac{E_{ft}[R_{t+1}]}{R_{t-1}} \right]^{1-m_t}$$

siendo  $E_{ct}[R_{t+1}]$  y  $E_{ft}[R_{t+1}]$  las expectativas de los chartistas y los fundamentalistas respectivamente, y donde  $m_t$  es el factor de ponderación.

El comportamiento chartista lleva a suponer que la variación esperada del tipo de cambio para los mismos será una función de los tipos de cambio en los últimos  $N$  períodos

$$\frac{E_{ct}[R_{t+1}]}{R_{t-1}} = f(R_{t-1}, \dots, R_{t-N})$$

Asumiendo que las expectativas de los fundamentalistas se comportan según la expresión

$$E_{ft}[R_{t+1}] = R_t^* = R_{t-1}^*$$

se deduce que la variación esperada por los fundamentalistas sobre el tipo de cambio entre los períodos  $t-1$  y  $t+1$  se ajusta a la ecuación

$$\frac{E_{ft}[R_{t+1}]}{R_{t-1}} = \left[ \frac{R_{t-1}^*}{R_{t-1}} \right]^\alpha$$

donde  $\alpha$  es la velocidad de retorno a la posición  $R_t^* = [X_t]^{1-b}$  esperada por los fundamentalistas; si  $\alpha = 1$  significa que los fundamentalistas esperan que el tipo de cambio vuelva a su valor fundamental en un período.

Por otra parte, en un ambiente de incertidumbre respecto al valor fundamental del tipo de cambio, la ponderación de las expectativas de los fundamentalistas aumentará cuando el tipo de cambio del mercado se separa del valor de equilibrio. Por tanto, el factor de ponderación vendrá dado por la expresión

$$m_t = \frac{1}{1 + \beta \cdot [R_{t-1} - R_{t-1}^*]^2}$$

donde  $\beta$  es el grado de precisión de las estimaciones fundamentalistas.

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en la inicial

$$R_t = X_t \left[ R_{t-1} \cdot f(R_{t-1}, \dots, R_{t-N})^{m_t} \cdot \left[ \frac{R_{t-1}^*}{R_{t-1}} \right]^{\alpha(1-m_t)} \right]^b$$

el modelo queda definido por el sistema de ecuaciones en diferencias que implica estas dos últimas, que dada su naturaleza no lineal es muy difícil resolverlo analíticamente.

Particularizando la actuación de los chartistas en el mercado en el sentido de utilizar el método de las medias móviles según el cual los chartistas actúan en función de los promedios a corto y a largo plazo, se puede establecer

$$\frac{E_{ct}[R_{t+1}]}{R_t} = \left[ \frac{R_{t-1}}{R_{t-2}} \right]^\gamma \cdot \left[ \frac{R_{t-3}}{R_{t-2}} \right]^\gamma$$

siendo  $\gamma$  el grado de extrapolación de la evolución del tipo de cambio en el pasado llevada a cabo por los chartistas. El sistema que describe la dinámica del modelo de tipos de cambio resulta ahora de la siguiente forma

$$R_t = R_{t-1}^{a1} \cdot R_{t-2}^{a2} \cdot R_{t-3}^{a3}$$

$$m_t = \frac{1}{1 + \beta \cdot [R_{t-1} - 1]^2}$$

que es un sistema de ecuaciones en diferencias de tercer orden y donde

$$a_1 = b[1 + \gamma \cdot m_t - \alpha \cdot (1 - m_t)]$$

$$a_2 = -2 \cdot b \cdot \gamma \cdot m_t$$

$$a_3 = b \cdot \gamma \cdot m_t$$

Manteniendo fijos el parámetro de descuento  $b$  y el parámetro  $\beta$  (que mide el grado de precisión de las estimaciones fundamentalistas) el modelo dependerá solamente de los parámetros  $\alpha$  y  $\gamma$  que han sido descritos con anterioridad. Los resultados que se derivan de las simulaciones numéricas realizadas por los autores concluyen que para valores de  $\gamma \leq 1$  las soluciones convergen al valor fundamental del tipo de cambio, mientras que si  $\gamma > 1$ , se producen movimientos cíclicos del tipo de cambio en torno a su valor fundamental; aumentando suficientemente el valor de  $\gamma$ , el modelo responde a una dinámica caótica. El parámetro  $\alpha$  que mide la velocidad con que el tipo de cambio vuelve a la posición de equilibrio también afecta a la naturaleza de la dinámica. El caos puede surgir tanto para valores bajos  $0 < \alpha < 1$ , como para valores altos  $\alpha > 1$ .

Como puede observarse, las conclusiones de este modelo ponen en tela de juicio las posibilidades y operatividad de la aplicación de la teoría de las expectativas al problema de la modelización de los tipos de cambio.

## 1.4 Objetivos

A la vista de los diversos problemas y controversias que surgen en relación al problema de la predicción en los tipos de cambio se plantean los siguientes objetivos, tanto a nivel teórico como empírico, que consideramos podrían constituir aportaciones relevantes de una Tesis Doctoral tanto en el terreno de la Econometría Financiera No Lineal como en el estudio de los tipos de cambio.

### **1. Elaboración de un contraste estadístico que tenga como hipótesis nula la existencia de caos determinista en una serie temporal.**

En un sistema dinámico disipativo, la presencia de caos determinista se contrasta por la existencia de un máximo exponente de Lyapunov positivo. Se han realizado diversos trabajos encaminados a estimar, mediante nuevos y potentes algoritmos, el máximo exponente de Lyapunov de las series financieras, en particular de tipos de cambio, intentando inferir la existencia de caos determinista en dichas series. El defecto fundamental del que adolecen estos trabajos es la falta de una teoría distribucional que proporcione el armazón estadístico necesario para realizar contrastes de hipótesis acerca de la no negatividad de dicho exponente de Lyapunov.

Recientemente se han dado algunos pasos en este sentido como son los trabajos de Gençay (1996) o de Bask y Gençay (1998). No obstante, estos contrastes muestran tener escasa potencia frente a diversos procesos estocásticos tanto lineales como no lineales.

**Se plantea como objetivo de la Tesis la elaboración de un nuevo contraste que, además de tener como hipótesis nula la presencia de caos determinista, sea potente frente a las diversas alternativas estocásticas que suelen aparecer en la econometría como modelos estocásticos no lineales de las series cambiarias.**

### **2) Predicciones por ocurrencias análogas simples y simultáneas en el Sistema Monetario Europeo.**

Aunque el 1 de enero de 1999 se dio por finalizada la primera etapa del mecanismo de cambios del Sistema Monetario Europeo (SME), el estudio de nueve series cambiarias que lo conformaban continúa siendo relevante por haber constituido una *zona objetivo* sujeta a los continuos ataques especulativos, al tiempo que permite extraer lecciones aplicables a los

miembros, presentes o futuros, de la segunda etapa del SME, que regula las relaciones con el euro de las monedas de los países de la Unión Europea que no son miembros de la Unión Monetaria.

Los modelos teóricos sobre zonas objetivo apuntan hacia comportamientos no lineales de los tipos de cambio debido a la posibilidad futura de intervención en defensa de los compromisos cambiarios. Desde el punto de vista empírico, la existencia de no linealidades en las series de tipos de cambio que manifiesta el contraste estadístico de Brock, Dechert y Scheinkman (1987) puede tener causas tanto de origen determinista como estocástico. La forma más directa de inclinarnos hacia alguna de ambas posibles hipótesis explicativas de la no linealidad sería la de contrastar la capacidad predictiva, a corto plazo, que tendría que presentarse en el caso de un origen determinista como causa de dicha no linealidad.

Un sistema de predicción que ha sido frecuentemente puesto en práctica en las series caóticas es el sistema de predicción por ocurrencias análogas (Farmer y Sidorovich, 1987) donde el desarrollo futuro, a corto plazo, de la serie es predicho dividiendo la serie en segmentos históricos de la misma longitud y extrapolando el comportamiento del último segmento mediante comparación con segmentos similares a él en el pasado. Cuando se dispone de un conjunto de series cuyas observaciones se producen de forma simultánea y están relacionadas institucionalmente entre sí, como ocurre en el caso del Sistema Monetario Europeo, la predicción por ocurrencias análogas sobre una determinada serie de tipos de cambios podría mejorarse empleando la información que proporcionan los segmentos históricos procedentes tanto de ella misma como de alguna de las restantes series de otras divisas. En tal caso estaríamos realizando un procedimiento de *predicción por ocurrencias análogas simultáneas*.

**Es un objetivo de la Tesis la implementación de un sistema de predicción, a corto plazo, mediante ocurrencias análogas simultáneas para un conjunto de series de tipos de cambios pertenecientes al Sistema Monetario Europeo. Teniendo en cuenta el carácter especulativo de los diferentes episodios de turbulencia monetaria ocurridos en el Sistema entre los años 1987 y 1994, resulta de gran importancia estudiar la sensibilidad del método de predicción frente estos subperíodos de turbulencia.**

### **3) Evaluación estadística de las predicciones por ocurrencias análogas simultáneas.**

La comparación mediante estadísticos, como la U de Theil, de las predicciones mediante ocurrencias análogas con las realizadas por el modelo de paseo aleatorio y con el tradicional modelo ARIMA, resultan esenciales para determinar si las no linealidades

encontradas en los tipos de cambio contribuyen a incrementar la capacidad predictiva. Existe un contraste estadístico que nos permitirá valorar la inexistencia de diferencias significativas entre las predicciones generadas por dos modelos alternativos, en particular los antes citados. Tal contraste ha sido proporcionado por Diebold y Mariano (1995).

Por otra parte, en un mercado financiero, el interés de cualquier método predictivo se centra en la capacidad de generar señales de compra y venta que nos sirvan para guiar nuestras decisiones inversoras. Así, el acierto en signo de los rendimientos diarios, conocido como predicción direccional, puede resultar de gran relevancia al estar ligada a la capacidad de adelantarnos a la tendencia del mercado. Pesaran y Timmerman (1992) han propuesto un test no paramétrico para contrastar la capacidad de predecir los cambios en la dirección de un modelo, sin tener en cuenta su magnitud.

**Otro objetivo propuesto será, por tanto, evaluar la capacidad predictiva de los diferentes modelos más usuales en la predicción de los tipos de cambio del SME, tanto en aspectos relacionados con la magnitud de la predicción como en la dirección de los cambios.**

#### **4) Evaluación económica de las predicciones por ocurrencias análogas simultáneas.**

Satchell y Timmermann (1995) explican cómo en presencia de no linealidades, con datos de alta frecuencia, los estadísticos habituales, como el error cuadrático medio, no son buenos indicadores para medir la calidad predictiva. Como dichos autores señalan, una U de Theil superior a la unidad no indica, necesariamente, la baja calidad de un determinado método de predicción, ya que el factor determinante en la bondad de la predicción, en series financieras, no puede ser otro que la capacidad para generar beneficios por medio de tales predicciones.

En este sentido, los agentes de los mercados cambiarios, y financieros en general, han empleado con profusión reglas técnicas basadas en el chartismo y las medias móviles como forma de decidir la toma de posiciones a corto plazo.

**Un objetivo de esta Tesis consistirá en realizar la evaluación económica de las predicciones obtenidas mediante una regla técnica basada en la predicción por ocurrencias análogas. En este sentido, resulta crucial comparar las reglas técnicas resultantes de las predicciones por ocurrencias análogas con las tradicionales estrategias del Análisis Técnico basadas en el cruce de medias móviles.**

### **5) Beneficios obtenidos mediante las predicciones y su relación con la especulación en los mercados cambiarios.**

Es necesario explicar el origen de los excesos de ganancia obtenidos en los mercados cambiarios. Recientes investigaciones han descubierto que los excesos de ganancia, obtenidos a partir de las reglas técnicas aplicadas a los mercados de divisas, son altos durante los períodos de intervención de los bancos centrales en defensa de sus monedas frente a los ataques especulativos.

Las investigaciones realizadas en este terreno se han llevado a cabo empleando, exclusivamente, reglas técnicas del tipo de medias móviles (Neely y Weller, 1997), (Szakmary y Mathur, 1997), (LeBaron, 1999). La aparición de los predictores por ocurrencias análogas y su capacidad para realizar predicciones sobre los tipos de cambio superiores a la del modelo de paseo aleatorio (Bajo *et al.*, 1992), (Lisi y Medio, 1997) sugieren la posibilidad de contrastar la capacidad de las reglas técnicas basadas en dichos predictores para generar beneficios durante los días de intervención. Se plantea, por tanto, el siguiente objetivo de la Tesis:

**Dado que una de las posibles razones para que las reglas técnicas generen beneficios es la intervención de los bancos centrales en los mercados cambiarios y, dada la ausencia de datos oficiales para el caso europeo, sería de interés la contrastación de esta hipótesis en mercados estadounidense y japonés para los que sí hay información.**

# CAPÍTULO II:

## SISTEMAS DINÁMICOS CAÓTICOS

- 2.1 Introducción
- 2.2 Conceptos previos
- 2.3 Inestabilidad local de las órbitas
- 2.4 Atractores extraños
- 2.5 Reconstrucción del espacio de estados de una serie temporal
- 2.6 Detección del caos determinista
  - 2.6.1 Exponentes de Lyapunov
  - 2.6.2 Dimensión de correlación
  - 2.6.3 Contraste estadístico BDS
  - 2.6.4 Detección de no linealidades y caos en series económicas y financieras
- 2.7 Modelización y predicción de sistemas caóticos
  - 2.7.1 Predicción *Nearest Neighbours* o por ocurrencias análogas



## 2.1 Introducción

Por caos determinista se entiende un conjunto de procesos deterministas no lineales cuyas trayectorias son erráticas y parecen aleatorias. Desde el punto de vista matemático, no tiene, por tanto, mucho sentido que al concepto de caos se le atribuya la acepción común de desorden. El caos determinista conlleva todo un orden interno, pero no lineal. Se asume con demasiada facilidad que la aparente aleatoriedad de un fenómeno deriva únicamente de su complejidad; por el contrario, muchos de los ejemplos que sirven para ilustrar comportamientos aparentemente aleatorios proceden de dinámicas caóticas deterministas implicando sólo unos pocos grados de libertad.

Un sistema no lineal exhibe un comportamiento más complejo que uno lineal y, ante pequeñas variaciones en las condiciones iniciales que alimentan el sistema dinámico, éste provoca cambios desproporcionados en los valores de salida. El carácter aleatorio de este proceso proviene, entonces, de la dependencia sensitiva a las condiciones iniciales; la dinámica caótica amplifica, exponencialmente, la incertidumbre procedente del ruido externo o de los errores de precisión (en las condiciones iniciales, en el valor de los parámetros, etc.), produciéndose, a largo plazo, un comportamiento impredecible.

Este fenómeno sólo es posible si la relación determinista que une el sistema de variables en el tiempo es no lineal, así, la no linealidad es una condición necesaria para los procesos caóticos. La no linealidad se encuentra inherente en la dinámica caótica, por lo que las medidas estadísticas convencionales son inadecuadas para describirlo. Si se considera un proceso caótico sencillo con un número reducido de variables independientes, temporalmente incorrelado, el estudio de su correlación lineal no proporciona la información necesaria para caracterizar la dinámica caótica.

Pese a la limitación que se deduce de las posibilidades predictivas en un sistema determinista no lineal, el caos constituye una novedosa explicación para comportamientos recientemente considerados como puramente aleatorios.

Las aplicaciones de las modernas técnicas no lineales de análisis de datos indican que la dinámica caótica es bastante común y, en muchos de los casos, el comportamiento aleatorio es causado por caos de baja dimensión más que por complicadas dinámicas que involucran un elevado número de grados de libertad irreducibles. Las series temporales pertenecientes a las más diversas fuentes experimentales como la meteorología, la astrofísica, la biología e incluso la economía, han sido objeto de concienzudos estudios en busca del caos de baja dimensión, detectándose su presencia en numerosas ocasiones.

Encontrar y entender las propiedades dinámicas de un sistema dinámico determinado ha sido la tarea clásica de la teoría de los sistemas dinámicos. El *problema inverso* consiste en encontrar y entender un sistema dinámico real del que se conoce una única serie temporal. Se trata de un problema mucho más complicado, pues supone la subsistencia de una serie de factores inherentes a la dinámica tales como la limitación de la información, los errores de medida, las fluctuaciones externas y el desconocimiento de la verdadera expresión de dicha dinámica.

La resolución del problema inverso en los sistemas dinámicos constituye una ardua tarea que se encuentra en sus etapas iniciales pese al alto grado de desarrollo alcanzado por la teoría de los sistemas dinámicos. En dicho problema empírico se distinguen, básicamente, dos etapas. En primer lugar, una etapa previa de reconstrucción de la información no proporcionada a partir de la secuencia de observaciones empíricas y, en segundo lugar, una etapa de indagación para determinar la mejor aproximación posible de la ley dinámica real.

## 2.2 Conceptos previos

La teoría de los sistemas dinámicos estudia fenómenos medibles que varían con el tiempo, proporcionando una herramienta matemática para estudiar cómo cambian las propiedades relevantes de un sistema. Su finalidad es explicar las medidas observacionales de un fenómeno, no siendo considerada importante la información del conocimiento sobre el contexto donde se ven inmersas.

Los sistemas dinámicos admiten una primera clasificación entre continuos y discretos, según si el objeto matemático generador de datos es un sistema de ecuaciones diferenciales o en diferencias. Las series temporales económicas y financieras (empleo mensual, precios, volumen de ventas, producción, tipos de interés, etc.) son medidas recogidas en intervalos discretos de tiempo, por lo que la mayor parte de la vasta literatura al respecto engloba estudios empíricos en tiempo discreto.

Si partiendo de un estado inicial perfectamente conocido, la evolución a través del tiempo es única asumiendo un conocimiento perfecto de la ley dinámica que define el sistema, entonces, el sistema dinámico es determinista. Los estados del sistema serán considerados como puntos dimensionales cuya evolución se produce a través de trayectorias u órbitas deterministas. Si hay influencias aleatorias que impiden determinar unívocamente la evolución pues se asume que la ley dinámica y el estado inicial son imprecisos, el comportamiento del sistema vendrá determinado a través de una distribución de probabilidades; en tal caso, el sistema dinámico es estocástico o, equivalentemente, un proceso aleatorio.

El tratamiento de ambos tipos de sistemas se realiza por la teoría de los sistemas dinámicos y la teoría de los procesos estocásticos, respectivamente. Tradicionalmente, ambas teorías han sido estudiadas por separado, con escasa relación entre sí. A raíz de las nuevas concepciones que sustenta la teoría del caos, se han producido importantes intentos por encontrar un vínculo entre el determinismo y azar (Eubank y Farmer, 1990).

Un sistema dinámico determinista  $(M, F)$  en tiempo discreto está gobernado por una ley dinámica que evoluciona con el tiempo según una ecuación de la forma

$$\bar{y}_{t+1} = F(\bar{y}_t), \bar{y} \in \mathbb{R}^n, t \in \mathbb{N}$$

donde la transformación

$$F : M \rightarrow M$$

en principio es de clase  $C^2$  por razones técnicas que se verán más adelante y donde  $M$  es una variedad diferenciable contenida en  $\mathbb{R}^n$ , que en las aplicaciones coincidirá con el propio  $\mathbb{R}^n$ .

El número  $n$  se conoce como *dimensión* del sistema dinámico. La dimensión contabiliza el número de variables esenciales necesarias para describir la dinámica del sistema, y así cuantificar la dificultad con que el comportamiento del sistema puede ser modelizado.

El elemento vectorial  $\bar{y}_{t+1} \in \mathbb{R}^n$  determina el estado del sistema tras  $t+1$  unidades de tiempo a partir del estado inmediatamente anterior  $\bar{y}_t \in \mathbb{R}^n$  de forma unívoca. La relación dinámica establecida

$$\bar{y}_{t+1} = F(\bar{y}_t)$$

es una ley de movimiento que implica a un vector de  $n$  variables esenciales.

Suponiendo que se parte de un vector o posición inicial  $\bar{y}_0$  para el período 0, el estado evoluciona a  $\bar{y}_1 = F(\bar{y}_0)$  en el primer período, entonces éste evoluciona a  $\bar{y}_2 = F(\bar{y}_1)$  en el segundo período, y así sucesivamente. Por inducción se obtiene la  $k$ -ésima iteración

$$\bar{y}_k = F \circ F^{k-1}(\bar{y}_0),$$

donde la secuencia de puntos

$$\bar{y}_0, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_k, \dots$$

describe una *trayectoria u órbita* permitiendo la predicción exacta de la evolución futura por medio del conocimiento preciso de un estado inicial  $\bar{y}_0$ .

Dados dos sistemas dinámicos  $(M, F)$  y  $(N, f)$  definidos en sendos espacios  $n$  y  $m$  dimensionales respectivamente, se introduce el concepto de equivalencia topológica orbital entre ambos sistemas como una forma de señalar que son indistinguibles desde el punto de vista dinámico. Diremos que dos sistemas dinámicos  $(M, F)$  y  $(N, f)$  son conjugados de clase  $C^\ell$ , cuando existe un difeomorfismo de clase  $C^\ell$

$$g : M \rightarrow N$$

de modo que es conmutativo el diagrama siguiente

$$\begin{array}{ccc}
 & & F \\
 & & \downarrow \\
 \bar{y} \in M & \xrightarrow{\quad\quad\quad} & F(\bar{y}) \in M \\
 | & & | \\
 g & & g \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 g(\bar{y}) \in N & \xrightarrow{\quad\quad\quad} & f(g(\bar{y})) = g(F(\bar{y})) \in N \\
 & & f
 \end{array}$$

verificándose que  $g \circ F = f \circ g$ .

Si  $\ell=0$ , entonces,  $g$  es un homeomorfismo, y se dice que existe una conjugación topológica entre las dinámicas implicadas.

La conjugación significa que  $g$  transforma cada órbita  $\{F^k(\bar{y}_0)\}_{k \in \mathbb{N}}$  del sistema dinámico  $(M, F)$  en otra órbita  $\{f^k(\bar{y}_0)\}_{k \in \mathbb{N}}$  del sistema dinámico  $(N, f)$ . La conjugación juega un papel importante en el estudio de los sistemas dinámicos, pues evidencia que dos sistemas dinámicos aparentemente distintos pueden ser dinámicamente equivalentes.

En un sistema dinámico determinista el concepto universalmente reconocido para los procesos aleatorios de serie temporal estacionaria puede ser igualmente introducido con la ayuda de medidas de probabilidad invariantes con el tiempo. Una medida invariante  $\mu$  definida en un sistema dinámico  $(M, F)$  es aquella que no cambia bajo la acción de  $F$ .

La medida  $\mu$  es  $F$ -invariante si

$$\mu(F^{-1}(S)) = \mu(S)$$

para cualquier conjunto  $S$   $\mu$ -medible.

Análogamente a la noción de conjugación dinámica, existe otro tipo de relación de equivalencia entre transformaciones dinámicas que preservan las medidas definidas en sus espacios de fases, llamadas isomorfismos.

Así, los sistemas dinámicos  $(M, F)$  y  $(N, f)$ , sobre los que existen definidas las medidas  $\mu$  y  $\eta$  respectivamente, son isomórficos si el difeomorfismo  $g$  que define la equivalencia dinámica es, además, invertible y preserva la estructura de probabilidades en cada espacio de fases (salvo para ciertos conjuntos de medida nula).

Dado dos subconjuntos  $A \subset M$  y  $B \subset N$   $\mu$ -medibles y  $\eta$ -medibles respectivamente, la estructura de probabilidad definida en ellos se preserva bajo la transformación  $g$  si se verifica

$$\mu(A) = \eta \circ g(A)$$

$$\eta(B) = \mu \circ g^{-1}(B)$$

Un sistema dinámico  $(M, F)$  puede catalogarse como conservativo si su volumen en el espacio de estado es asintóticamente invariante bajo la acción de la dinámica. La idea de volumen está relacionada con la medida de Lebesgue ampliamente conocida.

Un sistema es conservativo si

$$|\det D_{\bar{y}} F(\bar{y})| = 1, \quad \forall \bar{y} \in \mathbb{R}^n$$

donde  $D_{\bar{y}}F(\bar{y})$  denota la matriz jacobiana de  $F(\bar{y})$ . En los sistemas conservativos el volumen permanece constante bajo la acción de la dinámica, hecho del que se deduce que nunca podrán existir regiones de atracción asintótica de las órbitas en el espacio de fases.

Un sistema dinámico no conservativo con carácter disipativo se caracteriza por la contracción del volumen del espacio de fases con la evolución temporal, pudiendo ser caracterizado analíticamente por

$$|\det D_{\bar{y}}F(\bar{y})| < 1, \quad \forall \bar{y} \in \mathbb{R}^n$$

En un sistema dinámico disipativo es crucial la distinción entre comportamiento transitorio y permanente. El comportamiento característico en los sistemas disipativos debe establecerse a largo plazo pues, transcurrido cierto intervalo de tiempo, la conducta transitoria de las trayectorias correspondientes a un conjunto de estados iniciales se desvanece y el sistema presenta un régimen asintótico permanente que se repite al verse atraído hacia una región determinada del espacio de fases denominado *atractor*.

Debido a la disipación, la dinámica de un sistema en un espacio de fases n-dimensional permanecerá asintóticamente restringida al subconjunto atractor de dicho espacio. La dimensión del atractor generalmente será menor que n puesto que sobre dicho atractor el sistema tiene menos grados de libertad, de modo que se requiere menos información para especificar su estado.

### 2.3 Inestabilidad local de las órbitas

El concepto de estabilidad de un sistema dinámico trata de caracterizar el comportamiento de las perturbaciones debido a la acción de la dinámica que gobierna su evolución. Las perturbaciones pueden afectar a los estados del sistema, denominándose estabilidad dinámica, o a los parámetros de control, denominándose entonces estabilidad estructural.

Si una perturbación inicial se amplifica por el desarrollo dinámico dando lugar a grandes cambios en sus órbitas, entonces el sistema es inestable. Si las perturbaciones se desvanecen con el tiempo, se dirá que el sistema es estable. Como caso intermedio se habla de estabilidad marginal cuando la perturbación persiste, aproximadamente, a su nivel inicial.

La estabilidad se aplica a diversos aspectos de un sistema dinámico, pudiéndose referir a puntos individuales (estabilidad local), a trayectorias (estabilidad local asintótica), a familias de trayectorias (atractores), o al sistema dinámico completo (existencia de un único atractor).

La linealización del sistema dinámico es el procedimiento dirigido al estudio de la estabilidad ante pequeñas perturbaciones de los estados y sus trayectorias. A partir de un sistema dinámico  $n$ -dimensional  $(M, F)$  podemos examinar el comportamiento temporal de dos estados infinitesimalmente próximos

$$\bar{y}_t = \bar{z}_t + \bar{\epsilon}_t$$

utilizando, localmente, una aproximación lineal del sistema de la forma

$$\bar{\epsilon}_{t+1} = \bar{y}_{t+1} - \bar{z}_{t+1} = F(\bar{y}_t) - F(\bar{z}_t) \cong D_{\bar{z}}F(\bar{z}_t) \cdot \bar{\epsilon}_t.$$

El crecimiento de una perturbación arbitraria  $\bar{\epsilon}_0$  por la evolución temporal de la dinámica puede expresarse como

$$\bar{\epsilon}_t = D_{\bar{z}}F(\bar{z}_{t-1}) \cdot D_{\bar{z}}F(\bar{z}_{t-2}) \cdot \dots \cdot D_{\bar{z}}F(\bar{z}_0) \cdot \bar{\epsilon}_0.$$

El término  $\bar{\epsilon}_t$  tiende a amplificarse durante el intervalo de tiempo  $[0, t]$  como consecuencia de la inestabilidad del sistema si  $\|\bar{\epsilon}_t\|/\|\bar{\epsilon}_0\| > 1$ .

De forma equivalente, llamando  $\lambda_1$  al máximo autovalor de la matriz  $\prod_{i=0}^{t-1} D_{\bar{z}}F(\bar{z}_i)$ , existirá alguna perturbación en torno a  $\bar{z}_0$  que se amplifica desde 0 a  $t$  cuando  $|\lambda_1| > 1$ .

Un movimiento regular es aquel cuyas trayectorias son asintóticamente estables localmente. Debido a esta peculiaridad, las trayectorias cercanas conservan esta proximidad en el transcurso de su evolución temporal y, por consiguiente, el movimiento es predecible a largo plazo.

## 2.4 Atractores extraños

El interés que suscita la dinámica de un sistema se centra en saber qué es lo que ocurre una vez haya desaparecido el comportamiento transitorio de forma que el sistema dinámico exhiba su peculiar comportamiento asintótico.

En los sistemas dinámicos no conservativos, la conducta asintótica puede manifestarse de dos formas: o como movimiento es inestable que fluye hacia el infinito (expansión), o como movimiento limitado espacialmente que se dirige a un atractor (disipación). La existencia de un atractor es una forma muy general de describir la estabilidad asociada con la familia de trayectorias implicada (Eubank y Farmer, 1990).

Un *atractor regular* es una variedad euclídea diferenciable donde *casi* cualquier trayectoria es regular, siendo por tanto predecibles a largo plazo. Los puntos fijos en sistemas lineales, más ciclos límites en sistemas no lineales continuos de dimensión dos y  $n$ -toros en dimensión mayor a dos, son algunos ejemplos de los atractores regulares. Al estudiar espacios de fases con dimensión superior a dos, han aparecido otros fenómenos de atracción más complejos llamados, de forma genérica, los atractores caóticos o extraños.

Los atractores caóticos presentan un equilibrio estable desde el punto de vista global caracterizado por desarrollarse en una región acotada del espacio de fases unido una inestabilidad asintótica local. Las trayectorias atraídas hacia estas zonas presentan una alta sensibilidad a las condiciones iniciales; estados iniciales arbitrariamente cercanos se separan de manera exponencial al fluir en el tiempo sobre su superficie, originando una conducta errática donde el movimiento discurre en órbitas que presentan todo tipo de frecuencias. Este tipo de atractores fueron descubiertos por Lorenz (Lorenz, 1963) a través de las simulaciones generadas en su búsqueda de las ecuaciones que gobiernan la atmósfera.

En los sistemas dinámicos caóticos, debido a la contracción característica del volumen en el espacio de fases, el atractor surge como el resultado de estiramientos de las trayectorias en algunas direcciones espaciales, acompañados de plegamientos en otras. El estiramiento es local y causa la separación entre puntos de trayectorias muy cercanas. El plegamiento es global y mantiene el movimiento acotado. El resultado final es un conjunto de puntos en el espacio de estados cuya compleja estructura geométrica y topológica no puede ser descrita desde el punto de vista de la geometría euclídea; tal conjunto se conoce como un objeto *fractal*, caracterizado por tener una dimensión de Hausdorff no entera (para una panorámica ver Mandelbrot (1987)).

Un sistema dinámico caótico es estacionario, ya que las trayectorias en las que discurre caen atraídas hacia la región compacta del espacio de fases que configura el atractor extraño.

En un sistema dinámico discreto, un atractor  $\Omega$  es un conjunto compacto que atrae los estados cercanos, contenido en un entorno fundamental  $\Omega \subset U$  con las propiedades:

- El atractor es invariante por la acción de la dinámica  $F(\Omega) = \Omega$
- Dado cualquier abierto  $\Omega \subset V$  tendremos que  $F^k(U) \subset V$  para  $k$  suficientemente grande, es decir

$$\lim_{k \rightarrow \infty} F^k(U) = \Omega$$

y  $\Omega$  no puede ser descompuesto en conjuntos compactos  $\Omega_1, \Omega_2, \dots$  tales que

$$F^k(\Omega_i) \cap F^k(\Omega_j) = \emptyset, \text{ para } i \neq j; i, j \in \{1, 2, \dots\}$$

El conjunto abierto

$$\bigcup_{k > 0} F^{-k}(U)$$

se conoce como *cuenca de atracción*. Si la cuenca de atracción de  $\Omega$  es todo el espacio de fases, la variedad  $n$ -dimensional  $M$  es un conjunto de atracción universal (Eckmann y Ruelle, 1985).

En los sistemas caóticos, una vez que el comportamiento transitorio se ha desvanecido y prevalece el comportamiento asintótico, el espacio muestral queda restringido al atractor extraño  $\Omega$ , sobre el cual hemos de definir una medida de probabilidad con el fin de realizar una descripción probabilística sobre el estado en que se encuentra el sistema a largo plazo. Al tratarse de un sistema dinámico disipativo, la medida de Lebesgue  $n$ -dimensional no va a facilitarnos información alguna para su análisis probabilístico, puesto que  $L^n(\Omega) = 0$  cuando el tiempo tiende a infinito (Mera *et al.*, 1995).

Surge, de este modo, la *teoría ergódica* de los sistemas dinámicos, que permite considerar sólo comportamientos a largo plazo sin preocuparnos por los estados transitorios por los que atraviesa el sistema (Eckmann y Ruelle, 1985). Dicha teoría analiza, mediante el cálculo de medias temporales, las propiedades estadísticas del atractor inferidas a partir de una única trayectoria generada por una transformación que preserve la medida.

Este hecho es posible si el sistema dinámico  $(M, F)$  es indescomponible o ergódico, es decir, si todos sus conjuntos invariantes tienen una medida invariante trivial; la medida  $\mu$  es invariante, indescomponible, o ergódica si para cualquier conjunto invariante  $\Omega \subset M$ ,

$$\mu(\Omega) = 1 \text{ o } \mu(\Omega) = 0$$

La indescomponibilidad del atractor, requisito indispensable para la existencia de un comportamiento caótico, permitirá centrar el estudio en esta clase fundamental de medidas invariantes.

El resultado más característico y fundamental de la teoría ergódica (Teorema de Birkhoff-Khinchin, 1927) establece que sobre un sistema dinámico  $(M, F)$  donde existe una medida  $\mu$  invariante, la media temporal sobre la trayectoria  $\bar{y} = \{\bar{y}_0, F(\bar{y}_0), \dots, F^k(\bar{y}_0)\}$  es igual a la media espacial para cualquier  $h(x)$  función observable  $\mu$ -medible

$$\langle h(\bar{y}) \rangle = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k h(F^j(\bar{y}_0)) = \int_{\Omega} h(\bar{y}) d\mu(\bar{y})$$

Este resultado implica que la fracción de tiempo que un sistema dinámico esté situado en una determinada región del atractor  $\Omega$  será igual a la fracción del área que ocupe dicha región en relación al área total del atractor. La teoría ergódica posibilita así la introducción de distribuciones de probabilidad que son invariantes con la dinámica del sistema, distribuciones que permiten realizar el promedio de determinadas funciones sobre el atractor. La teoría ergódica, en definitiva, propicia elaborar una teoría estadística sobre los sistemas dinámicos a partir de una sola órbita, siendo capaz de distinguir diferentes grados de complejidad.

Como consecuencia del teorema ergódico, es posible definir una medida invariante en el atractor  $\Omega$  a través de las medias temporales sobre los elementos de una determinada órbita. Se calcula, entonces, la medida de un conjunto  $B \subset \Omega$  contabilizando la fracción de veces a largo plazo que una solución típica del sistema

$$\begin{aligned} \bar{y}_{t+1} &= F(\bar{y}_t) \\ \bar{y}(t, \bar{y}_0), \bar{y}(0) &= \bar{y}_0 \end{aligned}$$

pasa por B de la forma

$$\mu(B) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta_B(F^j(\bar{y}_0)),$$

siendo  $\delta_B$  la función delta de Dirac que toma el valor uno cuando el estado del sistema pertenece a B y cero en caso contrario.

Una *medida natural* es una medida invariante que describe medias temporales para un conjunto de condiciones iniciales de medida de Lebesgue positiva en el espacio de fases.

Una órbita es ergódica si es *recurrente*, es decir, si para alguno de sus puntos la órbita vuelve a estar arbitrariamente próxima a dicho punto tras un intervalo suficientemente largo de tiempo. La ergodicidad, concebida como la propiedad de que todas las partes del atractor sean

visitadas por una solución arbitraria  $\bar{y}(t, \bar{y}_0)$ , asegura que, a largo plazo, la fracción de veces que pasa por un subconjunto  $B \subset \Omega$  es independiente de la condición inicial  $\bar{y}_0$ .

Desde el punto de vista de la teoría ergódica, un atractor extraño es un conjunto invariante, cerrado y *topológicamente transitivo*, lo que significa que el sistema dinámico  $(M, F)$  tiene una órbita densa en dicho atractor.

La aplicación de la teoría del caos en los escenarios reales, tales como el mundo económico, implica la aceptación tácita de la hipótesis de ergodicidad de los sistemas dinámicos implicados. Con ello se asegura, al menos hipotéticamente, que las series temporales disponibles son representativas del conjunto de estados que forman el atractor (Brock, 1986).

## 2.5 Reconstrucción del espacio de estados de una serie temporal

El hecho de que sencillos sistemas dinámicos deterministas puedan generar series temporales con un grado de aleatoriedad tan alto, en apariencia, como los procesos estocásticos ha propiciado numerosas investigaciones encaminadas a la reconstrucción de dinámicas caóticas a partir de series temporales empíricas.

Se dice que la serie temporal  $\{\bar{x}_t\}_{t=1,2,\dots,N}$  tiene una explicación determinista (Brock, 1986) cuando existe una terna  $(h, F, \bar{y}_0)$  donde

$$F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

es un sistema dinámico discreto n-dimensional de clase  $C^2$ ,

$$h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

es también de clase  $C^2$  y existe un valor inicial  $\bar{y}_0$  de modo que

$$\bar{x}_{t+1} = h(\bar{y}_{t+1}),$$

$$\bar{y}_{t+1} = F(\bar{y}_t), \bar{y}_0 \text{ dado,}$$

Exigiremos, además, que  $F$  tenga una medida invariante ergódica que es absolutamente continua con respecto a la medida de Lebesgue. Eckmann y Ruelle (Eckmann y Ruelle, 1985) muestran que bajo ciertas condiciones de regularidad existe una única medida natural invariante.

La ecuación  $\bar{y}_{t+1} = F(\bar{y}_t)$  se considera como una ley dinámica desconocida, de unas variables de estado desconocidas. La única información que nos llega del sistema es aquella que obtenemos mediante una función *observable*

$$\bar{x}_t = h(\bar{y}_t)$$

de la que obtenemos la serie temporal conocida

$$\{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N\}$$

La función observable  $h$  puede interpretarse como un instrumento de medida al proporcionar información acerca de los valores actuales de la variable de estado. Puede pensarse en la función  $h$  como un indicador de medida del tipo Dow Jones Industrial Average (DJIA) como proponen los autores Brock *et al.* (1992).

Dada, pues, la serie temporal  $\{\bar{x}_t\}_{t=1,2,\dots,N}$  deseamos investigar su dependencia temporal o estructura potencialmente predecible. Si las funciones  $h$  y  $F$  fuesen conocidas podría medirse  $\bar{y}_t$  y, consecuentemente, predecir correctamente los valores futuros de  $\bar{y}$  y  $\bar{x}$ .

En realidad, el vector de estados  $\mathbf{y}$  y sus funciones, dinámica  $F$  y observable  $h$ , son desconocidos; la única información disponible sobre el sistema dinámico por la observación es la serie temporal  $\{\mathbf{x}_t\}_{t=1,2,\dots,N}$ .

En la práctica, las observaciones de los estados de un sistema están contaminadas de incertidumbre procedente del entorno. Una forma alternativa de representar la dinámica, incluyendo esta consideración ambiental, vendrá dada por la expresión discreta

$$\bar{\mathbf{y}}_{t+1} = F(\bar{\mathbf{y}}_t, \boldsymbol{\varepsilon}_t)$$

donde  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$  es una variable aleatoria ruidosa. Este ruido aleatorio puede afectar, de forma crucial, a la evolución temporal del sistema.

Una de las vías por las que el ruido puede introducirse en el sistema es a través de la imprecisión en las mediciones, es decir, se realiza la medición

$$\mathbf{x}_{t+1} = h(\bar{\mathbf{y}}_{t+1}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}$$

cuando lo que se observa es

$$\mathbf{x}_{t+1} = h(\mathbf{y}_{t+1}).$$

En este caso denominamos a  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$  ruido ambiental. Otra posible vía para la entrada de ruido se establece a través de impulsos aleatorios independientes del estado  $\bar{\mathbf{y}}_t$  que perturban el mecanismo subyacente de generación de datos

$$\bar{\mathbf{y}}_{t+1} = F(\bar{\mathbf{y}}_t) + \boldsymbol{\varepsilon}_t,$$

conocido como ruido dinámico aditivo. Tal tipo de ruido puede crear complicadas perturbaciones cuando la dinámica subyacente es caótica.

Un proceso expresado en la forma

$$\bar{\mathbf{y}}_{t+1} = F(\bar{\mathbf{y}}_t, \boldsymbol{\varepsilon}_t)$$

puede considerarse determinista o aleatorio según la relativa dependencia de  $F$  sobre el estado  $\bar{\mathbf{y}}$  y su relación con el ruido  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ . Tal consideración también depende de si el ruido es completamente aleatorio, o si está correlado consigo mismo en otros instantes de tiempo o con el vector de estado  $\bar{\mathbf{y}}$ .

La consideración del ruido inherente al sistema presenta serias complicaciones en el proceso de reconstrucción de la dinámica que vamos a describir a continuación.

Se denomina *problema inverso* a la reconstrucción de la dinámica caótica de un sistema a partir de una única serie temporal  $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$  disponible, generada por dicho sistema, a través de algún observable  $h$ . Dicho problema se resuelve en varias etapas.

La primera etapa en la resolución del problema inverso consiste en extraer la información dinámica no proporcionada por la serie temporal. Su propósito es reconstruir el espacio de fases que contiene la información sobre las peculiaridades dinámicas del sistema con el fin de reproducir la dinámica subyacente.

No será posible reconstruir el espacio de fases de la dinámica original del sistema por el desconocimiento del par  $(F, h)$ . Este hecho fuerza a la reconstrucción de un *pseudoespacio de estados* empleando el comportamiento pasado de la serie para recrear el estado actual del sistema, al menos a un nivel de precisión permitido por el ruido.

La idea de la utilización de las coordenadas retardadas para reconstruir un espacio de estados no es original de los sistemas dinámicos. G.U. Yule, a finales de la década de los treinta, planteo inicialmente una combinación lineal de los valores pasados de una variable, en un trabajo sobre modelización de la actividad de las manchas solares (Yule, 1927). La definición de proceso aleatorio, hecha por Kolmogorov, recoge nuevamente esta concepción (Kolmogorov, 1933).

La reconstrucción basada en la teoría de los sistemas dinámicos tiene la peculiaridad de permitir la demostración de que tal reconstrucción preserva medidas invariantes de la dinámica tales como la dimensión del atractor o dimensión fractal, la entropía de información y los exponentes de Lyapunov.

Los principales trabajos realizados en esta línea han sido llevados a cabo por Packard *et al.* (1980), Takens (1981) y Ruelle (1990).

La inmersión de series temporales en espacios euclídeos tiene su fundamento en el teorema general de existencia dado por Whitney (1936), quien demostró que una variedad  $n$ -dimensional diferenciable puede ser sumergida en un espacio vectorial  $\mathbb{R}^{2n+1}$ . Este teorema es la base de las técnicas de reconstrucción del pseudoespacio de fases a partir de las medidas de una serie temporal propuestas por Packard *et al.*, mediante simulaciones numéricas, y que Takens demostró en el marco de la teoría de los sistemas dinámicos.

La idea se desarrolla a partir de la formación teórica de la serie de observaciones sometida a estudio. Así pues, sea  $(M, F)$  un sistema dinámico con una observable  $h$ , de modo que proporciona una serie temporal observada sobre el sistema

$$x_t = h(F^t(\bar{y}_0)) \quad t = 1, 2, \dots, N$$

Asumiremos que la función observable  $h$  es una medida invariante ergódica natural

$$h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

Takens (1985) estudió el sistema dinámico discreto resultante de sumergir tal serie temporal dentro de un espacio  $m$ -dimensional por medio de vectores de la forma

$$\mathbf{x}_t^{m,\tau} = (\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-\tau}, \mathbf{x}_{t-2\tau}, \dots, \mathbf{x}_{t-(m-1)\tau}) \in \mathbb{R}^m,$$

El parámetro  $m$  se denomina *dimensión de inmersión* y a  $\tau$  *retardo temporal*. Al conjunto

$$\Omega_m = \{\mathbf{x}_t^{m,\tau} : m \in \mathbb{N}, t \in \{1 + (m-1)\tau, \dots, N\}\}$$

se le denomina *conjunto de inmersión* en  $\mathbb{R}^m$  y a las  $m$ -tuplas  $\mathbf{x}_t^{m,\tau}$   $(m, \tau)$ -historias<sup>1</sup>.

El conjunto  $\Omega_m$  puede entenderse como la imagen del atractor original mediante una función de coordenadas retardadas

$$J_{(F,h,m)}(\bar{\mathbf{y}}_{t-m+1}) = [h(F^{m-1}(\bar{\mathbf{y}}_{t-m+1})), h(F^{m-2}(\bar{\mathbf{y}}_{t-m+1})), \dots, h(\bar{\mathbf{y}}_{t-m+1})]^T,$$

ya que si la aplicación

$$J_{(F,h,m)} : M \rightarrow \mathbb{R}^m$$

es un homeomorfismo que preserva las medidas realizadas sobre cada conjunto, entonces el siguiente diagrama es conmutativo

$$\begin{array}{ccc} & F & \\ \bar{\mathbf{y}} \in M & \xrightarrow{\quad\quad\quad} & F(\bar{\mathbf{y}}) \in M \\ | & & | \\ J_{(F,h,m)} & & J_{(F,h,m)} \\ \downarrow & & \downarrow \\ J_{(F,h,m)}(\bar{\mathbf{y}}) \in \mathbb{R}^m & \xrightarrow{\quad\quad\quad} & J_{(F,h,m)}(F(\bar{\mathbf{y}})) = f(J_{(F,h,m)}(\bar{\mathbf{y}})) \in \mathbb{R}^m \\ & f & \end{array}$$

La existencia de  $f = J_{(F,h,m)} \circ F \circ J_{(F,h,m)}^{-1}$  implicaría que los sistemas  $(M, F)$  y  $(\Omega_m, f)$  son topológicamente equivalentes.

<sup>1</sup> Cuando  $\tau=1$  las observaciones que forman las  $m$ -tuplas son consecutivas y hablaremos sencillamente de  $m$ -historias, mientras que si  $\tau>1$  tendrán una separación de  $\tau$  unidades temporales.

La construcción de las  $(m,\tau)$ -historias puede ilustrarse, fácilmente, de la forma

(a) 5-historia

$$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{t-5}, \boxed{\mathbf{x}_{t-4}, \mathbf{x}_{t-3}, \mathbf{x}_{t-2}, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_t}, \mathbf{x}_{t+1}, \dots$$

(b) (5,3)-historia

$$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{t-14}, \boxed{\mathbf{x}_{t-13}}, \mathbf{x}_{t-12}, \mathbf{x}_{t-11}, \boxed{\mathbf{x}_{t-10}}, \mathbf{x}_{t-9}, \mathbf{x}_{t-8}, \boxed{\mathbf{x}_{t-7}}, \mathbf{x}_{t-6}, \mathbf{x}_{t-5}, \boxed{\mathbf{x}_{t-4}}, \mathbf{x}_{t-3}, \mathbf{x}_{t-2}, \boxed{\mathbf{x}_t}, \mathbf{x}_{t+1}, \dots$$

En tal caso, las propiedades invariantes del sistema dinámico desconocido  $(M, F)$  pueden ser estudiadas a partir del sistema  $(\Omega_m, f)$  reconstruido por medio de la serie temporal.

Un resultado crucial en este sentido fue establecido por Takens (1981), al demostrar que si  $M$  es una variedad compacta de dimensión  $n$ ,  $F$  es un difeomorfismo y  $h$  un observable, ambas de clase  $C^2$ , la aplicación

$$J_{(F,h,m)} : M \rightarrow \mathbb{R}^m$$

diferenciable de clase  $C^2$  es *genéricamente*<sup>2</sup> una inmersión para  $m \geq 2n + 1$  (Takens, 1981).

El proceso de reconstrucción del pseudoespacio de fases se conoce como inmersión de la serie temporal en  $\mathbb{R}^m$ . El espacio  $\mathbb{R}^m$  contiene la imagen del atractor original mediante el homeomorfismo  $J_{(F,h,m)}$ .

La vectorización de la serie temporal en el espacio de inmersión conformará en él una trayectoria discreta capaz de mimetizar la dinámica subyacente del atractor original gracias a la equivalencia dinámica entre los sistemas  $(M, F)$  y  $(\mathbb{R}^m, f)$ .

El teorema de inmersión de Takens (1981) establece por tanto que, en ausencia de ruido, se puede simular el comportamiento de un sistema dinámico a través de la reconstrucción de un pseudoespacio de fases. Cuando se trata con series ruidosas no es fácil la generalización del teorema de inmersión de Takens a tal contexto. Se asumirá, por tanto, que los niveles de ruido son reducidos para poder sostener las conclusiones extraídas de tal inmersión.

El pseudoespacio de fases juega un papel importante en el desarrollo de los predictores que se plantearán en las series caóticas, pues permitirá analizar la evolución de patrones de comportamiento dinámico dentro de la serie.

En la práctica, una elección adecuada de los parámetros resulta determinante para la reconstrucción del sistema dinámico y su posterior predicción, particularmente cuando el número de datos es escaso.

---

<sup>2</sup> Una propiedad de los puntos de un espacio topológico se denomina *genérica* si el conjunto de puntos que verifican dicha propiedad es densa en el espacio topológico (Smale, 1967).

En las aplicaciones económicas y financieras, debido primordialmente a la escasez de datos, es usual un retardo temporal  $\tau = 1$ .

En cualquier aplicación empírica, la dimensión de inmersión  $m$  debe ser elegida sin el conocimiento de la verdadera dimensión del hipotético atractor del sistema generador de datos. La elección de  $m$  afecta, de manera considerable, al proceso de reconstrucción del pseudoespacio de fases.

La literatura académica contiene numerosos trabajos teóricos que sugieren el empleo de determinadas técnicas que guíen la elección. Broomhead y King proponen una metodología teórica asociada con la descomposición en componentes principales de Karhunen y Loève para la determinación de la dimensión de inmersión más adecuada a una serie temporal (Broomhead y King, 1986). Los autovalores de la matriz de covarianzas

$$A \cdot A^t$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} x_m^m \\ x_{m+1}^m \\ \vdots \\ x_N^m \end{pmatrix} \in M_{(N-m+1) \times m}(\mathbb{R})$$

indica el número de grados de libertad del sistema. Broomhead y King concluyen que los autovalores decrecen exponencialmente hasta alcanzar un nivel considerado como ruido si previamente han sido ordenados de mayor a menor módulo. La dimensión de inmersión global puede establecerse contabilizando el número de autovalores superiores al nivel de ruido fijado.

## 2.6 Detección del caos determinista

### 2.6.1 Exponentes de Lyapunov

La propiedad más característica de los sistemas dinámicos caóticos es su dependencia sensitiva a las condiciones iniciales. Un indicador del grado de divergencia exponencial de trayectorias inicialmente cercanas dentro del espacio de fases viene recogida por medio de los exponentes de Lyapunov. Estos exponentes proporcionan una medida de las propiedades de la estabilidad local asintótica de una trayectoria presentes en un sistema dinámico.

Los exponentes de Lyapunov explican las expansiones o contracciones de una esfera de condiciones iniciales en las diferentes direcciones del espacio de fases.

Consideremos una esfera  $n$ -dimensional de radio infinitesimal  $\varepsilon(0) \in \mathbb{R}^n$ , cuyo centro se encuentra en un estado inicial arbitrario  $\bar{y}_0$  del espacio de fases. Bajo la acción de la dinámica del sistema, la esfera se transformará con el transcurso de un tiempo  $t$  en un elipsoide de semiejes principales de longitud

$$\varepsilon_k(t) \sim \varepsilon_k(0) \cdot e^{\lambda_k \cdot t}, \quad 1 \leq k \leq n,$$

pues dicha distorsión vendrá gobernada por la parte lineal de la dinámica al tratar con semiejes de longitudes infinitesimales.

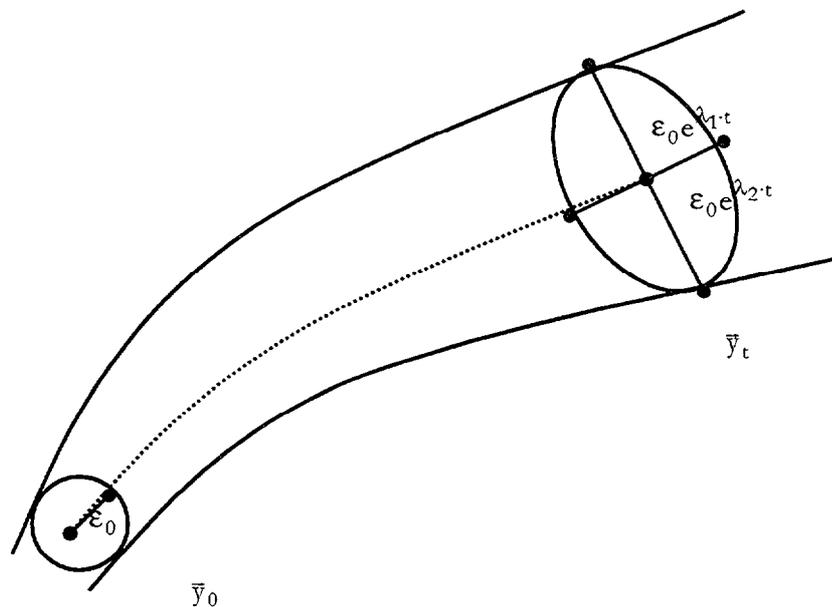


Figura 2.6.1: Comportamiento de los exponentes de Lyapunov en  $\mathbb{R}^2$

El espectro de exponentes de Lyapunov para la trayectoria  $\bar{y}$  viene dado por

$$\lambda_k(\bar{y}_0) = \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{\varepsilon_0 \rightarrow 0} \frac{1}{t} \ln \frac{\varepsilon_k(t)}{\varepsilon(0)}, \quad 1 \leq k \leq n.$$

La hipótesis de ergodicidad garantiza que los exponentes de Lyapunov sean independientes del estado inicial  $\bar{y}_0$  elegido sobre la trayectoria determinada  $\bar{y}$  (Oseledec, 1968).

Desde el punto de vista analítico, los exponentes de Lyapunov pueden considerarse una generalización de los autovalores de la matriz jacobiana del sistema. Para una función vectorial discreta  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ , una pequeña perturbación  $\varepsilon_0$  crece en el tiempo  $t$  de forma

$$\varepsilon_t = \prod_{i=0}^{t-1} DF_y(\bar{y}_i) \cdot \varepsilon_0$$

Sean  $j_i(t)$  los autovalores del producto  $\prod_{i=0}^{t-1} DF_y(\bar{y}_i)$ . Los números de Lyapunov son

$$\Lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} |j_i(t)|^{\frac{1}{t}}$$

El teorema de Oseledec (1968) asegura que tal límite existe y es independiente de las condiciones iniciales.

Los exponentes de Lyapunov se definen como el logaritmo de los números de Lyapunov:

$$\lambda_i = \log \Lambda_i$$

En un sistema dinámico  $(M, F)$   $n$ -dimensional existirán  $n$  exponentes de Lyapunov, que ordenados de mayor a menor, pueden representarse

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$$

Así pues, los exponentes de Lyapunov miden la divergencia o convergencia exponencial media de trayectorias inicialmente próximas. Un exponente de Lyapunov positivo da idea de divergencia exponencial media de condiciones iniciales cercanas en una determinada dirección, mientras que un exponente negativo indica convergencia.

La suma de los exponentes  $\lambda_k$  puede dar una idea de la contracción del volumen en el espacio de fases regido por la dinámica del sistema. Si denotamos esta suma por

$$\sum_{k=1}^n \lambda_k$$

existen varias situaciones que pueden resultar de la estimación de dichos exponentes.



- $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 0$  indica que el volumen permanece invariante bajo la acción dinámica y el sistema se llama conservativo.
- $\sum_{k=1}^n \lambda_k < 0$  indica que el volumen se contrae bajo la acción dinámica y el sistema se llama disipativo. Además, si  $\lambda_1 > 0$ , el sistema es caótico, siendo los restantes exponentes cero o negativos y, en tal caso, puede ocurrir también que  $\sum_{k=1}^n \lambda_k = 0$ .

El enlace entre la sensibilidad a las condiciones iniciales de los sistemas deterministas caóticos y los exponentes de Lyapunov vendrá expresado por la existencia de un exponente de Lyapunov positivo. Atendiendo a esta sencilla idea teórica, es suficiente la estimación del mayor exponente de Lyapunov para caracterizar un sistema dinámico caótico.

Existe una amplia literatura destinada a la estimación de los exponentes de Lyapunov para un sistema dinámico reconstruido por medio de una serie temporal. Un trabajo pionero en este sentido se debe a Wolf *et al.* (1985), y permite estimar los exponentes no negativos para una serie temporal. Dicho algoritmo es sensible al número de observaciones y al nivel de ruido incorporado en las observaciones. Recientemente, han aparecido diversos trabajos que estiman los exponentes de Lyapunov con propiedades deseables, incluso, para pequeñas muestras (Dechert y Gençay, 1992), (Abarbanel *et al.*, 1991, 1992), (Rosenstein *et al.*, 1993).

## 2.6.2 Dimensión de correlación

El comportamiento asintótico de la trayectoria descrita por un sistema dinámico caótico queda atrapado en su espacio de fases en forma de atractor extraño. Sobre dicho atractor, la dinámica se organiza mediante movimientos no periódicos de frecuencia variable que, lejos de poseer un comportamiento aleatorio, posee un orden implícito meramente determinista.

La inmersión, sugerida por Takens, de una serie temporal en un espacio  $m$ -dimensional posibilita la existencia de un atractor caótico en el espacio de fases generador originalmente de la dinámica y reconstruido en un pseudoespacio, de modo que la dimensión de ambos atractores sea la misma.

Si la serie temporal de observaciones fuese aleatoria, su inmersión en  $\mathbb{R}^m$  para valores sucesivos de la dimensión de inmersión  $m \in \mathbb{N}$ , conformaría una nube de puntos distribuida uniformemente, puesto que no existe una correlación espacial entre los distintos puntos. Por el contrario, si se considera que se dispone de una serie temporal de observaciones procedentes de un sistema dinámico con explicación determinista, su inmersión en  $\mathbb{R}^m$  para los sucesivos valores de la dimensión de inmersión  $m \in \mathbb{N}$  conformaría una nube de puntos; a partir de una cierta dimensión de inmersión  $m_0$ , quedaría restringida a una región de  $\mathbb{R}^{m_0}$  de características topológicas muy particulares. Tales estructuras geométricas se denominan fractales (Mandelbrot, 1987).

Una herramienta fundamental para caracterizar las series temporales con explicación caótico determinista consiste en detectar esa estructura fractal.

Un aspecto clave para caracterizar conjuntos fractales es su dimensión, que puede ser un número no entero. Se introduce, así, el concepto de dimensión fractal que hace referencia al grado de ocupación del espacio por parte del atractor caótico. La dimensión fractal asigna valores no enteros a objetos de estructura geométrica compleja, por el contrario, los objetos típicos de la geometría euclídea tales como puntos, rectas y planos, tienen dimensión entera.

De la teoría de los sistemas dinámicos podemos extraer diferentes definiciones de dimensión. Las definiciones topológicas y métricas, como la *capacidad* y la *medida* de Hausdorff, requieren una inmensa cantidad de datos para su determinación empírica. Estos conceptos, puramente métricos, presentan el problema de tratar de la misma forma todas las partes del atractor, con independencia de la frecuencia con que son visitadas por la órbita. Las medidas que incorporan la frecuencia relativa de visita de la órbita a las diferentes regiones del espacio de fases son la *dimensión de información* y la *dimensión puntual*.

Veamos algunos conceptos de dimensión bien conocidos en la literatura:

La *capacidad*  $d_c$  se define formalmente como

$$d_c = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( - \frac{\ln(N(\varepsilon))}{\ln(\varepsilon)} \right)$$

donde  $N(\varepsilon)$  es el mínimo número de hipercubos de lado  $\varepsilon$  necesario para recubrir el atractor.

Si el objeto es fractal en el sentido de Mandelbrot (1987), la autosimilaridad permite calcular la dimensión  $d$ , sin necesidad de paso al límite:

$$d_c = - \frac{\log \left( \frac{N(\varepsilon)}{N(\varepsilon')} \right)}{\log \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon'} \right)}$$

para dos recubrimientos de radios  $\varepsilon$  y  $\varepsilon'$ .

La *dimensión de Hausdorff-Besicovitch* asigna dimensiones positivas a conjuntos cuya medida de Lebesgue podría ser cero. En un espacio euclídeo de dimensión 3, el volumen de una esfera viene dado por la expresión  $\frac{4}{3} \pi \cdot \rho^3$ . En una dimensión cualquiera  $d$ , esta fórmula se generaliza a  $\gamma(d) \cdot \rho^d$ , donde

$$\gamma(d) = \frac{\Gamma \left( \frac{1}{2} \right)^d}{\Gamma \left( \frac{1+d}{2} \right)}$$

siendo  $\Gamma$  la función gamma. Esta expresión permite definir formalmente el volumen de una bola de dimensión no entera.

Hausdorff considera, ya en 1919, para un subconjunto de  $\mathbb{R}^n$  de características muy generales, la suma

$$\gamma(d) \cdot \sum \rho_m^d$$

Esta constituye una aproximación natural del volumen de la figura por medio de recubrimientos de la misma con bolas de radio  $\rho_m$ . Para obtener una expresión que no dependa del recubrimiento y sea intrínseca al objeto al que se refiere, es preciso fijar un radio máximo  $\rho$  y tomar el extremo inferior de la expresión sobre recubrimientos de radio  $\rho_m < \rho$ , para posteriormente hacer que  $\rho$  tienda a cero:

$$H^d(F) = \lim_{\rho \rightarrow 0} \inf_{\rho_m < \rho} \sum \rho_m^d$$

$H^d(F)$  recibe el nombre de *medida d-dimensional de Hausdorff*.

El teorema fundamental de la teoría afirma la existencia de un único valor  $\dim_{II}(F) \in \mathbb{R}$  verificando:

$$\text{para } d < \dim_{II}(F), \quad H^d(F) = \infty$$

$$\text{para } d > \dim_{II}(F), \quad H^d(F) = 0$$

Los detalles de esta y otras demostraciones pueden encontrarse en Roger (1970) o Falconer (1990).

Puede probarse también un hecho que sirve para caracterizar los atractores extraños: si la medida de Lebesgue de un conjunto es positiva, su dimensión de Hausdorff será un número entero; cuando un atractor en un espacio de fases tenga dimensión de Hausdorff no entera, estaremos en presencia de un atractor extraño.

La *dimensión de información*  $d_I$  se define como

$$d_I = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left( - \frac{\ln(I(\epsilon))}{\ln(\epsilon)} \right)$$

siendo  $I(\epsilon)$  la medida de información de Shannon (Shannon y Weaver, 1949) que se obtiene formalmente como

$$I(\epsilon) = - \sum_{i=1}^{N(\epsilon)} P_i \cdot \ln(P_i)$$

siendo  $P_i$  la frecuencia relativa de visitas de la órbita a la celda  $i$ -ésima del atractor recubierto por un total de  $N(\epsilon)$ .

Puede observarse que si todas las celdas son igualmente probables,  $P_i = N(\epsilon)^{-1}$  siendo  $d_I = d_c$ . En general,  $d_I \leq d_c$ .

La *dimensión puntual*  $d_p$  caracteriza el atractor midiendo la masa de puntos situados dentro de una serie de bolas con diferentes radios. Si  $\mu$  es la medida natural de probabilidad de un atractor, que nos proporciona la frecuencia relativa con que son visitadas las diferentes regiones del atractor por una órbita, consideremos la bola de centro  $x$  y radio  $\epsilon$ ,  $B_\epsilon(x)$ . Definimos entonces la dimensión puntual en  $x$  como

$$d_p = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\ln(\mu(B(\epsilon)))}{\ln(\epsilon)}$$

Estas dimensiones pueden escribirse mediante una expresión común que sirve para obtener toda una familia de *dimensiones generalizadas*, introducidas por Grassberger y Procaccia (1983):

$$d_q = \frac{1}{q-1} \frac{\log \left( \sum_{i=1}^N p_i^q \right)}{\log(\epsilon)}$$

donde  $p_i$  es la frecuencia relativa de puntos del atractor que se hallan contenidos en el  $i$ -ésimo elemento de un recubrimiento.

Los diferentes valores de  $q=0, 1, 2, \dots$  representan diversas características del atractor, cada una de las cuales tiene interés en sí misma.

$d_0$  es, justamente, la dimensión fractal o capacidad que tiene el sentido preciso de la dimensión de Hausdorff (1919).

$$d_0 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{-\log \left( \sum_{i=1}^N 1 \right)}{\log(\epsilon)} = -\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\log(N(\epsilon))}{\log(\epsilon)}$$

$d_1$  coincide con la dimensión de información  $d_I$  definida anteriormente.

$d_2$  se conoce como dimensión de correlación, y viene descrita en términos de correlación entera  $C(\epsilon)$  que representa, como veremos, la probabilidad de que dos puntos del atractor estén situados a una distancia menor que  $\epsilon$  (Grassberger y Procaccia, 1983).

Veamos la forma en que pueden emplearse estos conceptos en la caracterización de la geometría del pseudoespacio de fases de una serie temporal.

Consideremos una serie sumergida en el espacio  $m$ -dimensional  $\mathbb{R}^m$  mediante la construcción de las  $m$ -historias

$$\mathbf{x}_t^m = (x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-(m-1)}) \quad m \leq t \leq N$$

que permiten recrear la dinámica del proceso generador de datos.

La correlación entera  $C(\epsilon)$  se define como

$$C(\epsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N(N-1)} \Xi \left\{ (i, j), 1 < i, j < N, i \neq j : |x_i - x_j| < \epsilon \right\}$$

y proporciona la fracción de pares que se encuentran a una distancia inferior a  $\epsilon$ . La correlación entera proporciona una medida de la probabilidad sobre la  $\epsilon$ -proximidad de dos observaciones de la serie temporal.

Para un  $\varepsilon$  suficientemente pequeño  $C(\varepsilon)$  crece de manera exponencial de acuerdo con la tasa  $d$

$$C(\varepsilon) \approx \varepsilon^d,$$

proporcional a la masa existente en el interior de una bola de tal radio  $\varepsilon \in \mathbb{R}$ . El exponente  $d$  representa el conocido estadístico denominado *exponente de correlación o dimensión de correlación*. De forma análoga, es posible obtener un conjunto de estadísticos en el espacio de inmersión  $\mathbb{R}^m$  considerando las correlaciones enteras  $m$ -dimensionales

$$C_m(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N_m(N_m - 1)} \Xi \left\{ (i, j), m < i, j < N, i \neq j: \|x_i^m - x_j^m\| < \varepsilon \right\}$$

que proporciona un estimador de la probabilidad de que un par de  $m$ -historias  $(x_i^m, x_j^m)$  estén  $\varepsilon$ -próximas en  $\mathbb{R}^m$ .

Por simplicidad suele considerarse la norma del máximo, donde

$$\|x_i^m - x_j^m\| = \max_{k=0,1,2,\dots,m-1} \{ |x_{i-k} - x_{j-k}| \} < \varepsilon.$$

Para un valor suficientemente pequeño de  $\varepsilon$ ,  $C_m(\varepsilon)$  crece exponencialmente de acuerdo con la tasa  $d_m$

$$C_m(\varepsilon) \approx \varepsilon^{d_m},$$

proporcional a la masa existente en el interior de una bola de tal radio en  $\mathbb{R}^m$  y donde  $d_m$  representa una medida numérica del exponente de correlación.

Dada una dimensión de inmersión  $m$ , la dimensión de correlación  $d_m$  se define por medio del límite

$$d_m = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(C_m(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)}.$$

Existen otras formas alternativas de definir la dimensión de correlación

$$d_m = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\partial \log(C_m(\varepsilon))}{\partial \log(\varepsilon)}$$

que puede aproximarse para  $\varepsilon_j$  y  $\varepsilon_{j+1}$  suficientemente pequeños por la expresión

$$d_{m,j} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(C_m(\varepsilon_j)) - \log(C_m(\varepsilon_{j+1}))}{\log(\varepsilon_j) - \log(\varepsilon_{j+1})}$$

Tal aproximación supone considerar la dimensión de correlación  $d_{m,j}$  como la elasticidad puntual de  $C_m(\varepsilon)$  sobre  $\varepsilon$ .

Si un proceso determinista es el responsable del proceso generador de datos, entonces  $d_m$  se estabiliza al aumentar la dimensión de inmersión  $m$ , es decir que

$$d = \lim_{m \rightarrow \infty} d_m, \quad d < m$$

al producirse una saturación de la dimensión de correlación. Por el contrario, si la serie temporal tiene carácter aleatorio, por ejemplo, es ruido blanco en sentido estricto, la dimensión de correlación crece con la dimensión de inmersión  $m$  y no llega a estabilizarse. En este caso, el conjunto de las  $m$ -historias rellena completamente la bola de radio  $\varepsilon$  en el espacio de inmersión  $\mathbb{R}^m$ .

Grassberger y Procaccia (1983) muestran que diversos sistemas dinámicos caóticos bien conocidos, como son las ecuaciones logística, de Hénon, de Lorenz y de Mackey-Glass, no rellenan completamente el espacio para un valor suficientemente alto de la dimensión de inmersión. Ésta es una propiedad genérica de los procesos caóticos (Hsieh, 1991).

La dimensión de correlación  $d_m$  puede estimarse, para valores suficientemente pequeños de  $\varepsilon$  y un número de observaciones suficientemente grande  $N$ , mediante la regresión

$$\log(C_m(\varepsilon)) = \alpha + d_m \cdot \log(\varepsilon)$$

Se presenta, entonces, el contraste empírico que se realiza mediante la representación gráfica de  $\log(C_m(\varepsilon))$  vs.  $\log(\varepsilon)$  para los sucesivos valores de la dimensión de inmersión  $m$ . La pendiente de tal aproximación,  $d_m$ , constituye la dimensión de correlación que debe mantenerse acotada en el ruido caótico y crecer indefinidamente en el caso del ruido blanco en sentido estricto.

Existen problemas asociados al cálculo de la dimensión de correlación propuesta por Grassberger y Procaccia. Surgen, por un lado, de la propia elección del parámetro  $\varepsilon$ , pues valores elevados provocarían valores constantes de  $C_m(\varepsilon)$  para cada  $m$ , ya que la mayor parte de los puntos dentro del atractor reconstruidos estarían  $\varepsilon$ -próximos; por el contrario, valores excesivamente pequeños conducirían a estimaciones imprecisas, puesto que la dimensión de correlación identificaría pocos puntos  $\varepsilon$ -próximos en el espacio de inmersión  $\mathbb{R}^m$ .

Por otro lado, existen otras limitaciones relacionadas con la escasez de datos de las series empíricas procedentes de la observación de fenómenos económicos y financieros que limita la fiabilidad del procedimiento en tales situaciones. En este sentido, se han vertido numerosas críticas respecto a la estabilización de la correlación entera como procedimiento de

detección del caos, alegándose que no hay forma de verificar si un proceso tiene dimensión de correlación infinita con una cantidad finita de observaciones (Scheinkman y LeBaron, 1989).

De forma paralela, Ramsey y Yuan (1989) muestran, para pequeños conjuntos de datos como los disponibles en las series económicas, que la estimación de los parámetros  $\alpha$  y  $d_m$  en la regresión anterior sesga las estimaciones de  $d_m$  hacia la baja, pudiendo producirse falsas detecciones de caos en procesos puramente aleatorios. Ciertos modelos estocásticos no lineales de la familia ARCH exhiben dependencias similares a los modelos caóticos de forma que, si se analizan las pendientes de los gráficos  $\log(C_m(\epsilon))$  vs.  $\log(\epsilon)$  señalados, puede detectarse una tasa de crecimiento inferior a la dimensión de inmersión  $m$  (Scheinkman y LeBaron, 1989).

Finalmente, otros autores han alegado que el procedimiento gráfico de Grassberger y Procaccia no es un test estadístico que permita contrastar de manera fiable la existencia de caos en una serie temporal (Hsieh, 1991).

### 2.6.3 Contraste estadístico BDS

El contraste estadístico BDS es un potente método no paramétrico propuesto por Brock, Dechert y Scheinkman (1987) que se diseñó para detectar la presencia de patrones ocultos potencialmente predecibles e indicios de no linealidades en series temporales. Inicialmente fue concebido para detectar la presencia de caos en series temporales como una forma de plasmar en un test estadístico el contraste de Grassberger y Procaccia. Posteriormente se mostró que el BDS también tenía alto poder frente a un amplio conjunto de procesos no lineales que también incluía a los estocásticos (Frank y Stengos, 1988), (Brock, Dechert, LeBaron y Scheinkman, 1996).

En el análisis de series temporales debe plantearse, como cuestión previa, si existe evidencia de estructuras no lineales en las series de observaciones que se pretenden estudiar. Tal evidencia apoyaría la idea de que los métodos tradicionales de predicción lineal pueden no funcionar debidamente. En tal caso, puede acudir al uso de métodos no lineales. Para investigar este hecho, se aplicará el contraste estadístico BDS.

Este test estadístico contrasta la hipótesis nula sobre si la serie temporal  $\{x_t\}_{t=1,2,\dots,N}$  es una muestra aleatoria de observaciones independientes e idénticamente distribuidas (IID) frente a una hipótesis alternativa no especificada. El rechazo de esta hipótesis nula es consistente con diversas formas de dependencia no lineal en los datos, los cuales podrían haber sido generados por un sistema determinista lineal, un sistema estocástico no lineal o un sistema determinista no lineal.

El contraste BDS es también un contraste de especificación al poder ser aplicado para contrastar la bondad del ajuste de un modelo econométrico específico. Si el modelo estuviese correctamente especificado y no existiese estructura en los errores estandarizados de predicción, el estadístico BDS no sería significativo al ser aplicado sobre dicha serie de errores (Brock, Dechert, LeBaron y Scheinkman, 1996).

Brock *et al.* (1987) utilizaron para la construcción de este contraste la noción de correlación entera  $C(\epsilon)$ , introducida por Grassberger y Procaccia.

Sea  $\{x_t\}_{t=1,2,\dots,N}$  una secuencia temporal de observaciones independientes e idénticamente distribuidas. Se construirán vectores  $m$ -dimensionales formados por los términos consecutivos de dicha serie temporal en un espacio de inmersión  $m$ -dimensional  $\mathbb{R}^m$ ,

$$\mathbf{x}_t^m = (\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}, \dots, \mathbf{x}_{t-(m-1)}) \text{ donde } t = m, m+1, \dots, N$$

Denotaremos por  $F(\mathbf{x}_t^m)$  la distribución conjunta de las variables  $\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t-1}, \dots, \mathbf{x}_{t-(m-1)}$ .

Si la serie temporal es causada por un mecanismo de generación de datos independientes e idénticamente distribuidos, la distribución conjunta de una  $m$ -historia debiera factorizarse por medio de  $m$  distribuciones marginales idénticas

$$F(\mathbf{x}_t^m) = \prod_{k=0}^{m-1} F(\mathbf{x}_{t-k}) = [F(\mathbf{x}_t)]^m.$$

Definiéndose la correlación integral como:

$$C_m(\varepsilon) \equiv \int_X \int_X I_\varepsilon(\mathbf{x}_i^m, \mathbf{x}_j^m) dF(\mathbf{x}_i^m, \mathbf{x}_j^m)$$

donde

$$I_\varepsilon(\mathbf{x}_i^m, \mathbf{x}_j^m) = \begin{cases} 1 & \text{si } \|\mathbf{x}_i^m - \mathbf{x}_j^m\| < \varepsilon \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

es la función indicatriz (o de Heavyside). Por simplicidad, en la implementación práctica se utilizará la norma del máximo definida en  $\mathbb{R}^m$ .

Un estimador consistente de dicha correlación integral es

$$C_{m,N}(\varepsilon) = \frac{2}{N_m(N_m - 1)} \sum_{i < j} I_\varepsilon(\mathbf{x}_i^m, \mathbf{x}_j^m)$$

donde  $N_m = N - (m - 1)$ ; verificándose para sistemas no lineales estocásticos y deterministas caóticos, cuando  $N \rightarrow \infty$ , que

$$C_{m,N}(\varepsilon) \rightarrow C_m(\varepsilon) \equiv \Pr \text{ ob} \left\{ \|\mathbf{x}_i^m - \mathbf{x}_j^m\| < \varepsilon \right\}$$

con probabilidad 1, excepto para un conjunto de medida nula.

Intuitivamente la correlación entera se define como el estimador de la probabilidad de que dos  $m$ -historias  $(\mathbf{x}_i^m, \mathbf{x}_j^m)$  del espacio vectorial de inmersión  $\mathbb{R}^m$  se encuentren  $\varepsilon$ -próximas entre sí, es decir,

$$C_{m,N}(\varepsilon) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \Pr \text{ ob} \left\{ \|\mathbf{x}_{i-k} - \mathbf{x}_{j-k}\| < \varepsilon, \forall k = 0, 1, \dots, m-1 \right\}$$

Si las variables  $\mathbf{x}_t$  son independientes entre sí entonces para  $|t-s| > m$  se obtendrá

$$C_{m,N}(\varepsilon) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \prod_{k=0}^{m-1} \Pr \text{ ob} \left\{ \|\mathbf{x}_{i-k} - \mathbf{x}_{j-k}\| < \varepsilon \right\}$$

y como  $\mathbf{x}_t$  están idénticamente distribuidas, concluiremos

$$C_{m,N}(\varepsilon) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \left( \Pr \text{ ob} \left\{ \|\mathbf{x}_{i-k} - \mathbf{x}_{j-k}\| < \varepsilon \right\} \right)^m$$

Así pues, bajo la hipótesis nula de que  $x_t$  es IID con una función de distribución acumulativa no degenerada  $F$ , puede demostrarse para  $m$  y  $\varepsilon$  fijos que

$$C_{m,N}(\varepsilon) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} C(\varepsilon)^m \quad \text{con probabilidad 1.}$$

Brock, Dechert y Scheinkman (1987) demostraron además que  $[C_{m,N}(\varepsilon) - C(\varepsilon)^m]$  tiene una distribución asintótica normal, con media cero y varianza

$$\sigma_m^2(\varepsilon) = 4 \cdot \left[ K^d + 2 \sum_{k=0}^{m-1} K^{m-k} C^{2k} + (m-1)^2 C^{2m} - m^2 K C^{2m-2} \right]$$

donde

$$C = C(\varepsilon) \equiv \int_X [F(x_t + \varepsilon) - F(x_t - \varepsilon)] dF(x_t),$$

$$K = K(\varepsilon) = \int_X [F(x_t + \varepsilon) - F(x_t - \varepsilon)]^2 dF(x_t).$$

Pudiéndose estimar consistentemente  $C(\varepsilon)$  por  $C_{1,N}(\varepsilon)$ , y  $K(\varepsilon)$  por

$$K_N(\varepsilon) = \frac{6}{N_m(N_m - 1)(N_m - 2)} \sum_{i < j < k} h_\varepsilon(x_i^m, x_j^m, x_k^m)$$

para cuya expresión,

$$h_\varepsilon(x_i^m, x_j^m, x_k^m) = \frac{[I_\varepsilon(x_i^m, x_j^m) I_\varepsilon(x_j^m, x_k^m) + I_\varepsilon(x_i^m, x_k^m) I_\varepsilon(x_k^m, x_j^m) + I_\varepsilon(x_j^m, x_i^m) I_\varepsilon(x_i^m, x_k^m)]}{3}$$

Por lo tanto, podemos estimar consistentemente dicha varianza  $\sigma_m^2(\varepsilon)$  por el estadístico  $\sigma_{m,N}^2(\varepsilon)$ , que se obtiene al reemplazar  $C$  y  $K$  en la expresión de  $\sigma_m^2(\varepsilon)$  por  $C_{1,N}(\varepsilon)$  y  $K_N(\varepsilon)$ .

Entonces, el estadístico BDS

$$W_{m,N}(\varepsilon) = \sqrt{N} \frac{[C_{m,N}(\varepsilon) - C_{1,N}(\varepsilon)^m]}{\sigma_{m,N}(\varepsilon)}$$

se comporta asintóticamente como una variable aleatoria con distribución normal estándar, bajo la hipótesis nula de IID de partida.

En cualquier contraste, debemos tener la seguridad de que su distribución muestral está bien aproximada por su distribución asintótica. El contraste BDS presenta complicaciones adicionales a la hora de elegir el valor de los parámetros que intervienen, como la dimensión de inmersión  $m$  y la distancia dada  $\varepsilon$  (que suele expresarse en unidades de desviaciones estándar de los datos,  $\sigma$ ). Por lo tanto, deben determinarse previamente los valores de  $m$  y  $\sigma$ . Si  $m$  es demasiado grande en relación con el tamaño muestral, el estadístico BDS se comportará mal

puesto que se tendrán pocas  $m$ -historias independientes no solapadas. Si  $\sigma$  es demasiado pequeño o demasiado grande, el estadístico BDS también se comportará mal ya, que habrá pocos o demasiados puntos próximos a uno dado.

Brock, Hsieh y LeBaron (1991) proponen los resultados del estadístico BDS para valores de  $m$  desde 2 a 8 y para valores de  $\varepsilon$  en el rango desde  $0.5\sigma$  a  $2\sigma$ .

El contraste BDS constituye una potente herramienta para detectar la presencia de estructuras (lineal o no) en los datos, de esta forma, el rechazo de la hipótesis nula de IID no implica automáticamente aceptar la presencia de una dependencia no lineal.

Un procedimiento indirecto de detección de estructura no lineal fundamentado en este contraste consistiría en evidenciar la existencia posible de una componente no lineal en una serie de observaciones, al sustraer previamente su componente lineal. Se eliminaría la dependencia lineal ajustando un modelo AR( $p$ ) con parámetros  $p=0,1,2,\dots,5$  a la serie de datos que minimiza, por ejemplo, el criterio de información de Akaike (1974) o el criterio de Schwartz (1978). Así pues, una vez obtenida la serie residual tras la modelización lineal adecuada, se aplicará el contraste estadístico citado para detectar la persistencia de una estructura no lineal en el proceso generador de datos.

Para complementar este procedimiento, Scheinkman y LeBaron (1989) proponen recrear una nueva serie de observaciones con la misma longitud que la serie original, generada al muestrear aleatoriamente y sin reemplazamiento dichos datos. La nueva serie desordenada a partir de la anterior será completamente aleatoria, aunque preservando la distribución original. Si la hipótesis nula de independencia y distribución idéntica fuese aceptada al aplicar el contraste estadístico BDS a dicha serie desordenada evidenciaría la existencia de una estructura de dependencia no lineal presente en la serie original destruida con el proceso de muestreo aleatorio.

## 2.6.4 Detección de no linealidades y caos en series económicas y financieras

Numerosas investigaciones empíricas desarrolladas sobre las series financieras revelan que sus rendimientos parecen obedecer a un modelo de martingala. Este hecho abre un sinnúmero de posibilidades como formas de dependencia no lineal.

Durante los últimos años la distinción entre procesos deterministas caóticos y estocásticos no lineales ha despertado un creciente interés en la literatura econométrica, aunque los resultados publicados reflejan numerosas controversias.

Barnett y Chen (1988a,b) confirman, utilizando técnicas de dimensión de correlación, la existencia de estructuras no lineales, posiblemente de naturaleza caótica, en series de agregados monetarios. Tal hipótesis es corroborada por DeCoster y Mitchell (1991, 1994) sobre la misma serie de observaciones. Las investigaciones llevadas a cabo por Ramsey y Rothman (1992, 1994) encuentran evidencias de estructuras no lineales en tales agregados monetarios, pero no la presencia de caos. Por el contrario, Jaditz y Sayer (1998) concluyen que dichas series tienen un comportamiento estocástico, basándose en la baja eficiencia predictiva obtenida de la predicción extramuestral.

No obstante, han sido publicadas varias réplicas donde se aportan evidencias de dinámica caótica en la serie monetaria Divisa L de la velocidad de circulación (Barnett y Hinich, 1992, 1993), (De Coster y Michell, 1994), (Serletis, 1995).

Recientemente, Barnett y Jensen actuando como directores de una competición sobre predicción extramuestral en series desconocidas previamente por los participantes, simularon datos generados por una gran variedad de procesos de datos (caóticos, media móvil no lineal, ARMA, ARCH y GARCH) con el fin de evaluar el comportamiento de los diferentes contrastes existentes para distinguir entre procesos deterministas no lineales y procesos estocásticos no lineales. Se utilizaron dos tamaños muestrales, 380 y 2000 observaciones. El resultado, en el que intervinieron renombrados expertos en este área, proporcionó una información sorprendente sobre la función de potencia de los mejores test considerados como detectores de no linealidad y caos ruidoso en datos económicos y financieros: el test BDS (Brock *et al.*, 1996), el contraste biespectral de Hinich (Hinich, 1982), el test de los exponentes de Lyapunov NEGM (Nychka *et al.*, 1992), el test de White (White, 1989a) y el test de Kaplan (Kaplan, 1994). Las conclusiones de los autores de la competición fue clara: ninguno de estos contrastes tiene la habilidad de aislar el origen de la no linealidad o caos que pudiesen subyacer en la estructura de la economía (Barnett *et al.*, 1997).

Los hallazgos sobre la evidencia de caos en rendimientos de series financieras es fragmentaria. El contraste que se ha empleado con más generalidad es el de la dimensión de correlación y el del cálculo del máximo exponente de Lyapunov.

En las series bursátiles existen numerosos estudios empíricos que revelan conclusiones diversas. Scheinkman y LeBaron (1989) encuentran escasa evidencia de comportamiento caótico en series de rendimientos diarios y semanales en una cartera confeccionada por el Centro de Investigaciones sobre el Precio de las Acciones de la Universidad de Chicago (CRSP). Hsieh (1991), aunque sí acepta la existencia de dependencias no lineales, descarta la presencia de caos de baja dimensión en series de bolsa semanales procedentes de la misma fuente, inclinándose hacia causas relacionadas con la heterocedasticidad condicional como explicación del comportamiento de las series. Peters (1991) señala la existencia de un atractor caótico de baja dimensión en el índice S&P 500 de la bolsa de valores de Nueva York. En esta misma línea se sitúa el trabajo de Eldridge *et al.* (1995), que revela la presencia de caos empleando datos intradiarios *tick by tick*.

En las series de tipos de cambio el debate se produce con idéntica firmeza. Hsieh (1989) concluye que existen fuertes dependencias no lineales en los rendimientos de cinco series cambiarias diarias respecto al dólar estadounidense: libra esterlina, dólar canadiense, marco alemán, yen japonés y franco suizo, para un período que cubre desde el 2 de enero de 1974 al 30 de diciembre de 1983. Hsieh resalta que la no linealidad se introduce a través de las varianzas más que de las medias, lo cual es consistente con la presencia de heterocedasticidad condicional. Bajo, Fernández y Sosvilla (1992) sugieren caos determinista de baja dimensión en series de rendimientos diarios de tipos de cambio peseta/dólar estadounidense, al contado y futuros a uno y tres meses, para un período que abarca desde enero de 1985 hasta mayo de 1991, mediante el análisis combinado de la dimensión de correlación y el máximo exponente de Lyapunov. Igualmente De Grauwe *et al.* (1993) deducen la existencia de comportamiento caótico en las series de rendimientos cambiarios: libra esterlina/dólar estadounidense durante el período 1973-1981 y yen japonés/dólar estadounidense durante el período 1973-1990. No encuentran tales evidencias caóticas en la serie de rendimientos marco alemán/dólar estadounidense. Papell y Sayers (1990), Medio y Gallo (1993) y Tan Pan (1995) sugieren de nuevo la presencia de caos de baja dimensión en diversas series de tipos de cambio. Por el contrario, Cecen y Erkal (1996) no encuentran evidencia de la existencia de un proceso determinista caótico causante de las no linealidades contrastadas en los rendimientos de las series de tipos de cambio: marco alemán/dólar estadounidense, franco suizo/dólar estadounidense, yen japonés/dólar estadounidense y dólar estadounidense/libra esterlina al contado, con frecuencia horaria que recorre el intervalo desde las 0:00 horas del 2 de enero de 1986 hasta las 11:00 horas del 15 de julio de 1986.

## 2.7 Modelización y predicción de sistemas caóticos

El problema básico en el campo de los sistemas dinámicos caóticos discretos, como ya señalamos, trata de descubrir el comportamiento asintótico de las iteraciones de una función no lineal que las gobierna. El problema inverso es más complicado, consiste en reconstruir una función no lineal discreta que gobierna un sistema del que sólo se conoce una serie temporal. Esta función no lineal reconstruida podría ser empleada como un modelo predictivo del sistema dinámico subyacente (Casdagli, 1989).

Sea una función no lineal diferenciable

$$F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

que da lugar a un atractor extraño  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ , siendo

$$\bar{y}_t = F^t(\bar{y}_0), t \in \mathbb{N}$$

una secuencia de iteraciones o vectores de estado que evolucionan manteniéndose sobre  $\Omega$ . Basándonos en las hipótesis referidas al atractor ya establecidas, el conocimiento tanto del estado en un instante temporal de un sistema como de la función  $F$  nos permite determinar la evolución futura de dicho sistema, del que observa una variable  $x$ , tal que  $h(\bar{y}) = x$ .

La segunda fase en la resolución del problema inverso consiste en, dada una sucesión de iteraciones de un sistema dinámico multidimensional en el espacio  $\mathbb{R}^m$

$$\bar{y}_t, t \in \mathbb{N},$$

reconstruir la relación funcional no lineal desconocida  $F$  que rige su evolución por medio de una función no lineal. Esta función no lineal deberá ligar la evolución futura de cada vector de estados presente  $\bar{y}_t$  con el siguiente  $\bar{y}_{t+1}$ ,

$$\tilde{F}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

de forma que

$$\bar{y}_{t+1} = \tilde{F}(\bar{y}_t), 0 \leq t < \infty.$$

La solución teórica de este problema inverso es única por la continuidad de la función  $F$  y la densidad del conjunto de vectores de estado  $\bar{y}_t$  en  $\Omega$

$$F|_{\Omega} = \tilde{F}|_{\Omega}.$$

Desde el punto de vista empírico, el problema inverso consiste en la reconstrucción de la dinámica  $F$  empleando únicamente un número finito de iteraciones

$$\bar{y}_t, 1 \leq t \leq N,$$

perdiéndose entonces la unicidad en la obtención de la función de ajuste  $\tilde{F}$ .

Esta técnica requiere un procedimiento de interpolación de datos que aproxime la dinámica  $F$ . Cuando  $n > 1$  el problema inverso equivale a ajustar  $n$  funciones proyección a partir de los pares de puntos  $(\bar{y}_t, \Pi_i \bar{y}_{t+1}), 1 \leq t \leq N-1$ .

Si se intenta encontrar una aproximación funcional explicativa que capture las propiedades dinámicas peculiares a partir de la secuencia finita de iteraciones señalada, asistimos a la construcción de un modelo. Si únicamente se persigue pronosticar con precisión la evolución futura de estados desconocidos del sistema  $\bar{y}_{t+\eta}$  con  $t+\eta > N$ , estamos construyendo un predictor.

A efectos prácticos, la atención se centrará en las técnicas numéricas para la construcción de predictores no lineales a partir de una secuencia de valores escalares observados expresados a través de una serie temporal  $\{x_t\}_{t=1,2,\dots,N}$ .

En el marco teórico presentado por el Teorema de Inmersión de Takens (que asegura el conocimiento de las  $m$ -historias formadas por los  $m$  términos consecutivos

$$x_t^m \equiv (x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-(m-1)})$$

de dicha serie es esencialmente equivalente al conocimiento del estado actual del sistema  $\bar{y}_t$ ), se comenzará por sumergir la serie temporal en un espacio vectorial  $m$ -dimensional. A continuación, se intentará aproximar la dinámica del sistema sobre dicho pseudoespacio para describir su evolución futura o predicciones extramuestrales de interés.

El mecanismo generador de datos en el pseudoespacio reconstruido es una función no lineal discreta

$$f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$$

y la secuencia de vectores generados por dicha dinámica reconstruida es

$$\{x_t^m\}_{t=m, m+1, \dots, N}$$

El objetivo es aproximar la función  $f$ , es decir, encontrar una función no lineal

$$\tilde{f}_N : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$$

tal que

$$x_{t+1}^m = \tilde{f}_N(x_t^m) = (x_{t+1}, x_t, \dots, x_{t-m})$$

o, equivalentemente, dada la reconstrucción sugerida por Takens, encontrar las proyecciones

$$\Pi_i \tilde{f}_N : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, m$$

de forma que

$$\Pi_i \tilde{f}_N(x_t^m)$$

determina la evolución futura de la  $i$ -ésima componente de  $\mathbf{x}_{t+1}^m$ . Debido a que el interés se centra en predecir únicamente la proyección que da lugar a la componente  $x_{t+1}$ , dicha predicción vendrá expresada empleando una notación más sencilla, por

$$\tilde{f} : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$$

tal que

$$x_{t+1} = \tilde{f}(\mathbf{x}_t^m), \quad m \leq t \leq N-1$$

Esta aproximación puede ser utilizada para predecir el comportamiento de la, desconocida, futura evolución de su dinámica, cuando  $t \geq N$ .

En el conjunto de posibles funciones de aproximación se distinguen dos clases básicas, *global* y *local*, dependiendo de si se intenta o no aproximar la evolución temporal sobre el pseudoespacio de estados completo.

Con el fin de las diferencias entre ambos tipos de aproximaciones, se define el siguiente conjunto de segmentos históricos  $m$ -dimensionales

$$\mathcal{J} = \{ \mathbf{x}_s^m : s \in I_t \}$$

donde  $I_t$  corresponde a la información histórica utilizada para estimar un modelo útil de predicción para la observación  $x_{t+1}$  perteneciente al conjunto de observaciones

$$\rho = \{ \mathbf{x}_t : N_f < t \leq N \},$$

que queremos predecir.

Una *aproximación global* vendrá caracterizada por una función

$$\tilde{f} : \mathcal{J} \subseteq \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$$

que ajuste el conjunto total de datos disponibles

$$x_{s+1} = \tilde{f}(\mathbf{x}_s^m) + \varepsilon_{s+1}, \quad \mathbf{x}_s^m \in \mathcal{J}$$

donde  $I_t = \{j : 1 \leq j \leq t\}$ . Su dominio será, así, todo el pseudoespacio de fases y la expresión del término  $\varepsilon_t$  constituye una serie de errores de ajuste. Esta aproximación es un modelo que recoge las propiedades globales de la dinámica reconstruida, y es usada para pronosticar el valor de los datos desconocidos futuros  $x_{t+\eta}$  con  $\eta > 0$ <sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> El parámetro  $\eta$  indica el período de extrapolación predictivo. Una predicción  $\eta$  pasos hacia adelante se genera con la única información contenida en  $I_t$  en cualquiera de las dos aproximaciones reseñables.

