Los seguros generales desde la perspectiva bayesiana

EMILIO GÓMEZ DÉNIZ

RESUMEN

En este trabajo se aplica la metodología de robustez bayesiana para medir la sensibilidad de la prima bayesiana para el principio de utilidad exponencial, usando la clase de contaminaciones para modelizar la incertidumbre sobre la distribución a priori (distribución estructura en Teoría del Riesgo) del parámetro de riesgo. En la situación usual en la que el número de siniestros tiene una distribución poissoniana y el coste de los mismos un distribución exponencial presentaremos el rango de variación de la prima bayesiana. Ello permitirá al asegurador elegir la mejor de las posibles políticas de estabilidad.

ABSTRACT

General insurance from the Bayesian perspective

In this paper the bayesian robust methodology is applied to detect how sensitive the Bayesian premium for exponential premium principle is, using the contamination class to model uncertainty on the base prior (structure function in Risk Theory) about the risk parameter. In the very usual situation in which the number of claims follows a Poisson distribution and the amount of loss in monetary units associated with a claim event follows an exponential distribution I will present the range of the Bayesian premium. This fact will allow the insurer to choose the best of all possible stability policies.

INTRODUCCIÓN

El *seguro* es un servicio de seguridad ofrecido por una unidad económica o ente asegurador (sociedad anónima, mutua o cooperativa de seguros) a un cliente. Jurídicamente, se trata de un convenio oneroso por el que se establece la transferencia total o parcial a otra entidad –distinta de la que puede sufrirlos– de las consecuencias económicas de determinados siniestros. El contrato en que se materializa este convenio se denomina *póliza de seguros* y el precio del servicio de seguridad es la *prima de seguro*, que es función del riesgo asegurable y de los restantes factores que integran el coste de la empresa, denominándose *prima pura* a la parte de la prima que atiende exclusivamente a la cobertura del riesgo.

Si un riesgo de una cartera de riesgos es demasiado grande para una compañía pasará parte del mismo a otra u otras compañías, dando origen a los *reaseguros*.

Desde el punto de vista actuarial los seguros se dividen en *vida* y *no vida* (o *seguros generales*). El estudio de estos últimos se aleja bastante del enfoque de los primeros, ya que incorpora técnicas más rigurosas del cálculo de probabilidades y la estadística matemática.

La plena integración europea ha conducido a las economías de los paises integrantes en la Unión Europea a un nuevo escenario en el mercado de seguros. Como consecuencia de ello el Parlamento Español aprobó a finales del año 1995 la nueva Ley de Contratos de Seguros que adapta la legislación española en el sector a la normativa que exige la Unión Europea y que ha supuesto entre otras cosas:

- Libertad de establecimiento y de prestación de servicios que permitirá la apertura de agencias, sucursales o filiales en cualquier país de la Unión Europea bajo la autorización única del pais de origen, y la posibilidad de cubrir riesgos en otro estado miembro sin necesidad de abrir una agencia o sucursal.

- Fijación de un baremo obligatorio de indemnizaciones para las lesiones corporales. De ahí que las fluctuaciones que se han venido produciendo en las mismas desaparezcan y las compañías dispongan de un margen más estrecho para ajustar la prima.

- Fichero Informativo de Vehículos Asegurados (FIVA) para controlar los vehículos sin seguros. En este aspecto la Ley impone un sistema más avanzado que el de otros países europeos, donde se sigue utilizando unas pegatinas en los parabrisas para verificar la vigencia de los seguros. El sistema español consistirá en una transmisión informática de los datos entre las aseguradoras y la Dirección General de Tráfico. Esto indudablemente provocará un incremento en la suscripción de pólizas y por tanto una bajada de precios.

Además, la plena libertad para que cada compañía fije su precio está produciendo rebajas artificiales –*dumping*– para atraer clientela, y esto lo consiguen compañías que venden su producto por teléfono e incluso algunas a través de las nuevas autopistas de la información. La rebaja en el precio del producto que ofrecen es posible por el menor gasto que provoca el no tener que disponer de complejas instalaciones como punto de oferta del servicio ni de agentes de ventas. Además, uno de los problemas más graves con los que se enfrenta el sector de seguros en España es su falta de rentabilidad, relacionado sobre todo con la elevada siniestralidad y los altos costes de los siniestros (véase Figura1).

En este sentido Hernández (1994) dice: "*Para luchar contra las elevadas tasas de siniestralidad, las compañías deberán concentrar sus esfuerzos en aplicar criterios de tarificación que busquen el obligado equilibrio técnico, una mejor selección de riesgos y fomentar la prevención de siniestros*".

FIGURA 1

Evolución del seguro de responsabilidad civil

	1982	1985	1990	1991	1992
Nº entidades	184	180	158	147	-
Nº pólizas	1.690.762	1.579.523	1.947.001	2.476.948	2.622.735
Prima promedio por póliza	4.860	7.856	18.401	16.499	18.788
Nº Siniestros	70.631	104.046	136.375	140.365	-
Siniestralidad (millones)	3.954,69	7.057,32	29.218,55	33.145,27	45.560,78
Coste promedio por siniestro (ptas.)	55.991	67.829	214.252	236.136	-

En definitiva, la liberalización plena que supondrá la adaptación a la legislación comunitaria va a traer consigo un aumento de la competitividad que obligará a las compañías a diseñar nuevos sistemas de tarificación. En este trabajo se diseña un sistema en el que flexibilizando la entrada de datos en el proceso de tarificación la compañía de seguros se sienta con más garantías en el momento de ofrecer un producto a un precio concreto.

BREVE APROXIMACIÓN AL MODELO

El objetivo de la Teoría de la Credibilidad (T.C. de aquí en adelante) consiste en agrupar las pólizas referentes a un mismo riesgo con un conjunto de características comunes en un colectivo, al cual le corresponde con tal una determinada prima colectiva. A su vez, cada póliza tiene un conjunto de características específicas que la diferencian de las demás pólizas, características que en la mayoría de los casos son inobservables o difíciles de cuantificar, pero que se deben tener en cuenta a la