Una *aproximación local* vendrá caracterizada por una función

$$\tilde{f} : \mathcal{J} \subseteq \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$$

que ajuste un subconjunto de puntos pertenecientes al entorno del segmento

$$\mathbf{x}_s^m = (x_s, x_{s-1}, \dots, x_{s-(m-1)}),$$

anterior a la observación  $x_{s+1}$  que se pretende predecir

$$x_{s+1} = \tilde{f}(\mathbf{x}_s^m) + \varepsilon_{s+1}, \quad \mathbf{x}_s^m \in \mathcal{J}$$

el conjunto de información  $I_t$  se refiere, en este caso, sólo a los segmentos del pseudoespacio de fases situados en un entorno de  $\mathbf{x}_s^m$ . Su dominio, por tanto, sólo será un subconjunto de puntos del pseudoespacio de fases y  $\varepsilon_t$  constituye, como antes, una serie de errores de ajuste. Esta aproximación recoge solamente las propiedades locales de la dinámica reconstruida, y es usada exclusivamente con fines predictivos.

A la hora de realizar predicciones sobre una serie temporal, Farmer y Sidorowich (1987) consideran, en general, poco apropiada la utilización de una técnica global, pues su puesta en práctica implicaría la composición de  $f$  consigo misma, lo que suele provocar un incremento exponencial de los errores de predicción. Estos autores afirman, además, que las aproximaciones locales generan mejores resultados que las globales, concretamente cuando el conjunto de información es relativamente extenso (Farmer y Sidorowich, 1988). En la mayoría de las aproximaciones globales, se alcanza un punto de saturación a partir del cual se produce una disminución de eficiencia en la predicción. A partir de entonces, sólo se logra una mejora marginal en la precisión con la introducción de más información, más parámetros en la representación de la función  $\tilde{f}$  o con la intervención de términos de orden más elevado. Pero, hacer más compleja la función  $\tilde{f}$  sólo conduce, en general, al deterioro de la predicción. Cuando se emplean aproximaciones locales pueden obtenerse representaciones eficientes para un conjunto de información dado. La ampliación del dominio a través de la expansión del entorno considerado resulta, en la mayoría de los casos, más conveniente que aumentar el número de parámetros del modelo.

En la literatura financiera existen numerosos métodos para aproximar la dinámica local dentro de un entorno, tales como las aproximaciones polinómicas de varios órdenes, funciones racionales, funciones radiales de base, redes neuronales, etc. (ver para una panorámica, Farmer y Sidorowich, 1988).

La hipótesis de trabajo normalmente adoptada baraja la existencia de una estructura no lineal en los datos que puede ser explotada para mejorar las predicciones a corto plazo. Se asumirá que los datos han sido originados por un sistema generador, presumiblemente no lineal y, posiblemente, perturbado por ruido adicional. Una idea crucial, tanto de Farmer y Sidorowich (1987) como de Sugihara y May (1990), sostiene que la capacidad de hacer predicciones a corto plazo, con alto grado de precisión, a partir de métodos deterministas no lineales es el síntoma más palpable de la existencia de caos de baja dimensión. Retomaremos esta idea numerosas veces en este trabajo.

### 2.7.1 Predicción Nearest Neighbours o por ocurrencias análogas

A continuación, vamos a describir una metodología de predicción local, basada en las ocurrencias análogas entre patrones de comportamiento de una serie, que se conoce en la literatura como NN (nearest neighbours).

Dada una serie temporal  $\{x_t\}_{t=1,2,\dots,N}$ , en orden a detectar patrones de comportamiento dinámico, realizaremos una vectorización de dicha serie a través de los segmentos formados por los términos consecutivos de la misma, que se considerarán elementos de un espacio vectorial real cuya dimensión se denomina dimensión de inmersión,  $m$ .

Para ello formamos las  $m$ -uplas

$$\mathbf{x}_t^m = (x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-(m-1)}) \quad \text{donde } t = m, m+1, \dots, N$$

que a menudo se denominan  $m$ -historias en la serie temporal.

El conjunto de todas las  $m$ -historias es considerado como el pseudoespacio de un sistema dinámico  $m$ -dimensional definido por la serie temporal, y reflejará sus propiedades. El espacio  $m$ -dimensional  $\mathbb{R}^m$  juega el papel de pseudoespacio de fases reconstruido de la serie temporal, y su papel es crucial en el desarrollo de los predictores por analogías, puesto que permitirá analizar la evolución de pautas de comportamiento dinámico dentro de la serie.

El Teorema de Inmersión de Takens (1981) establece que si un sistema dinámico  $n$ -dimensional es conocido únicamente por medio de una serie temporal univariante, de modo genérico, la dinámica de dicho sistema reconstruida por medio del pseudoespacio de fases de la serie en  $\mathbb{R}^m$  reproduce, para  $m \geq 2n+1$ , la dinámica original (en la cual  $n$  es la dimensión de la variedad donde se genera originalmente la dinámica), en el sentido de la equivalencia dinámica de sistemas.

La creación a través de este proceso de vectorización de las  $N-m+1$   $m$ -historias partiendo de  $N$  escalares que conforman la serie temporal, permitirá recrear la dinámica del sistema para un  $m$  suficientemente elevado, al indicar pautas solapadas de comportamiento de la misma.

Según la visión del caos determinista, la apariencia ruidosa de la serie original sometida a esta recreación vectorial (basada en una correcta determinación de la dimensión de inmersión  $m$ ) permitirá la reconstrucción de una compleja estructura en el espacio de fases conocida como atractor de la serie temporal, un conjunto invariante que atrae las trayectorias cercanas. Estos atractores, lejos de estar formados por puntos distribuidos al azar, tienen características determinísticas geométricas y dinámicas (Schuster, 1988).

Como hemos visto en los modelos de predicción local, por ocurrencias análogas, se aprovecha la información dinámica contenida en un determinado vector  $x_t^m$  para buscar en el pasado de la serie vectorizada comportamientos dinámicos similares a través de los cuales establecer la evolución futura a corto plazo. Esta evolución será obtenida por un método de regresión lineal, a partir de la evolución de cada una de las ocurrencias análogas encontradas.

Geoméricamente, el mecanismo de predicción se basa en que los vectores similares seleccionados describen, en conjunto, la dinámica subyacente que gobierna su entorno. Esta idea es mostrada en la Figura 2.7.1.

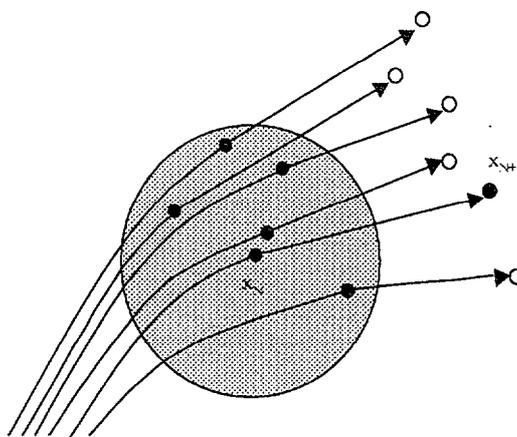


Figura 2.7.1: Descripción gráfica de la aproximación local.

Lejos de constituir una pérdida de información, este método va a permitir el análisis de series cuya modelización global podría resultar extraordinariamente compleja, pues las predicciones se realizan sin la necesidad de construir previamente un modelo de la serie temporal.

Con este objetivo, dada la serie temporal  $\{x_t\}_{t=1,2,\dots,N}$ , se considera la última m-historia disponible

$$x_N^m = (x_N, x_{N-1}, \dots, x_{N-(m-1)})$$

La predicción del valor futuro de la serie temporal  $\eta$ -instantes hacia delante,  $x_{N+\eta}$ , vendrá expresado por la relación funcional o carta local aproximada

$$x_{N+\eta} = \tilde{f}(x_N^m),$$

siendo  $\tilde{f}$  un predictor local cuyo dominio será una restricción del espacio de fases  $\mathbb{R}^m$  al subconjunto m-historias similares del entorno de  $x_N^m$  en  $\mathbb{R}^m$ ,

$$x_{j_1}^m, x_{j_2}^m, \dots, x_{j_k}^m$$

La similitud de dos  $m$ -historias está asociada, desde el punto de vista de Lorenz (1963), con la proximidad a uno de la correlación serial entre dichas  $m$ -uplas. Fernández (1992) llama a este criterio principio de similitud de Lorenz

$$x_i^m \text{ similar a } x_j^m \Leftrightarrow \rho(x_i^m, x_j^m) \cong 1$$

La selección de las  $m$ -historias similares

$$x_{j_1}^m, x_{j_2}^m, \dots, x_{j_k}^m$$

se efectúa, entonces, considerando el

$$\max_i \left\{ \rho(x_i^m, x_N^m) / i \in [m, N-1] \right\}$$

Alternativamente al criterio de selección de las  $m$ -historias similares a  $x_N^m$ , pueden añadirse otros dos consistentes en minimizar respectivamente las funciones

$$\|x_i^m - x_j^m\| \quad \text{y} \quad 1 - \cos(x_i^m, x_j^m)$$

donde  $\|\cdot\|$  representa la distancia euclídea y  $\cos(\cdot)$  el coseno del ángulo que forman dichas historias en el pseudoespacio de fases, respectivamente.

Fernández (1992) analiza las razones que justifican estos sistemas de selección, estableciendo la equivalencia de similitudes de comportamiento, obtenido por los tres criterios, para cualquier serie caótica sumergida en  $\mathbb{R}^m$ , y para un  $m$  suficientemente grande. Según Fernández (1992), desde el punto de vista de la predicción por analogías resulta teóricamente indiferente cuál de los tres criterios se emplee para la elección de las  $m$ -historias próximas. La información previa que condicionan las tres funciones de similitud es equivalente.

Un predictor  $\hat{x}_{n+1}$  es algún tipo de regla extrapolativa que predice la observación  $x_{n+1}$  utilizando la información contenida en los  $k$  puntos próximos

$$x_{j_1}^m, x_{j_2}^m, \dots, x_{j_k}^m$$

y sus observaciones subsecuentes

$$x_{j_1+1}, x_{j_2+1}, \dots, x_{j_k+1},$$

de la forma

$$\hat{x}_{n+1} = F(x_{j_1}^m, x_{j_2}^m, \dots, x_{j_k}^m, x_{j_1+1}, x_{j_2+1}, \dots, x_{j_k+1},)$$

Una vez se logra establecer el dominio de la aproximación local  $\tilde{f}$ , se ha de elegir su forma funcional dentro de la amplia gama de sistemas de predicción no paramétricos. Diversos autores han demostrado la eficacia de las aproximaciones lineales locales frente a las aproximaciones globales cuando la serie temporal no presenta un elevado número de términos (Farmer y Sidorowich, 1987) (Gershenfeld y Weigend, 1994). Adoptando una forma funcional lineal autorregresiva de orden  $m+1$ ,

$$x_{N+\eta} = a_0(N) + a_1(N) \cdot x_N + a_2(N) \cdot x_{N-1} + a_3(N) \cdot x_{N-2} + \dots + a_m(N) \cdot x_{N-(m-1)} + \varepsilon_{N+\eta}$$

estos coeficientes  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_m \in \mathbb{R}$  dependientes del instante temporal  $N$ , se estimarán por medio de una regresión mínimo-cuadrática a partir de las evoluciones futuras de las  $m$ -historias contenidas en el dominio

$$x_{j_1+\eta}, x_{j_2+\eta}, \dots, x_{j_k+\eta}$$

sobre los valores actuales de dichas  $m$ -historias,

$$x_{j_1}^m, x_{j_2}^m, \dots, x_{j_k}^m$$

de manera que logremos minimizar la suma de los errores cuadráticos

$$\sum_{i=1}^k (x_{j_i+\eta} - \hat{x}_{j_i+\eta})^2$$

siguiendo el esquema autorregresivo citado.

Esta forma de evaluar la predicción correspondiente a una extrapolación temporal  $\eta$ , se denomina *predicción directa*. Otra alternativa, denominada *predicción iterativa*, está basada en la creación de una sucesión de predicciones que incorporan, iterativamente, las predicciones ya realizadas sobre las observaciones  $x_{N+r}$  con  $r < \eta$ , con el fin de predecir  $x_{N+\eta}$ .

El modelo de predicción lineal local contiene dos parámetros que deben ser determinados a priori: la dimensión de inmersión  $m$ , con la cual reconstruiremos la dinámica de la serie y  $k$ , el número de puntos similares a la  $m$ -historia inmediatamente anterior a la observación que se desea predecir.

Existen varios criterios para la selección óptima de los parámetros  $m$  y  $k$  en función del número de observaciones disponibles, de la dimensión de correlación, etc., e incluso pueden establecerse cotas inferiores y superiores en el número de puntos próximos (Farmer y Sidorowich, 1988).

Dada la serie temporal  $\{\mathbf{x}_t\}_{t=1,2,\dots,N}$ , Casdagli (1991) considera un subconjunto  $\{\mathbf{x}_{N-n_0}, \mathbf{x}_{N-n_0+1}, \dots, \mathbf{x}_N\}$  de las observaciones como subconjunto de prueba. Los parámetros  $m$  y  $k$ , que caracterizan el predictor  $\hat{\mathbf{x}}_{N+1}$ , se elegirán de modo que se minimice la suma de los errores cuadráticos medios de predicción

$$\frac{1}{n_0 + 1} \sum_{i=0}^{n_0} (\mathbf{x}_{N-i} - \hat{\mathbf{x}}_{N-i})^2$$

sobre el conjunto de prueba. Sugihara y May (1990), empleando el mismo subconjunto de prueba, seleccionan los parámetros  $m$  y  $k$  que maximicen el coeficiente de correlación

$$\rho(\bar{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}}) = \frac{\text{Cov}(\bar{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{x}})}{\sigma(\bar{\mathbf{x}}) \cdot \sigma(\hat{\mathbf{x}})}$$

entre los valores reales y predichos, siendo

$$\bar{\mathbf{x}} = (\mathbf{x}_{N-n_0}, \mathbf{x}_{N-n_0+1}, \dots, \mathbf{x}_N)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = (\hat{\mathbf{x}}_{N-n_0}, \hat{\mathbf{x}}_{N-n_0+1}, \dots, \hat{\mathbf{x}}_N)$$

Otras implementaciones de los predictores por ocurrencias análogas sugieren el uso de un conjunto de ponderaciones locales, dando mayor peso a las  $m$ -historias más próximas a la última a la hora de realizar la regresión local (Cleveland y Devlin, 1988), (Cleveland, Devlin y Grosse, 1988). Estos autores proponen introducir unos pesos  $w_i(\mathbf{x}_{j_i}^m)$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$  para estimar los coeficientes del siguiente modelo de regresión local

$$\hat{\mathbf{x}}_{N+1} = \hat{a}_0(N) + \hat{a}_1(N) \cdot \mathbf{x}_N + \hat{a}_2(N) \cdot \mathbf{x}_{N-1} + \hat{a}_3(N) \cdot \mathbf{x}_{N-2} + \dots + \hat{a}_m(N) \cdot \mathbf{x}_{N-(m-1)}$$

de modo que los coeficientes  $\hat{a}_k(N)$ , son los valores que minimizan la expresión

$$\sum_{i=1}^k w_i(\mathbf{x}_{j_i}^m) (\mathbf{x}_{j_i+1} - \hat{\mathbf{x}}_{j_i+1})^2$$

siendo los pesos

$$w_i(\mathbf{x}_{j_i}^m) = \frac{W(\|\mathbf{x}_N^m - \mathbf{x}_{j_i}^m\|)}{\|\mathbf{x}_N^m\|}, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

determinados por medio de una función  $W(\cdot)$ , que ejerce una ponderación favorable sobre aquellos segmentos más cercanos a nuestra última  $m$ -historia deseada,  $\mathbf{x}_N^m$ . La función que suele emplearse más generalmente es

$$W(u) = (1 - u^3)^3, \quad \text{para } 0 \leq u \leq 1$$

Aunque tales sistemas de ponderaciones resultan atractivos teóricamente, hay dificultades prácticas para su implementación. Para simulaciones caóticas en presencia de ruido, Wayland *et al.* (1994) mostraron que los algoritmos sin ponderaciones tienden a producir mejores resultados. Por otra parte, los algoritmos ponderados suelen ser numéricamente menos estables que los no ponderados. Las matrices  $X'X$  que deben invertirse para realizar la regresión local, de estar ponderadas, están peor condicionadas, siendo más próximas a matrices singulares que en el caso de no estarlas (Jaditz y Sayers, 1998).

# **CAPÍTULO III:**

## **ALGUNOS RESULTADOS PRELIMINARES SOBRE EL SISTEMA MONETARIO EUROPEO**

### 3.1 Introducción

### 3.2 Funcionamiento del Sistema Monetario Europeo (SME)

#### 3.2.1 Introducción

#### 3.2.2 Aspectos institucionales

##### 3.2.2.1 La Unidad de Cuenta Europea

##### 3.2.2.2 El Mecanismo de Tipos de Cambio e Intervención (MTCI)

##### 3.2.2.3 Instrumentos de crédito

#### 3.2.3 Marco teórico

#### 3.2.4. Algunas implicaciones contrastables

### 3.3 Descripción de las series del Sistema Monetario Europeo. Resultados preliminares

### 3.4 Limitaciones de los contrastes clásicos de no linealidades y caos

#### 3.4.1 Exponentes de Lyapunov

#### 3.4.2 Dimensión de correlación

#### 3.4.3 Contraste estadístico BDS

### 3.5 Distinción entre no linealidades estocásticas en media y en varianza



### 3.1 Introducción

En este capítulo vamos a presentar algunas consideraciones generales sobre el Sistema Monetario Europeo (SME), que constituye el marco institucional en el que se desenvuelven las monedas objeto de estudio, así como algunos resultados estadísticos preliminares que servirán de bases para dar paso a los resultados específicos de esta Tesis Doctoral que se presentarán en los capítulos IV y V.

En el apartado 3.2 analizaremos el funcionamiento del SME. Para ello, tras una breve crónica de su evolución reciente, estudiaremos los elementos básicos que determinan su funcionamiento, analizaremos el marco teórico sobre la determinación del tipo de cambio en un régimen como el SME, y presentaremos algunas hipótesis contrastables que se derivan de dicho marco teórico.

En el apartado 3.3 calcularemos algunos estadísticos descriptivos estándar para el conjunto de series cambiarias examinadas en esta Tesis, que cubren el período comprendido entre enero de 1973 y diciembre de 1994.

En el apartado 3.4 aplicaremos a esas mismas series objeto de estudio, diversos contrastes de no linealidad y caos clásicos en la literatura como son el cálculo del máximo exponente de Lyapunov, el contraste de Grassberger y Procaccia y el contraste BDS. Los resultados obtenidos pondrán de manifiesto la falta de potencia de algunos de estos contrastes para detectar el caos determinista. La búsqueda de un nuevo contraste será el objetivo del capítulo IV de esta Tesis.

Por último, en el apartado 3.5 exploramos otro tipo de comportamientos, tales como los procesos estocásticos no lineales, capaces de producir fuertes rechazos de la hipótesis nula de independencia y distribución idéntica del test BDS.

## 3.2 Funcionamiento del Sistema Monetario Europeo

### 3.2.1 Introducción

El sistema monetario vigente en el mundo desde la II Guerra Mundial se desmoronó a comienzos de la década de los años setenta, tras la devaluación del dólar y su desvinculación con el oro. Todas las monedas comenzaron a flotar y las perspectivas de estabilidad monetaria se oscurecieron, registrándose una creciente preocupación por la volatilidad de los tipos de cambio, especialmente por sus efectos adversos en los flujos internacionales, tanto de bienes y servicios como de activos financieros. En efecto, variaciones imprevisibles en los tipos de cambio como los permitidos por un sistema de libre flotación, al incrementar el riesgo a exportar o importar, pueden reducir el comercio internacional. De forma similar, una elevada volatilidad en los tipos de cambio, al aumentar el riesgo asociado a la inversión en activos exteriores, puede dificultar el flujo de capitales entre países. Puesto que el comercio internacional y los flujos de capitales contribuyen al funcionamiento sin sobresaltos de la economía mundial, la volatilidad en los mercados de divisas puede afectar negativamente el bienestar de unas economías cada vez más abiertas e interrelacionadas.

De entre las propuestas que se han ofrecido para reducir esa volatilidad, destaca el intento de establecer una cierta disciplina entre las divisas en determinadas zonas del planeta. El ejemplo más sobresaliente en este campo es registrado en Europa. En 1957, seis países entre los que se incluían a Alemania Federal, Francia, Italia, Bélgica, Luxemburgo y Holanda firmaron el Tratado de Roma por el que se constituía la Comunidad Económica Europea (CEE), para propiciar la integración económica con la finalidad de crear un mercado común libre (circulación de mercancías, servicios, trabajadores y capital entre dichos países) y coordinar las políticas macroeconómicas de los estados miembros.

Los países de la hoy Unión Europea (UE) decidieron, en 1972, mantener una flotación más restringida de sus monedas (la denominada *serpiente dentro del túnel*) con objeto de evitar las dificultades que para un mercado europeo cada vez más integrado podría significar la inestabilidad monetaria de los países que formaban dicho mercado. Se pretendía crear así un islote de estabilidad monetaria en un ambiente monetario internacional muy convulso.

Sin embargo, los problemas registrados en las economías europeas en los años setenta ayudaron poco a la consecución de la estabilidad monetaria, pero el 5 de diciembre de 1978 pudo darse un paso más importante. El Consejo de la Comunidad tomó la decisión de reforzar la cooperación monetaria de los países miembros, dando origen al Sistema Monetario Europeo (SME), que comenzó a operar en marzo de 1979.

El objetivo primordial del SME ha consistido en promover la estabilidad monetaria mediante el mantenimiento de unos tipos de cambio estables, contribuyendo de esta forma a facilitar la mejora y convergencia de la actividad económica dentro de la UE y a impulsar el proceso de integración europea, al tiempo que pretendía desempeñar un papel estabilizador en las relaciones monetarias y financieras internacionales.

Los comienzos fueron de nuevo convulsos, al coincidir con la revalorización del precio de los crudos de petróleo a finales de 1979. Pero el cambio de actitud de Francia en el año 1983, optando por la estabilidad monetaria y por un franco fuerte ligado al marco, contribuyó poderosamente al éxito del SME que, entre 1987 y 1992, se mantuvo sin alteraciones en las paridades. Además, se liberalizaron los movimientos de capitales y nuevos países se incorporaron al SME: España en 1989, el Reino Unido en 1990 y Portugal en 1992.

El éxito inicial del SME contribuyó a que los países europeos se aventurasen a dar un paso más y de mayor trascendencia: el establecimiento de una unión monetaria con sus implicaciones de estabilidad, moneda única y política monetaria común. La introducción de la Unión Económica y Monetaria (UEM) el día 1 de enero de 1999 constituyó el último hito, por el momento, en el proceso de integración.

En este capítulo se estudia el SME, tanto en sus elementos institucionales como el marco teórico sobre la determinación del tipo de cambio en un régimen de tipos de cambios fijos pero ajustables.

### 3.2.2 Aspectos institucionales

El SME es, esencialmente, un sistema de tipos de cambio fijos pero ajustables a escala regional, que consta de tres componentes fundamentales: la Unidad de Cuenta Europea (ECU), el Mecanismo de Tipos de Cambios e Intervención (MTCI) y varios instrumentos de crédito.

#### 3.2.2.1 La Unidad de Cuenta Europea

La ECU es una unidad contable consistente en una cesta ponderada de monedas de todos los países comunitarios, donde el peso de las distintas monedas en la cesta se basa en el tamaño relativo de las respectivas economías. El marco alemán ha sido, con diferencia, la más poderosa de las monedas participantes, seguido del franco francés y de la libra esterlina.

La función principal de la ECU es la de constituir una unidad de pago y cuenta para el MTCI y el desarrollo de los mecanismos de crédito. Además, se utiliza para denominar los precios administrativos de la Política Agrícola Comunitaria (PAC). Finalmente, en los últimos años ha habido un uso cada vez más generalizado de la ECU en los mercados comerciales, particularmente en la denominación de depósitos bancarios y emisiones de eurobonos.

#### 3.2.2.2 El Mecanismo de Tipos de Cambios e Intervención

EL MTCI, componente esencial del SME, constituye un sistema de cambios fijos pero ajustables. Es decir, los países participantes en el MTCI (que, al contrario de lo que sucedía con la ECU, no son todos los miembros de la UE) determinan un tipo de cambio oficial frente a la ECU (*paridad central*) y, consistente con dicho tipo, un conjunto de tipos de cambios bilaterales con las otras divisas (*parrilla de paridades*) y unas bandas alrededor de los tipos centrales, dentro de las cuales las monedas pueden flotar libremente.

Las bandas de fluctuación se establecieron originariamente en un  $\pm 2,25\%$  para la mayoría de los países miembros fundadores (véase Cuadro 1), aunque se permitió a la lira italiana utilizar una banda ancha del  $\pm 6\%$  hasta 1990, año en el que decidió entrar en la banda estrecha. Los tres países que se incorporaron posteriormente al MTCI (España en 1989, el Reino Unido en 1990 y Portugal en 1992) emplearon también una banda ancha del  $\pm 6\%$ . Tras un período de turbulencia sin precedentes, las bandas de fluctuación se ampliaron en agosto de 1993 para las monedas que quedaron bajo la disciplina del MTCI hasta el  $\pm 15\%$  (excepto el florín holandés y el marco alemán, que continuaron con bandas del  $\pm 2,25\%$ ).

En el caso de que los tipos de cambio alcanzaran los límites impuestos por las bandas de fluctuación, los bancos centrales de las monedas afectadas debían intervenir inmediatamente comprando o vendiendo en los mercados de divisas, con el fin de mantener el tipo de cambio dentro de las bandas, e imponiendo de esta forma obligaciones simétricas para la divisa fuerte y para la débil. Este tipo de intervenciones que se realizaban en los márgenes de la banda de fluctuación se conocen con el nombre de *intervenciones marginales*. Tras el Acuerdo de Basilea-Nyborg de septiembre de 1987 sobre la reforma del SME, los bancos centrales estuvieron facultados también para realizar *intervenciones intramarginales*, es decir, para intervenir en los mercados de divisas dentro de los márgenes antes de que las monedas alcanzaran los extremos de fluctuación.

Como se señaló anteriormente, el MTCI constituye un sistema de cambios fijos pero *ajustables*. Esta última característica se deriva del hecho de que el compromiso de intervenir en los márgenes para defender las paridades centrales no es total, pues los países pueden decidir reajustarlas, dando lugar a lo que se conoce como *realineamiento*. Este realineamiento, que implica una depreciación o revaluación de los tipos centrales de algunas monedas respecto al resto, debe contar con la aprobación unánime de los países participantes cuando existan desequilibrios macroeconómicos que lo justifiquen, por lo que en principio tenía un carácter excepcional. Sin embargo, en el período 1979-1994, que es el analizado en esta tesis, se han registrado dieciséis realineamientos, teniendo lugar doce de ellos antes de la tormenta monetaria experimentada entre los veranos de 1992 y 1993.

A este respecto, es corriente dividir la evolución del MTCI en tres subperíodos (véase, por ejemplo, Higgins (1993)). El primer subperíodo cubriría desde el establecimiento del MTCI en marzo de 1979 hasta enero de 1987, y estaría caracterizado por frecuentes realineamientos destinados a corregir las divergencias registradas en las variables macroeconómicas fundamentales de los países participantes. El segundo subperíodo, el denominado *nuevo SME*, se extendería desde enero de 1987 hasta finales de 1991, y coincidiría con una creciente confianza en el MTCI, la eliminación de los controles de capital y una mayor convergencia macroeconómica. El tercer subperíodo contemplaría las sucesivas crisis de septiembre de 1992 y agosto de 1993, en las que la reunificación alemana y la recesión experimentada por las economías europeas fueron las causas subyacentes más comúnmente aceptadas de dichas crisis (véase, por ejemplo, Commission of the European Communities (1993)). Además de estos tres subperíodos, podemos considerar uno nuevo que se iniciaría con la ampliación de las bandas de fluctuación al  $\pm 15\%$  en agosto de 1993, caracterizado por niveles de volatilidad similares a aquellos que habrían prevalecido antes de las crisis (véanse por ejemplo Ayuso *et al.* (1994) y Sosvilla *et al.* (1999)).

### 3.2.2.3 Instrumentos de crédito

El Fondo Europeo de Cooperación Monetaria (FECOM) existía con anterioridad al establecimiento del SME, pero fue fortalecido con la aportación, por parte de los países participantes, del 2% de sus reservas en oro y divisas extranjeras a cambio de una cierta cantidad de ECUs.

La idea original consistía en que, tras un período transitorio de dos años (hacia marzo de 1981), el FECOM se convertiría en un Fondo Monetario Europeo que pudiese operar como el banco central del SME, transmitiéndose en ese momento la propiedad de las reservas del FECOM. Tal transición no se llevó a cabo, y entre tanto, el Banco Internacional de Pagos de Basilea gestionaba el FECOM, encargándose de canalizar las operaciones realizadas entre los países miembros.

Dentro de las facilidades crediticias gestionadas por el FECOM destacan los créditos financieros a muy corto plazo y el mecanismo de movilización de ECUs, que permiten a los bancos centrales que lo deseen financiar sus intervenciones en los mercados de divisas. Los primeros tienen una cuantía ilimitada y se instrumentan como compras y ventas de monedas comunitarias, teniendo un vencimiento inicial entre dos meses y medio y tres meses, pero pudiendo ser prorrogado otro tanto. A partir del Acuerdo de Basilea-Nyborg de septiembre de 1987, estos créditos también se pudieron utilizar para realizar intervenciones intramarginales. Respecto al mecanismo de movilización de ECUs, toman la forma de acuerdos de compra-venta (*swaps*) a tres meses, renovables por otros tres meses.

## 3.2.3. Marco teórico

El marco teórico descansa en un modelo de determinación del tipo de cambio para una economía pequeña y abierta, en la que existe perfecta movilidad de capitales y en la que el tipo de cambio se ve sometido a una banda de fluctuación. Se trata de un modelo en tiempo continuo y con incertidumbre, que se caracteriza por las siguientes ecuaciones:

$$q_t = s_t + p_t^* - p_t \quad (1)$$

$$m_t - p_t = \varphi \cdot y_t - \alpha \cdot i_t + \varepsilon_t \quad \varphi, \alpha > 0 \quad (2)$$

$$i_t - i_t^* = E_t \left[ \frac{ds_t}{dt} \right] \quad (3)$$

donde

- $s_t$  = logaritmo del tipo de cambio nominal, definido como unidades monetarias nacionales por unidad monetaria extranjera,
- $q_t$  = logaritmo del tipo de cambio real,
- $p_t$  = logaritmo del nivel de precios nacional,
- $m_t$  = logaritmo de la oferta monetaria nacional,
- $y_t$  = logaritmo del producto nacional en términos reales,
- $i_t$  = tipo de interés nacional,
- $\varepsilon_t$  = perturbación aleatoria de la demanda de dinero nacional,
- $E[\cdot]$  = operador de esperanza condicionada al conjunto información disponible en  $t$
- \* = variable extranjera.

La primera ecuación recoge la definición de tipo de cambio real, donde  $p_t^*$  se supone exógeno. La segunda ecuación describe la condición de equilibrio en el mercado nacional de dinero, en la que la demanda de saldos reales se relaciona positivamente con el *output* y negativamente con el coste de oportunidad de mantener dinero, determinado por el tipo de interés. El parámetro  $\varphi$  es la elasticidad de la demanda de dinero respecto al *output* y  $\alpha$  la semielasticidad de la demanda de dinero respecto al tipo de interés. Se añade además una perturbación aleatoria recogida en la variable  $\varepsilon_t$ . La tercera ecuación representa la paridad descubierta de intereses, donde se supone que el tipo de interés extranjero  $i^*$  es exógeno y donde

$$E_t \left[ \frac{ds_t}{dt} \right]$$

indica las expectativas de cambio infinitesimal en el tipo de cambio nominal, condicionado al conjunto de información disponible en  $t$ .

Se trata de un sistema no lineal de ecuaciones con tres variables endógenas:  $s_t$ ,  $i_t$  y  $p_t$ .

Despejando  $p_t$  de (1) e  $i_t$  de (3), sustituyendo en (2) y ordenando términos, obtenemos la siguiente expresión:

$$s_t = m_t - \varphi \cdot y_t + q_t + \alpha \cdot i_t^* - \varepsilon_t - p_t^* + \alpha \cdot E_t \left[ \frac{ds_t}{dt} \right] \quad (4)$$

y definiendo

$$f_t = m_t - \varphi \cdot y_t + q_t + \alpha \cdot i_t^* - \varepsilon_t - p_t^* \quad (5)$$

se llega a la siguiente relación de valoración de activos, clave en este tipo de literatura:

$$s_t = f_t + \alpha \cdot E_t \left[ \frac{ds_t}{dt} \right] \quad (6)$$

La expresión (6) constituye el denominado *modelo canónico* del tipo de cambio, según el cual  $s_t$  viene determinado por dos componentes:

1. El primero de ellos es el indicador  $f_t$ , denominado *determinante fundamental* del tipo de cambio. Este componente aparece definido en la expresión (5) donde puede verse como la suma de dos variables: la cantidad de dinero  $m_t$  y una variable denominada *velocidad*  $v_t$

$$v_t = -\varphi \cdot y_t + q_t + \alpha \cdot i_t^* - \varepsilon_t - p_t^* \quad (7)$$

por lo que

$$f_t = m_t + v_t \quad (8)$$

En el modelo, se interpreta  $v_t$  como el componente de perturbación aleatoria de  $f_t$  (que se supone que sigue una ley de probabilidad definida exógenamente), mientras que  $m_t$  sería el componente que vendría asociado a las intervenciones de la autoridad monetaria (que se supone bajo control directo del banco central del país en cuestión).

2. En segundo lugar, el tipo de cambio viene determinado por su tasa esperada de depreciación, recogida en la variable  $E_t \left[ \frac{ds_t}{dt} \right]$ .

La expresión (6) define una ecuación diferencial de primer orden cuya solución, excluyendo burbujas, tiene la forma:

$$s_t = \frac{1}{\alpha} \int_t^{\infty} E_t[f_\tau] \cdot e^{-\frac{\tau-t}{\alpha}} d\tau \quad (9)$$

en la que se observa que el valor corriente del tipo de cambio ha de ser igual al valor presente descontado a la tasa  $\frac{1}{\alpha}$  de las realizaciones esperadas de  $f_t$ .

Así pues, el tipo de cambio podría expresarse como una función de su componente fundamental:

$$s_t = s(f_t) \quad (10)$$

La forma analítica de esta función depende del proceso que sigue  $f_t$ . A partir de (8) ello implica determinar: a) el proceso que sigue  $v_t$ , y b) el sistema cambiario mantenido por la autoridad monetaria, por cuanto distintos sistemas conllevan distintas políticas de intervención, lo que va a afectar al comportamiento de  $f_t$  por medio del componente  $m_t$ .

En cuanto al primer requisito, se supone que la velocidad es un movimiento browniano, es decir, un paseo aleatorio en tiempo continuo, por lo que debe cumplir

$$E_t[v_\tau] = v_t, \quad \tau \geq t \quad (11)$$

En cuanto al régimen cambiario, distinguiremos entre flotación libre y el mantenimiento de una banda de fluctuación (y dentro de este último régimen, entre el caso de que la banda sea creíble y el caso de que existan problemas de credibilidad).

- Primer caso: *fluctuación libre*

En el caso de *fluctuación libre*, la autoridad monetaria no interviene en el mercado de cambios por lo que  $m_t$  no afecta al componente fundamental, que vendrá determinado sólo por  $v_t$ .

$$f_t = v_t \quad (12)$$

de forma que

$$E_t[f_\tau] = f_t, \quad \tau \geq t \quad (13)$$

por lo que, sustituyendo en (9) e integrando obtenemos

$$s_t = f_t \quad (14)$$

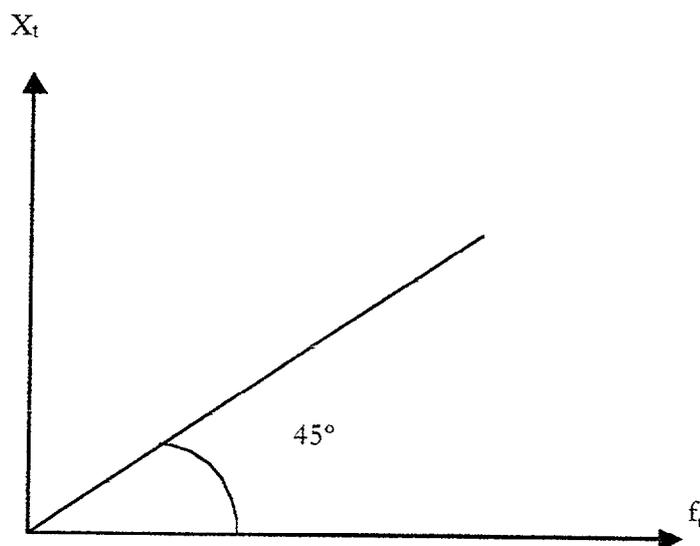


Gráfico 3.2.3.1: Relación entre el tipo de cambio y componente fundamental bajo un régimen de fluctuación libre del tipo de cambio.

Aparece de esta forma una relación lineal entre  $s_t$  y  $f_t$  que se puede representar como en el Gráfico 3.2.3.1 por la recta de  $45^\circ$ , lo que implicaría que en el caso de libre fluctuación las variaciones del tipo de cambio reflejarían plenamente las variaciones de la componente fundamental. Esta relación va a sernos de utilidad cuando se compare con la correspondiente a los otros dos casos estudiados.

• Segundo caso: *banda de fluctuación creíble*

En el caso de que exista una *banda de fluctuación*, la autoridad monetaria asume el compromiso de mantener el tipo de cambio dentro de unos límites inferior y superior,  $\underline{s}$  y  $\bar{s}$  respectivamente, definidos alrededor de un valor central  $s_c$ . Bajo este régimen, por tanto, el tipo de cambio ha de cumplir que

$$s_t \in [\underline{s}, \bar{s}], \quad \forall t \tag{15}$$

El determinante fundamental incluye el papel de la autoridad monetaria, y se supone que ésta es capaz de controlar el comportamiento de  $f_t$  para impedir que sobrepase los límites inferior y superior,  $\underline{f}$  y  $\bar{f}$ , respectivamente, con centro en  $f_c$ . Es decir,

$$f_t \in [\underline{f}, \bar{f}], \quad \forall t \tag{16}$$

A este control de  $f$ , se le denomina intervención y aparece reflejado en el componente  $m_t$  del proceso que sigue  $f_t$ .

Así pues, el tipo de cambio estará sometido a una banda de fluctuación con límites  $s = s(\underline{f})$  y  $\bar{s} = s(\bar{f})$  y centro en  $s_c = s(f_c)$ .

Si el sistema goza de credibilidad, que es el caso estudiado por Krugman (1991), podemos derivar la relación

$$s_t = s(f_t)$$

teniendo en cuenta el hecho de que las intervenciones ocurren sólo en los límites de la banda y son infinitesimales en tamaño (intervenciones marginales).

Los agentes saben que la autoridad monetaria intervendrá cuando  $f_t$  alcance  $\underline{f}$  o  $\bar{f}$ , e incorporan esta expectativa al valor corriente de  $s_t$ . En efecto:

- si  $f_t = f_c$ , los agentes no esperan cambios en  $s_t$ , por lo que  $E_t \left[ \frac{ds_t}{dt} \right] = 0$ ,

- si  $f_t > f_c$ , la moneda nacional está inmersa en un proceso de depreciación respecto a la paridad central de su banda de fluctuación. Los agentes saben que la autoridad monetaria intervendrá cuando  $f_t$  alcance  $\bar{f}$ , disminuyendo la oferta monetaria y fortaleciendo la moneda. Este hecho conduce a que los agentes esperen una apreciación futura del tipo de cambio y, por tanto,  $E_t \left[ \frac{ds_t}{dt} \right] < 0$ . Estas expectativas se introducen por (6) en el valor corriente del tipo de cambio, llevando a una moneda más fuerte en la actualidad, por lo que  $s_t$  estará por debajo de su componente fundamental, y

- si  $f_t < f_c$ , el tipo de cambio se está depreciando respecto a la paridad central y, siguiendo el mismo razonamiento,  $E_t \left[ \frac{ds_t}{dt} \right] > 0$ , por lo que  $s_t$  estará por encima de su componente fundamental.

Así pues, y como se ilustra en el Gráfico 3.2.3.2, la relación  $s_t = s(f_t)$ , en el caso de banda de credibilidad perfecta, coincide con la línea de 45° (en el caso de fluctuación libre) en el punto  $(s_t, f_t)$ , pero tiene una pendiente menor que dicha línea.

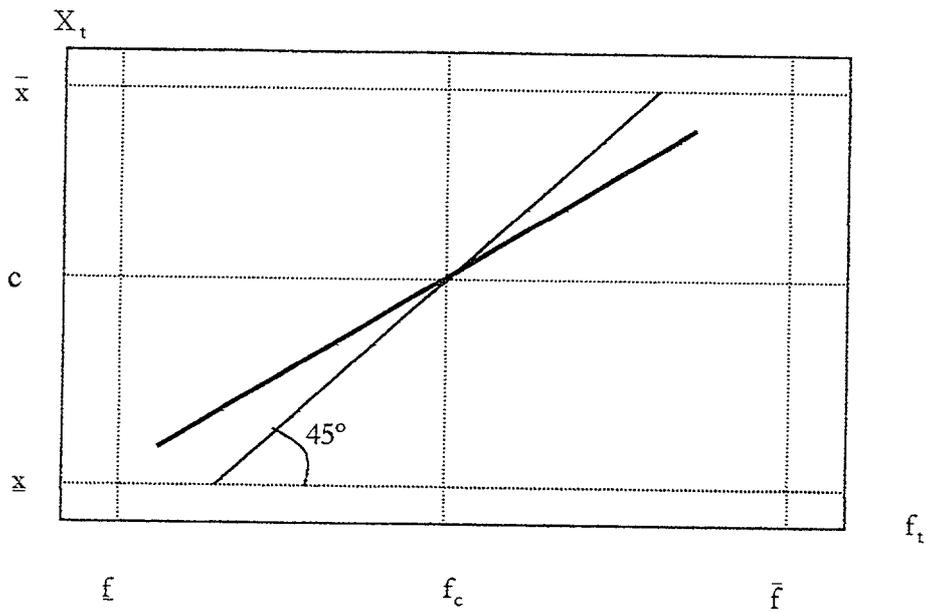


Gráfico 3.2.3.2: Relación entre el tipo de cambio y componente fundamental bajo una zona objetivo perfectamente creíble.

Otra cuestión es determinar qué ocurre cuando se alcanza la banda. Se puede demostrar que la función  $s_t = s(f_t)$  ha de ser tangente a los límites de la banda  $s$  y  $\bar{s}$ , por lo que cuando la banda de fluctuación es creíble, la relación entre el tipo de cambio y su determinante fundamental tiene forma de S como la representada en la Gráfico 3.2.3.3.

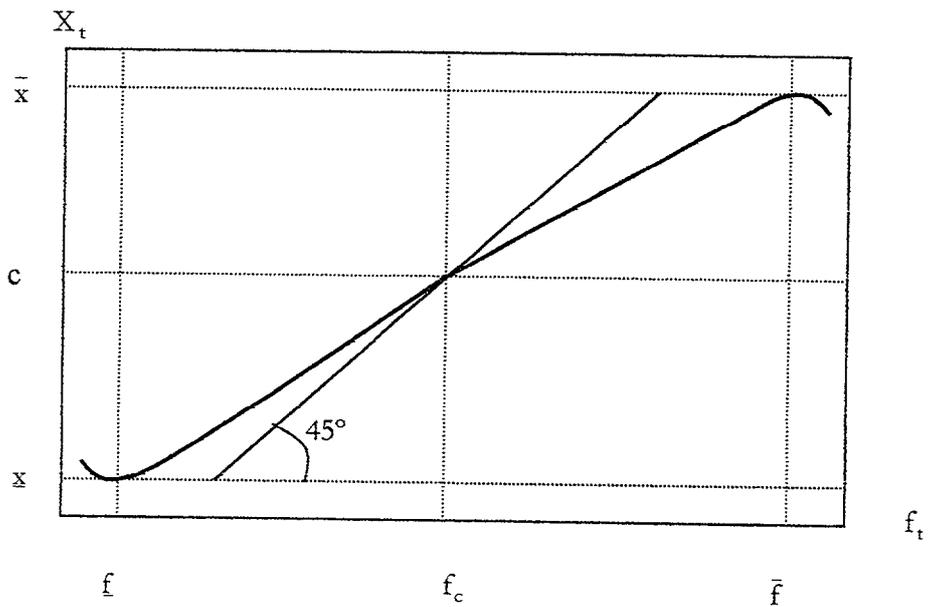


Gráfico 3.2.3.3: Comportamiento en las proximidades de la banda.

A partir de ella se comprueba que el simple establecimiento de una banda de fluctuación ejerce un efecto estabilizador en el tipo de cambio cuando se compara con el sistema de fluctuación libre. Este fenómeno fue denominado por Krugman (1991) efecto *luna de miel* y, gráficamente, se aprecia en la mayor amplitud de la banda definida para el componente fundamental en comparación con la correspondiente al caso de libre flotación.

Una importante consecuencia del efecto luna de miel consiste en que la relación no lineal entre  $f_t$  y  $s_t$  implica que el tipo de cambio se vuelva menos volátil conforme se acerca a los límites de su banda al ir disminuyendo la pendiente de la función  $s_t = s(f_t)$ .

Obsérvese que este modelo sólo es aplicable a casos donde las autoridades monetarias están firmemente comprometidas a defender la banda de fluctuación. ¿Qué sucedería cuando se introduce la posibilidad de realineamientos de la banda?

- Tercer caso: *banda de fluctuación con problemas de credibilidad.*

Bertola y Caballero (1992) proponen un modelo con intervenciones discretas que permite esta *posibilidad de realineamientos*.

Cuando  $s_t$  alcanza uno de sus límites de fluctuación, la intervención puede tomar ahora dos formas: a) las autoridades pueden devolverlo al centro de la banda  $s_c(t)$ , o b) pueden declarar una nueva banda contigua a la anterior y de la misma amplitud  $(\bar{s} - \underline{s})$  con centro en  $s_c(t+1) = s_c(t) \pm (\bar{s} - \underline{s})$ .

En el primer caso, se dice que la autoridad defiende la banda y lo hace con probabilidad  $(1-p)$ . En el segundo caso, se dice que se realinea la banda y ocurre con probabilidad  $p$ .

Es importante notar que  $p$  es una probabilidad subjetiva, que resume la creencia del mercado sobre el futuro comportamiento de la autoridad monetaria, por lo que puede considerarse una medida de credibilidad.

¿Cómo cambia la relación  $s_t$  y  $f_t$  para distintos valores de  $p$ ? Se observa que:

$\Rightarrow$  si  $p < \frac{1}{2}$ , el modelo determina la curva en forma de S que se deduce del modelo de Krugman, ya que los agentes esperan un salto negativo en el componente fundamental del tipo

de cambio cuando llegue al límite superior, es decir,  $E_t \left[ \frac{ds_t}{dt} \right] < 0$  si  $f_t$  está cerca de  $\bar{f}$ . Esta expectativa actúa de forma análoga al efecto luna de miel y estabiliza el tipo de cambio,

$\Rightarrow$  si  $p < \frac{1}{2}$ , la función  $s_t = s(f_t)$  coincide con la línea recta de  $45^\circ$ , ya que la probabilidad de realineamiento mediante una devaluación y la probabilidad de que el tipo de cambio vuelvan al

centro de su banda actual mediante una apreciación son iguales  $E_t \left[ \frac{ds_t}{dt} \right] = 0$ . Si  $f_t$  se está acercando al límite  $\bar{f}$  ello provoca que el tipo de cambio se determine como si estuviera inscrito en un sistema de flotación libre, y

$\Rightarrow$  si  $p > \frac{1}{2}$ , la relación entre  $s_t$  y  $f_t$  siempre tiene mayor pendiente que la línea de  $45^\circ$  convirtiéndose en una S invertida, ya que se espera un salto en  $s_t$  cuando llegue a su límite superior, es decir,  $E_t \left[ \frac{ds_t}{dt} \right] > 0$  cuando  $f_t$  se acerca a  $\bar{f}$ . Esta expectativa actúa de forma contraria al efecto luna de miel aumentando el valor actual del tipo de cambio para un mismo valor corriente de su componente fundamental.

En el Gráfico 3.2.3.4 se representan estos tres posibles tipos de relación entre  $f_t$  y  $s_t$  para los distintos valores de  $p$  considerados.

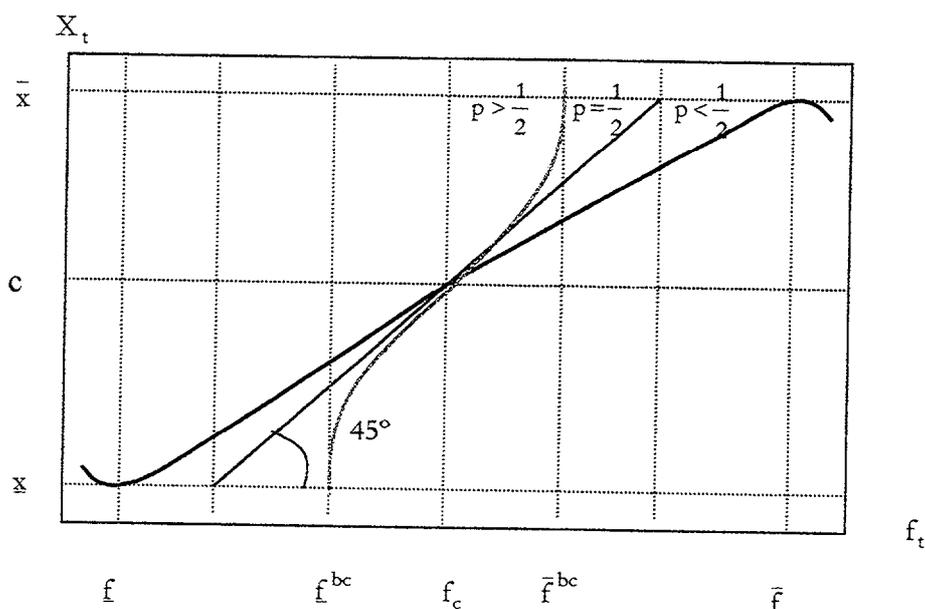


Gráfico 3.2.3.4: Relación entre el tipo de cambio y componente fundamental bajo una zona objetivo con problemas de credibilidad.

Es importante destacar el efecto que produce la falta de credibilidad. Si los agentes piensan, por la razón que sea, que la banda no se va a mantener en el futuro, asignarán un alto valor a  $p$ , y, dado que es el mercado el que determina el tipo de cambio, la verdadera relación que liga el tipo de cambio con su componente fundamental será la que corresponde a  $p > \frac{1}{2}$ . De esta forma, la autoridad monetaria se encontrará con problemas de intervención mucho antes de lo que esperaba, exactamente en los puntos  $\underline{f}^{bc}$  y  $\bar{f}^{bc}$ .

Como se observa en dicho gráfico, la falta de credibilidad de la banda de fluctuación del tipo de cambio, traducida en un alto valor de  $p$ , provocaría que la variabilidad del tipo de cambio aumentase conforme el componente fundamental se acerque a uno de los límites de su banda. Se registra además un efecto desestabilizador que podríamos denominar efecto *luna de miel* y que, gráficamente, se aprecia en la menor amplitud de la banda definida para el componente fundamental en comparación con la correspondiente al caso de libre flotación. Este efecto sería más acusado a medida que fuese disminuyendo la credibilidad del sistema, lo que se correspondería con valores mayores de  $p$ .

### 3.2.4 Algunas implicaciones contrastables

Como se ha señalado anteriormente, el modelo de zonas objetivo expuesto en esta sección implica que el tipo de cambio muestre una función no lineal con respecto a sus variables fundamentales. Más aún, como se demuestra en Lindberg y Söderling (1994), cualquier modelo de predicción univariante del tipo de cambio debería incorporar no linealidades, especialmente cerca de los márgenes de fluctuación y para horizontes cortos de predicción, por ejemplo diarios.

Por otra parte, si los compromisos de las autoridades monetarias en cuanto a la defensa de la banda de fluctuación son perfectamente creíbles, el establecimiento de una zona objetivo no sólo reduce la volatilidad el tipo de cambio cerca de las bandas, sino también estabiliza el tipo de cambio dentro de ellas (véase por ejemplo De Arcangelis (1994)), lo que a su vez implicaría que el tipo de cambio fuese más predecible. En efecto, dado que la literatura econométrica sugiere que la mayor parte de los estadísticos utilizados para evaluar la bondad predictiva pueden expresarse en términos de la varianza del error de predicción (véase por ejemplo Holden, Peel y Thompson (1990)) y dado que dicha varianza está relacionada directamente con la volatilidad de la serie objeto de estudio, la credibilidad de las bandas de fluctuación llevaría a predicciones más precisas. Asimismo, si la zona objetivo presenta problemas de credibilidad, ocurriría lo contrario, implicando una menor predecibilidad del tipo de cambio, dado que la posibilidad de que las autoridades monetarias lleven a cabo un reajuste en la paridad central podría ser anticipada por los agentes económicos, generando expectativas de variaciones futuras en el tipo de cambio que pudieran actuar como agentes desestabilizadores y generando mayores errores de predicción.

En el siguiente Cuadro 1 se recogen los principales realineamientos y cambios en el Sistema Monetario Europeo durante el período que abarca desde 1979 a 1994.

Cuadro 1: Principales realineamientos y cambios en el MTCI (1979-1994).	
13.3.1979	Comienza a operar el SME con BFR, DKR, DM, FF, IRL, LIT y HFL. Se establecen bandas de fluctuación estrechas ( $\pm 2.25\%$ ), excepto para la LIT que cuenta con una banda amplia de fluctuación ( $\pm 6\%$ ).
24.9.1979	Realineamiento (DKR -3%, DM +2%).
30.11.1979	Realineamiento (DKR -5%).
23.3.1981	Realineamiento (LIT -6%).
5.10.1981	Realineamiento (DM +5.5%, FF -3%, HFL +5.5%, LIT -3%).
22.2.1982	Realineamiento (BFR -8.5%, DKR -3%).
14.6.1982	Realineamiento (DM +4.25%, FF -5.75%, HFL +4.25%, LIT -2.75%).
22.3.1983	Realineamiento (BFR +1.5%, DKR +2.5%, DM +5.5%, FF -2.5%, IRL -3.5%, HFL +3.5%, LIT -2.5%).
22.7.1985	Realineamiento (BFR +2%, DKR +2%, DM +2%, FF +2%, IRL +2%, HFL +2%, LIT -6%).
7.4.1986	Realineamiento (BFR +1%, DKR +1%, DM +3%, FF -3%, HFL +3%).
4.8.1986	Realineamiento (IRL -8%).
12.1.1987	Realineamiento (BFR +2%, DM +3%, HFL +3%).
19.6.1989	La PTA se une al MTCI con la banda amplia.
8.1.1990	La LIT pasa a la banda estrecha. Realineamiento (LIT -3.6774%).
8.10.1990	La UKL se une al MTCI con la banda amplia.
6.4.1992	El ESC se une al MTCI con la banda amplia.
19.4.1992	Realineamiento (BFR +3.5%, DKR +3.5%, DM +3.5%, ESC +3.5%, FF +3.5%, IRL +3.5%, HFL +3.5%, LIT -3.5%, PTA +3.5%, UKL +3.5%).
17.9.1992	La UKL y la LIT suspenden su participación en el MTCI. Realineamiento (PTA -5%).
23.11.1992	Realineamiento (ESC -6%, PTA -6%).
1.2.1993	Realineamiento (IRL -10%).
14.5.1993	Realineamiento (ESC -6.5%, PTA -8%).
2.8.1993	Las bandas de fluctuación del MTCI se amplían al $\pm 15\%$ , excepto para el DM y el HFL.
Nota: BFR, DKR, DM, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL representan, respectivamente, el franco belga, la corona danesa, el marco alemán, el escudo portugués, el franco francés, el florín holandés, la libra irlandesa, la lira italiana, la peseta española y la libra esterlina.	

### 3.3 Descripción de las series del SME y resultados preliminares

Las series de tipos de cambio diarias analizadas en este trabajo corresponden a nueve monedas participantes en el Mecanismo de Tipos de Cambios e Intervención (MTCI) del Sistema Monetario Europeo (SME): el franco belga (BFR), corona danesa (DKR), escudo portugués (ESC), franco francés (FF), florín holandés (HFL), libra irlandesa (IRL), peseta española (PTA), lira italiana (LIT) y libra esterlina (UKL). Estos tipos de cambio están expresados frente al marco alemán (DM) y corresponden a tipos de cambio diarios al contado recogidos por el Banco de España a las 13:15 (GMT).

El período muestral abarca desde el 1 de enero de 1973 hasta el 31 de diciembre de 1994 cubriendo, en particular, períodos muy turbulentos del Sistema Monetario Europeo (SME) como fue la tormenta monetaria después del verano de 1992 y el nuevo episodio iniciado con la ampliación de las bandas de fluctuación al  $\pm 15\%$  en agosto de 1993, excepto para marco alemán y el florín holandés que continuaron con bandas del  $\pm 2.25\%$ .

A pesar del gran número de observaciones, hemos de poner de manifiesto que en los datos se han suprimido los días festivos, que al diferir de un país a otro pueden distorsionar los resultados, cuadrando día a día las series de tipos de cambios y eliminando las observaciones en aquellos días en los que no ha habido mercado en alguno de los países objeto de estudio. Tras este procedimiento, la base de datos básica de la Tesis Doctoral cuenta con un conjunto de 4156 registros, cada uno de los cuales contiene las observaciones anotadas para las nueve secuencias de tipos de cambios, cuadradas entre sí.

Debido a que el período muestral es tan extenso y heterogéneo, puede considerarse una división en siete subperíodos diferentes no solapados, cuyos extremos de corte se corresponde con las fechas en la que acaecieron determinados realineamientos y variaciones en el Mecanismo de Tipos de Cambios e Intervención (MTCI):

- 8 de enero de 1990 (realineamiento técnico de la lira italiana (LIT), banda estrecha).
- 17 de septiembre de 1992 (suspenden su participación a libra italiana (LIT) y la libra esterlina (UKL). Realineamiento de la peseta española (PTA)).
- 23 de noviembre de 1992 (realineamiento del escudo portugués (ESC) y la peseta española (PTA)).
- 1 de febrero de 1993 (realineamiento de la libra irlandesa (IRL)).
- 14 de mayo de 1993 (realineamiento del escudo portugués (ESC) y la peseta española (PTA)).
- 2 de agosto de 1993 (ampliación de las bandas de fluctuación del MTCI al 15%, excepto el marco alemán (DM) y el florín holandés (HFL)).

En el caso de la peseta española (PTA), la libra esterlina (UKL) y el escudo portugués (ESC) se consideran además como importantes las siguientes fechas de incorporación al MTCE:

- 19 de junio de 1989 (la peseta española (PTA) se une al MTCE, banda de fluctuación ancha).
- 8 de octubre de 1990 (la libra esterlina (UKL) se une al MTCE, banda de fluctuación ancha).
- 6 de abril de 1992 (el escudo portugués (ESC) se une al MTCE, banda de fluctuación ancha).

## Resultados preliminares

El cuadro 3.3.1 contiene los estadísticos descriptivos para el período muestral completo. Esta serie de estadísticos muestrales tradicionales va a permitir detectar las propiedades básicas de las series de tipos de cambios involucradas en este estudio, número de observaciones, media, máximo, mínimo, desviación típica, simetría, curtosis y además, para los rendimientos, un contraste de normalidad.

El panel A muestra los resultados obtenidos para la transformación logarítmica de cada serie de tipos de cambios, mientras que el panel B muestra los resultados para la transformación de las diferencias logarítmicas de cada serie de tipos de cambios, tratando de describir las regularidades empíricas de los rendimientos.

La información estadística de los rendimientos diarios de las series de tipos de cambios muestra algunas características comunes a muchas series financieras ya señaladas anteriormente: la distribución incondicional posee unos coeficientes de asimetría y leptocurtosis que difieren de los correspondientes a una distribución normal. Además, el contraste estadístico  $LM_N$ , (Bera y Jarque, 1981) aplicado a las series de rendimientos, nos expresa el rechazo de su hipótesis nula de normalidad.

Cuadro 3.3.1: Estadísticos descriptivos.

Panel A: log(nivel)									
	BFR	DKR	ESC	FF	HFL	IRL	LIT	PTA	UKL
N	4156	4156	4156	4156	4156	4156	4156	4156	4156
Media	2.96070	1.26791	4.01844	1.09550	0.10983	-1.10164	6.47722	4.02839	-1.21022
Máximo	3.09373	1.42527	4.64762	1.26645	0.12759	-0.83747	6.95774	4.44265	-0.84769
Mínimo	2.73802	0.98697	2.93501	0.76214	0.06078	-1.44318	6.00482	3.53515	-1.62152
Std. desv.	0.10666	0.11126	0.51879	0.15483	0.01476	0.16060	0.23972	0.24557	0.19036
Simetría	-1.10608	-1.14810	-0.53184	-0.84128	-1.35566	-0.40602	-0.13898	-0.46528	0.05198
Curtosis	2.41946	3.04256	1.72938	2.08613	3.66412	1.87394	2.28707	2.05937	1.87216
Panel B: diferencias log(nivel)									
N	4155	4155	4155	4155	4155	4155	4155	4155	4155
Media	0.00007	0.00009	0.00041	0.00011	0.00001	0.00013	0.00022	0.00019	0.00012
Máximo	0.05973	0.16818	0.10583	0.05096	0.00960	0.11095	0.05092	0.08753	0.04996
Mínimo	-0.02547	-0.16818	-0.05888	-0.03443	-0.00866	-0.03157	-0.03822	-0.04464	-0.02934
Std. desv.	0.00204	0.00526	0.00592	0.00313	0.00158	0.00366	0.00479	0.00366	0.00509
Simetría	5.46509	-0.03602	1.80903	1.74245	0.07920	9.85786	0.63431	3.84749	0.67643
Curtosis	199.1253	530.8125	43.5466	36.3253	5.96768	257.5738	13.63845	100.2506	9.02025
LM <sub>N</sub>	6.6767e+006 <sup>a</sup>	4.8207e+007 <sup>a</sup>	2.8675e+005 <sup>a</sup>	1.94275e+005 <sup>a</sup>	1.5283e+003 <sup>a</sup>	1.1282e+007 <sup>a</sup>	1.9863e+004 <sup>a</sup>	1.6468e+006 <sup>a</sup>	6.5883e+003 <sup>a</sup>

Notas:

(1)<sup>a</sup>,<sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de  $\chi^2_{2,v}$ : 9.21 (1%); 5.99 (5%); 4.61 (10%).

### 3.4 Limitaciones de los contrastes clásicos de no linealidades y caos

#### 3.4.1 Exponentes de Lyapunov

Numerosos trabajos empíricos sobre los exponentes de Lyapunov en series financieras, y particularmente en tipos de cambios, han intentado inferir la existencia de dinámicas caóticas en dichas series. La línea metodológica de actuación siempre consiste en emplear el máximo exponente de Lyapunov con el fin de distinguir entre procesos lineales (que tendrían exponentes de Lyapunov negativos) de los procesos deterministas caóticos (cuyo máximo exponente de Lyapunov es positivo) y los procesos donde está involucrado el ruido blanco estricto (cuyo máximo exponente de Lyapunov debería ser arbitrariamente grande, infinito, en teoría) (Bajo Rubio *et al.*, 1992), (Dechert y Gençay, 1992), (Bask, 1996), (Jonsson, 1997).

Rosenstein *et al.* (1993) propusieron un método, relativamente simple, para estimar el máximo exponente de Lyapunov  $\lambda_{\max}$  de una serie temporal de observaciones escalares  $\{x_t\}_{t=1,2,\dots,N}$ .

En el marco teórico presentado por el Teorema de Inmersión de Takens, el método parte de la reconstrucción del pseudoespacio de fases al sumergir la serie temporal en un espacio vectorial  $n$ -dimensional  $\mathbb{R}^m$  formado por las  $m$ -historias

$$x_t^m \equiv (x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-(m-1)}) \quad m \leq t \leq N - m$$

Para cada punto  $m$ -dimensional  $x_t^m$ , buscaremos la distancia entre dicho punto y su más próximo  $x_{t^*}^m$  en el espacio de fases reconstruido, es decir

$$d_t(0) = \min_{x_{t^*}^m} \|x_t^m - x_{t^*}^m\|$$

A continuación, se estudia la divergencia de las dos trayectorias en el espacio de fases partiendo de la pareja de puntos  $x_t^m$  y  $x_{t^*}^m$ , que se consideran como condiciones iniciales muy próximas.

En el caso de series temporales que pudiesen estar muestreadas a partir de un sistema dinámico continuo, con el fin de evitar la existencia de falsas proximidades correspondientes a puntos que pertenezcan a la misma órbita de un atractor extraño, se establece que la separación

temporal entre los puntos originales de las trayectorias ha de ser superior al período medio de las órbitas del espacio de fases

$$|t - t^*| > p$$

Dicho período medio puede estimarse fácilmente como la recíproca de la frecuencia media del espectro de potencias de la serie temporal en cuestión.

La tasa de divergencia entre las trayectorias que parten de los puntos próximos  $x_t^m$  y  $x_{t^*}^m$  puede aproximarse por medio del máximo exponente de Lyapunov, es decir que

$$d_t(i) \cong d_t(0) \cdot e^{\lambda_{\max} i} \quad \text{para } i = 1, \dots, T$$

donde la variable  $i$  hace referencia al número de unidades de tiempo en el que se permite la divergencia de las trayectorias en el espacio de fases reconstruido, es decir, que  $i$  representa el número de puntos del espacio de fases recorridos por cada una de las trayectorias del sistema que parten de  $x_t^m$  y  $x_{t^*}^m$ , respectivamente. Al máximo valor  $T$  que puede alcanzar  $i$ , parece lógico llamarlo período de divergencia temporal admitido entre las  $m$ -historias próximas.

Tomando logaritmo en ambos lados se obtiene

$$\log(d_t(i)) \cong \log(d_t(0)) + \lambda_{\max} i$$

Para cada valor de  $t$  comprendido entre  $m$  y  $N-m$ , esta ecuación representa un conjunto de líneas, aproximadamente paralelas, teniendo cada una de las cuales una pendiente proporcional al máximo exponente de Lyapunov  $\lambda_{\max}$ .

El máximo exponente de Lyapunov se estima realizando una regresión mínimo-cuadrática de  $\langle \log(d_t(i)) \rangle$  sobre  $i$ , donde  $\langle \cdot \rangle$  representa la media tomada sobre todos los valores de  $t = m, m+1, \dots, N$ .

En el método de Rosenstein *et al.* existen dos parámetros claves para la estimación del máximo exponente de Lyapunov. Se trata de la dimensión de inmersión  $m$  y el número de unidades de tiempo  $p$  durante las cuales se permite la divergencia entre el par de puntos próximos  $x_t^m$  y  $x_{t^*}^m$  del pseudoespacio de fases.

En esta aplicación empírica sobre la detección de dinámicas caóticas en los tipos de cambios del SME, se han empleado combinaciones de dichos parámetros recorriendo la dimensión de inmersión un rango oscilable entre 2 a 8, y un período medio de divergencia

correspondiente a 2, 3, 4, 5 y 10 unidades de tiempo. Como muestran las siguientes cuadros, el valor del máximo exponente de Lyapunov es extremadamente sensible a estos dos parámetros.

Asimismo, es importante destacar que el máximo exponente de Lyapunov es positivo para toda la configuración de parámetros examinada.

Los siguientes cuadros recogen los exponentes de Lyapunov para diferentes valores de la dimensión de inmersión y del período medio para el conjunto de series del SME disponible.

Cuadro 3.4.1.1: Exponentes de Lyapunov (1)  
Franco belga (BFR)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8
p=2	1.56695	1.02302	0.71422	0.52619	0.39953	0.30941	0.24755
p=3	0.99141	0.73144	0.53870	0.41416	0.32752	0.26356	0.21635
p=4	0.67874	0.53083	0.42953	0.34127	0.27664	0.22867	0.19057
p=5	0.49360	0.39727	0.33865	0.28922	0.23945	0.20077	0.16985
p=10	0.16627	0.14061	0.13111	0.12357	0.11726	0.11006	0.10378

Nota:

(1) Cálculos realizados a través del algoritmo de Rosenstein *et al.*

Cuadro 3.4.1.2: Exponentes de Lyapunov (1)  
Escudo portugués (ESC)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8
p=2	1.66316	1.05974	0.74167	0.53404	0.41230	0.32272	0.25298
p=3	1.02940	0.75398	0.55271	0.41968	0.33637	0.26997	0.22015
p=4	0.69301	0.54469	0.43846	0.34403	0.28253	0.23290	0.19357
p=5	0.50017	0.40827	0.34474	0.29096	0.24434	0.20490	0.17260
p=10	0.16348	0.14212	0.13087	0.12422	0.11890	0.11251	0.10633

Nota:

(1) Cálculos realizados a través del algoritmo de Rosenstein *et al.*

Cuadro 3.4.1.3: Exponentes de Lyapunov (1)  
Corona danesa (DKR)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8
p=2	1.59035	1.14749	0.84081	0.60238	0.44632	0.33504	0.27571
p=3	0.98122	0.81246	0.61342	0.46511	0.35913	0.28539	0.23823
p=4	0.66390	0.59015	0.47872	0.37596	0.30100	0.24755	0.20715
p=5	0.47890	0.44036	0.37215	0.31453	0.25875	0.21733	0.18277
p=10	0.16834	0.15571	0.14046	0.13086	0.12637	0.11935	0.10997

Nota:

(1) Cálculos realizados a través del algoritmo de Rosenstein *et al.*

Cuadro 3.4.1.4: Exponentes de Lyapunov (1)

Franco francés (FF)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8
p=2	1.85025	1.28248	0.89862	0.64737	0.46894	0.35961	0.28580
p=3	1.20354	0.89468	0.65752	0.49974	0.37956	0.30228	0.24741
p=4	0.83501	0.65216	0.51200	0.40356	0.31760	0.25917	0.21565
p=5	0.59429	0.48860	0.40013	0.33637	0.27223	0.22541	0.19052
p=10	0.19513	0.16631	0.14998	0.13963	0.13033	0.12183	0.11463

Nota:

(1) Cálculos realizados a través del algoritmo de Rosenstein *et al.*

Cuadro 3.4.1.5: Exponentes de Lyapunov (1)

Florín holandés (HFL)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8
p=2	2.02485	1.33616	0.95321	0.71641	0.55545	0.43413	0.33795
p=3	1.27978	0.92951	0.69788	0.54769	0.44096	0.35654	0.28740
p=4	0.86970	0.67193	0.54209	0.43897	0.36329	0.30055	0.24823
p=5	0.62468	0.50437	0.42453	0.36393	0.30776	0.25930	0.21783
p=10	0.20509	0.17419	0.15816	0.15216	0.14539	0.13682	0.12751

Nota:

(1) Cálculos realizados a través del algoritmo de Rosenstein *et al.*

Cuadro 3.4.1.6: Exponentes de Lyapunov (1)

Libra irlandesa (IRL)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8
p=2	1.57157	1.02336	0.71651	0.54340	0.40387	0.31599	0.25851
p=3	0.99522	0.73296	0.54282	0.42782	0.33058	0.26668	0.21947
p=4	0.68279	0.53316	0.43357	0.34901	0.27991	0.22972	0.19252
p=5	0.49808	0.40148	0.34265	0.29395	0.24241	0.20259	0.17174
p=10	0.16237	0.14375	0.13133	0.12212	0.11812	0.11209	0.10569

Nota:

(1) Cálculos realizados a través del algoritmo de Rosenstein *et al.*

Cuadro 3.4.1.7: Exponentes de Lyapunov (1)

Lira italiana (LIT)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8
p=2	2.01223	1.31452	0.93880	0.67400	0.49716	0.38442	0.30731
p=3	1.28538	0.91285	0.68732	0.51318	0.39638	0.31708	0.26067
p=4	0.86714	0.65100	0.53237	0.41143	0.32886	0.26923	0.22610
p=5	0.61307	0.48484	0.41407	0.34171	0.27972	0.23313	0.19917
p=10	0.19557	0.16738	0.14966	0.14059	0.13294	0.12592	0.11982

Nota:

(1) Cálculos realizados a través del algoritmo de Rosenstein *et al.*

Cuadro 3.4.1.8: Exponentes de Lyapunov (1)

Peseta española (PTA)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8
p=2	1.71515	1.27240	0.88797	0.63553	0.45869	0.34392	0.26552
p=3	1.13090	0.86879	0.64196	0.48595	0.36357	0.28302	0.22462
p=4	0.78700	0.61331	0.49715	0.39047	0.30071	0.24091	0.19623
p=5	0.55721	0.45437	0.38233	0.32430	0.25598	0.20999	0.17451
p=10	0.18458	0.15587	0.13925	0.13273	0.12286	0.11437	0.10597

Nota:

(1) Cálculos realizados a través del algoritmo de Rosenstein *et al.*

Cuadro 3.4.1.9: Exponentes de Lyapunov (1)

Libra inglesa (UKL)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8
p=2	1.78003	1.12120	0.77987	0.56674	0.42072	0.32899	0.26140
p=3	1.11187	0.79089	0.57787	0.43670	0.33982	0.27421	0.22449
p=4	0.75759	0.56790	0.45432	0.35367	0.28454	0.23454	0.19783
p=5	0.54970	0.42467	0.35431	0.29685	0.24402	0.20512	0.17650
p=10	0.17900	0.14686	0.13153	0.12340	0.11863	0.11318	0.10738

Nota:

(1) Cálculos realizados a través del algoritmo de Rosenstein *et al.*

Los cuadros que acabamos de presentar sobre los exponentes de Lyapunov pueden inducir a la fácil aceptación de la hipótesis de caos determinista, pues en todas ellas el máximo exponente de Lyapunov ha resultado positivo para todo el amplio conjunto de parámetros.

No obstante el problema de la detección del caos ha manifestado ser mucho más complejo. En el capítulo IV de esta Tesis veremos que un máximo exponente de Lyapunov positivo se produce, igualmente, para numerosos procesos de carácter estocástico, tanto lineales como no lineales. Propondremos en este capítulo un nuevo contraste con el fin de distinguir los procesos deterministas no lineales de los procesos estocásticos no lineales.

### 3.4.2 Dimensión de correlación

A continuación, vamos a calcular las dimensiones de correlación para un amplio conjunto de valores de los parámetros, con el fin de estudiar si se produce una saturación ante el incremento de la dimensión de inmersión, detectándose en ese caso caos, según el contraste de Grassberger y Procaccia.

Recordemos que la dimensión de correlación  $d_m$  puede estimarse para valores suficientemente pequeños de  $\varepsilon$  y un número de observaciones suficientemente grande  $N$  mediante la regresión

$$\log(C_m(\varepsilon)) = \alpha + d_m \cdot \log(\varepsilon)$$

Se presenta, entonces, un contraste empírico que se realiza mediante la representación gráfica de  $\log(C_m(\varepsilon))$  vs.  $\log(\varepsilon)$  para los sucesivos valores de la dimensión de inmersión  $m$ . La pendiente de tal aproximación,  $d_m$ , constituye la dimensión de correlación que debe mantenerse acotada en el ruido caótico y crecer indefinidamente en el caso del ruido blanco en sentido estricto.

En la práctica, dada la existencia de una raíz unitaria en las series, se toman en primer lugar diferencias logarítmicas. Seguidamente, con la intención de eliminar cualquier estructura lineal en las series que pueda afectar a la detección del caos se empleará un filtro autorregresivo  $AR(p)$  examinando las autocorrelaciones (Hsieh, 1991). La elección de la estructura de retardos ha sido seleccionada utilizando el criterio de información de Schwartz, resultando la longitud del retardo  $p=1$  para todas ellas.

Puesto que el procedimiento gráfico de Grasberger y Procaccia (1983) depende de los valores de la dimensión de inmersión  $m$  y de la distancia elegida  $\varepsilon$ , en este estudio se presentarán los resultados de la dimensión de correlación para valores de  $m$  comprendidas entre 2 y 10, y para valores de  $\varepsilon$  en el rango determinado por el algoritmo de Pankratov (1994) utilizado para calcularlas.

$\varepsilon$	0.16788	0.17783	0.18836	0.19953	0.21135	0.22387	0.23714	0.25119	0.26607	0.28184
	0.29854	0.31623	0.33497	0.35481	0.37584	0.39811	0.42170	0.44668	0.47315	0.50119
	0.56234	0.59566	0.63096	0.66834	0.70795	0.74989	0.79433	0.84140	0.89125	0.94406
										1.00000

Para cada una de las combinaciones de los parámetros  $(m, \varepsilon)$  se calcula la correlación entera correspondiente. A continuación se determina la dimensión de correlación descrita por medio de un ajuste mínimo cuadrático empleando en cada caso seis puntos  $(\log(\varepsilon), \log(C(\varepsilon)))$ , no siendo considerados los extremos del rango de valores de  $\varepsilon$ .

En los siguientes cuadros se muestran distintas estimaciones de la dimensión de correlación para un amplio conjunto de valores de los parámetros para el conjunto de divisas del SME disponibles. Como puede apreciarse en las series examinadas, la dimensión de correlación no se estabiliza.

Cuadro 3.4.2.1: Dimensión de correlación (1)

Residuos franco belga (BFR)

m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
0.76540	0.89415	0.98678	1.06073	1.11295	1.14926	1.17780	1.20451	1.23795
0.83108	0.98381	1.09643	1.18848	1.25943	1.31201	1.35236	1.38938	1.43112
0.89594	1.07655	1.21115	1.32172	1.41166	1.48278	1.53851	1.58948	1.64173
0.96214	1.17076	1.32953	1.46006	1.56856	1.65857	1.73268	1.79960	1.86344
1.02734	1.26617	1.45028	1.60366	1.73051	1.83797	1.93159	2.01643	2.09084
1.09059	1.36025	1.57105	1.75120	1.89634	2.02119	2.13380	2.23596	2.32199
1.15147	1.45320	1.69209	1.89937	2.06546	2.20837	2.33980	2.45850	2.55606
1.21148	1.54471	1.81300	2.04648	2.23567	2.39794	2.54984	2.68440	2.79496
1.26743	1.63381	1.93200	2.19307	2.40478	2.58977	2.76151	2.91454	3.04103
1.32204	1.72067	2.04860	2.33878	2.57454	2.78276	2.97846	3.14918	3.29633
1.37309	1.80617	2.16338	2.48114	2.74383	2.97802	3.19773	3.39236	3.56228
1.42206	1.88709	2.27461	2.61999	2.91196	3.17414	3.41975	3.64056	3.83757
1.47142	1.96463	2.38296	2.75575	3.07481	3.36760	3.64546	3.89574	4.12554
1.51878	2.03853	2.48831	2.88524	3.23392	3.55685	3.86691	4.15427	4.41942
1.55691	2.11109	2.58929	3.01466	3.38681	3.73967	4.08581	4.41008	4.71543

Nota:

(1) Valores de la dimensión de correlación,  $d_m$ :  $\log(C(\varepsilon)) = \alpha + d_m \cdot \log(\varepsilon)$ .

Cuadro 3.4.2.2: Dimensión de correlación (1)

Residuos corona danesa (DKR)

m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
0.78247	0.89746	0.97935	1.04166	1.08962	1.12950	1.15919	1.18177	1.20100
0.85870	1.01356	1.12175	1.21467	1.28887	1.35212	1.40340	1.44533	1.48185
0.92993	1.12727	1.26882	1.39146	1.49591	1.58649	1.66122	1.72698	1.78431
0.99785	1.23865	1.41759	1.57132	1.70793	1.82831	1.93059	2.02181	2.10385
1.06361	1.34511	1.56452	1.75451	1.92237	2.07507	2.20798	2.32748	2.43636
1.13153	1.44627	1.70741	1.93512	2.13790	2.32401	2.49118	2.64203	2.78073
1.19372	1.54340	1.84332	2.11099	2.35013	2.57183	2.77424	2.95875	3.13099
1.25422	1.63952	1.97328	2.28050	2.55802	2.81611	3.05397	3.27348	3.48075
1.30730	1.73073	2.09773	2.44136	2.75616	3.05292	3.32732	3.58234	3.82364
1.34530	1.82402	2.21661	2.59505	2.94657	3.27983	3.59014	3.88111	4.15681
1.37509	1.91035	2.33463	2.74339	3.12486	3.49610	3.84291	4.16693	4.47523
1.41337	1.98245	2.44989	2.88427	3.29645	3.69973	4.08256	4.43978	4.78155
1.45786	2.03122	2.55568	3.02182	3.46011	3.89297	4.30516	4.69453	5.07490
1.51324	2.06870	2.64637	3.14902	3.61891	4.07630	4.51454	4.93695	5.34906
1.56744	2.11095	2.71197	3.26226	3.76670	4.24995	4.71290	5.16472	5.60459

Nota:

(1) Valores de la dimensión de correlación,  $d_m$  :  $\log(C(\varepsilon)) = \alpha + d_m \cdot \log(\varepsilon)$ .

Cuadro 3.4.2.3: Dimensión de correlación (1)

Residuos escudo portugués (ESC)

m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
0.75139	0.85706	0.93505	0.99887	1.04596	1.08315	1.11584	1.14896	1.18468
0.81090	0.94202	1.03398	1.10710	1.16048	1.20151	1.23959	1.27619	1.31306
0.87005	1.03028	1.13997	1.22661	1.28982	1.33747	1.38210	1.42585	1.46337
0.92915	1.11859	1.25156	1.35415	1.43157	1.49124	1.54474	1.59528	1.63663
0.98669	1.20797	1.36577	1.48768	1.58209	1.65659	1.72302	1.78331	1.83005
1.04310	1.29520	1.48043	1.62370	1.73711	1.82930	1.91117	1.98238	2.03803
1.09897	1.38218	1.59495	1.75816	1.89242	2.00402	2.10238	2.18786	2.25583
1.15455	1.46643	1.70725	1.89069	2.04427	2.17794	2.29389	2.39437	2.47787
1.20817	1.54879	1.81703	2.02270	2.19655	2.34826	2.48389	2.60029	2.70135
1.26084	1.63227	1.92472	2.15276	2.34760	2.51997	2.67302	2.80659	2.92467
1.31303	1.71570	2.03185	2.28416	2.50104	2.69285	2.86271	3.01520	3.14943
1.36383	1.79642	2.14055	2.41737	2.65698	2.86899	3.05618	3.22611	3.37988
1.41103	1.87573	2.24837	2.55093	2.81514	3.04658	3.25297	3.44218	3.61504
1.45351	1.95155	2.35491	2.68692	2.97369	3.22914	3.45145	3.66334	3.85429
1.49070	2.02443	2.45882	2.82041	3.13567	3.41137	3.65389	3.88703	4.10040

Nota:

(1) Valores de la dimensión de correlación,  $d_m$ :  $\log(C(\varepsilon)) = \alpha + d_m \cdot \log(\varepsilon)$ .

Cuadro 3.4.2.4: Dimensión de correlación (1)

Residuos franco francés (FF)

m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
1.08913	1.46800	1.73079	1.96720	2.18016	2.37346	2.54488	2.70446	2.85464
1.16674	1.55332	1.87993	2.15665	2.41011	2.64471	2.85702	3.05731	3.24677
1.26729	1.63418	2.01510	2.34120	2.63472	2.91295	3.16590	3.40808	3.64068
1.36434	1.72127	2.13371	2.51724	2.85353	3.17397	3.46943	3.75361	4.02714
1.44037	1.83258	2.24898	2.67872	3.06348	3.42426	3.76246	4.09141	4.40476
1.47541	1.96381	2.37646	2.82988	3.25804	3.66697	4.04166	4.41385	4.77101
1.47958	2.08651	2.51901	2.98317	3.44043	3.89118	4.30999	4.71978	5.11855
1.48031	2.17857	2.67527	3.14887	3.62104	4.10138	4.55813	5.00755	5.44298
1.50119	2.22010	2.81200	3.31732	3.80985	4.30978	4.79502	5.27248	5.74794
1.52891	2.22966	2.90419	3.47340	3.99788	4.51449	5.02441	5.52505	6.03253
1.57506	2.23543	2.94861	3.59048	4.16614	4.71175	5.23919	5.76688	6.30336
1.61001	2.27388	2.96159	3.66118	4.29731	4.88359	5.44197	5.99524	6.55797
1.65404	2.32826	2.99545	3.70616	4.37836	5.02164	5.61736	6.21836	6.80040
1.71507	2.40944	3.06165	3.75647	4.44444	5.11892	5.76753	6.40831	7.03613
1.83415	2.47780	3.17825	3.84708	4.52627	5.22496	5.88844	6.56843	7.23931

Nota:

(1) Valores de la dimensión de correlación,  $d_m$  :  $\log(C(\varepsilon)) = \alpha + d_m \cdot \log(\varepsilon)$ .

Cuadro 3.4.2.5: Dimensión de correlación (1)

Residuos florín holandés (HFL)

m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
1.27044	1.54547	1.85936	2.12549	2.32434	2.49074	2.63175	2.75181	2.85937
1.36993	1.65277	1.96489	2.26979	2.51091	2.71426	2.88806	3.03694	3.17067
1.46329	1.78682	2.08856	2.41394	2.69160	2.92906	3.13674	3.31586	3.48244
1.53042	1.94044	2.23945	2.57175	2.87658	3.14476	3.38157	3.59301	3.79289
1.56853	2.09369	2.41549	2.75337	3.07512	3.37133	3.63435	3.87508	4.11031
1.57184	2.22310	2.60131	2.94981	3.28781	3.60887	3.90015	4.17044	4.43902
1.55490	2.30222	2.77474	3.14461	3.50270	3.85024	4.17429	4.47683	4.77997
1.52084	2.32047	2.91040	3.32389	3.70616	4.08147	4.44043	4.77988	5.11811
1.48501	2.28302	2.98777	3.47286	3.88618	4.29006	4.68463	5.06548	5.44915
1.44717	2.21025	2.99532	3.57299	4.03514	4.47115	4.89558	5.32182	5.75313
1.41426	2.11949	2.93833	3.61143	4.14172	4.62271	5.07303	5.53139	6.00589
1.38618	2.02703	2.83296	3.58216	4.19376	4.73572	5.22205	5.69296	6.20230
1.36862	1.94342	2.70346	3.48898	4.18178	4.79299	5.32340	5.81186	6.33669
1.35198	1.86707	2.56290	3.34806	4.09730	4.77307	5.36127	5.87733	6.42250
1.34130	1.80334	2.42908	3.18281	3.94924	4.67446	5.31903	5.87933	6.44471

Nota:

(1) Valores de la dimensión de correlación,  $d_m$  :  $\log(C(\varepsilon)) = \alpha + d_m \cdot \log(\varepsilon)$ .

Cuadro 3.4.2.6: Dimensión de correlación (1)

Residuos libra irlandesa (IRL)

m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
0.56188	0.64712	0.71237	0.76825	0.80925	0.84391	0.87031	0.88982	0.89956
0.60558	0.70049	0.76645	0.82563	0.86701	0.90656	0.93879	0.96186	0.97407
0.65256	0.75694	0.82597	0.88559	0.92439	0.96453	0.99952	1.02511	1.03993
0.70190	0.81739	0.89120	0.95127	0.98652	1.02247	1.05732	1.08302	1.10120
0.75378	0.88244	0.96265	1.02516	1.05822	1.08976	1.12058	1.14529	1.16598
0.80847	0.95093	1.04027	1.10801	1.14407	1.17337	1.20178	1.22382	1.24569
0.86519	1.02355	1.12398	1.20133	1.24568	1.27866	1.30761	1.32967	1.35246
0.92265	1.10021	1.21425	1.30464	1.36285	1.40550	1.44062	1.46732	1.49349
0.98246	1.18048	1.31061	1.41669	1.49324	1.55187	1.59923	1.63619	1.67001
1.04267	1.26355	1.41328	1.53723	1.63524	1.71424	1.77949	1.83240	1.87908
1.10018	1.34937	1.52177	1.66611	1.78713	1.88935	1.97433	2.04849	2.11400
1.15488	1.43653	1.63467	1.80090	1.94636	2.07347	2.18106	2.27848	2.36592
1.21145	1.52493	1.75098	1.94156	2.11158	2.26474	2.39555	2.51798	2.62876
1.26773	1.61056	1.87002	2.08687	2.28338	2.46196	2.61632	2.76265	2.89865
1.31964	1.69489	1.99001	2.23532	2.45987	2.66519	2.84364	3.01674	3.17565

Nota:

(1) Valores de la dimensión de correlación,  $d_m$  :  $\log(C(\epsilon)) = \alpha + d_m \cdot \log(\epsilon)$ .

Cuadro 3.4.2.7: Dimensión de correlación (1)

Residuos lira italiana (LIT)

m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
0.69382	0.96363	1.25701	1.51897	1.74720	1.93633	2.10744	2.25462	2.39579
0.71065	0.96725	1.24164	1.52089	1.76996	1.98790	2.17683	2.34071	2.49403
0.74405	0.98132	1.23668	1.51369	1.77203	2.01354	2.22095	2.40044	2.56953
0.79502	1.00695	1.24701	1.50684	1.76581	2.01671	2.24018	2.43922	2.62272
0.85360	1.04158	1.27230	1.51392	1.76022	2.01012	2.23974	2.45873	2.65769
0.91005	1.09522	1.31349	1.53969	1.76659	2.00687	2.23471	2.46321	2.67622
0.95696	1.17093	1.36960	1.58272	1.79607	2.01879	2.23751	2.47027	2.68715
0.99892	1.25660	1.44416	1.64856	1.84831	2.05619	2.26199	2.49143	2.70673
1.04204	1.34035	1.54244	1.73224	1.92701	2.12357	2.31750	2.53780	2.74801
1.09770	1.41284	1.65538	1.84206	2.02994	2.22214	2.40762	2.61816	2.81848
1.15382	1.48168	1.76475	1.97456	2.16041	2.34786	2.53010	2.73135	2.92045
1.23965	1.56060	1.86543	2.11614	2.31455	2.50181	2.68256	2.87717	3.05459
1.31218	1.65071	1.96240	2.24905	2.48351	2.67970	2.86407	3.05357	3.22482
1.36737	1.74890	2.07936	2.38348	2.65332	2.87799	3.07324	3.26310	3.43154
1.40902	1.86936	2.21553	2.52477	2.82470	3.07744	3.30033	3.50066	3.67619

Nota:

(1) Valores de la dimensión de correlación,  $d_m$ :  $\log(C(\varepsilon)) = \alpha + d_m \cdot \log(\varepsilon)$ .

Cuadro 3.4.2.8: Dimensión de correlación (1)

Residuos peseta española (PTA)

m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
0.83200	0.91888	1.01579	1.09606	1.15782	1.21908	1.27947	1.33725	1.39702
0.89794	1.02302	1.12591	1.22008	1.29510	1.36398	1.42829	1.49096	1.55638
0.92761	1.13437	1.24808	1.35849	1.44704	1.52587	1.59728	1.66493	1.73456
0.93515	1.24655	1.38083	1.50775	1.61625	1.70584	1.78758	1.86406	1.94036
0.95658	1.34192	1.51986	1.66950	1.79855	1.90665	2.00036	2.08932	2.17547
1.06077	1.40893	1.66552	1.83752	1.99141	2.12324	2.23678	2.33848	2.44031
1.19489	1.45727	1.79851	2.01213	2.19411	2.34951	2.48933	2.61250	2.72949
1.35031	1.54612	1.90510	2.18572	2.40157	2.58663	2.75291	2.90067	3.04299
1.42720	1.70201	2.00745	2.34214	2.60999	2.82727	3.02642	3.20200	3.36932
1.39995	1.89391	2.15135	2.48665	2.80087	3.06651	3.30003	3.50930	3.71009
1.33740	2.03398	2.32306	2.65384	2.98495	3.29509	3.56799	3.81758	4.05395
1.35031	2.09510	2.53268	2.86178	3.19140	3.52053	3.83010	4.11654	4.39670
1.42891	2.04219	2.65635	3.04967	3.40189	3.75542	4.08768	4.41246	4.72471
1.60311	1.98975	2.72244	3.23818	3.62914	3.99959	4.35220	4.70625	5.05876
1.70693	2.00857	2.70760	3.31709	3.81056	4.24935	4.63021	5.00497	5.39271

Nota:

(1) Valores de la dimensión de correlación,  $d_m$  :  $\log(C(\varepsilon)) = \alpha + d_m \cdot \log(\varepsilon)$ .

Cuadro 3.4.2.9: Dimensión de correlación (1)

Residuos libra esterlina (UKL)

m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
1.10059	1.40090	1.63537	1.83404	2.01206	2.17118	2.31937	2.45830	2.58722
1.16154	1.49713	1.76035	1.98302	2.18248	2.36448	2.53377	2.68980	2.83450
1.22050	1.59169	1.88527	2.13438	2.35589	2.55977	2.75062	2.92208	3.07976
1.27609	1.68359	2.00918	2.28595	2.52911	2.75511	2.96377	3.15027	3.31954
1.32928	1.77147	2.13017	2.43335	2.69914	2.94524	3.17233	3.37119	3.55391
1.37985	1.85579	2.24764	2.57926	2.86507	3.12945	3.37322	3.58549	3.77686
1.42766	1.93698	2.36006	2.72110	3.02663	3.30860	3.56418	3.78825	3.99255
1.47348	2.01523	2.46605	2.85780	3.18601	3.48249	3.75121	3.98094	4.19461
1.51711	2.08920	2.56842	2.98933	3.33983	3.65186	3.93452	4.17423	4.39614
1.55932	2.15820	2.66843	3.11223	3.48775	3.81962	4.11115	4.36315	4.59257
1.59980	2.22250	2.76178	3.22822	3.62917	3.98231	4.28776	4.54572	4.78575
1.63494	2.28306	2.84888	3.34055	3.76083	4.13613	4.45882	4.73369	4.97330
1.66775	2.34019	2.93436	3.44742	3.88567	4.27886	4.61918	4.90809	5.16603
1.69803	2.39788	3.01147	3.55338	4.01249	4.41511	4.77731	5.07383	5.35634
1.72410	2.45224	3.08682	3.65432	4.13646	4.55090	4.92239	5.23872	5.54629

Nota:

(1) Valores de la dimensión de correlación,  $d_m$  :  $\log(C(\epsilon)) = \alpha + d_m \cdot \log(\epsilon)$ .

### 3.4.3 Contraste estadístico BDS

A continuación, aplicaremos el contraste BDS al residuo autorregresivo de los rendimientos del conjunto de series disponibles del SME. El contraste BDS constituye una potente herramienta para detectar la presencia de una estructura (lineal o no) en los datos; esta ambigüedad conduce a considerar que el rechazo de la hipótesis nula de independencia e idéntica distribución de la serie analizada, no asegura la existencia de dependencia determinista no lineal.

Tras tomar primeras diferencias logarítmicas en las series por las razones argumentadas anteriormente, se utilizará un filtro autorregresivo AR(p) con la intención, nuevamente, de eliminar cualquier estructura lineal en las series. La elección de la estructura de retardos ha sido seleccionada utilizando el criterio de información de Schwartz, resultando la longitud del retardo  $p=1$  para todas ellas.

Puesto que el contraste estadístico BDS depende de los valores de la dimensión de inmersión  $m$  y de la distancia elegida  $\varepsilon$ , en este trabajo se presentarán los resultados para valores de  $m$  comprendidos entre 2 y 8, y para valores de  $\varepsilon$  en el rango desde  $0.5\sigma$  a  $2\sigma$  (Brock, Hsieh y LeBaron, 1991).

Con el fin de hacer comparaciones, se utilizará la técnica de barajado propuesta por Scheinkman y LeBaron (1989). Si al aplicar el BDS a la serie desordenada aleatoriamente, la hipótesis nula de independencia y distribución idéntica fuese aceptada, ello evidenciaría la existencia de una estructura de dependencia no lineal presente en la serie original destruida con en el proceso de aleatorización de la serie.

En los siguientes cuadros, se muestran los estadísticos calculados empleando el programa BDS-STATS proporcionado por W. Davis Dechert. Como puede observarse en los Cuadros 3.4.3.1 hasta 3.4.3.9, la hipótesis nula de IID de las series es rechazada al nivel de significatividad del 1% en todo el conjunto de parámetros y para todas las divisas del SME. En cambio, tras desordenar aleatoriamente cada una de las series, la hipótesis nula no se rechaza en ninguna ocasión, según ponen de manifiesto los cuadros 3.4.3.10 hasta 3.4.3.18.

Cuadro 3.4.3.1: Residuos franco belga (BFR) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	23.0300 <sup>a</sup>	23.1100 <sup>a</sup>	23.0620 <sup>a</sup>	23.2420 <sup>a</sup>	23.2710 <sup>a</sup>	23.8040 <sup>a</sup>	24.8050 <sup>a</sup>
m=3	29.4980 <sup>a</sup>	28.2720 <sup>a</sup>	27.4850 <sup>a</sup>	27.2180 <sup>a</sup>	26.9880 <sup>a</sup>	27.1380 <sup>a</sup>	27.6500 <sup>a</sup>
m=4	35.6040 <sup>a</sup>	32.2820 <sup>a</sup>	30.3190 <sup>a</sup>	29.3090 <sup>a</sup>	28.6070 <sup>a</sup>	28.3630 <sup>a</sup>	28.4860 <sup>a</sup>
m=5	42.6100 <sup>a</sup>	36.1190 <sup>a</sup>	32.6020 <sup>a</sup>	30.7510 <sup>a</sup>	29.5720 <sup>a</sup>	28.9990 <sup>a</sup>	28.7820 <sup>a</sup>
m=6	51.9470 <sup>a</sup>	41.1760 <sup>a</sup>	35.4870 <sup>a</sup>	32.4940 <sup>a</sup>	30.6590 <sup>a</sup>	29.6220 <sup>a</sup>	29.0070 <sup>a</sup>
m=7	64.1360 <sup>a</sup>	47.1990 <sup>a</sup>	38.6480 <sup>a</sup>	34.2370 <sup>a</sup>	31.6350 <sup>a</sup>	30.0850 <sup>a</sup>	29.0590 <sup>a</sup>
m=8	79.4980 <sup>a</sup>	54.1640 <sup>a</sup>	42.0690 <sup>a</sup>	36.0110 <sup>a</sup>	32.5510 <sup>a</sup>	30.4680 <sup>a</sup>	29.0530 <sup>a</sup>

Notas:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

(2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.2: Residuos corona danesa (DKR) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	11.7430 <sup>a</sup>	9.8891 <sup>a</sup>	9.5574 <sup>a</sup>	10.0540 <sup>a</sup>	11.8910 <sup>a</sup>	14.1090 <sup>a</sup>	16.7400 <sup>a</sup>
m=3	15.8730 <sup>a</sup>	13.9570 <sup>a</sup>	13.9000 <sup>a</sup>	14.2550 <sup>a</sup>	16.0320 <sup>a</sup>	17.9770 <sup>a</sup>	20.0800 <sup>a</sup>
m=4	18.7240 <sup>a</sup>	16.0900 <sup>a</sup>	15.7400 <sup>a</sup>	15.8410 <sup>a</sup>	17.2560 <sup>a</sup>	18.8070 <sup>a</sup>	20.4990 <sup>a</sup>
m=5	20.7300 <sup>a</sup>	17.1320 <sup>a</sup>	16.4630 <sup>a</sup>	16.3520 <sup>a</sup>	17.4680 <sup>a</sup>	18.7280 <sup>a</sup>	20.1240 <sup>a</sup>
m=6	22.9610 <sup>a</sup>	18.0980 <sup>a</sup>	17.0400 <sup>a</sup>	16.6910 <sup>a</sup>	17.4820 <sup>a</sup>	18.4280 <sup>a</sup>	19.5290 <sup>a</sup>
m=7	25.2670 <sup>a</sup>	18.9410 <sup>a</sup>	17.4930 <sup>a</sup>	16.9310 <sup>a</sup>	17.4830 <sup>a</sup>	18.1480 <sup>a</sup>	18.9810 <sup>a</sup>
m=8	28.2600 <sup>a</sup>	20.0530 <sup>a</sup>	18.1250 <sup>a</sup>	17.3120 <sup>a</sup>	17.5870 <sup>a</sup>	17.9340 <sup>a</sup>	18.4860 <sup>a</sup>

Notas:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

(2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.3: Residuos escudo portugués (ESC) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	22.9310 <sup>a</sup>	23.9260 <sup>a</sup>	24.8220 <sup>a</sup>	25.5110 <sup>a</sup>	25.4900 <sup>a</sup>	24.9430 <sup>a</sup>	24.0790 <sup>a</sup>
m=3	29.5320 <sup>a</sup>	29.6510 <sup>a</sup>	29.8130 <sup>a</sup>	29.9540 <sup>a</sup>	29.2700 <sup>a</sup>	27.9360 <sup>a</sup>	26.5300 <sup>a</sup>
m=4	36.3880 <sup>a</sup>	34.3990 <sup>a</sup>	33.1410 <sup>a</sup>	32.3580 <sup>a</sup>	31.1030 <sup>a</sup>	29.4310 <sup>a</sup>	27.8300 <sup>a</sup>
m=5	45.0720 <sup>a</sup>	39.7190 <sup>a</sup>	36.2870 <sup>a</sup>	34.1600 <sup>a</sup>	32.1150 <sup>a</sup>	30.0010 <sup>a</sup>	28.0780 <sup>a</sup>
m=6	57.0590 <sup>a</sup>	46.3410 <sup>a</sup>	40.0440 <sup>a</sup>	36.3970 <sup>a</sup>	33.4730 <sup>a</sup>	30.8170 <sup>a</sup>	28.5460 <sup>a</sup>
m=7	74.5260 <sup>a</sup>	54.6660 <sup>a</sup>	44.3730 <sup>a</sup>	38.8550 <sup>a</sup>	34.9200 <sup>a</sup>	31.6450 <sup>a</sup>	28.9790 <sup>a</sup>
m=8	99.8500 <sup>a</sup>	65.2120 <sup>a</sup>	49.3710 <sup>a</sup>	41.5090 <sup>a</sup>	36.4250 <sup>a</sup>	32.4880 <sup>a</sup>	29.3970 <sup>a</sup>

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
 (2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.4: Residuos corona danesa (FF) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	1.2539	14.0070 <sup>a</sup>	10.3540 <sup>a</sup>	14.4260 <sup>a</sup>	13.2470 <sup>a</sup>	15.3220 <sup>a</sup>	16.9240 <sup>a</sup>
m=3	4.0209 <sup>a</sup>	17.2610 <sup>a</sup>	12.6780 <sup>a</sup>	17.0400 <sup>a</sup>	15.6970 <sup>a</sup>	17.8650 <sup>a</sup>	19.3050 <sup>a</sup>
m=4	5.6038 <sup>a</sup>	19.3510 <sup>a</sup>	13.7410 <sup>a</sup>	18.1220 <sup>a</sup>	16.7520 <sup>a</sup>	18.8150 <sup>a</sup>	20.0750 <sup>a</sup>
m=5	6.8737 <sup>a</sup>	20.6410 <sup>a</sup>	13.9740 <sup>a</sup>	18.2850 <sup>a</sup>	16.9010 <sup>a</sup>	18.9320 <sup>a</sup>	20.0290 <sup>a</sup>
m=6	8.4664 <sup>a</sup>	22.2840 <sup>a</sup>	14.5720 <sup>a</sup>	18.7010 <sup>a</sup>	17.2450 <sup>a</sup>	19.2210 <sup>a</sup>	20.1600 <sup>a</sup>
m=7	9.6397 <sup>a</sup>	23.8050 <sup>a</sup>	14.9550 <sup>a</sup>	19.0200 <sup>a</sup>	17.4940 <sup>a</sup>	19.4080 <sup>a</sup>	20.1920 <sup>a</sup>
m=8	11.1850 <sup>a</sup>	25.7420 <sup>a</sup>	15.5870 <sup>a</sup>	19.5560 <sup>a</sup>	17.8690 <sup>a</sup>	19.6370 <sup>a</sup>	20.2210 <sup>a</sup>

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
 (2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.5: Residuos florín holandés (HFL) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	34.6440 <sup>a</sup>	14.3610 <sup>a</sup>	10.2200 <sup>a</sup>	13.6830 <sup>a</sup>	14.8510 <sup>a</sup>	15.9420 <sup>a</sup>	17.1920 <sup>a</sup>
m=3	42.5260 <sup>a</sup>	16.6960 <sup>a</sup>	13.8860 <sup>a</sup>	18.6030 <sup>a</sup>	19.6120 <sup>a</sup>	20.3890 <sup>a</sup>	21.4770 <sup>a</sup>
m=4	48.2730 <sup>a</sup>	17.8910 <sup>a</sup>	16.4610 <sup>a</sup>	21.9470 <sup>a</sup>	22.4640 <sup>a</sup>	22.6860 <sup>a</sup>	23.3820 <sup>a</sup>
m=5	55.9040 <sup>a</sup>	19.6850 <sup>a</sup>	19.1760 <sup>a</sup>	25.0290 <sup>a</sup>	24.8730 <sup>a</sup>	24.5800 <sup>a</sup>	24.9630 <sup>a</sup>
m=6	67.5760 <sup>a</sup>	22.2470 <sup>a</sup>	22.6420 <sup>a</sup>	28.5370 <sup>a</sup>	27.4780 <sup>a</sup>	26.5330 <sup>a</sup>	26.4730 <sup>a</sup>
m=7	83.9980 <sup>a</sup>	25.0350 <sup>a</sup>	26.4570 <sup>a</sup>	32.1840 <sup>a</sup>	29.9720 <sup>a</sup>	28.2080 <sup>a</sup>	27.6650 <sup>a</sup>
m=8	109.5000 <sup>a</sup>	29.1910 <sup>a</sup>	30.9790 <sup>a</sup>	36.2420 <sup>a</sup>	32.5940 <sup>a</sup>	29.9000 <sup>a</sup>	28.7950 <sup>a</sup>

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
 (2) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.6: Residuos libra irlandesa (IRL) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	26.2120 <sup>a</sup>	25.4610 <sup>a</sup>	24.0230 <sup>a</sup>	22.1150 <sup>a</sup>	20.2790 <sup>a</sup>	18.4000 <sup>a</sup>	17.0410 <sup>a</sup>
m=3	33.5390 <sup>a</sup>	31.1840 <sup>a</sup>	28.5740 <sup>a</sup>	25.8740 <sup>a</sup>	23.5760 <sup>a</sup>	21.4720 <sup>a</sup>	19.8620 <sup>a</sup>
m=4	40.9930 <sup>a</sup>	36.3560 <sup>a</sup>	32.3130 <sup>a</sup>	28.6150 <sup>a</sup>	25.6700 <sup>a</sup>	23.2980 <sup>a</sup>	21.6660 <sup>a</sup>
m=5	49.1350 <sup>a</sup>	41.1870 <sup>a</sup>	35.4560 <sup>a</sup>	30.8190 <sup>a</sup>	27.2970 <sup>a</sup>	24.5940 <sup>a</sup>	22.7120 <sup>a</sup>
m=6	59.3260 <sup>a</sup>	46.8320 <sup>a</sup>	39.0560 <sup>a</sup>	33.2730 <sup>a</sup>	28.9650 <sup>a</sup>	25.8110 <sup>a</sup>	23.6730 <sup>a</sup>
m=7	72.2180 <sup>a</sup>	53.1630 <sup>a</sup>	42.6140 <sup>a</sup>	35.4850 <sup>a</sup>	30.3610 <sup>a</sup>	26.7410 <sup>a</sup>	24.2910 <sup>a</sup>
m=8	89.6020 <sup>a</sup>	60.8450 <sup>a</sup>	46.4830 <sup>a</sup>	37.6680 <sup>a</sup>	31.6370 <sup>a</sup>	27.5810 <sup>a</sup>	24.8350 <sup>a</sup>

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
 (2) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.7: Residuos lira italiana (LIT) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	17.3430 <sup>a</sup>	16.4310 <sup>a</sup>	13.2850 <sup>a</sup>	12.0830 <sup>a</sup>	9.5798 <sup>a</sup>	7.7130 <sup>a</sup>	7.1839 <sup>a</sup>
m=3	23.0470 <sup>a</sup>	21.0090 <sup>a</sup>	17.2520 <sup>a</sup>	15.8870 <sup>a</sup>	13.1040 <sup>a</sup>	11.2550 <sup>a</sup>	10.6160 <sup>a</sup>
m=4	27.7700 <sup>a</sup>	23.9830 <sup>a</sup>	19.4640 <sup>a</sup>	17.8810 <sup>a</sup>	14.9170 <sup>a</sup>	13.2060 <sup>a</sup>	12.5710 <sup>a</sup>
m=5	33.2410 <sup>a</sup>	26.9060 <sup>a</sup>	21.1100 <sup>a</sup>	19.1420 <sup>a</sup>	15.8520 <sup>a</sup>	14.1160 <sup>a</sup>	13.5340 <sup>a</sup>
m=6	40.4490 <sup>a</sup>	30.2720 <sup>a</sup>	22.7630 <sup>a</sup>	20.2750 <sup>a</sup>	16.4880 <sup>a</sup>	14.6530 <sup>a</sup>	14.0890 <sup>a</sup>
m=7	50.3850 <sup>a</sup>	34.2700 <sup>a</sup>	24.4900 <sup>a</sup>	21.3210 <sup>a</sup>	16.9860 <sup>a</sup>	14.9950 <sup>a</sup>	14.4090 <sup>a</sup>
m=8	64.6350 <sup>a</sup>	39.3260 <sup>a</sup>	26.5400 <sup>a</sup>	22.5510 <sup>a</sup>	17.4780 <sup>a</sup>	15.2410 <sup>a</sup>	14.5660 <sup>a</sup>

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
(2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.8: Residuos peseta española (PTA) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	22.2900 <sup>a</sup>	14.7380 <sup>a</sup>	16.6250 <sup>a</sup>	15.6430 <sup>a</sup>	16.7070 <sup>a</sup>	15.8980 <sup>a</sup>	15.1200 <sup>a</sup>
m=3	28.9850 <sup>a</sup>	18.3820 <sup>a</sup>	21.4600 <sup>a</sup>	19.7550 <sup>a</sup>	19.7990 <sup>a</sup>	18.9110 <sup>a</sup>	17.7530 <sup>a</sup>
m=4	35.3890 <sup>a</sup>	21.1390 <sup>a</sup>	24.8610 <sup>a</sup>	22.3780 <sup>a</sup>	21.8320 <sup>a</sup>	20.7930 <sup>a</sup>	19.5580 <sup>a</sup>
m=5	42.6390 <sup>a</sup>	23.2230 <sup>a</sup>	27.4010 <sup>a</sup>	24.0190 <sup>a</sup>	22.8690 <sup>a</sup>	21.5420 <sup>a</sup>	20.1770 <sup>a</sup>
m=6	52.5290 <sup>a</sup>	25.6560 <sup>a</sup>	30.1890 <sup>a</sup>	25.7340 <sup>a</sup>	24.1460 <sup>a</sup>	22.4810 <sup>a</sup>	20.9280 <sup>a</sup>
m=7	65.2860 <sup>a</sup>	28.1600 <sup>a</sup>	33.0560 <sup>a</sup>	27.2810 <sup>a</sup>	25.0140 <sup>a</sup>	23.0440 <sup>a</sup>	21.3630 <sup>a</sup>
m=8	82.9440 <sup>a</sup>	31.1220 <sup>a</sup>	36.2570 <sup>a</sup>	28.8590 <sup>a</sup>	25.8020 <sup>a</sup>	23.5120 <sup>a</sup>	21.6840 <sup>a</sup>

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
(2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.9: Residuos libra esterlina (UKL) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	14.6360 <sup>a</sup>	15.3690 <sup>a</sup>	15.5270 <sup>a</sup>	15.7410 <sup>a</sup>	15.9060 <sup>a</sup>	15.4940 <sup>a</sup>	15.4060 <sup>a</sup>
m=3	18.6800 <sup>a</sup>	19.0600 <sup>a</sup>	18.8350 <sup>a</sup>	18.6990 <sup>a</sup>	18.6010 <sup>a</sup>	17.8990 <sup>a</sup>	17.8170 <sup>a</sup>
m=4	23.7830 <sup>a</sup>	23.1950 <sup>a</sup>	22.0500 <sup>a</sup>	21.2910 <sup>a</sup>	20.8230 <sup>a</sup>	19.8080 <sup>a</sup>	19.7240 <sup>a</sup>
m=5	30.3620 <sup>a</sup>	27.8390 <sup>a</sup>	25.2790 <sup>a</sup>	23.6260 <sup>a</sup>	22.6090 <sup>a</sup>	21.1250 <sup>a</sup>	21.0310 <sup>a</sup>
m=6	39.8360 <sup>a</sup>	33.9890 <sup>a</sup>	29.0730 <sup>a</sup>	26.0890 <sup>a</sup>	24.3440 <sup>a</sup>	22.2390 <sup>a</sup>	22.1160 <sup>a</sup>
m=7	53.6600 <sup>a</sup>	41.7360 <sup>a</sup>	33.2530 <sup>a</sup>	28.5660 <sup>a</sup>	25.9290 <sup>a</sup>	23.0560 <sup>a</sup>	22.8940 <sup>a</sup>
m=8	75.2390 <sup>a</sup>	51.9840 <sup>a</sup>	38.1530 <sup>a</sup>	31.2290 <sup>a</sup>	27.4970 <sup>a</sup>	23.7510 <sup>a</sup>	23.5490 <sup>a</sup>

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
(2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.10: Residuos barajados franco belga (BFR) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	0.7949	0.8632	0.5494	0.0356	-0.4974	-0.9175	-0.0468
m=3	1.1221	0.8976	0.4470	-0.0557	-0.4285	-0.6288	-0.0488
m=4	1.1919	0.8940	0.3655	-0.1042	-0.4195	-0.6346	-0.0584
m=5	0.9769	0.5824	-0.0154	-0.4793	-0.7434	-0.9191	-0.0684
m=6	0.7504	0.3856	-0.1732	-0.6060	-0.7987	-0.8853	-0.0778
m=7	0.9003	0.5363	-0.0542	-0.5507	-0.8091	-0.9099	-0.0867
m=8	0.7784	0.4718	-0.0994	-0.5730	-0.7868	-0.8318	-0.0950

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
(2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.11: Residuos barajados corona danesa (DKR) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	1.2754	0.8692	0.6339	0.0500	-0.2641	-0.6902	-0.8414
m=3	0.8972	0.7493	0.5898	0.2915	0.2095	-0.1432	-0.3978
m=4	0.6428	0.6123	0.6162	0.5595	0.7351	0.5825	0.4239
m=5	0.7123	0.7254	0.6988	0.7429	1.0087	0.9367	0.7722
m=6	0.7733	0.8400	0.7894	0.8653	1.1356	1.0848	0.8987
m=7	0.8652	0.9958	0.9855	1.1112	1.3741	1.3020	1.0614
m=8	0.9963	1.1676	1.1970	1.3433	1.5986	1.4854	1.1748

Notas:

- (1)  $a$ ,  $b$  y  $c$  representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
 (2) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.12: Residuos barajados escudo portugués (ESC) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-0.9966	-0.5257	-0.0875	0.1545	0.2871	0.2578	0.3111
m=3	-0.0872	0.3010	0.4561	0.4381	0.3598	0.2084	0.1593
m=4	0.1481	0.4588	0.5399	0.4522	0.3312	0.1816	0.1588
m=5	0.5540	0.7092	0.6927	0.5149	0.3694	0.2767	0.3021
m=6	0.8173	0.9657	0.9809	0.7931	0.6624	0.5988	0.6311
m=7	0.9597	1.1066	1.1788	0.9599	0.7924	0.6974	0.7027
m=8	1.2204	1.2211	1.2950	1.0305	0.8197	0.6903	0.6710

Notas:

- (1)  $a$ ,  $b$  y  $c$  representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
 (2) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.13: Residuos barajados corona danesa (FF) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-0.7980	-0.4519	-0.3931	-0.4244	-0.1457	-0.0155	0.1636
m=3	-0.8175	-0.7249	-0.5215	-0.5012	-0.3201	-0.2090	0.0114
m=4	-0.6390	-0.6043	-0.5182	-0.4084	-0.3032	-0.2438	-0.0544
m=5	-0.7166	-0.7932	-0.6594	-0.4816	-0.3115	-0.2269	0.0247
m=6	-0.9813	-0.9534	-0.7256	-0.4953	-0.3385	-0.2457	-0.0043
m=7	-0.9686	-0.9739	-0.6992	-0.5190	-0.4165	-0.3338	-0.1268
m=8	-1.5070	-1.0236	-0.8432	-0.6765	-0.5927	-0.4880	-0.2800

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
(2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.14: Residuos barajados florín holandés (HFL) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-0.3987	-0.1875	-0.1701	-0.3335	0.0798	0.1998	0.3765
m=3	0.1283	-0.1438	-0.2271	-0.3489	0.0554	0.2305	0.2517
m=4	0.2526	-0.0976	-0.2163	-0.3270	0.2505	0.4820	0.4136
m=5	0.2320	-0.2858	-0.4659	-0.6067	0.0072	0.2987	0.2492
m=6	0.3089	-0.2531	-0.3824	-0.5057	0.1171	0.4111	0.3364
m=7	0.4688	-0.1742	-0.2063	-0.3549	0.2023	0.4430	0.3698
m=8	0.9955	0.0867	0.2330	-0.0128	0.5076	0.6534	0.5466

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.  
(2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.15: Residuos barajados libra irlandesa (IRL) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-0.6661	-0.4848	0.2468	0.8528	1.0719	0.9158	0.6977
m=3	-1.3031	-1.0206	-0.2937	0.1074	0.1412	-0.1084	-0.2709
m=4	-1.0487	-0.7664	-0.1312	0.1166	-0.0645	-0.4753	-0.7186
m=5	-1.1825	-1.0089	-0.5515	-0.4192	-0.6593	-1.0693	-1.2822
m=6	-1.1518	-1.0153	-0.7268	-0.6550	-0.8735	-1.2089	-1.3814
m=7	-1.1110	-0.9222	-0.7044	-0.6646	-0.8586	-1.1556	-1.2954
m=8	-0.9409	-0.7204	-0.5620	-0.5339	-0.7010	-0.9782	-1.1248

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.
- (2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.16: Residuos barajados lira italiana (LIT) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	0.1489	0.2224	-0.0279	-0.4027	-0.6052	-0.6314	-0.5008
m=3	0.0898	0.0698	-0.0650	-0.3492	-0.4727	-0.5072	-0.2585
m=4	-0.4052	-0.3464	-0.4130	-0.5962	-0.6953	-0.8263	-0.5265
m=5	-0.5698	-0.5126	-0.6161	-0.7767	-0.8751	-1.0777	-0.7830
m=6	-0.8029	-0.7432	-0.8309	-0.9087	-0.9515	-1.1588	-0.8699
m=7	-0.8282	-0.9215	-1.0972	-1.2105	-1.2290	-1.4053	-1.0790
m=8	-0.8911	-0.9853	-1.2393	-1.3441	-1.4048	-1.5734	-1.2572

Notas:

- (1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.
- (2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.17: Residuos barajados peseta española (PTA) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	0.2177	-0.5257	-0.4576	-1.1278	-1.1348	-1.1228	-0.8867
m=3	-0.3156	-0.9420	-0.6458	-1.3708	-1.2397	-1.3365	-1.2399
m=4	-0.5332	-1.1495	-0.8378	-1.4032	-1.3257	-1.4564	-1.4106
m=5	-1.0732	-1.3323	-0.9571	-1.4189	-1.1630	-1.3499	-1.2874
m=6	-1.3571	-1.3932	-0.9495	-1.3362	-0.9370	-1.1387	-1.0087
m=7	-1.2536	-1.1330	-0.6660	-0.9922	-0.4752	-0.6564	-0.5181
m=8	-1.1713	-1.0133	-0.5880	-0.8703	-0.2721	-0.4368	-0.2795

Notas:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

(2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.4.3.18: Residuos barajados libra esterlina (UKL) (1)

Parámetros	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=1.75\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	0.0547	0.1593	0.0283	-0.0808	-0.1733	-0.0607	-0.0644
m=3	-0.0680	0.0571	-0.1135	-0.3015	-0.5175	-0.6080	-0.6111
m=4	-0.3485	-0.2461	-0.4803	-0.7060	-0.9229	-0.9086	-0.9017
m=5	-0.4563	-0.2817	-0.5473	-0.8226	-1.0511	-0.9439	-0.9273
m=6	-0.8012	-0.6395	-0.8414	-1.0811	-1.2654	-1.0227	-0.9952
m=7	-0.9829	-0.8159	-0.9875	-1.2760	-1.4223	-1.0959	-1.0638
m=8	-0.9552	-0.9590	-1.0941	-1.4140	-1.5271	-1.1429	-1.1083

Notas:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> representa los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

(2) Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

A la vista de los resultados obtenidos sobre las series de rendimientos de tipos de cambios filtradas linealmente, puede asegurarse la evidencia de estructuras no lineales significativas en la totalidad de las series analizadas al rechazarse fuertemente la hipótesis nula de independencia e idéntica distribución (IID).

Cuando se procede a desordenar aleatoriamente series con la intención de destruir las posibles estructuras no lineales existentes, todos los contrastes realizados nos indican la aceptación de la hipótesis nula.

El hecho de que las series aleatorizadas no rechacen la hipótesis nula IID, indica que la hipótesis hecha sobre la idéntica distribución no es la responsable de los débiles valores estadísticos resultantes. Por tanto, este hecho puede tomarse como evidencia de estructura no lineal presente en las series originales que ha sido destruida con el proceso de aleatorización.

Los resultados obtenidos mediante estos contrastes plantean una incógnita bien conocida en la literatura econométrica, en el sentido de que la no linealidad detectada no tiene una fácil interpretación. La no linealidad deducida para cada serie puede ser el resultado de procesos caóticos deterministas o de procesos estocásticos no lineales.

En cualquier caso, la hipótesis teórica propuesta inicialmente por Krugman (1991) defendida sobre la existencia de una estructura no lineal en el desarrollo temporal de las series utilizadas, debido a la existencia de bandas destinadas a delimitar las fluctuaciones cambiarias, en el MTCI, es por tanto corroborada.

La ulterior distinción en si dicha no linealidad tiene un origen determinista, con lo que tendría potenciales aplicaciones de cara a la predicción o es sencillamente de tipo estocástico, será tratada en el capítulo V y constituye uno de los objetivos fundamentales de esta Tesis.

### 3.5 Distinción entre no linealidades estocásticas en media y en varianza

Como ya ha sido señalado, el rechazo de la hipótesis nula de IID en el test BDS aplicado los residuos de las series filtradas de tipos de cambio no puede atribuirse, necesariamente, a la presencia de un proceso determinista caótico, de baja dimensión. Existe otro tipo de comportamientos, tales como los procesos estocásticos no lineales, capaces de producir fuertes rechazos de la hipótesis nula de independencia y distribución idéntica del test BDS.

Cuando se plantea contrastar el comportamiento estocástico no lineal en una determinada serie temporal, surge el problema de que el conjunto de modelos estocásticos no lineales es excesivamente grande. En este apartado vamos a centrarnos en el problema de clasificar el tipo de no linealidad estocástica que podría estar presente en una serie. Los procesos estocásticos no lineales suelen clasificarse en tres categorías:

Procesos estocásticos *no lineales en media*, cuya estructura es de la forma

$$x_t = A(J_t) + \varepsilon_t$$

Procesos estocásticos *no lineales en varianza*, cuya estructura es de la forma

$$x_t = B(J_t)\varepsilon_t$$

Como una combinación de los anteriores es también posible concebir los procesos estocásticos *no lineales mixtos* donde las no linealidades afectan tanto a la media como a la varianza. La estructura de los modelos mixtos es de la forma

$$x_t = A(J_t) + B(J_t)\varepsilon_t$$

En todos los casos  $J_t = (x_{t-1}, \dots, x_{t-k}, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k})$  y  $\varepsilon_t$  es una variable aleatoria con media cero e independiente tanto de las  $x_{t-i}$  como de las  $\varepsilon_{t-i}$  ( $i = 1, \dots, k$ ); por último, A y B son funciones no lineales arbitrarias de  $J_t$ .

Como ejemplo de procesos no lineales en media cabría citar, por ejemplo, el NLMA, mientras que los modelos ARCH y GARCH son ejemplos de procesos no lineales en varianza.

Tanto los procesos estocásticos no lineales en media como en varianza tienen en común que las variables  $x_t^2$  no son independientes e idénticamente distribuidas. No obstante existe una profunda diferencia entre ellos.

Consideremos la función

$$F(J_t) = E[x_t | x_{t-1}, \dots, x_{t-k}]$$

La no linealidad en varianza implica que  $F(J_t) = 0$ , en cambio, la no linealidad en media implica que  $F(J_t) \neq 0$ .

Esta diferencia de comportamiento permite construir un test para discriminar entre los procesos estocásticos no lineales en varianza, cuya hipótesis nula es  $F(J_t) = 0$ , mientras que la hipótesis alternativa es  $F(J_t) \neq 0$  y corresponderá con procesos estocásticos no lineales en media.

Suponiendo que la función  $F$  tenga derivadas parciales segundas continuas, puede ser aproximada mediante su desarrollo de Taylor en un entorno del origen mediante una suma de términos de la forma  $x_{t-i} \cdot x_{t-j}$ . En este contexto, no linealidad en varianza implica que la variable aleatoria  $x_t$  no se encontrará correlacionada con ninguno de los productos cruzados  $x_{t-i} \cdot x_{t-j}$ , mientras que no linealidad en media implica que  $x_t$  se encontrará correlacionada con alguno de los productos cruzados.

Con el fin de implementar este contraste, Hsieh (1989) acude a los momentos incondicionales de tercer orden de  $x_t$ , que se definen de la forma

$$\rho_{xxx}(i, j) = \frac{E[x_t \cdot x_{t-i} \cdot x_{t-j}]}{\sigma_x^3}$$

Por tanto, la hipótesis nula de que  $F(J_t) = 0$  implica que, para cualquier par de naturales  $i$  y  $j$ , se tendrá que  $\rho_{xxx}(i, j) = 0$ .

La estimación de  $\rho_{xxx}(i, j)$  se realizará por medio de los momentos muestrales de tercer orden, es decir

$$r_{xxx}(i, j) = \frac{\sum x_t \cdot x_{t-i} \cdot x_{t-j} / T}{\left(\sum x_t^2 / T\right)^{3/2}}$$

Bajo la hipótesis nula de que  $F(J_t) = 0$  ( $\rho_{xxx}(i, j) = 0$ ), imponiendo algunas condiciones de regularidad sobre el comportamiento de  $x_t$ , Hsieh demuestra que

$$\sqrt{T} \left( \sum x_t \cdot x_{t-i} \cdot x_{t-j} / T \right)$$

se distribuye asintóticamente como una normal de media cero y su varianza puede ser estimada, de forma consistente, por

$$\hat{V} = \frac{1/T \sum x_t^2 \cdot x_{t-i}^2 \cdot x_{t-j}^2}{\left[1/T \sum x_t^2\right]^3}$$

Este contraste se le llama "test del tercer momento" porque contrasta si un determinado tercer momento de la serie original es efectivamente igual a cero.

De forma similar Tsay (1986) ha propuesto un simple test de no linealidad en media regresionando  $x_t$  sobre la propia variable retardada y los productos cruzados  $x_{t-i} \cdot x_{t-j}$  con el fin de contrastar la significatividad de los términos no lineales en la regresión. Usando términos de segundo orden y  $m$  retardos es necesario emplear entonces un total de  $\frac{m(m-1)}{2}$  regresores no lineales.

En los cuadros que se muestran a continuación se presentan los resultados de aplicar el contraste del tercer momento de Hsieh a las diferencias logarítmicas de cada una de las series cambiarias. En dichos cuadros recogemos solamente aquellas parejas de retardos, inferiores a 50, en los que el contraste acepta la hipótesis alternativa de procesos estocásticos no lineales en media, a un nivel de significación inferior al 10%.

Cuadro 3.5.1: Contraste del tercer momento de Hsieh, franco belga (BFR) (1)

i	j	Estadístico
12	33	1.73123
12	43	-2.02227
13	33	1.75795
30	43	-1.76496

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.5.2: Contraste del tercer momento de Hsieh, escudo portugués (ESC) (1)

i	j	Estadístico
11	45	-1.72901
13	41	1.74634

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.5.3: Contraste del tercer momento de Hsieh, florín holandés (HFL) (1)

i	j	Estadístico
4	8	2.02083
18	34	1.79540
23	37	-1.69650

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.5.4: Contraste del tercer momento de Hsieh, franco francés (FF) (1)

i	j	Estadístico	i	j	Estadístico
5	36	1.73969	16	39	2.37669
7	43	-1.76133	17	39	-1.86519
7	44	1.71970	18	29	1.76899
8	11	1.70223	18	49	-2.07080
8	34	2.32759	20	48	-1.80997
8	42	1.86841	21	42	2.06228
11	27	1.87620	26	33	2.41645
11	32	1.73249	26	35	-2.52457
12	29	1.77256	29	41	-1.65912
12	49	-1.67392	30	35	-1.84892
13	36	1.89519	30	45	1.80586
13	45	1.71460	33	45	-1.88494
14	29	2.11719	34	43	2.25564
15	23	-2.18503	34	48	2.30665

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.5.5: Contraste del tercer momento de Hsieh, libra irlandesa (IRL) (1)

i	j	Estadístico	i	j	Estadístico	i	j	Estadístico
2	29	-1.92241	14	20	1.78090	27	46	1.64513
5	46	-1.65050	14	28	1.73381	28	38	-1.86663
6	31	-2.03109	15	29	1.92978	28	46	1.74476
6	34	1.66372	19	38	-1.64915	30	42	-1.67440
8	16	1.80037	20	37	1.65457	30	50	1.87605
9	25	-2.14954	20	38	1.72478	31	42	-1.74138
10	16	2.58929	20	42	1.80356	34	36	-1.96048
10	29	1.75209	23	42	1.67834	36	47	-1.75184
10	38	-1.88962	25	38	-1.87943	37	50	-2.20888
11	17	-2.12784	25	46	-1.90098	43	46	-1.69692
13	18	1.92087	26	37	-2.02529			

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.5.6: Contraste del tercer momento de Hsieh, lira italiana (LIT) (1)

i	j	Estadístico	i	j	Estadístico
2	42	-1.70361	19	43	1.81164
4	22	-1.85296	20	23	-1.89518
6	19	-2.21551	26	35	-2.06690
6	20	2.17359	29	33	1.88861
7	28	1.75664	30	43	-1.73939
7	29	-2.13350	33	42	-1.98989
9	20	-1.69161	36	43	2.44633
10	27	-1.72471	36	48	-2.29271
15	28	-2.07481			

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.5.7: Contraste del tercer momento de Hsieh, libra esterlina (UKL) (1)

i	j	Estadístico	i	j	Estadístico
7	28	1.78414	18	45	-1.74919
9	41	-1.86403	19	38	-1.75287
10	38	-1.74381	22	46	1.93376
13	34	1.66103	23	49	-2.02224
14	50	-4.01683	25	46	-1.80282
15	37	-1.71904	26	33	1.65395
16	40	1.78509	30	41	-1.93930
17	26	-1.96339	35	49	-2.04951
18	38	1.64560	36	46	1.82437

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.5.8a: Contraste del tercer momento de Hsieh, corona danesa (DKR) (1)

i	j	Estadístico	i	j	Estadístico	i	j	Estadístico
1	18	4.31166	4	33	3.78173	7	31	2.63583
2	9	2.12300	4	34	-2.12503	7	32	-2.22854
2	15	-3.16109	4	36	-2.39320	7	35	1.91701
2	16	4.78272	4	42	-1.67038	7	39	2.73595
2	21	-4.98697	4	43	3.42924	7	40	-2.28564
2	22	2.56801	4	45	2.73921	7	45	1.95861
2	24	-2.29088	5	11	-1.84714	7	47	-1.79082
2	28	3.48323	5	15	2.80937	7	48	3.85345
2	29	-3.80713	5	17	-2.10619	7	49	-2.58429
2	31	2.63115	5	18	2.81332	8	13	2.42138
2	34	-2.48351	5	23	-1.66645	8	16	1.97955
2	35	1.78859	5	25	2.09393	8	19	2.34440
2	36	3.58674	5	27	2.07186	8	21	-2.70960
2	37	-4.62471	5	28	-2.03349	8	24	1.80420
2	40	-2.61799	5	29	3.20096	8	25	-1.96616
2	49	-1.81771	5	34	-2.34713	8	28	-6.22938
3	13	-2.48504	5	40	-1.68213	8	29	1.89231
3	15	1.98968	5	41	5.09468	8	30	3.71967
3	20	2.19774	6	10	-2.23787	8	31	-4.75662
3	23	-2.08411	6	13	-1.77431	8	34	-2.10934
3	24	2.47346	6	16	-1.95317	8	39	-2.95385
3	31	3.99814	6	17	1.67222	8	40	3.03259
3	32	-4.62060	6	21	-3.58038	8	44	-3.67306
3	33	-1.82754	6	22	2.18877	8	47	2.75853
3	34	2.91864	6	30	-5.89833	9	21	3.23049
3	36	-3.16736	6	33	-3.84116	9	22	2.07971
3	39	-2.85802	6	40	2.03900	9	23	-3.01125
3	43	-2.19340	6	41	-3.48935	9	25	-1.99009
4	14	2.97137	6	43	1.65355	9	27	2.15472
4	15	-4.82904	6	44	-2.01192	9	28	2.25789
4	19	-1.93993	6	47	-2.70868	9	30	-2.76772
4	22	2.50578	7	17	-2.28317	9	39	2.72025
4	24	-2.84376	7	23	2.07304	9	40	-1.95221
4	26	-2.22593	7	25	1.79321	9	45	2.31715
4	29	1.91576	7	28	6.15143	9	50	2.57173
4	30	-2.07050	7	29	-6.19765	10	14	-1.87197

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.5.8b: Contraste del tercer momento de Hsieh, corona danesa (DKR) (1)

i	j	Estadístico	i	j	Estadístico	i	j	Estadístico
10	17	-2.02037	12	30	2.36497	14	36	3.18849
10	18	1.82141	12	31	2.70102	14	38	-3.73315
10	21	-2.53015	12	33	-5.56415	14	39	-2.69437
10	25	4.27202	12	35	1.74923	14	41	3.06980
10	26	2.08856	12	45	1.65293	14	42	-4.69880
10	27	-4.69937	12	46	-2.82602	14	43	4.01466
10	31	3.19038	12	47	2.38604	14	44	-4.34682
10	32	-3.82461	13	15	2.42361	14	49	1.86604
10	33	5.64572	13	16	-4.18985	15	16	2.10200
10	34	-3.12452	13	17	4.08275	15	17	-4.38146
10	36	-1.79252	13	18	-3.65969	15	18	4.76561
10	37	1.93510	13	22	-1.95491	15	25	-1.77928
10	39	-2.44791	13	23	1.93551	15	29	-1.95367
10	41	3.40915	13	24	-2.85205	15	30	4.45227
11	21	2.21131	13	25	-1.96448	15	31	1.93304
11	24	-3.45406	13	26	1.90739	15	33	5.29771
11	26	-3.56631	13	27	-2.21577	15	36	-3.41323
11	27	4.30647	13	29	3.53514	15	37	2.00435
11	28	7.16923	13	30	4.13335	15	45	1.86623
11	30	-2.79190	13	31	-4.07184	15	46	-1.92883
11	31	-2.23024	13	32	-4.98036	15	47	2.53938
11	32	4.31637	13	33	2.23908	15	48	2.19803
11	33	4.00853	13	34	5.94618	15	49	-4.52155
11	34	-2.95313	13	35	-2.09193	16	18	2.81705
11	35	3.29605	13	37	1.65275	16	21	4.65847
11	36	-2.47767	13	38	2.31097	16	22	-2.50696
11	37	5.10084	13	41	-1.81785	16	23	1.81034
11	38	-3.59889	13	42	3.67495	16	24	-2.95449
11	46	1.92630	13	44	2.13395	16	25	2.25263
11	47	-3.10388	13	45	-2.38589	16	28	-3.48618
12	15	2.47483	13	46	4.20601	16	29	5.68243
12	17	-2.22302	14	16	2.84927	16	31	-1.70396
12	20	1.65002	14	19	4.91175	16	33	2.30769
12	21	-1.69657	14	20	-2.15740	16	35	2.05537
12	24	3.71329	14	29	-3.72375	16	38	1.67531
12	29	-4.36761	14	33	-2.22206	16	39	1.65547

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.5.8c: Contraste del tercer momento de Hsieh, corona danesa (DKR) (1)

i	j	Estadístico	i	j	Estadístico	i	j	Estadístico
16	44	3.44298	19	25	2.56818	22	38	-1.98940
16	48	-1.79792	19	40	4.92547	22	39	-5.15811
16	50	-1.80814	19	42	-2.62811	22	42	1.83316
17	21	-2.04483	19	43	2.70909	22	43	-3.92906
17	22	-2.50400	19	47	2.15163	22	46	2.79651
17	25	3.36926	20	24	-3.08893	22	47	-4.21597
17	28	4.17989	20	25	2.34852	23	27	-1.86466
17	29	-2.90874	20	26	-1.68274	23	29	-2.78096
17	30	-9.30800	20	28	2.27052	23	33	-2.48088
17	31	3.70681	20	29	5.64878	23	35	1.68334
17	32	1.72206	20	30	-4.75622	23	40	4.38842
17	33	-3.33102	20	42	5.15334	23	41	-2.56337
17	35	-3.96704	20	44	-3.13016	23	42	-3.54185
17	36	-3.41420	20	45	3.02922	23	43	3.41600
17	38	-3.69368	20	47	-1.84322	23	44	2.81045
17	39	3.85775	20	49	2.21848	24	26	1.74606
17	40	-2.81003	20	50	-1.72242	24	28	2.29961
17	41	-1.66608	21	23	-1.80125	24	29	2.17319
17	42	-2.51151	21	24	2.98386	24	38	2.55488
17	45	1.71204	21	25	2.91949	24	40	-5.84118
17	47	-1.94503	21	27	-3.03321	24	42	2.79107
18	19	-1.89296	21	31	2.83273	24	45	-2.63330
18	21	1.90700	21	32	-1.75137	24	47	2.37354
18	22	-2.53763	21	33	1.85320	24	48	-2.29659
18	25	-2.01937	21	35	-2.66727	24	49	1.69744
18	27	1.64965	21	37	2.00016	25	28	-2.07621
18	31	2.49502	21	39	3.40674	25	30	1.83142
18	32	-4.01088	21	40	-2.58754	25	37	-1.65377
18	33	4.62614	21	41	1.91392	25	39	-3.31724
18	36	1.93536	21	42	-2.88771	25	40	4.36437
18	38	1.74217	21	45	1.70052	25	41	3.42052
18	39	-3.49917	21	48	-3.20602	25	42	2.43054
18	40	-1.69368	21	49	-1.90927	25	43	-3.17911
18	44	-1.66569	22	29	2.35894	25	44	1.77459
18	48	-2.58298	22	30	-2.04928	25	46	2.61109
19	24	-1.79663	22	32	2.43927	25	49	-2.04721

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.5.8d: Contraste del tercer momento de Hsieh, corona danesa (DKR) (1)

i	j	Estadístico	i	j	Estadístico	i	j	Estadístico
26	28	-2.31751	30	44	-2.73767	39	49	-1.90636
26	39	-2.11799	30	45	-2.63475	40	43	1.64883
26	40	5.20999	30	47	4.63227	40	44	-1.75648
26	41	-4.01631	30	48	-3.49094	40	45	-3.15648
26	42	-2.93226	31	39	-2.40943	40	46	2.59833
26	48	-1.94486	31	44	-1.71931	41	45	1.92466
26	49	2.51867	31	45	3.10130	41	46	1.74589
27	30	-1.91333	31	47	-2.48004	41	49	-3.43107
27	32	3.72488	32	36	-1.87009	42	46	-2.23860
27	34	3.19260	32	40	3.47174	42	48	1.80676
27	35	-3.34636	32	41	-3.18061	43	46	2.17291
27	39	2.84645	32	42	-1.82077	43	47	-2.23106
27	40	-2.91764	32	47	2.08670	44	49	1.99656
27	41	-3.00566	32	49	-1.66314	44	50	-1.92384
27	43	3.42475	33	36	-1.91198	45	47	-1.83970
27	45	-1.84237	33	37	3.01249	46	48	-1.84120
27	48	1.84141	33	38	-2.94318			
28	33	1.79807	33	39	1.91083			
28	35	-1.77227	33	40	-3.37464			
28	36	4.03535	33	41	-2.79286			
28	38	-2.06403	33	47	-1.86748			
28	41	3.38035	33	48	2.49698			
28	42	2.42830	35	46	-1.79665			
28	44	-4.10060	35	47	1.89721			
28	45	3.96537	36	42	1.73518			
28	48	-1.78095	36	46	3.27487			
28	50	-2.15492	37	40	-3.28012			
29	37	-1.98878	37	41	3.53189			
29	41	-2.09191	37	47	-2.14541			
29	44	3.01496	38	41	-2.61053			
29	46	-2.44107	38	42	3.36656			
29	48	1.83433	38	47	1.64519			
30	39	3.08389	39	41	3.48509			
30	40	-4.96704	39	42	-1.99868			
30	42	-2.52372	39	44	4.39866			
30	43	3.92288	39	48	2.97848			

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 3.5.9: Contraste del tercer momento de Hsieh, peseta española (PTA) (1)

i	j	Estadístico	i	j	Estadístico	i	j	Estadístico
2	29	1.72910	16	39	1.65379	26	37	-2.20196
3	21	1.84685	17	27	1.97155	26	42	2.19250
3	25	1.85940	17	33	1.71228	26	47	1.84202
6	25	1.73941	17	38	1.78887	27	49	1.71697
6	32	1.83210	17	41	-1.65922	28	47	2.16468
6	34	2.09280	17	45	1.85447	28	48	2.20978
7	44	2.40424	18	32	-1.79016	29	37	2.27434
8	37	2.28909	18	35	-3.26503	30	41	2.76997
9	35	-1.66951	18	42	2.63528	30	43	1.99293
10	26	-1.77111	18	43	-2.11738	30	44	1.66623
11	21	-2.12167	18	44	-2.35628	31	50	1.75481
11	23	1.66657	19	30	-1.64857	33	43	-1.98135
11	33	2.54260	20	30	-2.19549	33	47	-1.83035
11	37	3.92626	21	39	1.72394	33	50	-1.85103
12	35	1.77535	21	48	1.68300	34	41	2.44848
12	36	1.67851	21	49	2.23446	35	50	1.72327
12	47	1.87950	23	48	-1.71158	36	43	1.84117
13	27	2.00363	23	50	-2.65357	36	49	2.10739
13	48	1.77688	24	26	-1.98646	36	50	-2.25317
14	25	1.98503	24	34	-2.24714	37	41	-1.65833
14	36	-2.33660	24	40	1.73689	38	44	-2.59451
15	40	-3.19837	24	48	-1.90361	39	43	1.82187
15	50	-2.14552	25	36	-1.78471	48	49	-1.65245
16	28	1.87229	25	44	-1.75290			
16	35	-1.81440	25	48	-2.44042			

Notas:

(1) Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Como puede observarse en los cuadros 3.5.1 a 3.5.9, el número de rechazos de la hipótesis nula en el contraste del tercer momento de Hsieh es muy bajo en el franco belga (BFR), en el escudo portugués (FSC) y en el florín holandés (HFI), (4, 2 y 3 rechazos, respectivamente). Es ligeramente superior en el franco francés (FF), en la libra irlandesa (IRL), en la lira italiana (LIT) y en la libra esterlina (UKL) (28, 32, 17 y 18 rechazos, respectivamente). Finalmente el número de rechazos es considerablemente elevado en la corona danesa (DKR, y en la peseta española (PTA) (412 y 73 rechazos, respectivamente).

A la vista de los síntomas de no linealidad obtenidos por medio del test BDS, el contraste del tercer momento parece sugerir que todas las divisas, excepto la peseta (PTA) y especialmente la corona danesa (DKR), deben ser modelizadas haciendo uso de procesos estocásticos no lineales en varianza como son los miembros de la familia GARCH.

# CAPÍTULO IV:

## UN NUEVO CONTRASTE DE DETECCIÓN DEL CAOS DETERMINISTA

- 4.1 Introducción
- 4.2 El contraste de caos de Gençay, mediante la distribución del máximo exponente de Lyapunov
- 4.3 ¿Máximo exponente de Lyapunov positivo implica caos?
- 4.4 Los exponentes de Lyapunov y la teoría ergódica de los sistemas dinámicos
- 4.5 Un nuevo contraste de detección del caos determinista
- 4.6 Normalidad de las poblaciones de máximos exponentes de Lyapunov
- 4.7 Aplicación a los tipos de cambio
- 4.8 El nuevo contraste ante procesos estocásticos no lineales en media
- 4.9 Conclusiones
- 4.10 Apéndice



## 4.1 Introducción

Un problema con el que tropezamos en el capítulo III fue que, aunque desde el punto de vista teórico, el máximo exponente de Lyapunov de una serie “ruidosa” debería ser infinito, al emplear cualquier algoritmo de estimación en una serie temporal concreta, dicho exponente resulta positivo y finito, tanto para los procesos caóticos como para los procesos estocásticos.

En este capítulo proponemos un contraste estadístico, basado en el máximo exponente de Lyapunov, que tiene, como hipótesis nula, la presencia de caos determinista en una serie temporal y, como hipótesis alternativa, la de un proceso completamente estocástico.

Nuestro nuevo contraste se basa en una propiedad característica de los procesos caóticos no compartida por los procesos estocásticos, tal como señala el teorema de Oseledec (1968), que asegura el carácter global e independiente de las condiciones de los exponentes de Lyapunov para un proceso caótico.

En un sistema dinámico disipativo, la presencia de caos determinista se detecta por la existencia de un máximo exponente de Lyapunov positivo. Los exponentes de Lyapunov miden la inestabilidad intrínseca de las órbitas del sistema y se obtienen como el promedio de tasas exponenciales de convergencia o divergencia de trayectorias que parten de puntos próximos dentro del espacio de fases.

Como vimos en el capítulo II, existe una amplia literatura destinada a la estimación de los exponentes de Lyapunov para un sistema dinámico reconstruido por medio de una serie temporal.

El trabajo pionero de Wolf *et al.* (1985) permitía estimar los exponentes no negativos para una serie temporal y ha sido ampliamente utilizado en aplicaciones empíricas. Dicho algoritmo es sensible al número de observaciones disponibles y al grado de ruido que se hubiese introducido en dichas observaciones.

Recientemente, han aparecido diversos trabajos en los que se perfeccionan, de modo considerable, los algoritmos de estimación del máximo exponente de Lyapunov, incluso para pequeñas muestras. Entre dichos trabajos destacan los de Dechert y Gençay (1992), Abarbanel *et al.* (1991, 1992) y Rosenstein *et al.* (1993).

La crítica habitual al empleo de los exponentes de Lyapunov como método de detección del caos en series temporales es la falta de una teoría distribucional que proporcione el armazón estadístico para realizar contrastes de hipótesis acerca de la no negatividad de dichos exponentes.

En este sentido, Gençay (1996) presenta una metodología destinada a calcular empíricamente la distribución de los exponentes de Lyapunov usando una técnica de simulaciones sucesivas (*bootstrapping*) denominada *bootstrapping por bloques*. Dicha metodología proporciona un contraste formal cuya hipótesis nula es si el máximo exponente de Lyapunov toma un determinado valor y puede emplearse para contrastar la existencia de caos. Este contraste es especialmente útil en aquellos casos en que el máximo exponente de Lyapunov es positivo, pero muy próximo a cero. Diversos ejemplos numéricos muestran el buen comportamiento del método para muestras pequeñas.

El contraste original de Gençay (1996) fue perfeccionado por Bask y Gençay (1998) con el fin de transformarlo en un contraste estadístico unilateral de máximo exponente de Lyapunov positivo en una serie temporal y, por tanto, de existencia de caos.

Posteriormente, Bask (1998) realiza diversas aplicaciones empíricas de este contraste con varias series de tipos de cambio. Mediante dicho contraste se rechaza, en muchos de los casos, la hipótesis nula de que las series de tipos de cambio no están generadas por una dinámica caótica.

En Economía, y particularmente en la literatura financiera, se ha hecho sumamente popular el empleo de modelos no lineales de la familia ARCH, que tienen como objetivo fundamental la modelización de la heterocedasticidad considerando, en las series de residuos, la existencia de una varianza variable con el tiempo.

En la literatura econométrica ha surgido, recientemente, un creciente interés por la distinción entre procesos deterministas no lineales y procesos estocásticos no lineales, produciéndose numerosas controversias entre los resultados obtenidos.

El objetivo de este capítulo es doble. Por una parte, se quiere poner de manifiesto la falta de potencia de los contrastes de caos de baja dimensión, vía los exponentes de Lyapunov, frente a procesos estocásticos tanto lineales como no lineales. Por otra parte, se propone un estadístico para el contraste de la existencia de caos, basado en el comportamiento de los exponentes de Lyapunov, en función del tamaño muestral. Dicho estadístico exhibe una fuerte potencia frente a procesos estocásticos, en series de corta longitud, aunque es incapaz de distinguir entre procesos estocásticos lineales y no lineales. El nuevo contraste estadístico perfecciona, por tanto, los contrastes propuestos por Gençay (1996) o por Bask y Gençay (1998).

Habida cuenta de la poca capacidad del test BDS para distinguir entre procesos no lineales de origen determinista y estocástico, proponemos una estrategia que combine el nuevo contraste que presentamos con el BDS, de forma que sea capaz de contrastar la existencia de caos de baja dimensión y distinguirla de un proceso estocástico no lineal.

## 4.2 El contraste de caos propuesto por Gençay, mediante la distribución del máximo exponente de Lyapunov

Con el fin de desarrollar un marco estadístico que permitiera el contraste de hipótesis y que fuera capaz de proporcionar un contraste que tuviese el caos como hipótesis nula, Gençay (1996) propuso el uso de la técnica de simulaciones sucesivas por bloques (*bootstrapping* por bloques).

La metodología de las simulaciones sucesivas (*bootstrapping*) constituye un moderno método de análisis estadístico, basado en la simulación, que permite realizar inferencia estadística sobre datos, sin preocupación alguna sobre las complicaciones que presentan las distribuciones de determinados parámetros, no normales y, en general, de muy difícil obtención de forma analítica.

Para una determinada serie temporal esta metodología obtiene, de forma empírica, la distribución de determinados estadísticos formando un elevado número de replicaciones del proceso estocástico generador de datos, mediante la toma de muestras con reemplazamiento, a partir de la serie original.

La técnica del *bootstrapping* (originariamente propuesta por Efron, 1979) y cuyas aplicaciones fueron ampliamente tratadas años después por Efron y Tibshirani (1993) ha sido extendida a sucesiones estacionarias débilmente dependientes de series temporales. Como señalan Künsch (1989) y Liu y Singh (1992), si la serie en cuestión es débilmente dependiente y estacionaria, entonces la distribución de los estimadores de interés puede construirse, de forma consistente, por medio de una metodología de simulaciones sucesivas por bloques (*bootstrapping* por bloques).

Consideremos una sucesión  $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$  de variables aleatorias estacionarias débilmente dependientes. Sea  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  una serie temporal consistente en una realización del proceso estocástico anterior.

Designemos por

$$B_t^m = \{x_t, x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-(m-1)}\}$$

un bloque o conjunto de  $m$  observaciones consecutivas. Para una serie temporal de  $N$  elementos puede formarse un conjunto

$$\{B_m^m, B_{m+1}^m, \dots, B_N^m\}$$

de bloques de longitud  $m$  asociados a dicha serie temporal. Consideremos el número  $k$ , parte entera de  $\frac{N}{m}$  y tomemos una muestra, con reemplazamiento, de  $k$  bloques, que representaremos por

$$\{B_{i_1}^m, \dots, B_{i_k}^m\}$$

y que constituyen lo que se llama una muestra elegida mediante *bootstrapping*. A partir de dicha muestra, es posible obtener una estimación del máximo exponente de Lyapunov  $\tilde{\lambda}_{\max}$ , aplicando alguno de los algoritmos existentes.

Con objeto de estimar la distribución muestral del máximo exponente de Lyapunov  $\lambda_{\max}$ , repetiremos el procedimiento anterior obteniendo sucesivas subfamilias de  $k$  bloques tomadas, con reemplazamiento, a partir de la familia de bloques  $m$ -dimensionales

$$\{B_1^m, \dots, B_N^m\},$$

que pueden generarse con la serie temporal  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ .

Para cada subfamilia de  $k$  bloques, obtendremos una nueva estimación  $\tilde{\lambda}_{\max}$  del máximo exponente de Lyapunov de la serie temporal. Repitiendo este proceso un número suficientemente elevado de veces, obtendremos la distribución empírica del máximo exponente de Lyapunov  $\tilde{\lambda}_{\max}$ .

Empleando un algoritmo de estimación del máximo exponente de Lyapunov mediante redes neuronales, Gençay (1996) formula, en este contexto, un estadístico destinado a contrastar si el parámetro desconocido, máximo exponente de Lyapunov  $\lambda_{\max}$  de una determinada serie temporal, coincide con un determinado valor dado  $\lambda_1$ . El contraste formulado por Gençay tiene la siguiente estructura:

$$H_0: \lambda_{\max} = \lambda_1,$$

$$H_1: \lambda_{\max} \neq \lambda_1$$

Para realizar el contraste, Gençay encuentra la distribución empírica del máximo exponente de Lyapunov  $\lambda_{\max}$  y obtiene sus cuantiles  $q(2.5)$  y  $q(97.5)$ , al 2.5% y 97.5% respectivamente, siendo

$$\Pr\{\lambda_{\max} < q(2.5)\} = 0.025 \text{ y,}$$

$$\Pr\{\lambda_{\max} < q(97.5)\} = 0.975$$

Si  $\lambda_1 \in [q(2.5), q(97.5)]$ , se acepta la hipótesis nula.

Si  $\lambda_1 \notin [q(2.5), q(97.5)]$ , se rechaza la hipótesis nula.

Este contraste es perfeccionado por Bask y Gençay (1998) con el fin de transformarlo en un contraste de existencia de máximo exponente de Lyapunov positivo, y por tanto caos, para una serie temporal. Las hipótesis nula y alternativa se formulan de la siguiente forma:

$$H_0: \lambda_{\max} = 0,$$

$$H_1: \lambda_{\max} > 0$$

Dicho contraste puede resumirse, esquemáticamente, en los siguientes pasos:

- i) Siguiendo el teorema de Takens, se reconstruye el espacio de fases de la serie temporal  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  con una dimensión de inmersión  $m$ , y se estima el máximo exponente de Lyapunov  $\hat{\lambda}_{\max}$  por algún algoritmo de los existentes.
- ii) Cada una de las  $m$ -historias de la reconstrucción será considerada como un bloque, obteniendo así una sucesión de bloques  $\{B_1^m, \dots, B_N^m\}$ . Se considera una muestra, con reemplazamiento de  $k$  bloques del espacio de fases reconstruido, siendo  $k$  la parte entera de  $\frac{N}{m}$ . La subfamilia de bloques  $\{B_{i_1}^m, \dots, B_{i_k}^m\}$  constituye, por tanto, una muestra tomada por *bootstrapping*.
- iii) A partir de dicha subfamilia, se estima el máximo exponente de Lyapunov  $\tilde{\lambda}_{\max}$  para la serie temporal, empleando algún tipo de algoritmo de cálculo del máximo exponente de Lyapunov, calculándose entonces  $\tilde{\lambda}_{\max} - \hat{\lambda}_{\max}$ .
- iv) Se repiten los pasos ii) y iii) un gran número de veces hasta construir una distribución empírica para  $\tilde{\lambda}_{\max} - \hat{\lambda}_{\max}$ .
- v) Se construye un intervalo de confianza unilateral del 97.5%, calculando el valor crítico como  $\hat{\lambda}_{\max} - q(97.5)$ , de modo que  $\Pr\{\hat{\lambda}_{\max} - \tilde{\lambda}_{\max} < q(97.5)\} = 0.975$ , donde  $q(97.5)$ , es el cuantil para la distribución del paso iv).
- vi) Si  $\hat{\lambda}_{\max} - q(97.5) > 0$ , entonces se rechaza la hipótesis nula.

A modo de prueba, vamos a calcular la distribución del máximo exponente de Lyapunov para las series temporales generadas a partir de diversos procesos estocásticos, bien conocidos en la literatura. Además de dos tipos de variables IID, como son el ruido blanco gaussiano y el ruido blanco con distribución uniforme, hemos tomado los modelos considerados en el artículo de Barnett *et al.* (1997) en la célebre competición entre contrastes de no linealidad y caos publicada en el *Journal of Econometrics*. Los procesos estimados son, por tanto, los siguientes:

- Modelo I: Proceso estocástico, ruido blanco gaussiano, a través de una secuencia de números pseudoaleatorios cuya distribución es  $N(0,1)$ .
- Modelo II: Proceso estocástico, ruido blanco uniforme, por medio de una secuencia de números pseudoaleatorios con distribución  $U(0,1)$ .
- Modelo III: Proceso estocástico lineal, autorregresivo de media móvil ARMA(2,1), dado por la expresión  $x_{t+2} = 0.8x_{t+1} + 0.15x_t + \varepsilon_{t+2} + 0.3\varepsilon_{t+1}$ , con  $x_1 = 1$  y  $x_2 = 0.7$ .
- Modelo IV: Proceso estocástico no lineal, en varianza, ARCH(1), de la forma  $x_{t+1} = (1 + 0.5x_t^2)^{1/2} \varepsilon_{t+1}$ , con  $x_1 = 0$ .
- Modelo V: Proceso estocástico no lineal, en varianza, GARCH(1,1),  $x_t = \varepsilon_t h_t^{1/2}$ ,  $h_t = 10^{-7} + 0.15x_{t-1}^2 + 0.6h_{t-1}$ , con  $x_1 = 10^{-6}$  y  $h_1 = 10^{-4}$ .
- Modelo VI: Proceso estocástico de media móvil no lineal (NLMA),  $x_t = 0.8\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$ .
- Modelo VII: Proceso determinista caótico, ecuación logística,  $x_t = 4x_{t-1}(1 - x_{t-1})$ , con  $x_1 = \pi/4$ .

La distribución del máximo exponente de Lyapunov para los procesos estocásticos mencionados se recoge en los cuadros 4.2.1 a 4.2.7. En dichos cuadros se muestran los percentiles (valores críticos) de la distribución empírica de 500 máximos exponentes de Lyapunov obtenidos, para diferentes tamaños muestrales, en cada una de las series temporales generadas por los procesos considerados. Cada uno de los exponentes de Lyapunov ha sido obtenido mediante un *bootstrapping* por bloques haciendo uso del algoritmo de Rosenstein *et al.* (1993), que expusimos, brevemente, en el apartado 3.4.1 del capítulo III. Los tamaños muestrales considerados son de 100, 300, 500, 1000, 1500 y 2000 observaciones, respectivamente.

La característica fundamental que puede observarse en estos cuadros es que, para la logística caótica, la media de la distribución del máximo exponente de Lyapunov permanece estable al aumentar el tamaño de la muestra; mientras tanto, en todos los restantes procesos estocásticos aumenta, sin cesar, con el tamaño de la muestra. En el siguiente apartado haremos hincapié en este punto.

Cuadro 4.2.1: Distribución del máximo exponente de Lyapunov.

Ruido blanco gaussiano (1).

Tamaño muestral	Percentiles						Estadísticos muestrales	
	1%	2.5%	5%	95%	97.5%	99%	media	std
100	0.4657	0.4899	0.5087	0.7041	0.7207	0.7277	0.6063	0.0582
300	0.7225	0.7307	0.7495	0.8696	0.8818	0.8972	0.8100	0.0370
500	0.7730	0.7880	0.7975	0.8975	0.9035	0.9085	0.8460	0.0300
1000	0.9302	0.9368	0.9459	1.0194	1.0292	1.0335	0.9844	0.0226
1500	1.0140	1.0216	1.0257	1.0860	1.0894	1.1000	1.0570	0.0187
2000	1.0499	1.0570	1.0632	1.1141	1.1194	1.1276	1.0898	0.0158

Nota:

(1) Cálculos realizados empleando el algoritmo de Rosenstein *et al.* (1993).

Cuadro 4.2.2: Distribución del máximo exponente de Lyapunov.

Ruido blanco con distribución uniforme (1).

Tamaño muestral	Percentiles						Estadísticos muestrales	
	1%	2.5%	5%	95%	97.5%	99%	media	std
100	0.4738	0.4967	0.5190	0.6971	0.7146	0.7278	0.6068	0.0543
300	0.8287	0.8368	0.8467	0.9461	0.9552	0.9653	0.8961	0.0296
500	0.9694	0.9762	0.9815	1.0612	1.0679	1.0806	1.0229	0.0238
1000	1.0947	1.1011	1.1038	1.1558	1.1612	1.1643	1.1297	0.0155
1500	1.1553	1.1599	1.1643	1.2037	1.2086	1.2157	1.1841	0.0126
2000	1.1977	1.2016	1.2057	1.2410	1.2446	1.2484	1.2229	0.0109

Nota:

(1) Cálculos realizados empleando el algoritmo de Rosenstein *et al.* (1993).

Cuadro 4.2.3: Distribución del máximo exponente de Lyapunov.

Proceso estocástico ARMA (1).

Tamaño muestral	Percentiles						Estadísticos muestrales	
	1%	2.5%	5%	95%	97.5%	99%	media	std
100	0.3815	0.4236	0.4430	0.6847	0.7044	0.7371	0.5672	0.0729
300	0.5184	0.5355	0.5576	0.7002	0.7120	0.7228	0.6254	0.0437
500	0.7093	0.7160	0.7234	0.8283	0.8383	0.8435	0.7777	0.0311
1000	0.8308	0.8444	0.8497	0.9256	0.9284	0.9360	0.8879	0.0230
1500	0.8835	0.8929	0.9016	0.9644	0.9700	0.9754	0.9331	0.0195
2000	0.9355	0.9410	0.9494	1.0062	1.0119	1.0163	0.9792	0.0167

Nota:

(1) Cálculos realizados empleando el algoritmo de Rosenstein *et al.* (1993).

Cuadro 4.2.4: Distribución del máximo exponente de Lyapunov.

Proceso estocástico ARCH (1).

Tamaño muestral	Percentiles						Estadísticos muestrales	
	1%	2.5%	5%	95%	97.5%	99%	media	std
100	0.5230	0.5537	0.5767	0.8146	0.8397	0.8577	0.6973	0.0732
300	0.6464	0.6691	0.6884	0.8463	0.8634	0.8916	0.7730	0.0489
500	0.6687	0.6818	0.6993	0.8534	0.8691	0.8777	0.7784	0.0474
1000	0.8841	0.8994	0.9074	0.9959	1.0073	1.0195	0.9534	0.0266
1500	0.9517	0.9600	0.9726	1.0473	1.0536	1.0597	1.0124	0.0229
2000	1.0042	1.0134	1.0200	1.0930	1.0967	1.1054	1.0595	0.0218

Nota:

(1) Cálculos realizados empleando el algoritmo de Rosenstein *et al.* (1993).

Cuadro 4.2.5: Distribución del máximo exponente de Lyapunov.

Proceso estocástico GARCH (1).

Tamaño muestral	Percentiles						Estadísticos muestrales	
	1%	2.5%	5%	95%	97.5%	99%	media	std
100	0.5441	0.5650	0.5801	0.7560	0.7726	0.7866	0.6711	0.0548
300	0.7166	0.7297	0.7396	0.8649	0.8766	0.8882	0.8023	0.0401
500	0.7131	0.7263	0.7432	0.8830	0.8927	0.9081	0.8154	0.0418
1000	0.9070	0.9119	0.9223	0.9979	1.0087	1.0169	0.9606	0.0238
1500	0.9952	1.0026	1.0101	1.0760	1.0803	1.0853	1.0436	0.0197
2000	1.0314	1.0391	1.0446	1.1032	1.1085	1.1156	1.0753	0.0175

Nota:

(1) Cálculos realizados empleando el algoritmo de Rosenstein *et al.* (1993).

Cuadro 4.2.6: Distribución del máximo exponente de Lyapunov.

Proceso estocástico NLMA (1).

Tamaño muestral	Percentiles						Estadísticos muestrales	
	1%	2.5%	5%	95%	97.5%	99%	media	std
100	0.4318	0.4632	0.4763	0.7029	0.7201	0.7654	0.5915	0.0691
300	0.6229	0.6615	0.6746	0.8194	0.8301	0.8343	0.7482	0.0442
500	0.7600	0.7663	0.7793	0.8963	0.9062	0.9272	0.8420	0.0352
1000	0.9119	0.9208	0.9274	1.0104	1.0167	1.0263	0.9695	0.0249
1500	0.9484	0.9580	0.9640	1.0335	1.0420	1.0509	0.9984	0.0216
2000	1.0160	1.0236	1.0295	1.0931	1.0974	1.1053	1.0610	0.0184

Nota:

(1) Cálculos realizados empleando el algoritmo de Rosenstein *et al.* (1993).

Cuadro 4.2.7: Distribución del máximo exponente de Lyapunov.

Tamaño muestral	Logística caótica (1).						Estadísticos muestrales	
	Percentiles						media	std
	1%	2.5%	5%	95%	97.5%	99%		
100	0.5668	0.5921	0.6072	0.7953	0.8147	0.8327	0.7018	0.0570
300	0.5874	0.6135	0.6231	0.7332	0.7429	0.7595	0.6798	0.0343
500	0.6340	0.6426	0.6554	0.7388	0.7526	0.7629	0.6974	0.0263
1000	0.6584	0.6624	0.6715	0.7259	0.7326	0.7393	0.6984	0.0168
1500	0.6675	0.6735	0.6790	0.7245	0.7289	0.7341	0.7015	0.0136
2000	0.6706	0.6766	0.6821	0.7191	0.7216	0.7263	0.7005	0.0114

Nota:

(1) Cálculos realizados empleando el algoritmo de Rosenstein *et al.* (1993).

### 4.3 ¿Máximo exponente de Lyapunov positivo implica caos?

En la teoría de los sistemas dinámicos, un proceso caótico se caracteriza por un exponente de Lyapunov positivo, mientras que, en teoría, el ruido blanco tiene un máximo exponente de Lyapunov infinito.

Sin embargo, en la práctica, cuando se emplean series temporales de longitud finita, cualquier algoritmo de estimación del máximo exponente de Lyapunov atribuirá al ruido blanco un valor finito positivo y moderado de dicho exponente. Por lo tanto, el máximo exponente de Lyapunov, por sí solo, no es capaz de distinguir entre un proceso determinista no lineal caótico y un ruido blanco.

Este problema es especialmente relevante en las series financieras, donde los procesos estocásticos no lineales, tipo GARCH, suelen postularse como modelos alternativos al comportamiento caótico (Hsieh, 1991).

Como se muestra en el cuadro 4.3.1, el algoritmo de Rosenstein *et al.* (1993), aplicado a varios procesos estocásticos ampliamente utilizados en la literatura con muestras de tamaños comprendidos entre 100 y 2000 observaciones, les atribuye un máximo exponente de Lyapunov similar al valor obtenido para un proceso determinista caótico como es la ecuación logística de May (1976).

Los procesos estocásticos considerados son los mismos que en el apartado anterior: un ruido blanco gaussiano, un ruido blanco con distribución uniforme, un proceso ARMA(2,1), un proceso ARCH(1), un proceso GARCH(1,1), un proceso no lineal de media móvil NLMA y, finalmente, un proceso determinista caótico generado por la ecuación logística con el fin de realizar comparaciones.

En todos los casos, hemos aplicado el algoritmo de Rosenstein *et al.* (1993) considerando una dimensión de inmersión igual a 3 y hemos tomado un período de divergencia temporal, admitido entre las 3-historias próximas, igual a 2 unidades de tiempo.

Cuadro 4.3.1: Máximo exponente de Lyapunov para diferentes tamaños muestrales (1)

Procesos considerados	Tamaño muestral									
	100	300	500	700	900	1100	1300	1500	1700	1900
Ruido blanco uniforme	0.7221	0.8620	0.9509	1.0279	1.0797	1.1279	1.1507	1.1794	1.1970	1.2114
Ruido blanco gaussiano	0.6408	0.7599	0.8727	0.9622	0.9637	0.9958	1.0102	1.0406	1.0481	1.0881
ARMA	0.4712	0.5975	0.7294	0.7992	0.8382	0.8777	0.8999	0.9237	0.9490	0.9743
ARCH	0.6082	0.7330	0.8191	0.8753	0.9189	0.9571	0.9858	1.0098	1.0293	1.0491
GARCH	0.5770	0.7493	0.8498	0.8845	0.9433	0.9804	0.9967	1.0248	1.0507	1.0683
NLMA	0.6108	0.7746	0.8340	0.8755	0.9118	0.9421	0.9696	1.0034	1.028	1.0401
Logística caótica	0.7038	0.6798	0.6965	0.7009	0.6957	0.6992	0.6990	0.7015	0.6969	0.6975

Nota:

(1) Cálculos realizados aplicando el algoritmo de Rosenstein *et al.* (1993).

El cuadro anterior es absolutamente revelador en el sentido de que la existencia de un máximo exponente de Lyapunov positivo, en la práctica, no permite por sí mismo inferir la existencia de caos en una serie temporal.

Se observa que la diferencia fundamental, desde el punto de vista del máximo exponente de Lyapunov, entre el proceso caótico y los procesos estocásticos estriba en que mientras que para la logística dicho exponente se mantiene prácticamente invariante al aumentar el tamaño de la muestra, para los procesos genuinamente estocásticos el exponente crece ininterrumpidamente<sup>1</sup>.

La explicación a estas diferencias de comportamiento, respecto al crecimiento del máximo exponente de Lyapunov con el tamaño muestral, entre el caos de baja dimensión y los procesos estocásticos se examinará, con mayor profundidad, en el siguiente apartado y tiene que ver con la teoría ergódica de sistemas dinámicos. Como veremos, para series temporales caóticas, el espacio de fases reconstruido es capaz de garantizar la posibilidad de predicciones a corto plazo con errores de tipo uniforme y de carácter estable. Los exponentes de Lyapunov no son otra cosa que una medida, en escala exponencial, del promedio de los errores predictivos usando puntos próximos en el espacio de fases. En cambio, cuando se trata de una serie generada por un proceso estocástico, el espacio de fases reconstruido no proporciona ninguna posibilidad predictiva. El máximo exponente de Lyapunov irá adquiriendo, al aumentar el número de datos de la serie, una variabilidad cada vez mayor y aumentará ilimitadamente.

Si contemplásemos el máximo exponente de Lyapunov en el marco de una teoría distribucional por medio del *bootstrapping* por bloques, tal como proponen Bask y Gençay (1998), inferiríamos estadísticamente que, en todos los casos, el máximo exponente de Lyapunov es positivo para todos los procesos estocásticos considerados, detectando, erróneamente, la existencia de caos en dichos procesos estocásticos.

Se impone, por tanto, un nuevo contraste de detección del caos, por medio de los exponentes de Lyapunov, que tenga poder frente a los procesos estocásticos. Con el fin de desarrollar dicho contraste vamos a considerar, en el siguiente apartado, el comportamiento del máximo exponente de Lyapunov, frente al tamaño muestral, desde el punto de vista de la teoría ergódica de los sistemas dinámicos.

<sup>1</sup> Este comportamiento resulta similar al conocido proceso de saturación de la dimensión de correlación en una serie caótica al aumentar la dimensión de inmersión, hecho que constituye la base para el contraste de Grassberger y Procaccia (1983).

## 4.4 Los exponentes de Lyapunov y la teoría ergódica de los sistemas dinámicos

La teoría ergódica de los sistemas dinámicos constituye una disciplina diseñada con el fin de estudiar el comportamiento de dichos sistemas desde el punto de vista estadístico. Gracias a la teoría ergódica, podemos considerar sólo el comportamiento a largo plazo, sin tener ninguna preocupación acerca de la posible aparición de estados transitorios (véase Eckmann y Ruelle (1985), para una panorámica).

El resultado más característico y fundamental de la teoría ergódica establece que, sobre un sistema dinámico, los promedios espaciales son iguales a los promedios temporales, lo que implica que la fracción de tiempo que un sistema dinámico estará situado en una región  $R$  del espacio de fase, será igual a la fracción del área que ocupe  $R$  con relación al área total del espacio de fase. Este resultado hace posible la introducción de distribuciones de probabilidad que son invariantes con la dinámica del sistema, distribuciones que permiten realizar el promedio de determinadas funciones sobre un atractor. La teoría ergódica, en definitiva, nos permite elaborar una teoría estadística de los sistemas dinámicos, capaz de distinguir diferentes grados de complejidad dinámica.

La posibilidad de obtener, en un sistema dinámico determinista, unos exponentes de Lyapunov que sean representativos de las divergencias, a corto plazo, de trayectorias que parten de puntos próximos del espacio de fases, se basa en el teorema ergódico multiplicativo de Oseledec (1968). Este teorema asegura que dichos exponentes tienen un sentido global, permitiendo la caracterización de la complejidad de un sistema dinámico de dimensión  $n$ , simplemente por medio de  $n$  números reales.

Consideremos un sistema dinámico discreto de dimensión  $n$

$$\bar{y}_{t+1} = F(\bar{y}_t),$$

donde

$$F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

es una función vectorial diferenciable.

Con el fin de estudiar la estabilidad de las órbitas del sistema, vamos a considerar cómo amplifica dicho sistema una pequeña diferencia entre las condiciones iniciales  $\bar{y}_0, \bar{y}'_0 \in \mathbb{R}^n$ , con el paso del tiempo

$$\bar{y}_t - \bar{y}'_t = F^t(\bar{y}_0) - F^t(\bar{y}'_0) \cong D_{\bar{y}} F(\bar{y}_0) \cdot (\bar{y}_0 - \bar{y}'_0)$$

donde  $F^t(\bar{y}_0)$  representa las  $t$  sucesivas iteraciones del sistema dinámico partiendo de la condición inicial  $\bar{y}_0$ , y  $D_{\bar{y}}F(\bar{y}_0)$  representa la matriz jacobiana de la función  $F(\bar{y})$ .

Por la regla de la cadena, tendremos que

$$D_{\bar{y}}F^t(\bar{y}_0) = D_{\bar{y}}F(\bar{y}_{t-1}) \cdot D_{\bar{y}}F(\bar{y}_{t-2}) \cdot \dots \cdot D_{\bar{y}}F(\bar{y}_0)$$

En este contexto, los exponentes de Lyapunov se definen de la siguiente forma (Guckenheimer y Holes, 1990), consideremos la familia de subespacios

$$V_i^{(1)} \supset V_i^{(2)} \supset \dots \supset V_i^{(n)}$$

en el espacio tangente a  $F^t(\bar{y})$  y los números  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ , suponiendo que se verifican las siguientes propiedades:

$$[1] \quad D_{\bar{y}}F(V_i^{(j)}) = V_{i+1}^{(j)}$$

$$[2] \quad \dim V_i^{(j)} = n + 1 - j$$

$$[3] \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \cdot \ln \left\| \sqrt{(D_{\bar{y}}F^t)^T \cdot D_{\bar{y}}F^t(\bar{y}_0)} \right\| = \lambda_j \text{ para todo } \bar{y}_0 \in V_0^{(j)} - V_0^{(j-1)},$$

donde  $(D_{\bar{y}}F^t)^T$  es la transpuesta de la matriz jacobiana  $D_{\bar{y}}F^t$ .

En este caso, los números reales  $\lambda_j$  se llaman exponentes de Lyapunov de  $F$  en el punto  $\bar{y}_0 \in \mathbb{R}^n$ . El teorema ergódico multiplicativo de Oseledec (1968) asegura que, bajo condiciones muy generales para la función  $F$ , el límite que figura en la expresión [3] existe y es independiente del punto inicial  $\bar{y}_0$  que se considere, salvo un conjunto de medida nula.

Por tanto, el teorema ergódico multiplicativo de Oseledec asegura que los exponentes de Lyapunov son unas constantes que representan *globalmente* al sistema dinámico en cuestión, con independencia del punto inicial que se considere y la trayectoria concreta con que se aproximen.

El teorema ergódico multiplicativo de Oseledec es un resultado que se deriva de la teoría ergódica de los sistemas dinámicos deterministas y, por tanto, característico, exclusivamente, de tales sistemas.

Este teorema constituye, en última instancia, la única garantía de que los numerosos algoritmos empleados en el cálculo del máximo exponente de Lyapunov, a partir del espacio de fases reconstruido de una serie temporal, converjan hacia un valor común, con independencia de la condición inicial elegida.

Cuando un algoritmo de cálculo del máximo exponente de Lyapunov se aplica sobre el espacio de fases reconstruido de una serie temporal no muestreada sobre la trayectoria de un sistema dinámico determinista, no hay nada que garantice la convergencia del algoritmo hacia el valor verdadero del máximo exponente de Lyapunov, porque, sencillamente, éste no existe. En tal caso, el algoritmo únicamente es capaz de estimar *exponentes de Lyapunov locales*, que están altamente influidos por las condiciones iniciales que se considere y, naturalmente, por el tamaño de la muestra.

## 4.5 Un nuevo contraste de detección del caos determinista

Los cuadros 4.4.1 a 4.4.7 muestran la característica esencial de la distribución empírica del máximo exponente de Lyapunov que, como ya se señaló, consiste en que su media crece ilimitadamente, al aumentar el tamaño de la muestra, en los procesos estocásticos mientras se mantiene estable para el proceso determinista caótico.

Así pues, la estabilidad de la media en la distribución del máximo exponente de Lyapunov frente al aumento del tamaño muestral constituye una característica importante a la hora de diferenciar, a través de exponentes de Lyapunov, entre una serie caótica de baja dimensión y un proceso estocástico. La explicación de este hecho se basa en la teoría ergódica de los sistemas deterministas no lineales. Como vimos en el apartado anterior, un sistema dinámico se dice que posee un comportamiento ergódico cuando, para la mayoría de las condiciones iniciales de las que parte el sistema (todas, excepto un conjunto de medida nula), el sistema visita cada región del espacio de fases con la misma probabilidad (Guckenheimer y Holmes, 1990).

La ergodicidad garantiza, en los sistemas caóticos, unos errores de predicción de tamaño uniforme y, en definitiva, la convergencia del algoritmo del máximo exponente de Lyapunov en series con un número relativamente pequeño de observaciones.

El contraste que proponemos a continuación está destinado a examinar si un proceso es caótico, utilizando las distribuciones del máximo exponente de Lyapunov para dos tamaños muestrales diferentes, y comparando las medias de tales distribuciones. Dicho contraste tendrá poder frente a las diversas alternativas estocásticas, tanto lineales como no lineales.

Sea una serie temporal  $\{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots, x_{n'}, \dots, x_N\}$ . Supongamos que hemos obtenido la distribución empírica del máximo exponente de Lyapunov por medio de la realización de 500 *bootstrapping* por bloques, en dicha serie temporal, para dos tamaños muestrales  $n$  y  $n'$ . Sean  $\lambda_{\max}(n)$  y  $\lambda_{\max}(n')$  los exponentes de Lyapunov estimados para ambos tamaños muestrales.

Planteamos el siguiente contraste, para el que la hipótesis nula es la presencia de caos determinista y la hipótesis alternativa, cualquier forma de proceso estocástico:

$$H_0: \lambda_{\max}(n) = \lambda_{\max}(n')$$

$$H_1: \lambda_{\max}(n) \neq \lambda_{\max}(n')$$

Suponiendo que para cada tamaño muestral  $n$  y  $n'$  la distribución del máximo exponente de Lyapunov tenga una distribución normal, el anterior contraste se convierte en el clásico contraste  $t$  de comparación de medias entre dos poblaciones normales, con varianza desconocida (en el siguiente apartado 4.6 contrastaremos la normalidad de las poblaciones de máximos exponentes de Lyapunov obtenidas mediante el *bootstrapping* por bloques).

El estadístico que empleamos para contrastar la igualdad de las medias poblacionales es la conocida  $t$  de Student:

$$t_{n+n'-2} = \frac{\mu_x - \mu_{x'}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 + \sum_{i=1}^{n'} (x'_i - \mu_{x'})^2}{n + n' - 2}}}$$

Cuando los grados de libertad de la  $t$  de Student son elevados, los valores críticos de su distribución asintótica se comportan como los valores críticos de una distribución normal estándar. Como en todos los casos que comparamos,  $n + n' - 2 \gg 50$ , vamos a considerar como valores críticos los de la distribución normal estándar.

Para cada uno de los procesos estudiados, los cuadros 4.5.1 a 4.5.7 presentan los valores del estadístico  $t$  que resultan de contrastar la igualdad de las medias de dos distribuciones de máximos exponentes de Lyapunov para cada par de tamaños muestrales considerados. Inspeccionando, por ejemplo, el cuadro 4.5.1, observamos que el estadístico resultante de comparar los tamaños muestrales 100 y 300 es  $-4.1733$ , que rechaza la igualdad de medias con un nivel de significatividad del 1%. Nótese igualmente, que el valor del estadístico para los tamaños muestrales de 300 y 100 resultaría ser  $4.1733$ . Por consiguiente, en los cuadros 4.5.1 a 4.5.7 sólo hemos escrito los valores de los estadísticos correspondientes a la parte superior a la diagonal; la parte inferior será igual pero cambiada de signo.

Cuadro 4.5.1: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov. Ruido blanco gaussiano (1)

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		-4.1733 <sup>a</sup>	-5.1760 <sup>a</sup>	-8.5633 <sup>a</sup>	-10.4222 <sup>a</sup>	-11.3351 <sup>a</sup>
300			-1.0701	-5.6890 <sup>a</sup>	-8.4202 <sup>a</sup>	-9.8313 <sup>a</sup>
500				-5.2158 <sup>a</sup>	-8.4427 <sup>a</sup>	-10.1758 <sup>a</sup>
1000					-3.5041 <sup>a</sup>	-5.4162 <sup>a</sup>
1500						-1.8963 <sup>c</sup>
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.5.2: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov. Ruido blanco uniforme (1)

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		-6.6177 <sup>a</sup>	-9.9290 <sup>a</sup>	-13.0983 <sup>a</sup>	-14.6504 <sup>a</sup>	-15.7381 <sup>a</sup>
300			-4.7233 <sup>a</sup>	-9.8870 <sup>a</sup>	-12.6622 <sup>a</sup>	-14.6571 <sup>a</sup>
500				-5.3168 <sup>a</sup>	-8.4656 <sup>a</sup>	-10.8087 <sup>a</sup>
1000					-3.8453 <sup>a</sup>	-6.9475 <sup>a</sup>
1500						-3.2901 <sup>a</sup>
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.5.3: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov. Proceso estocástico ARMA (1)

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		-0.9692	-3.7568 <sup>a</sup>	-5.9341 <sup>a</sup>	-6.8582 <sup>a</sup>	-7.7894 <sup>a</sup>
300			-4.0136 <sup>a</sup>	-7.5155 <sup>a</sup>	-9.0908 <sup>a</sup>	-10.6847 <sup>a</sup>
500				-4.0301 <sup>a</sup>	-5.9890 <sup>a</sup>	-8.0661 <sup>a</sup>
1000					-2.1243 <sup>b</sup>	-4.5440 <sup>a</sup>
1500						-2.5390 <sup>b</sup>
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.5.4: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov. Proceso estocástico ARCH (1)

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		-1.2153	-1.3132	-4.6472 <sup>a</sup>	-5.8045 <sup>a</sup>	-6.7026 <sup>a</sup>
300			-0.1107	-4.5829 <sup>a</sup>	-6.2673 <sup>a</sup>	-7.5684 <sup>a</sup>
500				-4.5545 <sup>a</sup>	-6.2847 <sup>a</sup>	-7.6213 <sup>a</sup>
1000					-2.3743 <sup>b</sup>	-4.3647 <sup>a</sup>
1500						-2.1094 <sup>b</sup>
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.5.5: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov. Proceso estocástico GARCH (1)

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		-2.7318 <sup>a</sup>	-2.9605 <sup>a</sup>	-6.8509 <sup>a</sup>	-9.0464 <sup>a</sup>	-9.9331 <sup>a</sup>
300			-0.3195	-4.8005 <sup>a</sup>	-7.6410 <sup>a</sup>	-8.8221 <sup>a</sup>
500				-4.2714 <sup>a</sup>	-6.9906 <sup>a</sup>	-8.1139 <sup>a</sup>
1000					-3.7988 <sup>a</sup>	-5.4829 <sup>a</sup>
1500						-1.7002 <sup>c</sup>
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.5.6: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov. Proceso estocástico NLMA (1).

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		-2.7033 <sup>a</sup>	-4.5700 <sup>a</sup>	-7.2834 <sup>a</sup>	-7.9541 <sup>a</sup>	-9.2915 <sup>a</sup>
300			-2.3482 <sup>b</sup>	-6.1752 <sup>a</sup>	-7.1990 <sup>a</sup>	-9.2477 <sup>a</sup>
500				-4.1853 <sup>a</sup>	-5.3593 <sup>a</sup>	-7.8015 <sup>a</sup>
1000					-1.2440	-4.1879 <sup>a</sup>
1500						-3.1217 <sup>a</sup>
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.5.7: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov. Proceso determinista caótico (1).

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		0.4656	0.0976	0.0791	0.0062	0.0301
300			-0.5749	-0.6876	-0.8291	-0.8081
500				-0.0459	-0.1948	-0.1528
1000					-0.2003	-0.1450
1500						0.0781
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Los cuadros 4.5.1 a 4.5.6 muestran cómo, salvo contadas excepciones, para cualquier par de los tamaños muestrales considerados, el estadístico  $t$  es superior al valor crítico a un nivel de significatividad del 1%. El nuevo contraste rechaza, por tanto, con amplia generalidad, la hipótesis nula de caos determinista de baja dimensión para todos los procesos estocásticos lineales y no lineales considerados. En el cuadro 4.5.7 se presentan los resultados del estadístico  $t$  aplicado a una población de máximos exponentes de Lyapunov de series generadas por la ecuación logística. En dicho cuadro se observa cómo no se rechaza la hipótesis nula de caos para cualquier par de tamaños muestrales.

El nuevo contraste presenta, por tanto, fuerte poder frente a todo tipo de procesos estocásticos, tanto lineales como no lineales. No obstante, es incapaz de distinguir los procesos estocásticos lineales de los no lineales. Teniendo en cuenta el escaso poder para distinguir entre la naturaleza determinista o estocástica de los procesos no lineales, el nuevo contraste puede considerarse un buen complemento, tanto del BDS como del test de Bask y Gençay (1998), a la hora de distinguir entre caos de baja dimensión y procesos estocásticos no lineales.

La secuencia de contrastes que cabría realizar para clasificar un proceso sería la siguiente:

1. En primer lugar, aplicamos el contraste de Bask y Gençay para examinar si el máximo exponente de Lyapunov es positivo. Si se acepta la hipótesis nula, el proceso es determinista lineal, no caótico. Si se acepta la hipótesis alternativa, aplicaremos nuestro nuevo contraste.
2. En segundo lugar, aplicamos el contraste de estabilidad del máximo exponente de Lyapunov frente al tamaño muestral. Si se acepta la hipótesis nula, se trata de un proceso caótico de baja dimensión. Si se acepta la hipótesis alternativa, se trata de un proceso estocástico y aplicaremos el test BDS.
3. En tercer lugar, aplicaremos el contraste BDS de no linealidad sobre el residuo del mejor modelo lineal aplicable a la serie. Si se acepta la hipótesis nula, dicho residuo será IID y nuestra serie constituirá un proceso estocástico lineal. Si se rechaza la hipótesis alternativa, estaremos en presencia de un proceso estocástico no lineal.
4. Por último, aplicaremos el contraste del tercer momento de Hsieh sobre la serie en cuestión para un número suficientemente elevado de parejas de retardos. Si se rechaza la hipótesis nula para alguna pareja de retardos, habremos detectado indicios de comportamiento no lineal en media dentro de la serie. Si se acepta la hipótesis nula, la serie estará generada por un proceso estocástico no lineal en varianza.

Tal secuencia de contrastes se ilustra en la figura 4.5.1.

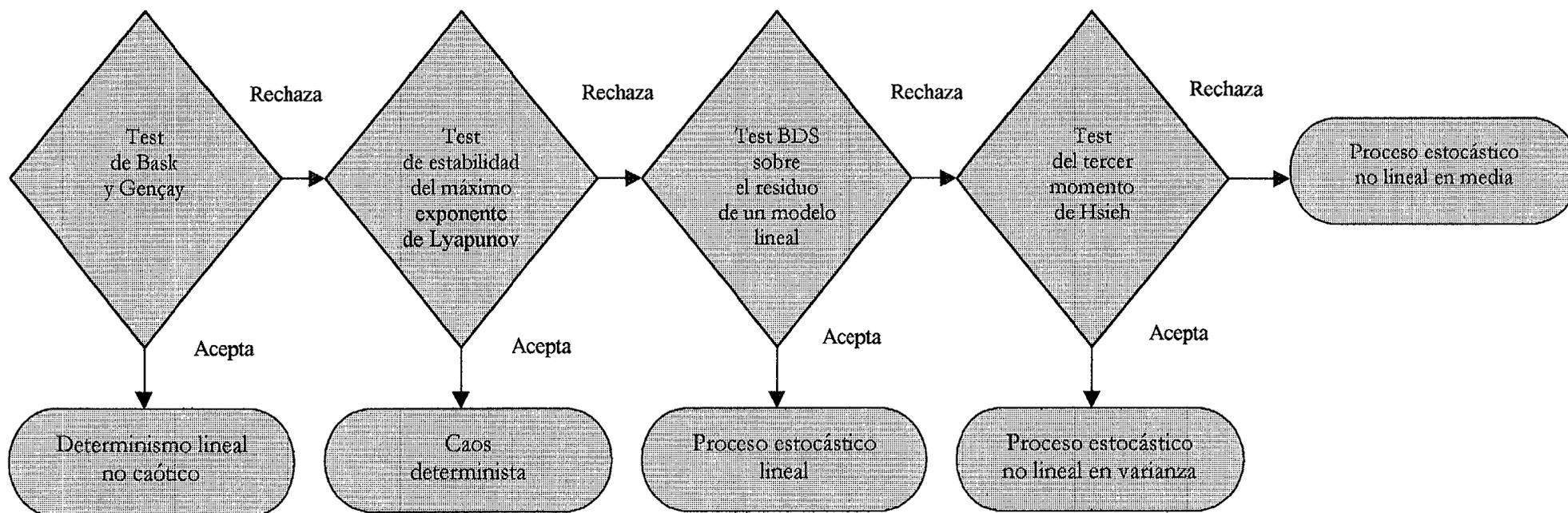


Gráfico 4.5.1: Secuencia de contrastes para clasificar un proceso.

## 4.6 Normalidad de las poblaciones de máximos exponentes de Lyapunov

Con el fin aplicar nuestro contraste estadístico de estabilidad del máximo exponente de Lyapunov ante el incremento del tamaño muestral, es necesario que ambas poblaciones de máximos exponentes de Lyapunov sean normales. Por ello, hemos examinado la normalidad de las distribuciones empíricas del máximo exponente de Lyapunov por medio del contraste de Bera y Jarque (1981).

El contraste de Bera y Jarque (1981) es un contraste de normalidad de los residuos de un modelo autorregresivo, que suele emplearse, igualmente, en los contrastes de normalidad de una serie temporal.

Consideremos el estadístico

$$\frac{N-r}{6} \left( S^2 + \frac{1}{4}(K-3)^2 \right)$$

donde S representa el sesgo, K la curtosis, N el tamaño muestral y r el número de parámetros del modelo autorregresivo cuyo residuo se pretende analizar (nosotros hemos considerado  $r=0$ ).

Bajo la hipótesis nula de normalidad, dicho estadístico se distribuye como una ji-cuadrado con dos grados de libertad ( $\chi_2^2$ ).

En los cuadros 4.6.1 a 4.6.7, presentamos la simetría, la curtosis y el estadístico de Bera y Jarque de las distribuciones de máximos exponentes de Lyapunov para los seis procesos estocásticos que estamos analizando, junto con la logística caótica.

Cuadro 4.6.1: Contraste de normalidad del máximo exponente de Lyapunov.  
Ruido blanco gaussiano.

Tamaño muestral	Simetría	Curtosis	Estadístico Bera-Jarque (1)
100	-0.1285	3.1468	1.8179
300	-0.0865	3.1330	0.9881
500	-0.0139	3.0386	0.0470
1000	-0.0713	2.9951	0.4221
1500	-0.0182	2.6748	2.2217
2000	-0.1021	2.9635	0.8924

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $\chi_{2,v}^2$ : 9.21 (1%); 5.99 (5%); 4.61 (10%).Cuadro 4.6.2: Contraste de normalidad del máximo exponente de Lyapunov.  
Ruido blanco uniforme.

Tamaño muestral	Simetría	Curtosis	Estadístico Bera-Jarque (1)
100	-0.0305	2.8961	0.3011
300	0.0335	2.7757	1.1370
500	0.0275	3.0915	0.2365
1000	0.1352	2.8626	1.9095
1500	0.1087	2.9752	0.9937
2000	0.0506	3.0095	0.2140

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $\chi_{2,v}^2$ : 9.21 (1%); 5.99 (5%); 4.61 (10%).Cuadro 4.6.3: Contraste de normalidad del máximo exponente de Lyapunov.  
Proceso ARMA.

Tamaño muestral	Simetría	Curtosis	Estadístico Bera-Jarque (1)
100	0.0115	3.2131	0.9534
300	0.0217	3.0315	0.0596
500	-0.0120	2.7434	1.3784
1000	-0.0686	2.8221	1.0477
1500	-0.0978	2.6993	2.6701
2000	-0.1956	3.0141	3.1797

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $\chi_{2,v}^2$ : 9.21 (1%); 5.99 (5%); 4.61 (10%).

Cuadro 4.6.4: Contraste de normalidad del máximo exponente de Lyapunov.  
Proceso ARCH.

Tamaño muestral	Simetría	Curtosis	Estadístico Bera-Jarque (1)
100	0.0669	3.0859	0.5243
300	-0.1734	3.2573	3.8687
500	-0.1162	2.5540	5.2481 <sup>c</sup>
1000	-0.0566	3.4045	3.6605
1500	-0.2904	3.0193	7.0066 <sup>b</sup>
2000	-0.2093	2.8865	3.9028

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $\chi_{2,v}^2$ : 9.21 (1%); 5.99 (5%); 4.61 (10%).Cuadro 4.6.5: Contraste de normalidad del máximo exponente de Lyapunov.  
Proceso GARCH.

Tamaño muestral	Simetría	Curtosis	Estadístico Bera-Jarque (1)
100	-0.1141	2.7043	2.8957
300	0.0838	2.6164	3.6369
500	-0.1149	2.9667	1.1180
1000	0.0415	2.8186	0.8253
1500	-0.0606	2.9031	0.4990
2000	-0.0888	3.4510	4.8751 <sup>c</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $\chi_{2,v}^2$ : 9.21 (1%); 5.99 (5%); 4.61 (10%).Cuadro 4.6.6: Contraste de normalidad del máximo exponente de Lyapunov.  
Proceso NLMA.

Tamaño muestral	Simetría	Curtosis	Estadístico Bera-Jarque (1)
100	0.0188	2.9931	0.0304
300	-0.2097	3.0459	3.6944
500	-0.0836	2.8961	0.8042
1000	-0.0438	2.8472	0.6442
1500	0.1073	3.1300	1.3069
2000	0.0673	3.0675	0.4706

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $\chi_{2,v}^2$ : 9.21 (1%); 5.99 (5%); 4.61 (10%).

Cuadro 4.6.7: Contraste de normalidad del máximo exponente de Lyapunov.  
Proceso determinista caótico.

Tamaño muestral	Simetría	Curtosis	Estadístico Bera-Jarque (1)
100	0.0282	2.7802	1.0683
300	-0.0463	2.9947	0.1784
500	0.0589	2.9934	0.2884
1000	0.0788	3.2523	1.8355
1500	0.0251	3.0637	0.1366
2000	-0.1916	3.1632	3.6000

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $\chi^2_{2,v}$ : 9.21 (1%); 5.99 (5%); 4.61 (10%).

Los cuadros anteriores muestran que, en prácticamente todos los casos, el estadístico de Bera y Jarque no rechaza la hipótesis nula de normalidad en la distribución del máximo exponente de Lyapunov en todos los procesos estocásticos y para todos los tamaños muestrales.

No obstante, desde el punto de vista teórico, parece plausible que la utilización del *bootstrapping* por bloques para determinar el máximo exponente de Lyapunov conduce, vía el teorema central del límite, a una distribución normal de dicho exponente.

## 4.7 Aplicación a los tipos de cambio

En este apartado, hemos aplicado el nuevo contraste de estabilidad del máximo exponente de Lyapunov a las nueve series de tipos de cambio del Sistema Monetario Europeo analizadas a lo largo de la Tesis Doctoral y previamente descritas en el capítulo III.

La metodología que empleada para analizar cada una de las series ha sido la de obtener un conjunto aleatorio de submuestras encajadas, cada una de las cuales tiene como longitud la parte entera de la mitad de la muestra anterior. Partiendo de cada una de las series cambiarias, cuya longitud es de 4156 observaciones, consideramos una primera submuestra de longitud  $4156/2=2078$ , formada por todas las observaciones comprendidas entre la  $x_{\tau}$  y la  $x_{\tau+2077}$ , donde  $\tau$  es un número entero elegido aleatoriamente entre 1 y 2078.

Repitiendo reiteradamente este proceso, obtendremos un conjunto de sucesivas submuestras, formadas por observaciones consecutivas de longitud 4156, 2078, 1039, 518, 258 y 129, cada una de las cuales se encuentra contenida en la anterior, y que presentan la característica de que la primera de sus observaciones se ha elegido de forma aleatoria.

En los cuadros 4.7.1 a 4.7.9 se presentan los resultados de aplicar el nuevo contraste de estabilidad del máximo exponente de Lyapunov para un conjunto de submuestras de longitudes 4156, 2078, 1039, 518, 258 y 129, para cada una de las nueve divisas analizadas.

Se observa que en todas las ocasiones, a excepción de la peseta española (PTA) y la corona danesa (DKR), nuestro contraste rechaza la hipótesis nula de caos determinista de baja dimensión. Precisamente, es en éstas monedas donde se produce un alto número de rechazos de la hipótesis nula en el test del tercer momento de Hsieh, según vimos en el apartado 3.5 del capítulo III.

En ambas divisas, si bien se rechaza la hipótesis de caos en la muestra completa, se observa la aceptación de dicha hipótesis dentro de la segunda submuestra y todas las posteriores que proporciona nuestro sistema aleatorio de submuestras encajadas.

Este resultado, para el caso de la peseta española (PTA), está en consonancia con el de Bajo *et al.* (1992a) donde se muestra la evidencia de caos para el tipo de cambio peseta española/dólar estadounidense.

Cuadro 4.7.1: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov, franco belga (BFR)(1)

Tamaño muestral	4156	2078	1039	518	258	129
4156		-0.5570	1.5010	4.4323 <sup>a</sup>	7.7594 <sup>a</sup>	7.1257 <sup>a</sup>
2078			2.6832 <sup>a</sup>	6.1164 <sup>a</sup>	9.4925 <sup>a</sup>	8.1830 <sup>a</sup>
1039				3.8755 <sup>a</sup>	7.7463 <sup>a</sup>	6.8201 <sup>a</sup>
518					4.3423 <sup>a</sup>	4.1334 <sup>a</sup>
258						0.8226
129						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.7.2: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov, corona danesa (DKR)(1)

Tamaño muestral	4156	2078	1039	518	258	129
4156		0.9394	2.6813 <sup>a</sup>	1.5323	2.9293 <sup>a</sup>	4.0736 <sup>a</sup>
2078			1.4089	0.5856	0.8859	1.4637
1039				-0.1438	-0.9422	-0.4274
518					-0.4165	-0.0938
258						1.0567
129						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.7.3: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov, escudo portugués (ESC)(1)

Tamaño muestral	4156	2078	1039	518	258	129
4156		3.0835 <sup>a</sup>	5.1927 <sup>a</sup>	6.2444 <sup>a</sup>	7.2650 <sup>a</sup>	6.0778 <sup>a</sup>
2078			1.5166	2.7396 <sup>a</sup>	3.9591 <sup>a</sup>	4.1040 <sup>a</sup>
1039				1.4358	2.8335 <sup>a</sup>	3.3227 <sup>a</sup>
518					1.4281	2.4129 <sup>a</sup>
258						1.4188
129						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.7.4: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov, franco francés (FF)(1)

Tamaño muestral	4156	2078	1039	518	258	129
4156		1.0849	2.3223 <sup>b</sup>	0.9256	1.7096 <sup>c</sup>	2.4525 <sup>b</sup>
2078			0.5988	1.7705 <sup>c</sup>	3.3378 <sup>a</sup>	1.7414 <sup>c</sup>
1039				1.2281	2.9032 <sup>a</sup>	1.5792
518					1.8186 <sup>c</sup>	1.1625
258						0.3261
129						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.7.5: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov, florín holandés (HFL)(1)

Tamaño muestral	4156	2078	1039	518	258	129
4156		1.0950	2.4742 <sup>a</sup>	-0.6908	2.6682 <sup>a</sup>	-1.7944 <sup>c</sup>
2078			1.3383	-0.6348	4.8070 <sup>a</sup>	2.0006 <sup>b</sup>
1039				1.6414	3.4431 <sup>a</sup>	1.0422
518					4.5716 <sup>a</sup>	2.2139 <sup>b</sup>
258						-1.7034 <sup>c</sup>
129						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.7.6: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov, libra irlandesa (IRL)(1)

Tamaño muestral	4156	2078	1039	518	258	129
4156		1.7553 <sup>c</sup>	1.0552	2.4806 <sup>b</sup>	1.6374	0.8872
2078			-0.1105	2.2549 <sup>b</sup>	3.6096 <sup>a</sup>	1.9890 <sup>c</sup>
1039				2.8433 <sup>a</sup>	4.3288 <sup>a</sup>	2.0380 <sup>b</sup>
518					1.6751 <sup>c</sup>	1.4109
258						0.9738
129						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.7.7: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov, lira italiana (LIT)(1)

Tamaño muestral	4156	2078	1039	518	258	129
4156		5.0164 <sup>a</sup>	3.7804 <sup>a</sup>	1.1806	1.6625 <sup>c</sup>	1.1595
2078			-1.2014	3.3492 <sup>a</sup>	5.3225 <sup>a</sup>	2.4724 <sup>a</sup>
1039				2.3036 <sup>a</sup>	4.1603 <sup>a</sup>	1.0452
518					2.4234 <sup>a</sup>	6.4413 <sup>a</sup>
258						1.4887
129						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.7.8: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov, peseta española (PTA)(1)

Tamaño muestral	4156	2078	1039	518	258	129
4156		-3.3852 <sup>a</sup>	-4.0321 <sup>a</sup>	-2.8067 <sup>a</sup>	-0.9041	-0.2243
2078			-0.1463	-0.1236	1.2095	1.3442
1039				-0.0068	1.3678	1.4602
518					1.1980	1.3457
258						0.3612
129						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.7.9: Contraste de igualdad entre las medias de la distribución del máximo exponente de Lyapunov, libra esterlina (UKL)(1)

Tamaño muestral	4156	2078	1039	518	258	129
4156		5.3163 <sup>a</sup>	6.4114 <sup>a</sup>	8.8436 <sup>a</sup>	8.5464 <sup>a</sup>	9.6119 <sup>a</sup>
2078			1.7651 <sup>c</sup>	4.2068 <sup>a</sup>	5.1990 <sup>a</sup>	6.9850 <sup>a</sup>
1039				2.2843 <sup>b</sup>	3.6871 <sup>a</sup>	5.7328 <sup>a</sup>
518					1.8338 <sup>c</sup>	4.1931 <sup>a</sup>
258						2.4146 <sup>b</sup>
129						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

## 4.8 El nuevo contraste de estabilidad del máximo exponente de Lyapunov ante procesos estocásticos no lineales en media

En el apartado anterior, el nuevo contraste de estabilidad del máximo exponente de Lyapunov frente al aumento de la muestra, ha rechazado la hipótesis nula de caos determinista de baja dimensión en ocho de las nueve series de tipos de cambio del Sistema Monetario Europeo examinadas.

No obstante, cabría atribuir los indicios de predecibilidad que muestran muchas de las series financieras en general, y los tipos de cambio en particular tal como vimos en el capítulo III de esta Tesis, a la existencia de un *proceso estocástico no lineal en media*.

Por un proceso estocástico no lineal en media entendemos un proceso de la forma

$$x_t = f(x_{t-1}, \dots, x_{t-k}) + \varepsilon_t$$

siendo  $\varepsilon_t$  una variable aleatoria  $N(0, \sigma^2)$  independiente de la serie  $x_t$  y donde la función

$$f(x_{t-1}, \dots, x_{t-k})$$

es no lineal en sus diferentes argumentos.

En este apartado pretendemos encontrar la potencia, ante al aumento de la muestra, del nuevo contraste de estabilidad del máximo exponente de Lyapunov, frente a los procesos estocásticos no lineales en media.

Para ello, hemos aplicado el nuevo contraste a un conjunto de cinco series temporales de longitud 100, 300, 500, 1000, 1500 y 2000, generadas a partir de una ecuación logística con parámetro 4, a la que hemos añadido sucesivos niveles de ruido blanco. Es decir,

$$x_t = 4x_{t-1}(1 - x_{t-1}) + \varepsilon_t$$

donde  $\varepsilon_t$  es ruido blanco  $N(0, \sigma)$ , y la desviación típica  $\sigma$  toma los valores 1/10, 1/25, 1/50, 1/100, 1/200 y 1/300.

En los cuadros 4.8.1 a 4.8.6 se ofrecen los resultados de aplicar el nuevo contraste de estabilidad del máximo exponente de Lyapunov a diversas realizaciones de este proceso estocástico para series de diferentes longitudes y niveles de ruido.

Cuadro 4.8.1: Contraste de igualdad de medias. Logística con ruido blanco  $N(0,1/300)$  (1)

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		0.48622	0.27247	-1.04697	-1.61550	-2.66142 <sup>a</sup>
300			-0.31278	-2.12833 <sup>b</sup>	-3.01496 <sup>a</sup>	-4.58895 <sup>a</sup>
500				-1.97534 <sup>b</sup>	-2.96430 <sup>a</sup>	-4.74487 <sup>a</sup>
1000					-0.88485	-2.68423 <sup>a</sup>
1500						-1.96970 <sup>b</sup>
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).Cuadro 4.8.2: Contraste de igualdad de medias. Logística con ruido blanco  $N(0,1/200)$  (1)

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		-0.32551	-1.03080	-2.14731 <sup>b</sup>	-4.05440 <sup>a</sup>	-4.91585 <sup>a</sup>
300			-0.84459	-2.27617 <sup>b</sup>	-4.75605 <sup>a</sup>	-5.94945 <sup>a</sup>
500				-1.44105	-4.15466 <sup>a</sup>	-5.47410 <sup>a</sup>
1000					-3.38624 <sup>a</sup>	-5.12349 <sup>a</sup>
1500						-1.56225
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).Cuadro 4.8.3: Contraste de igualdad de medias. Logística con ruido blanco  $N(0,1/100)$  (1)

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		-0.49741	-1.69538 <sup>c</sup>	-4.27630 <sup>a</sup>	-5.30402 <sup>a</sup>	-6.27043 <sup>a</sup>
300			-1.33990	-4.42504 <sup>a</sup>	-5.72805 <sup>a</sup>	-6.94632 <sup>a</sup>
500				-4.05828 <sup>a</sup>	-5.97285 <sup>a</sup>	-7.80884 <sup>a</sup>
1000					-1.57013	-3.33783 <sup>a</sup>
1500						-2.01271 <sup>b</sup>
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.8.4: Contraste de igualdad de medias. Logística con ruido blanco  $N(0,1/50)$  (1)

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		-2.50936 <sup>a</sup>	-3.43971 <sup>a</sup>	-4.39588 <sup>a</sup>	-5.64474 <sup>a</sup>	-7.01405 <sup>a</sup>
300			-1.10125	-2.37348 <sup>b</sup>	-4.20873 <sup>a</sup>	-6.27564 <sup>a</sup>
500				-1.36703	-3.49598 <sup>a</sup>	-5.96378 <sup>a</sup>
1000					-2.39716 <sup>b</sup>	-5.33820
1500						-3.34938 <sup>a</sup>
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.8.5: Contraste de igualdad de medias. Logística con ruido blanco  $N(0,1/25)$  (1)

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		-3.37310 <sup>a</sup>	-5.73660 <sup>a</sup>	-6.95938 <sup>a</sup>	-8.49362 <sup>a</sup>	-9.55527 <sup>a</sup>
300			-2.76308 <sup>a</sup>	-4.24375 <sup>a</sup>	-6.31599 <sup>a</sup>	-7.78664 <sup>a</sup>
500				-1.40009	-3.76901 <sup>a</sup>	-5.50657 <sup>a</sup>
1000					-2.83877 <sup>a</sup>	-5.00954 <sup>a</sup>
1500						-2.26881 <sup>b</sup>
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Cuadro 4.8.6: Contraste de igualdad de medias. Logística con ruido blanco  $N(0,1/10)$  (1)

Tamaño muestral	100	300	500	1000	1500	2000
100		-1.20446	-2.04406 <sup>b</sup>	-5.27745 <sup>a</sup>	-6.13979 <sup>a</sup>	-7.86089 <sup>a</sup>
300			-1.08126	-5.83563 <sup>a</sup>	-7.22415 <sup>a</sup>	-9.91640 <sup>a</sup>
500				-5.42314 <sup>a</sup>	-7.10105 <sup>a</sup>	-10.3609 <sup>a</sup>
1000					-1.81274 <sup>c</sup>	-5.93997 <sup>a</sup>
1500						-4.49609 <sup>a</sup>
2000						

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ ; 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

A partir de los resultados recogidos en estos cuadros, observamos que, incluso para niveles muy bajos de la perturbación aleatoria como por ejemplo  $1/300$ , el nuevo contraste rechaza en numerosas ocasiones la hipótesis nula de estabilidad del máximo exponente de Lyapunov, es decir, rechaza la presencia de caos de baja dimensión en la logística perturbada.

A medida que aumentamos el nivel de ruido, los rechazos de la hipótesis nula se generalizan. Cuando se llega a una desviación típica de  $1/10$ , la hipótesis nula de caos se rechaza ya en casi todos los casos.

Por lo tanto, el nuevo contraste de estabilidad del máximo exponente de Lyapunov es incapaz de detectar el caos de baja dimensión si éste viene enmascarado por el ruido, aunque dicho ruido sea de muy baja intensidad.

## 4.9 Conclusiones

En este capítulo se ha pretendido poner de manifiesto la falta de potencia de los contrastes existentes de caos, a través de los exponentes de Lyapunov, para desechar alternativas ruidosas. Surgió, así, la necesidad de elaborar nuevos contrastes sobre la existencia de caos de baja dimensión, particularmente aplicables en el caso de series financieras y de tipos de cambio.

Basándonos en la teoría ergódica de los sistemas dinámicos, y empleando un procedimiento de *bootstrapping* por bloques, hemos propuesto un nuevo contraste de detección del caos en el marco de la teoría de los contrastes de hipótesis estadísticas. Nuestro contraste tiene como hipótesis nula la de caos determinista y exhibe una fuerte potencia frente a procesos estocásticos en series de pequeña longitud, perfeccionando, por tanto, los contrastes de Gençay (1996) y de Bask y Gençay (1998).

No obstante, este nuevo test es incapaz de distinguir procesos estocásticos lineales y no lineales. Habida cuenta de la gran capacidad del test BDS para distinguir entre procesos lineales y no lineales, pero conociendo su escasa capacidad para distinguir entre los procesos no lineales de origen determinista y estocástico, proponemos una estrategia consistente en combinar el nuevo contraste que presentamos con el BDS, de forma que sea capaz de contrastar la existencia de caos, de baja dimensión, y distinguirla de un proceso estocástico no lineal.

Al aplicar dicho contraste a las series cambiarias del SME, hemos detectado evidencia de caos determinista de baja dimensión, en tan sólo dos series de tipos de cambio, la peseta española (PTA) y la corona danesa (DKR). No obstante, numerosas simulaciones realizadas sobre procesos caóticos contaminados con ruido aditivo señalan que el nuevo contraste puede incurrir en una considerable cantidad de errores del tipo I, rechazando la hipótesis nula de caos de baja dimensión en una proporción muy superior al nivel de significatividad. En vista de ello, el nuevo contraste puede rechazar, erróneamente, en las series de tipos de cambio, la evidencia de caos si este viene contaminado por ruido blanco aditivo, aunque sea de baja intensidad.

## 4.10 Apéndice

En este apartado mostramos los contrastes BDS, realizados sobre los siete procesos estocásticos de prueba, a los hemos calculado el máximo exponente de Lyapunov para diferentes tamaños muestrales. Hemos realizado el test BDS para diferentes valores de los dos parámetros esenciales de dicho contraste, la dimensión de inmersión y radio de proximidad entre las  $m$ -historias. Siguiendo a Brock *et al.* (1992), hemos considerado una dimensión de inmersión entre 2 y 8 y un radio de proximidad entre 0.5 y 2 veces la desviación típica de la serie original.

En los cuadros que se muestran a continuación, se observa cómo el BDS rechaza la hipótesis nula de IID en la logística caótica, los procesos estocásticos no lineales ARCH y GARCH, el proceso estocástico no lineal NLMA y el proceso estocástico lineal ARMA. En cambio, acepta la hipótesis nula en el ruido blanco gaussiano. La hipótesis nula es igualmente aceptada con generalidad en el ruido blanco uniforme cuando el tamaño muestral es pequeño; a partir de tamaños muestrales superiores a las 1000 observaciones, la hipótesis nula comienza a rechazarse en algunos casos por el carácter *pseudoaleatorio* que tienen estas observaciones.

**CONTRASTE BDS SOBRE UN RUIDO BLANCO GAUSSIANO**

Ruido blanco gaussiano. Tamaño muestral n=100 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-0.11231	1.55480	1.18010	1.00680	1.12730	1.00540
m=3	-1.73100 <sup>b</sup>	1.10430	0.77027	0.75790	0.82114	0.81963
m=4	-2.58610 <sup>a</sup>	-0.03951	0.24464	0.36633	0.47778	0.34781
m=5	-3.99390 <sup>a</sup>	-1.36020	-0.02115	0.08443	0.35148	0.20498
m=6	-1.60630	-1.72970 <sup>c</sup>	-0.01906	-0.14027	0.40068	0.42026
m=7	-3.06250 <sup>a</sup>	-1.70870 <sup>c</sup>	0.25194	-0.51369	0.48139	0.47029
m=8	-2.35060 <sup>b</sup>	-3.25760 <sup>a</sup>	0.03803	-1.03300	0.54204	0.55438

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Ruido blanco gaussiano. Tamaño muestral n=300 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-1.54650	-0.95295	-0.79742	-1.08780	-0.93418	-0.85576
m=3	-1.43710	-1.30830	-1.04460	-1.12910	-0.87969	-0.82334
m=4	-2.22250 <sup>b</sup>	-1.42760	-1.15790	-1.10200	-0.89108	-0.97126
m=5	-0.95537	-1.54570	-1.18130	-1.09800	-0.98700	-1.20120
m=6	0.16979	-1.40790	-1.19830	-1.02990	-1.03950	-1.25000
m=7	-2.34820 <sup>b</sup>	-2.20320 <sup>b</sup>	-1.29740	-0.80788	-1.01870	-1.19790
m=8	-4.50880 <sup>a</sup>	-2.22870 <sup>b</sup>	-1.48850	-0.65901	-0.96868	-1.15090

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Ruido blanco gaussiano. Tamaño muestral $n=500$ (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
$m=2$	1.60220	0.94868	0.89200	0.70160	0.61013	0.32411
$m=3$	3.25880 <sup>a</sup>	2.19820 <sup>b</sup>	2.34020 <sup>b</sup>	2.10590 <sup>b</sup>	1.84980 <sup>c</sup>	1.53720
$m=4$	4.42360 <sup>a</sup>	2.75780 <sup>a</sup>	3.02920 <sup>a</sup>	2.39660 <sup>b</sup>	2.04750 <sup>a</sup>	1.73790 <sup>c</sup>
$m=5$	4.37230 <sup>a</sup>	2.74830 <sup>a</sup>	3.02650 <sup>a</sup>	2.25190 <sup>b</sup>	1.97210 <sup>b</sup>	1.79950 <sup>c</sup>
$m=6$	3.98290 <sup>a</sup>	2.96760 <sup>a</sup>	3.30650 <sup>a</sup>	2.32600 <sup>b</sup>	2.05100 <sup>b</sup>	1.95340 <sup>c</sup>
$m=7$	4.21970 <sup>a</sup>	2.46890 <sup>b</sup>	3.64180 <sup>a</sup>	2.41030 <sup>b</sup>	2.13520 <sup>b</sup>	2.09180 <sup>b</sup>
$m=8$	2.71810 <sup>a</sup>	2.49360 <sup>b</sup>	4.21910 <sup>a</sup>	2.63030 <sup>a</sup>	2.25790 <sup>b</sup>	2.22950 <sup>b</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Ruido blanco gaussiano. Tamaño muestral $n=1000$ (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
$m=2$	-0.26936	-0.41666	-0.47666	-0.28177	-0.35497	-0.21209
$m=3$	-0.10322	-0.32402	-0.39090	-0.23186	-0.33416	-0.31866
$m=4$	-0.33291	-0.78201	-0.61219	-0.58964	-0.70619	-0.62692
$m=5$	0.13269	-0.56363	-0.29343	-0.38750	-0.56491	-0.47602
$m=6$	-0.07296	-0.33687	-0.10594	-0.30782	-0.43154	-0.29173
$m=7$	0.30894	-0.49755	-0.22776	-0.35531	-0.42270	-0.28277
$m=8$	0.09611	-0.66831	-0.22814	-0.24451	-0.32388	-0.14699

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Ruido blanco gaussiano. Tamaño muestral n=1500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	0.95428	0.78910	0.82980	0.83300	0.88213	0.98352
m=3	1.20380	0.56349	0.43699	0.64606	0.68352	0.85213
m=4	1.22460	0.36787	0.20821	0.48319	0.54734	0.72256
m=5	0.40022	-0.16396	-0.08095	0.24879	0.37013	0.49119
m=6	-0.26339	-0.60776	-0.22230	0.08481	0.27615	0.35320
m=7	-0.29389	-0.50580	-0.25999	0.05688	0.27642	0.32391
m=8	-0.66895	-0.41770	-0.11474	0.11659	0.36618	0.37385

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Ruido blanco gaussiano. Tamaño muestral n=2000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-1.18310	-0.75492	-0.81973	-0.81717	-0.89682	-1.04540
m=3	-1.37800	-1.03680	-0.77278	-0.79374	-0.85871	-0.70147
m=4	-0.82756	-0.74863	-0.43203	-0.36912	-0.36820	-0.20811
m=5	-0.19251	-0.11541	0.16333	0.16977	0.20549	0.37955
m=6	-0.48291	0.42348	0.57121	0.45006	0.50709	0.64598
m=7	-1.31710	0.56802	0.69230	0.61631	0.70942	0.86199
m=8	-2.72620 <sup>a</sup>	0.27960	0.71036	0.57863	0.75710	0.91310

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

## CONTRASTE BDS SOBRE UN RUIDO BLANCO UNIFORME

Ruido blanco uniforme. Tamaño muestral n=100 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	3.77820 <sup>a</sup>	-1.90250 <sup>c</sup>	1.67080 <sup>c</sup>	2.04830 <sup>b</sup>	0.51204	0.03221
m=3	1.46300	-7.81070 <sup>a</sup>	-1.36360	0.94670	-0.22980	-0.99676
m=4	2.22190 <sup>b</sup>	-7.90000 <sup>a</sup>	-1.49730	0.96254	-0.13716	-1.10660
m=5	12.98800 <sup>a</sup>	-9.37600 <sup>a</sup>	-2.92820 <sup>a</sup>	0.53009	-0.16916	-1.28160
m=6	22.75800 <sup>a</sup>	-13.24900 <sup>a</sup>	-4.25320 <sup>a</sup>	-0.02793	-0.54642	-1.64400
m=7	43.70800 <sup>a</sup>	-9.65350 <sup>a</sup>	-4.21320 <sup>a</sup>	0.11282	-0.76275	-1.70850 <sup>c</sup>
m=8	73.29600 <sup>a</sup>	-5.98600 <sup>a</sup>	-0.90759	0.59572	-1.24440	-1.70870 <sup>c</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Ruido blanco uniforme. Tamaño muestral n=300 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	4.04030 <sup>a</sup>	-0.44558	-1.60960	-1.40080	-1.90690 <sup>c</sup>	-1.76580 <sup>c</sup>
m=3	2.34390 <sup>b</sup>	0.12441	-2.36120 <sup>b</sup>	-2.15120 <sup>b</sup>	-2.43070 <sup>b</sup>	-2.13820 <sup>b</sup>
m=4	6.12770 <sup>a</sup>	0.26462	-2.24840 <sup>b</sup>	-1.91360 <sup>c</sup>	-2.23180 <sup>b</sup>	-2.15620 <sup>b</sup>
m=5	24.09500 <sup>a</sup>	-0.58640	-2.19610 <sup>b</sup>	-1.35530	-1.87290 <sup>c</sup>	-1.92390 <sup>c</sup>
m=6	42.83600 <sup>a</sup>	-0.05996	-2.31180 <sup>b</sup>	-1.22350	-1.85900 <sup>c</sup>	-1.92980 <sup>c</sup>
m=7	81.02800 <sup>a</sup>	2.60850 <sup>b</sup>	-1.41560	-0.92726	-1.81030 <sup>c</sup>	-1.74610 <sup>c</sup>
m=8	161.41000 <sup>a</sup>	5.84100 <sup>a</sup>	-0.72656	-0.89364	-1.85220 <sup>c</sup>	-1.67060 <sup>c</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Ruido blanco uniforme. Tamaño muestral n=500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-1.31870	-0.38037	-1.59560	-0.37723	0.10364	-0.18514
m=3	1.27200	-0.17863	-1.07960	0.42143	0.63730	0.37065
m=4	1.33950	-0.50637	-1.48840	0.15804	0.34015	0.24608
m=5	-1.92230 <sup>c</sup>	0.12655	-1.23870	0.26708	0.37514	0.42098
m=6	0.53151	-0.35670	-1.21380	-0.03540	0.16201	0.24020
m=7	-4.10450 <sup>a</sup>	2.52160 <sup>b</sup>	-0.17842	-0.12510	-0.03520	-0.00142
m=8	-2.84170 <sup>a</sup>	3.25480 <sup>a</sup>	-0.38940	-0.22362	-0.02026	-0.07511

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Ruido blanco uniforme. Tamaño muestral n=1000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-2.40160 <sup>a</sup>	-1.75860 <sup>c</sup>	-1.81110 <sup>c</sup>	-1.65880 <sup>c</sup>	-1.88470 <sup>c</sup>	-1.76650 <sup>c</sup>
m=3	2.12910 <sup>b</sup>	-0.06756	-1.53750	-1.68420 <sup>c</sup>	-1.83250 <sup>c</sup>	-1.68300 <sup>c</sup>
m=4	4.11010 <sup>a</sup>	0.38262	-0.81064	-1.35280	-1.55250	-1.31760
m=5	8.07200 <sup>a</sup>	1.85330 <sup>c</sup>	-0.40642	-1.43350	-1.44430	-1.19510
m=6	13.43500 <sup>a</sup>	-0.06571	-0.75789	-1.46620	-1.34370	-1.14910
m=7	23.38300 <sup>a</sup>	-2.82820 <sup>a</sup>	-0.74516	-1.32340	-1.14710	-1.07950
m=8	48.51300 <sup>a</sup>	-5.16080 <sup>a</sup>	-1.74380 <sup>c</sup>	-1.46600	-1.06240	-1.06320

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Ruido blanco uniforme. Tamaño muestral n=1500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	0.15599	0.37451	-0.14579	-0.82067	-1.05080	-0.60479
m=3	0.42121	0.55950	-0.44481	-1.49470	-1.62730	-1.31810
m=4	3.43690 <sup>a</sup>	0.96743	-0.49095	-1.59600	-1.53710	-1.43360
m=5	5.86320 <sup>a</sup>	0.92565	-0.56976	-1.56290	-1.34660	-1.41720
m=6	9.90750 <sup>a</sup>	1.71730 <sup>c</sup>	-0.77123	-1.54810	-1.19150	-1.35370
m=7	19.49900 <sup>a</sup>	1.90230 <sup>c</sup>	-0.98607	-1.50480	-1.12130	-1.36520
m=8	30.96300 <sup>a</sup>	0.01166	-1.57650	-1.50960	-1.15250	-1.37820

Nota:

(1) <sup>a</sup>,<sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Ruido blanco uniforme. Tamaño muestral n=2000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-2.54450 <sup>b</sup>	1.89740 <sup>c</sup>	2.07430 <sup>b</sup>	1.63540	1.34310	1.58550
m=3	-3.11130 <sup>a</sup>	1.33880	2.33450 <sup>b</sup>	1.40270	0.90057	1.23660
m=4	-5.50060 <sup>a</sup>	1.08250	1.74890 <sup>c</sup>	0.68930	0.10288	0.52720
m=5	-2.81020 <sup>a</sup>	1.62010	1.51410	0.61732	-0.11138	0.30947
m=6	-0.81075	2.17340 <sup>b</sup>	1.22060	0.39793	-0.40060	0.02147
m=7	-5.95900 <sup>a</sup>	1.85680 <sup>c</sup>	0.46588	0.01362	-0.65531	-0.19956
m=8	-7.10540 <sup>a</sup>	0.35992	-0.79025	-0.43916	-0.85241	-0.35716

Nota:

(1) <sup>a</sup>,<sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

**CONTRASTE BDS SOBRE UN PROCESO ESTOCÁSTICO ARMA**

Proceso estocástico ARMA. Tamaño muestral n=100 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	18.87300 <sup>a</sup>	17.27000 <sup>a</sup>	16.80600 <sup>a</sup>	15.44900 <sup>a</sup>	14.53100 <sup>a</sup>	14.52600 <sup>a</sup>
m=3	20.56100 <sup>a</sup>	18.70600 <sup>a</sup>	17.76000 <sup>a</sup>	16.05800 <sup>a</sup>	14.70100 <sup>a</sup>	13.94200 <sup>a</sup>
m=4	23.35800 <sup>a</sup>	20.27000 <sup>a</sup>	19.01100 <sup>a</sup>	16.56000 <sup>a</sup>	14.68400 <sup>a</sup>	13.23100 <sup>a</sup>
m=5	25.30100 <sup>a</sup>	22.05000	20.29600 <sup>a</sup>	17.14000 <sup>a</sup>	14.62700 <sup>a</sup>	12.66200 <sup>a</sup>
m=6	28.54700 <sup>a</sup>	23.94300 <sup>a</sup>	21.94000 <sup>a</sup>	18.04200 <sup>a</sup>	14.88600 <sup>a</sup>	12.30000 <sup>a</sup>
m=7	36.12100 <sup>a</sup>	26.44700 <sup>a</sup>	23.72000 <sup>a</sup>	19.16400 <sup>a</sup>	15.13600 <sup>a</sup>	11.96300 <sup>a</sup>
m=8	59.33600 <sup>a</sup>	30.95800 <sup>a</sup>	25.09700 <sup>a</sup>	20.77100 <sup>a</sup>	15.32400 <sup>a</sup>	11.67700 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico ARMA. Tamaño muestral n=300 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	171.63000 <sup>a</sup>	113.70000 <sup>a</sup>	84.20700 <sup>a</sup>	68.50900 <sup>a</sup>	58.19000 <sup>a</sup>	48.59000 <sup>a</sup>
m=3	304.37000 <sup>a</sup>	164.39000 <sup>a</sup>	105.67000 <sup>a</sup>	78.07000 <sup>a</sup>	62.37700 <sup>a</sup>	47.48800 <sup>a</sup>
m=4	586.91000 <sup>a</sup>	250.97000 <sup>a</sup>	136.43000 <sup>a</sup>	90.26900 <sup>a</sup>	67.23600 <sup>a</sup>	46.47800 <sup>a</sup>
m=5	1226.20000 <sup>a</sup>	406.80000 <sup>a</sup>	183.81000 <sup>a</sup>	107.65000 <sup>a</sup>	74.03700 <sup>a</sup>	46.17700 <sup>a</sup>
m=6	2760.30000 <sup>a</sup>	695.19000 <sup>a</sup>	257.90000 <sup>a</sup>	131.95000 <sup>a</sup>	83.28000 <sup>a</sup>	46.52900 <sup>a</sup>
m=7	6544.40000 <sup>a</sup>	1236.60000 <sup>a</sup>	373.90000 <sup>a</sup>	165.79000 <sup>a</sup>	95.33200 <sup>a</sup>	47.44400 <sup>a</sup>
m=8	16112.0000 <sup>a</sup>	2259.40000 <sup>a</sup>	555.56000 <sup>a</sup>	212.51000 <sup>a</sup>	110.78000 <sup>a</sup>	48.84500 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico ARMA. Tamaño muestral n=500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	135.78000 <sup>a</sup>	108.80000 <sup>a</sup>	87.73100 <sup>a</sup>	73.58900 <sup>a</sup>	65.81100 <sup>a</sup>	61.34800 <sup>a</sup>
m=3	221.95000 <sup>a</sup>	151.92000 <sup>a</sup>	108.52000 <sup>a</sup>	83.21800 <sup>a</sup>	69.49500 <sup>a</sup>	59.66200 <sup>a</sup>
m=4	388.39000 <sup>a</sup>	221.10000 <sup>a</sup>	137.35000 <sup>a</sup>	95.28300 <sup>a</sup>	73.85200 <sup>a</sup>	57.99100 <sup>a</sup>
m=5	727.11000 <sup>a</sup>	339.11000 <sup>a</sup>	180.66000 <sup>a</sup>	112.05000 <sup>a</sup>	80.28300 <sup>a</sup>	57.31600 <sup>a</sup>
m=6	1461.80000 <sup>a</sup>	544.83000 <sup>a</sup>	246.01000 <sup>a</sup>	135.25000 <sup>a</sup>	89.07000 <sup>a</sup>	57.53200 <sup>a</sup>
m=7	3104.90000 <sup>a</sup>	910.82000 <sup>a</sup>	345.53000 <sup>a</sup>	167.01000 <sup>a</sup>	100.43000 <sup>a</sup>	58.43300 <sup>a</sup>
m=8	6948.80000 <sup>a</sup>	1569.30000 <sup>a</sup>	497.29000 <sup>a</sup>	209.98000 <sup>a</sup>	114.85000 <sup>a</sup>	59.88500 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico ARMA. Tamaño muestral n=1000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	229.32000 <sup>a</sup>	169.07000 <sup>a</sup>	131.05000 <sup>a</sup>	107.26000 <sup>a</sup>	92.70800 <sup>a</sup>	81.43200 <sup>a</sup>
m=3	363.26000 <sup>a</sup>	231.18000 <sup>a</sup>	160.53000 <sup>a</sup>	120.92000 <sup>a</sup>	98.32600 <sup>a</sup>	80.19900 <sup>a</sup>
m=4	615.40000 <sup>a</sup>	328.18000 <sup>a</sup>	200.69000 <sup>a</sup>	137.58000 <sup>a</sup>	104.61000 <sup>a</sup>	78.63700 <sup>a</sup>
m=5	1119.10000 <sup>a</sup>	489.12000 <sup>a</sup>	259.90000 <sup>a</sup>	160.62000 <sup>a</sup>	113.43000 <sup>a</sup>	78.12400 <sup>a</sup>
m=6	2166.90000 <sup>a</sup>	761.77000 <sup>a</sup>	348.17000 <sup>a</sup>	192.20000 <sup>a</sup>	125.32000 <sup>a</sup>	78.64800 <sup>a</sup>
m=7	4401.40000 <sup>a</sup>	1231.30000 <sup>a</sup>	479.44000 <sup>a</sup>	234.73000 <sup>a</sup>	140.60000 <sup>a</sup>	79.95700 <sup>a</sup>
m=8	9324.70000 <sup>a</sup>	2057.70000 <sup>a</sup>	676.78000 <sup>a</sup>	291.99000 <sup>a</sup>	159.97000 <sup>a</sup>	82.00700 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico ARMA. Tamaño muestral n=1500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	187.16000 <sup>a</sup>	144.72000 <sup>a</sup>	119.65000 <sup>a</sup>	105.13000 <sup>a</sup>	96.53700 <sup>a</sup>	90.64100 <sup>a</sup>
m=3	296.30000 <sup>a</sup>	196.47000 <sup>a</sup>	145.08000 <sup>a</sup>	117.35000 <sup>a</sup>	101.66000 <sup>a</sup>	88.71700 <sup>a</sup>
m=4	500.86000 <sup>a</sup>	276.96000 <sup>a</sup>	179.57000 <sup>a</sup>	132.40000 <sup>a</sup>	107.49000 <sup>a</sup>	86.68600 <sup>a</sup>
m=5	907.02000 <sup>a</sup>	410.57000 <sup>a</sup>	230.60000 <sup>a</sup>	153.51000 <sup>a</sup>	116.07000 <sup>a</sup>	86.00500 <sup>a</sup>
m=6	1730.80000 <sup>a</sup>	634.51000 <sup>a</sup>	305.55000 <sup>a</sup>	182.28000 <sup>a</sup>	127.64000 <sup>a</sup>	86.46100 <sup>a</sup>
m=7	3470.00000 <sup>a</sup>	1018.60000 <sup>a</sup>	416.64000 <sup>a</sup>	221.17000 <sup>a</sup>	142.69000 <sup>a</sup>	87.89300 <sup>a</sup>
m=8	7223.20000 <sup>a</sup>	1684.00000 <sup>a</sup>	581.39000 <sup>a</sup>	273.23000 <sup>a</sup>	161.73000 <sup>a</sup>	90.17800 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico ARMA. Tamaño muestral n=2000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	336.05000 <sup>a</sup>	235.25000 <sup>a</sup>	176.25000 <sup>a</sup>	142.22000 <sup>a</sup>	123.47000 <sup>a</sup>	107.56000 <sup>a</sup>
m=3	542.40000 <sup>a</sup>	324.73000 <sup>a</sup>	215.85000 <sup>a</sup>	159.68000 <sup>a</sup>	130.40000 <sup>a</sup>	105.19000 <sup>a</sup>
m=4	934.13000 <sup>a</sup>	465.48000 <sup>a</sup>	270.04000 <sup>a</sup>	181.21000 <sup>a</sup>	138.29000 <sup>a</sup>	102.68000 <sup>a</sup>
m=5	1725.10000 <sup>a</sup>	700.10000 <sup>a</sup>	349.70000 <sup>a</sup>	210.94000 <sup>a</sup>	149.55000 <sup>a</sup>	101.66000 <sup>a</sup>
m=6	3372.00000 <sup>a</sup>	1099.10000 <sup>a</sup>	467.38000 <sup>a</sup>	251.32000 <sup>a</sup>	164.71000 <sup>a</sup>	101.97000 <sup>a</sup>
m=7	6900.40000 <sup>a</sup>	1789.70000 <sup>a</sup>	642.21000 <sup>a</sup>	305.72000 <sup>a</sup>	184.35000 <sup>a</sup>	103.44000 <sup>a</sup>
m=8	14668.00000 <sup>a</sup>	3006.20000 <sup>a</sup>	903.82000 <sup>a</sup>	378.76000 <sup>a</sup>	209.22000 <sup>a</sup>	105.90000 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

**CONTRASTE BDS SOBRE UN PROCESO ESTOCÁSTICO ARCH**

Proceso estocástico ARCH. Tamaño muestral n=100 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	4.10770 <sup>a</sup>	4.47310 <sup>a</sup>	4.76370 <sup>a</sup>	4.71670 <sup>a</sup>	4.35400 <sup>a</sup>	4.85180 <sup>a</sup>
m=3	4.03420 <sup>a</sup>	4.86720 <sup>a</sup>	5.40090 <sup>a</sup>	5.20160 <sup>a</sup>	4.95960 <sup>a</sup>	5.13210 <sup>a</sup>
m=4	3.55600 <sup>a</sup>	4.74370 <sup>a</sup>	5.53560 <sup>a</sup>	5.11280 <sup>a</sup>	4.87940 <sup>a</sup>	4.77000 <sup>a</sup>
m=5	2.85770 <sup>a</sup>	4.87410 <sup>a</sup>	5.71680 <sup>a</sup>	4.90960 <sup>a</sup>	4.55380 <sup>a</sup>	4.26280 <sup>a</sup>
m=6	3.48630 <sup>a</sup>	6.60460 <sup>a</sup>	6.06640 <sup>a</sup>	4.77370 <sup>a</sup>	4.10270 <sup>a</sup>	3.67910 <sup>a</sup>
m=7	0.795390 <sup>a</sup>	7.57080 <sup>a</sup>	6.36200 <sup>a</sup>	4.60160 <sup>a</sup>	3.69930 <sup>a</sup>	3.29210 <sup>a</sup>
m=8	-1.35810 <sup>a</sup>	8.39860 <sup>a</sup>	7.39350 <sup>a</sup>	4.97480 <sup>a</sup>	3.55950 <sup>a</sup>	3.09420 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico ARCH. Tamaño muestral n=300 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	4.12350 <sup>a</sup>	4.98030 <sup>a</sup>	5.02610 <sup>a</sup>	5.31530 <sup>a</sup>	5.30820 <sup>a</sup>	4.68540 <sup>a</sup>
m=3	3.09970 <sup>a</sup>	4.68710 <sup>a</sup>	4.92320 <sup>a</sup>	5.20230 <sup>a</sup>	5.29650 <sup>a</sup>	4.73590 <sup>a</sup>
m=4	1.65870 <sup>a</sup>	4.08530 <sup>a</sup>	4.59110 <sup>a</sup>	4.77620 <sup>a</sup>	5.01560 <sup>a</sup>	4.65690 <sup>a</sup>
m=5	0.25730 <sup>a</sup>	3.14680 <sup>a</sup>	3.63690 <sup>a</sup>	3.84060 <sup>a</sup>	4.26810 <sup>a</sup>	4.26430 <sup>a</sup>
m=6	0.03747 <sup>a</sup>	2.76800 <sup>a</sup>	2.95440 <sup>a</sup>	3.33760 <sup>a</sup>	3.77510 <sup>a</sup>	3.80840 <sup>a</sup>
m=7	0.10849 <sup>a</sup>	2.56620 <sup>a</sup>	2.48890 <sup>a</sup>	2.97750 <sup>a</sup>	3.36280 <sup>a</sup>	3.37610 <sup>a</sup>
m=8	-2.30240 <sup>a</sup>	2.96890 <sup>a</sup>	2.28560 <sup>a</sup>	2.66250 <sup>a</sup>	2.99390 <sup>a</sup>	2.96150 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico ARCH. Tamaño muestral n=500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	6.48450 <sup>a</sup>	7.05390 <sup>a</sup>	7.20950 <sup>a</sup>	7.26870 <sup>a</sup>	7.44990 <sup>a</sup>	7.65130 <sup>a</sup>
m=3	7.17650 <sup>a</sup>	7.43010 <sup>a</sup>	7.53150 <sup>a</sup>	7.57430 <sup>a</sup>	7.57910 <sup>a</sup>	7.47210 <sup>a</sup>
m=4	7.69830 <sup>a</sup>	7.82880 <sup>a</sup>	7.58160 <sup>a</sup>	7.49830 <sup>a</sup>	7.34140 <sup>a</sup>	6.94030 <sup>a</sup>
m=5	7.60170 <sup>a</sup>	7.92050 <sup>a</sup>	7.61140 <sup>a</sup>	7.41560 <sup>a</sup>	7.09180 <sup>a</sup>	6.39900 <sup>a</sup>
m=6	7.34420 <sup>a</sup>	8.26950 <sup>a</sup>	7.69150 <sup>a</sup>	7.26320 <sup>a</sup>	6.80390 <sup>a</sup>	5.90090 <sup>a</sup>
m=7	7.46650 <sup>a</sup>	8.15260 <sup>a</sup>	7.58280 <sup>a</sup>	6.96320 <sup>a</sup>	6.42690 <sup>a</sup>	5.42710 <sup>a</sup>
m=8	7.37210 <sup>a</sup>	7.74000 <sup>a</sup>	7.25500 <sup>a</sup>	6.50880 <sup>a</sup>	6.00960 <sup>a</sup>	4.94520 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico ARCH. Tamaño muestral n=1000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	15.13700 <sup>a</sup>	14.34300 <sup>a</sup>	13.80300 <sup>a</sup>	13.32800 <sup>a</sup>	13.10000 <sup>a</sup>	12.13900 <sup>a</sup>
m=3	15.73500 <sup>a</sup>	14.35900 <sup>a</sup>	13.71600 <sup>a</sup>	13.29200 <sup>a</sup>	13.00500 <sup>a</sup>	12.02900 <sup>a</sup>
m=4	17.37000 <sup>a</sup>	15.09000 <sup>a</sup>	13.77400 <sup>a</sup>	13.27300 <sup>a</sup>	12.81100 <sup>a</sup>	11.60100 <sup>a</sup>
m=5	18.33000 <sup>a</sup>	15.16800 <sup>a</sup>	13.59400 <sup>a</sup>	12.89400 <sup>a</sup>	12.37400 <sup>a</sup>	11.08800 <sup>a</sup>
m=6	19.18600 <sup>a</sup>	14.96100 <sup>a</sup>	13.18200 <sup>a</sup>	12.32600 <sup>a</sup>	11.78300 <sup>a</sup>	10.46300 <sup>a</sup>
m=7	20.86200 <sup>a</sup>	15.25300 <sup>a</sup>	12.96200 <sup>a</sup>	11.88200 <sup>a</sup>	11.30900 <sup>a</sup>	9.89820 <sup>a</sup>
m=8	23.89700 <sup>a</sup>	15.43200 <sup>a</sup>	12.65200 <sup>a</sup>	11.55000 <sup>a</sup>	10.88800 <sup>a</sup>	9.34590 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico ARCH. Tamaño muestral n=1500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	13.93300 <sup>a</sup>	14.34000 <sup>a</sup>	14.70400 <sup>a</sup>	14.98300 <sup>a</sup>	15.26100 <sup>a</sup>	15.99000 <sup>a</sup>
m=3	13.72700 <sup>a</sup>	13.88200 <sup>a</sup>	14.06200 <sup>a</sup>	14.19700 <sup>a</sup>	14.36300 <sup>a</sup>	15.12400 <sup>a</sup>
m=4	13.28300 <sup>a</sup>	13.35500 <sup>a</sup>	13.40100 <sup>a</sup>	13.38700 <sup>a</sup>	13.42700 <sup>a</sup>	14.11700 <sup>a</sup>
m=5	12.96600 <sup>a</sup>	13.06800 <sup>a</sup>	12.93300 <sup>a</sup>	12.72600 <sup>a</sup>	12.65300 <sup>a</sup>	13.21700 <sup>a</sup>
m=6	13.20000 <sup>a</sup>	12.77600 <sup>a</sup>	12.55700 <sup>a</sup>	12.29400 <sup>a</sup>	12.10500 <sup>a</sup>	12.56000 <sup>a</sup>
m=7	11.47300 <sup>a</sup>	12.47600 <sup>a</sup>	11.94700 <sup>a</sup>	11.72700 <sup>a</sup>	11.45200 <sup>a</sup>	11.82900 <sup>a</sup>
m=8	8.05150 <sup>a</sup>	12.03200 <sup>a</sup>	11.37800 <sup>a</sup>	11.21300 <sup>a</sup>	10.87500 <sup>a</sup>	11.15400 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico ARCH. Tamaño muestral n=2000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	14.96500 <sup>a</sup>	15.25000 <sup>a</sup>	15.47000 <sup>a</sup>	15.58900 <sup>a</sup>	15.60300 <sup>a</sup>	15.54700 <sup>a</sup>
m=3	13.91500 <sup>a</sup>	14.38700 <sup>a</sup>	14.63200 <sup>a</sup>	14.79200 <sup>a</sup>	14.91700 <sup>a</sup>	15.13900 <sup>a</sup>
m=4	12.48500 <sup>a</sup>	13.44100 <sup>a</sup>	13.87800 <sup>a</sup>	13.99500 <sup>a</sup>	14.09800 <sup>a</sup>	14.23500 <sup>a</sup>
m=5	11.30200 <sup>a</sup>	12.57400 <sup>a</sup>	13.08500 <sup>a</sup>	13.28100 <sup>a</sup>	13.38800 <sup>a</sup>	13.46000 <sup>a</sup>
m=6	10.45300 <sup>a</sup>	11.84900 <sup>a</sup>	12.29000 <sup>a</sup>	12.50000 <sup>a</sup>	12.62200 <sup>a</sup>	12.87100 <sup>a</sup>
m=7	10.03100 <sup>a</sup>	11.41600 <sup>a</sup>	11.81700 <sup>a</sup>	11.90900 <sup>a</sup>	11.95400 <sup>a</sup>	12.28300 <sup>a</sup>
m=8	9.83160 <sup>a</sup>	11.41800 <sup>a</sup>	11.69500 <sup>a</sup>	11.63300 <sup>a</sup>	11.56600 <sup>a</sup>	11.86800 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

**CONTRASTE BDS SOBRE UN PROCESO ESTOCÁSTICO GARCH**

Proceso estocástico GARCH. Tamaño muestral n=100 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-0.00853	-1.08660	-0.24341	-0.18643	-0.06451	-0.61730
m=3	0.79083	-1.87330 <sup>c</sup>	-0.48479	-0.09870	0.33139	-0.25617
m=4	-0.47175	-2.51490 <sup>b</sup>	-1.19300	-1.13340	-0.32737	-0.74326
m=5	-0.34443	-2.92260 <sup>a</sup>	-2.13060 <sup>b</sup>	-2.23830 <sup>b</sup>	-0.95510	-1.36830
m=6	-2.43360 <sup>b</sup>	-2.99620 <sup>a</sup>	-2.54100 <sup>b</sup>	-2.48980 <sup>b</sup>	-1.06030	-1.59500
m=7	-4.66560 <sup>a</sup>	-1.78940 <sup>c</sup>	-3.18650 <sup>a</sup>	-2.79320 <sup>b</sup>	-1.32120	-1.97630 <sup>b</sup>
m=8	-3.60170 <sup>a</sup>	1.13340	-3.13510 <sup>a</sup>	-2.75180 <sup>a</sup>	-1.22730	-1.83960 <sup>c</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico GARCH. Tamaño muestral n=300 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	4.12350 <sup>a</sup>	4.98030 <sup>a</sup>	5.02610 <sup>a</sup>	5.31530 <sup>a</sup>	5.30820 <sup>a</sup>	4.68540 <sup>a</sup>
m=3	3.09970 <sup>a</sup>	4.68710 <sup>a</sup>	4.92320 <sup>a</sup>	5.20230 <sup>a</sup>	5.29650 <sup>a</sup>	4.73590 <sup>a</sup>
m=4	1.65870 <sup>c</sup>	4.08530 <sup>a</sup>	4.59110 <sup>a</sup>	4.77620 <sup>a</sup>	5.01560 <sup>a</sup>	4.65690 <sup>a</sup>
m=5	0.25730	3.14680 <sup>a</sup>	3.63690 <sup>a</sup>	3.84060 <sup>a</sup>	4.26810 <sup>a</sup>	4.26430 <sup>a</sup>
m=6	0.03747	2.76800 <sup>a</sup>	2.95440 <sup>a</sup>	3.33760 <sup>a</sup>	3.77510 <sup>a</sup>	3.80840 <sup>a</sup>
m=7	0.10849	2.56620 <sup>b</sup>	2.48890 <sup>a</sup>	2.97750 <sup>a</sup>	3.36280 <sup>a</sup>	3.37610 <sup>a</sup>
m=8	-2.30240 <sup>b</sup>	2.96890 <sup>a</sup>	2.28560 <sup>a</sup>	2.66250 <sup>a</sup>	2.99390 <sup>a</sup>	2.96150 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico GARCH. Tamaño muestral n=500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	3.20770 <sup>a</sup>	3.50840 <sup>a</sup>	3.96260 <sup>a</sup>	4.47510 <sup>a</sup>	5.40480 <sup>a</sup>	7.02590 <sup>a</sup>
m=3	4.52300 <sup>a</sup>	4.58260 <sup>a</sup>	4.96860 <sup>a</sup>	5.23080 <sup>a</sup>	5.87280 <sup>a</sup>	7.43060 <sup>a</sup>
m=4	4.63120 <sup>a</sup>	4.58950 <sup>a</sup>	4.98990 <sup>a</sup>	5.27260 <sup>a</sup>	5.72340 <sup>a</sup>	7.16940 <sup>a</sup>
m=5	5.20640 <sup>a</sup>	4.47970 <sup>a</sup>	5.03340 <sup>a</sup>	5.31100 <sup>a</sup>	5.59630 <sup>a</sup>	6.88880 <sup>a</sup>
m=6	4.19320 <sup>a</sup>	4.18460 <sup>a</sup>	5.24120 <sup>a</sup>	5.47040 <sup>a</sup>	5.54350 <sup>a</sup>	6.62410 <sup>a</sup>
m=7	3.49520 <sup>a</sup>	3.42680 <sup>a</sup>	5.34850 <sup>a</sup>	5.62370 <sup>a</sup>	5.68380 <sup>a</sup>	6.57520 <sup>a</sup>
m=8	4.18000 <sup>a</sup>	3.09550 <sup>a</sup>	5.36330 <sup>a</sup>	5.62900 <sup>a</sup>	5.72270 <sup>a</sup>	6.47480 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>,<sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico GARCH. Tamaño muestral n=1000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	2.66980 <sup>a</sup>	2.92300 <sup>a</sup>	3.34710 <sup>a</sup>	4.01350 <sup>a</sup>	4.58780 <sup>a</sup>	6.17270 <sup>a</sup>
m=3	4.11330 <sup>a</sup>	4.21320 <sup>a</sup>	4.51910 <sup>a</sup>	5.16140 <sup>a</sup>	5.76510 <sup>a</sup>	7.54600 <sup>a</sup>
m=4	4.48100 <sup>a</sup>	4.64880 <sup>a</sup>	4.89460 <sup>a</sup>	5.45490 <sup>a</sup>	6.06870 <sup>a</sup>	7.93740 <sup>a</sup>
m=5	5.21050 <sup>a</sup>	4.73880 <sup>a</sup>	5.12880 <sup>a</sup>	5.50180 <sup>a</sup>	6.12160 <sup>a</sup>	8.00420 <sup>a</sup>
m=6	6.22790 <sup>a</sup>	4.48310 <sup>a</sup>	5.19860 <sup>a</sup>	5.58650 <sup>a</sup>	6.23770 <sup>a</sup>	8.16180 <sup>a</sup>
m=7	7.60630 <sup>a</sup>	3.86490 <sup>a</sup>	5.03880 <sup>a</sup>	5.34100 <sup>a</sup>	5.96250 <sup>a</sup>	7.90730 <sup>a</sup>
m=8	6.05830 <sup>a</sup>	2.79370 <sup>a</sup>	5.18140 <sup>a</sup>	5.37520 <sup>a</sup>	5.94260 <sup>a</sup>	7.82200 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>,<sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico GARCH. Tamaño muestral n=1500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	5.78870 <sup>a</sup>	5.27820 <sup>a</sup>	5.48680 <sup>a</sup>	5.47550 <sup>a</sup>	5.54480 <sup>a</sup>	5.33150 <sup>a</sup>
m=3	7.07520 <sup>a</sup>	6.67670 <sup>a</sup>	6.79360 <sup>a</sup>	6.83760 <sup>a</sup>	6.95780 <sup>a</sup>	6.77420 <sup>a</sup>
m=4	7.49130 <sup>a</sup>	7.35140 <sup>a</sup>	7.43920 <sup>a</sup>	7.43380 <sup>a</sup>	7.55410 <sup>a</sup>	7.27030 <sup>a</sup>
m=5	7.95400 <sup>a</sup>	7.73470 <sup>a</sup>	7.80510 <sup>a</sup>	7.70690 <sup>a</sup>	7.71560 <sup>a</sup>	7.33580 <sup>a</sup>
m=6	8.72060 <sup>a</sup>	8.21110 <sup>a</sup>	8.20880 <sup>a</sup>	8.08350 <sup>a</sup>	7.96060 <sup>a</sup>	7.44150 <sup>a</sup>
m=7	10.91700 <sup>a</sup>	8.29570 <sup>a</sup>	8.41200 <sup>a</sup>	8.38930 <sup>a</sup>	8.17290 <sup>a</sup>	7.57830 <sup>a</sup>
m=8	11.09800 <sup>a</sup>	8.00520 <sup>a</sup>	8.06390 <sup>a</sup>	8.30110 <sup>a</sup>	8.06770 <sup>a</sup>	7.48460 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico GARCH. Tamaño muestral n=2000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	8.88010 <sup>a</sup>	9.01200 <sup>a</sup>	9.42630 <sup>a</sup>	9.62810 <sup>a</sup>	9.90500 <sup>a</sup>	10.21800 <sup>a</sup>
m=3	10.33400 <sup>a</sup>	10.76900 <sup>a</sup>	11.35100 <sup>a</sup>	11.69200 <sup>a</sup>	12.00200 <sup>a</sup>	12.39500 <sup>a</sup>
m=4	10.79000 <sup>a</sup>	11.12900 <sup>a</sup>	11.84100 <sup>a</sup>	12.23900 <sup>a</sup>	12.59500 <sup>a</sup>	13.03800 <sup>a</sup>
m=5	11.10200 <sup>a</sup>	11.23400 <sup>a</sup>	12.13700 <sup>a</sup>	12.49700 <sup>a</sup>	12.88800 <sup>a</sup>	13.27300 <sup>a</sup>
m=6	11.10300 <sup>a</sup>	11.09400 <sup>a</sup>	12.17300 <sup>a</sup>	12.38600 <sup>a</sup>	12.75900 <sup>a</sup>	13.03500 <sup>a</sup>
m=7	11.51000 <sup>a</sup>	11.27500 <sup>a</sup>	12.43800 <sup>a</sup>	12.47200 <sup>a</sup>	12.75700 <sup>a</sup>	12.89400 <sup>a</sup>
m=8	12.52700 <sup>a</sup>	10.88400 <sup>a</sup>	12.42700 <sup>a</sup>	12.30900 <sup>a</sup>	12.54800 <sup>a</sup>	12.60500 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

**CONTRASTE BDS SOBRE UN PROCESO ESTOCÁSTICO NLMA**

Proceso estocástico NLMA. Tamaño muestral $n=100$ (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	-0.59557	-0.40176	0.18337	0.54296	0.12114	0.94903
m=3	-0.23273	0.56070	1.24950	1.86940 <sup>c</sup>	1.67260 <sup>c</sup>	2.53470 <sup>b</sup>
m=4	1.18040	1.00200	1.95000 <sup>c</sup>	2.23630 <sup>b</sup>	2.24370 <sup>b</sup>	3.20990 <sup>a</sup>
m=5	1.29490	1.18060	2.29520 <sup>b</sup>	2.44070 <sup>b</sup>	2.33760 <sup>b</sup>	3.37590 <sup>a</sup>
m=6	0.55687	0.83533	2.69240 <sup>a</sup>	2.54630 <sup>b</sup>	2.36090 <sup>b</sup>	3.35250 <sup>a</sup>
m=7	0.81772	0.80226	2.89230 <sup>a</sup>	2.34740 <sup>b</sup>	2.24810 <sup>b</sup>	3.34300 <sup>a</sup>
m=8	-1.30980	0.38847	3.07910 <sup>a</sup>	2.07870 <sup>b</sup>	2.05060 <sup>b</sup>	3.17140 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico NLMA. Tamaño muestral $n=300$ (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	2.94600 <sup>a</sup>	2.87720 <sup>a</sup>	2.86090 <sup>a</sup>	2.44570 <sup>b</sup>	2.90930 <sup>a</sup>	3.90060 <sup>a</sup>
m=3	3.35960 <sup>a</sup>	3.55330 <sup>a</sup>	3.47390 <sup>a</sup>	2.96690 <sup>a</sup>	3.38580 <sup>a</sup>	4.12880 <sup>a</sup>
m=4	4.34700 <sup>a</sup>	3.75780 <sup>a</sup>	3.43700 <sup>a</sup>	3.08280 <sup>a</sup>	3.37180 <sup>a</sup>	3.87820 <sup>a</sup>
m=5	4.05710 <sup>a</sup>	4.31430 <sup>a</sup>	3.43860 <sup>a</sup>	3.07110 <sup>a</sup>	3.31650 <sup>a</sup>	3.62930 <sup>a</sup>
m=6	3.15740 <sup>a</sup>	3.75270 <sup>a</sup>	3.10180 <sup>a</sup>	2.76180 <sup>a</sup>	3.04520 <sup>a</sup>	3.18590 <sup>a</sup>
m=7	2.90500 <sup>a</sup>	1.93680 <sup>c</sup>	2.17720 <sup>b</sup>	2.27550 <sup>b</sup>	2.54010 <sup>b</sup>	2.68050 <sup>a</sup>
m=8	2.00280 <sup>b</sup>	1.01130	1.77440 <sup>c</sup>	2.01330 <sup>b</sup>	2.21310 <sup>b</sup>	2.44800 <sup>b</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico NLMA. Tamaño muestral n=500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	4.12750	4.65420	4.83790	4.74360	4.83120	4.71720
m=3	6.14850	6.52890	6.43240	6.11850	5.95140	5.52620
m=4	6.62200	6.76130	6.81990	6.36540	6.06490	5.59810
m=5	7.32080	6.51050	6.75070	6.08480	5.74350	5.20630
m=6	8.02170	6.64650	7.01720	6.13650	5.72660	5.03200
m=7	6.60360	6.62840	7.22590	6.04680	5.63540	4.87860
m=8	2.43760	6.55820	7.09360	5.82540	5.41930	4.74070

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico NLMA. Tamaño muestral n=1000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	6.91720 <sup>a</sup>	7.28490 <sup>a</sup>	7.68420 <sup>a</sup>	8.04160 <sup>a</sup>	8.17740 <sup>a</sup>	8.37180 <sup>a</sup>
m=3	10.60800 <sup>a</sup>	10.65300 <sup>a</sup>	10.91400 <sup>a</sup>	10.98100 <sup>a</sup>	10.92600 <sup>a</sup>	10.74200 <sup>a</sup>
m=4	12.44200 <sup>a</sup>	12.57500 <sup>a</sup>	12.60700 <sup>a</sup>	12.26100 <sup>a</sup>	11.91800 <sup>a</sup>	11.15100 <sup>a</sup>
m=5	13.69500 <sup>a</sup>	13.52300 <sup>a</sup>	13.53200 <sup>a</sup>	12.75300 <sup>a</sup>	12.24600 <sup>a</sup>	11.09900 <sup>a</sup>
m=6	14.26100 <sup>a</sup>	14.60600 <sup>a</sup>	14.08700 <sup>a</sup>	12.96600 <sup>a</sup>	12.25400 <sup>a</sup>	10.91300 <sup>a</sup>
m=7	13.23700 <sup>a</sup>	15.03400 <sup>a</sup>	14.12700 <sup>a</sup>	12.77500 <sup>a</sup>	11.96000 <sup>a</sup>	10.51100 <sup>a</sup>
m=8	11.99800 <sup>a</sup>	15.55700 <sup>a</sup>	14.31100 <sup>a</sup>	12.74000 <sup>a</sup>	11.76000 <sup>a</sup>	10.14300 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico NLMA. Tamaño muestral n=1500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	9.90620	10.01500	10.34900	10.81500	11.32100	12.32300
m=3	12.77000	12.72800	12.74000	12.87000	13.19400	13.82300
m=4	14.18300	14.24800	13.66200	13.37900	13.31600	13.32400
m=5	15.34700	15.08100	14.09600	13.47400	13.15600	12.66700
m=6	16.80200	15.77500	14.39900	13.49700	12.94200	12.08500
m=7	17.94300	16.19200	14.81400	13.62600	12.88100	11.62900
m=8	18.05700	16.75600	15.24500	13.81100	12.83100	11.23600

Nota:

(1) <sup>a</sup>,<sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Proceso estocástico NLMA. Tamaño muestral n=2000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	8.95360 <sup>a</sup>	9.39740 <sup>a</sup>	10.07900 <sup>a</sup>	10.73300 <sup>a</sup>	11.46700 <sup>a</sup>	12.88100 <sup>a</sup>
m=3	11.16600 <sup>a</sup>	11.49600 <sup>a</sup>	12.14400 <sup>a</sup>	12.62600 <sup>a</sup>	13.12000 <sup>a</sup>	14.08600 <sup>a</sup>
m=4	11.37200 <sup>a</sup>	11.79800 <sup>a</sup>	12.20400 <sup>a</sup>	12.39400 <sup>a</sup>	12.63500 <sup>a</sup>	13.17400 <sup>a</sup>
m=5	10.53200 <sup>a</sup>	11.64600 <sup>a</sup>	11.89600 <sup>a</sup>	11.87800 <sup>a</sup>	11.95800 <sup>a</sup>	12.22100 <sup>a</sup>
m=6	10.47100 <sup>a</sup>	11.35600 <sup>a</sup>	11.47800 <sup>a</sup>	11.38600 <sup>a</sup>	11.38600 <sup>a</sup>	11.46100 <sup>a</sup>
m=7	11.04500 <sup>a</sup>	11.15900 <sup>a</sup>	10.97800 <sup>a</sup>	10.94700 <sup>a</sup>	10.93300 <sup>a</sup>	10.95500 <sup>a</sup>
m=8	12.89600 <sup>a</sup>	11.06300 <sup>a</sup>	10.59700 <sup>a</sup>	10.53000 <sup>a</sup>	10.50600 <sup>a</sup>	10.47000 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>,<sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

## CONTRASTE BDS SOBRE UNA LOGISTICA CAÓTICA

Logística caótica. Tamaño muestral n=100 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	84.52400 <sup>a</sup>	7.07090 <sup>a</sup>	53.55300 <sup>a</sup>	19.44200 <sup>a</sup>	4.70370 <sup>a</sup>	-4.19890 <sup>a</sup>
m=3	105.85000 <sup>a</sup>	7.02730 <sup>a</sup>	45.18600 <sup>a</sup>	14.40900 <sup>a</sup>	2.08630 <sup>b</sup>	-2.34540 <sup>b</sup>
m=4	131.10000 <sup>a</sup>	6.91910 <sup>a</sup>	40.77700 <sup>a</sup>	12.47900 <sup>a</sup>	1.60430	-1.30290
m=5	167.70000 <sup>a</sup>	7.63890 <sup>a</sup>	39.61400 <sup>a</sup>	9.71870 <sup>a</sup>	0.50040	-1.04120
m=6	230.95000 <sup>a</sup>	8.34430 <sup>a</sup>	34.88700 <sup>a</sup>	6.92130 <sup>a</sup>	0.04290	-0.44868
m=7	300.27000 <sup>a</sup>	8.62400 <sup>a</sup>	31.76700 <sup>a</sup>	4.89340 <sup>a</sup>	-0.49690	-0.18945
m=8	482.30000 <sup>a</sup>	8.89400 <sup>a</sup>	33.57900 <sup>a</sup>	4.45880 <sup>a</sup>	-0.62790	0.00468

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Logística caótica. Tamaño muestral n=300 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	131.65000 <sup>a</sup>	166.62000 <sup>a</sup>	100.14000 <sup>a</sup>	30.47300 <sup>a</sup>	0.1979	-15.33800 <sup>a</sup>
m=3	174.07000 <sup>a</sup>	185.53000 <sup>a</sup>	93.42100 <sup>a</sup>	19.08900 <sup>a</sup>	-4.99440 <sup>a</sup>	-12.91300 <sup>a</sup>
m=4	221.72000 <sup>a</sup>	200.09000 <sup>a</sup>	90.59100 <sup>a</sup>	17.74000 <sup>a</sup>	-4.86020 <sup>a</sup>	-9.68490 <sup>a</sup>
m=5	288.37000 <sup>a</sup>	225.95000 <sup>a</sup>	89.44900 <sup>a</sup>	15.01500 <sup>a</sup>	-5.04310 <sup>a</sup>	-7.73730 <sup>a</sup>
m=6	384.48000 <sup>a</sup>	251.91000 <sup>a</sup>	87.48200 <sup>a</sup>	12.95700 <sup>a</sup>	-4.87110 <sup>a</sup>	-6.25100 <sup>a</sup>
m=7	536.72000 <sup>a</sup>	291.76000 <sup>a</sup>	86.69400 <sup>a</sup>	10.83900 <sup>a</sup>	-4.90870 <sup>a</sup>	-5.34370 <sup>a</sup>
m=8	754.53000 <sup>a</sup>	352.05000 <sup>a</sup>	90.27000 <sup>a</sup>	9.85370 <sup>a</sup>	-4.55880 <sup>a</sup>	-4.64050 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Logística caótica. Tamaño muestral n=500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	296.52000 <sup>a</sup>	298.85000 <sup>a</sup>	147.24000 <sup>a</sup>	40.23000 <sup>a</sup>	4.48490 <sup>a</sup>	-17.04400 <sup>a</sup>
m=3	390.68000 <sup>a</sup>	326.08000 <sup>a</sup>	133.15000 <sup>a</sup>	27.44300 <sup>a</sup>	-2.49240 <sup>b</sup>	-14.14600 <sup>a</sup>
m=4	508.56000 <sup>a</sup>	345.08000 <sup>a</sup>	126.33000 <sup>a</sup>	25.23700 <sup>a</sup>	-2.53080 <sup>b</sup>	-11.10400 <sup>a</sup>
m=5	687.28000 <sup>a</sup>	389.19000 <sup>a</sup>	123.00000 <sup>a</sup>	22.47700 <sup>a</sup>	-3.33290 <sup>a</sup>	-9.00370 <sup>a</sup>
m=6	946.41000 <sup>a</sup>	436.10000 <sup>a</sup>	120.42000 <sup>a</sup>	20.69200 <sup>a</sup>	-3.50810 <sup>a</sup>	-7.39680 <sup>a</sup>
m=7	1368.50000 <sup>a</sup>	505.81000 <sup>a</sup>	121.11000 <sup>a</sup>	19.11700 <sup>a</sup>	-3.81610 <sup>a</sup>	-6.43110 <sup>a</sup>
m=8	2027.90000 <sup>a</sup>	611.68000 <sup>a</sup>	127.26000 <sup>a</sup>	18.27100 <sup>a</sup>	-3.76230 <sup>a</sup>	-5.60450 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Logística caótica. Tamaño muestral n=1000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	435.75000 <sup>a</sup>	443.05000 <sup>a</sup>	203.83000 <sup>a</sup>	56.90600 <sup>a</sup>	5.84990 <sup>a</sup>	-24.37800 <sup>a</sup>
m=3	575.48000 <sup>a</sup>	480.68000 <sup>a</sup>	185.67000 <sup>a</sup>	40.87600 <sup>a</sup>	-3.06290 <sup>a</sup>	-20.31900 <sup>a</sup>
m=4	747.66000 <sup>a</sup>	512.22000 <sup>a</sup>	177.30000 <sup>a</sup>	38.74800 <sup>a</sup>	-3.34580 <sup>a</sup>	-16.43000 <sup>a</sup>
m=5	1005.50000 <sup>a</sup>	576.53000 <sup>a</sup>	172.74000 <sup>a</sup>	35.13600 <sup>a</sup>	-4.48840 <sup>a</sup>	-13.86500 <sup>a</sup>
m=6	1389.80000 <sup>a</sup>	655.27000 <sup>a</sup>	170.83000 <sup>a</sup>	33.36100 <sup>a</sup>	-4.69700 <sup>a</sup>	-11.65500 <sup>a</sup>
m=7	1982.30000 <sup>a</sup>	759.92000 <sup>a</sup>	172.77000 <sup>a</sup>	31.57600 <sup>a</sup>	-5.15950 <sup>a</sup>	-10.28600 <sup>a</sup>
m=8	2919.10000 <sup>a</sup>	895.72000 <sup>a</sup>	174.40000 <sup>a</sup>	30.34100 <sup>a</sup>	-4.94820 <sup>a</sup>	-9.11950 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Logística caótica. Tamaño muestral n=1500 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	519.83000 <sup>a</sup>	529.7900 <sup>a</sup>	237.7400 <sup>a</sup>	65.9700 <sup>a</sup>	4.72250 <sup>a</sup>	-30.66500 <sup>a</sup>
m=3	686.7500 <sup>a</sup>	576.2800 <sup>a</sup>	219.8700 <sup>a</sup>	49.3340 <sup>a</sup>	-5.03650 <sup>a</sup>	-25.21800 <sup>a</sup>
m=4	895.6400 <sup>a</sup>	613.0800 <sup>a</sup>	211.3100 <sup>a</sup>	46.9930 <sup>a</sup>	-5.13850 <sup>a</sup>	-20.44700 <sup>a</sup>
m=5	1212.6000 <sup>a</sup>	688.7400 <sup>a</sup>	205.7900 <sup>a</sup>	43.0830 <sup>a</sup>	-5.88840 <sup>a</sup>	-16.97600 <sup>a</sup>
m=6	1680.0000 <sup>a</sup>	780.8300 <sup>a</sup>	204.1500 <sup>a</sup>	41.3720 <sup>a</sup>	-6.02410 <sup>a</sup>	-14.17000 <sup>a</sup>
m=7	2415.9000 <sup>a</sup>	904.4000 <sup>a</sup>	206.9200 <sup>a</sup>	39.5210 <sup>a</sup>	-6.27520 <sup>a</sup>	-12.38800 <sup>a</sup>
m=8	3578.7000 <sup>a</sup>	1064.9000 <sup>a</sup>	209.8300 <sup>a</sup>	37.9990 <sup>a</sup>	-6.00430 <sup>a</sup>	-11.00600 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

Logística caótica. Tamaño muestral n=2000 (1)						
	$\varepsilon=0.5\sigma$	$\varepsilon=0.75\sigma$	$\varepsilon=\sigma$	$\varepsilon=1.25\sigma$	$\varepsilon=1.5\sigma$	$\varepsilon=2\sigma$
m=2	522.81000 <sup>a</sup>	553.57000 <sup>a</sup>	259.44000 <sup>a</sup>	71.31600 <sup>a</sup>	2.47680 <sup>a</sup>	-36.94300 <sup>a</sup>
m=3	688.82000 <sup>a</sup>	600.50000 <sup>a</sup>	239.97000 <sup>a</sup>	53.75600 <sup>a</sup>	-7.63620 <sup>a</sup>	-29.53400 <sup>a</sup>
m=4	894.78000 <sup>a</sup>	639.24000 <sup>a</sup>	231.20000 <sup>a</sup>	51.41500 <sup>a</sup>	-7.69290 <sup>a</sup>	-23.37400 <sup>a</sup>
m=5	1210.00000 <sup>a</sup>	717.74000 <sup>a</sup>	225.60000 <sup>a</sup>	47.32700 <sup>a</sup>	-8.17500 <sup>a</sup>	-19.12900 <sup>a</sup>
m=6	1674.90000 <sup>a</sup>	816.17000 <sup>a</sup>	224.98000 <sup>a</sup>	45.65000 <sup>a</sup>	-8.06870 <sup>a</sup>	-15.75100 <sup>a</sup>
m=7	2410.50000 <sup>a</sup>	948.47000 <sup>a</sup>	229.07000 <sup>a</sup>	43.74600 <sup>a</sup>	-8.20420 <sup>a</sup>	-13.66100 <sup>a</sup>
m=8	3563.10000 <sup>a</sup>	1116.30000 <sup>a</sup>	234.13000 <sup>a</sup>	42.62100 <sup>a</sup>	-7.72800 <sup>a</sup>	-12.09900 <sup>a</sup>

Nota:

(1) <sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota los niveles de significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

# CAPÍTULO V:

## PREDICCIONES SNN EN EL SME

- 5.1 Introducción
- 5.2 Algoritmos para la determinación de los parámetros: dimensión de inmersión ( $m$ ) y número de puntos próximos ( $k$ )
- 5.3 Predicciones por ocurrencias análogas simultáneas
- 5.4 Evaluación estadística de las predicciones
- 5.5 Evaluación económica de las predicciones
- 5.6 Comparación con las reglas técnicas basadas en medias móviles
- 5.7 Rendimientos del análisis técnico e intervención de los bancos centrales
  - 5.7.1 Introducción
  - 5.7.2 Aplicación a las series de tipos de cambio
- 5.8 Apéndices



## 5.1 Introducción

En este capítulo presentaremos diversas consideraciones prácticas para la implementación y posterior evaluación del método de predicción por ocurrencias análogas aplicado a las series de tipos de cambio disponibles del Sistema Monetario Europeo.

En el apartado 5.2 determinaremos los parámetros de la dimensión de inmersión y el número de puntos próximos necesarios en el desarrollo de los predictores por ocurrencias análogas descritos en el apartado 2.7 de esta Tesis Doctoral.

En el apartado 5.3 propondremos un nuevo método de predicción por ocurrencias análogas, denominado *predicción por ocurrencias análogas simultáneas*, que permite utilizar, para la predicción de la evolución futura de un determinada serie temporal, la información contenida en otras series temporales disponibles cuyas observaciones se han recogido de forma simultánea a la que se pretende predecir.

En el apartado 5.4 ofreceremos los resultados de la evaluación estadística de la capacidad predictiva, a corto plazo, de las dos versiones consideradas de los predictores por ocurrencias análogas y su comparación con otros sistemas de predicción lineales ampliamente utilizados en la literatura.

En el apartado 5.5 llevaremos a cabo una evaluación económica de las predicciones realizadas tanto por nuestros predictores por ocurrencias análogas como de los modelos lineales alternativos.

En el apartado 5.6 compararemos los resultados obtenidos de la evaluación económica de las predicciones por ocurrencias análogas y ARIMA con aquellos generados mediante las reglas de transacción basada en medias móviles habitualmente utilizadas en el análisis técnico.

Finalmente, en el apartado 5.7 realizaremos un análisis de la correlación existente entre de los rendimientos obtenidos por medio del análisis técnico e intervención de los bancos centrales en la defensa de sus monedas.

De cara a las aplicaciones económicas utilizaremos el conjunto de monedas del SME, previamente descrito en el capítulo III, excepto para el apartado 5.7 en el que, por ausencia de datos para el caso europeo, usaremos datos para los tipos de cambio dólar estadounidense/marco alemán y cambio dólar estadounidense/yen japonés.

## 5.2 Algoritmos para la determinación de los parámetros: dimensión de inmersión ( $m$ ) y número de puntos próximos ( $k$ )

En el presente capítulo se han empleado los algoritmos de Casdagli y Sugihara y May, descritos en el apartado 2.7.1 del capítulo II, para determinar los dos parámetros esenciales para la realización de las predicciones por ocurrencias análogas. Recordemos que tales parámetros son (dimensión de inmersión)  $m$  y (número de puntos próximos)  $k$ .

Para llevar a la práctica dichos algoritmos es preciso considerar un subconjunto de prueba al final de la serie original sobre el que realizar predicciones con el fin de calibrar los valores de  $m$  y  $k$ , mediante minimización del error cuadrático medio (algoritmo de Casdagli) o maximización de la correlación entre las observaciones reales y predichas (algoritmo de Sugihara y May). Hemos considerado 200 observaciones en cada una de las series temporales con el fin de determinar  $m$  y  $k$ .

A continuación se presentan los resultados obtenidos, en cada algoritmo, para valores de la dimensión de inmersión entre 2 y 10, y un rango de puntos próximos entre el 1 y el 9 por ciento de la longitud de cada una de las series de tipos de cambio analizadas.

En los cuadros 5.8.1.1 al 5.8.1.18 y sus gráficos correspondientes, contenidos en el apéndice 5.8.1, se muestran los resultados obtenidos para ambos algoritmos. Dichos gráficos relacionan, respectivamente, el comportamiento de los indicadores, error cuadrático medio y coeficiente de correlación frente al porcentaje de puntos próximos (gráficos *tipo a*, cuyas poligonales indican las diversas dimensiones de inmersión) y a la dimensión de inmersión (gráficos *tipo b*, cuyas poligonales indican los diferentes porcentajes de puntos próximos), valores paramétricos bajo examen. La interpretación que dirigirá la elección de dichos parámetros es la siguiente:

- En el algoritmo de Casdagli, cuando examinados los gráficos que contienen el error cuadrático medio, si la serie es de naturaleza caótica se espera un rápido decrecimiento a cero cuando se incrementa el porcentaje de puntos próximos o la dimensión de inmersión hacia sus valores ideales. Si la serie temporal fuese de naturaleza aleatoria tal comportamiento no se observaría.
- En el algoritmo de Sugihara y May, cuando analizamos el coeficiente de correlación, un rápido crecimiento hacia uno al incrementar el porcentaje de puntos próximos o la dimensión de inmersión hacia sus valores ideales sería un claro síntoma de que el proceso

subyacente generador de datos pueda ser caos determinista. Nuevamente no se presentaría en una serie temporal puramente aleatoria ningún patrón de conducta similar.

En la interpretación de resultados gráficos, es importante tener presente que la presencia de ruido inherente en cualquier proceso de medición experimental, puede alterar la claridad manifestada en este análisis. De Grauwe *et al.* (1993) nos señalaban, como citábamos en el capítulo I, que cualquier forma de ruido puede enmascarar la dinámica determinista haciendo difícil la detección del caos. Más aún, hemos examinado en el capítulo IV que la presencia de bajos niveles de ruido en un proceso puramente caótico, como es la ecuación logística con parámetro adecuado, nos confunde, no permitiendo concluir evidencia de caos de baja dimensión aunque sí esté presente.

En vista a los diferentes gráficos examinados podemos generalizar para la totalidad de las monedas analizadas un porcentaje de puntos próximos superior al 1%, valor donde se produce el punto de cambio de decrecimiento y crecimiento deseado en el error cuadrático medio y del coeficiente de correlación, respectivamente, con notable claridad. Un aumento superior al 2% no proporciona mejoras adicionales constatables. Respecto a la determinación de la dimensión de inmersión las conclusiones no son tan evidentes, aunque sí podemos observar cierta estabilización de ambos indicadores respecto a la dimensión de inmersión para valores entre 5 y 7, siendo poco significativos las variaciones de estos índices para valores superiores de la dimensión de inmersión. Este hecho arroja poca información sobre la determinación de un parámetro concreto de la dimensión de inmersión, aunque sí nos sugiere dimensiones de inmersión superiores a 4, por lo que centraremos nuestra atención en un valor intermedio para  $m=6$  tal y como fue propuesto recientemente en Fernández *et al.* (1997).

### 5.3 Predicciones por ocurrencias análogas simultáneas

Una vez fijados los parámetros  $m$  y  $k$  vamos a plantear nuestra predicción por ocurrencias análogas simultáneas. Para ello vamos a partir de las ocurrencias análogas simples.

Sea  $\{x_t\}_{t=1,2,\dots,N}$  una serie temporal finita. Con el objetivo de detectar patrones de comportamiento en esta serie, se consideran segmentos de igual longitud en forma de vectores  $x_t^m$ , en el espacio vectorial  $\mathbb{R}^m$ , de  $m$  observaciones muestreadas desde la serie original:

$$x_t^m = (x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-(m-1)}), \quad t = m, m+1, \dots, N$$

donde  $m$  representa la dimensión de inmersión.

La secuencia de  $m$ -historias, como veíamos en el apartado 2.7, constituye un objeto  $m$ -dimensional que puede, para un  $m$  suficientemente grande, imitar el proceso de generación de datos (Takens, 1981)<sup>1</sup>.

La proximidad de dos  $m$ -historias en el espacio de fases  $\mathbb{R}^m$  nos permite hablar de predicciones por ocurrencias análogas (nearest neighbour o más brevemente NN) en el comportamiento dinámico de dos segmentos en la serie temporal  $x_t$ .

Para generar predicciones, a corto plazo, y como método alternativo a la metodología tradicional de Box-Jenkins (1976), utilizaremos la aproximación descrita propuesta por Farmer y Sidorowich (1987).

Dada la serie de datos  $x_t$ , las predicciones locales se generan al analizar la trayectoria histórica de los vectores entorno al último vector disponible

$$x_N^m = (x_N, x_{N-1}, x_{N-2}, \dots, x_{N-(m-1)})$$

Los segmentos con un comportamiento dinámico similar son localizados y empleados para generar la predicción descada. Por consiguiente, para construir un predictor local hemos de considerar las  $k$   $m$ -historias

$$x_{i_1}^m, x_{i_2}^m, \dots, x_{i_k}^m$$

<sup>1</sup> El uso de este procedimiento asume un proceso de generación de datos determinista con un número finito de grados de libertad, de modo que el atractor es reconstruido.

más similares a  $x_N^m$ . La evolución futura, a corto plazo, de la serie temporal se obtendrá usando la información contenida en las ocurrencias análogas descubiertas en el pasado.

Tradicionalmente, para establecer las ocurrencias análogas a  $x_N^m$  se buscan los  $k$  vectores más próximos en el espacio de fases  $IR^m$ , en el sentido que maximicen la función:

$$\rho(x_i^m, x_N^m)$$

(es decir, buscando aquellas  $m$ -historias  $x_i^m$  cuya correlación serial respecto a  $x_N^m$  sean las mayores).

Una vez que las ocurrencias por analogías han sido establecidas, consideramos los predictores de la evolución futura de  $x_N^m$ . Un predictor es una sencilla regla para obtener una estimación de  $x_{N+1}$  para la siguiente observación. La predicción  $\hat{x}_{N+1}$  de  $x_{N+1}$  puede lograrse utilizando algún procedimiento de extrapolación de las observaciones

$$x_{i_1+1}, x_{i_2+1}, \dots, x_{i_k+1}$$

subsiguientes a las  $k$   $m$ -historias análogas que han sido seleccionadas.

A la hora de generar las predicciones por ocurrencias análogas, usualmente se ajusta un modelo local de predicción lineal autorregresivo

$$\hat{x}_{N+1} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot x_N + \hat{a}_2 \cdot x_{N-1} + \dots + \hat{a}_m \cdot x_{N-(m-1)}$$

cuyos coeficientes, dependientes del instante temporal de predicción  $\hat{a}_i = \hat{a}_i(N)$  para  $i = 0, 1, 2, \dots, m$ , se estiman por mínimos cuadrados ordinarios a través de una regresión de las  $k$  ocurrencias análogas elegidas sobre su evolución futura. Es decir, se ajusta por mínimos cuadrados una regresión lineal de  $x_{i_r+1}^m$  sobre  $x_{i_r}^m = (x_{i_r}, x_{i_r-1}, \dots, x_{i_r-(m-1)})$ , siendo los coeficientes  $\hat{a}_i$  los valores de  $a_i$  que minimizan

$$\sum_{r=1}^k (x_{i_r+1}^m - a_0 - a_1 \cdot x_{i_r}^m - a_2 \cdot x_{i_r-1}^m - \dots - a_m \cdot x_{i_r-(m-1)}^m)^2$$

Sugihara y May (1990) y Casdagli y Weigend (1994) nos ofrecen una detallada exposición de esta clase de predictores.

Cuando se dispone de un conjunto de varias series temporales simultáneas, la predicción por ocurrencias análogas que acabamos de describir, puede ser extendida al caso multidimensional.

El primer problema que se plantea es el de definir el concepto de ocurrencia análoga en el caso multidimensional. Con el fin de simplificar la notación, supongamos que se dispone solamente de dos series temporales que denominaremos

$$\{x_1, x_2, \dots, x_N\}, \{y_1, y_2, \dots, y_N\}$$

Para definir las ocurrencias análogas multidimensionales formaremos el espacio vectorial  $\mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m$ , donde vamos a sumergir simultáneamente las dos series considerando en cada una de ellas las  $m$ -uplas

$$x_t^m = (x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-(m-1)}) \quad \text{donde } t = m, m+1, \dots, N$$

$$y_t^m = (y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-(m-1)}) \quad \text{donde } t = m, m+1, \dots, N,$$

prestando especial atención al siguiente vector

$$(x_N^m, y_N^m) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m$$

que contendrá la información local conjunta procedente de las dos series simultáneamente. Con el fin de establecer los puntos análogos a esta última  $m \times m$ -historia  $(x_N^m, y_N^m)$ , buscaremos los  $k$  puntos más próximos del espacio  $\mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m$  que maximicen la función de similitud conjunta

$$\rho(x_i^m, x_N^m) + \rho(y_i^m, y_N^m) \quad i = m, m+1, \dots, N-m$$

Si los  $k$  valores más altos se producen para  $i = i_1, i_2, \dots, i_k$ , obtendremos un conjunto de  $k$   $m$ -historias simultáneas en cada una de las series, que denominaremos *ocurrencias análogas simultáneas*, y que expresaremos en la forma

$$x_{i_1}^m, x_{i_2}^m, \dots, x_{i_k}^m$$

$$y_{i_1}^m, y_{i_2}^m, \dots, y_{i_k}^m$$

Una vez establecidas las ocurrencias análogas simultáneas del conjunto formado por las dos series puede emplearse un modelo de regresión multivariante, de tipo local, con el fin de predecir un conjunto de observaciones pertenecientes a cada una de las series temporales.

Un modelo de *regresión lineal multivariante de tipo local* utiliza como regresores, tanto las  $m$ -historias análogas de la serie temporal donde se encuentra la observación a predecir como las  $m$ -historias análogas dentro de cada una de las series disponibles. En tal caso sería preciso determinar un conjunto de  $2 \cdot (m + 1)$  coeficientes del siguiente modelo:

$$\begin{aligned} x_{N+1} &= \alpha + a_{11} \cdot x_N + a_{12} \cdot x_{N-1} + \dots + a_{1m} \cdot x_{N-(m-1)} + b_{11} \cdot y_N + b_{12} \cdot y_{N-1} + \dots + b_{1m} \cdot y_{N-(m-1)} \\ y_{N+1} &= \beta + a_{21} \cdot x_N + a_{22} \cdot x_{N-1} + \dots + a_{2m} \cdot x_{N-(m-1)} + b_{21} \cdot y_N + b_{22} \cdot y_{N-1} + \dots + b_{2m} \cdot y_{N-(m-1)} \end{aligned}$$

En esta Tesis Doctoral vamos a considerar, como caso intermedio, una extensión del método NN, que tiene carácter univariante en relación a los regresores empleados pero que considera, para la selección de las  $k$   $m$ -historias más similares, información perteneciente a las dos series disponibles. Tal sistema de predicción lo denominaremos *predicción por ocurrencias análogas simultáneas* y será designado abreviadamente como SNN, siglas que proceden de la expresión inglesa *Simultaneous Nearest Neighbours*, que parece la traducción más precisa de la idea que se utiliza.

En el método SNN la predicción se realiza, igual que en el método NN, mediante la regresión de una observación sobre las  $m$  observaciones precedentes tomadas a partir de un conjunto de  $k$  ocurrencias análogas. La diferencia estriba en que la selección de  $m$ -historias análogas se realiza de forma multivariante, es decir, considerando la información contenida en el conjunto de las dos series disponibles.

Las predicciones para las observaciones deseadas  $\hat{x}_{N+1}$  e  $\hat{y}_{N+1}$  pueden obtenerse a través de un predictor autorregresivo lineal con coeficientes variables estimados por mínimos cuadrados ordinarios:

$$\hat{x}_{N+1} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot x_N + \hat{a}_2 \cdot x_{N-1} + \dots + \hat{a}_m \cdot x_{N-(m-1)}$$

$$\hat{y}_{N+1} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 \cdot y_N + \hat{b}_2 \cdot y_{N-1} + \dots + \hat{b}_m \cdot y_{N-(m-1)}$$

El procedimiento en la serie temporal  $x_t$  es una regresión lineal de  $x_{i_r+1}$  sobre  $x_{i_r}^m = (x_{i_r}, x_{i_r-1}, x_{i_r-2}, \dots, x_{i_r-(m-1)})$  donde  $r = 1, 2, \dots, k$  realizando estimaciones por el método de mínimos cuadrados. Por tanto, los coeficientes dependientes del instante temporal de predicción  $\hat{a}_i = \hat{a}_i(N)$  para  $i = 0, 1, 2, \dots, m$ , son aquellos valores de  $a_i$  que minimizan

$$\sum_{r=1}^k (x_{i_r+1} - a_0 + a_1 \cdot x_{i_r} + a_2 \cdot x_{i_r-1} + \dots + a_m \cdot x_{i_r-(m-1)})^2$$

De forma análoga, los coeficientes  $\hat{b}_i$  dependientes del instante temporal de predicción  $\hat{b}_i = \hat{b}_i(N)$  para  $i = 0, 1, 2, \dots, m$ , son aquellos valores de  $b_i$  que minimizan

$$\sum_{r=1}^k (y_{i_r+1} - b_0 + b_1 \cdot y_{i_r} + b_2 \cdot y_{i_r-1} + \dots + b_m \cdot y_{i_r-(m-1)})^2$$

## 5.4 Evaluación estadística de las predicciones

La hipótesis teórica defendida por los modelos de zonas objetivo sobre la existencia de una estructura no lineal en el desarrollo temporal de las series utilizadas y corroborada en el apartado 3.4.3, argumenta la existencia de no linealidades en dichas series.

En este apartado exploramos el uso de dependencias no lineales con el fin de realizar predicciones. Los predictores por ocurrencias análogas han sido aplicados a los datos diarios de los tipos de cambio de las nueve pertenecientes al Sistema Monetario Europeo (SME), previamente descrito en el Capítulo III. Al emplear las predicciones por ocurrencias análogas simultáneas, hemos intentado incorporar información estructural al análisis no paramétrico.

Debido a que los predictores dependen de los valores de la dimensión de inmersión, y del número de puntos próximos en el espacio de fases  $IR^m$ , hemos elegido, de acuerdo con los algoritmos presentados en el apartado 5.2, una dimensión de inmersión  $m=6$  y un número de puntos próximos igual al 2% del total de la muestra.

Para los seis miembros fundadores [franco belga (BFR), corona danesa (DKR), franco francés (FF), florín holandés (HFL), libra irlandesa (IRL) y lira italiana (LIT)], el período de predicción abarca desde el último realineamiento en el SME antes de las tormentas monetarias (12 de enero de 1987), hasta el final de la muestra. Los predictores locales se han utilizado con el propósito de generar predicciones un paso hacia adelante desde el 13 de enero de 1987. A continuación, el dato para este día se incorpora a la muestra, los modelos se reestiman, y se generan nuevas predicciones para todas las series. Este proceso recursivo continúa hasta generar la predicción para el día 31 de diciembre de 1994. En el caso de la peseta española (PTA), la libra esterlina (UKL) y el escudo portugués (FSC), se ha seguido el mismo proceso recursivo desde la fecha de su incorporación a la Unión Monetaria (19 de junio de 1989, 8 de octubre de 1990 y 9 de abril de 1992, respectivamente).

Puesto que el período de predicción considerado es muy extenso y heterogéneo, conteniendo numerosos cambios de régimen registrados en el SME durante el período 1987-1994, hemos calculado nuestros predictores también para diferentes subperíodos que nos conduzcan a estudiar la sensibilidad de este método de predicción. Con este propósito hemos dividido dicho amplio período en siete subperíodos, cuyos extremos de corte se han detallado en el apartado 3.3 y, se corresponden con las siguientes fechas: 8 de enero de 1990, 17 de septiembre de 1992, 23 de noviembre de 1992, 1 de febrero de 1993, 14 de mayo de 1993 y 2 de agosto de 1993.

Como es habitual en la literatura, la capacidad predictiva ha sido inicialmente medida por el estadístico U de Theil, basado en la función simétrica de pérdida estándar

$$U = \frac{\sqrt{\sum_{i=i_0}^{i_0+T} (x_i - \hat{x}_i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=i_0}^{i_0+T} (x_i - x_{i-1})^2}}$$

donde  $x_i$  es el valor observado y  $\hat{x}_i$  es el valor predicho. El estadístico U de Theil no es más que la ratio de la raíz del error cuadrático medio (ECM) de las predicciones de los predictores por analogías sobre la raíz del error cuadrático medio del modelo ingenuo de paseo aleatorio. Por tanto, un valor de la U menor que uno indica una mejor capacidad predictiva que la especificación del paseo aleatorio.

El siguiente cuadro 5.4.1 muestra los resultados obtenidos tanto para los predictores por ocurrencias análogas como para los modelos tradicionales ARIMA(1,1,0), ampliamente utilizados en la literatura.

Para el caso de los predictores por ocurrencias análogas simultáneas, las series de tipos de cambios utilizadas para establecer dichas ocurrencias simultáneas vienen detalladas en cada uno de los cuadros. En este sentido, hemos utilizado dos conjuntos alternativos para realizar dicha selección: por una parte, se ha considerado la totalidad de series en la muestra y, por otra parte se han empleado subconjuntos de series atendiendo al grado de credibilidad que los mercados asignaban a los compromisos cambiarios adquiridos por las autoridades monetarias de cada país. En particular, para las predicciones correspondientes a las monedas de los países centrales que han gozado de cierta credibilidad: franco belga, corona danesa, franco francés y florín holandés (BFR, DKR, FF y HFL) (véase, por ejemplo, Fernández *et al.*, 1997), hemos utilizado la evolución del resto de las monedas dentro de este grupo para localizar las ocurrencias análogas simultáneas. Dada la estrecha vinculación de la libra irlandesa (IRL) con la libra esterlina (UKL) (véase, por ejemplo, Ledesma *et al.*, 1999a), hemos examinado conjuntamente ambas series, al igual que sucede con el escudo portugués, la lira italiana y la peseta española (ESC, LIT y PTA) (véase, por ejemplo, Ledesma *et al.*, 1999b, 1999c).

Cuadro 5.4.1: Evaluación de la precisión predictiva (1)

Tipos de cambio	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
<b>BFR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.99854	0.98725	0.98416	0.99483
<b>DKR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.94913	0.93090	0.93923	0.95387
<b>ESC</b> (6-4-92 a 31-12-94)	1.06201	1.00147	1.01593	0.99694
<b>FF</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.91049	0.92812	0.90840	0.95224
<b>HFL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.82402	0.82177	0.81162	0.87874
<b>IRL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	1.03215	1.02739	1.01410	0.99715
<b>LIT</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.98681	0.99121	0.97340	0.98105
<b>PTA</b> (19-6-89 a 31-12-94)	1.00905	1.00868	0.99505	0.99957
<b>UKL</b> (8-10-90 a 31-12-94)	1.04869	1.04660	1.02531	0.99881

Notas:

- (1) Estadístico U de Theil.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Grupo de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Subgrupos de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: [BFR, DKR, FF y HFL], [ESC, LIT y PTA] y [IRL y UKL].

Como se puede apreciar en el anterior cuadro, para la totalidad período de predicción, los estadísticos  $U$  son superiores a uno en sólo tres de los nueve casos, sugiriendo, en general, que nuestros predictores SNN mejoran marginalmente al modelo de paseo aleatorio. Cabe señalar también que nuestro mejor predictor SNN presenta una mejora del 18.9% en este sentido.

Estos resultados contrastan con los obtenidos anteriormente en la literatura para los tipos de cambio. Diebold y Nason (1990) y Satchell y Timmermann (1995) aplican predictores NN a tipos de cambio semanales frente al dólar para un período de predicción que discurre entre el 3 de enero de 1973 y el 23 de septiembre de 1987 y a tipos de cambio diarios frente al dólar para el período comprendido entre el 1 de enero de 1980 y el 31 de diciembre de 1992, respectivamente, concluyendo que dichos predictores no lineales son mejorados por las predicciones generadas por el paseo aleatorio. Hemos de resaltar, sin embargo, que los tipos de cambio serán, en principio, más predecibles en una zona objetivo como es el SME que en un sistema de tipos de cambio flexibles como es el dólar estadounidense ya que la presencia de bandas de fluctuación limitan el movimiento de las divisas imponiendo restricciones sobre el futuro comportamiento de la dinámica cambiaria subyacente. Por otro lado, Mizrach (1993) centra su atención sobre los tipos de cambio del SME frente al marco alemán durante el período desde el 1 de enero de 1974 al 31 de diciembre de 1988, descubriendo un modelo para la lira italiana que mejora al modelo de paseo aleatorio en la predicción extramuestral (con una mejora del 4.5%).

Sin embargo, cabría indicar que el número de observaciones en los trabajos de Diebold y Nason (1990) y Mizrach (1993) son mucho menores que las empleadas en esta Tesis y, por tanto, la longitud de la muestra utilizada para el ajuste de los predictores NN es también muchísimo menor. Este hecho podría afectar negativamente a la realización de sus predicciones NN, ya que ello no permite el aprendizaje de los agentes para formar sus expectativas sobre los tipos de cambio como es deseable.

En el cuadro 5.4.1 se observa también cómo respecto a la predicción tradicional ARIMA(1,1,0) para el período completo se ofrece un estadístico menor que uno, presentando en el mejor de los casos una mejora del 12.2% en las predicciones extramuestrales. Sin embargo, en seis de los nueve casos, los predictores SNN presentan un estadístico  $U$  de Theil menor que el modelo ARIMA(1,1,0).

Boothe y Glassman (1987) proponen un contraste adicional sobre la bondad predictiva relativa al modelo de paseo aleatorio, encaminado a evaluar la correcta predicción direccional de los movimientos cambiarios. No hemos de olvidar que en los mercados financieros el interés se centra en la capacidad de generar señales de compra y venta que nos sirvan para guiar las decisiones inversoras. Con la intención de explorar esta posibilidad, hemos calculado el porcentaje de aciertos en la predicción direccional de los rendimientos de las series cambiarias analizadas.

En el siguiente cuadro 5.4.2, se muestran los resultados obtenidos en este sentido. Como puede observarse, para la totalidad del período de predicción, en siete de los nueve casos analizados, nuestros predictores por ocurrencias análogas muestran un valor superior al 50%, claramente superando la predicción direccional del paseo aleatorio<sup>2</sup>. Cabe señalar también que, salvo las excepciones de la peseta española (PTA) y la libra esterlina (UKL), los predictores por ocurrencias análogas (NN) presentan una mejor predicción direccional que el modelo ARIMA. Por último, en todos los casos, excepto en la libra irlandesa (IRL), los predictores por ocurrencias análogas simultáneas (SNN) generan valores más altos en la predicción direccional que los predictores por ocurrencias análogas (NN).

---

<sup>2</sup> El valor 50% suele tomarse habitualmente como referencia. Sin embargo, los resultados han de tomarse con cautela, dado que el número de cambios positivos no tiene porqué coincidir con el número de cambios negativos. Este hecho se señala en el citado cuadro.

Cuadro 5.4.2: Evaluación direccional de los rendimientos (1)

Tipos de cambio	$r_t > 0$	$r_t < 0$	NN(2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
<b>BFR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	49.78046	<b>50.21954</b>	62.23930	62.01976	63.22722	52.19539
<b>DKR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	49.35989	<b>50.64011</b>	66.42959	65.93172	67.35420	63.72688
<b>ESC</b> (6-4-92 a 31-12-94)	<b>52.41158</b>	47.58842	51.60772	54.18006	55.94855	53.85852
<b>FF</b> (13-1-87 a 31-12-94)	<b>51.18449</b>	48.81551	67.69562	65.32663	67.40847	62.02441
<b>HFL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	<b>51.39442</b>	48.60558	68.52590	68.72510	69.18991	65.33865
<b>IRL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	49.29736	<b>50.70264</b>	58.57223	56.94210	57.72906	51.77066
<b>LIT</b> (13-1-87 a 31-12-94)	49.70717	<b>50.29283</b>	57.10102	56.95461	58.49195	54.83163
<b>PTA</b> (19-6-89 a 31-12-94)	<b>51.69851</b>	48.30149	49.68153	48.08917	50.63694	52.33546
<b>UKL</b> (8-10-90 a 31-12-94)	<b>51.81087</b>	48.18913	48.39034	49.79879	50.30181	51.20724

Notas:

- (1) Porcentaje de aciertos en la dirección de los rendimientos .
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Grupo de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Subgrupos de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: [BFR, DKR, FF y HFL], [ESC, LIT y PTA] y [IRL y UKL].

Para valorar estadísticamente la precisión predictiva de los modelos (no lineales) por ocurrencias análogas y los modelos (lineales) ARIMA(1,1,0) hemos utilizado el contraste propuesto por Diebold y Mariano (1995). Dicho contraste tiene como hipótesis nula la inexistencia de diferencias significativas entre las predicciones generadas por dos métodos alternativos.

Sean los valores de la serie temporal  $\{x_i\}_{i=1,2,\dots,T}$  sobre los que se desean comparar las predicciones realizadas por dos métodos de predicción cualesquiera y considérense dichas predicciones  $\{\hat{x}_{1i}\}_{i=1,2,\dots,T}$  y  $\{\hat{x}_{2i}\}_{i=1,2,\dots,T}$ . Cada uno de los métodos de predicción generará unos errores de predicción, que representaremos como  $\{e_{1i}\}_{i=1,2,\dots,T}$  y  $\{e_{2i}\}_{i=1,2,\dots,T}$ . Para el valor predicho en un instante determinado, por ejemplo  $\hat{x}_{1i}$ , se define la función de pérdida a través de su error de predicción asociado  $e_{1i}$  como  $g(e_{1i})$ <sup>3</sup>. La hipótesis nula vendrá expresada por la igualdad de precisión predictiva entre ambos procedimientos, esto es,  $E[g(e_{1i})] = E[g(e_{2i})]$ , o  $E[d_i] = 0$ , donde  $d_i = g(e_{1i}) - g(e_{2i})$  representa la serie de pérdidas diferenciales. Se utilizará para valorar estas pérdidas diferenciales, la función de pérdida del error absoluto  $g(\cdot) = |\cdot|$ .

Si la serie de pérdidas diferenciales  $\{d_i\}_{i=1,2,\dots,T}$  es estacionaria en varianza y de memoria corta, entonces la distribución asintótica de la media muestral de las pérdidas diferenciales es

$$\sqrt{T}(\bar{d} - \mu) \xrightarrow{\text{a.d.}} N(0, 2\pi f_d(0))$$

donde

$$\bar{d} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T [g(e_{1i}) - g(e_{2i})]$$

es la media muestral de las pérdidas diferenciales, siendo

$$f_d(0) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \gamma_d(\tau)$$

la densidad espectral de la pérdida diferencial en la frecuencia 0, para la cual  $\gamma_d(\tau) = E[(d_i - \mu)(d_{i-\tau} - \mu)]$  es la función de autocovarianzas de las pérdidas diferenciales.

<sup>3</sup> Aunque no necesariamente deba ser función de su error asociado. Una forma alternativa sería considerar  $g(x_i, \hat{x}_{1i})$  función del valor real y predicho en ese instante.

El estadístico de contraste bajo la hipótesis nula de igualdad de precisión predictiva es

$$S = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{2\pi\hat{f}_d(0)}{T}}} \xrightarrow{\text{a.d.}} N(0,1)$$

siendo  $\hat{f}_d(0)$  un estimador consistente de la densidad espectral  $f_d(0)$ , y pudiéndose evaluar empíricamente su expresión por

$$2\pi\hat{f}_d(0) = \sum_{\tau=-(k-1)}^{k-1} \hat{\gamma}_d(\tau) = \hat{\gamma}_d(0) + 2\hat{\gamma}_d(1) + \dots + 2\hat{\gamma}_d(k-1),$$

puesto que

$$\hat{\gamma}_d(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{i=|\tau|+1}^T (d_i - \bar{d})(d_{i-|\tau|} - \bar{d})$$

es una función simétrica y suponemos que sólo se precisan utilizar  $k-1$  autocovarianzas muestrales para la estimación, debido a que parece razonable pensar en una  $(k-1)$ -dependencia para un error de predicción  $k$ -pasos hacia delante. Este hecho puede ser confirmado a través del test de la  $\chi^2$  de Box-Pierce que contrasta como hipótesis nula que las funciones de autocorrelación muestral son simultáneamente cero hasta un determinado retardo.

Por lo tanto, un valor significativo y positivo (negativo) para el estadístico  $S$  indicaría la existencia de diferencias significativas entre las series de errores generados por los modelos propuestos, esto significaría una mejor capacidad predictiva de aquel método cuyas predicciones vienen dadas por la serie  $\hat{x}_{2_i}$  ( $\hat{x}_{1_i}$ ).

Hemos de señalar además, que cuando no se rechace la hipótesis nula, es decir, no existan diferencias significativas entre las series de predicciones generadas, un indicador marginal de la precisión predictiva podría ser el signo del valor del estadístico. Observemos que si dicho signo es positivo (negativo) indicaría que, en términos marginales, la media muestral de las pérdidas diferenciales es positiva (negativa). Este hecho indicaría, debido a la construcción de la serie de pérdidas diferenciales, que los errores absolutos muestrales de la serie de predicciones  $\hat{x}_{1_i}$  ( $\hat{x}_{2_i}$ ) son mayores que aquellos generados por  $\hat{x}_{2_i}$  ( $\hat{x}_{1_i}$ ).

Los resultados de la aplicación de este test a nuestros predictores por ocurrencias análogas y al ARIMA (1,1,0) frente al predictor de paseo aleatorio y entre sí se muestran en el cuadro siguiente 5.4.3.

Como puede apreciarse en dicho cuadro, para el período completo de predicción, en siete de los nueve casos examinados, se rechaza la hipótesis nula de igualdad en la función de pérdidas al comparar la capacidad predictiva del paseo aleatorio *versus* el predictor por ocurrencias análogas (NN). Los resultados sugieren que el predictor NN presenta una mayor bondad predictiva a un nivel de significatividad del 1% para las divisas franco belga (BFR), corona danesa (DKR), franco francés (FF), florín holandés (HFL) y lira italiana (LIT) a un nivel de significatividad del 10%, mientras que el paseo aleatorio presenta un comportamiento predictivo superior al NN a un nivel de significatividad del 1% en los casos del escudo portugués (ESC) y la libra esterlina (UKL). Resultados similares se obtienen cuando la comparación se establece entre el paseo aleatorio *versus* el predictor por ocurrencias análogas simultáneas (SNN), salvo que en el caso de la lira italiana (LIT) el nivel de significatividad es del 1%.

Cuando comparamos nuestros predictores con los derivados del modelo ARIMA, en ocho de los nueve casos examinados se rechaza la hipótesis nula de igualdad de la función de pérdidas al comparar la capacidad predictiva del modelo ARIMA *versus* los predictores por ocurrencias análogas (NN o SNN). Los resultados sugieren que los predictores por ocurrencias análogas presentan una mayor bondad predictiva a un nivel de significatividad del 1% para el franco belga (BFR), corona danesa (DKR), franco francés (FF) y florín holandés (HFL), mientras que el modelo ARIMA muestra un comportamiento predictivo superior al de los predictores por ocurrencias análogas a un nivel de significatividad de al menos el 5% en los casos del escudo portugués (ESC), libra irlandesa (IRL) y libra esterlina (UKL), y para la peseta española (PTA) a un nivel de significatividad del 10%.

Por último, al comparar los predictores por ocurrencias análogas (NN) y por ocurrencias análogas simultáneas (SNN), en todos los casos examinados, excepto en el franco belga (BFR) y el florín holandés (HFL), se rechaza la hipótesis nula de igualdad en la función de pérdidas. Los resultados sugieren que los predictores SNN presentan una mayor bondad predictiva a un nivel de significatividad de al menos el 10% para la corona danesa (DKR), escudo portugués (ESC), libra irlandesa (IRL), peseta española (PTA) y libra esterlina (UKL), mientras que el NN ofrece un comportamiento predictivo superior al de los predictores SNN a un nivel de significatividad del 1% para el caso del franco francés (FF).



Cuadro 5.4.3: Evaluación estadística de la precisión predictiva (1)

Modelos predictivos	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	NN (2)
	vs. NN (2)	vs. SNN (3)	vs. SNN (4)	vs. ARIMA(1,1,0)	vs. NN (2)	vs. SNN (3)	vs. SNN (4)	vs. SNN (3)	vs. SNN (4)
<b>BFR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	4.62386 <sup>a</sup>	3.69585 <sup>a</sup>	5.10891 <sup>a</sup>	3.84181 <sup>a</sup>	4.27566 <sup>a</sup>	3.07747 <sup>a</sup>	4.16080 <sup>a</sup>	-0.60707	0.30946
<b>DKR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	9.51657 <sup>a</sup>	11.05602 <sup>a</sup>	12.11093 <sup>a</sup>	9.92264 <sup>a</sup>	0.62560	2.14129 <sup>b</sup>	0.94786	1.58804 <sup>c</sup>	0.16461
<b>ESC</b> (6-4-92 a 31-12-94)	-5.44866 <sup>a</sup>	-2.92089 <sup>a</sup>	-2.17019 <sup>a</sup>	-2.07594 <sup>a</sup>	-5.18556 <sup>a</sup>	-1.98298 <sup>b</sup>	-0.53945	1.90668 <sup>c</sup>	4.06120 <sup>a</sup>
<b>FF</b> (13-1-87 a 31-12-94)	12.13909 <sup>a</sup>	11.63002 <sup>a</sup>	14.35115 <sup>a</sup>	11.92302 <sup>a</sup>	8.69876 <sup>a</sup>	7.15699 <sup>a</sup>	11.22054 <sup>a</sup>	-3.25379 <sup>a</sup>	-0.36401
<b>HFL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	11.62407 <sup>a</sup>	11.32862 <sup>a</sup>	12.82693 <sup>a</sup>	10.47214 <sup>a</sup>	6.80683 <sup>a</sup>	6.09413 <sup>a</sup>	7.72197 <sup>a</sup>	-0.01246	1.46917
<b>IRL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.84459	-1.33824	0.94139	2.97194 <sup>a</sup>	-1.97882 <sup>b</sup>	-2.54004 <sup>a</sup>	-0.21136	-0.37782	1.88665 <sup>c</sup>
<b>LIT</b> (13-1-87 a 31-12-94)	1.66173 <sup>c</sup>	1.21024	3.18835 <sup>a</sup>	2.96196 <sup>a</sup>	-0.36935	-1.04435	1.53396	-0.61730	1.79521 <sup>c</sup>
<b>PTA</b> (19-6-89 a 31-12-94)	-1.20950	-1.19729	1.14396	1.18240	-1.78722 <sup>c</sup>	-1.70221 <sup>c</sup>	0.38309	-0.02384	1.97606 <sup>b</sup>
<b>UKL</b> (8-10-90 a 31-12-94)	-5.18734 <sup>a</sup>	-4.00515 <sup>a</sup>	-3.12532 <sup>a</sup>	0.11270	-4.96648 <sup>a</sup>	-4.02344 <sup>a</sup>	-2.97541 <sup>a</sup>	0.79109	3.35403 <sup>a</sup>

## Notas:

(1) Contraste estadístico de Diebold y Mariano.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Grupo de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Subgrupos de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: [BFR, DKR, FF y HFL], [ESC, LIT y PTA] y [IRL y UKL].

A continuación, hemos realizado una valoración estadística formal de la capacidad de predecir correctamente el signo de los rendimientos por los modelos predictivos por ocurrencias análogas y ARIMA (1,1,0). Tal y como señalan Leitch y Tanner (1991), *modelos rentables* son los modelos que pueden predecir con precisión el signo de los rendimientos en una serie financiera. En este sentido, podemos utilizar el contraste no paramétrico propuesto por Pesaran y Timmermann (1990). Se trata de un indicador de la bondad estadística de un modelo para predecir los cambios en la dirección, sin prestar atención a su magnitud. La expresión relevante para calcular esta medida es

$$\text{Porcentaje de acierto en el signo de las predicciones} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T z_{t+k}$$

donde

$$z_{t+k} = 1, \text{ si } (x_{t+k} \cdot \hat{x}_{t+k}) > 0$$

$$z_{t+k} = 0, \text{ en otro caso}$$

El contraste no paramétrico de Pesaran y Timmermann (1992) para evaluar la capacidad de predecir la evolución del mercado es un contraste basado en la independencia entre los valores predichos y reales. Sea  $P_x = \Pr(x_{t+k} > 0)$ ,  $P_{\hat{x}} = \Pr(\hat{x}_{t+k} > 0)$  y

$$\hat{P} = \frac{1}{T} \sum_{k=0}^T z_{t+k}$$

Si  $P_*$  denota la probabilidad *ex ante* de que el signo será correctamente predicho, entonces

$$P_* = \Pr(z_{t+k} = 1) = \Pr(x_{t+k} \cdot \hat{x}_{t+k} > 0) = P_x \cdot P_{\hat{x}} + (1 - P_x) \cdot (1 - P_{\hat{x}})$$

Pesaran y Timmermann (1992) demuestran que

$$S_k = \frac{\hat{P} - P_*}{\sqrt{\text{vâr}(\hat{P}) - \text{vâr}(P_*)}}$$

se distribuye asintóticamente como una variable normal estándar bajo la hipótesis nula de independencia entre los valores reales y predichos correspondientes, donde  $\hat{P}_*$  denota los valores estimados,

$$\text{vâr}(\hat{P}) = \frac{1}{T} \hat{P}_* \cdot (1 - \hat{P}_*)$$

y

$$\text{vâr}(\hat{P}_*) = \left[ \frac{1}{T} (2 \cdot \hat{P}_x - 1)^2 \cdot \hat{P}_x \cdot (1 - \hat{P}_x) + \frac{1}{T} \cdot (2 \cdot \hat{P}_{\hat{x}} - 1)^2 \cdot \hat{P}_{\hat{x}} \cdot (1 - \hat{P}_{\hat{x}}) + \frac{4}{T^2} \hat{P}_x \cdot \hat{P}_{\hat{x}} (1 - \hat{P}_x) \cdot (1 - \hat{P}_{\hat{x}}) \right]$$

Ha de señalarse que  $k$  denota el número de períodos hacia adelante en la predicción, por lo que en nuestro caso  $k=1$ , dado que realizamos predicciones diarias.

Los resultados de la aplicación de este contraste a nuestros predictores por ocurrencias análogas y al predictor ARIMA (1,1,0) se muestran en el cuadro 5.4.4.

Como puede apreciarse en dicho cuadro, para la totalidad del período de predicción, la hipótesis de independencia se rechaza a un nivel de significatividad del 1% en seis de los nueve casos considerados para los predictores por ocurrencias análogas (NN) y el modelo ARIMA, y en siete de los nueve casos considerados para alguna versión de los predictores por ocurrencias análogas simultáneas (SNN), mientras que se obtiene un valor negativo para las predicciones ARIMA de la libra esterlina (UKL), aunque no significativo. Por último, es interesante señalar que los predictores por ocurrencias análogas (NN o SNN) generan valores más altos de este contraste que los predictores ARIMA en todos los casos, excepto en la peseta española (PTA). Tales resultados están en línea con los presentados en Satchell y Timmermann (1995), quienes los toman como evidencia a favor del uso de procedimientos no lineales en la predicción de tipos de cambio.

Cuadro 5.4.4: Evaluación de la correcta predicción direccional (1)

Tipos de cambio	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
<b>BFR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	10.53273 <sup>a</sup>	10.27317 <sup>a</sup>	11.32648 <sup>a</sup>	3.45435 <sup>a</sup>
<b>DKR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	12.34405 <sup>a</sup>	11.97506 <sup>a</sup>	13.09720 <sup>a</sup>	10.83505 <sup>a</sup>
<b>ESC</b> (6-4-92 a 31-12-94)	0.69055	1.93652 <sup>c</sup>	2.79789 <sup>a</sup>	1.54251
<b>FF</b> (13-1-87 a 31-12-94)	13.17112 <sup>a</sup>	11.39418 <sup>a</sup>	13.00718 <sup>a</sup>	9.07852 <sup>a</sup>
<b>HFL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	14.48899 <sup>a</sup>	14.53134 <sup>a</sup>	14.96714 <sup>a</sup>	11.88953 <sup>a</sup>
<b>IRL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	7.40028 <sup>a</sup>	6.17031 <sup>a</sup>	6.91435 <sup>a</sup>	3.00810 <sup>a</sup>
<b>LIT</b> (13-1-87 a 31-12-94)	5.32544 <sup>a</sup>	5.16693 <sup>a</sup>	6.30856 <sup>a</sup>	3.79342 <sup>a</sup>
<b>PTA</b> (19-6-89 a 31-12-94)	-0.27090	-1.12274	0.53553	1.15185
<b>UKL</b> (8-10-90 a 31-12-94)	-1.00003	-0.10120	-1.43426	-0.37362

## Notas:

(1) Contraste estadístico de Pesaran y Timmermann.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Grupo de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Subgrupos de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: [BFR, DKR, FF y HFL], [ESC, LIT y PTA] y [IRL y UKL].

## 5.5 Evaluación económica de las predicciones

Una importante línea de investigación ha considerado la relevancia del análisis técnico en los mercados de tipos de cambio. En la literatura económica, es bien conocido el análisis técnico que implica el empleo de gráficos de los movimientos de los precios financieros con el propósito de inferir el posible curso de los precios futuros y, por tanto, de construir predicciones que determinen las decisiones de transacción. Una considerable cantidad de trabajos ha proporcionado el soporte para dar una visión sobre la capacidad de las reglas técnicas de producir señales con valor económico en los mercados de tipos de cambio.

En este sentido, Dooley y Shafer (1983) presentan evidencia sugiriendo que las reglas técnicas de contratación podrían detectar cambios en los rendimientos medios condicionales en las series de tipos de cambios, generando rendimientos extraordinarios respecto a la estrategia de comprar y mantener (*buy and hold*). Posteriormente, Sweeney (1986) también encuentra resultados que apoyan la rentabilidad de reglas similares, mientras que Taylor (1992) documenta evidencia en este sentido incluso para conjuntos más extensos de reglas y series de datos. Recientemente, como ya apuntábamos en apartados anteriores, LeBaron (1992) y Levich y Thomas (1993) siguiendo las técnicas de simulaciones sucesivas (*bootstrapping*) empleadas por Brock *et al.* (1992), demuestran la significatividad estadística de las reglas técnicas frente a varios modelos nulos paramétricos de los tipos de cambios, mientras que Lee y Mathur (1996) muestran que sólo en dos de los seis casos examinados las reglas técnicas de contratación son marginalmente rentables.

Más recientemente, Szakmary y Mathur (1997), Neely y Weller (1997), LeBaron (1999) y Sosvilla *et al.* (1999) detectan que los rendimientos extraordinarios procedentes de reglas técnicas de contratación extrapolativas en los mercados de tipos de cambios son altos durante los períodos de intervención de los bancos centrales en defensa de sus monedas. Finalmente, Neely y Weller (1998), utilizando una metodología de programación con algoritmos genéticos, concluyen que las reglas de contratación *ex ante* generan rendimientos extraordinarios significativos en tres de los cuatro casos considerados, y Gençay (1999), empleando redes neuronales multicapas de retropropagación y regresiones por ocurrencias análogas, descubre mejoras predictivas estadísticamente significativas sobre el modelo de paseo aleatorio de los rendimientos de tipos de cambio.

Debido a que las aproximaciones por ocurrencias análogas están estrechamente relacionadas con el análisis técnico, hemos combinado estas dos líneas de investigación (predicción no lineal y reglas técnicas de contratación) para valorar la significatividad económica de la predecibilidad no lineal de las nueve series de tipos de cambios objeto de estudio a lo largo de esta Tesis Doctoral.

Con este propósito, las predicciones por ocurrencias análogas se transforman en una sencilla estrategia de contratación para explotar la precisión predictiva direccional de los cambios en los rendimientos de los tipos de cambios, cuyos rendimientos se comparan con los derivados de una estrategia alternativa basada en un modelo lineal ARIMA.

La estrategia de contratación que guiará las decisiones de compra y venta consiste en considerar como señales de compra la predicción de rendimientos positivos y como señales de venta la predicción de rendimientos negativos<sup>4</sup>. Para valorar la significatividad económica de esta sencilla estrategia de transacción hemos considerado el beneficio total de tal estrategia:

$$R_T^t = \sum_{t=i_0}^{i_0+T} z_t \cdot r_t$$

donde  $r_t$  es el rendimiento correspondiente a la posición (de compra o venta) adoptada por unidad de moneda extranjera durante el período  $(t, t+1)$ ,  $z_t$  es una variable interpretada como la posición recomendada cuyos valores pueden ser +1 (señal de compra) y -1 (señal de venta), y  $T$  es el número de observaciones.

En el cálculo de rendimientos extraordinarios procedentes de las transacciones en tipos de cambio al contado se requiere tener en cuenta el coste de oportunidad de mantener activos denominados en distintas monedas. Por esta razón, utilizaremos los datos diarios de los tipos de interés nominal de un día para otro proporcionados por la misma fuente que los tipos de cambio disponibles, el Banco de España.

Así pues, los rendimientos diarios  $r_t$  afectados por los tipos de interés se calculan como

$$r_t = \ln(S_{t+1}) - \ln(S_t) - (\ln(1+i_t) - \ln(1+i_t^*))$$

donde  $S_t$  representa el tipo de cambio al contado expresado frente al marco alemán,  $i$  es el tipo diario de interés nacional e  $i^*$  es el tipo diario de interés alemán.

<sup>4</sup> Gençay (1998) sigue una aproximación similar para investigar la rentabilidad del uso de redes neuronales en los mercados.

Por otra parte, cada vez que se establece una nueva posición (de compra a venta o *viceversa*) ha de contabilizarse un coste de transacción del  $c\%$  por unidad monetaria. Este hecho lleva a considerar el beneficio neto de nuestra estrategia como

$$R_N^t = \sum_{t=i_0}^{i_0+T} z_t \cdot r_t + ncp \cdot \{\ln(1-c) - \ln(1+c)\}$$

donde  $ncp$  es el número de cambios de posición registrados durante el período de evaluación.

Los rendimientos estimados, total y neto, son calculados mediante las expresiones

$$\hat{R}_T^t = \sum_{t=i_0}^{i_0+T} \hat{z}_t \cdot r_t$$

y

$$\hat{R}_N^t = \sum_{t=i_0}^{i_0+T} \hat{z}_t \cdot r_t + ncp \cdot \{\ln(1-c) - \ln(1+c)\}$$

donde  $\hat{z}_t$  es la posición estimada recomendada para la  $t$ -ésima observación muestral. La estimación de  $\hat{z}_t$  es determinada por los tres métodos de predicción examinados anteriormente: predictor por ocurrencias análogas (NN), predictor por ocurrencias análogas simultáneas (SNN) y predictor tradicional ARIMA(1,1,0).

Hemos considerado los costes de transacción del 0.05% siguiendo a Levich y Thomas (1993) y a Osler y Chang (1995).

En los siguientes cuadros se muestran diversos resultados que se han calculado sobre el número total de observaciones correspondientes al período de predicción completo.

En particular, en el cuadro 5.5.1, se presentan los porcentajes de señales de compra y venta generadas por la estrategia de inversión expuesta.

Puede apreciarse que, para la totalidad del período de predicción, se genera un porcentaje de señales de compra que supera al de venta en siete de los nueve casos examinados para el predictor por ocurrencias análogas (NN), siendo éstos el franco belga (BFR), escudo portugués (ESC), franco francés (FF), libra irlandesa (IRL), lira italiana (LIT), peseta española (PTA) y la libra esterlina (UKL). Mientras, los predictores por analogías simultáneas (SNN), provocan cambios en éstos resultados dependiendo de las series seleccionadas para establecer dichas ocurrencias análogas simultáneas: para el franco francés (FF), y la libra esterlina (UKL) el porcentaje de posiciones de compra recomendadas es menor que el de venta al seleccionar subconjuntos apropiados, y para la lira italiana (LIT) cuando se implica a la totalidad del conjunto de series. La peseta española (PTA) presenta el cambio descrito para cualquiera de las versiones simultáneas consideradas.

En la estrategia de transacción basada en las ocurrencias análogas la diferencia máxima que se produce entre los porcentajes de señales de compra y venta sugeridas es, en términos absolutos, del 21.9786%, hecho que contrasta fuertemente con dicha diferencia correspondiente a las reglas generadas por el predictor lineal, que alcanza un máximo, también en términos absolutos, del 90.2335%. Además en este último caso referido al modelo ARIMA, todos los porcentajes de señales de compra indicados superan significativamente a los porcentajes de ventas.

Cuadro 5.5.1: Comportamiento de las reglas de transacción (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)
<b>BFR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	54.50055	45.49945	53.18332	46.81668	51.20746	48.79254	90.45005	9.54995
<b>DKR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	48.07966	51.92034	49.28876	50.71124	43.31437	56.68563	63.01565	36.98435
<b>ESC</b> (6-4-92 a 31-12-94)	52.89389	47.10611	54.82315	45.17685	56.27010	43.72990	76.68810	23.31190
<b>FF</b> (13-1-87 a 31-12-94)	51.61522	48.38478	52.40488	47.59512	48.60014	51.39986	64.03446	35.96554
<b>HFL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	46.21514	53.78486	49.46879	50.53121	47.14475	52.85525	59.22975	40.77025
<b>IRL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	57.89770	42.10230	60.98932	39.01068	62.33839	37.66161	88.19562	11.80438
<b>LIT</b> (13-1-87 a 31-12-94)	54.68521	45.31479	49.12152	50.87848	50.21962	49.78038	65.00732	34.99268
<b>PTA</b> (19-6-89 a 31-12-94)	51.91083	48.08917	45.85987	54.14013	45.01062	54.98938	95.11677	4.88323
<b>UKL</b> (8-10-90 a 31-12-94)	50.70423	49.29577	50.30181	49.69819	48.99396	51.00604	90.34205	9.65795

## Notas:

- (1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Grupo de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Subgrupos de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: [BFR, DKR, FF y HFL], [ESC, LIT y PTA] y [IRL y UKL].

A continuación, en el cuadro 5.5.2 evaluamos las estimaciones de los rendimientos medios anualizados, total y neto. Con el propósito de complementar dichas estimaciones, hemos añadido un contraste formal sobre su significatividad estadística a través del contraste de Newey-West con correcciones para la correlación serial y heterocedasticidad<sup>5</sup>.

Como puede apreciarse, para la totalidad del período de predicción, únicamente en uno de los nueve casos considerados, el correspondiente a la libra esterlina (UKL), el rendimiento medio total anualizado derivado de la regla de negociación basada en el predictor lineal (ARIMA) supera a los predictores no lineales (NN o SNN). Sin embargo, el estadístico  $t$  obtenido en este último caso sugiere que no podemos rechazar la hipótesis nula de que el rendimiento total anualizado es igual a cero. Se observa también que en seis de los nueve casos estudiados: franco belga (BFR), corona danesa (DKR), escudo portugués (ESC), florín holandés (HFL), lira italiana (LIT) y peseta española (PTA), el rendimiento medio anualizado derivado de alguna de las versiones del predictor por ocurrencias análogas simultáneas (SNN) es el más alto de todos los calculados, mientras que para los casos del franco belga (FF) y la libra irlandesa (IRL), es la regla técnica de negociación basada en los predictores por analogías (NN) la que da lugar al mayor rendimiento medio anualizado. Por último cabe destacar el hecho de que para todos estos últimos casos, los estadísticos  $t$  permiten rechazar la hipótesis nula de que el rendimiento medio total anualizado es igual a cero.

Asimismo, en el cuadro 5.5.2 se aprecia que, para la totalidad del período de predicción, los rendimientos medios netos anualizados derivados de las reglas técnicas de negociación no lineales son superiores a los obtenidos a partir de las predicciones ARIMA en todos los casos salvo en la libra esterlina (UKL). En seis de tales casos: franco belga (BFR), corona danesa (DKR), escudo portugués (ESC), florín holandés (HFL), lira italiana (LIT) y peseta española (PTA), la regla basada de negociación basada en alguna versión del SNN genera rendimientos medios netos anualizados más elevados, mientras que para el caso del franco francés (FF) es el uso de predictores NN el que genera el valor más alto para los rendimientos medios netos anualizados. Por último, cabe señalar que en cuatro de los nueve casos examinados: corona danesa (DKR), franco francés (FF), florín holandés (HFL) y lira italiana (LIT) los resultados obtenidos son estadísticamente significativos a los niveles habituales, tal y como indican los estadísticos  $t$  asociados a dichos rendimientos medios netos anualizados.

---

<sup>5</sup> véase Hamilton (1994), Capítulo 14, para una excelente discusión sobre la construcción del procedimiento de Newey-West para la corrección de errores estándar.

Cuadro 5.5.2: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto (1)

Modelos predictivos Tipos de cambio	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
<b>BFR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.06306 (5.98609 <sup>a</sup> )	-0.06194 (-5.88064 <sup>a</sup> )	0.06372 (7.59384 <sup>a</sup> )	-0.06128 (-7.30255 <sup>a</sup> )	0.06703 (7.83336 <sup>a</sup> )	-0.05797 (-6.77372 <sup>a</sup> )	0.00723 (1.28870)	-0.11777 (-20.98718 <sup>a</sup> )
<b>DKR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.26137 (11.72770 <sup>a</sup> )	0.13637 (6.11894 <sup>a</sup> )	0.27886 (11.92887 <sup>a</sup> )	0.15386 (6.58170 <sup>a</sup> )	0.28220 (11.55959 <sup>a</sup> )	0.15720 (6.43931 <sup>a</sup> )	0.22727 (8.98063 <sup>a</sup> )	0.10227 (4.04120 <sup>a</sup> )
<b>ESC</b> (6-4-92 a 31-12-94)	0.03233 (0.65785)	-0.09267 (-1.88599 <sup>c</sup> )	0.08657 (2.14400 <sup>b</sup> )	-0.03843 (-0.95181)	0.08910 (2.22300 <sup>a</sup> )	-0.03590 (-0.89576)	0.08424 (1.97736 <sup>b</sup> )	-0.04076 (-0.95677)
<b>FF</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.24479 (13.91009 <sup>a</sup> )	0.11979 (6.80694 <sup>a</sup> )	0.20838 (11.96837 <sup>a</sup> )	0.08338 (4.78898 <sup>a</sup> )	0.24271 (13.65702 <sup>a</sup> )	0.11771 (6.62341 <sup>a</sup> )	0.16399 (8.84493 <sup>a</sup> )	0.03899 (2.10312 <sup>b</sup> )
<b>HFL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.14030 (17.64534 <sup>a</sup> )	0.01530 (1.92406 <sup>c</sup> )	0.14016 (17.60472 <sup>a</sup> )	0.01516 (1.90428 <sup>c</sup> )	0.14714 (18.15307 <sup>a</sup> )	0.02214 (2.73145 <sup>a</sup> )	0.11217 (14.46535 <sup>a</sup> )	-0.01283 (-1.65413 <sup>c</sup> )
<b>IRL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.05268 (3.10794 <sup>a</sup> )	-0.07232 (-4.26719 <sup>a</sup> )	0.02164 (1.28823)	-0.10336 (-6.15430 <sup>a</sup> )	0.03048 (1.85359 <sup>c</sup> )	-0.09452 (-5.74876 <sup>a</sup> )	0.01532 (0.89694)	-0.10968 (-6.41910 <sup>a</sup> )
<b>LIT</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.26807 (6.29700 <sup>a</sup> )	0.14307 (3.36076 <sup>a</sup> )	0.26565 (6.24021 <sup>a</sup> )	0.14065 (3.30396 <sup>a</sup> )	0.33479 (9.14337 <sup>a</sup> )	0.20979 (5.72956 <sup>a</sup> )	0.22673 (5.45244 <sup>a</sup> )	0.10173 (2.44645 <sup>b</sup> )
<b>PTA</b> (19-6-89 a 31-12-94)	0.04051 (0.99209)	-0.08449 (-2.06890 <sup>b</sup> )	0.00732 (0.23686)	-0.11768 (-3.80866 <sup>a</sup> )	0.06773 (2.08790 <sup>b</sup> )	-0.05727 (-1.76526 <sup>c</sup> )	0.04907 (1.42321)	-0.07593 (-2.20216 <sup>b</sup> )
<b>UKL</b> (8-10-90 a 31-12-94)	-0.06633 (-1.49506)	-0.19133 (-4.31252 <sup>a</sup> )	-0.03102 (-0.86801)	-0.15602 (-4.36590 <sup>a</sup> )	-0.00795 (-0.26881)	-0.13295 (-4.49658 <sup>a</sup> )	0.04937 (1.26339)	-0.07563 (-1.93560 <sup>c</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Grupo de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Subgrupos de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: [BFR, DKR, FF y HFL], [ESC, LIT y PTA] y [IRL y UKL].

Además de los rendimientos estimados total y neto, hemos examinado también otras dos medidas de rentabilidad: la *ratio de rentabilidad ideal* y la *ratio de Sharpe*. Consideraremos una versión de la ratio de rentabilidad ideal que mide los rendimientos netos de un sistema de predicción frente a un predictor perfecto, y se calcula por:

$$R_I = \frac{\sum_{t=i_0}^{i_0+T} \hat{z}_t \cdot r_t + ncp \cdot \{\ln(1-c) - \ln(1+c)\}}{\sum_{t=i_0}^{i_0+T} |r_t| + ncp \cdot \{\ln(1-c) - \ln(1+c)\}}$$

Según la ecuación anterior, se obtendrá el valor  $R_I = 1$  si la variable posición recomendada  $\hat{z}_t$  indica la posición correcta para todas las observaciones de la muestra de predicción considerada. Si todas las posiciones recomendadas de transacción son erróneas, entonces el valor de esta medida será  $R_I = -1$ . Un valor  $R_I = 0$  puede considerarse como una cota para evaluar la realización de una estrategia de inversión.

La ratio de Sharpe es sencillamente el rendimiento medio neto de una estrategia de inversión dividido por su desviación estándar:

$$S_R = \frac{\mu_{R_N}}{\sigma_{R_N}}$$

Como se puede apreciar, cuanto mayor es la ratio de Sharpe, mayor es el rendimiento estimado neto medio y menor es la volatilidad.

Los resultados anualizados de estas dos medidas de rentabilidad adicionales se presentan en el cuadro 5.5.3, en el cual observamos que los predictores por ocurrencias análogas (NN y SNN) muestran ratios de rentabilidad ideal para todas las monedas excepto la libra esterlina (UKL) sorprendentemente mejores respecto a los obtenidos por el predictor lineal tradicional. En cuatro de los nueve casos dicha ratio es positiva: corona danesa (DKR), franco francés (FF), florín holandés (HFL) y lira italiana (LIT) oscilando entre 0.13441 y 0.22554, y sólo en tres de éstos (salvo el florín holandés) ocurre con el predictor lineal, siendo su valor máximo 0.10937. El patrón que sigue la ratio de Sharpe es muy similar: el uso de predictores no lineales transformados en sencillas reglas de contratación produce ratios de Sharpe mayores en ocho de los nueve casos, siendo nuevamente la excepción el tipo de cambio de la libra esterlina (UKL) próximo a cero -0.06501, aunque negativo.

Cuadro 5.5.3: Ratio de rentabilidad ideal y ratio de Sharpe

Modelos predictivos Tipos de cambio	NN (1)		SNN (2)		SNN (3)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$
<b>BFR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.54789	-0.15834	-0.54199	-0.15668	-0.51270	-0.14842	-1.04164	-0.29725
<b>DKR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.23879	0.16348	0.26942	0.18571	0.27527	0.19001	0.17908	0.12116
<b>ESC</b> (6-4-92 a 31-12-94)	-0.17934	-0.08796	-0.07437	-0.03658	-0.06948	-0.03418	-0.07888	-0.03879
<b>FF</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.25989	0.18354	0.18090	0.12535	0.25539	0.18015	0.08460	0.05756
<b>HFL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.13563	0.05554	0.13441	0.05503	0.19628	0.08144	-0.11372	-0.04453
<b>IRL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.28386	-0.10451	-0.40569	-0.14900	-0.37099	-0.13632	-0.43046	-0.15806
<b>LIT</b> (13-1-87 a 31-12-94)	0.15381	0.09408	0.15121	0.09247	0.22554	0.13918	0.10937	0.06660
<b>PTA</b> (19-6-89 a 31-12-94)	-0.13592	-0.07321	-0.18933	-0.10192	-0.09213	-0.04968	-0.12215	-0.06582
<b>UKL</b> (8-10-90 a 31-12-94)	-0.29318	-0.16458	-0.23907	-0.13403	-0.20372	-0.11418	-0.11590	-0.06501

Notas:

- (1) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (2) Grupo de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (3) Subgrupos de series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: [BFR, DKR, FF y HFL], [ESC, LIT y PTA] y [IRL y UKL].

## 5.6 Comparación con las reglas técnicas basadas en medias móviles

La utilización de las reglas técnicas medias móviles en los mercados financieros ha provocado, como ya hemos analizado, numerosos estudios académicos que pretenden desvelar su validez económica como instrumento de seguimiento de tendencia. En este apartado pretendemos comparar los rendimientos obtenidos tras la aplicación de nuestra sencilla regla de transacción con los generados por las reglas técnicas de medias móviles.

Las longitudes de las medias móviles, corta y larga, han sido seleccionadas siguiendo a Brock *et al.*, permitiendo las combinaciones descritas en el apartado 1.2.2.2 del capítulo I, es decir [1,50], [1,100], [1,200], [5,50], [5,100] y [5, 200].

Los resultados que se derivan de los cuadros 5.6.1 al 5.6.3 nos muestran que las reglas técnicas de contratación ampliamente empleadas por los agentes en los mercados cambiarios producen, en general, peores resultados en términos de los indicadores propuestos, que los proporcionados por nuestra estrategia no lineal de transacción. Esta conclusión se puede apreciar para el período completo de predicción en el conjunto de series examinadas salvo para el tipo de cambio de la libra esterlina (UKL). Respecto a la estrategia basada en las predicciones lineales tradicionales, el resultado es similar, excepto para la libra esterlina y peseta española (PTA) en las que el predictor lineal produce mejores resultados salvo para la combinación [1,50] de la estrategia basada en las medias móviles.

Cuadro 5.6.1: Comportamiento de las reglas técnicas medias móviles (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	P(compra)	P(venta)										
<b>BFR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	46.92645	53.07355	45.88364	54.11636	47.58507	52.41493	46.87157	53.12843	45.33480	54.66520	46.76180	53.23820
<b>DKR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	51.70697	48.29303	53.12945	46.87055	54.05405	45.94595	50.07112	49.92888	52.13371	47.86629	52.91607	47.08393
<b>ESC</b> (6-4-92 a 31-12-94)	67.36334	32.63666	70.25723	29.74277	76.52733	23.47267	67.52412	32.47588	69.13183	30.86817	75.72347	24.27653
<b>FF</b> (13-1-87 a 31-12-94)	53.62527	46.37473	59.79899	40.20101	61.23475	38.76525	54.70208	45.29792	59.94257	40.05743	61.66547	38.33453
<b>HFL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	43.69190	56.30810	40.50465	59.49535	39.84064	60.15936	40.77025	59.22975	37.98141	62.01859	37.25100	62.74900
<b>IRL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	52.10793	47.89207	61.43901	38.56099	64.30579	35.69421	50.87128	49.12872	60.93311	39.06689	64.02473	35.97527
<b>LIT</b> (13-1-87 a 31-12-94)	63.03075	36.96925	71.74231	28.25769	78.91654	21.08346	63.90922	36.09078	72.91362	27.08638	79.06296	20.93704
<b>PTA</b> (19-6-89 a 31-12-94)	64.22505	35.77495	77.60085	22.39915	74.52229	25.47771	64.22505	35.77495	78.13163	21.86837	74.73461	25.26539
<b>UKL</b> (8-10-90 a 31-12-94)	56.84105	43.15895	61.56942	38.43058	61.56942	38.43058	56.63984	43.36016	61.56942	38.43058	61.87123	38.12877

Notas:

(1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.6.2: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
<b>BFR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.04374 (-5.00541 <sup>a</sup> )	-0.16874 (-19.31036 <sup>a</sup> )	-0.02818 (-3.50747 <sup>a</sup> )	-0.15318 (-19.06783 <sup>a</sup> )	-0.02979 (-3.62002 <sup>a</sup> )	-0.15479 (-18.81129 <sup>a</sup> )	-0.00350 (-0.48542)	-0.12850 (-17.80629 <sup>a</sup> )	-0.00714 (-0.97056)	-0.13214 (-17.95020 <sup>a</sup> )	-0.00569 (-0.79813)	-0.13069 (-18.34455 <sup>a</sup> )
<b>DKR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.17338 (-6.19988 <sup>a</sup> )	-0.29838 (-10.66974 <sup>a</sup> )	-0.13117 (-5.06198 <sup>a</sup> )	-0.25617 (-9.88574 <sup>a</sup> )	-0.13670 (-5.42080 <sup>a</sup> )	-0.26170 (-10.37781 <sup>a</sup> )	-0.05157 (-2.77682 <sup>a</sup> )	-0.17657 (-9.50695 <sup>a</sup> )	-0.03228 (-2.05156 <sup>b</sup> )	-0.15728 (-9.99674 <sup>a</sup> )	-0.04063 (-2.56564 <sup>b</sup> )	-0.16563 (-10.45956 <sup>a</sup> )
<b>ESC</b> (6-4-92 a 31-12-94)	0.03165 (0.74548)	-0.09335 (-2.19899 <sup>b</sup> )	0.03854 (1.11451)	-0.08646 (-2.50062 <sup>b</sup> )	0.03813 (1.07817)	-0.08687 (-2.45679 <sup>b</sup> )	0.06734 (1.79606 <sup>c</sup> )	-0.05766 (-1.53794)	0.03290 (0.92581)	-0.09210 (-2.59190 <sup>a</sup> )	0.03909 (1.13325)	-0.08591 (-2.49091 <sup>b</sup> )
<b>FF</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.11151 (-5.59224 <sup>a</sup> )	-0.23651 (-11.86075 <sup>a</sup> )	-0.07449 (-4.23576 <sup>a</sup> )	-0.19949 (-11.34359 <sup>a</sup> )	-0.06569 (-4.43431 <sup>a</sup> )	-0.19069 (-12.87177 <sup>a</sup> )	-0.00854 (-0.69262)	-0.13354 (-10.82870 <sup>a</sup> )	-0.02043 (-1.84767)	-0.14543 (-13.15031 <sup>a</sup> )	-0.02113 (-1.82794 <sup>c</sup> )	-0.14613 (-12.64318 <sup>a</sup> )
<b>HFL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.11313 (-11.63806 <sup>a</sup> )	-0.23813 (-24.49755 <sup>a</sup> )	-0.09844 (-8.89178 <sup>a</sup> )	-0.22344 (-20.18307)	-0.08451 (-8.35453)	-0.20951 (-20.71219 <sup>a</sup> )	-0.03238 (-5.96579 <sup>a</sup> )	-0.15738 (-28.99518 <sup>a</sup> )	-0.02372 (-4.71028 <sup>a</sup> )	-0.14872 (-29.52787 <sup>a</sup> )	-0.02224 (-4.68540 <sup>a</sup> )	-0.14724 (-31.01566 <sup>a</sup> )
<b>IRL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.03779 (-2.33943 <sup>b</sup> )	-0.16279 (-10.07717 <sup>a</sup> )	-0.02424 (-1.63874)	-0.14924 (-10.08918 <sup>a</sup> )	-0.03080 (-1.97668 <sup>b</sup> )	-0.15580 (-9.99992 <sup>a</sup> )	-0.00650 (-0.40015)	-0.13150 (-8.10110 <sup>a</sup> )	-0.00937 (-0.64265)	-0.13437 (-9.21949 <sup>a</sup> )	-0.00985 (-0.72252)	-0.13485 (-9.88891 <sup>a</sup> )
<b>LIT</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.16643 (-3.59862 <sup>c</sup> )	-0.29143 (-6.30142 <sup>a</sup> )	-0.04490 (-1.20113)	-0.16990 (-4.54489 <sup>a</sup> )	-0.04248 (-1.15155)	-0.16748 (-4.54040 <sup>a</sup> )	-0.03321 (-0.89434)	-0.15821 (-4.26094 <sup>a</sup> )	-0.00317 (-0.09224)	-0.12817 (-3.72798 <sup>a</sup> )	-0.00084 (-0.02444)	-0.12584 (-3.65080 <sup>a</sup> )
<b>PTA</b> (19-6-89 a 31-12-94)	0.06261 (1.74846 <sup>c</sup> )	-0.06239 (-1.74251 <sup>c</sup> )	0.01930 (0.49241)	-0.10570 (-2.69699 <sup>a</sup> )	0.04731 (1.27480)	-0.07769 (-2.09374 <sup>b</sup> )	0.04828 (1.28935)	-0.07672 (-2.04896 <sup>b</sup> )	0.03675 (0.97683)	-0.08825 (-2.34592 <sup>b</sup> )	0.03488 (0.92897)	-0.09012 (-2.39978 <sup>b</sup> )
<b>UKL</b> (8-10-90 a 31-12-94)	0.05605 (1.45032)	-0.06895 (-1.78409 <sup>c</sup> )	0.00759 (0.19517)	-0.11741 (-3.01942 <sup>a</sup> )	0.01386 (0.36124)	-0.11114 (-2.89585 <sup>a</sup> )	0.03519 (0.91241)	-0.08981 (-2.32838 <sup>b</sup> )	0.01107 (0.28505)	-0.11393 (-2.93460 <sup>a</sup> )	0.00762 (0.19434)	-0.11738 (-2.99397 <sup>a</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.6.3: Ratio rentabilidad ideal y ratio de Sharpe

Combinación (1) Tipos de cambio	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_I$	$S_{\hat{R}}$										
<b>BFR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-1.49246	-0.42845	-1.35482	-0.38754	-1.36906	-0.39173	-1.13659	-0.32430	-1.16880	-0.33354	-1.15589	-0.32983
<b>DKR</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.52248	-0.34825	-0.44857	-0.29640	-0.45824	-0.30309	-0.30919	-0.20234	-0.27540	-0.18003	-0.29002	-0.18967
<b>ESC</b> (6-4-92 a 31-12-94)	-0.18065	-0.08861	-0.16732	-0.08208	-0.16811	-0.08247	-0.11158	-0.05482	-0.17823	-0.08742	-0.16625	-0.08156
<b>FF</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.51315	-0.34373	-0.43282	-0.28784	-0.41373	-0.27479	-0.28973	-0.19159	-0.31554	-0.20873	-0.31704	-0.20973
<b>HFL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-2.11116	-0.82773	-1.98092	-0.76247	-1.85743	-0.70456	-1.39529	-0.51191	-1.31855	-0.48251	-1.30541	-0.47753
<b>IRL</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.63894	-0.23490	-0.58575	-0.21516	-0.61148	-0.22470	-0.51610	-0.18947	-0.52737	-0.19362	-0.52928	-0.19432
<b>LIT</b> (13-1-87 a 31-12-94)	-0.31331	-0.18984	-0.18266	-0.11008	-0.18005	-0.10850	-0.17008	-0.10248	-0.13779	-0.08300	-0.13529	-0.08150
<b>PTA</b> (19-6-89 a 31-12-94)	-0.10038	-0.05411	-0.17005	-0.09155	-0.12500	-0.06734	-0.12343	-0.06650	-0.14198	-0.07647	-0.14498	-0.07808
<b>UKL</b> (8-10-90 a 31-12-94)	-0.10565	-0.05928	-0.17991	-0.10083	-0.17030	-0.09545	-0.13762	-0.07716	-0.17458	-0.09785	-0.17987	-0.10081

Notas:

(1) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

## 5.7 Rendimientos del análisis técnico e intervención de los bancos centrales

### 5.7.1 Introducción

En este apartado presentamos evidencia adicional sobre la correlación positiva entre los rendimientos procedentes del análisis técnico y los períodos de intervención de los bancos centrales en defensa de sus divisas. Con este fin, se evalúan los rendimientos de una estrategia de contratación basada en los predictores por ocurrencias análogas que puede considerarse como una generalización de los métodos gráficos ampliamente empleados en los mercados financieros.

Se utilizarán series diarias de tipos de cambios frente al dólar estadounidense de dos importantes mercados internacionales como son el marco alemán y el yen japonés. El período de predicción abarca desde el 1 de febrero de 1982 hasta el 31 de diciembre de 1996.

Como se señaló en el apartado 1.2.2 de esta Tesis, el análisis técnico emplea información gráfica de los movimientos de los precios de un activo con la intención de inferir la evolución futura y, de este modo, construir predicciones que guíen las decisiones de compraventa en los mercados financieros. Numerosos trabajos proporcionan evidencia de la capacidad de las reglas técnicas en la generación de señales de inversión con valor económico en dichos mercados.

En particular, trabajos recientes han descubierto que los excesos de rendimientos obtenidos a través de reglas técnicas de contratación en los mercados de tipos de cambio son altos durante los períodos de intervención de los bancos centrales (véanse Szakmary y Mathur (1997), Neely y Weller (1997) y LeBaron (1999)).

La evidencia empírica ha limitado, en general, su atención a las reglas de medias móviles, que son fáciles de expresar algebraicamente. De acuerdo con estos instrumentos de seguimiento de la tendencia de los precios de un determinado activo financiero, las señales de compra y venta son generadas por dos medias móviles de los niveles de las series de tipos de cambio: una media de longitud larga y otra de longitud corta. Una forma sencilla de contratación basada en la utilización de las medias móviles consiste en el análisis de las intersecciones que se producen entre sus gráficas. Se genera una señal de compra (venta) cuando la media de longitud corta atraviesa a la media de longitud larga, manteniéndose por

encima (debajo), ya que este fenómeno se interpreta como un indicador de comienzo de una tendencia alcista (bajista).

El hecho de que esta información pudiese ser utilizada en una estrategia de contratación beneficiosa en los mercados cambiarios implicaría que el análisis técnico basado en las reglas de medias móviles sería capaz de extraer cierta información acerca de la estructura oculta del proceso de generación de datos de las series de tipos de cambio, proceso éste que es "demasiado complejo, de corto plazo o no lineal para ser explicado adecuadamente en el actual estado de la economía financiera" (Taylor, 1992).

Sin embargo, existen otras muchas técnicas gráficas como se ha descrito en el citado apartado, que son no lineales y excesivamente complejas para expresarse de forma algebraica. Clyde y Osler (1997) muestran que los métodos no lineales de predicción por ocurrencias análogas pueden considerarse como una generalización de estos métodos gráficos. Como hemos podido comprobar en anteriores apartados, esta técnica de aproximación se basa en la literatura sobre los sistemas dinámicos, y se engloba dentro de una clase general de modelos conocidos como *regresiones robustas*. Dicha técnica funciona seleccionando segmentos geométricos, en el pasado de las series temporales, similares al último segmento disponible de la observación que se quiere predecir (véanse Stone (1977), Cleveland (1979) y Härdle y Linton (1994)). Por tanto, más que extrapolar los valores pasados en el futuro inmediato como intentan las reglas de medias móviles, los métodos de predicción por ocurrencias análogas seleccionan a priori las observaciones relevantes. Esta adecuada selección se realiza sobre las trayectorias geométricas de los niveles de precios, no sobre su localización temporal.

Fernández y Sosvilla (1998) presentan evidencia empírica sobre las posibilidades predictivas, a corto plazo, en algunas monedas participantes en el Mecanismo de Tipos de Cambio e Intervención del Sistema Monetario Europeo. Además, Fernández *et al.* (1999) sugieren que los predictores por ocurrencias análogas calculados recursivamente, cuando son comparados con un modelo de paseo aleatorio y los tradicionales modelos ARIMA, producen mejoras en la predicción de las predicciones puntuales, y mejoran claramente a ambos tipos de modelos en la predicción direccional. Este último descubrimiento constituye una primera señal en consonancia con las prácticas deducidas de los métodos gráficos. Los métodos gráficos no pueden ser utilizados para realizar predicciones puntuales, en cambio éstas sí pueden emplearse para indicar la futura dirección de los movimientos subyacentes a la cotización de una moneda.

### 5.7.2 Aplicación a las series de tipos de cambio

Con el objetivo inicial de intentar proporcionar evidencia adicional sobre la correlación positiva entre los rendimientos procedentes de las reglas técnicas de contratación, y a diferencia de trabajos anteriores, las predicciones generadas por los métodos de predicción por ocurrencias análogas pueden transformarse en una sencilla estrategia de contratación. Los rendimientos obtenidos por medio de dicha estrategia se evalúan sobre el período muestral completo y sobre el mismo período después de haber eliminado los días donde se produjeron intervenciones por parte de los bancos centrales de las divisas analizadas.

Esta estrategia de inversión ha sido aplicada a series diarias de tipos de cambio del dólar estadounidense, utilizando datos de compra tomados a mediodía en la ciudad de Nueva York. A la hora de evaluar los rendimientos extraordinarios ha de tenerse en cuenta el coste de oportunidad de mantener activos denominados en distintas monedas empleando para ello datos diarios de tipos de interés nominal de un día para otro, recogidos por el Banco de Pagos Internacionales a las 9:00 a. m. (GMT). Finalmente, con el propósito de eliminar los días donde se produjeron intervenciones, se utilizan los datos diarios de intervención estadounidense, en millones de dólares, hechos públicos por la Reserva Federal estadounidense.

Con el fin de evaluar la rentabilidad de dicha estrategia, hemos calculado un conjunto de indicadores similares a los presentados en el apartado 5.5: rendimiento medio anualizado (total y neto), ratio de rendimiento ideal, ratio de Sharpe y predicción direccional. Además, y a efectos comparativos, hemos evaluado también el rendimiento medio neto anualizado de una estrategia sencilla de “comprar y mantener”.

La base de datos utilizada en este apartado comprende el período muestral desde el 1 de marzo de 1973 al 31 de diciembre de 1996, excepto para los datos de los tipos de interés que se refieren al período desde el 1 de febrero de 1982 al 31 de diciembre de 1996. Este último hecho determina que, aunque a la hora de establecer predicciones por analogías utilicemos recursivamente el período 1 de marzo de 1973 al 31 de diciembre de 1996, el período de predicción se limite al comprendido entre el 1 de febrero de 1982 y el 31 de diciembre de 1996.

En el cuadro 5.7.1 se presentan los resultados obtenidos para los distintos indicadores de rentabilidad cuando la regla técnica de compraventa basada en los predictores por ocurrencias análogas se aplica a la totalidad del período de predicción (1-2-1982 a 31-12-1996). Como puede observarse, la regla técnica de contratación basada en los predictores por analogías genera un rendimiento medio neto anualizado del 2.290% para el caso dólar estadounidense/marco alemán, mientras dicho rendimiento sería del -2.754% si se hubiese seguido una estrategia alternativa de comprar y mantener. Para el tipo de cambio dólar estadounidense/yen japonés, se estima un rendimiento medio neto anualizado del 1.922% y del -4.609% para la regla técnica de contratación basada en los predictores por analogías y para la regla de comprar y mantener, respectivamente.

Además, en el cuadro 5.7.1 se observa cómo, de haber seguido la técnica basada en los predictores por analogías, el porcentaje de aciertos en el signo sería del 52.89% y 51.61% para los tipos de cambio dólar estadounidense/marco alemán y dólar estadounidense/yen japonés, respectivamente, batiendo claramente al paseo aleatorio en capacidad predictiva direccional.

En cuanto a la ratio de rendimiento ideal asociado a nuestra regla no lineal de contratación, su valor neto anualizado es en ambos casos mayor que cero, con valores de 0.1863 y 0.1738, respectivamente. Por su parte, el ratio de Sharpe presenta valores similares en magnitud en los dos casos (entorno al 0.20, concretamente 0.20852 y 0.18778, respectivamente), sugiriendo que el ratio rendimiento/riesgo es similar para ambos tipos de cambio.

Es interesante señalar que nuestra regla de contratación genera más señales de venta que de compra en el caso del tipo de cambio dólar estadounidense/marco (una diferencia de 1.48 puntos porcentuales), mientras que para el caso del dólar estadounidense/yen japonés se generan más señales de compra (una diferencia de 1.49 puntos porcentuales). Además, la desviación típica de los rendimientos medios totales anualizados es en todos los casos mayor para el tipo de cambio dólar estadounidense/marco alemán.

Cuadro 5.7.1: Resultados para el período de predicción completo (1)

Indíces	Dólar estadounidense	Dólar estadounidense
	vs. marco alemán	vs. yen japonés
$\hat{R}_T$ (2)	0.08540 (2.99970 <sup>a</sup> )	0.08172 (3.00970 <sup>a</sup> )
$\hat{R}_N$ (3)	0.02290 (0.80436)	0.01922 (0.70794)
Predicción direccional (4)	52.89056 (-0.31754)	51.61377 (-0.29161)
$\hat{R}_I$ (5)	0.01863	0.01738
$S_{\hat{R}}$ (6)	0.20852	0.18778
P(compra) (7)	49.74455	51.23406
P(venta) (8)	50.25544	48.76593
$\sigma_T$ (9)	0.10982	0.10237
$\sigma_c$ (10)	0.07493	0.07317
$\sigma_v$ (11)	0.07274	0.06889
Comprar y mantener (12)	-0.02754	-0.04609

Notas:

- (1) Período de predicción: 1-2-1982 a 31-12-1996.
- (2) Rendimiento medio total anualizado.
- (3) Rendimiento medio neto anualizado.
- (4) Porcentaje de correcta predicción direccional.
- (5) Ratio de rendimiento ideal neto anualizado.
- (6) Ratio de Sharpe.
- (7) Porcentaje de señales de compra.
- (8) Porcentaje de señales de venta.
- (9) Desviación típica de los rendimientos medios totales anualizados generados tanto por las señales de compra y como por las señales de venta.
- (10) Desviación típica de los rendimientos medios totales anualizados generados por las señales de compra.
- (11) Desviación típica de los rendimientos medios totales anualizados generados por las señales de venta.
- (12) Rendimiento medio total anualizado.

Con el fin de examinar la validez de la hipótesis de adicional sobre la correlación positiva entre los rendimientos procedentes del análisis técnico y los períodos de intervención de los bancos centrales, seguimos el procedimiento de LeBaron (1999) y reexaminamos los resultados de aplicar nuestras reglas técnicas de contratación una vez eliminados los rendimientos obtenidos del día  $t$  al  $t+1$  para los cuales se produjo una intervención en el día  $t$ . El cuadro 5.7.2 presentan los resultados obtenidos tras la exclusión de los días en los que la Reserva Federal estadounidense intervino en el mercado cambiario.

Como puede observarse al comparar los cuadros 5.7.1 y 5.7.2, se obtiene evidencia empírica de que los rendimientos son más bajos cuando no se registra intervención en el día  $t$ . Los rendimientos medios netos anualizados derivados de nuestra regla de contratación son ahora negativos (-0.746% para el dólar estadounidense/marco alemán y -1.990% para el dólar estadounidense/yen japonés), mientras que para el caso de la regla alternativa de comprar y mantener dichos rendimientos mantienen el mismo orden de magnitud que cuando se consideraban todas las observaciones (-2.936% para el dólar estadounidense/marco alemán y -4.873% para el dólar estadounidense/yen japonés). Además, se registra una importante reducción en los valores estimados tanto para el ratio de rendimiento ideal como para el ratio de Sharpe, que pasan a ser ahora negativos.

Respecto a la predicción direccional, se observa también una reducción en la capacidad de predecir correctamente el signo de la variación en el tipo de cambio, mayor para el caso del dólar estadounidense/marco alemán (-2.2885 puntos porcentuales) que para el dólar estadounidense/yen japonés (0.1942 puntos porcentuales).

Por último, cabe señalar que se generan un menor número de señales de compra y de venta, al tiempo que se producen más señales de compra que de ventas para ambos tipos de cambio. Más aún, la exclusión de los días en que la autoridad monetaria estadounidense interviene en los mercados cambiarios implica un incremento en todos los indicadores de volatilidad de los rendimientos netos

Así pues, nuestros resultados constituyen una evidencia adicional de la correlación positiva entre rentabilidad de las reglas técnicas e intervención de los bancos centrales en los mercados cambiarios, sugiriendo que dicha intervención podría constituir una explicación potencial de la rentabilidad de las reglas técnicas de contratación.

Cuadro 5.7.2: Resultados cuando se excluyen los días de intervención americana (1)		
Indíces	Dólar estadounidense	Dólar estadounidense
	vs. marco alemán	vs. yen japonés
$\hat{R}_T$ (2)	0.05503 (1.83729 <sup>c</sup> )	0.04260 (1.41147)
$\hat{R}_N$ (3)	-0.00746 (-0.24926)	-0.01990 (-0.65935)
Predicción direccional (4)	50.60206 (0.02410)	51.41955 (-0.30180)
$\hat{R}_I$ (5)	-0.00596	-0.01782
$S_R$ (6)	-0.06588	-0.18623
P(compra) (7)	50.08600	51.79237
P(venta) (8)	49.91399	48.20762
$\sigma_T$ (9)	0.11333	0.10686
$\sigma_c$ (10)	0.08085	0.07377
$\sigma_v$ (11)	0.07344	0.07919
Comprar y mantener (12)	-0.02936	-0.04873

## Notas:

- (1) Período de predicción: 1-2-1982 a 31-12-1996.
- (2) Rendimiento medio total anualizado.
- (3) Rendimiento medio neto anualizado.
- (4) Porcentaje de correcta predicción direccional.
- (5) Ratio de rendimiento ideal neto anualizado.
- (6) Ratio de Sharpe.
- (7) Porcentaje de señales de compra.
- (8) Porcentaje de señales de venta.
- (9) Desviación típica de los rendimientos medios totales anualizados generados tanto por las señales de compra y como por las señales de venta.
- (10) Desviación típica de los rendimientos medios totales anualizados generados por las señales de compra.
- (11) Desviación típica de los rendimientos medios totales anualizados generados por las señales de venta.
- (12) Rendimiento medio total anualizado.



## 5.8 Apéndices



**5.8.1 Apéndice:  
Algoritmos de Casdagli y Sugihara y May**



Cuadro 5.8.1.1: Algoritmo de Casdagli, franco belga (BFR)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.00007	0.00005	0.00004	0.00005	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004
k=2%	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=3%	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=4%	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=5%	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=6%	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=7%	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=8%	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=9%	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004

Gráfico 5.2.1a: Error cuadrático medio vs. porcentaje de puntos próximos

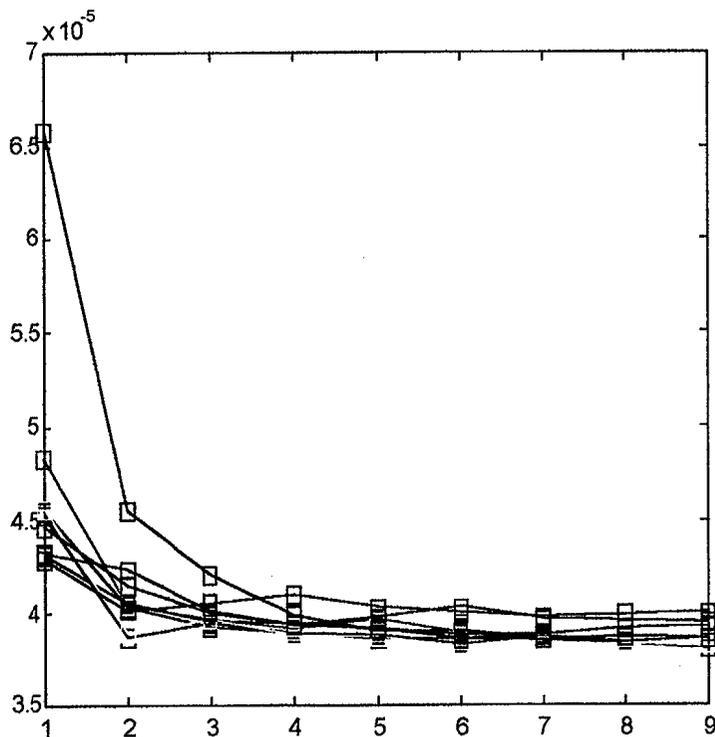
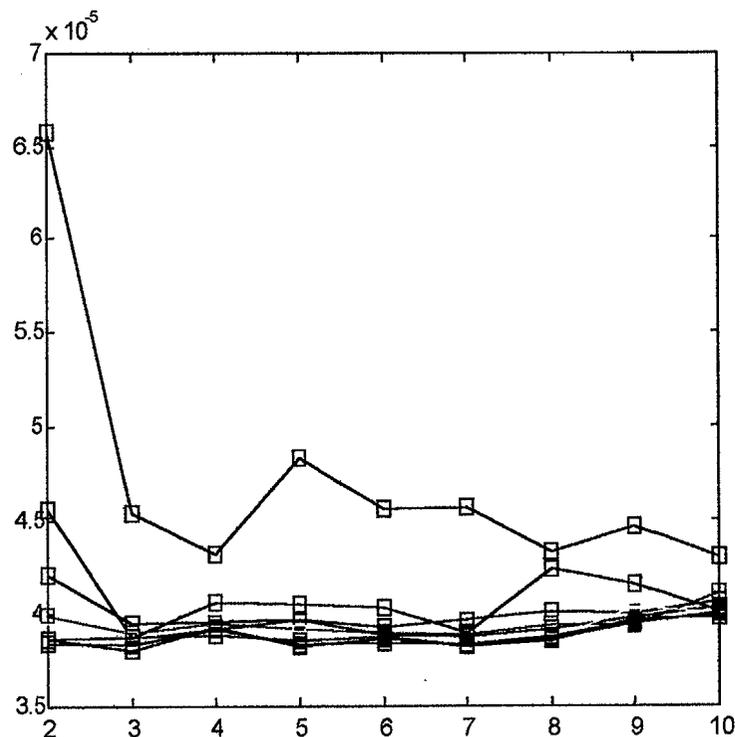


Gráfico 5.2.1b: Error cuadrático medio vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.2: Algoritmo de Sugihara y May, franco belga (BFR)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.97746	0.98422	0.98499	0.98344	0.98427	0.98424	0.98506	0.98455	0.98518
k=2%	0.98426	0.98657	0.98596	0.98598	0.98605	0.98658	0.98538	0.98566	0.98615
k=3%	0.98548	0.98632	0.98631	0.98626	0.98645	0.98635	0.98618	0.98618	0.98594
k=4%	0.98615	0.98648	0.98634	0.98645	0.98657	0.98658	0.98647	0.98639	0.98580
k=5%	0.98646	0.98658	0.98644	0.98629	0.98659	0.98660	0.98651	0.98622	0.98602
k=6%	0.98644	0.98657	0.98654	0.98654	0.98677	0.98677	0.98668	0.98603	0.98616
k=7%	0.98657	0.98656	0.98654	0.98669	0.98663	0.98677	0.98670	0.98627	0.98627
k=8%	0.98666	0.98668	0.98645	0.98677	0.98673	0.98673	0.98662	0.98633	0.98619
k=9%	0.98658	0.98680	0.98642	0.98680	0.98667	0.98679	0.98664	0.98635	0.98616

Gráfico 5.2.2a : Coeficiente de correlación vs. porcentaje de puntos próximos

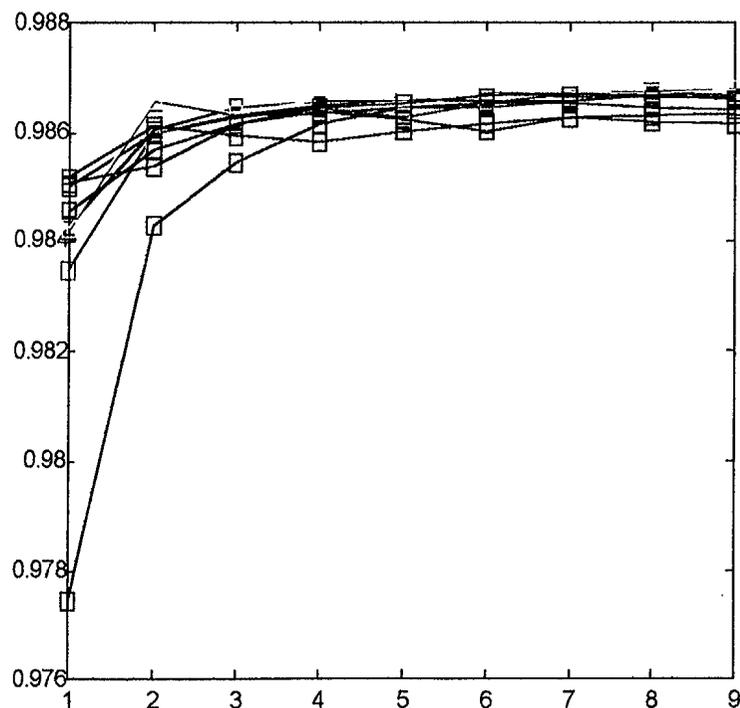
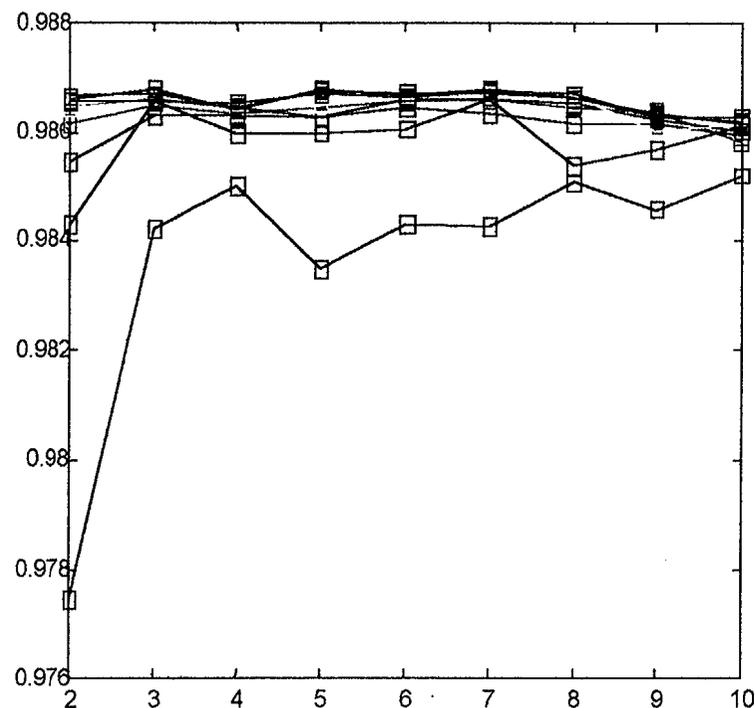


Gráfico 5.2.2b: Coeficiente de correlación vs. dimensión de inmersión



cuadro 5.8.1.3: Algoritmo de Casdagli, corona danesa (DKR)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.00917	0.00902	0.00814	0.00542	0.00924	0.00819	0.00897	0.00847	0.00954
k=2%	0.00572	0.00682	0.00479	0.00464	0.00517	0.00539	0.00539	0.00532	0.00574
k=3%	0.00499	0.00580	0.00411	0.00452	0.00454	0.00444	0.00490	0.00483	0.00463
k=4%	0.00467	0.00521	0.00429	0.00416	0.00430	0.00447	0.00463	0.00435	0.00456
k=5%	0.00461	0.00468	0.00414	0.00406	0.00409	0.00456	0.00463	0.00430	0.00438
k=6%	0.00446	0.00445	0.00409	0.00415	0.00402	0.00444	0.00455	0.00435	0.00447
k=7%	0.00439	0.00447	0.00413	0.00412	0.00414	0.00443	0.00444	0.00420	0.00469
k=8%	0.00451	0.00435	0.00406	0.00405	0.00416	0.00428	0.00446	0.00428	0.00452
k=9%	0.00445	0.00427	0.00409	0.00404	0.00408	0.00419	0.00442	0.00430	0.00440

Gráfico 5.2.3a: Error cuadrático medio vs. porcentaje de puntos próximos

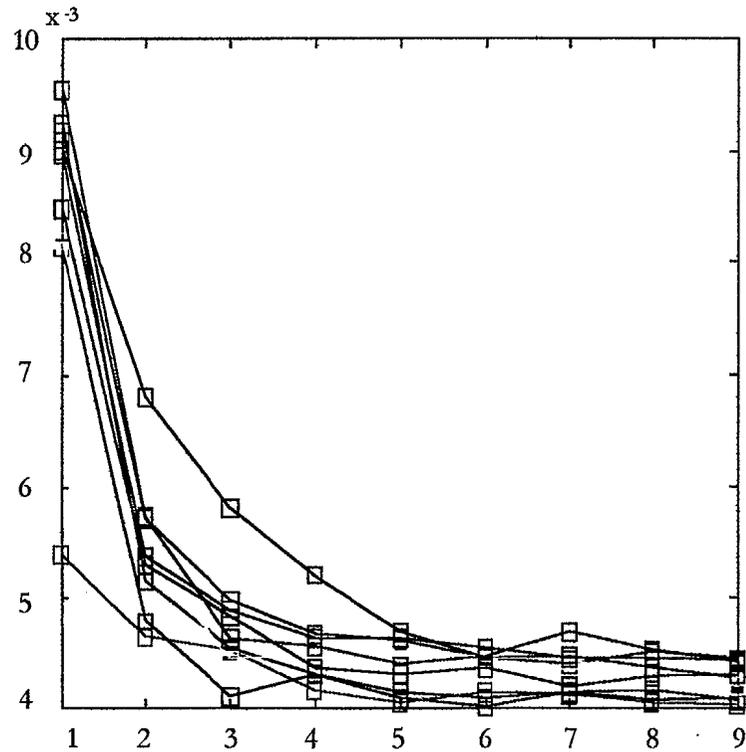
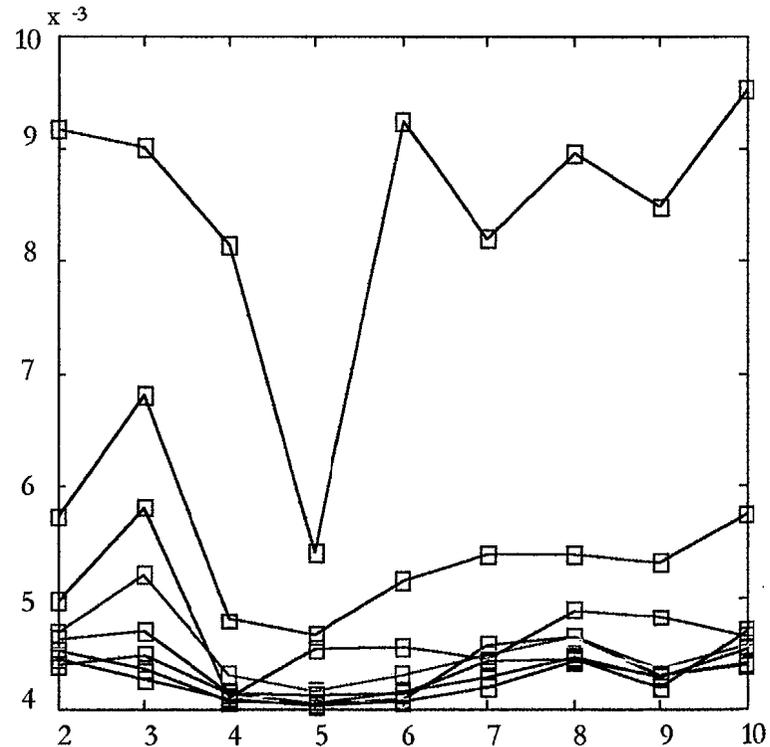


Gráfico 5.2.3b: Error cuadrático medio vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.4: Algoritmo de Sugihara y May, corona danesa (DKR)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.94316	0.94083	0.94561	0.96220	0.94085	0.94793	0.94206	0.94507	0.93880
k=2%	0.96271	0.95374	0.96663	0.96814	0.96501	0.96394	0.96353	0.96413	0.96164
k=3%	0.96618	0.95960	0.97156	0.96879	0.96903	0.96966	0.96694	0.96729	0.96860
k=4%	0.96813	0.96360	0.97017	0.97118	0.97045	0.96941	0.96850	0.97040	0.96905
k=5%	0.96835	0.96719	0.97130	0.97176	0.97179	0.96886	0.96850	0.97083	0.97049
k=6%	0.96895	0.96887	0.97171	0.97117	0.97218	0.96955	0.96900	0.97059	0.96987
k=7%	0.96930	0.96902	0.97139	0.97136	0.97130	0.96965	0.96972	0.97142	0.96846
k=8%	0.96856	0.96986	0.97184	0.97181	0.97117	0.97057	0.96953	0.97085	0.96945
k=9%	0.96902	0.97029	0.97160	0.97186	0.97178	0.97113	0.96979	0.97073	0.97019

Gráfico 5.2.4a: Coeficiente de correlación vs. porcentaje de puntos próximos

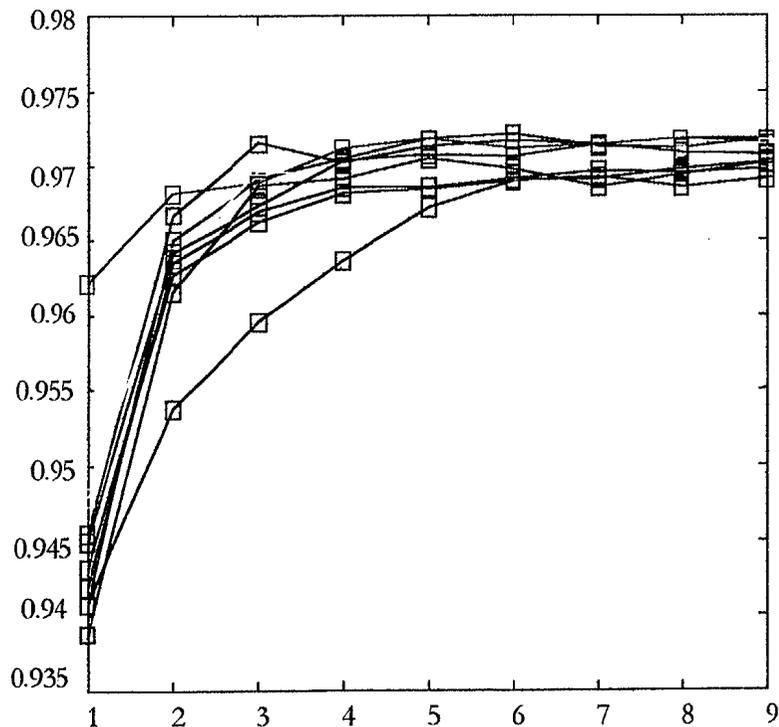
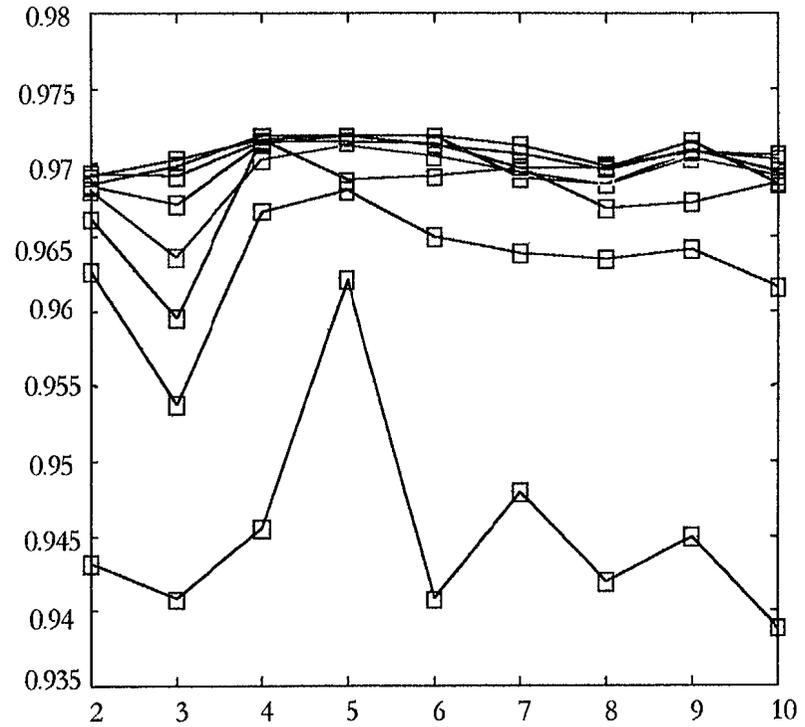


Gráfico 5.2.4b: Coeficiente de correlación vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.5: Algoritmo de Casdagli, escudo portugués (ESC)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.00001	0.00001	0.00002	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
k=2%	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
k=3%	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
k=4%	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
k=5%	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
k=6%	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
k=7%	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
k=8%	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001
k=9%	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001	0.00001

Gráfico 5.2.5a: Error cuadrático medio vs. porcentaje de puntos próximos

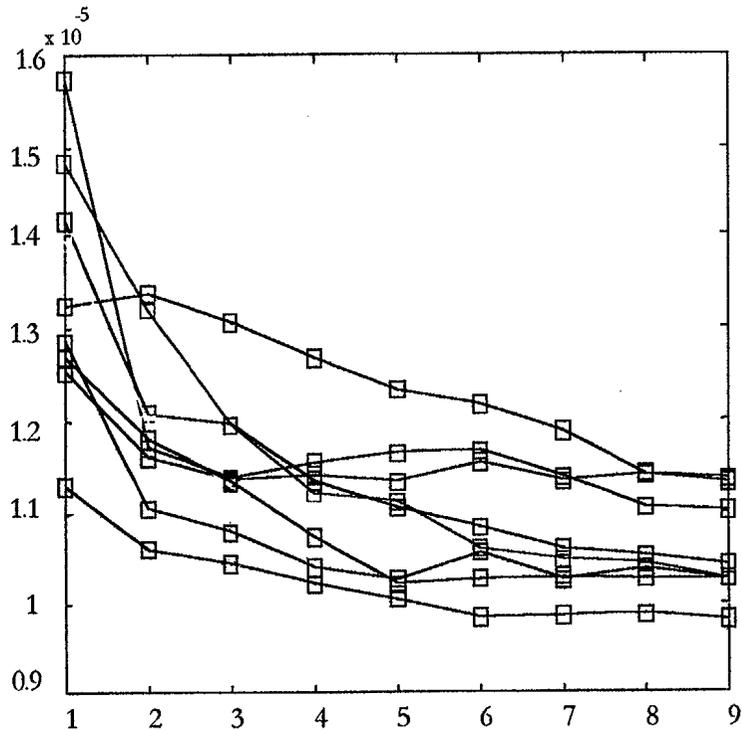
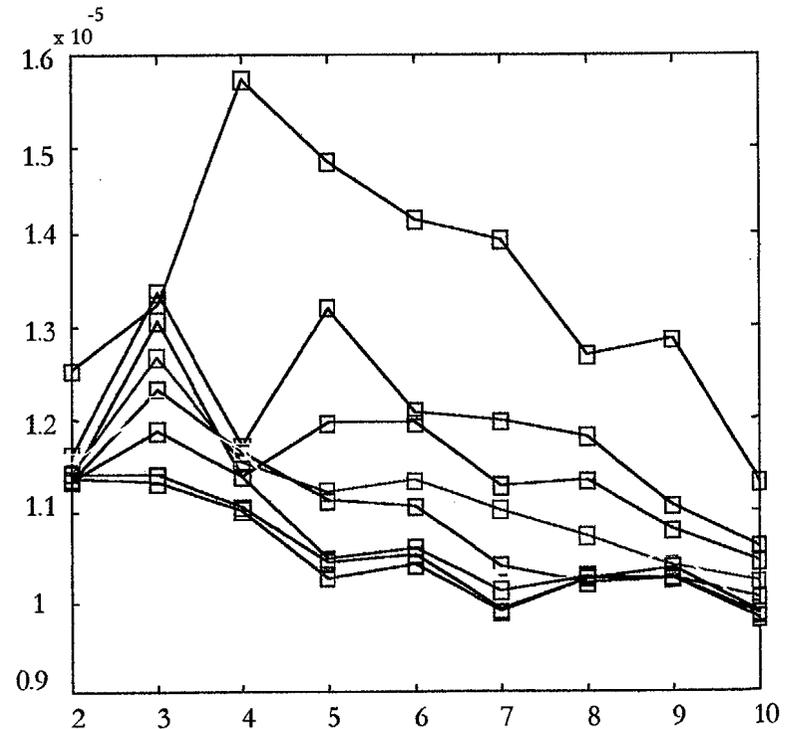


Gráfico 5.2.5b: Error cuadrático medio vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.6: Algoritmo de Sugihara y May, escudo portugués (ESC)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.96470	0.96396	0.95882	0.95863	0.96086	0.96061	0.96416	0.96407	0.96793
k=2%	0.96718	0.96255	0.96700	0.96325	0.96605	0.96659	0.96648	0.96865	0.96960
k=3%	0.96767	0.96360	0.96753	0.96606	0.96597	0.96770	0.96730	0.96929	0.96969
k=4%	0.96766	0.96469	0.96718	0.96791	0.96737	0.96813	0.96901	0.97003	0.97020
k=5%	0.96775	0.96543	0.96701	0.96795	0.96793	0.96966	0.97016	0.97017	0.97087
k=6%	0.96737	0.96590	0.96678	0.96940	0.96864	0.96999	0.96991	0.96917	0.97150
k=7%	0.96807	0.96661	0.96753	0.96969	0.96922	0.97045	0.96988	0.97019	0.97140
k=8%	0.96776	0.96756	0.96818	0.96974	0.96940	0.97108	0.96995	0.96971	0.97129
k=9%	0.96808	0.96777	0.96824	0.97022	0.96970	0.97106	0.97008	0.97007	0.97148

Gráfico 5.2.6a: Coeficiente de correlación vs. porcentaje de puntos próximos

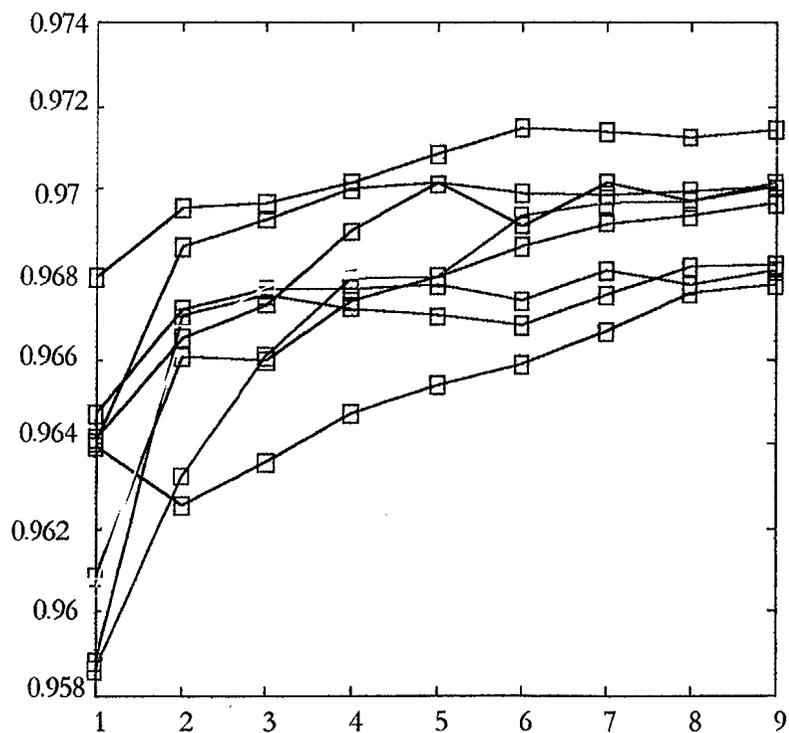
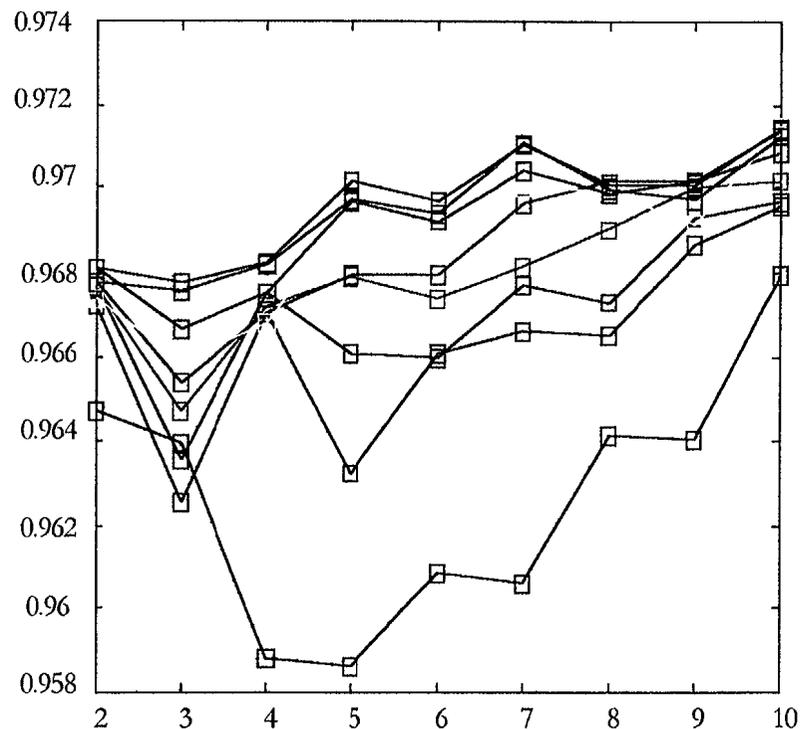


Gráfico 5.2.6b: Coeficiente de correlación vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.7: Algoritmo de Casdagli, franco francés (FF)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.01383	0.01340	0.01422	0.01386	0.01290	0.01379	0.01347	0.01313	0.01383
k=2%	0.01354	0.01355	0.01290	0.01218	0.01312	0.01295	0.01243	0.01244	0.01254
k=3%	0.01300	0.01270	0.01242	0.01197	0.01253	0.01253	0.01226	0.01223	0.01230
k=4%	0.01246	0.01234	0.01203	0.01191	0.01219	0.01229	0.01214	0.01216	0.01215
k=5%	0.01237	0.01229	0.01192	0.01201	0.01215	0.01213	0.01190	0.01190	0.01193
k=6%	0.01259	0.01225	0.01187	0.01183	0.01205	0.01202	0.01176	0.01177	0.01185
k=7%	0.01198	0.01211	0.01171	0.01183	0.01183	0.01178	0.01166	0.01168	0.01169
k=8%	0.01191	0.01213	0.01163	0.01184	0.01173	0.01171	0.01169	0.01173	0.01163
k=9%	0.01192	0.01208	0.01168	0.01174	0.01182	0.01178	0.01161	0.01171	0.01157

Gráfico 5.2.7a: Error cuadrático medio vs. porcentaje de puntos próximos

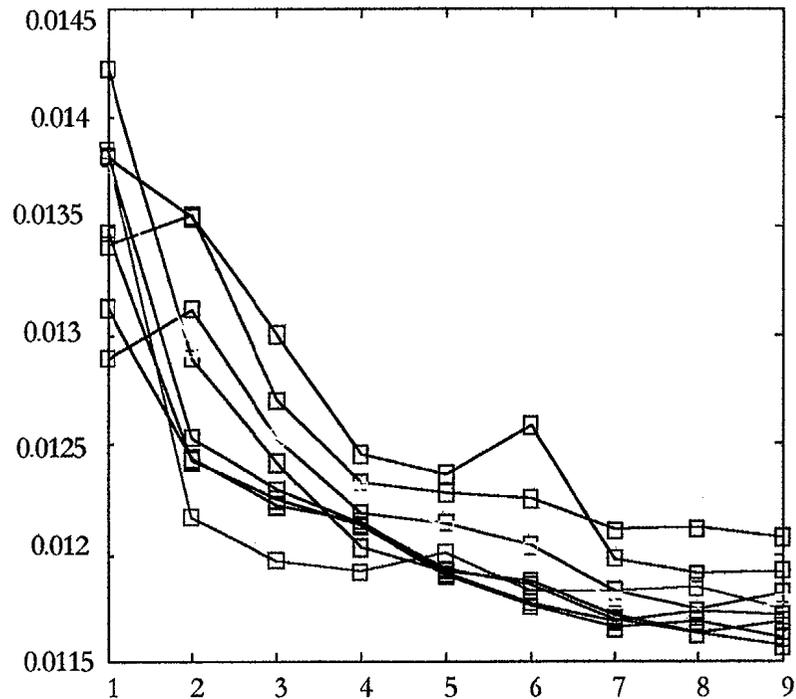
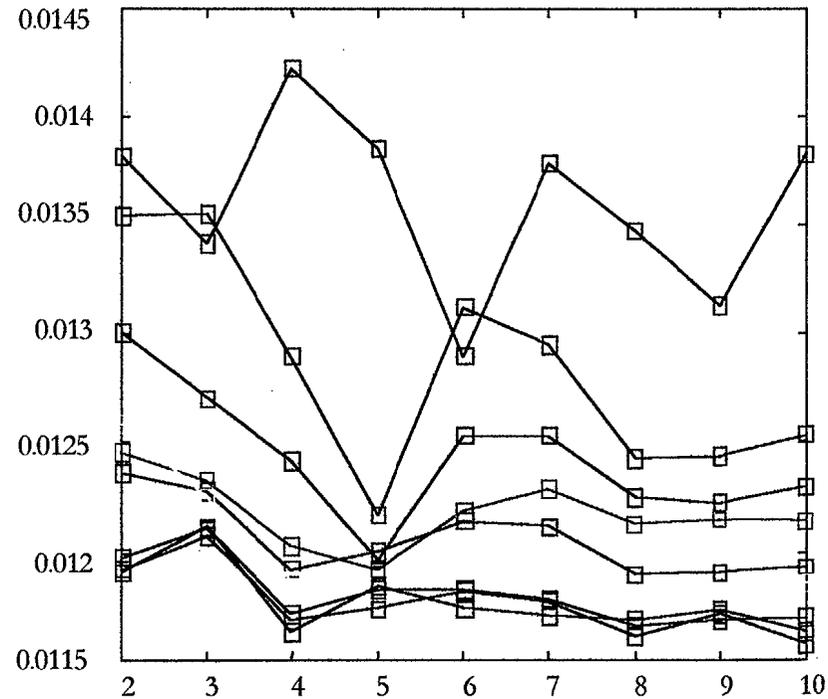


Gráfico 5.2.7b: Error cuadrático medio vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.8: Algoritmo de Sugihara y May, franco francés (FF)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.97979	0.98050	0.97916	0.97971	0.98108	0.97982	0.98026	0.98061	0.97987
k=2%	0.98054	0.98023	0.98101	0.98218	0.98074	0.98108	0.98167	0.98176	0.98172
k=3%	0.98103	0.98156	0.98184	0.98248	0.98170	0.98169	0.98206	0.98226	0.98220
k=4%	0.98178	0.98204	0.98242	0.98262	0.98223	0.98200	0.98225	0.98234	0.98241
k=5%	0.98169	0.98206	0.98261	0.98252	0.98232	0.98228	0.98251	0.98270	0.98269
k=6%	0.98144	0.98208	0.98276	0.98273	0.98246	0.98241	0.98272	0.98284	0.98276
k=7%	0.98265	0.98237	0.98296	0.98274	0.98274	0.98273	0.98288	0.98296	0.98297
k=8%	0.98269	0.98239	0.98305	0.98274	0.98288	0.98284	0.98283	0.98290	0.98305
k=9%	0.98276	0.98248	0.98297	0.98289	0.98276	0.98275	0.98294	0.98290	0.98312

Gráfico 5.2.8a: Coeficiente de correlación vs. porcentaje de puntos próximos

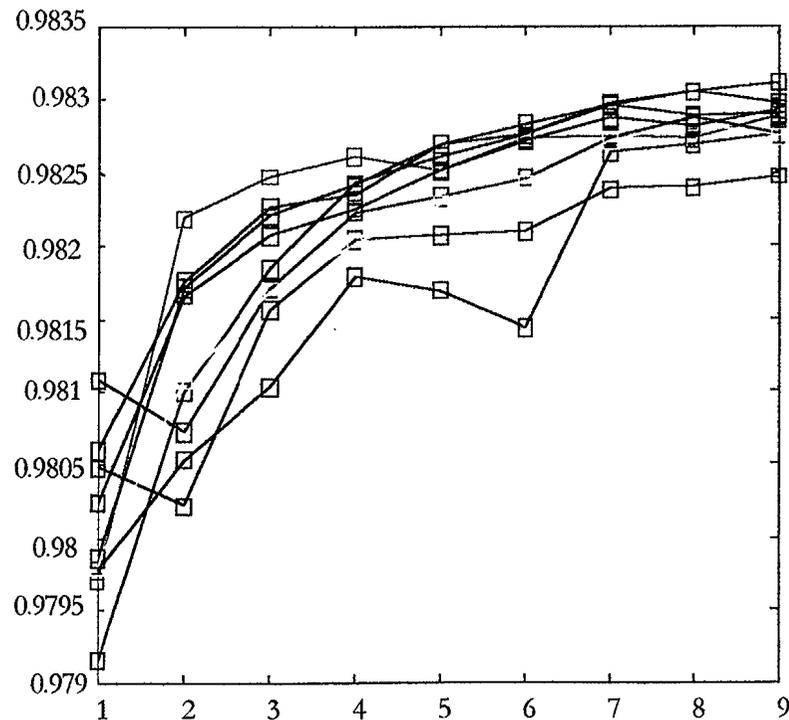
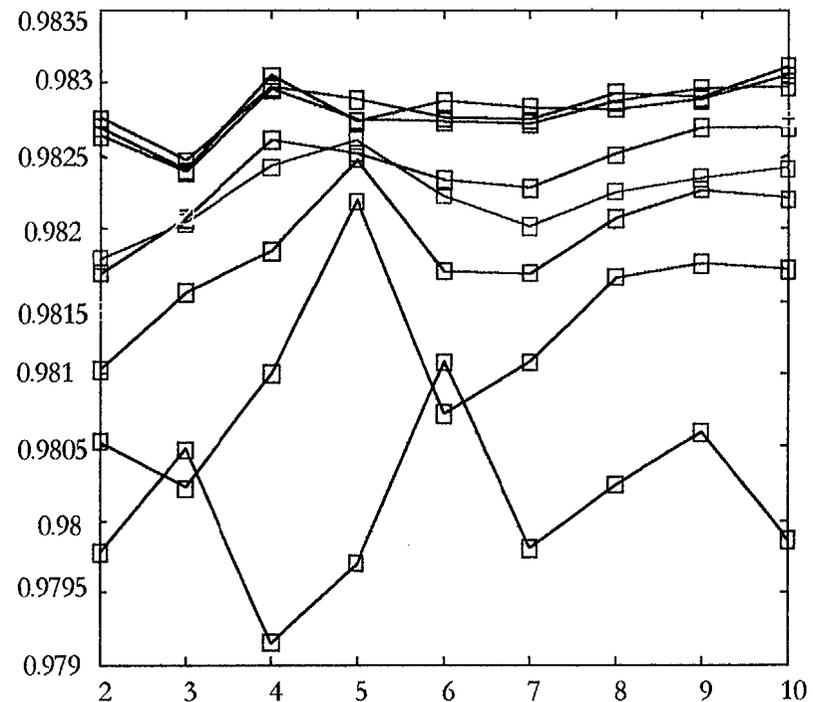


Gráfico 5.2.8b: Coeficiente de correlación vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.9: Algoritmo de Casdagli, florín holandés (HFL)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.01114	0.01076	0.01063	0.01082	0.01041	0.01091	0.01103	0.01052	0.00998
k=2%	0.01104	0.00982	0.01009	0.01018	0.01033	0.01016	0.01023	0.00987	0.00989
k=3%	0.01082	0.00980	0.00997	0.00977	0.00993	0.01004	0.00991	0.00998	0.01006
k=4%	0.01073	0.00967	0.00977	0.00971	0.00996	0.01001	0.00986	0.01002	0.01003
k=5%	0.01059	0.00986	0.00956	0.00975	0.01005	0.01009	0.01013	0.01000	0.00992
k=6%	0.01055	0.00992	0.00952	0.00962	0.00995	0.01005	0.01006	0.01003	0.00992
k=7%	0.01053	0.00982	0.00949	0.00960	0.00997	0.01006	0.01001	0.01014	0.00997
k=8%	0.01031	0.00988	0.00951	0.00971	0.01001	0.01012	0.01007	0.01008	0.00996
k=9%	0.01026	0.00988	0.00945	0.00972	0.01004	0.01014	0.01008	0.01007	0.01007

Gráfico 5.2.9a: Error cuadrático medio vs. porcentaje de puntos próximos

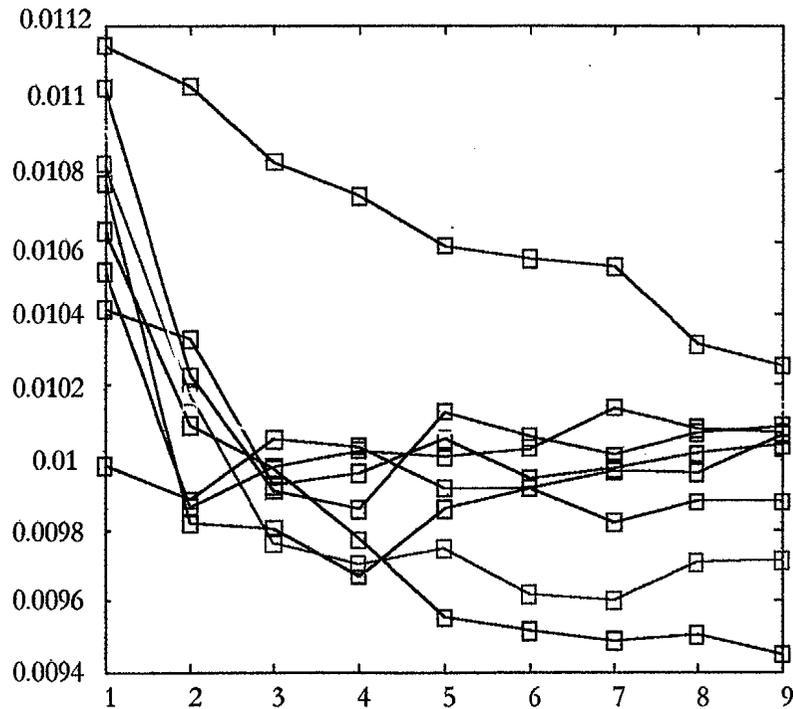
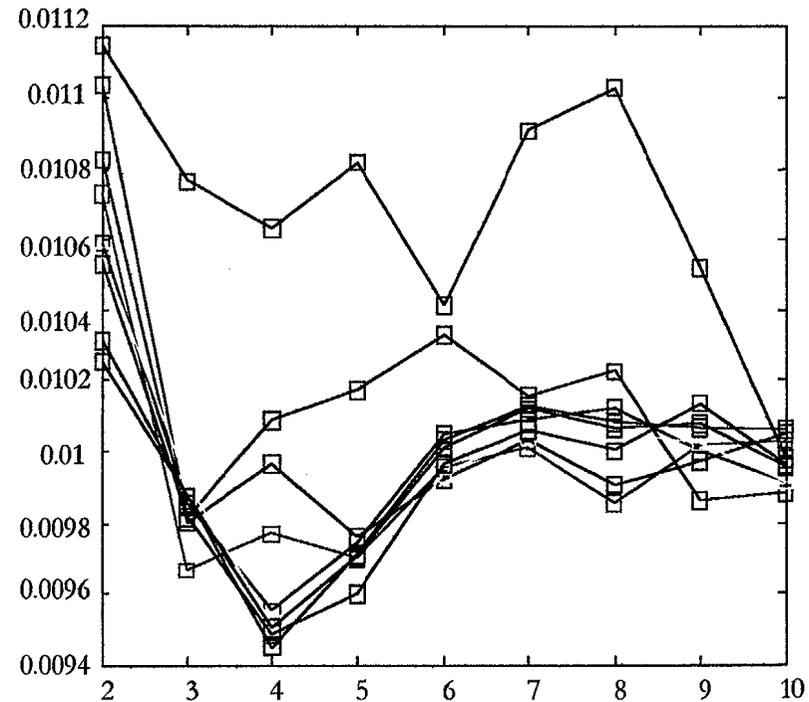


Gráfico 5.2.9b: Error cuadrático medio vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.10: Algoritmo de Sugihara y May, florín holandés (HFL)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.74642	0.75032	0.75560	0.74765	0.75629	0.74453	0.74503	0.75303	0.76809
k=2%	0.74943	0.76845	0.76524	0.75936	0.75847	0.76279	0.76264	0.76934	0.77048
k=3%	0.75390	0.77080	0.76815	0.76876	0.76766	0.76643	0.76931	0.76684	0.76680
k=4%	0.75531	0.77419	0.77275	0.77190	0.76764	0.76625	0.77033	0.76715	0.76573
k=5%	0.75817	0.77030	0.77834	0.77097	0.76586	0.76486	0.76446	0.76778	0.76805
k=6%	0.75787	0.76933	0.77859	0.77452	0.76834	0.76543	0.76630	0.76695	0.76919
k=7%	0.75843	0.77137	0.77937	0.77512	0.76829	0.76635	0.76673	0.76458	0.76787
k=8%	0.76190	0.77031	0.77886	0.77323	0.76727	0.76501	0.76556	0.76652	0.76892
k=9%	0.76376	0.77041	0.78004	0.77294	0.76699	0.76515	0.76551	0.76692	0.76658

Gráfico 5.2.10a: Coeficiente de correlación vs. porcentaje de puntos próximos

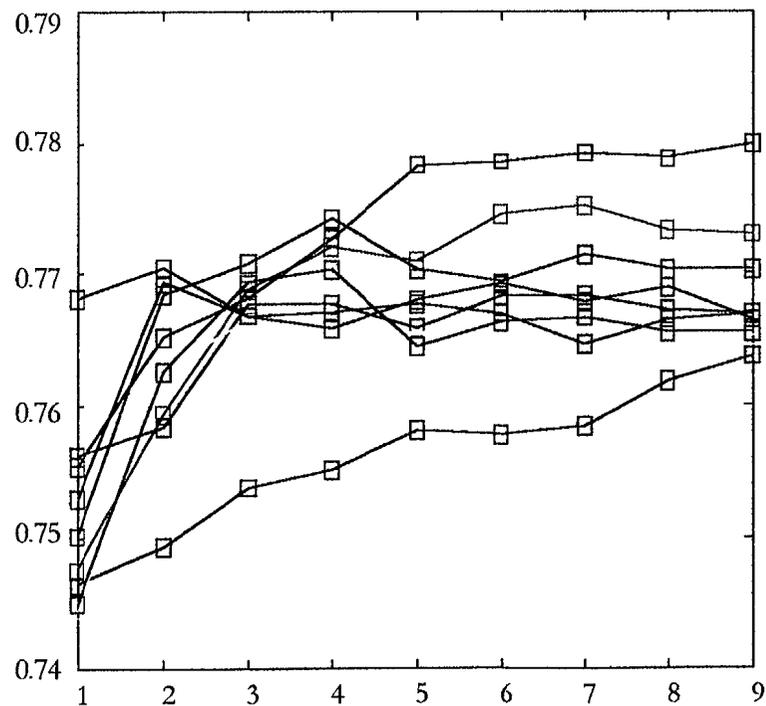
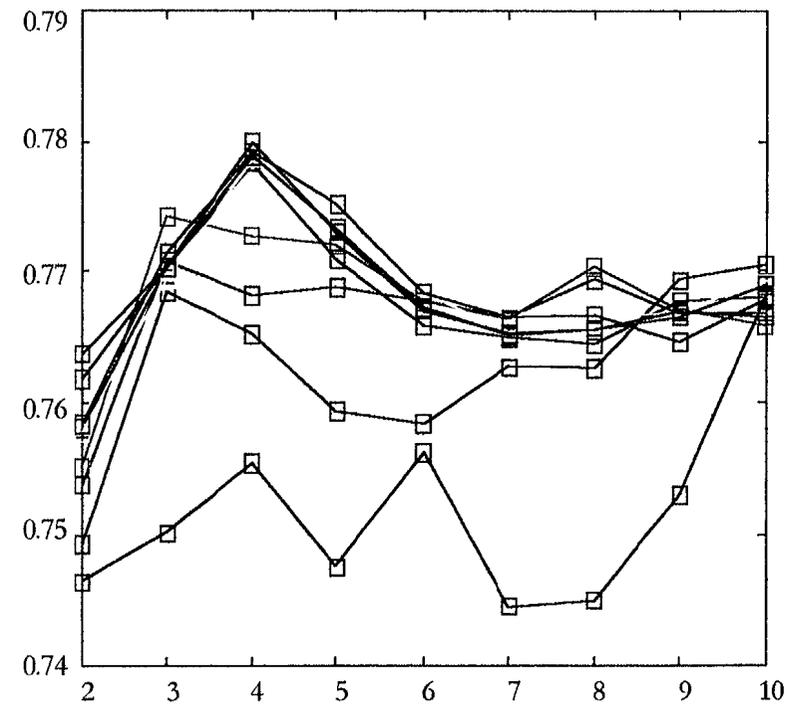


Gráfico 5.2.10b: Coeficiente de correlación vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.11: Algoritmo de Casdagli, libra irlandesa (IRL)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.00022	0.00023	0.00020	0.00021	0.00019	0.00020	0.00022	0.00025	0.00023
k=2%	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00018	0.00018	0.00019	0.00018	0.00018
k=3%	0.00018	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017	0.00016	0.00016	0.00017	0.00017
k=4%	0.00017	0.00020	0.00019	0.00017	0.00016	0.00015	0.00016	0.00016	0.00016
k=5%	0.00016	0.00018	0.00018	0.00015	0.00015	0.00014	0.00015	0.00015	0.00015
k=6%	0.00018	0.00017	0.00016	0.00015	0.00014	0.00014	0.00014	0.00014	0.00015
k=7%	0.00017	0.00016	0.00016	0.00015	0.00014	0.00014	0.00014	0.00014	0.00015
k=8%	0.00015	0.00015	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00014	0.00014	0.00014
k=9%	0.00015	0.00015	0.00014	0.00015	0.00014	0.00014	0.00014	0.00013	0.00014

Gráfico 5.2.11a: Error cuadrático medio vs. porcentaje de puntos próximos

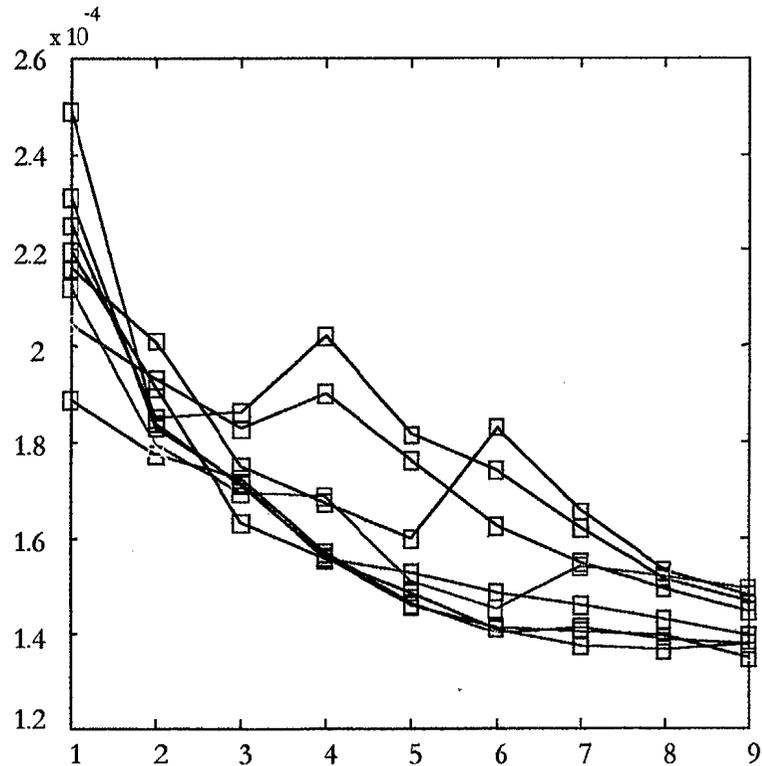
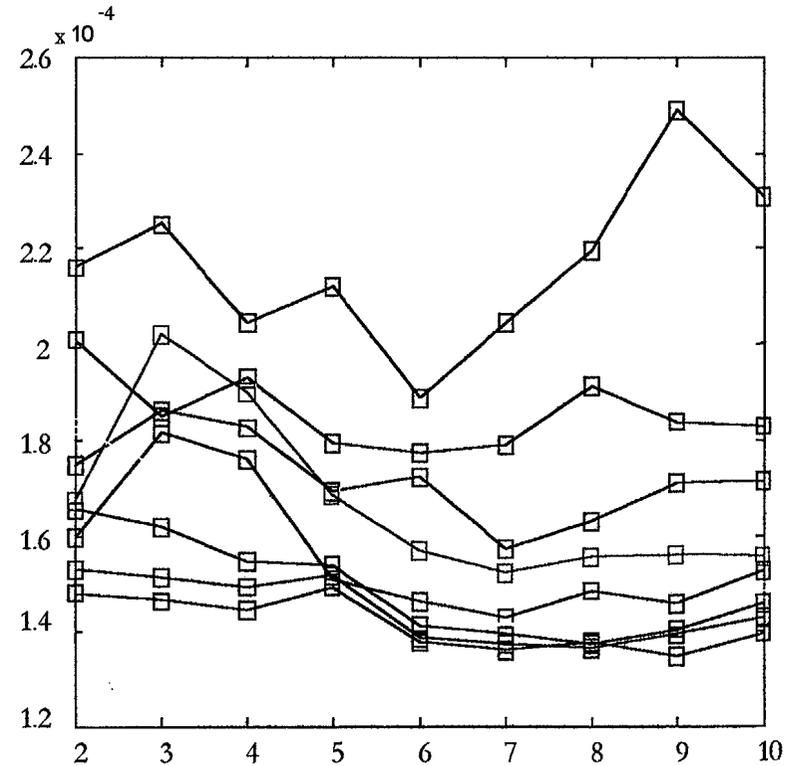


Gráfico 5.2.11b: Error cuadrático medio vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.12: Algoritmo de Sugihara y May, libra irlandesa (IRL)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.99497	0.99482	0.99528	0.99509	0.99561	0.99526	0.99492	0.99422	0.99464
k=2%	0.99534	0.99572	0.99555	0.99587	0.99589	0.99585	0.99556	0.99572	0.99575
k=3%	0.99596	0.99573	0.99580	0.99609	0.99601	0.99635	0.99621	0.99602	0.99601
k=4%	0.99614	0.99538	0.99563	0.99610	0.99636	0.99647	0.99639	0.99637	0.99638
k=5%	0.99633	0.99587	0.99596	0.99651	0.99661	0.99668	0.99655	0.99661	0.99645
k=6%	0.99582	0.99605	0.99628	0.99665	0.99675	0.99675	0.99673	0.99672	0.99655
k=7%	0.99622	0.99633	0.99645	0.99645	0.99672	0.99677	0.99681	0.99674	0.99662
k=8%	0.99651	0.99657	0.99658	0.99649	0.99678	0.99682	0.99683	0.99677	0.99669
k=9%	0.99662	0.99667	0.99670	0.99655	0.99680	0.99684	0.99680	0.99687	0.99676

Gráfico 5.2.12a: Coeficiente de correlación vs. porcentaje de puntos próximos

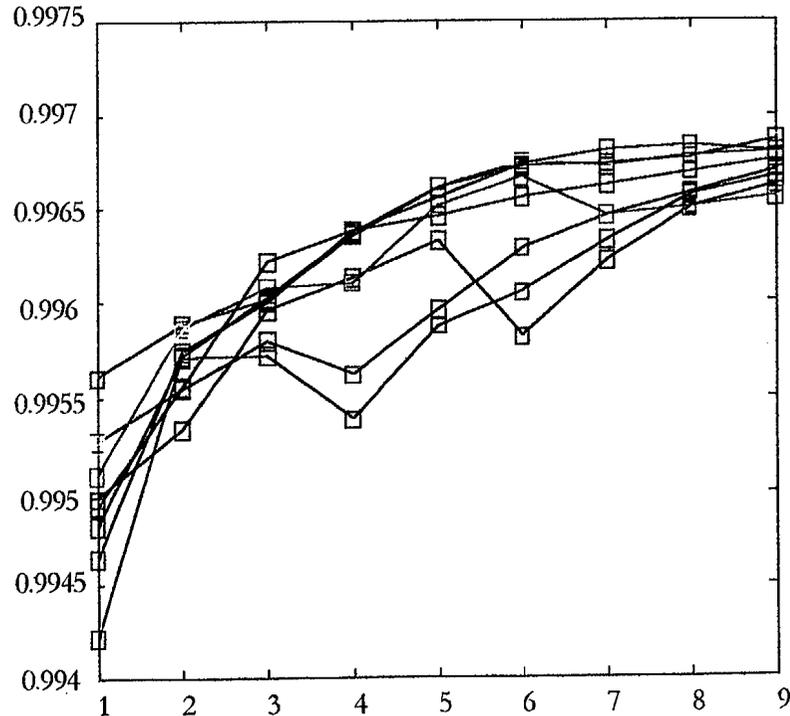
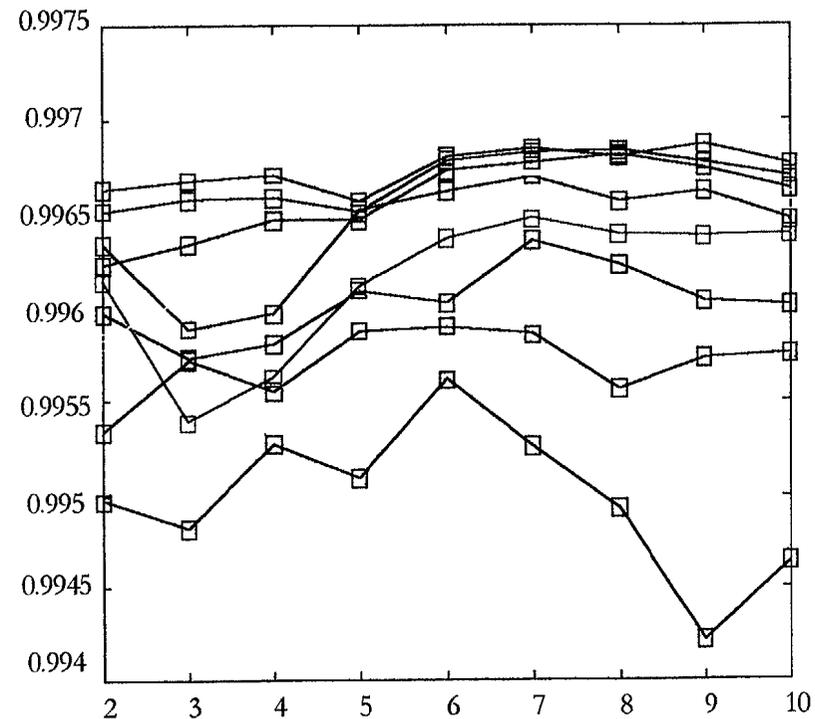


Gráfico 5.2.12b: Coeficiente de correlación vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.13: Algoritmo de Casdagli lira italiana (LIT)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=2%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=3%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=4%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=5%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=6%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=7%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=8%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=9%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003

Gráfico 5.2.13a: Error cuadrático medio vs. porcentaje de puntos próximos

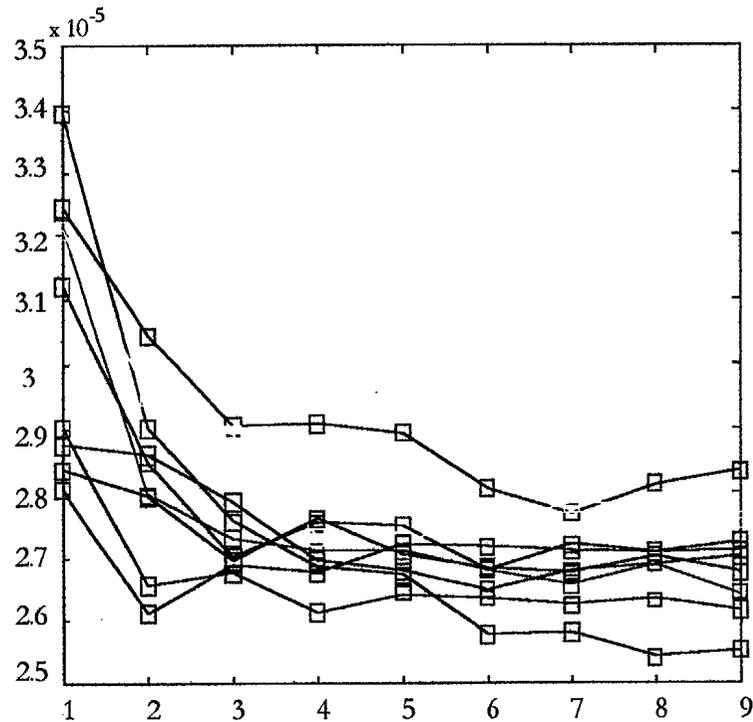
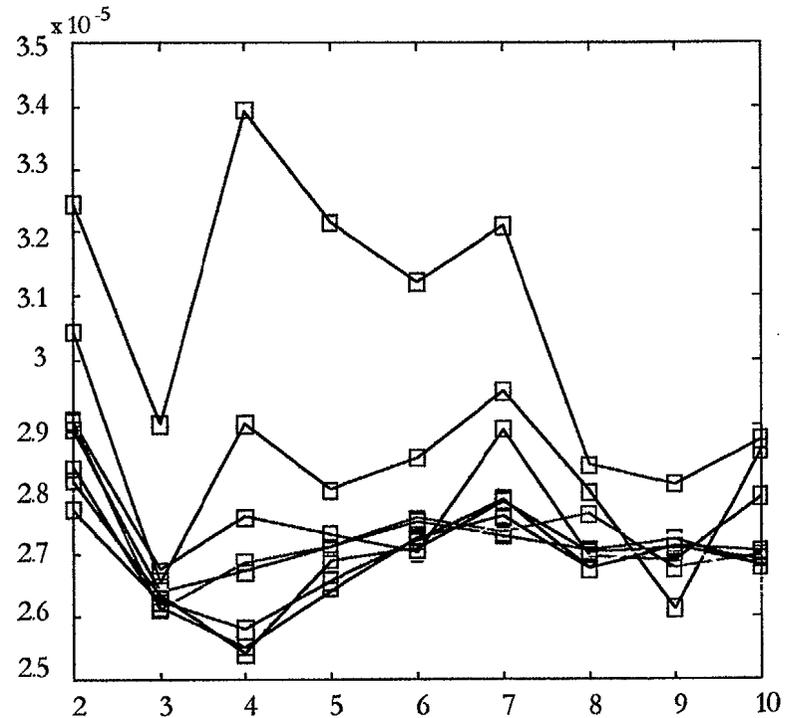


Gráfico 5.2.13b: Error cuadrático medio vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.14: Algoritmo de Sugihara y May, lira italiana (LIT)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.82748	0.85181	0.83181	0.84034	0.84047	0.83764	0.85378	0.85618	0.85229
k=2%	0.84066	0.86022	0.84984	0.85706	0.85141	0.84666	0.85237	0.86333	0.85070
k=3%	0.84968	0.86162	0.85549	0.85893	0.85866	0.84906	0.85698	0.85905	0.85338
k=4%	0.85109	0.86373	0.85871	0.85793	0.85542	0.85705	0.85401	0.85940	0.85810
k=5%	0.84986	0.86227	0.85932	0.85785	0.85480	0.85736	0.85679	0.85632	0.85907
k=6%	0.85516	0.86179	0.86364	0.85937	0.85865	0.85597	0.85794	0.85660	0.86037
k=7%	0.85455	0.86120	0.86304	0.86054	0.85656	0.85412	0.85834	0.85702	0.85892
k=8%	0.85277	0.86067	0.86506	0.85873	0.85704	0.85404	0.85716	0.85685	0.85820
k=9%	0.85128	0.86140	0.86440	0.86088	0.85604	0.85497	0.85834	0.85669	0.85737

Gráfico 5.2.14a: Coeficiente de correlación vs. porcentaje de puntos próximos

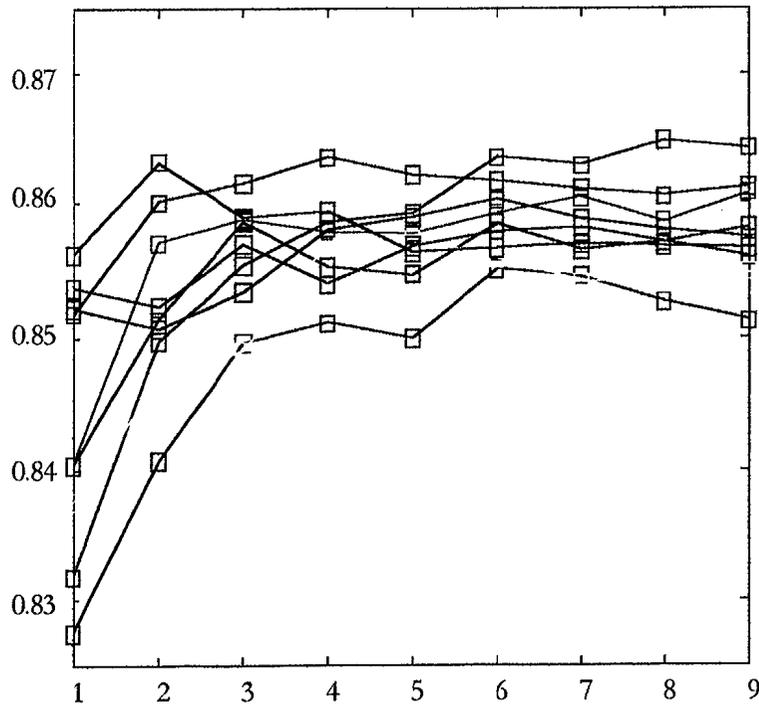
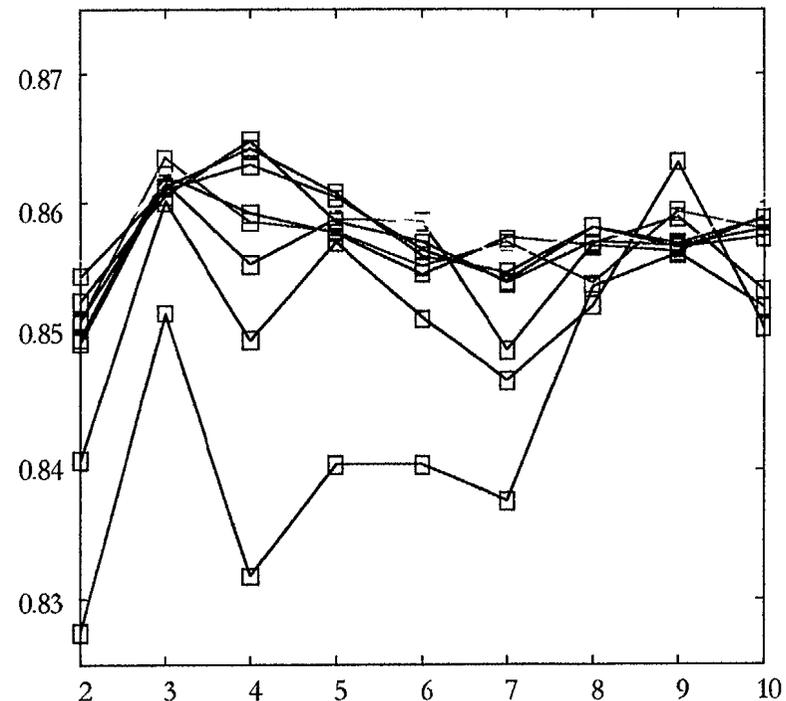


Gráfico 5.2.14b: Coeficiente de correlación vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.15: Algoritmo de Casdagli, peseta española (PTA)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.00006	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00005	0.00004
k=2%	0.00007	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=3%	0.00008	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=4%	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=5%	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=6%	0.00011	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=7%	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=8%	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004
k=9%	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004

Gráfico 5.2.15a: Error cuadrático medio vs. porcentaje de puntos próximos

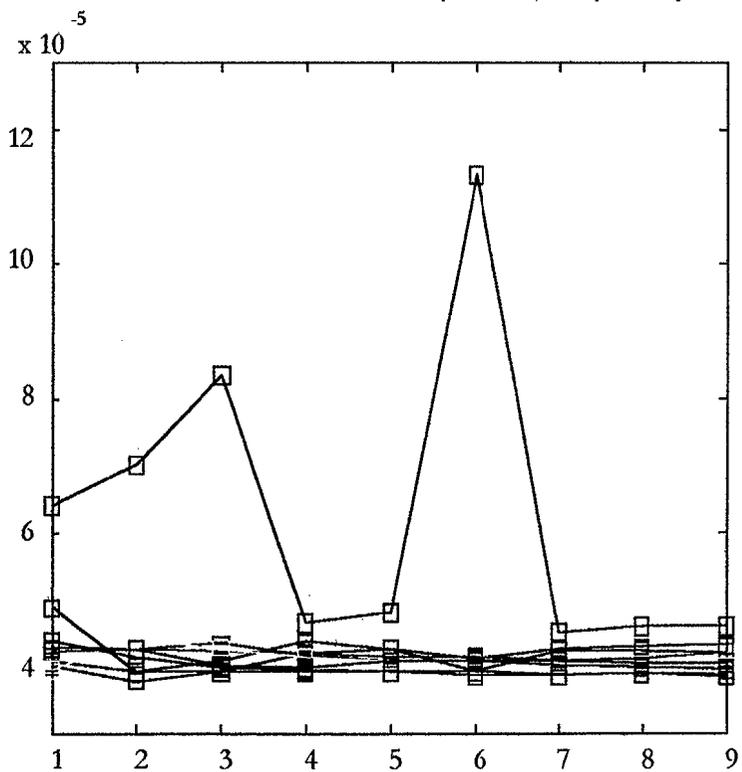
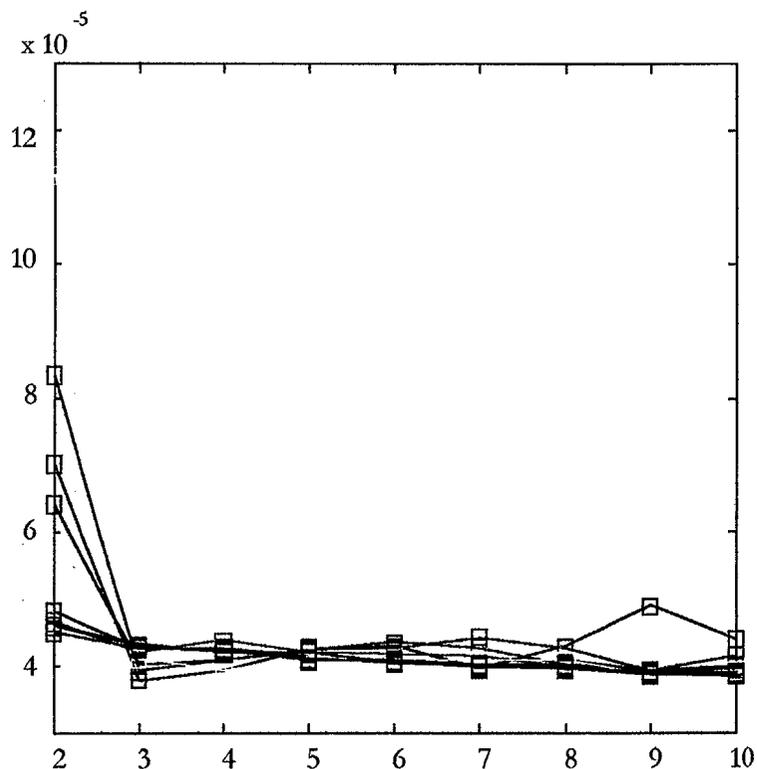


Gráfico 5.2.15b: Error cuadrático medio vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.16: Algoritmo de Sugihara y May, peseta española (PTA)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.98315	0.98905	0.98883	0.98851	0.98829	0.98908	0.98824	0.98672	0.98799
k=2%	0.98156	0.98973	0.98921	0.98838	0.98834	0.98782	0.98835	0.98924	0.98872
k=3%	0.97829	0.98930	0.98884	0.98848	0.98813	0.98839	0.98898	0.98925	0.98910
k=4%	0.98896	0.98861	0.98801	0.98851	0.98864	0.98864	0.98909	0.98924	0.98915
k=5%	0.98895	0.98839	0.98836	0.98864	0.98882	0.98880	0.98883	0.98926	0.98924
k=6%	0.97178	0.98880	0.98928	0.98867	0.98879	0.98885	0.98885	0.98936	0.98928
k=7%	0.98905	0.98835	0.98848	0.98882	0.98886	0.98894	0.98898	0.98938	0.98936
k=8%	0.98915	0.98831	0.98844	0.98876	0.98887	0.98898	0.98902	0.98931	0.98931
k=9%	0.98912	0.98822	0.98854	0.98854	0.98891	0.98901	0.98913	0.98938	0.98944

Gráfico 5.2.16a: Coeficiente de correlación vs. porcentaje de puntos próximos

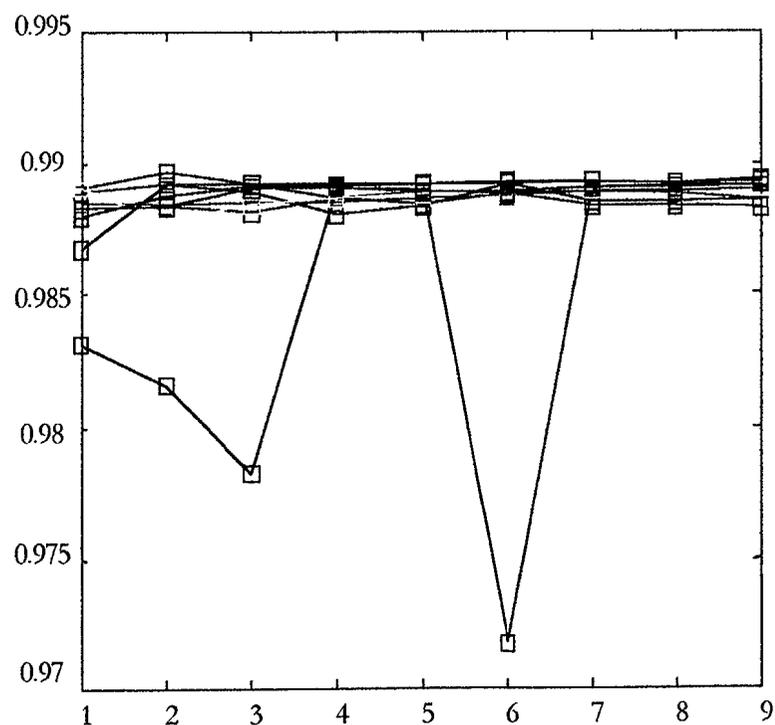
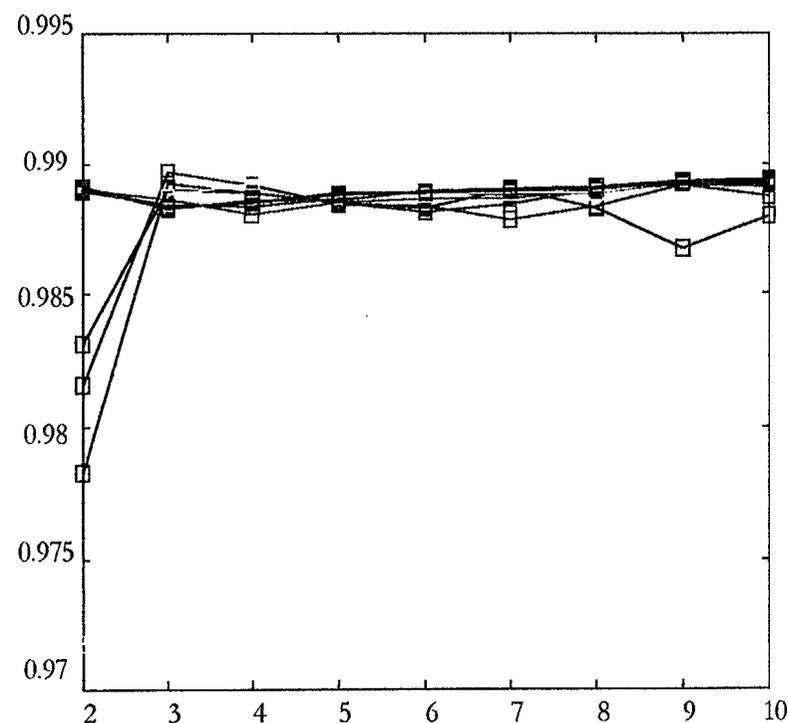


Gráfico 5.2.16b: Coeficiente de correlación vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.17: Algoritmo de Casdagli, libra esterlina (UKL)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=2%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=3%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=4%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=5%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=6%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=7%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=8%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003
k=9%	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003	0.00003

Gráfico 5.2.17a: Error cuadrático medio vs. porcentaje de puntos próximos

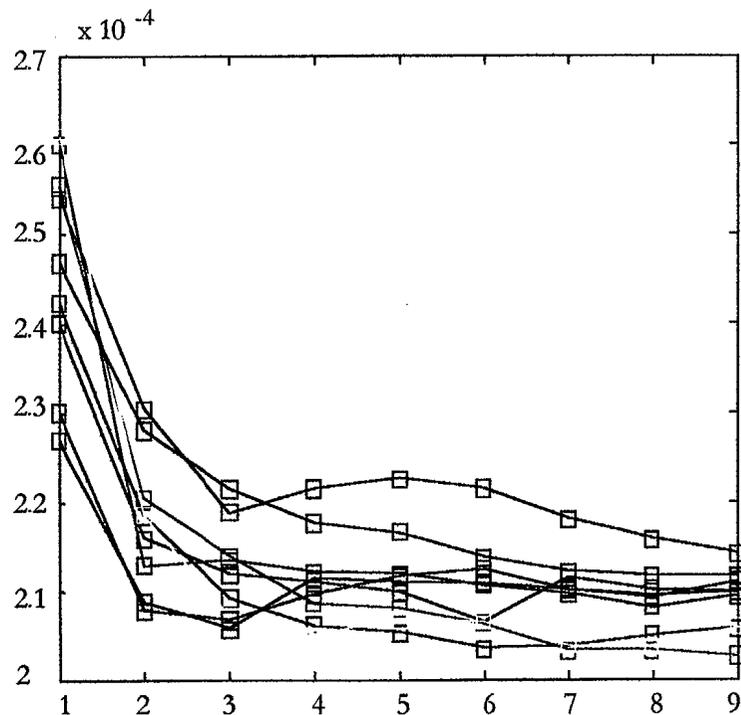
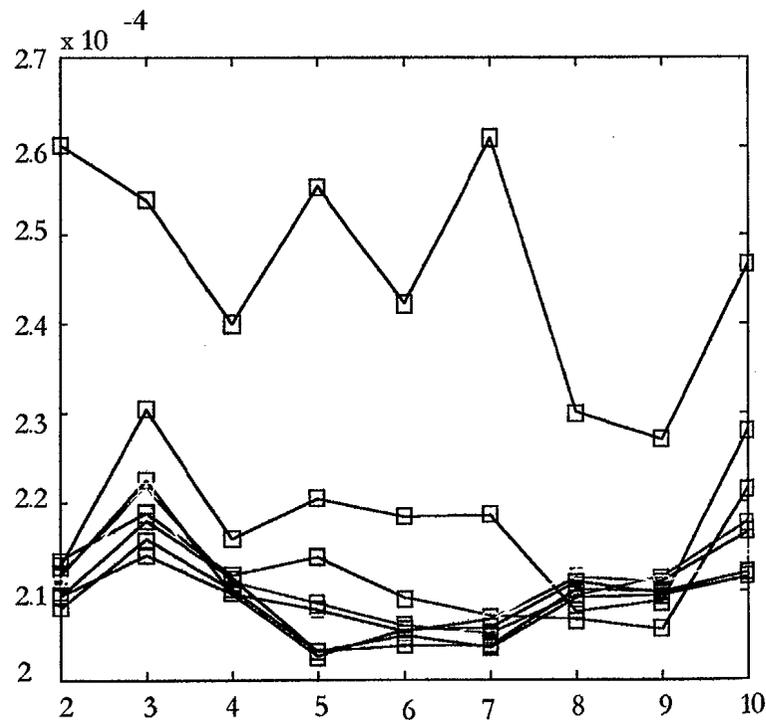


Gráfico 5.2.17b: Error cuadrático medio vs. dimensión de inmersión



Cuadro 5.8.1.18: Algoritmo de Sugihara y May, libra esterlina (UKL)

	m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
k=1%	0.98292	0.98309	0.98396	0.98294	0.98391	0.98305	0.98504	0.98489	0.98362
k=2%	0.98590	0.98474	0.98563	0.98526	0.98547	0.98561	0.98622	0.98617	0.98481
k=3%	0.98579	0.98548	0.98586	0.98570	0.98611	0.98626	0.98628	0.98631	0.98528
k=4%	0.98587	0.98529	0.98588	0.98605	0.98626	0.98635	0.98607	0.98592	0.98554
k=5%	0.98586	0.98523	0.98597	0.98610	0.98630	0.98623	0.98589	0.98597	0.98560
k=6%	0.98594	0.98533	0.98621	0.98621	0.98643	0.98623	0.98583	0.98597	0.98578
k=7%	0.98599	0.98553	0.98591	0.98641	0.98640	0.98638	0.98599	0.98602	0.98591
k=8%	0.98607	0.98567	0.98600	0.98643	0.98634	0.98639	0.98606	0.98608	0.98594
k=9%	0.98599	0.98577	0.98601	0.98648	0.98628	0.98625	0.98597	0.98606	0.98592

Gráfico 5.2.18a: Coeficiente de correlación vs. porcentaje de puntos próximos

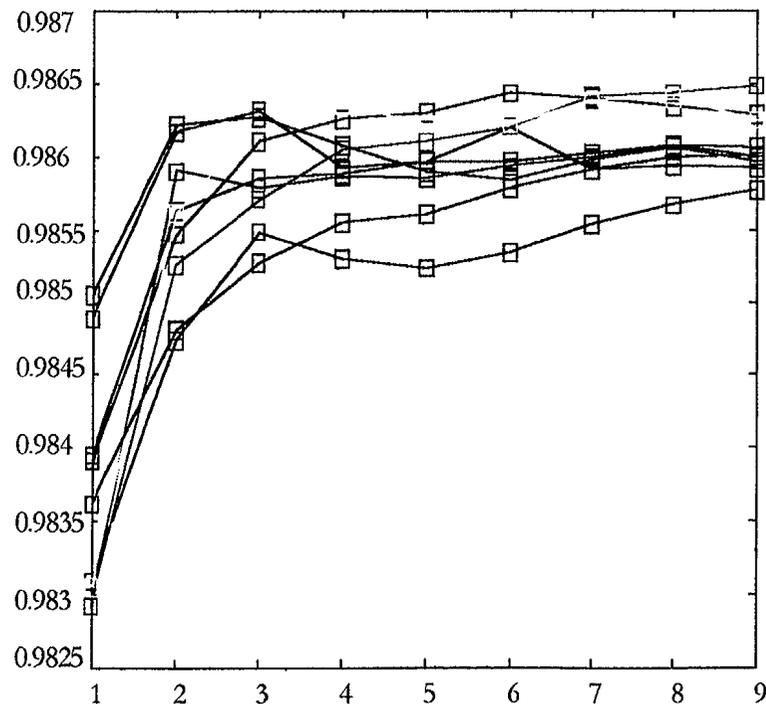
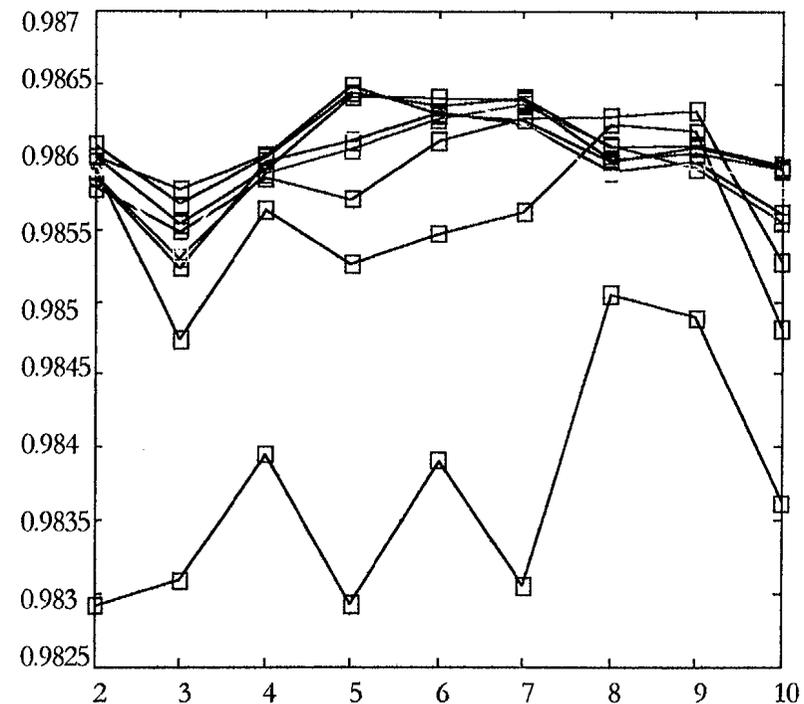


Gráfico 5.2.18b: Coeficiente de correlación vs. dimensión de inmersión



## 5.8.2 Apéndice: Evaluación estadística de las predicciones



Cuadro 5.8.2.1: Evaluación de la precisión predictiva, franco belga (BFR)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	0.99854	0.98725	0.98416	0.99483
13-1-87 a 8-1-90	0.93842	0.92014	0.92732	0.98605
9-1-90 a 17-9-92	0.92894	0.93976	0.92808	0.98227
18-9-92 a 23-11-92	0.93046	1.07982	0.98761	0.99129
24-11-92 a 1-2-93	0.93272	0.93911	0.90006	0.97855
2-2-93 a 14-5-93	0.91180	0.93667	0.90624	0.97640
15-5-93 a 2-8-93	1.12148	1.10607	1.17991	1.02308
3-3-93 a 31-12-94	1.02073	1.00430	0.99492	0.99805

Notas:

- (1) Estadístico U de Theil.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.2: Evaluación de la precisión predictiva, corona danesa (DKR) (1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	0.94913	0.93090	0.93923	0.95387
13-1-87 a 8-1-90	0.92110	0.87580	0.90016	0.90594
9-1-90 a 17-9-92	0.91723	0.88473	0.89183	0.90538
18-9-92 a 23-11-92	0.97070	1.05243	0.97719	0.98924
24-11-92 a 1-2-93	0.94649	1.00716	0.93322	0.98277
2-2-93 a 14-5-93	0.89575	0.90892	0.91798	0.98192
15-5-93 a 2-8-93	1.01975	1.02340	1.00811	1.00795
3-3-93 a 31-12-94	1.02207	1.01726	1.04246	1.06154

Notas:

- (1) Estadístico U de Theil.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.3: Evaluación de la precisión predictiva, escudo portugués (ESC)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
6-4-92 a 31-12-94	1.06201	1.00147	1.01593	0.99694
6-4-92 a 17-9-92	1.14865	1.05587	1.03178	1.01912
18-9-92 a 23-11-92	0.92802	0.84630	0.96198	0.92522
24-11-92 a 1-2-93	0.99452	0.98455	0.99818	0.97713
2-2-93 a 14-5-93	1.01112	1.01006	1.05927	0.98929
15-5-93 a 2-8-93	1.20491	1.00650	1.07352	1.08464
3-8-93 a 31-12-94	1.14439	1.15783	1.01492	1.03660

Notas:

- (1) Estadístico U de Theil.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.2.4: Evaluación de la precisión predictiva, franco francés (FF) (1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	0.91049	0.92812	0.90840	0.95224
13-1-87 a 8-1-90	0.87259	0.89913	0.88044	0.94523
9-1-90 a 17-9-92	0.87057	0.88784	0.86755	0.93651
18-9-92 a 23-11-92	0.94036	0.94162	0.93848	0.93044
24-11-92 a 1-2-93	0.93783	0.90414	0.90516	0.94136
2-2-93 a 14-5-93	0.87287	0.92277	0.84954	0.91067
15-5-93 a 2-8-93	1.06539	1.05215	1.07017	1.01574
3-3-93 a 31-12-94	1.00078	1.01455	0.98812	0.98979

Notas:

- (1) Estadístico U de Theil.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.5: Evaluación de la precisión predictiva, florín holandés (HFL)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	0.82402	0.82177	0.81162	0.87874
13-1-87 a 8-1-90	0.82482	0.81359	0.80154	0.87630
9-1-90 a 17-9-92	0.80320	0.80426	0.80359	0.87696
18-9-92 a 23-11-92	0.85806	0.88912	0.83312	0.89784
24-11-92 a 1-2-93	0.77523	0.83279	0.78292	0.91019
2-2-93 a 14-5-93	0.80883	0.81609	0.78623	0.85368
15-5-93 a 2-8-93	0.87729	0.86803	0.87971	0.87223
3-3-93 a 31-12-94	0.87595	0.88642	0.87358	0.89435

Notas:

- (1) Estadístico U de Theil.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.6: Evaluación de la precisión predictiva, libra irlandesa, (IRL) (1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	1.03215	1.02739	1.01410	0.99715
13-1-87 a 8-1-90	1.03041	0.99857	0.98230	0.98128
9-1-90 a 17-9-92	0.98570	1.00104	0.99665	0.99093
18-9-92 a 23-11-92	0.93391	0.92396	0.93739	0.96107
24-11-92 a 1-2-93	1.00277	1.01094	1.01316	0.99989
2-2-93 a 14-5-93	1.32240	1.21209	1.16175	1.09798
15-5-93 a 2-8-93	1.03155	1.03404	1.00666	0.97473
3-3-93 a 31-12-94	1.07547	1.06831	1.03418	1.00132

Notas:

- (1) Estadístico U de Theil.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.2.7: Evaluación de la precisión predictiva, lira italiana (LIT)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	0.98681	0.99121	0.97340	0.98105
13-1-87 a 8-1-90	0.92809	0.93976	0.91874	0.94861
9-1-90 a 17-9-92	0.96265	0.96291	0.96769	0.98191
18-9-92 a 23-11-92	1.05324	1.06585	1.04163	1.04400
24-11-92 a 1-2-93	1.13052	1.13286	1.06965	1.00761
2-2-93 a 14-5-93	1.04461	1.04012	1.03224	0.96469
15-5-93 a 2-8-93	1.05415	1.03451	1.02923	1.02883
3-3-93 a 31-12-94	1.00024	1.00162	0.96451	0.98090

Notas:

- (1) Estadístico U de Theil.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.2.8: Evaluación de la precisión predictiva, peseta española (PTA)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
19-6-89 a 31-12-94	1.00905	1.00868	0.99505	0.99957
19-6-89 a 8-1-90	1.03981	1.00343	0.99536	1.00386
9-1-90 a 17-9-92	1.01288	0.99745	1.00106	0.99054
18-9-92 a 23-11-92	1.02480	1.01094	0.97623	1.02817
24-11-92 a 1-2-93	1.00710	1.08741	1.04804	1.01772
2-2-93 a 14-5-93	1.00102	1.03634	1.00473	0.99431
15-5-93 a 2-8-93	0.96665	0.95320	0.97922	0.98066
3-3-93 a 31-12-94	0.99852	1.03960	1.00117	0.99611

Notas:

- (1) Estadístico U de Theil.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.2.9: Evaluación de la precisión predictiva, libra esterlina, (UKL) (1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
8-10-90 a 31-12-94	1.04869	1.04660	1.02531	0.99881
8-10-90 a 17-9-92	1.03850	1.02542	1.00856	0.99898
18-9-92 a 23-11-92	1.07893	1.08414	1.05543	0.99530
24-11-92 a 1-2-93	1.11934	1.04651	1.04458	0.98624
2-2-93 a 14-5-93	0.94328	1.08653	1.04014	1.00573
15-5-93 a 2-8-93	1.02248	1.01476	1.00965	1.00566
3-8-93 a 31-12-94	1.05594	1.03718	1.01626	1.00185

Notas:

- (1) Estadístico U de Theil.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.2.10: Evaluación direccional de los rendimientos, franco belga (BFR) (1)

Períodos	$r_t > 0$	$r_t < 0$	NN(2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	49.78046	<b>50.21954</b>	62.23930	62.01976	63.22722	52.19539
13-1-87 a 8-1-90	<b>50.66274</b>	49.33726	61.85567	64.35935	63.62297	51.25184
9-1-90 a 17-9-92	48.51485	<b>51.48515</b>	62.87129	63.36634	64.85149	53.96040
18-9-92 a 23-11-92	47.61905	<b>52.38095</b>	59.52381	47.61905	61.90476	54.76190
24-11-92 a 1-2-93	<b>51.28205</b>	48.71795	64.10256	66.66667	71.79487	53.84615
2-2-93 a 14-5-93	47.69231	<b>52.30769</b>	63.07692	64.61538	66.15385	53.84615
15-5-93 a 2-8-93	<b>52.72727</b>	47.27273	65.45455	58.18182	61.81818	56.36364
3-3-93 a 31-12-94	<b>50.29762</b>	49.70238	61.30952	56.25000	58.33333	49.40476

Notas:

- (1) Porcentaje de aciertos en la dirección de los rendimientos .
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.11: Evaluación direccional de los rendimientos, corona danesa (DKR) (1)

Períodos	$r_t > 0$	$r_t < 0$	NN(2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	49.35989	<b>50.64011</b>	66.42959	65.93172	67.35420	63.72688
13-1-87 a 8-1-90	49.00000	<b>51.00000</b>	68.80000	68.40000	68.60000	64.20000
9-1-90 a 17-9-92	49.42792	<b>50.57208</b>	66.81922	69.33638	70.02288	64.75973
18-9-92 a 23-11-92	45.45455	<b>54.54545</b>	66.66667	60.60606	69.69697	66.66667
24-11-92 a 1-2-93	<b>57.57576</b>	42.42424	63.63636	60.60606	60.60606	69.69697
2-2-93 a 14-5-93	<b>55.17241</b>	44.82759	67.24138	62.06897	60.34483	68.96552
15-5-93 a 2-8-93	<b>52.08333</b>	47.91667	68.75000	66.66667	72.91667	68.75000
3-3-93 a 31-12-94	47.81145	<b>52.18855</b>	61.61616	58.58586	62.28956	58.58586

Notas:

- (1) Porcentaje de aciertos en la dirección de los rendimientos.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.12: Evaluación direccional de los rendimientos, escudo portugués (ESC) (1)

Períodos	$r_t > 0$	$r_t < 0$	NN(2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
6-4-92 a 31-12-94	<b>52.41158</b>	47.58842	51.60772	54.18006	55.94855	53.85852
6-4-92 a 17-9-92	<b>50.48544</b>	49.51456	41.74757	47.57282	56.31068	52.42718
18-9-92 a 23-11-92	<b>53.48837</b>	46.51163	55.81395	58.13953	44.18605	60.46512
24-11-92 a 1-2-93	<b>50.00000</b>	<b>50.00000</b>	68.42105	60.52632	52.63158	60.52632
2-2-93 a 14-5-93	<b>59.09091</b>	40.90909	54.54545	59.09091	43.93939	57.57576
15-5-93 a 2-8-93	<b>60.37736</b>	39.62264	32.07547	49.05660	50.94340	47.16981
3-8-93 a 31-12-94	<b>50.47022</b>	49.52978	54.85893	54.85893	61.12853	52.97806

Notas:

- (1) Porcentaje de aciertos en la dirección de los rendimientos.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.2.13: Evaluación direccional de los rendimientos, franco francés (FF) (1)

Períodos		NN(2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)	
13-1-87 a 31-12-94	<b>51.18449</b>	48.81551	67.69562	65.32663	67.40847	62.02441
13-1-87 a 8-1-90	<b>50.60729</b>	49.39271	68.01619	67.81377	69.63563	63.96761
9-1-90 a 17-9-92	<b>50.79727</b>	49.20273	69.93166	65.14806	69.02050	61.27563
18-9-92 a 23-11-92	<b>50.00000</b>	<b>50.00000</b>	70.00000	56.66667	63.33333	60.00000
24-11-92 a 1-2-93	<b>51.72414</b>	48.27586	62.06897	62.06897	65.51724	55.17241
2-2-93 a 14-5-93	49.12281	<b>50.87719</b>	64.91228	71.92982	70.17544	64.91228
15-5-93 a 2-8-93	<b>56.52174</b>	43.47826	58.69565	60.86957	54.34783	63.04348
3-3-93 a 31-12-94	<b>52.34899</b>	47.65101	66.10738	62.08054	63.42282	60.06711

Notas:

- (1) Porcentaje de aciertos en la dirección de los rendimientos.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.14: Evaluación direccional de los rendimientos, florín holandés (HFL) (1)

Períodos	$r_t > 0$	$r_t < 0$	NN(2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	<b>51.39442</b>	48.60558	68.52590	68.72510	69.18991	65.33865
13-1-87 a 8-1-90	<b>52.11786</b>	47.88214	70.71823	69.42910	70.16575	65.19337
9-1-90 a 17-9-92	<b>52.31092</b>	47.68908	69.53782	69.32773	71.42857	65.12605
18-9-92 a 23-11-92	44.44444	<b>55.55556</b>	63.88889	75.00000	75.00000	66.66667
24-11-92 a 1-2-93	<b>51.61290</b>	48.38710	77.41935	70.96774	77.41935	67.74194
2-2-93 a 14-5-93	42.37288	<b>57.62712</b>	66.10169	72.88136	66.10169	66.10169
15-5-93 a 2-8-93	48.00000	<b>52.00000</b>	66.00000	68.00000	64.00000	72.00000
3-3-93 a 31-12-94	<b>51.76849</b>	48.23151	63.66559	64.95177	63.98714	64.30868

Notas:

- (1) Porcentaje de aciertos en la dirección de los rendimientos.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.15: Evaluación direccional de los rendimientos, libra irlandesa (IRL) (1)

Períodos	$r_t > 0$	$r_t < 0$	NN(2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	49.29736	<b>50.70264</b>	58.57223	56.94210	57.72906	51.77066
13-1-87 a 8-1-90	<b>50.22489</b>	49.77511	58.02099	58.62069	58.77061	52.62369
9-1-90 a 17-9-92	49.64912	<b>50.35088</b>	63.50877	62.98246	62.80702	52.45614
18-9-92 a 23-11-92	<b>50.00000</b>	<b>50.00000</b>	59.52381	47.61905	59.52381	52.38095
24-11-92 a 1-2-93	<b>51.16279</b>	48.83721	51.16279	39.53488	46.51163	46.51163
2-2-93 a 14-5-93	<b>50.76923</b>	49.23077	61.53846	55.38462	61.53846	50.76923
15-5-93 a 2-8-93	47.16981	<b>52.83019</b>	58.49057	54.71698	58.49057	49.05660
3-3-93 a 31-12-94	46.60767	<b>53.39233</b>	51.62242	47.49263	47.49263	50.14749

Notas:

- (1) Porcentaje de aciertos en la dirección de los rendimientos.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.2.16: Evaluación direccional de los rendimientos, lira italiana (LIT) (1)

Períodos	$r_t > 0$	$r_t < 0$	NN(2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	49.70717	<b>50.29283</b>	57.10102	56.95461	58.49195	54.83163
13-1-87 a 8-1-90	46.84874	<b>53.15126</b>	59.03361	57.14286	60.08403	58.40336
9-1-90 a 17-9-92	<b>50.23697</b>	49.76303	57.10900	59.24171	59.24171	54.73934
18-9-92 a 23-11-92	<b>50.00000</b>	<b>50.00000</b>	52.94118	52.94118	52.94118	47.05882
24-11-92 a 1-2-93	<b>59.37500</b>	40.62500	43.75000	40.62500	50.00000	46.87500
2-2-93 a 14-5-93	<b>58.62069</b>	41.37931	48.27586	51.72414	51.72414	62.06897
15-5-93 a 2-8-93	48.93617	<b>51.06383</b>	57.44681	65.95745	55.31915	53.19149
3-3-93 a 31-12-94	<b>50.84175</b>	49.15825	57.57576	55.21886	58.24916	49.83165

Notas:

- (1) Porcentaje de aciertos en la dirección de los rendimientos.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.2.17: Evaluación direccional de los rendimientos, peseta española (PTA) (1)

Períodos	$r_t > 0$	$r_t < 0$	NN(2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
19-6-89 a 31-12-94	<b>51.69851</b>	48.30149	49.68153	48.08917	50.63694	52.33546
19-6-89 a 8-1-90	<b>53.33333</b>	46.66667	48.88889	45.55556	52.22222	51.11111
9-1-90 a 17-9-92	49.15254	<b>50.84746</b>	46.00484	46.48910	47.45763	48.66828
18-9-92 a 23-11-92	<b>64.28571</b>	35.71429	53.57143	67.85714	64.28571	64.28571
24-11-92 a 1-2-93	40.74074	<b>59.25926</b>	48.14815	37.03704	44.44444	40.74074
2-2-93 a 14-5-93	<b>61.81818</b>	38.18182	52.72727	54.54545	45.45455	60.00000
15-5-93 a 2-8-93	<b>60.86957</b>	39.13043	60.86957	65.21739	65.21739	65.21739
3-3-93 a 31-12-94	<b>51.23675</b>	48.76325	52.65018	46.28975	52.65018	54.41696

## Notas:

- (1) Porcentaje de aciertos en la dirección de los rendimientos.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.2.18: Evaluación direccional de los rendimientos, libra esterlina (UKL) (1)

Períodos	$r_t > 0$	$r_t < 0$	NN(2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
8-10-90 a 31-12-94	<b>51.81087</b>	48.18913	48.39034	49.79879	50.30181	51.20724
8-10-90 a 17-9-92	<b>54.17607</b>	45.82393	45.59819	47.85553	50.56433	53.49887
18-9-92 a 23-11-92	<b>54.54545</b>	45.45455	40.90909	43.18182	36.36364	56.81818
24-11-92 a 1-2-93	<b>60.46512</b>	39.53488	41.86047	58.13953	53.48837	60.46512
2-2-93 a 14-5-93	45.58824	<b>54.41176</b>	57.35294	47.05882	50.00000	45.58824
15-5-93 a 2-8-93	40.00000	<b>60.00000</b>	61.81818	50.90909	50.90909	38.18182
3-8-93 a 31-12-94	<b>50.43988</b>	49.56012	49.85337	52.49267	51.31965	49.56012

Notas:

- (1) Porcentaje de aciertos en la dirección de los rendimientos.
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.2.19: Evaluación estadística de la precisión predictiva, franco belga (BFR) (1)

Modelos predictivos	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	NN (2)
	vs.	vs.							
Períodos	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	SNN (3)	SNN (4)
13-1-87 a 31-12-94	4.62386 <sup>a</sup>	3.69585 <sup>a</sup>	5.10891 <sup>a</sup>	3.84181 <sup>a</sup>	4.27566 <sup>a</sup>	3.07747 <sup>a</sup>	4.16080 <sup>a</sup>	-0.60707	0.30946
13-1-87 a 8-1-90	4.96905 <sup>a</sup>	5.09946 <sup>a</sup>	6.52600 <sup>a</sup>	4.01997 <sup>a</sup>	4.22445 <sup>a</sup>	4.45835 <sup>a</sup>	5.86924 <sup>a</sup>	0.97050	1.11923
9-1-90 a 17-9-92	4.58308 <sup>a</sup>	4.24611 <sup>a</sup>	5.41302 <sup>a</sup>	3.53757 <sup>a</sup>	4.15000 <sup>a</sup>	3.82778 <sup>a</sup>	5.12885 <sup>a</sup>	-0.02158	0.63014
18-9-92 a 23-11-92	0.90142	-0.69326	0.56098	1.06098	0.70756	-0.95065	0.30942	-1.57729 <sup>c</sup>	-0.51456
24-11-92 a 1-2-93	1.97692 <sup>b</sup>	7.84875 <sup>a</sup>	4.10676 <sup>a</sup>	1.64096 <sup>c</sup>	1.79744 <sup>c</sup>	2.79862 <sup>a</sup>	4.00196 <sup>a</sup>	0.07786	1.02737
2-2-93 a 14-5-93	1.70912 <sup>c</sup>	2.22498 <sup>a</sup>	2.44295 <sup>a</sup>	2.05264 <sup>a</sup>	1.44928	1.67156 <sup>c</sup>	2.18684 <sup>a</sup>	-0.04597	0.03435
15-5-93 a 2-8-93	0.16448	0.58554	0.02977	0.22766	0.12936	0.63767	-0.01172	1.06354	-0.18647
3-3-93 a 31-12-94	0.01154	-0.89591	-0.42100	-0.04132	0.02678	-1.04299	-0.51004	-1.24366	-0.87242

Notas:

(1) Contraste estadístico de Diebold y Mariano.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.20: Evaluación estadística de la precisión predictiva, corona danesa (DKR) (1)

Modelos predictivos	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	NN (2)
	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.
Períodos	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	SNN (3)	SNN (4)
13-1-87 a 31-12-94	9.51657 <sup>a</sup>	11.05602 <sup>a</sup>	12.11093 <sup>a</sup>	9.92264 <sup>a</sup>	0.62560	2.14129 <sup>a</sup>	0.94786	1.58804 <sup>c</sup>	0.16461
13-1-87 a 8-1-90	6.57545 <sup>a</sup>	10.45847 <sup>a</sup>	10.01288 <sup>a</sup>	7.98814 <sup>a</sup>	0.03046	2.43194 <sup>a</sup>	0.50726	2.34608 <sup>a</sup>	0.41109
9-1-90 a 17-9-92	7.41763 <sup>a</sup>	9.55811 <sup>a</sup>	11.41815 <sup>a</sup>	6.75204 <sup>a</sup>	-0.20788	1.79356 <sup>c</sup>	0.74126	1.83646 <sup>c</sup>	1.14114
18-9-92 a 23-11-92	1.72818 <sup>c</sup>	0.60907	2.59823 <sup>a</sup>	1.14607	1.25385	-0.29698	0.98880	-0.94306	-0.30793
24-11-92 a 1-2-93	1.10019	-0.10476	1.83487 <sup>c</sup>	1.48260	-3.82755 <sup>a</sup>	-1.51304	-0.55650	-1.15290	0.47485
2-2-93 a 14-5-93	3.15089 <sup>a</sup>	2.53975 <sup>a</sup>	4.07507 <sup>a</sup>	2.20157 <sup>a</sup>	1.52294	1.15733	1.22065	-0.37123	-1.07031
15-5-93 a 2-8-93	1.86194 <sup>c</sup>	1.34096	2.16723 <sup>a</sup>	2.08343 <sup>a</sup>	-0.63888	-0.93408	-0.52959	-0.57442	0.52062
3-3-93 a 31-12-94	1.45770	1.04635	0.87893	1.04562	0.78361	0.26232	-0.00746	-0.83703	-1.23047

Notas:

(1) Contraste estadístico de Diebold y Mariano.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.21: Evaluación estadística de la precisión predictiva, escudo portugués (ESC) (1)

Modelos predictivos	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	NN (2)
	vs.	vs.	vs.						
Períodos	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	SNN (3)	SNN (4)
6-4-92 a 31-12-94	-5.44866 <sup>a</sup>	-2.92089 <sup>a</sup>	-2.17019 <sup>a</sup>	-2.07594 <sup>a</sup>	-5.18556 <sup>a</sup>	-1.98298 <sup>b</sup>	-0.53945	1.90668 <sup>c</sup>	4.06120 <sup>a</sup>
6-4-92 a 17-9-92	-3.11735 <sup>a</sup>	-1.55472	-0.61017	-0.60496	-2.75661 <sup>a</sup>	-1.24952	-0.04273	1.81063 <sup>c</sup>	3.16963 <sup>a</sup>
18-9-92 a 23-11-92	1.02542	1.09512	0.06310	1.34165	0.24012	0.74427	-1.02602	0.52155	-0.68677
24-11-92 a 1-2-93	0.66889	0.06052	-0.08481	0.51453	0.19757	-0.34047	-1.01755	-0.54820	-1.16353
2-2-93 a 14-5-93	-0.28724	-0.50639	-1.73663 <sup>c</sup>	0.65675	-1.05324	-1.21639	-3.95243 <sup>a</sup>	-0.26649	-1.58597 <sup>c</sup>
15-5-93 a 2-8-93	-5.04531 <sup>a</sup>	-1.71479 <sup>c</sup>	-2.31576 <sup>a</sup>	-3.30265 <sup>a</sup>	-2.98032 <sup>a</sup>	1.18471	0.67286	3.23984 <sup>c</sup>	4.25099 <sup>a</sup>
3-8-93 a 31-12-94	-4.53029 <sup>a</sup>	-3.53968 <sup>a</sup>	-0.62881	-2.17865 <sup>a</sup>	-3.99359 <sup>a</sup>	-2.89481 <sup>a</sup>	1.70156 <sup>c</sup>	0.40874	4.40721 <sup>a</sup>

Notas:

(1) Contraste estadístico de Diebold y Mariano.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.2.22: Evaluación estadística de la precisión predictiva, franco francés (FF) (1)

Modelos predictivos	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	NN (2)
	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.
Períodos	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	SNN (3)	SNN (4)
13-1-87 a 31-12-94	12.13909 <sup>a</sup>	11.63002 <sup>a</sup>	14.35115 <sup>a</sup>	11.92302 <sup>a</sup>	8.69876 <sup>a</sup>	7.15699 <sup>a</sup>	11.22054 <sup>a</sup>	-3.25379 <sup>a</sup>	-0.36401
13-1-87 a 8-1-90	10.47418 <sup>a</sup>	11.20281 <sup>a</sup>	13.12731 <sup>a</sup>	9.46813 <sup>a</sup>	7.91390 <sup>a</sup>	8.06348 <sup>a</sup>	10.66248 <sup>a</sup>	-1.07271	-0.41626
9-1-90 a 17-9-92	9.52130 <sup>a</sup>	9.36239 <sup>a</sup>	11.10422 <sup>a</sup>	7.97807 <sup>a</sup>	7.29496 <sup>a</sup>	6.26209 <sup>a</sup>	8.65587 <sup>a</sup>	-3.99449 <sup>a</sup>	-1.12614
18-9-92 a 23-11-92	0.96687	0.07279	1.24472	1.62569 <sup>c</sup>	-0.02574	-1.73723 <sup>c</sup>	0.06796	-1.26859	0.16274
24-11-92 a 1-2-93	0.61549	1.17256	1.02995	1.69588 <sup>c</sup>	-0.63787	0.10792	-0.23663	0.82155	0.76387
2-2-93 a 14-5-93	4.10801 <sup>a</sup>	3.42871 <sup>a</sup>	5.67226 <sup>a</sup>	4.58241 <sup>a</sup>	2.27592 <sup>a</sup>	0.38484	4.58107 <sup>a</sup>	-1.48247	1.33837
15-5-93 a 2-8-93	0.91707	1.12204	0.51713	2.38715 <sup>a</sup>	0.12047	0.36788	-0.31117	0.55553	-1.40002
3-3-93 a 31-12-94	1.27572	1.04680	1.81146 <sup>c</sup>	2.49203 <sup>a</sup>	-0.00199	-0.35282	0.56635	-0.51337	0.62992

Notas:

(1) Contraste estadístico de Diebold y Mariano.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.23: Evaluación estadística de la precisión predictiva, florín holandés (HFL) (1)

Modelos predictivos	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	NN (2)
	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.
Períodos	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	SNN (3)	SNN (4)
13-1-87 a 31-12-94	11.62407 <sup>a</sup>	11.32862 <sup>a</sup>	12.82693 <sup>a</sup>	10.47214 <sup>a</sup>	6.80683 <sup>a</sup>	6.09413 <sup>a</sup>	7.72197 <sup>a</sup>	-0.01246	1.46917
13-1-87 a 8-1-90	9.04839 <sup>a</sup>	8.75905 <sup>a</sup>	9.84297 <sup>a</sup>	7.58942 <sup>a</sup>	5.80934 <sup>a</sup>	5.57670 <sup>a</sup>	6.70700 <sup>a</sup>	0.48212	1.34524
9-1-90 a 17-9-92	6.42239 <sup>a</sup>	5.71931 <sup>a</sup>	6.94143 <sup>a</sup>	5.31591 <sup>a</sup>	4.41102 <sup>a</sup>	3.24847 <sup>a</sup>	4.40316 <sup>a</sup>	-0.57555	0.20793
18-9-92 a 23-11-92	0.86796	0.74713	0.96503	1.11516	0.19813	0.07138	0.39102	-0.12660	0.46694
24-11-92 a 1-2-93	2.86979 <sup>a</sup>	3.12446 <sup>a</sup>	3.39645 <sup>a</sup>	1.26504	4.10723 <sup>a</sup>	2.67406 <sup>a</sup>	3.06142 <sup>a</sup>	-0.48396	-0.40961
2-2-93 a 14-5-93	2.65443 <sup>a</sup>	3.59383 <sup>a</sup>	3.27389 <sup>a</sup>	1.97834 <sup>a</sup>	1.93859 <sup>c</sup>	1.76700 <sup>c</sup>	1.91957 <sup>c</sup>	-0.22050	0.35367
15-5-93 a 2-8-93	0.79203	1.11632	0.95319	1.43004	-0.31889	0.04499	0.00834	0.48439	0.42903
3-3-93 a 31-12-94	3.23302 <sup>a</sup>	3.75506 <sup>a</sup>	4.00679 <sup>a</sup>	4.40780 <sup>a</sup>	0.61812	0.66753	1.15971	-0.03913	0.64594

Notas:

(1) Contraste estadístico de Diebold y Mariano.

<sup>a,b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.24: Evaluación estadística de la precisión predictiva, libra irlandesa (IRL) (1)

Modelos predictivos	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	NN (2)
	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.
Períodos	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	SNN (3)	SNN (4)
13-1-87 a 31-12-94	-0.84459	-1.33824	0.94139	2.97194 <sup>a</sup>	-1.97882 <sup>b</sup>	-2.54004 <sup>a</sup>	-0.21136	-0.37782	1.88665 <sup>c</sup>
13-1-87 a 8-1-90	1.06711	1.35235	1.81876 <sup>c</sup>	5.10730 <sup>a</sup>	-0.22769	0.00499	0.66593	0.21505	0.76519
9-1-90 a 17-9-92	3.01806 <sup>a</sup>	2.55642 <sup>a</sup>	1.87083 <sup>c</sup>	3.65315 <sup>a</sup>	2.15685 <sup>a</sup>	1.46101	0.83383	-1.02278	-1.51991
18-9-92 a 23-11-92	0.06218	0.01608	0.61217	0.32939	-0.01528	-0.12636	0.77760	-0.10757	0.62018
24-11-92 a 1-2-93	-0.91809	-2.24233 <sup>a</sup>	-1.27537	-0.52874	-0.96711	-1.89010	-1.31607	-0.59231	-0.34070
2-2-93 a 14-5-93	-1.77613 <sup>c</sup>	-7.55401 <sup>a</sup>	-1.14260	-0.79194	-1.29942	-0.95308	-0.27771	0.05164	1.79391 <sup>c</sup>
15-5-93 a 2-8-93	-0.03952	-0.90056	0.33218	0.39289	-0.24545	-1.13919	0.23675	-0.76899	0.39616
3-3-93 a 31-12-94	-3.17971 <sup>a</sup>	-3.39686 <sup>a</sup>	-1.73498 <sup>c</sup>	-0.13112	-3.25476 <sup>a</sup>	-3.58565 <sup>a</sup>	-1.75615 <sup>a</sup>	0.01147	2.56576 <sup>a</sup>

Notas:

(1) Contraste estadístico de Diebold y Mariano.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.2.25: Evaluación estadística de la precisión predictiva, lira italiana (LIT) (1)

Modelos predictivos	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	NN (2)
	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.
Períodos	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	SNN (3)	SNN (4)
13-1-87 a 31-12-94	1.66173 <sup>c</sup>	1.21024	3.18835 <sup>a</sup>	2.96196 <sup>a</sup>	-0.36935	-1.04435	1.53396	-0.61730	1.79521
13-1-87 a 8-1-90	2.55832 <sup>a</sup>	3.12599 <sup>a</sup>	4.95527 <sup>a</sup>	4.29737 <sup>a</sup>	-0.09489	-0.10473	1.81875 <sup>c</sup>	0.01670	1.27275
9-1-90 a 17-9-92	2.81749 <sup>a</sup>	3.09345 <sup>a</sup>	2.87760 <sup>a</sup>	2.27816 <sup>a</sup>	1.37624	2.08212 <sup>a</sup>	1.97710 <sup>b</sup>	0.46110	0.11275
18-9-92 a 23-11-92	-0.31658	-0.95218	-0.84547	-1.70919 <sup>c</sup>	1.11955	0.14600	0.57846	-1.44939	-1.48369
24-11-92 a 1-2-93	-2.33094 <sup>a</sup>	-1.76801 <sup>c</sup>	-0.86500	-0.69483	-2.12962 <sup>a</sup>	-1.94395 <sup>c</sup>	-0.81920	-0.55565	0.75779
2-2-93 a 14-5-93	-2.87374 <sup>a</sup>	-1.53926	-1.50950	0.38286	-3.70068 <sup>a</sup>	-2.33769 <sup>a</sup>	-2.73986 <sup>a</sup>	1.23444	1.23589
15-5-93 a 2-8-93	-1.25733	-0.10674	-0.43425	-0.15742	-1.18338	-0.05643	-0.71252	0.70617	0.84686
3-3-93 a 31-12-94	-0.24287	-1.62086 <sup>c</sup>	0.78578	0.09014	-0.33430	-2.03199 <sup>a</sup>	1.11677	-1.69916	1.26605

Notas:

(1) Contraste estadístico de Diebold y Mariano.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.2.26: Evaluación estadística de la precisión predictiva, peseta española (PTA) (1)

Modelos predictivos	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	NN (2)
	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.
Períodos	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	SNN (3)	SNN (4)
19-6-89 a 31-12-94	-1.20950	-1.19729	1.14396	1.18240	-1.78722 <sup>c</sup>	-1.70221 <sup>c</sup>	0.38309	-0.02384	1.97606
19-6-89 a 8-1-90	-1.28205	0.31580	0.70771	-0.34771	-1.20077	0.38575	0.71846	1.16629	1.44709
9-1-90 a 17-9-92	-2.25845 <sup>a</sup>	-1.05359	-0.46131	-0.03758	-2.26212 <sup>a</sup>	-0.99785	-0.39116	1.08105	2.09848
18-9-92 a 23-11-92	-0.54106	-0.12160	1.88909 <sup>c</sup>	-0.03984	-0.48077	-0.09182	1.60786 <sup>c</sup>	0.22990	1.75096
24-11-92 a 1-2-93	0.24597	-1.78645 <sup>c</sup>	-1.20231	-1.81237 <sup>c</sup>	1.23672	-1.31069	-0.67706	-2.63174 <sup>a</sup>	0.69711
2-2-93 a 14-5-93	-0.48387	-1.04656	-1.17741	1.43023	-0.98422	-1.26996	-2.17758 <sup>a</sup>	-0.76756	-0.33979
15-5-93 a 2-8-93	0.91117	2.78837 <sup>a</sup>	2.02377 <sup>a</sup>	2.84756 <sup>a</sup>	0.33120	2.13487 <sup>a</sup>	0.86828	1.34628	0.05925
3-3-93 a 31-12-94	0.03031	-1.77643 <sup>c</sup>	0.43668	1.64458 <sup>c</sup>	-0.40883	-2.34052 <sup>a</sup>	-0.32106	-1.29743	0.20809

Notas:

(1) Contraste estadístico de Diebold y Mariano.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.2.27: Evaluación estadística de la precisión predictiva, libra esterlina (UKL) (1)

Modelos predictivos	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	Paseo aleatorio	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	NN (2)
	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.	vs.
Períodos	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)	NN (2)	SNN (3)	SNN (4)	SNN (3)	SNN (4)
8-10-90 a 31-12-94	-5.18734	-4.00515	-3.12532	0.11270	-4.96648	-4.02344	-2.97541	0.79109	3.35403
8-10-90 a 17-9-92	-4.25690	-2.94416	-1.01237	0.18356	-4.36248	-2.99583	-1.06610	1.28192	4.02615
18-9-92 a 23-11-92	-1.76485	-0.79606	-1.69908	0.90929	-1.66826	-0.92992	-1.65151	0.40862	0.92651
24-11-92 a 1-2-93	-2.38917	-1.47191	-1.15199	2.06973	-2.63296	-1.74671	-1.48950	0.79166	1.96289
2-2-93 a 14-5-93	-0.02598	-2.71454	-1.09149	-1.29801	0.11149	-2.39877	-0.74410	-1.81917	-0.56323
15-5-93 a 2-8-93	-0.17549	-0.45869	-0.35787	-1.60108	0.07015	-0.24834	0.03823	-0.23380	-0.05077
3-8-93 a 31-12-94	-3.13349	-1.97120	-2.08303	-0.52348	-2.96856	-1.88405	-1.99359	0.75540	1.54497

Notas:

(1) Contraste estadístico de Diebold y Mariano.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.2.28: Evaluación de la correcta predicción direccional, franco belga (BFR)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	10.53273 <sup>a</sup>	10.27317 <sup>a</sup>	11.32648 <sup>a</sup>	3.45435 <sup>a</sup>
13-1-87 a 8-1-90	6.21198 <sup>a</sup>	7.45532 <sup>a</sup>	7.13897 <sup>a</sup>	1.01930
9-1-90 a 17-9-92	6.41201 <sup>a</sup>	6.61776 <sup>a</sup>	7.30389 <sup>a</sup>	4.27147 <sup>a</sup>
18-9-92 a 23-11-92	1.55502	-0.21615	1.76702 <sup>c</sup>	1.67708 <sup>c</sup>
24-11-92 a 1-2-93	2.00123 <sup>b</sup>	2.00123 <sup>b</sup>	2.58780 <sup>a</sup>	0.60904
2-2-93 a 14-5-93	2.31608 <sup>b</sup>	2.42742 <sup>b</sup>	2.82026 <sup>a</sup>	1.32806
15-5-93 a 2-8-93	2.21017 <sup>b</sup>	1.18216	1.74213 <sup>c</sup>	0.83290
3-3-93 a 31-12-94	4.24285 <sup>a</sup>	2.34961 <sup>b</sup>	3.11610 <sup>a</sup>	-0.24078

Notas:

(1) Contraste estadístico de Pesaran y Timmermann.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.29: Evaluación de la correcta predicción direccional, corona danesa (DKR)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	12.34405 <sup>a</sup>	11.97506 <sup>a</sup>	13.09720 <sup>a</sup>	10.83505 <sup>a</sup>
13-1-87 a 8-1-90	8.47272 <sup>a</sup>	8.27580 <sup>a</sup>	8.44554 <sup>a</sup>	6.84316 <sup>a</sup>
9-1-90 a 17-9-92	6.99256 <sup>a</sup>	8.04562 <sup>a</sup>	8.36866 <sup>a</sup>	6.56071 <sup>a</sup>
18-9-92 a 23-11-92	2.14649 <sup>b</sup>	1.43099	2.46434 <sup>b</sup>	2.40163 <sup>b</sup>
24-11-92 a 1-2-93	1.83705 <sup>c</sup>	1.43099	1.53245	2.07332 <sup>b</sup>
2-2-93 a 14-5-93	2.67663 <sup>a</sup>	2.22895 <sup>b</sup>	1.78048 <sup>a</sup>	2.76345 <sup>a</sup>
15-5-93 a 2-8-93	2.51673 <sup>b</sup>	2.20815 <sup>b</sup>	3.10522 <sup>a</sup>	2.48261 <sup>b</sup>
3-3-93 a 31-12-94	3.93226 <sup>a</sup>	2.94614 <sup>a</sup>	4.18107 <sup>a</sup>	3.14469 <sup>a</sup>

Notas:

(1) Contraste estadístico de Pesaran y Timmermann.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.30: Evaluación de la correcta predicción direccional, escudo portugués (ESC)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
6-4-92 a 31-12-94	0.69055	1.93652 <sup>c</sup>	2.79789 <sup>a</sup>	1.54251
6-4-92 a 17-9-92	-1.81297 <sup>c</sup>	-0.63997	1.17328	0.57752
18-9-92 a 23-11-92	0.91593	1.21294	-1.09559	1.51932
24-11-92 a 1-2-93	2.47002 <sup>b</sup>	1.48976	0.48326	1.58674 <sup>c</sup>
2-2-93 a 14-5-93	0.60889	1.34630	-1.24274	0.69267
15-5-93 a 2-8-93	-2.54977 <sup>b</sup>	0.16455	0.28331	-0.62713
3-8-93 a 31-12-94	1.67094 <sup>c</sup>	1.78915 <sup>c</sup>	3.92460 <sup>a</sup>	1.14101

Notas:

(1) Contraste estadístico de Pesaran y Timmermann.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.2.31: Evaluación de la correcta predicción direccional, franco francés (FF)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	13.17112 <sup>a</sup>	11.39418 <sup>a</sup>	13.00718 <sup>a</sup>	9.07852 <sup>a</sup>
13-1-87 a 8-1-90	7.97108 <sup>a</sup>	7.91393 <sup>a</sup>	8.69647 <sup>a</sup>	6.38836 <sup>a</sup>
9-1-90 a 17-9-92	8.31708 <sup>a</sup>	6.30411 <sup>a</sup>	7.93619 <sup>a</sup>	4.84057 <sup>a</sup>
18-9-92 a 23-11-92	2.04440 <sup>b</sup>	0.92718	1.29392	0.92060
24-11-92 a 1-2-93	1.53439	1.53439	1.90318 <sup>c</sup>	0.43840
2-2-93 a 14-5-93	2.23609 <sup>b</sup>	3.53906 <sup>a</sup>	2.99459 <sup>a</sup>	2.23609 <sup>b</sup>
15-5-93 a 2-8-93	1.35949	1.48888	0.85605	1.36564
3-3-93 a 31-12-94	5.66815 <sup>a</sup>	4.28536 <sup>a</sup>	4.81171 <sup>a</sup>	3.46529 <sup>a</sup>

Notas:

(1) Contraste estadístico de Pesaran y Timmermann.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.32: Evaluación de la correcta predicción direccional, florín holandés (HFL)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	14.48899 <sup>a</sup>	14.53134 <sup>a</sup>	14.96714 <sup>a</sup>	11.88953 <sup>a</sup>
13-1-87 a 8-1-90	9.67291 <sup>a</sup>	9.04743 <sup>a</sup>	9.47727 <sup>a</sup>	6.98892 <sup>a</sup>
9-1-90 a 17-9-92	8.71291 <sup>a</sup>	8.39736 <sup>a</sup>	9.40887 <sup>a</sup>	6.51741 <sup>a</sup>
18-9-92 a 23-11-92	1.34119	2.85076 <sup>a</sup>	2.85076 <sup>a</sup>	2.09916 <sup>b</sup>
24-11-92 a 1-2-93	2.93998 <sup>a</sup>	2.20498 <sup>b</sup>	2.99392 <sup>a</sup>	1.84991 <sup>c</sup>
2-2-93 a 14-5-93	2.77055 <sup>a</sup>	3.52152 <sup>a</sup>	2.88364 <sup>a</sup>	3.14650 <sup>a</sup>
15-5-93 a 2-8-93	2.17207 <sup>b</sup>	2.76009 <sup>a</sup>	1.86775 <sup>c</sup>	3.02275 <sup>a</sup>
3-3-93 a 31-12-94	4.90988 <sup>a</sup>	5.23785 <sup>a</sup>	5.01044 <sup>a</sup>	4.97360 <sup>a</sup>

Notas:

(1) Contraste estadístico de Pesaran y Timmermann.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.2.33: Evaluación de la correcta predicción direccional, libra irlandesa (IRL)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	7.40028 <sup>a</sup>	6.17031 <sup>a</sup>	6.91435 <sup>a</sup>	3.00810 <sup>a</sup>
13-1-87 a 8-1-90	4.18293 <sup>a</sup>	4.61891 <sup>a</sup>	4.71686 <sup>a</sup>	2.29481 <sup>b</sup>
9-1-90 a 17-9-92	6.44528 <sup>a</sup>	6.25002 <sup>a</sup>	6.29774 <sup>a</sup>	2.70147 <sup>b</sup>
18-9-92 a 23-11-92	1.10104	-0.54806	1.11700	0.06488
24-11-92 a 1-2-93	-0.12768	-1.56594	-0.65224	-0.63884
2-2-93 a 14-5-93	2.00784 <sup>b</sup>	0.78308	2.01976 <sup>b</sup>	0.46669
15-5-93 a 2-8-93	1.12443	0.62156	1.45121	0.29785
3-3-93 a 31-12-94	0.87946	-0.62513	-0.64979	0.62413

Notas:

(1) Contraste estadístico de Pesaran y Timmermann.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.2.34: Evaluación de la correcta predicción direccional, lira italiana (LIT)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
13-1-87 a 31-12-94	5.32544 <sup>a</sup>	5.16693 <sup>a</sup>	6.30856 <sup>a</sup>	3.79342 <sup>a</sup>
13-1-87 a 8-1-90	4.21946 <sup>a</sup>	3.22017 <sup>a</sup>	4.49557 <sup>a</sup>	4.29763 <sup>a</sup>
9-1-90 a 17-9-92	2.88896 <sup>a</sup>	3.76475 <sup>a</sup>	3.75800 <sup>a</sup>	1.96778 <sup>b</sup>
18-9-92 a 23-11-92	0.55739	0.55739	0.51069	-0.13215
24-11-92 a 1-2-93	-0.51898	-0.63047	0.46814	-0.33447
2-2-93 a 14-5-93	-0.51139	-0.05732	0.11322	1.95550 <sup>c</sup>
15-5-93 a 2-8-93	0.87587	2.05662 <sup>b</sup>	0.62002	0.36914
3-3-93 a 31-12-94	2.66705 <sup>a</sup>	1.74969 <sup>c</sup>	2.78287 <sup>a</sup>	-0.09909

Notas:

(1) Contraste estadístico de Pesaran y Timmermann.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.2.35: Evaluación de la correcta predicción direccional, peseta española (PTA)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
19-6-89 a 31-12-94	-0.27090	-1.12274	0.53553	1.15185
19-6-89 a 8-1-90	-0.37923	-0.93372	0.61090	-1.32383
9-1-90 a 17-9-92	-1.67782 <sup>c</sup>	-1.52134	-1.20618	-0.58951
18-9-92 a 23-11-92	0.44764	1.28587	1.07478	0.58440
24-11-92 a 1-2-93	0.06155	-1.33527	-0.27948	-
2-2-93 a 14-5-93	0.20937	0.34661	-1.03004	-0.13701
15-5-93 a 2-8-93	1.34294	2.45632 <sup>b</sup>	1.74402 <sup>b</sup>	1.77682 <sup>b</sup>
3-3-93 a 31-12-94	0.79671	-1.20241	1.01005	2.26799 <sup>b</sup>

Notas:

(1) Contraste estadístico de Pesaran y Timmermann.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.2.36: Evaluación de la correcta predicción direccional, libra esterlina (UKL)(1)

Períodos	NN(2)	SNN(3)	SNN (4)	ARIMA(1,1,0)
8-10-90 a 31-12-94	-1.00003	-0.10120	-1.43426	-0.37362
8-10-90 a 17-9-92	-2.03304 <sup>b</sup>	-0.78635	-0.49839	-0.76253
18-9-92 a 23-11-92	-0.97395	-1.19598	-1.54906	0.65834
24-11-92 a 1-2-93	-0.88120	1.19599	0.30918	0.65053
2-2-93 a 14-5-93	1.34113	-0.43472	-0.88755	-0.31542
15-5-93 a 2-8-93	1.71584 <sup>c</sup>	0.22635	-0.22635	-1.10622
3-8-93 a 31-12-94	-0.10474	0.86228	-0.64712	-0.51422

Notas:

(1) Contraste estadístico de Pesaran y Timmermann.

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente.

Valores críticos de  $N(0,1)$ : 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

### 5.8.3 Apéndice: Evaluación económica de las predicciones



Cuadro 5.8.3.1: Comportamiento de las reglas de transacción, franco belga (BFR) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)
13-1-87 a 31-12-94	54.50055	45.49945	53.18332	46.81668	51.20746	48.79254	90.45005	9.54995
13-1-87 a 8-1-90	53.75552	46.24448	55.37555	44.62445	51.10457	48.89543	97.34904	2.65096
9-1-90 a 17-9-92	54.95050	45.04950	53.46535	46.53465	51.32013	48.67987	90.26403	9.73597
18-9-92 a 23-11-92	59.52381	40.47619	42.85714	57.14286	52.38095	47.61905	92.85714	7.14286
24-11-92 a 1-2-93	46.15385	53.84615	43.58974	56.41026	53.84615	46.15385	87.17949	12.82051
2-2-93 a 14-5-93	53.84615	46.15385	61.53846	38.46154	53.84615	46.15385	87.69231	12.30769
15-5-93 a 2-8-93	47.27273	52.72727	40.00000	60.00000	40.00000	60.00000	81.81818	18.18182
3-3-93 a 31-12-94	56.84524	43.15476	51.19048	48.80952	52.08333	47.91667	78.86905	21.13095

Notas:

- (1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.2: Comportamiento de las reglas de transacción, corona danesa (DKR) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)
13-1-87 a 31-12-94	48.07966	51.92034	49.28876	50.71124	43.31437	56.68563	63.01565	36.98435
13-1-87 a 8-1-90	50.60000	49.40000	48.60000	51.40000	40.00000	60.00000	64.40000	35.60000
9-1-90 a 17-9-92	46.45309	53.54691	49.42792	50.57208	43.70709	56.29291	65.90389	34.09611
18-9-92 a 23-11-92	48.48485	51.51515	48.48485	51.51515	45.45455	54.54545	60.60606	39.39394
24-11-92 a 1-2-93	45.45455	54.54545	48.48485	51.51515	42.42424	57.57576	57.57576	42.42424
2-2-93 a 14-5-93	43.10345	56.89655	41.37931	58.62069	36.20690	63.79310	51.72414	48.27586
15-5-93 a 2-8-93	45.83333	54.16667	47.91667	52.08333	45.83333	54.16667	54.16667	45.83333
3-3-93 a 31-12-94	47.81145	52.18855	52.18855	47.81145	49.15825	50.84175	60.94276	39.05724

Notas:

- (1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.3: Comportamiento de las reglas de transacción, escudo portugués (ESC) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)
6-4-92 a 31-12-94	52.89389	47.10611	54.82315	45.17685	56.27010	43.72990	76.68810	23.31190
6-4-92 a 17-9-92	54.36893	45.63107	58.25243	41.74757	57.28155	42.71845	76.69903	23.30097
18-9-92 a 23-11-92	51.16279	48.83721	67.44186	32.55814	67.44186	32.55814	60.46512	39.53488
24-11-92 a 1-2-93	55.26316	44.73684	63.15789	36.84211	55.26316	44.73684	73.68421	26.31579
2-2-93 a 14-5-93	50.00000	50.00000	60.60606	39.39394	60.60606	39.39394	74.24242	25.75758
15-5-93 a 2-8-93	49.05660	50.94340	43.39623	56.60377	49.05660	50.94340	60.37736	39.62264
3-8-93 a 31-12-94	53.60502	46.39498	51.72414	48.27586	54.85893	45.14107	82.44514	17.55486

Notas:

- (1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.3.4: Comportamiento de las reglas de transacción, franco francés (FF) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)
13-1-87 a 31-12-94	51.61522	48.38478	52.40488	47.59512	48.60014	51.39986	64.03446	35.96554
13-1-87 a 8-1-90	51.82186	48.17814	56.07287	43.92713	49.79757	50.20243	64.77733	35.22267
9-1-90 a 17-9-92	53.53075	46.46925	51.48064	48.51936	49.88610	50.11390	65.83144	34.16856
18-9-92 a 23-11-92	53.33333	46.66667	53.33333	46.66667	53.33333	46.66667	63.33333	36.66667
24-11-92 a 1-2-93	55.17241	44.82759	55.17241	44.82759	51.72414	48.27586	75.86207	24.13793
2-2-93 a 14-5-93	63.15789	36.84211	59.64912	40.35088	57.89474	42.10526	63.15789	36.84211
15-5-93 a 2-8-93	36.95652	63.04348	43.47826	56.52174	32.60870	67.39130	67.39130	32.60870
3-3-93 a 31-12-94	47.98658	52.01342	47.31544	52.68456	44.63087	55.36913	58.72483	41.27517

## Notas:

- (1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.5: Comportamiento de las reglas de transacción, florín holandés (HFL) (1)

Modelos predictivos Períodos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)
13-1-87 a 31-12-94	46.21514	53.78486	49.46879	50.53121	47.14475	52.85525	59.22975	40.77025
13-1-87 a 8-1-90	48.25046	51.74954	49.17127	50.82873	46.22468	53.77532	60.03683	39.96317
9-1-90 a 17-9-92	43.27731	56.72269	50.63025	49.36975	46.84874	53.15126	61.13445	38.86555
18-9-92 a 23-11-92	36.11111	63.88889	47.22222	52.77778	47.22222	52.77778	61.11111	38.88889
24-11-92 a 1-2-93	48.38710	51.61290	48.38710	51.61290	41.93548	58.06452	58.06452	41.93548
2-2-93 a 14-5-93	52.54237	47.45763	52.54237	47.45763	55.93220	44.06780	69.49153	30.50847
15-5-93 a 2-8-93	38.00000	62.00000	40.00000	60.00000	40.00000	60.00000	52.00000	48.00000
3-3-93 a 31-12-94	48.23151	51.76849	49.51768	50.48232	49.19614	50.80386	54.01929	45.98071

Notas:

- (1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.6: Comportamiento de las reglas de transacción, libra irlandesa (IRL) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)
13-1-87 a 31-12-94	57.89770	42.10230	60.98932	39.01068	62.33839	37.66161	88.19562	11.80438
13-1-87 a 8-1-90	60.41979	39.58021	62.21889	37.78111	62.96852	37.03148	91.90405	8.09595
9-1-90 a 17-9-92	53.50877	46.49123	56.84211	43.15789	61.57895	38.42105	93.68421	6.31579
18-9-92 a 23-11-92	47.61905	52.38095	64.28571	35.71429	66.66667	33.33333	83.33333	16.66667
24-11-92 a 1-2-93	67.44186	32.55814	51.16279	48.83721	53.48837	46.51163	81.39535	18.60465
2-2-93 a 14-5-93	52.30769	47.69231	64.61538	35.38462	55.38462	44.61538	90.76923	9.23077
15-5-93 a 2-8-93	50.94340	49.05660	58.49057	41.50943	58.49057	41.50943	86.79245	13.20755
3-3-93 a 31-12-94	62.53687	37.46313	66.07670	33.92330	64.89676	35.10324	72.86136	27.13864

## Notas:

- (1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.3.7: Comportamiento de las reglas de transacción, lira italiana (LIT) (1)

Modelos predictivos Períodos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)
13-1-87 a 31-12-94	54.68521	45.31479	49.12152	50.87848	50.21962	49.78038	65.00732	34.99268
13-1-87 a 8-1-90	56.30252	43.69748	51.47059	48.52941	51.05042	48.94958	65.75630	34.24370
9-1-90 a 17-9-92	55.68720	44.31280	46.91943	53.08057	48.34123	51.65877	64.21801	35.78199
18-9-92 a 23-11-92	55.88235	44.11765	55.88235	44.11765	44.11765	55.88235	61.76471	38.23529
24-11-92 a 1-2-93	46.87500	53.12500	31.25000	68.75000	34.37500	65.62500	56.25000	43.75000
2-2-93 a 14-5-93	55.17241	44.82759	58.62069	41.37931	51.72414	48.27586	51.72414	48.27586
15-5-93 a 2-8-93	48.93617	51.06383	40.42553	59.57447	55.31915	44.68085	61.70213	38.29787
3-3-93 a 31-12-94	52.18855	47.81145	49.15825	50.84175	52.86195	47.13805	69.36027	30.63973

Notas:

- (1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.3.8: Comportamiento de las reglas de transacción, peseta española (PTA) (1)

Modelos predictivos Períodos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)
19-6-89 a 31-12-94	51.91083	48.08917	45.85987	54.14013	45.01062	54.98938	95.11677	4.88323
19-6-89 a 8-1-90	53.33333	46.66667	47.77778	52.22222	45.55556	54.44444	97.77778	2.22222
9-1-90 a 17-9-92	49.87893	50.12107	37.77240	62.22760	38.74092	61.25908	96.12591	3.87409
18-9-92 a 23-11-92	53.57143	46.42857	75.00000	25.00000	64.28571	35.71429	85.71429	14.28571
24-11-92 a 1-2-93	55.55556	44.44444	44.44444	55.55556	59.25926	40.74074	100.00000	0.00000
2-2-93 a 14-5-93	50.90909	49.09091	63.63636	36.36364	61.81818	38.18182	94.54545	5.45455
15-5-93 a 2-8-93	52.17391	47.82609	43.47826	56.52174	60.86957	39.13043	95.65217	4.34783
3-3-93 a 31-12-94	54.06360	45.93640	51.23675	48.76325	44.87633	55.12367	93.28622	6.71378

## Notas:

- (1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.3.9: Comportamiento de las reglas de transacción, libra esterlina (UKL) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)	P(compra)	P(venta)
8-10-90 a 31-12-94	50.70423	49.29577	50.30181	49.69819	48.99396	51.00604	90.34205	9.65795
8-10-90 a 17-9-92	55.75621	44.24379	48.08126	51.91874	45.37246	54.62754	96.61400	3.38600
18-9-92 a 23-11-92	31.81818	68.18182	61.36364	38.63636	36.36364	63.63636	65.90909	34.09091
24-11-92 a 1-2-93	48.83721	51.16279	41.86047	58.13953	46.51163	53.48837	86.04651	13.95349
2-2-93 a 14-5-93	50.00000	50.00000	45.58824	54.41176	42.64706	57.35294	79.41176	20.58824
15-5-93 a 2-8-93	41.81818	58.18182	49.09091	50.90909	41.81818	58.18182	76.36364	23.63636
3-8-93 a 31-12-94	48.38710	51.61290	53.95894	46.04106	58.06452	41.93548	90.32258	9.67742

Notas:

- (1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).
- (2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.3.10: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, franco belga (BFR) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
13-1-87 a 31-12-94	0.06306 (5.98609 <sup>a</sup> )	-0.06194 (-5.88064 <sup>a</sup> )	0.06372 (7.59384 <sup>a</sup> )	-0.06128 (-7.30255 <sup>a</sup> )	0.06703 (7.83336 <sup>a</sup> )	-0.05797 (-6.77372 <sup>a</sup> )	0.00723 (1.28870)	-0.11777 (-20.98718 <sup>a</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	0.07038 (6.10754 <sup>a</sup> )	-0.05462 (-4.74009 <sup>a</sup> )	0.08255 (7.31959 <sup>a</sup> )	-0.04245 (-3.76451 <sup>a</sup> )	0.08261 (8.64176 <sup>a</sup> )	-0.04239 (-4.43477 <sup>a</sup> )	-0.00038 (-0.05881)	-0.12538 (-19.60608 <sup>a</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	0.07242 (6.78534 <sup>a</sup> )	-0.05258 (-4.92678 <sup>a</sup> )	0.07524 (7.79123 <sup>a</sup> )	-0.04976 (-5.15267 <sup>a</sup> )	0.07571 (7.44774 <sup>a</sup> )	-0.04929 (-4.84908 <sup>a</sup> )	0.02708 (3.10809 <sup>a</sup> )	-0.09792 (-11.23701 <sup>a</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	0.05383 (2.12682 <sup>b</sup> )	-0.07117 (-2.81190 <sup>a</sup> )	0.02816 (1.71487 <sup>c</sup> )	-0.09684 (-5.89815 <sup>a</sup> )	0.05323 (1.60095 <sup>c</sup> )	-0.07177 (-2.15884 <sup>b</sup> )	0.01107 (0.34713)	-0.11393 (-3.57176 <sup>a</sup> )
24-11-92 a 1-2-93	0.07731 (7.62203 <sup>a</sup> )	-0.04769 (-4.70130 <sup>a</sup> )	0.05426 (1.81511 <sup>c</sup> )	-0.07074 (-2.36611 <sup>b</sup> )	0.09563 (4.70376 <sup>a</sup> )	-0.02937 (-1.44433)	0.01300 (0.82241)	-0.11200 (-7.08651 <sup>a</sup> )
2-2-93 a 14-5-93	0.05709 (2.78605 <sup>a</sup> )	-0.06791 (-3.31377 <sup>a</sup> )	0.05926 (2.51501 <sup>b</sup> )	-0.06574 (-2.78968 <sup>a</sup> )	0.07053 (3.31084 <sup>a</sup> )	-0.05447 (-2.55704 <sup>b</sup> )	0.02674 (1.09112)	-0.09826 (-4.00981 <sup>a</sup> )
15-5-93 a 2-8-93	-0.02549 (-0.36949)	-0.15049 (-2.18113 <sup>b</sup> )	-0.06418 (-0.82680)	-0.18918 (-2.43723 <sup>b</sup> )	-0.04355 (-0.55660)	-0.16855 (-2.15405 <sup>b</sup> )	-0.02306 (-0.29142)	-0.14806 (-1.87119 <sup>c</sup> )
3-3-93 a 31-12-94	0.04652 (1.14718)	-0.07848 (-1.93552 <sup>c</sup> )	0.03225 (0.93152)	-0.09275 (-2.67904 <sup>a</sup> )	0.03575 (0.96226)	-0.08925 (-2.40226 <sup>b</sup> )	-0.01316 (-0.47196)	-0.13816 (-4.95346 <sup>a</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.11: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, corona danesa (DKR) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
13-1-87 a 31-12-94	0.26137 (11.72770 <sup>a</sup> )	0.13637 (6.11894 <sup>a</sup> )	0.27886 (11.92887 <sup>a</sup> )	0.15386 (6.58170 <sup>a</sup> )	0.28220 (11.55959 <sup>a</sup> )	0.15720 (6.43931 <sup>a</sup> )	0.22727 (8.98063 <sup>a</sup> )	0.10227 (4.04120 <sup>a</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	0.32650 (9.52853 <sup>a</sup> )	0.20150 (5.88059 <sup>a</sup> )	0.35460 (10.26555 <sup>a</sup> )	0.22960 (6.64681 <sup>a</sup> )	0.35551 (10.50971 <sup>a</sup> )	0.23051 (6.81440 <sup>a</sup> )	0.27046 (8.52527 <sup>a</sup> )	0.14546 (4.58512 <sup>a</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	0.29413 (8.75552 <sup>a</sup> )	0.16913 (5.03458 <sup>a</sup> )	0.34403 (9.81383 <sup>a</sup> )	0.21903 (6.24809 <sup>a</sup> )	0.34288 (9.64684 <sup>a</sup> )	0.21788 (6.12998 <sup>a</sup> )	0.27378 (7.89207 <sup>a</sup> )	0.14878 (4.28883 <sup>a</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	0.17015 (5.33264 <sup>a</sup> )	0.04515 (1.41507)	0.15898 (1.54165)	0.03398 (0.32953)	0.21741 (7.00992 <sup>a</sup> )	0.09241 (2.97952 <sup>a</sup> )	0.30932 (1.69464 <sup>c</sup> )	0.18432 (1.00982)
24-11-92 a 1-2-93	0.43942 (3.86126 <sup>a</sup> )	0.31442 (2.76287 <sup>a</sup> )	0.40936	0.28436	0.39733 (2.79323 <sup>a</sup> )	0.27233 (1.91449 <sup>c</sup> )	0.36403 (3.85049 <sup>a</sup> )	0.23903 (2.52830 <sup>b</sup> )
2-2-93 a 14-5-93	0.29611 (2.66289 <sup>a</sup> )	0.17111 (1.53877)	0.27100 (3.15317 <sup>a</sup> )	0.14600 (1.69878 <sup>c</sup> )	0.13502 (1.66379 <sup>c</sup> )	0.01002 (0.12350)	0.30392 (2.66383 <sup>a</sup> )	0.17892 (1.56821)
15-5-93 a 2-8-93	-0.05548 (-0.24512)	-0.18048 (-0.79736)	-0.01107 (-0.05081)	-0.13607 (-0.62483)	0.05805 (0.25140)	-0.06695 (-0.28997)	0.04601 (0.24980)	-0.07899 (-0.42882)
3-3-93 a 31-12-94	0.13829 (3.02750 <sup>a</sup> )	0.01329 (0.29097)	0.10267 (2.16612 <sup>b</sup> )	-0.02233 (-0.47106)	0.12888 (2.56250 <sup>a</sup> )	0.00388 (0.07719)	0.07613 (1.56394)	-0.04887 (-1.00402)

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.12: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, escudo portugués (ESC) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
6-4-92 a 31-12-94	0.03233 (0.65785)	-0.09267 (-1.88599 <sup>e</sup> )	0.08657 (2.14400 <sup>b</sup> )	-0.03843 (-0.95181)	0.08910 (2.22300 <sup>a</sup> )	-0.03590 (-0.89576)	0.08424 (1.97736 <sup>b</sup> )	-0.04076 (-0.95677)
6-4-92 a 17-9-92	-0.10814 (-1.32860)	-0.23314 (-2.86439 <sup>a</sup> )	-0.07545 (-0.90690)	-0.20045 (-2.40943 <sup>a</sup> )	0.06289 (0.71725)	-0.06211 (-0.70835)	0.02794 (0.29840)	-0.09706 (-1.03655)
18-9-92 a 23-11-92	0.58441 (1.76325 <sup>c</sup> )	0.45941 (1.38611)	0.57759 (1.62359 <sup>c</sup> )	0.45259 (1.27222)	0.15398 (0.47767)	0.02898 (0.08989)	0.69841 (2.35603 <sup>b</sup> )	0.57341 (1.93435 <sup>c</sup> )
24-11-92 a 1-2-93	0.35088 (4.05777 <sup>a</sup> )	0.22588 (2.61218 <sup>a</sup> )	0.30460 (2.63638 <sup>a</sup> )	0.17960 (1.55449)	0.10785 (1.24112)	-0.01715 (-0.19732)	0.27956 (22.32508 <sup>a</sup> )	0.15456 (12.34269 <sup>a</sup> )
2-2-93 a 14-5-93	-0.03798 (-0.21690)	-0.16298 (-0.93070)	-0.01691 (-0.11116)	-0.14191 (-0.93288)	-0.25767 (-1.61745 <sup>a</sup> )	-0.38267 (-2.40209 <sup>b</sup> )	-0.04333 (-0.27144)	-0.16833 (-1.05451)
15-5-93 a 2-8-93	-0.32284	-0.44784	0.18776 (1.21469)	0.06276 (0.40602)	0.15195 (0.81388)	0.02695 (0.14433)	0.03865 (0.21976)	-0.08635 (-0.49100)
3-8-93 a 31-12-94	0.03887 (1.10125)	-0.08613 (-2.44034 <sup>b</sup> )	0.05132 (1.23472)	-0.07368 (-1.77280 <sup>c</sup> )	0.14788 (3.99296 <sup>a</sup> )	0.02288 (0.61787)	0.03033 (0.81501)	-0.09467 (-2.54379 <sup>b</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.3.13: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, franco francés (FF) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
13-1-87 a 31-12-94	0.24479 (13.91009 <sup>a</sup> )	0.11979 (6.80694 <sup>a</sup> )	0.20838 (11.96837 <sup>a</sup> )	0.08338 (4.78898 <sup>a</sup> )	0.24271 (13.65702 <sup>a</sup> )	0.11771 (6.62341 <sup>a</sup> )	0.16399 (8.84493 <sup>a</sup> )	0.03899 (2.10312 <sup>b</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	0.27584 (9.10379 <sup>a</sup> )	0.15084 (4.97832 <sup>a</sup> )	0.23675 (7.80619 <sup>a</sup> )	0.11175 (3.68472 <sup>a</sup> )	0.28929 (12.41130 <sup>a</sup> )	0.16429 (7.04847 <sup>a</sup> )	0.19612 (6.74721 <sup>a</sup> )	0.07112 (2.44682 <sup>b</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	0.28527 (9.97298 <sup>a</sup> )	0.16027 (5.60296 <sup>a</sup> )	0.22442 (7.53795 <sup>a</sup> )	0.09942 (3.33931 <sup>a</sup> )	0.27868 (9.44731 <sup>a</sup> )	0.15368 (5.20982 <sup>a</sup> )	0.17737 (5.55425 <sup>a</sup> )	0.05237 (1.64005 <sup>c</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	0.28213 (25.25074 <sup>a</sup> )	0.15713 (14.06329 <sup>a</sup> )	0.26149 (1.45807)	0.13649 (0.76107)	0.17968 (3.25891 <sup>a</sup> )	0.05468 (0.99173)	0.11962 (1.14056)	-0.00538 (-0.05127)
24-11-92 a 1-2-93	0.33946 (2.83871 <sup>a</sup> )	0.21446 (1.79340)	0.29313 (2.96421 <sup>a</sup> )	0.16813 (1.70018 <sup>c</sup> )	0.36546 (3.50005 <sup>a</sup> )	0.24046 (2.30290 <sup>b</sup> )	0.03698 (0.33523)	-0.08802 (-0.79791)
2-2-93 a 14-5-93	0.22254 (2.33125 <sup>b</sup> )	0.09754 (1.02177)	0.28958 (3.23789 <sup>a</sup> )	0.16458 (1.84022 <sup>c</sup> )	0.28675 (3.28858 <sup>a</sup> )	0.16175 (1.85502 <sup>c</sup> )	0.21837 (2.68240 <sup>a</sup> )	0.09337 (1.14695)
15-5-93 a 2-8-93	-0.03998 (-0.31561)	-0.16498 (-1.30234)	0.00887 (0.08949)	-0.11613 (-1.17128)	-0.08776 (-0.67036)	-0.21276 (-1.62516 <sup>c</sup> )	0.06223 (0.68293)	-0.06277 (-0.68878)
3-3-93 a 31-12-94	0.16892 (4.71506 <sup>a</sup> )	0.04392 (1.22591)	0.13939 (3.96222 <sup>a</sup> )	0.01439 (0.40916)	0.14949 (4.00988 <sup>a</sup> )	0.02449 (0.65691)	0.11316 (2.98460 <sup>a</sup> )	-0.01184 (-0.31239)

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.14: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, florín holandés (HFL) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
13-1-87 a 31-12-94	0.14030 (17.64534 <sup>a</sup> )	0.01530 (1.92406 <sup>c</sup> )	0.14016 (17.60472 <sup>a</sup> )	0.01516 (1.90428 <sup>c</sup> )	0.14714 (18.15307 <sup>a</sup> )	0.02214 (2.73145 <sup>a</sup> )	0.11217 (14.46535 <sup>a</sup> )	-0.01283 (-1.65413 <sup>c</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	0.16271 (11.10772 <sup>a</sup> )	0.03771 (2.57450 <sup>b</sup> )	0.15806 (10.64378 <sup>a</sup> )	0.03306 (2.22640 <sup>b</sup> )	0.17431 (12.33279 <sup>a</sup> )	0.04931 (3.48884 <sup>a</sup> )	0.13078 (8.56508 <sup>a</sup> )	0.00578 (0.37849)
9-1-90 a 17-9-92	0.14948 (11.02435 <sup>a</sup> )	0.02448 (1.80533 <sup>c</sup> )	0.15469 (12.02127 <sup>a</sup> )	0.02969 (2.30709 <sup>b</sup> )	0.15851 (12.28462 <sup>a</sup> )	0.03351 (2.59729 <sup>b</sup> )	0.10964 (8.13293 <sup>a</sup> )	-0.01536 (-1.13971)
18-9-92 a 23-11-92	0.10160 (2.23216 <sup>b</sup> )	-0.02340 (-0.51418)	0.17736 (4.29227 <sup>a</sup> )	0.05236 (1.26713)	0.16742 (3.78542 <sup>a</sup> )	0.04242 (0.95921)	0.15325 (4.63677 <sup>a</sup> )	0.02825 (0.85467)
24-11-92 a 1-2-93	0.18805 (17.12040 <sup>a</sup> )	0.06305 (5.74007 <sup>a</sup> )	0.15095 (62.84032 <sup>a</sup> )	0.02595 (10.80278 <sup>a</sup> )	0.19035 (0.00000)	0.06535 (0.00000)	0.12634 (10.34027 <sup>a</sup> )	0.00134 (0.10930)
2-2-93 a 14-5-93	0.15339 (5.21680 <sup>a</sup> )	0.02839 (0.96556)	0.16711 (6.41098 <sup>a</sup> )	0.04211 (1.61542)	0.15490 (5.26565 <sup>a</sup> )	0.02990 (1.01641)	0.12438 (4.62192 <sup>a</sup> )	-0.00062 (-0.02298)
15-5-93 a 2-8-93	0.10312 (2.67450 <sup>a</sup> )	-0.02188 (-0.56748)	0.10642 (2.71933 <sup>a</sup> )	-0.01858 (-0.47477)	0.08185 (2.31835 <sup>b</sup> )	-0.04315 (-1.22201)	0.12871 (4.32324 <sup>a</sup> )	0.00371 (0.12469)
3-3-93 a 31-12-94	0.09033 (7.97825 <sup>a</sup> )	-0.03467 (-3.06267 <sup>a</sup> )	0.08160 (7.21568 <sup>a</sup> )	-0.04340 (-3.83721 <sup>a</sup> )	0.08466 (7.02656 <sup>a</sup> )	-0.04034 (-3.34824 <sup>a</sup> )	0.07243 (7.05252 <sup>a</sup> )	-0.05257 (-5.11910)

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.15: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, libra irlandesa (IRL) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
13-1-87 a 31-12-94	0.05268 (3.10794 <sup>a</sup> )	-0.07232 (-4.26719 <sup>a</sup> )	0.02164 (1.28823)	-0.10336 (-6.15430 <sup>a</sup> )	0.03048 (1.85359 <sup>a</sup> )	-0.09452 (-5.74876 <sup>a</sup> )	0.01532 (0.89694)	-0.10968 (-6.41910 <sup>a</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	0.05134 (3.18295 <sup>a</sup> )	-0.07366 (-4.56641 <sup>a</sup> )	0.06173 (3.71812 <sup>a</sup> )	-0.06327 (-3.81090 <sup>a</sup> )	0.07251 (4.41373 <sup>a</sup> )	-0.05249 (-3.19510 <sup>a</sup> )	0.01089 (0.65669)	-0.11411 (-6.88408 <sup>a</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	0.06885 (4.37497 <sup>a</sup> )	-0.05615 (-3.56832 <sup>a</sup> )	0.06101 (4.57579 <sup>a</sup> )	-0.06399 (-4.79904 <sup>a</sup> )	0.06094 (4.14303 <sup>a</sup> )	-0.0640 (-4.35546 <sup>a</sup> )	-0.00107 (-0.08649)	-0.12607 (-10.21988 <sup>a</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	0.11900 (1.27524)	-0.00600 (-0.06425)	-0.06154 (-0.65180)	-0.18654 (-1.97567 <sup>b</sup> )	-0.03630 (-0.54248)	-0.16130 (-2.41044 <sup>b</sup> )	-0.05230 (-0.53163)	-0.17730 (-1.80221 <sup>c</sup> )
24-11-92 a 1-2-93	0.37435 (0.82178)	0.24935 (0.54737)	-0.61320 (-1.49757)	-0.73820 (-1.80285)	-0.30408 (-0.75309)	-0.42908 (-1.06267)	0.41811 (0.94128)	0.29311 (0.65987)
2-2-93 a 14-5-93	0.03615 (1.81384 <sup>c</sup> )	-0.08885 (-4.45889 <sup>a</sup> )	0.02701 (0.63461)	-0.09799 (-2.30176 <sup>b</sup> )	0.04989 (1.46186)	-0.07511 (-2.20055 <sup>b</sup> )	0.02762 (0.60181)	-0.09738 (-2.12149 <sup>b</sup> )
15-5-93 a 2-8-93	0.07555 (1.29284)	-0.04945 (-0.84607)	0.04378 (0.68549)	-0.08122 (-1.27163)	0.04974 (0.76246)	-0.07526 (-1.15368)	0.05024 (0.71149)	-0.07476 (-1.05880)
3-3-93 a 31-12-94	-0.02132 (-0.42643)	-0.14632 (-2.92699)	-0.03712 (-0.70365)	-0.16212 (-3.07317)	-0.05947 (-1.14837)	-0.18447 (-3.56231 <sup>a</sup> )	0.00109 (0.02342)	-0.12391 (-2.65807 <sup>a</sup> )

Notas

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.3.16: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, lira italiana (LIT) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
13-1-87 a 31-12-94	0.26807 (6.29700 <sup>a</sup> )	0.14307 (3.36076 <sup>a</sup> )	0.26565 (6.24021 <sup>a</sup> )	0.14065 (3.30396 <sup>a</sup> )	0.33479 (9.14337 <sup>a</sup> )	0.20979 (5.72956 <sup>a</sup> )	0.22673 (5.45244 <sup>a</sup> )	0.10173 (2.44645 <sup>b</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	0.36725 (5.69470 <sup>a</sup> )	0.24225 (3.75641 <sup>a</sup> )	0.29895 (4.85638 <sup>a</sup> )	0.17395 (2.82577 <sup>a</sup> )	0.41168 (7.03725 <sup>a</sup> )	0.28668 (4.90048 <sup>a</sup> )	0.26451 (5.30869 <sup>a</sup> )	0.13951 (2.79992 <sup>a</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	0.26572 (4.18991 <sup>a</sup> )	0.14072 (2.21889 <sup>b</sup> )	0.26191 (4.01614 <sup>a</sup> )	0.13691 (2.09936 <sup>b</sup> )	0.30153 (4.54976 <sup>a</sup> )	0.17653 (2.66365 <sup>a</sup> )	0.18917 (2.99129 <sup>a</sup> )	0.06417 (1.01471)
18-9-92 a 23-11-92	0.16064 (0.48129)	0.03564 (0.10677)	0.60435 (0.95668)	0.47935 (0.75880)	0.65643 (1.05244)	0.53143 (0.85203)	-0.30384 (-0.46111)	-0.42884 (-0.65082)
24-11-92 a 1-2-93	-0.36461 (-1.08407)	-0.48961 (-1.45572)	-0.32394 (-2.11604 <sup>b</sup> )	-0.44894 (-2.93257 <sup>a</sup> )	-0.09925 (-0.30353)	-0.22425 (-0.68581)	0.19693 (0.54976)	0.07193 (0.20081)
2-2-93 a 14-5-93	-0.11843 (-0.47602)	-0.24343 (-0.97845)	0.04107 (0.12275)	-0.08393 (-0.25086)	0.11820 (0.47631)	-0.00680 (-0.02740)	0.98027 (3.27863 <sup>a</sup> )	0.85527 (2.86055 <sup>a</sup> )
15-5-93 a 2-8-93	0.19198 (0.87877)	0.06698 (0.30659)	0.32352 (1.50530)	0.19852 (0.92369)	0.04897 (0.23470)	-0.07603 (-0.36436)	-0.00575 (-0.02910)	-0.13075 (-0.66160)
3-3-93 a 31-12-94	0.28045 (2.96962)	0.15545 (1.64603)	0.27707 (2.68759)	0.15207 (1.47509)	0.35631 (3.84959)	0.23131 (2.49909)	0.17314 (1.91138)	0.04814 (0.53148)

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.3.17: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, peseta española (PTA) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
Períodos	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
19-6-89 a 31-12-94	0.04051 (0.99209)	-0.08449 (-2.06890 <sup>b</sup> )	0.00732 (0.23686)	-0.11768 (-3.80866 <sup>a</sup> )	0.06773 (2.08790 <sup>b</sup> )	-0.05727 (-1.76526 <sup>c</sup> )	0.04907 (1.42321)	-0.07593 (-2.20216 <sup>b</sup> )
19-6-89 a 8-1-90	0.04482 (0.71377)	-0.08018 (-1.27692)	-0.00159 (-0.01908)	-0.12659 (-1.51685)	0.02743 (0.31529)	-0.09757 (-1.12136)	-0.03903 (-0.45688)	-0.16403 (-1.92018 <sup>c</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	-0.02450 (-0.99616)	-0.14950 (-6.07775 <sup>a</sup> )	-0.02580 (-0.78822)	-0.15080 (-4.60753 <sup>a</sup> )	0.02018 (0.79144)	-0.10482 (-4.11019 <sup>a</sup> )	0.01062 (0.20530)	-0.11438 (-2.21084 <sup>b</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	-0.49342 (-0.54870)	-0.61842 (-0.68771)	0.06379 (0.15640)	-0.06121 (-0.15007)	0.79192 (1.93226 <sup>c</sup> )	0.66692 (1.62727)	-0.40888 (-0.58049)	-0.53388 (-0.75796)
24-11-92 a 1-2-93	0.04775 (0.50192)	-0.07725 (-0.81195)	-0.25539 (-4.02078 <sup>a</sup> )	-0.38039 (-5.98878 <sup>a</sup> )	-0.21720 (-1.59863)	-0.34220 (-2.51868 <sup>b</sup> )	-0.22186 (-1.52281)	-0.34686 (-2.38081 <sup>b</sup> )
2-2-93 a 14-5-93	0.28420 (1.37678)	0.15920 (0.77124)	0.21892 (1.18838)	0.09392 (0.50985)	0.14694 (0.73059)	0.02194 (0.10907)	0.24319 (1.18056)	0.11819 (0.57376)
15-5-93 a 2-8-93	0.41330 (1.62525 <sup>c</sup> )	0.28830 (1.13370)	0.49158 (2.54366 <sup>b</sup> )	0.36658 (1.89685 <sup>c</sup> )	0.32624 (1.46568)	0.20124 (0.90409)	0.56517 (1.82292 <sup>c</sup> )	0.44017 (1.41974)
3-3-93 a 31-12-94	0.07821 (1.38938)	-0.04679 (-0.83119)	-0.04188 (-0.76258)	-0.16688 (-3.03856 <sup>a</sup> )	0.04806 (0.79641)	-0.07694 (-1.27477)	0.08274 (2.32970 <sup>b</sup> )	-0.04226 (-1.18982)

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.3.18: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, libra esterlina (UKL) (1)

Modelos predictivos	NN (2)		SNN (3)		SNN (4)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
8-10-90 a 31-12-94	-0.06633 (-1.49506)	-0.19133 (-4.31252 <sup>a</sup> )	-0.03102 (-0.86801)	-0.15602 (-4.36590 <sup>a</sup> )	-0.00795 (-0.26881)	-0.13295 (-4.49658 <sup>a</sup> )	0.04937 (1.26339)	-0.07563 (-1.93560 <sup>c</sup> )
8-10-90 a 17-9-92	-0.10431 (-2.23690 <sup>b</sup> )	-0.22931 (-4.91736 <sup>a</sup> )	-0.03743 (-0.85938)	-0.16243 (-3.72925 <sup>a</sup> )	0.01480 (0.30917)	-0.11020 (-2.30151 <sup>b</sup> )	0.05923 (1.32080)	-0.06577 (-1.46640)
18-9-92 a 23-11-92	-0.62320 (-1.74418 <sup>c</sup> )	-0.74820 (-2.09402 <sup>b</sup> )	-0.34045 (-2.13524 <sup>b</sup> )	-0.46545 (-2.91923 <sup>a</sup> )	-0.67576 (-1.60238)	-0.80076 (-1.89878 <sup>c</sup> )	0.52146 (1.44539)	0.39646 (1.09891)
24-11-92 a 1-2-93	-0.26502 (-2.37835 <sup>b</sup> )	-0.39002 (-3.50014 <sup>a</sup> )	0.06770 (0.30307)	-0.05730 (-0.25652)	-0.06324 (-0.33926)	-0.18824 (-1.00989)	0.39163 (2.08952 <sup>b</sup> )	0.26663 (1.42259)
2-2-93 a 14-5-93	0.25907 (1.63866 <sup>c</sup> )	0.13407 (0.84802)	-0.22018 (-1.23581)	-0.34518 (-1.93739 <sup>c</sup> )	0.05088 (1.66223 <sup>c</sup> )	-0.07412 (-2.42167 <sup>b</sup> )	-0.13323 (-0.76113)	-0.25823 (-1.47526)
15-5-93 a 2-8-93	0.21720 (2.70374 <sup>a</sup> )	0.09220 (1.14775)	0.06293 (0.43981)	-0.06207 (-0.43384)	-0.00286 (-0.02554)	-0.12786 (-1.14192)	-0.21535 (-1.42939)	-0.34035 (-2.25908 <sup>b</sup> )
3-8-93 a 31-12-94	-0.03069 (-0.51904)	-0.15569 (-2.63273 <sup>a</sup> )	0.02736 (0.44718)	-0.09764 (-1.59606)	0.04309 (0.99659)	-0.08191 (-1.89465 <sup>c</sup> )	0.01158 (0.22819)	-0.11342 (-2.23499 <sup>b</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.

(3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.

(4) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.3.19: Ratio ideal y ratio de Sharpe, franco belga (BFR)

Modelos predictivos	NN (1)		SNN (2)		SNN (3)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$
13-1-87 a 31-12-94	-0.54789	-0.15834	-0.54199	-0.15668	-0.51270	-0.14842	-1.04164	-0.29725
13-1-87 a 8-1-90	-0.67325	-0.21526	-0.52327	-0.16978	-0.52252	-0.16955	-1.54535	-0.47610
9-1-90 a 17-9-92	-0.71982	-0.22079	-0.68119	-0.20971	-0.67478	-0.20787	-1.34043	-0.39569
18-9-92 a 23-11-92	-1.44260	-0.32658	-1.96300	-0.43464	-1.45485	-0.32913	-2.30930	-0.50781
24-11-92 a 1-2-93	-1.14206	-0.26387	-1.69408	-0.37399	-0.70328	-0.17124	-2.68235	-0.56991
2-2-93 a 14-5-93	-1.30285	-0.31460	-1.26120	-0.30539	-1.04507	-0.25721	-1.88523	-0.44311
15-5-93 a 2-8-93	-1.00904	-0.29142	-1.26839	-0.36877	-1.13012	-0.32717	-0.99270	-0.28664
3-3-93 a 31-12-94	-0.28868	-0.10721	-0.34115	-0.12657	-0.32828	-0.12182	-0.50819	-0.18839

Notas:

- (1) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (2) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.20: Ratio ideal y ratio de Sharpe, corona danesa (DKR)

Modelos predictivos Períodos	NN (1)		SNN (2)		SNN (3)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$
13-1-87 a 31-12-94	0.23879	0.16348	0.26942	0.18571	0.27527	0.19001	0.17908	0.12116
13-1-87 a 8-1-90	0.34331	0.25856	0.39118	0.29938	0.39273	0.30073	0.24783	0.18171
9-1-90 a 17-9-92	0.29817	0.22398	0.38615	0.29854	0.38411	0.29675	0.26230	0.19506
18-9-92 a 23-11-92	0.06573	0.04621	0.04947	0.03471	0.13453	0.09552	0.26834	0.19582
24-11-92 a 1-2-93	0.42230	0.33847	0.38192	0.30154	0.36577	0.28718	0.32103	0.24847
2-2-93 a 14-5-93	0.27989	0.17204	0.23882	0.14574	0.01639	0.00974	0.29266	0.18033
15-5-93 a 2-8-93	-0.25833	-0.11801	-0.19475	-0.08891	-0.09583	-0.04378	-0.11306	-0.05164
3-3-93 a 31-12-94	0.02716	0.01667	-0.04562	-0.02781	0.00793	0.00486	-0.09985	-0.06066

Notas:

- (1) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (2) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.21: Ratio ideal y ratio de Sharpe, escudo portugués (ESC)

Modelos predictivos	NN (1)		SNN (2)		SNN (3)		ARIMA (1,1,0)	
Períodos	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
6-4-92 a 31-12-94	-0.17934	-0.08796	-0.07437	-0.03658	-0.06948	-0.03418	-0.07888	-0.03879
6-4-92 a 17-9-92	-0.45811	-0.27130	-0.39388	-0.23231	-0.12204	-0.07190	-0.19072	-0.11211
18-9-92 a 23-11-92	0.42693	0.22287	0.42059	0.21935	0.02693	0.01355	0.53288	0.28321
24-11-92 a 1-2-93	0.40256	0.28062	0.32009	0.21796	-0.03056	-0.01964	0.27545	0.18552
2-2-93 a 14-5-93	-0.27390	-0.12262	-0.23849	-0.10673	-0.64310	-0.29343	-0.28289	-0.12666
15-5-93 a 2-8-93	-0.57823	-0.33379	0.08103	0.04589	0.03479	0.01964	-0.11149	-0.06257
3-8-93 a 31-12-94	-0.22690	-0.11542	-0.19410	-0.09884	0.06028	0.03124	-0.24939	-0.12680

Notas:

- (1) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (2) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.3.22: Ratio ideal y ratio de Sharpe, franco francés (FF)

Modelos predictivos Períodos	NN (1)		SNN (2)		SNN (3)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$
13-1-87 a 31-12-94	0.25989	0.18354	0.18090	0.12535	0.25539	0.18015	0.08460	0.05756
13-1-87 a 8-1-90	0.31634	0.23595	0.23436	0.17066	0.34454	0.25941	0.14915	0.10645
9-1-90 a 17-9-92	0.33437	0.25382	0.20742	0.15165	0.32063	0.24226	0.10927	0.07819
18-9-92 a 23-11-92	0.25246	0.16824	0.21930	0.14518	0.08785	0.05697	-0.00864	-0.00555
24-11-92 a 1-2-93	0.46943	0.35135	0.36802	0.26487	0.52634	0.40438	-0.19267	-0.12568
2-2-93 a 14-5-93	0.21381	0.15379	0.36078	0.27156	0.35458	0.26629	0.20469	0.14688
15-5-93 a 2-8-93	-0.42766	-0.20027	-0.30102	-0.14081	-0.55152	-0.25947	-0.16270	-0.07632
3-3-93 a 31-12-94	0.10870	0.06880	0.03563	0.02230	0.06061	0.03808	-0.02931	-0.01821

Notas:

- (1) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (2) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.23: Ratio ideal y ratio de Sharpe, florín holandés (HFL)

Modelos predictivos	NN (1)		SNN (2)		SNN (3)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$
13-1-87 a 31-12-94	0.13563	0.05554	0.13441	0.05503	0.19628	0.08144	-0.11372	-0.04453
13-1-87 a 8-1-90	0.24699	0.11761	0.21653	0.10237	0.32295	0.15680	0.03785	0.01725
9-1-90 a 17-9-92	0.20985	0.08952	0.25450	0.10974	0.28731	0.12492	-0.13171	-0.05266
18-9-92 a 23-11-92	-0.21045	-0.08450	0.47083	0.22331	0.38150	0.17541	0.25401	0.11239
24-11-92 a 1-2-93	0.61164	0.28970	0.25174	0.10562	0.63398	0.30318	0.01296	0.00514
2-2-93 a 14-5-93	0.33183	0.13035	0.49214	0.20313	0.34947	0.13797	-0.00723	-0.00262
15-5-93 a 2-8-93	-0.32197	-0.09662	-0.27340	-0.08262	-0.63488	-0.18349	0.05463	0.01746
3-3-93 a 31-12-94	-0.68303	-0.17420	-0.85484	-0.21399	-0.79466	-0.20017	-1.03559	-0.25489

Notas

- (1) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (2) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, FF y HFL.

Cuadro 5.8.3.24: Ratio ideal y ratio de Sharpe, libra irlandesa (IRL)

Modelos predictivos	NN (1)		SNN (2)		SNN (3)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$
13-1-87 a 31-12-94	-0.28386	-0.10451	-0.40569	-0.14900	-0.37099	-0.13632	-0.43046	-0.15806
13-1-87 a 8-1-90	-0.36408	-0.17307	-0.31274	-0.14915	-0.25945	-0.12424	-0.56405	-0.26629
9-1-90 a 17-9-92	-0.46008	-0.16991	-0.52427	-0.19272	-0.52488	-0.19293	-1.03290	-0.37343
18-9-92 a 23-11-92	-0.02321	-0.01003	-0.72206	-0.30746	-0.62436	-0.26494	-0.68629	-0.29180
24-11-92 a 1-2-93	0.32360	0.08688	-0.95802	-0.26106	-0.55685	-0.14906	0.38039	0.10235
2-2-93 a 14-5-93	-0.55015	-0.19567	-0.60668	-0.21547	-0.46502	-0.16588	-0.60292	-0.21415
15-5-93 a 2-8-93	-0.30911	-0.12626	-0.50774	-0.20483	-0.47049	-0.19015	-0.46737	-0.18892
3-3-93 a 31-12-94	-0.26698	-0.16068	-0.29581	-0.17814	-0.33658	-0.20296	-0.22609	-0.13604

## Notas

- (1) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (2) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.

Cuadro 5.8.3.25: Ratio ideal y ratio de Sharpe, lira italiana (LIT)

Modelos predictivos	NN (1)		SNN (2)		SNN (3)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_I$	$S_{\hat{R}}$	$\hat{R}_I$	$S_{\hat{R}}$	$\hat{R}_I$	$S_{\hat{R}}$	$\hat{R}_I$	$S_{\hat{R}}$
13-1-87 a 31-12-94	0.15381	0.09408	0.15121	0.09247	0.22554	0.13918	0.10937	0.06660
13-1-87 a 8-1-90	0.29454	0.20226	0.21150	0.14298	0.34856	0.24230	0.16962	0.11393
9-1-90 a 17-9-92	0.19546	0.11119	0.19016	0.10811	0.24520	0.14038	0.08913	0.05016
18-9-92 a 23-11-92	0.01665	0.00965	0.22392	0.13152	0.24825	0.14619	-0.20033	-0.11644
24-11-92 a 1-2-93	-0.32860	-0.22984	-0.30130	-0.21008	-0.15050	-0.10383	0.04828	0.03341
2-2-93 a 14-5-93	-0.15418	-0.10284	-0.05316	-0.03542	-0.00431	-0.00287	0.54169	0.39707
15-5-93 a 2-8-93	0.06187	0.04218	0.18338	0.12677	-0.07023	-0.04755	-0.12078	-0.08173
3-3-93 a 31-12-94	0.14779	0.09778	0.14458	0.09562	0.21992	0.14692	0.04577	0.03000

Notas

- (1) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (2) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.3.26: Ratio ideal y ratio de Sharpe, peseta española (PTA)

Modelos predictivos Períodos	NN (1)		SNN (2)		SNN (3)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_I$	$S_{\hat{R}}$	$\hat{R}_I$	$S_{\hat{R}}$	$\hat{R}_I$	$S_{\hat{R}}$	$\hat{R}_I$	$S_{\hat{R}}$
19-6-89 a 31-12-94	-0.13592	-0.07321	-0.18933	-0.10192	-0.09213	-0.04968	-0.12215	-0.06582
19-6-89 a 8-1-90	-0.15559	-0.10115	-0.24565	-0.15944	-0.18933	-0.12296	-0.31829	-0.20684
9-1-90 a 17-9-92	-0.28362	-0.15179	-0.28607	-0.15311	-0.19884	-0.10641	-0.21698	-0.11610
18-9-92 a 23-11-92	-0.37805	-0.21176	-0.03742	-0.02066	0.40770	0.23390	-0.32637	-0.18197
24-11-92 a 1-2-93	-0.13871	-0.08744	-0.68302	-0.44982	-0.61444	-0.39946	-0.62281	-0.40549
2-2-93 a 14-5-93	0.22189	0.10304	0.13091	0.06037	0.03057	0.01402	0.16473	0.07615
15-5-93 a 2-8-93	0.27464	0.16765	0.34922	0.21583	0.19170	0.11574	0.41932	0.26281
3-3-93 a 31-12-94	-0.07660	-0.04825	-0.27322	-0.17169	-0.12596	-0.07918	-0.06918	-0.04359

## Notas

- (1) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (2) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: ESC, LIT y PTA.

Cuadro 5.8.3.27: Ratio ideal y ratio de Sharpe, libra esterlina (UKL)

Modelos predictivos	NN (1)		SNN (2)		SNN (3)		ARIMA (1,1,0)	
	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$	$\hat{R}_I$	$S_R$
8-10-90 a 31-12-94	-0.29318	-0.16458	-0.23907	-0.13403	-0.20372	-0.11418	-0.11590	-0.06501
8-10-90 a 17-9-92	-0.50619	-0.23163	-0.35855	-0.16328	-0.24325	-0.11071	-0.14517	-0.06618
18-9-92 a 23-11-92	-0.36022	-0.27887	-0.22409	-0.17022	-0.38552	-0.29992	0.19087	0.14656
24-11-92 a 1-2-93	-0.40170	-0.26855	-0.05902	-0.03884	-0.19388	-0.12758	0.27462	0.18741
2-2-93 a 14-5-93	0.15152	0.10208	-0.39011	-0.26138	-0.08377	-0.05539	-0.29184	-0.19381
15-5-93 a 2-8-93	0.12234	0.08887	-0.08236	-0.05864	-0.16965	-0.12058	-0.45159	-0.32793
3-8-93 a 31-12-94	-0.24898	-0.16332	-0.15615	-0.10241	-0.13099	-0.08597	-0.18138	-0.11892

Notas

- (1) Utilización de la propia serie temporal para establecer las ocurrencias análogas.
- (2) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.
- (3) Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas simultáneas: IRL y UKL.



## 5.8.4 Apéndice: Comparación con las reglas técnicas basadas en medias móviles



Cuadro 5.8.4.1: Comportamiento de las reglas técnicas medias móviles, franco belga (BFR) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	P(compra)	P(venta)										
13-1-87 a 31-12-94	46.92645	53.07355	45.88364	54.11636	47.58507	52.41493	46.87157	53.12843	45.33480	54.66520	46.76180	53.23820
13-1-87 a 8-1-90	56.25920	43.74080	64.21208	35.78792	73.04860	26.95140	55.96465	44.03535	65.24300	34.75700	71.42857	28.57143
9-1-90 a 17-9-92	44.71947	55.28053	37.12871	62.87129	33.66337	66.33663	46.69967	53.30033	35.47855	64.52145	32.83828	67.16172
18-9-92 a 23-11-92	23.80952	76.19048	33.33333	66.66667	35.71429	64.28571	26.19048	73.80952	38.09524	61.90476	38.09524	61.90476
24-11-92 a 1-2-93	61.53846	38.46154	25.64103	74.35897	38.46154	61.53846	56.41026	43.58974	17.94872	82.05128	28.20513	71.79487
2-2-93 a 14-5-93	38.46154	61.53846	53.84615	46.15385	50.76923	49.23077	40.00000	60.00000	47.69231	52.30769	53.84615	46.15385
15-5-93 a 2-8-93	43.63636	56.36364	32.72727	67.27273	32.72727	67.27273	36.36364	63.63636	30.90909	69.09091	30.90909	69.09091
3-3-93 a 31-12-94	35.41667	64.58333	29.16667	70.83333	25.59524	74.40476	33.33333	66.66667	28.86905	71.13095	26.48810	73.51190

Notas:

(1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.2: Comportamiento de las reglas técnicas medias móviles, corona danesa (DKR) (1)

Combinación (2) Períodos	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	P(compra)	P(venta)										
13-1-87 a 31-12-94	51.70697	48.29303	53.12945	46.87055	54.05405	45.94595	50.07112	49.92888	52.13371	47.86629	52.91607	47.08393
13-1-87 a 8-1-90	58.00000	42.00000	65.00000	35.00000	72.40000	27.60000	55.80000	44.20000	60.60000	39.40000	70.80000	29.20000
9-1-90 a 17-9-92	45.30892	54.69108	48.97025	51.02975	48.51259	51.48741	43.02059	56.97941	50.80092	49.19908	47.82609	52.17391
18-9-92 a 23-11-92	39.39394	60.60606	39.39394	60.60606	33.33333	66.66667	42.42424	57.57576	42.42424	57.57576	36.36364	63.63636
24-11-92 a 1-2-93	63.63636	36.36364	66.66667	33.33333	60.60606	39.39394	75.75758	24.24242	72.72727	27.27273	60.60606	39.39394
2-2-93 a 14-5-93	43.10345	56.89655	17.24138	82.75862	13.79310	86.20690	32.75862	67.24138	13.79310	86.20690	6.89655	93.10345
15-5-93 a 2-8-93	54.16667	45.83333	43.75000	56.25000	39.58333	60.41667	52.08333	47.91667	45.83333	54.16667	41.66667	58.33333
3-3-93 a 31-12-94	51.85185	48.14815	47.81145	52.18855	43.09764	56.90236	51.85185	48.14815	47.13805	52.86195	42.08754	57.91246

Notas:

(1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.3: Comportamiento de las reglas técnicas medias móviles, escudo portugués (ESC) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	P(compra)	P(venta)										
6-4-92 a 31-12-94	67.36334	32.63666	70.25723	29.74277	76.52733	23.47267	67.52412	32.47588	69.13183	30.86817	75.72347	24.27653
6-4-92 a 17-9-92	47.57282	52.42718	29.12621	70.87379	21.35922	78.64078	48.54369	51.45631	26.21359	73.78641	20.38835	79.61165
18-9-92 a 23-11-92	90.69767	9.30233	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	95.34884	4.65116	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
24-11-92 a 1-2-93	97.36842	2.63158	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
2-2-93 a 14-5-93	98.48485	1.51515	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
15-5-93 a 2-8-93	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
3-8-93 a 31-12-94	55.17241	44.82759	64.89028	35.10972	79.62382	20.37618	53.91850	46.08150	63.63636	36.36364	78.36991	21.63009

Notas:

(1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.4: Comportamiento de las reglas técnicas medias móviles, franco francés (FF) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	P(compra)	P(venta)										
13-1-87 a 31-12-94	53.62527	46.37473	59.79899	40.20101	61.23475	38.76525	54.70208	45.29792	59.94257	40.05743	61.66547	38.33453
13-1-87 a 8-1-90	62.75304	37.24696	74.08907	25.91093	77.12551	22.87449	61.94332	38.05668	74.89879	25.10121	76.92308	23.07692
9-1-90 a 17-9-92	46.92483	53.07517	48.97494	51.02506	53.53075	46.46925	49.65831	50.34169	51.02506	48.97494	54.89749	45.10251
18-9-92 a 23-11-92	26.66667	73.33333	83.33333	16.66667	63.33333	36.66667	30.00000	70.00000	83.33333	16.66667	66.66667	33.33333
24-11-92 a 1-2-93	58.62069	41.37931	75.86207	24.13793	79.31034	20.68966	55.17241	44.82759	72.41379	27.58621	75.86207	24.13793
2-2-93 a 14-5-93	29.82456	70.17544	28.07018	71.92982	43.85965	56.14035	31.57895	68.42105	24.56140	75.43860	43.85965	56.14035
15-5-93 a 2-8-93	43.47826	56.52174	36.95652	63.04348	34.78261	65.21739	39.13043	60.86957	34.78261	65.21739	32.60870	67.39130
3-3-93 a 31-12-94	56.71141	43.28859	57.71812	42.28188	51.67785	48.32215	59.39597	40.60403	55.36913	44.63087	52.34899	47.65101

Notas:

(1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.5: Comportamiento de las reglas técnicas medias móviles, florín holandés (HFL) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	P(compra)	P(venta)										
13-1-87 a 31-12-94	43.69190	56.30810	40.50465	59.49535	39.84064	60.15936	40.77025	59.22975	37.98141	62.01859	37.25100	62.74900
13-1-87 a 8-1-90	43.27808	56.72192	42.35727	57.64273	45.67219	54.32781	39.77901	60.22099	40.14733	59.85267	44.19890	55.80110
9-1-90 a 17-9-92	49.57983	50.42017	49.15966	50.84034	47.47899	52.52101	47.26891	52.73109	45.79832	54.20168	43.06723	56.93277
18-9-92 a 23-11-92	8.33333	91.66667	11.11111	88.88889	19.44444	80.55556	0.00000	100.0000	2.77778	97.22222	2.77778	97.22222
24-11-92 a 1-2-93	35.48387	64.51613	3.22581	96.77419	3.22581	96.77419	29.03226	70.96774	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000
2-2-93 a 14-5-93	32.20339	67.79661	11.86441	88.13559	5.08475	94.91525	27.11864	72.88136	3.38983	96.61017	1.69492	98.30508
15-5-93 a 2-8-93	44.00000	56.00000	32.00000	68.00000	26.00000	74.00000	36.00000	64.00000	30.00000	70.00000	26.00000	74.00000
3-3-93 a 31-12-94	42.44373	57.55627	37.94212	62.05788	32.79743	67.20257	41.80064	58.19936	37.94212	62.05788	32.47588	67.52412

Notas:

(1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1, n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.6: Comportamiento de las reglas técnicas medias móviles, libra irlandesa (IRL) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	P(compra)	P(venta)										
13-1-87 a 31-12-94	52.10793	47.89207	61.43901	38.56099	64.30579	35.69421	50.87128	49.12872	60.93311	39.06689	64.02473	35.97527
13-1-87 a 8-1-90	52.02399	47.97601	65.66717	34.33283	70.61469	29.38531	50.22489	49.77511	64.91754	35.08246	71.81409	28.18591
9-1-90 a 17-9-92	51.05263	48.94737	49.29825	50.70175	50.17544	49.82456	50.87719	49.12281	48.94737	51.05263	48.59649	51.40351
18-9-92 a 23-11-92	73.80952	26.19048	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	76.19048	23.80952	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
24-11-92 a 1-2-93	41.86047	58.13953	83.72093	16.27907	86.04651	13.95349	34.88372	65.11628	88.37209	11.62791	93.02326	6.97674
2-2-93 a 14-5-93	70.76923	29.23077	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	69.23077	30.76923	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
15-5-93 a 2-8-93	50.94340	49.05660	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	45.28302	54.71698	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
3-3-93 a 31-12-94	49.26254	50.73746	52.50737	47.49263	56.04720	43.95280	48.37758	51.62242	51.32743	48.67257	53.98230	46.01770

Notas:

(1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.7: Comportamiento de las reglas técnicas medias móviles, lira italiana (LIT) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	P(compra)	P(venta)										
13-1-87 a 31-12-94	63.03075	36.96925	71.74231	28.25769	78.91654	21.08346	63.90922	36.09078	72.91362	27.08638	79.06296	20.93704
13-1-87 a 8-1-90	58.40336	41.59664	68.90756	31.09244	71.00840	28.99160	60.08403	39.91597	70.58824	29.41176	72.26891	27.73109
9-1-90 a 17-9-92	59.00474	40.99526	65.16588	34.83412	75.35545	24.64455	59.47867	40.52133	66.82464	33.17536	76.06635	23.93365
18-9-92 a 23-11-92	97.05882	2.94118	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	94.11765	5.88235	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
24-11-92 a 1-2-93	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	90.62500	9.37500	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
2-2-93 a 14-5-93	70.68966	29.31034	96.55172	3.44828	100.0000	0.00000	70.68966	29.31034	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
15-5-93 a 2-8-93	31.91489	68.08511	19.14894	80.85106	89.36170	10.63830	27.65957	72.34043	14.89362	85.10638	82.97872	17.02128
3-3-93 a 31-12-94	71.71717	28.28283	82.82828	17.17172	86.19529	13.80471	74.41077	25.58923	83.16498	16.83502	84.84848	15.15152

Notas:

(1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1, n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.8: Comportamiento de las reglas técnicas medias móviles, peseta española (PTA) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	P(compra)	P(venta)										
19-6-89 a 31-12-94	64.22505	35.77495	77.60085	22.39915	74.52229	25.47771	64.22505	35.77495	78.13163	21.86837	74.73461	25.26539
19-6-89 a 8-1-90	63.33333	36.66667	65.55556	34.44444	53.33333	46.66667	64.44444	35.55556	66.66667	33.33333	52.22222	47.77778
9-1-90 a 17-9-92	56.17433	43.82567	58.59564	41.40436	52.54237	47.45763	54.96368	45.03632	59.32203	40.67797	53.26877	46.73123
18-9-92 a 23-11-92	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
24-11-92 a 1-2-93	33.33333	66.66667	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	37.03704	62.96296	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
2-2-93 a 14-5-93	80.00000	20.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	85.45455	14.54545	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
15-5-93 a 2-8-93	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
3-3-93 a 31-12-94	66.78445	33.21555	96.81979	3.18021	99.29329	0.70671	66.78445	33.21555	97.17314	2.82686	99.29329	0.70671

Notas:

(1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.9: Comportamiento de las reglas técnicas medias móviles, libra esterlina (UKL) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	P(compra)	P(venta)										
8-10-90 a 31-12-94	56.84105	43.15895	61.56942	38.43058	61.56942	38.43058	56.63984	43.36016	61.56942	38.43058	61.87123	38.12877
8-10-90 a 17-9-92	61.39955	38.60045	61.62528	38.37472	52.82167	47.17833	61.17381	38.82619	62.30248	37.69752	52.37020	47.62980
18-9-92 a 23-11-92	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
24-11-92 a 1-2-93	34.88372	65.11628	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000	32.55814	67.44186	100.0000	0.00000	100.0000	0.00000
2-2-93 a 14-5-93	47.05882	52.94118	67.64706	32.35294	100.0000	0.00000	48.52941	51.47059	72.05882	27.94118	100.0000	0.00000
15-5-93 a 2-8-93	9.09091	90.90909	0.00000	100.0000	23.63636	76.36364	7.27273	92.72727	0.00000	100.0000	29.09091	70.90909
3-8-93 a 31-12-94	57.77126	42.22874	60.41056	39.58944	61.58358	38.41642	57.77126	42.22874	58.65103	41.34897	62.17009	37.82991

Notas:

(1) Porcentaje de señales de compra y venta (P(compra) y P(venta), respectivamente).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1, n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.10: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, franco belga (BFR) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$										
13-1-87 a 31-12-94	-0.04374 (-5.00541 <sup>a</sup> )	-0.16874 (-19.31036 <sup>a</sup> )	0.02818 (-3.50747 <sup>a</sup> )	-0.15318 (-19.06783 <sup>a</sup> )	-0.02979 (-3.62002 <sup>a</sup> )	-0.15479 (-18.81129 <sup>a</sup> )	-0.00350 (-0.48542)	-0.12850 (-17.80629 <sup>a</sup> )	-0.00714 (-0.97056)	-0.13214 (-17.95020 <sup>a</sup> )	-0.00569 (-0.79813)	-0.13069 (-18.34455 <sup>a</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	-0.08079 (-7.39806 <sup>a</sup> )	-0.20579 (-18.84436 <sup>a</sup> )	-0.04103 (-5.02545 <sup>a</sup> )	-0.16603 (-20.33565 <sup>a</sup> )	-0.04081 (-5.56437 <sup>a</sup> )	-0.16581 (-22.60765 <sup>a</sup> )	-0.02502 (-3.60410 <sup>a</sup> )	-0.15002 (-21.61055 <sup>a</sup> )	-0.01122 (-2.76778 <sup>a</sup> )	-0.13622 (-33.61373 <sup>a</sup> )	-0.01233 (-2.45954 <sup>b</sup> )	-0.13733 (-27.39065 <sup>a</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	-0.04890 (-5.01482 <sup>a</sup> )	-0.17390 (-17.83321 <sup>a</sup> )	-0.02981 (-3.01857 <sup>a</sup> )	-0.15481 (-15.67419 <sup>a</sup> )	-0.03627 (-3.88590 <sup>a</sup> )	-0.16127 (-17.27807 <sup>a</sup> )	-0.00500 (-0.66922)	-0.13000 (-17.40248 <sup>a</sup> )	-0.00567 (-0.78684)	-0.13067 (-18.14148 <sup>a</sup> )	-0.00487 (-0.74248)	-0.12987 (-19.80546 <sup>a</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	-0.03526 (-1.32376)	-0.16026 (-6.01632 <sup>a</sup> )	-0.03612 (-1.83673 <sup>c</sup> )	-0.16112 (-8.19248 <sup>a</sup> )	-0.04655	-0.17155	-0.03227 (-1.18445)	-0.15727 (-5.77290 <sup>a</sup> )	-0.04479 (-1.79965 <sup>c</sup> )	-0.16979 (-6.82232 <sup>a</sup> )	-0.04479 (-1.79965 <sup>c</sup> )	-0.16979 (-6.82232 <sup>a</sup> )
24-11-92 a 1-2-93	-0.05372 (-2.68952 <sup>a</sup> )	-0.17872 (-8.94818 <sup>a</sup> )	-0.07509 (-2.64186 <sup>a</sup> )	-0.20009 (-7.03940 <sup>a</sup> )	-0.07354 (-2.70805 <sup>a</sup> )	-0.19854 (-7.31112 <sup>a</sup> )	-0.03286 (-2.76619 <sup>a</sup> )	-0.15786 (-13.28737 <sup>a</sup> )	-0.00909 (-0.44881)	-0.13409 (-6.61751 <sup>a</sup> )	-0.05283	-0.17783
2-2-93 a 14-5-93	-0.03236 (-1.37374)	-0.15736 (-6.67940 <sup>a</sup> )	-0.06318 (-2.49705 <sup>b</sup> )	-0.18818 (-7.43737 <sup>a</sup> )	-0.05671 (-2.36387 <sup>b</sup> )	-0.18171 (-7.57470 <sup>a</sup> )	-0.00827 (-0.60895)	-0.13327 (-9.81067 <sup>a</sup> )	-0.03296 (-2.49478 <sup>b</sup> )	-0.15796 (-11.95498 <sup>a</sup> )	-0.02200 (-1.18258)	-0.14700 (-7.90190 <sup>a</sup> )
15-5-93 a 2-8-93	0.10611 (1.32220)	-0.01889 (-0.23536)	0.09802 (1.22115)	-0.02698 (-0.33612)	0.09802 (1.22115)	-0.02698 (-0.33612)	0.11469 (1.70331 <sup>c</sup> )	-0.01031 (-0.15319)	0.10493 (1.31815)	-0.02007 (-0.25206)	0.10493 (1.31815)	-0.02007 (-0.25206)
3-3-93 a 31-12-94	0.01382 (0.40756)	-0.11118 (-3.27825 <sup>a</sup> )	-0.00669 (-0.21638)	-0.13169 (-4.25774 <sup>a</sup> )	-0.00436 (-0.13557)	-0.12936 (-4.02541 <sup>a</sup> )	0.03126 (0.92149)	-0.09374 (-2.76380 <sup>a</sup> )	-0.01000 (-0.30784)	-0.13500 (-4.15474 <sup>a</sup> )	0.00168 (0.05365)	-0.12332 (-3.94172 <sup>a</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.11: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, corona danesa (DKR) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
Periodos	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
13-1-87 a 31-12-94	-0.17338 (-6.19988 <sup>a</sup> )	-0.29838 (-10.66974 <sup>a</sup> )	0.13117 (-5.06198 <sup>a</sup> )	-0.25617 (-9.88574 <sup>a</sup> )	-0.13670 (-5.42080 <sup>a</sup> )	-0.26170 (-10.37781 <sup>a</sup> )	-0.05157 (-2.77682 <sup>a</sup> )	-0.17657 (-9.50695 <sup>a</sup> )	-0.03228 (-2.05156 <sup>b</sup> )	-0.15728 (-9.99674 <sup>a</sup> )	-0.04063 (-2.56564 <sup>b</sup> )	-0.16563 (-10.45956 <sup>a</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	-0.20545 (-5.90728 <sup>a</sup> )	-0.33045 (-9.50132 <sup>a</sup> )	-0.16673 (-4.82826 <sup>a</sup> )	-0.29173 (-8.44816 <sup>a</sup> )	-0.16841 (-5.04696 <sup>a</sup> )	-0.29341 (-8.79296 <sup>a</sup> )	-0.07350 (-2.85573 <sup>a</sup> )	-0.19850 (-7.71241 <sup>a</sup> )	-0.02618 (-1.05765)	-0.15118 (-6.10845 <sup>a</sup> )	-0.06839 (-2.93479 <sup>a</sup> )	-0.19339 (-8.29912 <sup>a</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	-0.20657 (-5.28664 <sup>a</sup> )	-0.33157 (-8.48567 <sup>a</sup> )	-0.12706 (-3.26445 <sup>a</sup> )	-0.25206 (-6.47593 <sup>a</sup> )	-0.11113 (-3.07948 <sup>a</sup> )	-0.23613 (-6.54326 <sup>a</sup> )	-0.05850 (-2.07327 <sup>b</sup> )	-0.18350 (-6.50310 <sup>a</sup> )	-0.02502 (-1.09603)	-0.15002 (-6.57209 <sup>a</sup> )	-0.00128 (-0.06432)	-0.12628 (-6.34257 <sup>a</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	-0.25172 (-1.94713 <sup>c</sup> )	-0.37672 (-2.91405 <sup>a</sup> )	-0.25172 (-1.94713 <sup>c</sup> )	-0.37672 (-2.91405 <sup>a</sup> )	-0.32947 (-2.05733 <sup>b</sup> )	-0.45447 (-2.83788 <sup>a</sup> )	-0.24363 (-1.67891 <sup>c</sup> )	-0.36863 (-2.54029 <sup>b</sup> )	-0.24363 (-1.67891 <sup>c</sup> )	-0.36863 (-2.54029 <sup>b</sup> )	-0.24475 (-1.93629 <sup>c</sup> )	-0.36975 (-2.92522 <sup>a</sup> )
24-11-92 a 1-2-93	-0.56936 (-5.88088 <sup>a</sup> )	-0.69436 (-7.17199 <sup>a</sup> )	-0.54820 (-5.33414 <sup>a</sup> )	-0.67320 (-6.55042 <sup>a</sup> )	-0.54666 (-6.00171 <sup>a</sup> )	-0.67166 (-7.37408 <sup>a</sup> )	-0.11706 (-2.83865 <sup>a</sup> )	-0.24206 (-5.86985 <sup>a</sup> )	-0.19724	-0.32224	-0.19233 (-3.19879 <sup>a</sup> )	-0.31733 (-5.27781 <sup>a</sup> )
2-2-93 a 14-5-93	-0.39679 (-2.44866 <sup>b</sup> )	-0.52179 (-3.22005 <sup>a</sup> )	-0.24560 (-1.45871)	-0.37060 (-2.20113 <sup>b</sup> )	-0.26762 (-1.59368)	-0.39262 (-2.33806 <sup>b</sup> )	-0.23682 (-1.60695)	-0.36182 (-2.45514 <sup>b</sup> )	-0.13588 (-2.08214 <sup>b</sup> )	-0.26088 (-3.99749 <sup>a</sup> )	-0.09715	-0.22215
15-5-93 a 2-8-93	0.22180 (1.04869)	0.09680 (0.45768)	0.15640 (0.70772)	0.03140 (0.14209)	0.15682 (0.70735)	0.03182 (0.14354)	0.23544 (1.12008)	0.11044 (0.52541)	0.18322 (0.85367)	0.05822 (0.27127)	0.23612 (1.11787)	0.11112 (0.52608)
3-3-93 a 31-12-94	-0.03809 (-0.81323)	-0.16309 (-3.48237 <sup>a</sup> )	-0.04177 (-1.09630)	-0.16677 (-4.37711 <sup>a</sup> )	-0.07582 (-1.78075 <sup>c</sup> )	-0.20082 (-4.71674 <sup>a</sup> )	0.01394 (0.33083)	-0.11106 (-2.63625 <sup>a</sup> )	-0.02601 (-0.73070)	-0.15101 (-4.24243 <sup>a</sup> )	-0.04594 (-1.16603)	-0.17094 (-4.33873 <sup>a</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.12: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, escudo portugués (ESC) (1)

Combinación (2) Períodos	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
6-4-92 a 31-12-94	0.03165 (0.74548)	-0.09335 (-2.19899 <sup>b</sup> )	0.03854 (1.11451)	-0.08646 (-2.50062 <sup>b</sup> )	0.03813 (1.07817)	-0.08687 (-2.45679 <sup>b</sup> )	0.06734 (1.79606 <sup>c</sup> )	-0.05766 (-1.53794)	0.03290 (0.92581)	-0.09210 (-2.59190 <sup>a</sup> )	0.03909 (1.13325)	-0.08591 (-2.49091 <sup>b</sup> )
6-4-92 a 17-9-92	0.18035 (2.26379 <sup>b</sup> )	0.05535 (0.69475)	0.13999 (1.63555)	0.01499 (0.17516)	0.12792 (1.53770)	0.00292 (0.03509)	0.18401 (2.10983 <sup>b</sup> )	0.05901 (0.67657)	0.13777 (1.64327)	0.01277 (0.15234)	0.12140 (1.44375)	-0.00360 (-0.04283)
18-9-92 a 23-11-92	-0.56055 (-1.71632 <sup>c</sup> )	-0.68555 (-2.09905 <sup>b</sup> )	-0.02510	-0.15010	-0.02510	-0.15010	-0.26875 (-1.23777)	-0.39375 (-1.81346 <sup>c</sup> )	-0.02510	-0.15010	-0.02510	-0.15010
24-11-92 a 1-2-93	0.02606 (0.23676)	-0.09894 (-0.89901)	0.04523 (0.53259)	-0.07977 (-0.93944)	0.04523 (0.53259)	-0.07977 (-0.93944)	0.04523 (0.53259)	-0.07977 (-0.93944)	0.04523 (0.53259)	-0.07977 (-0.93944)	0.04523 (0.53259)	-0.07977 (-0.93944)
2-2-93 a 14-5-93	0.14954 (0.93692)	0.02454 (0.15376)	0.17767 (1.16143)	0.05267 (0.34432)	0.17767 (1.16143)	0.05267 (0.34432)	0.17767 (1.16143)	0.05267 (0.34432)	0.17767 (1.16143)	0.05267 (0.34432)	0.17767 (1.16143)	0.05267 (0.34432)
15-5-93 a 2-8-93	0.31132 (1.20412)	0.18632 (0.72065)	0.31132 (1.20412)	0.18632 (0.72065)	0.31132 (1.20412)	0.18632 (0.72065)	0.31132 (1.20412)	0.18632 (0.72065)	0.31132 (1.20412)	0.18632 (0.72065)	0.31132 (1.20412)	0.18632 (0.72065)
3-8-93 a 31-12-94	-0.00673 (-0.18522)	-0.13173 (-3.62482 <sup>a</sup> )	-0.06055 (-2.37056 <sup>b</sup> )	-0.18555 (-7.26429 <sup>a</sup> )	-0.05745 (-1.65283 <sup>c</sup> )	-0.18245 (-5.24883 <sup>a</sup> )	0.01424 (0.44830)	-0.11076 (-3.48607 <sup>a</sup> )	-0.07083 (-2.43436 <sup>b</sup> )	-0.19583 (-6.73065 <sup>a</sup> )	-0.05347 (-1.60890)	-0.17847 (-5.36985 <sup>b</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.13: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, franco francés (FF) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
Períodos	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$										
13-1-87 a 31-12-94	-0.11151 (-5.59224 <sup>a</sup> )	-0.23651 (-11.86075 <sup>a</sup> )	-0.07449 (-4.23576 <sup>a</sup> )	-0.19949 (-11.34359 <sup>a</sup> )	-0.06569 (-4.43431 <sup>a</sup> )	-0.19069 (-12.87177 <sup>a</sup> )	-0.00854 (-0.69262)	-0.13354 (-10.82870 <sup>a</sup> )	-0.02043 (-1.84767)	-0.14543 (-13.15031 <sup>a</sup> )	-0.02113 (-1.82794 <sup>s</sup> )	-0.14613 (-12.64318 <sup>a</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	-0.12800 (-4.43272 <sup>a</sup> )	-0.25300 (-8.76152 <sup>a</sup> )	-0.06652 (-2.92191 <sup>a</sup> )	-0.19152 (-8.41273 <sup>a</sup> )	-0.06942 (-3.05686 <sup>a</sup> )	-0.19442 (-8.56077 <sup>a</sup> )	-0.00918 (-0.40154)	-0.13418 (-5.87088 <sup>a</sup> )	-0.02864 (-1.48375)	-0.15364 (-7.95951 <sup>a</sup> )	-0.03230 (-1.58383)	-0.15730 (-7.71349 <sup>a</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	-0.14071 (-4.23689 <sup>a</sup> )	-0.26571 (-8.00071 <sup>a</sup> )	-0.06737 (-2.66567 <sup>a</sup> )	-0.19237 (-7.61146 <sup>a</sup> )	-0.05257 (-2.26760 <sup>b</sup> )	-0.17757 (-7.65996 <sup>a</sup> )	-0.00630 (-0.32024)	-0.13130 (-6.67176 <sup>a</sup> )	-0.00820 (-0.52016)	-0.13320 (-8.44469 <sup>a</sup> )	0.00252 (0.22585)	-0.12248 (-10.99607 <sup>a</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	-0.08084 (-1.17998)	-0.20584 (-3.00460 <sup>a</sup> )	-0.42139 (-2.08678 <sup>b</sup> )	-0.54639 (-2.70580 <sup>a</sup> )	-0.30527 (-3.36972 <sup>a</sup> )	-0.43027 (-4.74953 <sup>a</sup> )	-0.24477 (-1.47335)	-0.36977 (-2.22578 <sup>b</sup> )	-0.27997 (-2.65679 <sup>a</sup> )	-0.40497 (-3.84300 <sup>a</sup> )	-0.10144	-0.22644
24-11-92 a 1-2-93	-0.19233 (-1.68769 <sup>c</sup> )	-0.31733 (-2.78458 <sup>a</sup> )	-0.09694 (-0.95637)	-0.22194 (-2.18957 <sup>b</sup> )	-0.12294 (-1.07513)	-0.24794 (-2.16828 <sup>b</sup> )	-0.03771 (-1.67473 <sup>c</sup> )	-0.16271 (-7.22661 <sup>a</sup> )	-0.00800 (-0.09519)	-0.13300 (-1.58334)	-0.06894 (-0.66182)	-0.19394 (-1.86185 <sup>c</sup> )
2-2-93 a 14-5-93	-0.17836 (-2.20389 <sup>b</sup> )	-0.30336 (-3.74846 <sup>a</sup> )	-0.26923 (-2.83061 <sup>a</sup> )	-0.39423 (-4.14485 <sup>a</sup> )	-0.23333 (-2.87995 <sup>a</sup> )	-0.35833 (-4.42281 <sup>a</sup> )	-0.10543 (-1.53825)	-0.23043 (-3.36209 <sup>a</sup> )	-0.09355 (-1.36618)	-0.21855 (-3.19170 <sup>a</sup> )	-0.08695 (-1.16247)	-0.21195 (-2.83367 <sup>a</sup> )
15-5-93 a 2-8-93	0.17573 (1.39398)	0.05073 (0.40240)	0.14155 (1.19497)	0.01655 (0.13968)	0.11303 (0.94889)	-0.01197 (-0.10051)	0.17555 (1.45855)	0.05055 (0.42000)	0.15577 (1.31943)	0.03077 (0.26066)	0.12726 (1.07116)	0.00226 (0.01900)
3-3-93 a 31-12-94	-0.06795 (-1.87873 <sup>c</sup> )	-0.19295 (-5.33468 <sup>a</sup> )	-0.05719 (-1.77686 <sup>c</sup> )	-0.18219 (-5.66058 <sup>a</sup> )	-0.04468 (-1.48306)	-0.16968 (-5.63182 <sup>a</sup> )	0.00595 (0.23910)	-0.11905 (-4.78620 <sup>a</sup> )	-0.01314 (-0.53253)	-0.13814 (-5.59682 <sup>a</sup> )	-0.03501 (-1.40411)	-0.16001 (-6.41677 <sup>a</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.14: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, florín holandés (HFL) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
13-1-87 a 31-12-94	-0.11313 (-11.63806 <sup>a</sup> )	-0.23813 (-24.49755 <sup>a</sup> )	-0.09844 (-8.89178 <sup>a</sup> )	-0.22344 (-20.18307)	-0.08451 (-8.35453)	-0.20951 (-20.71219 <sup>a</sup> )	-0.03238 (-5.96579 <sup>a</sup> )	-0.15738 (-28.99518 <sup>a</sup> )	-0.02372 (-4.71028 <sup>a</sup> )	-0.14872 (-29.52787 <sup>a</sup> )	-0.02224 (-4.68540 <sup>a</sup> )	-0.14724 (-31.01566 <sup>a</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	-0.13803 (-8.69502 <sup>a</sup> )	-0.26303 (-16.56911 <sup>a</sup> )	-0.10507 (-5.80056 <sup>a</sup> )	-0.23007 (-12.70117)	-0.08682 (-4.84580)	-0.21182 (-11.82268 <sup>a</sup> )	-0.03431 (-3.12884 <sup>a</sup> )	-0.15931 (-14.52893 <sup>a</sup> )	-0.02165 (-2.23475 <sup>b</sup> )	-0.14665 (-15.13496 <sup>a</sup> )	-0.01806 (-1.96897 <sup>a</sup> )	-0.14306 (-15.59842 <sup>a</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	-0.14673 (-11.36165 <sup>a</sup> )	-0.27173 (-21.04065 <sup>a</sup> )	-0.14019 (-9.19580 <sup>a</sup> )	-0.26519 (-17.39493 <sup>a</sup> )	-0.12414 (-9.07801 <sup>a</sup> )	-0.24914 (-18.21912 <sup>a</sup> )	-0.05131 (-5.23984 <sup>a</sup> )	-0.17631 (-18.00603 <sup>a</sup> )	-0.03347 (-3.24622 <sup>a</sup> )	-0.15847 (-15.36808 <sup>a</sup> )	-0.03972 (-4.49958 <sup>a</sup> )	-0.16472 (-18.66152 <sup>a</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	-0.06031 (-1.23968)	-0.18531 (-3.80912 <sup>a</sup> )	-0.02778 (-0.70792)	-0.15278 (-3.89292 <sup>a</sup> )	-0.07387 (-2.72116 <sup>a</sup> )	-0.19887 (-7.32567 <sup>a</sup> )	0.00740 (0.67969)	-0.11760 (-10.79944 <sup>a</sup> )	-0.01447	-0.13947	-0.01447	-0.13947
24-11-92 a 1-2-93	-0.12963 (-3.39880 <sup>a</sup> )	-0.25463 (-6.67618 <sup>a</sup> )	-0.02934	-0.15434	-0.02934	-0.15434	-0.03642 (-2.45529 <sup>b</sup> )	-0.16142 (-10.88203 <sup>a</sup> )	-0.00979 (-0.79504)	-0.13479 (-10.94635 <sup>a</sup> )	-0.00979 (-0.79504)	-0.13479 (-10.94635 <sup>a</sup> )
2-2-93 a 14-5-93	-0.09288 (-2.83617 <sup>a</sup> )	-0.21788 (-6.65310 <sup>a</sup> )	-0.06115 (-2.59004 <sup>a</sup> )	-0.18615 (-7.88439 <sup>a</sup> )	-0.02337 (-0.99499)	-0.14837 (-6.31710 <sup>a</sup> )	0.00189 (0.33221)	-0.12311 (-21.65889 <sup>a</sup> )	-0.00416	-0.12916	0.00889 (1.86611 <sup>c</sup> )	-0.11611 (-24.36085 <sup>a</sup> )
15-5-93 a 2-8-93	0.00138 (0.06066)	-0.12362 (-5.43773 <sup>a</sup> )	-0.01290 (-0.56993)	-0.13790 (-6.09308 <sup>a</sup> )	-0.01508 (-0.43308)	-0.14008 (-4.02188 <sup>a</sup> )	-0.00110 (-0.05103)	-0.12610 (-5.84063 <sup>a</sup> )	-0.00166 (-0.04767)	-0.12666 (-3.62983 <sup>a</sup> )	-0.01019 (-0.43543)	-0.13519 (-5.77633 <sup>a</sup> )
3-3-93 a 31-12-94	-0.04493 (-3.82107 <sup>a</sup> )	-0.16993 (-14.45150 <sup>a</sup> )	-0.05883 (-5.00428 <sup>a</sup> )	-0.18383 (-15.63797 <sup>a</sup> )	-0.04931 (-4.42005 <sup>a</sup> )	-0.17431 (-15.62546 <sup>a</sup> )	-0.01579 (-1.91430 <sup>c</sup> )	-0.14079 (-17.07168 <sup>a</sup> )	-0.02213 (-2.63080 <sup>a</sup> )	-0.14713 (-17.48768 <sup>a</sup> )	-0.01280 (-2.27698 <sup>b</sup> )	-0.13780 (-24.52077 <sup>a</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.15: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, libra irlandesa (IRL) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$										
13-1-87 a 31-12-94	-0.03779 (-2.33943 <sup>b</sup> )	-0.16279 (-10.07717 <sup>a</sup> )	-0.02424 (-1.63874)	-0.14924 (-10.08918 <sup>a</sup> )	-0.03080 (-1.97668 <sup>b</sup> )	-0.15580 (-9.99992 <sup>a</sup> )	-0.00650 (-0.40015)	-0.13150 (-8.10110 <sup>a</sup> )	-0.00937 (-0.64265)	-0.13437 (-9.21949 <sup>a</sup> )	-0.00985 (-0.72252)	-0.13485 (-9.88891 <sup>a</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	-0.05858 (-4.04041 <sup>a</sup> )	-0.18358 (-12.66258 <sup>a</sup> )	-0.04379 (-3.42595 <sup>a</sup> )	-0.16879 (-13.20516 <sup>a</sup> )	-0.06251 (-3.55160 <sup>a</sup> )	-0.18751 (-10.65425 <sup>a</sup> )	-0.01533 (-1.21935)	-0.14033 (-11.16066 <sup>a</sup> )	-0.01886 (-1.75153 <sup>a</sup> )	-0.14386 (-13.36249 <sup>a</sup> )	-0.02482 (-2.23267 <sup>b</sup> )	-0.14982 (-13.47910 <sup>a</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	-0.05039 (-2.83559 <sup>a</sup> )	-0.17539 (-9.86938 <sup>a</sup> )	-0.01807 (-1.48058)	-0.14307 (-11.72417 <sup>a</sup> )	-0.02203 (-1.99295 <sup>b</sup> )	-0.14703 (-13.29915 <sup>a</sup> )	-0.01045 (-0.88593)	-0.13545 (-11.47897 <sup>a</sup> )	-0.00118 (-0.11449)	-0.12618 (-12.27718 <sup>a</sup> )	-0.00712 (-0.70108)	-0.13212 (-13.01153 <sup>a</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	-0.14759 (-1.95495 <sup>c</sup> )	-0.27259 (-3.61071 <sup>a</sup> )	-0.08002 (-0.93561)	-0.20502 (-2.39712 <sup>b</sup> )	-0.08002 (-0.93561)	-0.20502 (-2.39712 <sup>b</sup> )	-0.13759 (-2.37815 <sup>b</sup> )	-0.26259 (-4.53866 <sup>a</sup> )	-0.08002 (-0.93561)	-0.20502 (-2.39712 <sup>b</sup> )	-0.08002 (-0.93561)	-0.20502 (-2.39712 <sup>b</sup> )
24-11-92 a 1-2-93	0.18517 (0.45648)	0.06017 (0.14833)	0.21326 (0.52823)	0.08826 (0.21861)	0.18361 (0.45122)	0.05861 (0.14404)	0.35355 (0.83105)	0.22855 (0.53723)	0.22583 (0.53807)	0.10083 (0.24024)	0.20560 (0.50811)	0.08060 (0.19919)
2-2-93 a 14-5-93	-0.04035 (-1.22126)	-0.16535 (-5.00470 <sup>a</sup> )	-0.00041 (-0.01669)	-0.12541 (-5.09393 <sup>a</sup> )	-0.00041 (-0.01669)	-0.12541 (-5.09393 <sup>a</sup> )	-0.02913 (-1.24849)	-0.15413 (-6.60673 <sup>a</sup> )	-0.00041 (-0.01669)	-0.12541 (-5.09393 <sup>a</sup> )	-0.00041 (-0.01669)	-0.12541 (-5.09393 <sup>a</sup> )
15-5-93 a 2-8-93	0.02825 (0.47408)	-0.09675 (-1.62382)	0.07101 (1.33161)	-0.05399 (-1.01240)	0.07101 (1.33161)	-0.05399 (-1.01240)	0.04138 (0.77864)	-0.08362 (-1.57355)	0.07101 (1.33161)	-0.05399 (-1.01240)	0.07101 (1.33161)	-0.05399 (-1.01240)
3-3-93 a 31-12-94	-0.00023 (-0.00461)	-0.12523 (-2.53719 <sup>b</sup> )	-0.03883 (-0.76556)	-0.16383 (-3.23008 <sup>a</sup> )	-0.02598 (-0.51221)	-0.15098 (-2.97654 <sup>a</sup> )	-0.01502 (-0.28032)	-0.14002 (-2.61255 <sup>a</sup> )	-0.03983 (-0.77480)	-0.16483 (-3.20660 <sup>a</sup> )	-0.01810 (-0.38568)	-0.14310 (-3.04935 <sup>a</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.16: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, lira italiana (LIT) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$								
13-1-87 a 31-12-94	-0.16643 (-3.59862 <sup>a</sup> )	-0.29143 (-6.30142 <sup>a</sup> )	-0.04490 (-1.20113)	-0.16990 (-4.54489 <sup>a</sup> )	-0.04248 (-1.15155)	-0.16748 (-4.54040 <sup>a</sup> )	-0.03321 (-0.89434)	-0.15821 (-4.26094 <sup>a</sup> )	-0.00317 (-0.09224)	-0.12817 (-3.72798 <sup>a</sup> )	-0.00084 (-0.02444)	-0.12584 (-3.65080 <sup>a</sup> )
13-1-87 a 8-1-90	-0.34159 (-6.05980 <sup>a</sup> )	-0.46659 (-8.27730 <sup>a</sup> )	-0.08240 (-1.87348 <sup>c</sup> )	-0.20740 (-4.71566 <sup>a</sup> )	-0.04200 (-1.17164)	-0.16700 (-4.65885 <sup>a</sup> )	-0.11983 (-2.65136 <sup>a</sup> )	-0.24483 (-5.41710 <sup>a</sup> )	-0.01062 (-0.35444)	-0.13562 (-4.52699 <sup>a</sup> )	0.01105 (0.40628)	-0.11395 (-4.18762 <sup>a</sup> )
9-1-90 a 17-9-92	-0.19017 (-2.34766 <sup>b</sup> )	-0.31517 (-3.89081 <sup>a</sup> )	-0.07003 (-1.02764)	-0.19503 (-2.86194 <sup>a</sup> )	-0.11822 (-1.65326 <sup>c</sup> )	-0.24322 (-3.40128 <sup>a</sup> )	-0.06000 (-0.91072)	-0.18500 (-2.80795 <sup>a</sup> )	-0.00856 (-0.14250)	-0.13356 (-2.22399 <sup>b</sup> )	-0.04380 (-0.69869)	-0.16880 (-2.69270 <sup>a</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	-0.05545 (-0.08593)	-0.18045 (-0.27966)	0.11869 (0.19095)	-0.00631 (-0.01015)	0.11869 (0.19095)	-0.00631 (-0.01015)	-0.08157 (-0.12575)	-0.20657 (-0.31847)	0.11869 (0.19095)	-0.00631 (-0.01015)	0.11869 (0.19095)	-0.00631 (-0.01015)
24-11-92 a 1-2-93	0.50010 (2.52377 <sup>b</sup> )	0.37510 (1.89296 <sup>c</sup> )	0.50010 (2.52377 <sup>b</sup> )	0.37510 (1.89296 <sup>c</sup> )	0.50010 (2.52377 <sup>b</sup> )	0.37510 (1.89296 <sup>c</sup> )	0.42694 (2.03028 <sup>b</sup> )	0.30194 (1.43585)	0.50010 (2.52377 <sup>b</sup> )	0.37510 (1.89296 <sup>c</sup> )	0.50010 (2.52377 <sup>b</sup> )	0.37510 (1.89296 <sup>c</sup> )
2-2-93 a 14-5-93	0.15317 (0.51189)	0.02817 (0.09413)	-0.16512 (-0.58749)	-0.29012 (-1.03223)	-0.05237 (-0.16980)	-0.17737 (-0.57507)	0.38160 (1.37151)	0.25660 (0.92225)	-0.05237 (-0.16980)	-0.17737 (-0.57507)	-0.05237 (-0.16980)	-0.17737 (-0.57507)
15-5-93 a 2-8-93	0.04647 (0.41322)	-0.07853 (-0.69834)	-0.26855 (-2.91468 <sup>a</sup> )	-0.39355 (-4.27138 <sup>a</sup> )	-0.25540 (-1.16469)	-0.38040 (-1.73471 <sup>c</sup> )	0.11965 (1.99232 <sup>c</sup> )	-0.00535 (-0.08912)	-0.39252 (-1.74964 <sup>c</sup> )	-0.51752 (-2.30682 <sup>b</sup> )	-0.26715 (-1.27469)	-0.39215 (-1.87113 <sup>c</sup> )
3-3-93 a 31-12-94	-0.03260 (-0.39763)	-0.15760 (-1.92237 <sup>c</sup> )	0.03231 (0.66025)	-0.09269 (-1.89395 <sup>c</sup> )	0.02311 (0.37811)	-0.10189 (-1.66739 <sup>c</sup> )	-0.00554 (-0.08006)	-0.13054 (-1.88780 <sup>c</sup> )	0.01946 (0.37614)	-0.10554 (-2.03954 <sup>b</sup> )	0.02567 (0.36386)	-0.09933 (-1.40764)

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.17: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, peseta española (PTA) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$
19-6-89 a 31-12-94	0.06261 (1.74846 <sup>c</sup> )	-0.06239 (-1.74251 <sup>c</sup> )	0.01930 (0.49241)	-0.10570 (-2.69699 <sup>a</sup> )	0.04731 (1.27480)	-0.07769 (-2.09374 <sup>b</sup> )	0.04828 (1.28935)	-0.07672 (-2.04896 <sup>b</sup> )	0.03675 (0.97683)	-0.08825 (-2.34592 <sup>b</sup> )	0.03488 (0.92897)	-0.09012 (-2.39978 <sup>b</sup> )
19-6-89 a 8-1-90	0.00844 (0.11971)	-0.11656 (-1.65350 <sup>c</sup> )	0.01480 (0.19730)	-0.11020 (-1.46927)	0.06398 (0.79389)	-0.06102 (-0.75711)	0.02494 (0.29979)	-0.10006 (-1.20286)	-0.03078 (-0.40866)	-0.15578 (-2.06835 <sup>b</sup> )	0.03881 (0.45376)	-0.08619 (-1.00773)
9-1-90 a 17-9-92	0.10998 (2.08205 <sup>b</sup> )	-0.01502 (-0.28444)	-0.03749 (-0.58229)	-0.16249 (-2.52354 <sup>b</sup> )	0.01030 (0.18319)	-0.11470 (-2.04065 <sup>b</sup> )	0.08368 (1.53003)	-0.04132 (-0.75555)	0.02121 (0.43822)	-0.10379 (-2.14382 <sup>b</sup> )	-0.00957 (-0.17034)	-0.13457 (-2.39444 <sup>b</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	0.28210 (1.27697)	0.15710 (0.71113)	0.28210 (1.27697)	0.15710 (0.71113)	0.28210 (1.27697)	0.15710 (0.71113)	0.28210 (1.27697)	0.15710 (0.71113)	0.28210 (1.27697)	0.15710 (0.71113)	0.28210 (1.27697)	0.15710 (0.71113)
24-11-92 a 1-2-93	-0.24503 (-1.39539)	-0.37003 (-2.10723 <sup>b</sup> )	-0.22186 (-1.52281)	-0.34686 (-2.38081 <sup>b</sup> )	-0.22186 (-1.52281)	-0.34686 (-2.38081 <sup>b</sup> )	-0.17053 (-1.04087)	-0.29553 (-1.80381 <sup>c</sup> )	-0.22186 (-1.52281)	-0.34686 (-2.38081 <sup>b</sup> )	-0.22186 (-1.52281)	-0.34686 (-2.38081 <sup>b</sup> )
2-2-93 a 14-5-93	0.17637 (0.82842)	0.05137 (0.24127)	0.26277 (1.33710)	0.13777 (0.70105)	0.26277 (1.33710)	0.13777 (0.70105)	0.23425 (1.20373)	0.10925 (0.56139)	0.26277 (1.33710)	0.13777 (0.70105)	0.26277 (1.33710)	0.13777 (0.70105)
15-5-93 a 2-8-93	0.49266 (1.45868)	0.36766 (1.08857)	0.49266 (1.45868)	0.36766 (1.08857)	0.49266 (1.45868)	0.36766 (1.08857)	0.49266 (1.45868)	0.36766 (1.08857)	0.49266 (1.45868)	0.36766 (1.08857)	0.49266 (1.45868)	0.36766 (1.08857)
3-3-93 a 31-12-94	-0.07367 (-1.61489)	-0.19867 (-4.35489 <sup>a</sup> )	-0.02364 (-0.49919)	-0.14864 (-3.13849 <sup>a</sup> )	-0.01580 (-0.31947)	-0.14080 (-2.84617 <sup>a</sup> )	-0.10659 (-2.16612 <sup>b</sup> )	-0.23159 (-4.70633 <sup>a</sup> )	-0.03674 (-0.70240)	-0.16174 (-3.09187 <sup>a</sup> )	-0.02015 (-0.40060)	-0.14515 (-2.88617 <sup>a</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).

(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.18: Rendimientos medios estimados anualizados, total y neto, libra esterlina (UKL) (1)

Combinación (2)	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_T$	$\hat{R}_N$										
8-10-90 a 31-12-94	0.05605 (1.45032)	-0.06895 (-1.78409 <sup>c</sup> )	0.00759 (0.19517)	-0.11741 (-3.01942 <sup>a</sup> )	0.01386 (0.36124)	-0.11114 (-2.89585 <sup>a</sup> )	0.03519 (0.91241)	-0.08981 (-2.32838 <sup>b</sup> )	0.01107 (0.28505)	-0.11393 (-2.93460 <sup>a</sup> )	0.00762 (0.19434)	-0.11738 (-2.99397 <sup>a</sup> )
8-10-90 a 17-9-92	0.03271 (0.62608)	-0.09229 (-1.76668 <sup>c</sup> )	-0.00270 (-0.05865)	-0.12770 (-2.77345 <sup>a</sup> )	0.00143 (0.03225)	-0.12357 (-2.78012 <sup>a</sup> )	0.02049 (0.41720)	-0.10451 (-2.12817 <sup>b</sup> )	-0.00928 (-0.20449)	-0.13428 (-2.95972 <sup>a</sup> )	-0.01727 (-0.38140)	-0.14227 (-3.14169 <sup>a</sup> )
18-9-92 a 23-11-92	0.48345 (1.23242)	0.35845 (0.91376)										
24-11-92 a 1-2-93	-0.00768 (-0.02655)	-0.13268 (-0.45845)	0.15230 (0.51743)	0.02730 (0.09275)	0.15230 (0.51743)	0.02730 (0.09275)	-0.03165 (-0.12025)	-0.15665 (-0.59518)	0.15230 (0.51743)	0.02730 (0.09275)	0.15230 (0.51743)	0.02730 (0.09275)
2-2-93 a 14-5-93	0.01394 (0.11634)	-0.11106 (-0.92654)	-0.14854 (-1.56737)	-0.27354 (-2.88636 <sup>a</sup> )	-0.11537 (-1.02855)	-0.24037 (-2.14299 <sup>b</sup> )	-0.05175 (-0.35703)	-0.17675 (-1.21940)	-0.14511 (-1.52006)	-0.27011 (-2.82946 <sup>a</sup> )	-0.11537 (-1.02855)	-0.24037 (-2.14299 <sup>b</sup> )
15-5-93 a 2-8-93	0.13414 (0.93527)	0.00914 (0.06374)	0.17440 (1.23006)	0.04940 (0.34844)	-0.00675 (-0.05308)	-0.13175 (-1.03581)	0.07394 (0.52316)	-0.05106 (-0.36133)	0.17440 (1.23006)	0.04940 (0.34844)	-0.08211 (-0.58131)	-0.20711 (-1.46631)
3-8-93 a 31-12-94	0.03507 (0.75418)	-0.08993 (-1.93421 <sup>c</sup> )	-0.05446 (-1.09426)	-0.17946 (-3.60574 <sup>a</sup> )	-0.01894 (-0.37018)	-0.14394 (-2.81314 <sup>a</sup> )	0.01597 (0.31486)	-0.10903 (-2.14908 <sup>b</sup> )	-0.03647 (-0.71428)	-0.16147 (-3.16272 <sup>a</sup> )	-0.00069 (-0.01404)	-0.12569 (-2.56273 <sup>b</sup> )

Notas:

(1) Contraste estadístico de Newey-West (corregido para la correlación serial y heterocedasticidad).

<sup>a</sup>, <sup>b</sup> y <sup>c</sup> denota significatividad al 1%, 5% y 10%, respectivamente. Valores críticos de N(0,1): 2.576 (1%); 1.960 (5%); 1.645 (10%).(2) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.19: Ratio ideal y ratio de Sharpe, franco belga (BFR)

Combinación (1) Períodos	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_I$	$S_R$										
13-1-87 a 31-12-94	-1.49246	-0.42845	-1.35482	-0.38754	-1.36906	-0.39173	-1.13659	-0.32430	-1.16880	-0.33354	-1.15589	-0.32983
13-1-87 a 8-1-90	-2.53652	-0.82112	-2.04644	-0.63828	-2.04373	-0.63735	-1.84910	-0.57227	-1.67896	-0.51773	-1.69271	-0.52207
9-1-90 a 17-9-92	-2.38065	-0.71248	-2.11934	-0.62641	-2.20771	-0.65483	-1.77963	-0.52231	-1.78877	-0.52503	-1.77784	-0.52178
18-9-92 a 23-11-92	-3.24850	-0.72263	-3.26596	-0.72698	-3.47734	-0.78109	-3.18779	-0.70764	-3.44158	-0.77173	-3.44158	-0.77173
24-11-92 a 1-2-93	-4.28009	-0.94409	-4.79210	-1.10136	-4.75485	-1.08889	-3.78072	-0.81318	-3.21145	-0.68155	-4.25888	-0.93815
2-2-93 a 14-5-93	-3.01917	-0.71208	-3.61039	-0.87885	-3.48617	-0.84141	-2.55694	-0.59701	-3.03067	-0.71508	-2.82031	-0.66131
15-5-93 a 2-8-93	-0.12664	-0.03734	-0.18089	-0.05316	-0.18089	-0.05316	-0.06916	-0.02047	-0.13454	-0.03965	-0.13454	-0.03965
3-3-93 a 31-12-94	-0.40894	-0.15159	-0.48439	-0.17954	-0.47580	-0.17635	-0.34481	-0.12792	-0.49657	-0.18406	-0.45360	-0.16812

Notas:

(1) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1, n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.20: Ratio ideal y ratio de Sharpe, corona danesa (DKR)

Combinación (1) Períodos	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_I$	$S_R$										
13-1-87 a 31-12-94	-0.52248	-0.34825	-0.44857	-0.29640	-0.45824	-0.30309	-0.30919	-0.20234	-0.27540	-0.18003	-0.29002	-0.18967
13-1-87 a 8-1-90	-0.56302	-0.40316	-0.49703	-0.35214	-0.49990	-0.35432	-0.33820	-0.23579	-0.25757	-0.17898	-0.32949	-0.22959
9-1-90 a 17-9-92	-0.58455	-0.42310	-0.44438	-0.31490	-0.41629	-0.29413	-0.32351	-0.22700	-0.26448	-0.18518	-0.22263	-0.15581
18-9-92 a 23-11-92	-0.54843	-0.39289	-0.54843	-0.39289	-0.66162	-0.48647	-0.53667	-0.38360	-0.53667	-0.38360	-0.53828	-0.38488
24-11-92 a 1-2-93	-0.93260	-0.81393	-0.90418	-0.77623	-0.90210	-0.77355	-0.32511	-0.23646	-0.43280	-0.31876	-0.42620	-0.31359
2-2-93 a 14-5-93	-0.85350	-0.54453	-0.60620	-0.36749	-0.64221	-0.39153	-0.59184	-0.35802	-0.42674	-0.25344	-0.36337	-0.21488
15-5-93 a 2-8-93	0.13855	0.06394	0.04495	0.02063	0.04555	0.02091	0.15808	0.07305	0.08333	0.03833	0.15905	0.07351
3-3-93 a 31-12-94	-0.33321	-0.20173	-0.34073	-0.20633	-0.41030	-0.24922	-0.22692	-0.13725	-0.30853	-0.18668	-0.34925	-0.21155

Notas:

(1) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.21: Ratio ideal y ratio de Sharpe, escudo portugués (ESC)

Combinación (1) Períodos	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_I$	$S_R$										
6-4-92 a 31-12-94	-0.18065	-0.08861	-0.16732	-0.08208	-0.16811	-0.08247	-0.11158	-0.05482	-0.17823	-0.08742	-0.16625	-0.08156
6-4-92 a 17-9-92	0.10876	0.06535	0.02946	0.01754	0.00574	0.00341	0.11594	0.06973	0.02510	0.01494	-0.00708	-0.00420
18-9-92 a 23-11-92	-0.63709	-0.33149	-0.13949	-0.07000	-0.13949	-0.07000	-0.36592	-0.18511	-0.13949	-0.07000	-0.13949	-0.07000
24-11-92 a 1-2-93	-0.17634	-0.11249	-0.14218	-0.09078	-0.14218	-0.09078	-0.14218	-0.09078	-0.14218	-0.09078	-0.14218	-0.09078
2-2-93 a 14-5-93	0.04124	0.01858	0.08852	0.03998	0.08852	0.03998	0.08852	0.03998	0.08852	0.03998	0.08852	0.03998
15-5-93 a 2-8-93	0.24057	0.13858	0.24057	0.13858	0.24057	0.13858	0.24057	0.13858	0.24057	0.13858	0.24057	0.13858
3-8-93 a 31-12-94	-0.34702	-0.17630	-0.48879	-0.24914	-0.48064	-0.24490	-0.29177	-0.14825	-0.51587	-0.26326	-0.47015	-0.23946

Notas:

(1) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1, n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.22: Ratio ideal y ratio de Sharpe, franco francés (FF)

Combinación (1) Períodos	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_I$	$S_R$										
13-1-87 a 31-12-94	-0.51315	-0.34373	-0.43282	-0.28784	-0.41373	-0.27479	-0.28973	-0.19159	-0.31554	-0.20873	-0.31704	-0.20973
13-1-87 a 8-1-90	-0.53058	-0.36962	-0.40164	-0.27628	-0.40774	-0.28059	-0.28139	-0.19269	-0.32221	-0.22081	-0.32988	-0.22612
9-1-90 a 17-9-92	-0.55437	-0.39159	-0.40136	-0.27891	-0.37046	-0.25696	-0.27394	-0.18947	-0.27791	-0.19222	-0.25555	-0.17674
18-9-92 a 23-11-92	-0.33072	-0.21142	-0.87787	-0.62228	-0.69131	-0.46445	-0.59410	-0.39137	-0.65065	-0.43328	-0.36381	-0.23306
24-11-92 a 1-2-93	-0.69459	-0.47116	-0.48580	-0.31962	-0.54271	-0.35927	-0.35615	-0.23233	-0.29111	-0.18964	-0.42451	-0.27791
2-2-93 a 14-5-93	-0.66501	-0.46795	-0.86420	-0.64047	-0.78552	-0.56854	-0.50513	-0.34686	-0.47909	-0.32808	-0.46463	-0.31774
15-5-93 a 2-8-93	0.13149	0.06298	0.04289	0.02037	-0.03103	-0.01466	0.13104	0.06276	0.07977	0.03801	0.00585	0.00277
3-3-93 a 31-12-94	-0.47755	-0.29375	-0.45091	-0.27693	-0.41996	-0.25754	-0.29465	-0.18029	-0.34190	-0.20923	-0.39602	-0.24265

Notas:

(1) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.23: Ratio ideal y ratio de Sharpe, florín holandés (HFL)

Combinación (1) Períodos	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_I$	$S_{\hat{R}}$										
13-1-87 a 31-12-94	-2.11116	-0.82773	-1.98092	-0.76247	-1.85743	-0.70456	-1.39529	-0.51191	-1.31855	-0.48251	-1.30541	-0.47753
13-1-87 a 8-1-90	-1.72266	-0.79215	-1.50680	-0.66897	-1.38725	-0.60695	-1.04334	-0.44499	-0.96047	-0.40852	-0.93692	-0.39828
9-1-90 a 17-9-92	-2.32947	-0.98837	-2.27344	-0.95282	-2.13578	-0.87152	-1.51142	-0.57345	-1.35856	-0.51137	-1.41206	-0.53278
18-9-92 a 23-11-92	-1.66638	-0.64096	-1.37390	-0.51938	-1.78835	-0.69571	-1.05750	-0.39808	-1.25414	-0.47253	-1.25414	-0.47253
24-11-92 a 1-2-93	-2.47022	-0.98712	-1.49726	-0.53567	-1.49726	-0.53567	-1.56597	-0.56188	-1.30762	-0.46561	-1.30762	-0.46561
2-2-93 a 14-5-93	-2.54658	-0.87083	-2.17572	-0.71612	-1.73413	-0.55753	-1.43892	-0.46082	-1.50963	-0.48352	-1.35704	-0.43484
15-5-93 a 2-8-93	-1.81907	-0.49597	-2.02916	-0.55400	-2.06133	-0.56306	-1.85557	-0.50592	-1.86384	-0.50818	-1.98932	-0.54284
3-3-93 a 31-12-94	-3.34738	-0.79421	-3.62109	-0.87306	-3.43359	-0.81837	-2.77329	-0.64560	-2.89833	-0.67643	-2.71437	-0.63132

Notas:

(1) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1, n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.24: Ratio ideal y ratio de Sharpe, libra irlandesa (IRL)

Combinación (1) Períodos	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_I$	$S_R$										
13-1-87 a 31-12-94	-0.63894	-0.23490	-0.58575	-0.21516	-0.61148	-0.22470	-0.51610	-0.18947	-0.52737	-0.19362	-0.52928	-0.19432
13-1-87 a 8-1-90	-0.90739	-0.43230	-0.83431	-0.39583	-0.92681	-0.44214	-0.69364	-0.32757	-0.71106	-0.33591	-0.74052	-0.35007
9-1-90 a 17-9-92	-1.43703	-0.52543	-1.17218	-0.42439	-1.20468	-0.43646	-1.10981	-0.40142	-1.03379	-0.37375	-1.08248	-0.39144
18-9-92 a 23-11-92	-1.05511	-0.46096	-0.79358	-0.33915	-0.79358	-0.33915	-1.01642	-0.44222	-0.79358	-0.33915	-0.79358	-0.33915
24-11-92 a 1-2-93	0.07809	0.02083	0.11454	0.03057	0.07606	0.02029	0.29661	0.07956	0.13086	0.03494	0.10460	0.02791
2-2-93 a 14-5-93	-1.02377	-0.36441	-0.77649	-0.27529	-0.77649	-0.27529	-0.95428	-0.33902	-0.77649	-0.27529	-0.77649	-0.27529
15-5-93 a 2-8-93	-0.60485	-0.24313	-0.33751	-0.13756	-0.33751	-0.13756	-0.52276	-0.21075	-0.33751	-0.13756	-0.33751	-0.13756
3-3-93 a 31-12-94	-0.22850	-0.13748	-0.29893	-0.18003	-0.27549	-0.16583	-0.25550	-0.15375	-0.30075	-0.18113	-0.26111	-0.15714

Notas:

(1) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.25: Ratio ideal y ratio de Sharpe, lira italiana (LIT)

Combinación (1) Períodos	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_I$	$S_R$										
13-1-87 a 31-12-94	-0.31331	-0.18984	-0.18266	-0.11008	-0.18005	-0.10850	-0.17008	-0.10248	-0.13779	-0.08300	-0.13529	-0.08150
13-1-87 a 8-1-90	-0.56731	-0.38712	-0.25217	-0.16590	-0.20305	-0.13337	-0.29768	-0.19632	-0.16489	-0.10825	-0.13854	-0.09095
9-1-90 a 17-9-92	-0.43776	-0.24639	-0.27089	-0.15103	-0.33783	-0.18887	-0.25697	-0.14321	-0.18551	-0.10328	-0.23446	-0.13060
18-9-92 a 23-11-92	-0.08429	-0.04883	-0.00295	-0.00171	-0.00295	-0.00171	-0.09650	-0.05591	-0.00295	-0.00171	-0.00295	-0.00171
24-11-92 a 1-2-93	0.25175	0.17848	0.25175	0.17848	0.25175	0.17848	0.20265	0.14254	0.25175	0.17848	0.25175	0.17848
2-2-93 a 14-5-93	0.01784	0.01191	-0.18375	-0.12271	-0.11234	-0.07486	0.16252	0.10972	-0.11234	-0.07486	-0.11234	-0.07486
15-5-93 a 2-8-93	-0.07254	-0.04911	-0.36354	-0.24962	-0.35140	-0.24095	-0.00494	-0.00336	-0.47806	-0.33393	-0.36224	-0.24870
3-3-93 a 31-12-94	-0.14983	-0.09764	-0.08812	-0.05743	-0.09687	-0.06312	-0.12411	-0.08086	-0.10034	-0.06538	-0.09443	-0.06153

Notas:

(1) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1, n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.26: Ratio ideal y ratio de Sharpe, peseta española (PTA)

Combinación (1) Períodos	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_I$	$S_R$										
19-6-89 a 31-12-94	-0.10038	-0.05411	-0.17005	-0.09155	-0.12500	-0.06734	-0.12343	-0.06650	-0.14198	-0.07647	-0.14498	-0.07808
19-6-89 a 8-1-90	-0.22619	-0.14681	-0.21385	-0.13882	-0.11841	-0.07710	-0.19417	-0.12609	-0.30229	-0.19635	-0.16725	-0.10868
9-1-90 a 17-9-92	-0.02850	-0.01535	-0.30826	-0.16505	-0.21760	-0.11643	-0.07839	-0.04209	-0.19689	-0.10536	-0.25530	-0.13659
18-9-92 a 23-11-92	0.09604	0.05327	0.09604	0.05327	0.09604	0.05327	0.09604	0.05327	0.09604	0.05327	0.09604	0.05327
24-11-92 a 1-2-93	-0.66443	-0.43594	-0.62281	-0.40549	-0.62281	-0.40549	-0.53066	-0.34065	-0.62281	-0.40549	-0.62281	-0.40549
2-2-93 a 14-5-93	0.07159	0.03290	0.19202	0.08895	0.19202	0.08895	0.15226	0.07032	0.19202	0.08895	0.19202	0.08895
15-5-93 a 2-8-93	0.35024	0.21650	0.35024	0.21650	0.35024	0.21650	0.35024	0.21650	0.35024	0.21650	0.35024	0.21650
3-3-93 a 31-12-94	-0.32527	-0.20480	-0.24336	-0.15283	-0.23053	-0.14475	-0.37916	-0.23949	-0.26481	-0.16637	-0.23763	-0.14922

Notas:

(1) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1$ ,  $n_2$ , respectivamente.

Cuadro 5.8.4.27: Ratio ideal y ratio de Sharpe, libra esterlina (UKL)

Combinación (1) Períodos	[1, 50]		[1, 150]		[1, 200]		[5, 50]		[5, 150]		[5, 200]	
	$\hat{R}_I$	$S_R$										
8-10-90 a 31-12-94	-0.10565	-0.05928	-0.17991	0.10083	-0.17030	-0.09545	-0.13762	-0.07716	-0.17458	-0.09785	-0.17987	-0.10081
8-10-90 a 17-9-92	-0.20373	-0.09276	-0.28189	-0.12828	-0.27276	-0.12412	-0.23070	-0.10501	-0.29641	-0.13489	-0.31405	-0.14293
18-9-92 a 23-11-92	0.17257	0.13216	0.17257	0.13216	0.17257	0.13216	0.17257	0.13216	0.17257	0.13216	0.17257	0.13216
24-11-92 a 1-2-93	-0.13666	-0.08984	0.02812	0.01859	0.02812	0.01859	-0.16134	-0.10609	0.02812	0.01859	0.02812	0.01859
2-2-93 a 14-5-93	-0.12551	-0.08294	-0.30915	-0.20556	-0.27166	-0.18018	-0.19976	-0.13209	-0.30527	-0.20292	-0.27166	-0.18018
15-5-93 a 2-8-93	0.01213	0.00869	0.06555	0.04725	-0.17481	-0.12425	-0.06775	-0.04828	0.06555	0.04725	-0.27480	-0.19591
3-8-93 a 31-12-94	-0.14382	-0.09435	-0.28699	-0.18847	-0.23019	-0.15094	-0.17435	-0.11432	-0.25821	-0.16941	-0.20100	-0.13178

Notas:

(1) Generación de señales de compra y venta a través del cruce de medias móviles corta y larga de longitudes  $n_1, n_2$ , respectivamente.



# **CAPÍTULO VI:**

## **CONCLUSIONES FINALES. LÍNEAS ABIERTAS**

- 6.1 Resumen de la Tesis Doctoral
- 6.2 Conclusiones finales
- 6.3 Posibles interpretaciones de los resultados
- 6.4 Posibles extensiones de la Tesis Doctoral



## 6.1 Resumen de la Tesis Doctoral

Tras el influyente trabajo de Messe y Rogoff (1983) sobre la pobre capacidad predictiva de los modelos de determinación del tipo de cambio en comparación con un modelo ingenuo de paseo aleatorio, se viene registrando un enorme esfuerzo tanto en profundizar y desentrañar las causas de la extrema dificultad que representa la predicción de los tipos de cambio, como en diseñar procedimientos alternativos que supongan alguna mejora predictiva.

De tal esfuerzo que ha dado lugar a un incremento espectacular en las herramientas y métodos disponibles para la predicción de tipos de cambio, cabe destacar las técnicas de predicción que surgieron, originariamente, para predecir series caóticas.

A lo largo de los tres capítulos finales de esta Tesis Doctoral, hemos intentado evaluar la potencial utilidad del uso de dichas técnicas a la hora de realizar predicciones de los tipos de cambio diarios, utilizando una muestra consistente en datos de nueve monedas participantes en el Mecanismo de Tipos de Cambios e Intervención (MTCI) del Sistema Monetario Europeo (SME). Para ello, tras presentar los resultados de algunos contrastes habituales en la literatura para caracterizar el proceso generador de datos, hemos comenzado por analizar la presencia de caos determinista en las series examinadas, al tiempo que se propone un contraste estadístico cuya hipótesis nula es la existencia de caos determinista en una serie temporal. A continuación, hemos estudiado la capacidad predictiva de los predictores por ocurrencias análogas simples y simultáneas desde el punto de vista estadístico y desde el punto de vista de la rentabilidad que se generaría de su utilización como regla técnica de compraventa. Por último, nuestro interés se ha centrado en explorar la posibilidad de que la intervención de las autoridades monetarias conlleve un incremento en los rendimientos derivados de dichas reglas técnicas.

## 6.2 Conclusiones finales

De los resultados obtenidos a lo largo de los capítulos III, IV y V podemos extraer las conclusiones que resumimos a continuación:

### Primera conclusión

Es posible contrastar empíricamente la existencia de no linealidades en las series temporales de las nueve divisas examinadas, participantes en el mecanismo del Sistema Monetario Europeo (SME). En este sentido, el estadístico BDS rechaza la hipótesis nula de IID en cada una de las series analizadas.

Como un primer paso para discriminar entre la naturaleza determinística o estocástica de las no linealidades detectadas en las series estudiadas, hemos empleado dos contrastes ampliamente utilizados en la literatura para la detección del caos determinista: el contraste de Grassberger y Procaccia, y el contraste de estimación del máximo exponente de Lyapunov.

Los resultados obtenidos mediante ambos contrastes son contradictorios. Por una parte, el contraste de Grassberger y Procaccia no parece dar síntomas de saturación de la dimensión de correlación ante sucesivos aumentos de la dimensión de inmersión, lo que no proporciona evidencia sobre la existencia de caos determinista de baja dimensión. Por otra parte, al estimar el máximo exponente de Lyapunov mediante el método de Rosenstein *et al.* (1993), dicho exponente siempre resulta ser positivo para el amplio rango empleado en la elección de los parámetros dimensión de inmersión y período de divergencia temporal entre las  $m$ -historias. Observamos, igualmente, una gran sensibilidad de los exponentes calculados a los parámetros del algoritmo empleado. Tales resultados confirmarían, no obstante, la existencia de caos de baja dimensión en las series cambiarias analizadas, lo que estaría en rotunda contradicción con los resultados ofrecidos por medio del contraste de Grassberger y Procaccia.

**Concluimos, por tanto, que los procedimientos tradicionalmente empleados en la detección del caos determinista son de poca utilidad cuando se aplican a las series financieras, en particular a los tipos de cambio.**

Mediante la realización de numerosas simulaciones con los modelos lineales y no lineales de series temporales habitualmente empleados en economía financiera, llegamos a la conclusión de que el contraste de caos de baja dimensión, por medio del máximo exponente de Lyapunov positivo, carece de potencia frente a las alternativas de tipo estocástico, especialmente cuando se trata de analizar series de longitud pequeña.

Así pues, se pone de manifiesto la necesidad de contar con nuevos contrastes estadísticos que tengan como hipótesis nula la existencia de caos determinista en la serie en cuestión.

### Segunda conclusión

Basándonos en la teoría ergódica de los sistemas dinámicos, y empleando un procedimiento de simulaciones sucesivas (*bootstrapping* por bloques), hemos propuesto un nuevo contraste estadístico para la detección del caos. En línea con la anterior conclusión, nuestro contraste tiene como hipótesis nula la existencia de caos determinista y exhibe una fuerte potencia frente a procesos estocásticos en series de pequeña longitud, perfeccionando, por tanto, los contrastes de Gençay (1996) o de Bask y Gençay (1998).

No obstante, hay que señalar que este nuevo contraste es incapaz de distinguir procesos estocásticos lineales y no lineales. Sin embargo, dada la escasa capacidad del test BDS para distinguir entre los procesos no lineales de origen determinista y estocástico, el nuevo contraste que presentamos en esta Tesis Doctoral puede considerarse un buen complemento del BDS a la hora de analizar la presencia de caos, de baja dimensión, y distinguirla de un proceso estocástico no lineal.

Al aplicar dicho contraste a las series cambiarias del SME examinadas no hemos detectado la evidencia de caos determinista de baja dimensión, a excepción del caso de la peseta española (PTA) (resultado que está en consonancia con Bajo *et al.*, 1992a) y la corona danesa (DKR). Estas divisas son, precisamente, en las que se produce un alto número de rechazos de la hipótesis nula en el test de Hsieh.

No obstante, numerosas simulaciones realizadas sobre procesos caóticos contaminados con ruido aditivo señalan que el nuevo contraste puede rechazar con demasiada facilidad la hipótesis nula en presencia de ruido incluso de muy pequeña varianza, por lo que podemos estar rechazando, erróneamente, la evidencia de caos si este va acompañado de pequeñas dosis de ruido.

### Tercera conclusión

Hemos pretendido contrastar, por un método indirecto, si las no linealidades detectadas en las series de tipos de cambio tienen una explicación determinista pudiendo ser explicadas por un proceso no lineal en media. En este caso dichas no linealidades darían lugar, en las mencionadas series, a estructuras potencialmente predecibles, a corto plazo, que no serían detectables mediante predictores lineales.

Con este propósito hemos construido unos predictores por ocurrencias análogas simultáneas (que denominamos abreviadamente predictores SNN haciendo uso de sus siglas inglesas), capaces de extender el sistema de predicción por ocurrencias análogas a una situación donde los puntos próximos de los predictores pueden seleccionarse empleando información procedente de un conjunto de series temporales. Hemos realizado diversas comparaciones entre los predictores SNN y otros modelos lineales tradicionales de predicción como el paseo aleatorio y ARIMA.

**Cuando evaluamos la calidad de las predicciones sobre la muestra total mediante el estadístico U de Theil, los predictores SNN se comportan marginalmente mejor que los predictores lineales como el ARIMA o el modelo de paseo aleatorio. Además, los predictores SNN mejoran, netamente, los citados modelos lineales en las predicciones direccionales (es decir, cuando intentamos predecir simplemente el signo de los incrementos que se producen, diariamente, en los tipos de cambio). Más formalmente, hemos considerado dos contrastes con en el fin de evaluar estadísticamente si nuestro conjunto de predicciones SNN mejora las predicciones lineales. El contraste de Diebold y Mariano sugiere que, en muchos de los casos, los predictores SNN mejoran el modelo de paseo aleatorio a un nivel de significación del 1%, mientras que mejoran el modelo ARIMA en tres de los nueve casos. Por otra parte, el contraste de Pesaran y Timmermann muestra que la probabilidad de predecir correctamente el signo de los cambios es claramente superior para los predictores SNN que para el caso ARIMA.**

Tomada en conjunto, la evidencia presentada concuerda con otras investigaciones recientes que han enfatizado la existencia de componentes predecibles en los tipos de cambio (véanse, por ejemplo, Levich y Thomas (1993) o Fernández y Sosvilla (1998)).

**A la vista del mejor comportamiento de los predictores de naturaleza no lineal, como son los SNN, respecto a los predictores de naturaleza lineal, como los ARIMA o paseo aleatorio, parece evidente que los patrones de comportamiento que permiten la predicción en nuestras series cambiarias son de naturaleza no lineal.**

#### **Cuarta conclusión**

Cuando se evalúa una determinada predicción en los mercados financieros, ni los estadísticos clásicos como la U de Theil, ni los contrastes más recientes de comparación con otras predicciones como el de Diebold y Mariano o el de Pasaran y Timmermann aportan, necesariamente, una visión completa de la calidad de dicha predicción.

La forma más precisa de evaluar una predicción financiera es analizando su capacidad para generar beneficios. En el capítulo V de esta Tesis Doctoral se han transformado las predicciones por ocurrencias análogas (NN), las de ocurrencias análogas simultáneas (SNN), y las predicciones ARIMA en sendas estrategias técnicas de compraventa en el mercado cambiario, para las nueve divisas del SME examinadas. Igualmente hemos considerado, con el fin de realizar comparaciones, la clásica regla técnica chartista (lineal) que divide el mercado en días de compra y días de venta según que la media móvil corta esté situada por encima de la media móvil larga o *viceversa*. La capacidad para obtener beneficios, en todos los casos, ha sido evaluada tomando en cuenta tanto los tipos de interés como los costes de transacción.

**Los resultados obtenidos sugieren que, en la mayoría de los casos, las reglas técnicas basadas en predicciones no lineales mejoran las ganancias derivadas del seguimiento de las predicciones lineales, tanto las que están basadas en modelos ARIMA como las basadas en las clásicas estrategias técnicas chartistas inducidas por las medias móviles. La superioridad económica de las predicciones no lineales se manifiesta tanto en términos de rendimientos (brutos y netos) como en los indicadores habituales de rentabilidad (la ratio de rendimiento ideal y la ratio de Sharpe).**

Debido a que el período muestral considerado a lo largo de esta Tesis es muy extenso y heterogéneo, hemos considerado en los apéndices 5.8.2 al 5.8.4 una división en siete subperíodos diferentes no solapados, cuyos extremos de corte se corresponden con las fechas en las que acaecieron determinados realineamientos y variaciones en el Mecanismo de Tipos de Cambios e Intervención (véase el apartado 3.3). Para cada uno de dichos subperíodos, hemos recalculado, para nuestros predictores por ocurrencias análogas (en sus versiones NN y SNN) y

para los predictores lineales alternativos (paseo aleatorio y modelos ARIMA), tanto los contrastes estadísticos empleados para evaluar la capacidad predictiva como los indicadores de rentabilidad de técnicas de compraventa asociadas a cada tipo de predictores.

**Los resultados indican, en general, una mejora en la capacidad predictiva de los predictores no lineales y en sus indicadores asociados de rentabilidad para aquellos subperíodos y monedas para las cuales Fernández y Sosvilla (1998) detectaron evidencia de predecibilidad no lineal. De esta forma, los resultados presentados en los apéndices 5.8.2 al 5.8.4 de esta Tesis podría tomarse como evidencia adicional de la existencia de una correlación positiva entre la capacidad predictiva de una moneda y el grado de credibilidad asignado por los agentes económicos a los compromisos cambiarios asumidos por las autoridades monetarias del país en cuestión.**

### **Quinta conclusión**

Investigaciones recientes han puesto de manifiesto que los excesos de rendimientos obtenidos mediante el uso de reglas técnicas, en los mercados cambiarios, se producen durante los períodos de intervención de los bancos centrales (véanse, por ejemplo, Szarmay y Mathur (1997), Neely y Weller (1997) y LeBaron (1996)). Hasta la fecha, esta evidencia empírica estaba limitada al uso de reglas técnicas basadas en medias móviles. Esta Tesis Doctoral proporciona evidencia adicional sobre la correlación positiva entre los rendimientos de las reglas técnica y los períodos de intervención por parte de las autoridades monetarias, empleando predicciones por ocurrencias análogas para generar posiciones de compraventa, dado que dichas predicciones pueden considerarse como una generalización de los métodos gráfico ampliamente extendidos en los mercados financieros.

Dada la ausencia de datos oficiales, para el caso europeo, sobre las intervenciones de los bancos centrales en los mercados cambiarios, hemos realizado nuestro estudio en el mercado estadounidense para el que sí existe información pública, analizando el caso de los tipos de cambio dólar estadounidense/marco alemán y dólar estadounidense/yen japonés. Con este propósito, las predicciones por ocurrencias análogas se transforman en una estrategia técnica de compraventa cuya capacidad de generar beneficios se evalúa tanto para la totalidad de la muestra como para la submuestra obtenida eliminando aquellos días en los que la autoridad monetaria estadounidense intervino en dichos mercados cambiarios.

Los resultados obtenidos muestran que si eliminamos las observaciones en las que se producen intervenciones por parte de la Reserva Federal, se producen sustanciales caídas en los rendimientos netos obtenidos por nuestra regla técnica. Adicionalmente, también se produce una significativa reducción en otros indicadores de rentabilidad analizados: la ratio de beneficio ideal, la ratio de Sharpe y en la predicción direccional. Igualmente se concluye que, en ausencia de intervención, se genera un menor número de señales de compra y venta y existe un incremento de la volatilidad de los rendimientos totales.

**En definitiva, los resultados apuntan hacia una correlación positiva entre los rendimientos de nuestra regla técnica con los períodos de intervención del banco central, sugiriendo que tales intervenciones en los mercados de cambio pueden constituir una de las posibles explicaciones de la capacidad de generar rendimientos a partir de reglas técnicas de contratación basadas en nuestras predicciones.**

### 6.3 Posibles interpretaciones de los resultados

Como hemos señalado anteriormente, en esta Tesis Doctoral se ha hecho un laborioso intento por evaluar la potencial utilidad del uso de técnicas procedentes del caos determinista a la hora de realizar predicciones de los tipos de cambio diarios. Los resultados empíricos presentados señalan que las predicciones obtenidas mediante dichas técnicas muestran, para algunos de los tipos de cambio examinados, una bondad predictiva netamente superior a la que podrían proporcionar los modelos lineales; superioridad que puede ser contrastada desde el punto de vista estadístico. Además, las predicciones no lineales realizadas generan, en muchos casos, beneficios considerables aún después de tener en cuenta tanto los costes de transacción como el coste de oportunidad relativo en función del diferencial de tipos de interés.

A la hora de interpretar los resultados obtenidos en esta Tesis Doctoral, podríamos adelantar algunas explicaciones alternativas, que resumimos a continuación:

- En primer lugar, y tal como demuestra Neftçi (1991), las estrategias técnicas de compraventa únicamente pueden explotarse de forma útil, de cara a la obtención de rendimientos, si el proceso generador de datos subyacente es no lineal. En este sentido, debe observarse que los resultados obtenidos en Fernández y Sosvilla (1998) sugieren que las series de divisas del SME muestran evidencia de dependencia no lineal potencialmente útil de cara a la predicción.
- En segundo lugar, Kho (1996) presenta evidencia empírica que sugiere que cierta proporción de los beneficios observados mediante el uso de las reglas técnicas podría explicarse como una forma de prima de riesgo variable con el transcurso del tiempo, que asume el inversor. No obstante, el hecho de que no exista un modelo satisfactorio de dicha prima de riesgo en los mercados de cambio (ver Engel, 1996) significa que esta cuestión no puede ser respondida, hoy por hoy, satisfactoriamente.
- En tercer lugar, diversos autores (véase, por ejemplo, Shiller, 1988) han sugerido que los mercados financieros están muy influidos por modas y manías. Tales manías podrían generar oportunidades de rendimientos para los operadores más sofisticados a costa de la gran multitud.
- Por último, una cuarta posibilidad es que la evidencia de reglas técnicas capaces de generar beneficios constituya alguna forma de ineficiencia, ya que en la literatura financiera la Hipótesis de los Mercados Eficientes es interpretada a menudo como la imposibilidad de construir una regla técnica, basada en información pública disponible, que sea capaz de proporcionar, de forma consistente, unos rendimientos extraordinarios positivos (una vez

descontados los costes de transacción y una apropiada prima de riesgo) (Jensen, 1978). En los mercados financieros, si los participantes son racionales y neutrales ante el riesgo, las expectativas relativas a los movimientos cambiarios deberían estar incorporadas y reflejadas en los tipos de cambio con entrega aplazada (*forward*). Así el tipo de cambio *forward* debería ser un predictor insesgado del valor futuro del tipo de cambio al contado (*spot*). No obstante, la evidencia empírica sugiere un cierto carácter sesgado del tipo de cambio *forward* como predictor del tipo de cambio *spot* (véase, por ejemplo, Engel, 1996). Además, Frankel y Froot (1987) han señalado que dicho sesgo puede explicarse en términos de errores en las expectativas de los agentes. Si esto fuese así, y los errores tuviesen alguna forma de persistencia, ello sugeriría la posibilidad de que las técnicas de predicción exhibidas en esta Tesis Doctoral, que no son otra cosa que una forma sofisticada de Análisis Técnico, podrían desempeñar un papel fundamental a la hora de anticipar el impacto de estos errores en el mercado.

## 6.4 Posibles extensiones de la Tesis Doctoral

Existen varias direcciones posibles a la hora de realizar futuras extensiones del trabajo de investigación contenido en esta Tesis Doctoral. En particular, podemos señalar las siguientes líneas de actuación:

- En primer lugar, una ampliación natural de esta Tesis consiste en desarrollar una versión multivariante de nuestros predictores por analogías (MNN), que tenga en cuenta no sólo cuando se produjo esa "situación análoga" en otra serie (o series) relacionadas sino, además, considerase (a la hora de hacer la predicción) la evolución dentro de esa otra serie (o series).
- En línea con lo anterior, cabe también considerar la posibilidad de utilizar redes neuronales artificiales con el fin de que, explotando su poderosa habilidad de reconocimiento de patrones en las series temporales, se disponga de un método alternativo de selección de ocurrencias análogas que mejoren la capacidad predictiva de los predictores por analogías, tanto en sus versiones simultánea (SNN) como multivariante (MNN). Véanse a este respecto Van Eyden (1996) para una panorámica sobre redes neuronales artificiales y Gençay (1998) o Fernández *et al.* (1999) para aplicaciones en mercados bursátiles.
- En tercer lugar, dada la evidencia empírica disponible sobre la capacidad de algoritmos genéticos a la hora de diseñar estrategias de compraventa (véase, por ejemplo Bauer, 1994), la posibilidad de combinar dichos algoritmos con nuestros predictores por analogías para generar reglas técnicas de contratación abre una vía interesante y prometedora.
- Por último, con el fin de contar con modelos financieros alternativos con los que comparar la rentabilidad de las reglas técnicas basadas en nuestros predictores (independientemente de la versión empleada y del método de diseño de las señales de compraventa) se podría examinar versiones con rendimientos variables en el tiempo de dichos modelos, como ha propuesto recientemente Ito (1999) para el caso de los mercados bursátiles, en lugar de los modelos econométricos habituales (paseo aleatorio, ARIMA y GARCH, entre otros).

Dados los resultados relativamente favorables obtenidos en esta Tesis Doctoral, cabe albergar un cierto optimismo sobre los posibles rendimientos derivados de la realización de estas extensiones.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS



- Abarbanel, H. D. I., Brown, R. y Kennel, M. B. (1991): "Lyapunov exponents in chaotic systems: their importance and their evaluation using observed data", Int. J. Mod. Phys. B 5, pp. 1347-1375.
- Abarbanel, H. D. I., Brown, R. y Kennel, M. B. (1991): "Variations of Lyapunov exponents on a strange attractor", Journal of Nonlinear Sciences 1, pp. 175-199.
- Abarbanel, H. D. I., Brown, R. y Kennel, M. B. (1992): "Local Lyapunov exponents computed from observed data", Journal of Nonlinear Sciences 2, pp. 343-365.
- Akaike, H. (1974): "A new look at the statistical model identification", IEEE Transactions on Automatic Control 19, pp. 716-723.
- Ayuso, J., Pérez-Jurado, M. y Restoy, F (1994): "¿Se ha incrementado el riesgo cambiario en el SME tras la ampliación de bandas?", Documento de Trabajo 9419, Banco de España.
- Bajo, O., Fernández, F. y Sosvilla, S. (1992a): "Chaotic behaviour in exchange-rate series: First results for the peseta-US dollar case", Economics Letters 39, pp. 207-211.
- Bajo, O., Fernández, F. y Sosvilla, S. (1992b), 'Volatilidad y predecibilidad en las series de tipo cambio peseta-dólar: Un enfoque basado en el caos determinista', Revista Española de Economía, Monográfico Mercados Financieros Españoles, pp. 91-109.
- Bajo, O. y Sosvilla, S., (1993): "Teorías del tipo de cambio: Una panorámica", Revista de Economía Aplicada 1, pp. 175-205.
- Bajo, O., Fernández, F. y Sosvilla S. (1995): "Una medida de volatilidad local en series temporales: Teoría y aplicación a los tipos de cambio peseta-marco", Hacienda Pública Española, 134, pp. 44-58.
- Baldwin, R. (1991): "On the microeconomics of the European Monetary Union", European Economy, Special edition 1, pp. 21-35.
- Banco de España (1998): "El mercado de divisas en España", Boletín Económico del Banco de España, Octubre, pp. 67-75.

Bank for International Settlements (1998): Central Bank Survey of Foreign Exchange and Derivates Market Activity, Basilea (Suiza).

Barnett, W. A. y Hinich, M. J. (1992): "Empirical chaotic dynamics in economics", Annals of Operations Research 37, pp. 1-15.

Barnett, W. A. y Hinich, M. J. (1993): "Has chaos been discovered with economic data?", en Evolutionary Dynamics and Nonlinear Economics, Chen, P. y Day, P. (Eds.). New York: Oxford University Press, pp. 254-263.

Barnett, W. A. y Chen, P. (1988a): "The aggregation-theoretic monetary aggregates are chaotic and have strange attractors: An econometric application of mathematical chaos", en Dynamic Econometric Modeling, Barnett, W., Berndt, E. R. y White, H. (Eds.). Proceeding of the Third International Symposium on Economic Theory and Econometrics. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, pp. 199-245.

Barnett, W. A. y Chen, P. (1988b): "Deterministic chaos and fractal attractors as tools for nonparametric dynamical econometric inference", Mathematical Computer Modeling 10, pp. 275-296.

Barnett, W. A., Gallant, A. R., Jungeilges, J. A., Kaplan, D. T. y Jensen, M. J. (1997): "A single-blind controlled competition among tests for monetary and chaos", Journal of Econometrics 82, pp. 157-192.

Barnett, W. y Serletis, A. (1998): "Martingales, nonlinearity, and chaos", Working Paper 9805003, Economics Department of Washington University.

Bask, M. (1996): "Dimensions and Lyapunov exponents form exchange rate series", Chaos, Solitons and Fractals 7, pp. 2199-2214.

Bask M. (1998) "Deterministic Chaos in Exchange Rates?", Working Paper No. 453, Department of Economics, Umeå Economic Studies, Umeå University.

Bask, M. y Gençay, R. (1998): "Testing chaotic dynamics via Lyapunov exponents", Physica D 114, pp. 1-2.

Bauer, R. J. (1994): Genetic algorithms and investment strategies. Nueva York: Wiley and Sons.

- Bera, A. K. y Jarque, C. M. (1981): "An efficient large samples test for normality of observations and regressions residuals". Working Paper in Econometrics, 4. Australian National University, Camberra.
- Bertola, G. y Caballero, R. (1992): "Target zones and realignments", American Economic Review 82, pp. 520-536.
- Bessembinder, H. y Chan, K. (1995): "The profitability of technical trading rules in the Asian stock markets", Pacific-Basin Finance Journal 3, pp. 257-284.
- Bilson, J. (1990): "Technical currency trading", en The Currency-hedging Debate, L.Thomas (Ed.). London: IFR Publishing.
- Black, F. (1976). Studies in stock price volatility. American Statistical Association. Proceeding of the 1976 Bussiness Meeting of the Bussiness Econonomic Statistics Section, pp. 177-181.
- Bollerslev, T. (1986): "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", Journal of Econometrics 31, pp. 307-327.
- Bollerslev, T., Chou, R. Y., & Kroner, K. F. (1992): "ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence". Journal of Econometrics 52, pp. 5-59.
- Boothe, P. y Glassman, D. (1987): "Comparing exchange rate forecasting models: Accuracy versus profitability", International Journal of Forecasting 3, pp. 65-79.
- Box, G. E. P. y Jenkins, G. M. (1976). Times series analysis: Forecasting and control Revised Edition, San Francisco: Holden Day.
- Brock, W. A. (1986): "Distinguishing random and deterministic systems: Abridged version", Journal of Economic Theory 40, pp. 168-195.
- Brock, W. A., Dechert, W. D. y Scheinkman, J. (1987): "A test for independence based on the correlation dimension", Department of Economics, University of Wisconsin, Madison, University of Houston and University of Chicago.

- Brock, W. A., Dechert, W. D., LeBaron, B. y Scheinkman, J. (1996): "A test for independence based on the correlation dimension", Econometric Reviews 15, pp. 197-235.
- Brock, W. A., Hsieh, D. A. y LeBaron, B. (1991). Nonlinear dynamics, chaos and instability, (MIT Press, Cambridge, MA).
- Brock, W., Lakonishok, J. y LeBaron, B. (1992): "Simple technical rules and the stochastic propities of stock returns", Journal of Finance 47, 1731-1764.
- Broomhead, D. S. y King, G. P. (1986): "Extracting qualitative dynamics from experimental data", Physica D20, pp. 217-236.
- Brown, D. P. y Jennings, R. H. (1989): "On technical analysis", Review of Financial Studies 2, pp. 527-551.
- Campbell, J. Y., Lo, A. W. y MacKinlay, A. C. (1997). The Econometrics of Financial Markets, (Princeton University Press, Princeton, NJ).
- Canova, F. (1993): "Modelling and forecasting exchange rates with a Bayesian time-varying coefficient model", Journal of the American Statistical Association 83, pp. 596-610.
- Casdagli, M. (1989): "Nonlinear prediction of chaotic time series", Physica D35, pp. 335-356.
- Casdagli, M. (1991): "Nonlinear forecating, chaos y statistics", Working Paper 91-05-022, Santa Fe Institute.
- Casdagli, M. y Weigend, A. S. (1994): "Exploring the continuum between deterministic and stichastic modelling", en Time Series Prediction: Forecasting the future and understanding the past, Weigend, A. S. y Gershenfeld, N. A. (Eds.). Reading, MA: Addison-Wesley,
- Cecen, A. A., y Erkal, C. (1996): "Distinguishing between stochastic and deterministic behaviour in foreign exchange rate returns: Further evidence", Economics Letters 51, pp. 323-329.

- Chiarella, C. (1992): "The dynamics of speculative behaviour", Annal of Operations Research 37, pp. 101-124.
- Cleveland, W. S. (1979): "Robust-locally weighted regression and smoothing scatterplots", Journal of The American Statistical Association 74, pp. 829-836.
- Cleveland, W. S. y Devlin, S. J. (1988): "Locally weighed regression: An approach to regression analysis by local fitting", Journal of the American Statistical Association 83, pp. 596-610.
- Cleveland, W. S., Devlin, S. J. y Grosse, E. (1988): "Regression by local fitting. Methods, properties and computational algorithms", Journal of Econometrics 37, pp. 87-114.
- Clyde, W. C. y Osler, C. L. (1997): "Charting: Chaos theory in disguise?", Journal of Future Markets 17, pp. 489-514.
- Commission of the European Communities (1993): "The ERM in 1992", European Economy 54, pp. 141-157
- Cowles, A. (1933): "Can stock market forecasters forecast?", Econometrica 1, pp. 309-324.
- De Arcangelis, G. (1994): "Exchange rate target zone modelling: Recent theoretical and empirical contributions", Economic Notes by Monte dei Paschi di Siena 23, pp. 74-115.
- Dechert, W. D. y Gençay, R. (1992): "Lyapunov exponents as a nonparametric diagnostic for stability analysis", Journal of Applied Econometrics 7, S41-S60.
- De Grauwe, P. y Vansante, K. (1990): "Deterministic chaos in the foreign exchange market", CEPR Discussion Paper 370, London.
- De Grauwe, P. y Vansante, K. (1990): "Speculative dynamics and chaos in the foreign exchange market", The AMEX Bank Review 17 (9), pp. 3-5.
- De Grauwe, P., Dewachter, H. y Embrechts, M. (1993). Exchange rate theory: Chaotic models of foreign exchange markets, Blackwell B., Oxford UK & Cambridge USA.

- DeCoster, G. P. y Mitchell, D. W. (1991): "Nonlinear monetary dynamics", Journal of Business & Economic Statistics 9, pp. 455-461.
- DeCoster, G. P. y Mitchell, D. W. (1994): "Reply", Journal of Business & Economic Statistics 12, pp. 136-137.
- Diebold, F. X. y Nason, J. A. (1990): "Nonparametric exchange rate prediction?", Journal of International Economics 28, pp. 315-335.
- Diebold, F. X. y Mariano, R. S. (1995): "Comparing predictive accuracy", Journal of Business & Economic Statistics 13 (3), pp. 253-263.
- Domínguez, K. y Kennen, P. (1991): "On the need to allow for the possibility that governments mean what they say. Interpreting the target-zone model of exchange-rate behavior in the light of EMS experience", Working Paper No. 3670, National Bureau of Economic Research.
- Dooley, M. P. y Shafer, J. (1983): "Analysis of short-run exchange rate behaviour: March 1973 to November 1981", en Exchange Rate and Trade Instability: Causes, Consequences and Remedies, Bigman, D. y Taya, D. (Eds.). Ballinger, Cambridge, pp. 43-72.
- Durán J.J (1997). Mercado de divisas y riesgo de cambio. Pirámide.
- Eckmann, J. P. y Ruelle, D. (1985): "Ergodic theory of chaos and strange attractors", Reviews of Modern Physics 57, pp. 617.
- Edwards, R. D y Magee, J. (1966). Technical Analysis of Stock Trends. Traducción Gesmovasa.
- Efron, B. (1979): "Bootstrap methods: Another look at the jackknife", The Annals of Statistics 7, pp. 1-26.
- Efron, B. y Tibshirani, R. (1993). An introduction to the Bootstrap, New York: Chapman & Hall.

- Eldridge, R. M., Bernhart, C. y Mulvey, I. (1995): "Evidence of chaos in the SP500 cash index", en Chaos & Nonlinear Dynamics in the Financial Markets, Trippi, R. (Ed.), IRWIN Professional Publishing. Chicago.
- Engel, C. M. (1996): "The forward discount anomaly and the risk premium: A survey of recent evidence", Journal of Empirical Finance 3, pp. 123-192.
- Engle, R. F. (1982): "Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U. K. inflation", Econometrica 50, pp. 987-1008.
- Engle, R. Lilien, D. M. y Robins, R. P. (1987): "Estimating time varying risk premia in term structure: The ARCH-M model", Econometrica 55, pp. 391-407.
- Eubank, S. y Farmer, D. (1990): "An introduction to chaos and randomness", en Lectures in Complex Systems, SFI Studies in the Science of Complexity II, Erica Jen (Ed.), Addison-Wesley.
- Falconer, K. (1990): Fractal geometry. Mathematical Foundations and Applications. John Wiley & Sons. New York.
- Fama, E. F. (1965). "The behaviour of stock market prices", Journal of Business 38, pp. 34-105.
- Fama, E. F. (1970): "Efficient capital market: A review of theory and empirical work", Journal of Finance 25, pp. 383-417.
- Farmer, D. y Sidorowich, J. (1987): "Predicting chaotic time series", Physical Review Letters 59, pp. 845-848.
- Farmer, D. y Sidorowich, J. (1988): "Exploiting chaos to predict the future and reduce noise", en Evolution, Learning and Cognition, Lee, Y. C. (Ed.), Singapore: World Scientific Press, pp. 227.
- Fernández, A., Parejo J. A. y Rodríguez L. (1993). Curso de Política Económica. Ed. AC Madrid.

- Fernández-Rodríguez, F. (1992). El problema de la predicción en series temporales: Aplicaciones del caos determinista. Tesis Doctoral, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.
- Fernández, F., Sosvilla, S. y Martín, J. (1997): "Credibility in the EMS: New evidence using forecastability test", Documento de Trabajo 97-14 de la Fundación de Estudios de Economía Aplicada (FEDEA).
- Fernández F. y Sosvilla, S. (1998): "Testing nonlinear forecastability in time series: Theory and evidence from the EMS", Economics Letters 59, pp. 49-63.
- Fernández, F., Sosvilla, S. y Andrada, J. (1997): "Combining information in exchange rate forecasting: evidence from the EMS", Applied Economics Letters 4, pp. 441-444.
- Fernández, F., Sosvilla, S. y Andrada, J. (1999): "Exchange-rate forecast with simultaneous nearest-neighbour methods: evidence from the EMS", International Journal of Forecasting 15, pp. 383-392.
- Fernández, F., Sosvilla, S. y Andrada, J. (1999): "Technical analysis in the Madrid stock exchange", Documento de Trabajo 99-05 de la Fundación de Estudios de Economía Aplicada (FEDEA).
- Fernández, F., Sosvilla, S. y González, C. (1999): "On the profitability of technical trading rules based on artificial neural networks: Evidence from the Madrid stock market", Documento de Trabajo 99-07 de la Fundación de Estudios de Economía Aplicada (FEDEA).
- Flood, R., Rose, A. y Mathieson, D. (1991): "An empirical exploration of exchange-rate target-zones", Carnegie-Rochester Series on Public Policy 35, pp. 7-65.
- Frank, M. y Stengos, T. (1988): "Some evidence concerning macroeconomic chaos", Journal of Monetary Economics 32, pp. 423-438.
- Frankel, J. y Froot, K. A. (1987): "Using survey data to test standard propositions regarding exchange rate expectations", The American Economic Review (Marzo), pp. 133-153.

- Franses, P. H. y Griensven, K. (1997): "Forecasting exchange rates using neural networks for technical trading rules", Erasmus Center for Financial Research, Report 9701.
- Frish, R. (1933): "Propagation problems and impulse problems in dynamic economics", en Essays in Honour of Gustav Cassel. Allen & Unwin.
- García, M<sup>a</sup> D. (1995). Contribuciones del caos determinista a la dinámica del comportamiento especulativo Tesis Doctoral, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.
- Gençay, R. y Stengos, T. (1996): "Technical trading rules and the size of the risk premium in security returns", Discussion Paper Series 1996-11. Department of Economics. University of Guelph.
- Gençay, R. (1996): "A statistical framework for testing chaotic dynamic via Lyapunov exponents", Physica D89, pp. 261-266.
- Gençay, R. (1998): "Optimization of technical trading strategies and the profitability in security markets", Economics Letters 59, pp. 249-254.
- Gençay, R. (1999): "Linear, non-linear and essential foreign exchange rate prediction with simple technical trading rules", Journal of International Economics 47, pp. 91-107.
- Gershenfeld, N. A. y Weigend, A. S. (1994): "The future of time series: Learning and understanding", en Time Series Prediction: Forecasting the future and understanding the past, Weigend, A. S. y Gershenfeld, N. A. (Eds.), Addison-Wesley, Reading.
- Ghahghaie, S., Breynabb, W., Peinke, J., Talkner, P., & Dodge, Y. (1996): "Turbulence cascades in foreign exchange markets". Nature 281, pp. 767-770.
- Goodwin, R. M. (1950): "A nonlinear theory of the cycle". Review of Economic Statistics XXXII (4), pp. 316-320.
- Goodwin, R. M. (1951): "The nonlinear accelerator and the persistence of business cycles", Econometrica 53 (5), pp. 995-1045.

- Granger, C. W. J. y Andersen, A. P. (1978). Introductions to bilinear models. Gottingen, Vandenhoeck & Ruprecht.
- Granger, C. W. J. (1992): "Forecasting stock market prices: Lessons for forecasters", International Journal of Forecasting 8, pp. 3-13.
- Grassberger, P. y Procaccia, I. (1983): "Characterization of strange attractors", Physical Review Letters 50 (5), pp. 346-349.
- Guckenheimer J. y Holmes P. (1990). Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. Springer-Verlag, New York.
- Hamilton, J. D. (1994): Time series analysis. Princeton: Princeton University Press.
- Härdle, W. y Linton, O. (1994): "Applied nonparametric methods", en Handbook of Econometrics 4, Engle, R. F. y Mac Fadden, D. (Eds.), Amsterdam: Elsevier.
- Haugen, R. A., Talmor, E. y Torous, W. N (1991): "The effect of volatility changes on the level of stock prices and subsequent expected returns", Journal of Finance 46, pp. 985-1007.
- Hausdorff, F. (1919): "Dimension und äusseres mass", Mathematische Annalen 79, pp. 157-179.
- Higging, B. (1993): "Was the ERM crisis inevitable?", Federal Reserve Bank of Kansas City Economic Review, Forth Quarter, 27-40.
- Hicks, J. R. (1950). A contribution to the theory of trade cycle. Oxford, Clarendon.
- Hinich, M. J. (1982): "Testing for gaussianity and linearity of a stationary time series", Journal of Time Series Analysis 3 (3), pp. 169-176.
- Holden, K., Peel, D. A. y Thompson, J. L. (1990): Economic forecasting: An introduction, Cambridge: Cambridge University Press.

- Hsieh, D. (1989): "Testing for nonlinear dependence in daily foreign exchange rates", Journal of Business 62, pp. 339-368.
- Hsieh, D. (1991): "Chaos and nonlinear dynamics: Applications to financial markets", The Journal of Finance 46 (5), pp. 1839-1877.
- Hsieh, D. (1992): "A nonlinear stochastic rational expectation model of exchange rates", Journal of International Money and Finance 11, pp. 235-250.
- Hsieh, D. A., Gallant, A. R. y Tauchen, G. (1990): "On fitting a recalcitrant series: The pound/dollar exchange rate 1974-1983", en Barnett, W., Powell, J. y Tauchen, G., (Eds.). Nonparametric and Semiparametric Methods in Statistics and Econometrics.
- Ito, A. (1999): "Profits on technical trading rules and time-varying expected returns: Evidence from Pacific-Basin equity markets", Pacific-basin Finance Journal 7, pp. 283-330.
- Jaditz, T. y Sayers, C. L. (1998): "Out-of-sample forecast performance as a test for nonlinearity in time series", Journal of Business & Economic Statistics 16 (1), pp. 110-117.
- Jarque, C. M. y Bera, A. K. (1980): "Efficient test for normality, homocedasticity and serial independence of regression residuals", Economics Letters 6, pp. 255-259.
- Jensen, M. C. (1978): "Some anomalous evidence regarding market efficiency", Journal of Financial Economics, (Junio/Septiembre), pp. 95-101.
- Jonsson, M. (1997). Studies in Business Cycles. Ph. D. Thesis, Institute for International Economic Studies, Stockholm University.
- Kaldor, N. (1940): "A model of trade cycle", Economic Journal 50, pp. 78-92.
- Kaplan, D. T (1994): "Exceptional events as evidence for determinism", Physica D 73, pp. 33-48.
- Kendall, M. J., (1953): "The analysis of economic time series", Part I: Price", Journal of the Royal Statistical Society 96, pp. 11-25.

- Kho, B. C. (1996): "Time-varying risk premia, volatility, and technical trading rule profits: Evidence from foreign currency future markets", Journal of Financial Economics 41, pp. 249-290.
- Kolmogorov, A. N. (1933): "Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung", Eng. Mat. 2 (3).
- Krugman, P. (1991): "Target zones and exchange rate dynamics", Quarterly Journal of Economics 106, pp. 669-682.
- Kuan, C. M. y Liu, T. (1995): "Forecasting exchange rates using feedforward and recurrent neural networks", Journal of Applied Econometrics 10, pp. 347-364.
- Künsch, H. R. (1989): "The jackknife and the bootstrap for general stationary observations", Annals of Statistics 17, pp. 1217-1241.
- LeBaron, B. (1992): "Do moving average trading rule results imply nonlinearities in foreign exchange markets?", Social Systems Research Institute, University of Wisconsin-Madison.
- LeBaron, B. (1999): "Technical trading rule profitability and foreign exchange intervention", Journal of International Economics 49, pp. 125-143.
- Ledesma, F., Navarro, M., Pérez, J. y Sosvilla, S. (1999a): "On credibility of the irish pound in the EMS", de próxima aparición en The Economic and Social Review.
- Ledesma, F., Navarro, M., Pérez, J. y Sosvilla, S. (1999b): "Una aproximación a la credibilidad del escudo en el Sistema Monetario Europeo", de próxima aparición en Economía.
- Ledesma, F., Navarro, M., Pérez, J. y Sosvilla, S. (1999c): "Una aproximación a la credibilidad en el Sistema Monetario Europeo", Moneda y Crédito 150.
- Lee, C. I. y Mathur, I. (1996): "Trading rule profits in European currency spot cross-rates", Journal of Banking and Finance 22, pp. 949-962.
- Leitch, G. Y Tanner, J. E. (1991): "Economic forecast evaluation: profits versus conventional error measures", American Economic Review 81, pp. 580-590.

- Levich, R. y Thomas, L. (1993): "The significance of technical trading rules profits in the foreign exchange market: A bootstrap approach", Journal of International Money and Finance 12, pp. 451-474.
- Lindberg, H. y Söderlind, P. (1994): "Testing the basic target zone model on swedish data", European Economic Review 38, pp. 1441-1469.
- Lisi, F. y Medio, A. (1997): "Is a random walk the best exchange rate predictor?", International Journal of Forecasting 13, pp. 255-267.
- Liu, R. y Singh, K. (1992): "Moving blocks jackknife and bootstrap capture weak dependence", en Exploiting the limits of bootstrapping, Lepage, R. y Billard, L. (Eds.). (Nueva York: John Wiley and Sons)
- Lorenz, E. N. (1963): "Deterministic nonperiodic flow", Journal of Atmospheric Sciences 20, pp. 131-141.
- Lux, T. (1997): "Time variation of second moments from noise trader/infection model", Journal of Economic Dynamics and Control 22, pp. 1-38.
- MacDonald, R. y Taylor, M. P. (1994): "The monetary model of the exchange rate: Long-run relationship, short run dynamics and how to beat a random walk", Journal of International Money and Finance 13 (3), pp. 276-290.
- Malkiel, B. G. (1992): Un paseo aleatorio por Wall Street. Alianza Editorial. Madrid.
- Mandelbrot, B. B. (1963): "New methods in statistical economics", Journal of Political Economy 71, pp. 421-440.
- Mandelbrot, B. B. (1987). Los objetos fractales. Tusquets Editores. Barcelona.
- May, R. M. (1976): "Simple mathematical models with very complicated dynamics", Nature 261, pp. 459-467.

- McCurdy, T. y Morgan, I. (1988): "Testing the martingales hypothesis in Deutsche Mark Futures with models specifying the form of heteroskedasticity", Journal os Applied Econometrics 3, pp. 187-202.
- Medio, A. y Gallo, G. (1993): Chaotic dynamics. Theory and applications to Economics. Cambridge University Press.
- Meese, R. A. y Rogoff, K. (1983): " Empirical exchange rate models for the seventies: Do they fit out of sample", Journal of International Economics 14, pp. 3-24.
- Mera, E., Morán, M. y Rey, J. M. (1995). "Detection of chaos in time series. Application to Spanish sea swell". Documento de Trabajo No. 9507, Universidad Complutense de Madrid.
- Mills, T. (1993). The econometric modelling if financial time series. Cambridge University Press.
- Mills, T. (1996): "Technical analysis and the London Stock Exchange: Testing trading rules using the FT30", Departament of Economics, Loughborough of Technology, Economic Research Paper No. 96/1.
- Mizrach, B. (1993): "Multivariate nearest-neighbor forecasts of EMS exchange rates", en Nonlinear Dynamics, Chaos and Econometrics, Pesaran, M. H., y Potter, S. M. (Eds.), John Wiley, New York.
- Neely, C. J. (1997): "Technical analysis in the foreign exchange market: A Layman's guide". Federal Reserve Bank of St. Louis, Review September/October 1997.
- Neely, C. y Weller, P. (1997): "Technical analysis and central bank intervention", Working Paper 97-00A, Federal Reserve Bank of St. Louis.
- Neely, C. y Weller, P. (1998): "Technical trading rules in the European Monetary System", Journal of International Money and Finance 18, pp. 429-458.
- Neftçi, S. N. (1991): "Naive trading rules in financial markets and Weiner-Kolmogorov prediction theory: A study of 'technical analysis'", Journal of Business 64, pp. 549-571.

- Nelson, C. R. (1990): "ARCH models as diffusion approximations", Journal of Econometrics 10, pp. 7-38.
- Nieto de Alba, U. (1998). Historia del tiempo en economía. Predicción, caos y complejidad. McGraw-Hill.
- Nychka, D., Ellner, S. Gallant, R. y McCaffrey D. (1992): "Finding chaos in noisy systems", Journal of the Royal Statistical Society B 54, pp. 339-426.
- Osborne, M. M. (1959): "Brownian motions in the stock market", Operations Research 7, pp. 145-173.
- Oseledec, V. (1968): "A multiplicative ergodic Theorem: Lyapunov characteristic numbers for dynamical systems", Trans. Moscow Math. Soc. 19, pp. 197-231.
- Osler, C. L. y Chang, P. H. K. (1995): "Head and shoulders: Not just a flaky pattern", Staff Paper 4, Federal Reserve Bank of New York.
- Packard, N. H., Crutchfield, J. P., Farmer, J. D y Shaw, R. S. (1980): "Geometry from a time series", Physical Review Letters 45 (9), pp. 712-716.
- Papell, D. H. y Sayers, C. L. (1990): "Nonlinear dynamics and exchange rate frequency", mimeo, Huston.
- Pesaran, M. H, y Timmermann, A. (1990): "The statistical and economic significance of the predictability of excess returns on common stocks", Department of Applied Economics, University of Cambridge, Working Paper No. 9022.
- Pesaran, M. H, y Timmermann, A. (1992): "A simple non-parametric test of predictive performance", Journal of Business and Economic Statistics 10, pp. 461-465.
- Peters, E. E. (1991): Chaos and order in the capital markets, John Wiley & Sons, New York.
- Poincaré, H. (1893). Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste. · Vols. Gauthier-Villars. París.

Priestley, M. B. (1980): "State-dependent models: A general approach to nonlinear time series analysis", Journal of Time Series Analysis 1, pp. 47-71.

Priestley, M. B. (1989). Non-linear and non-stationary time series analysis. Academic Press. Londres.

Ramsey, J. B. y Rothman, P. (1992): "A reassessment of dimension calculations using some monetary data", Research Report 9228, New York University. C. V. Starr Center.

Ramsey, J. B. y Rothman, P. (1994): "Comment on 'nonlinear monetary dynamics' by DeCoster and Mitchell", Journal of Business & Economic Statistics 12, pp.135-136.

Ramsey, J. B. y Yuan, H. (1989): "Bias and error bars in dimension calculations and their evaluation in some simple models", Physics Letters A 134, pp. 287-297.

Refenes, A. (1993): "Constructive learning and its application to currency exchange rate forecasting", en Neural Networks in Finance and Investing, Trippi, R. y Turban, E. (Eds.). Chicago: Probus.

Roberts, H. V. (1959): "Stock-market "patterns" and financial analysis: Methodological suggestions", Journal of Finance 14, pp. 1-10.

Robinson, P. M. (1977): "The estimation of a non-linear moving average model". Stochastic Processes and Their Applications 5 (February), pp. 81-90.

Rodríguez Mendizábal, H. (1992): "Contrastes de credibilidad para la banda de fluctuación de la peseta en el Sistema Monetario Europeo", Moneda y Crédito 195, pp. 101-136.

Roger, C. A. (1970): Hausdorff measures. Cambridge U. K.: Cambridge University Press.

Rosenstein, M., Collins, J. J. y De Luca, C. (1993): "A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets", Physica D65, pp. 117-134.

Ruelle, D. (1990): "Deterministic chaos: the science and the fiction", Proceeding of the Royal Society A134, pp. 287-297.

- Satchell, S. y Timmermann, A. (1995): "An assessment of the economic value of non-linear foreign exchange rate forecast", Journal of Forecasting 14, pp. 477-497.
- Scheinkman, J. A. y LeBaron, B. (1989): "Nonlinear dynamics and stock returns", Journal of Business 62 3, pp. 311-337.
- Schwarz, G. (1978): "Estimating the dimension of a model", Annals of Statistics 6, pp.461-464.
- Schuster, H. G. (1988). Deterministic chaos. An introduction. VCH. Weinheim. Segunda edición.
- Serletis, A. (1995): "Random walks, breaking trend functions, and the chaotic structure of the velocity of money", Journal of Business and Economic Statistics 4, 453-458
- Shannon, C. E. y Weaver, W. (1949). The Mathematical Theory of Communication. Chicago: University of Illinois Press.
- Shiller, R. J. (1989): "Fashions, fads and bubbles in financial markets", en Knights, Raiders and Targets: The Impact of the Hostile Takeover. Coffe, J. Ackerman, S. y Lowenstein, L. (Eds.). Reimpreso en Market Volatility, por J. Shiller, MIT Press.
- Smale, S. (1976): "Differentiable dynamical systems", Bull. A. M.S. 73, pp. 747-817.
- Sosvilla, S. y Park, Y. (1992): "Further test on the forward exchange rate unbiasedness hypothesis", Economics Letters 40, pp. 325-331.
- Sosvilla, S., Fernández, F., y Bajo, O. (1999): "Exchange rate volatility in the EMS before and after the fall", de próxima aparición en Applied Economics Letters 6.
- Sosvilla, S., Andrada, J. y Fernández, F. (1999): "Further evidence on technical analysis and profitability of foreign exchange intervention", Documento de Trabajo 99-01 de la Fundación de Estudios de Economía Aplicada (FEDEA).
- Stone, C. J. (1977): "Consistent nonparametric regression", Annals of Statistics 5, pp. 595-620.

Suárez, A. S. (1996). Decisiones Óptimas de Inversión y Financiación en la Empresa. Ediciones Pirámide.

Sugihara, G, y May, R. M. (1990): "Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement error in time series", Nature 344, pp. 734-741.

Svensson, L. E. O. (1992): "An interpretation of recent research of exchange rate target zones", Journal of Economic Perspectives 6, pp. 119-144.

Sweeney, R. J. (1986): "Beating the foreign exchange market", Journal of Finance 41, pp. 153-182.

Szakmary, A. y Mathur, I, (1997): "Central bank intervention and trading rule profits in foreign exchange markets", Journal of International Money and Finance 16, pp. 513-535.

Takens, F. (1981): "Detecting strange attractors in turbulence", en Dynamical Systems and Turbulence, Rand, D. A. y Young L. S. (Eds.), Lectures in Mathematics 898. Berlin: Springer-Verlag.

Takens, F. (1985): "Distinguishing deterministic and random systems", en Nonlinear Dynamic and Turbulence, Borenblatt, G. I. y Joseph, D. (Eds.). Pittman, pp. 315-333.

Tan Pan, Y. (1995): "Using neural networks to model chaotic properties in currency exchange markets", Working Papers in Financial Economics, Chemical Bank.

Taylor, M. y Allen, H. (1992): "The use of technical analysis in the foreign exchange market", Journal of International Money and Finance 11, pp. 304-314.

Taylor, S. J. (1992): "Rewards available to currency future speculators: Compensation for risk or evidence of inefficient pricing?", Economic Record 68, pp. 105-116.

Tong, H. y Lim, K. S. (1980): "Threshold autoregression, limit cycles and cyclical data", Journal of the Royal Statistical Society, B 42 (3), pp. 245-292.

Tong, H. (1990). Non-linear time series: A dynamical systems approach. Oxford University Press, Oxford.

- Tsay, R. S. (1986): "Non-linearity test for time series", *Biometrika*, 73 (2), pp. 461-466.
- Van Eyden, R. J. (1996): The application of neural networks in the forecasting of shares prices. Finance & Technology Publishing, Haymarket, VA.
- Wayland, R., Pickett, D., Bromley D. y Passamante, A. (1994): "Measuring spatial spreading in recurrent time series", *Physica D*79, pp. 320-334.
- Wei, S. (1991): "Price volatility without news about fundamentals". *Economics Letters* 37, pp. 453-458.
- White, H. (1989a): "Some asymptotic results for learning in single hidden-layer feedforward network models", *Journal of the American Statistical Association* 84, pp. 1003-1013.
- White, H. (1989b): "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks", en *Proceeding of the International Joint Conference on Neural Networks*, IEEE Press New York 2. , pp.451-455.
- Whitney, H. (1936): "Differentiable manifolds", *Annals of Mathematics* 37, pp. 645.
- Wolf, A., Swift, B., Swinney, J. y Vastano, J. (1985): "Determining Lyapunov exponent from a time series", *Physica D*16, pp. 117-134.
- Working, H. (1934): "A random-difference series for use in the analysis time series", *Journal of the American Statistical Association* 29, pp. 11-24.
- Yule, G. (1927): "On a method of investigating periodicity in disturbed series with special reference to Wolfer's sunspot numbers", *Phil. Trans. Roy. Soc. London A* 226, pp. 267-298.

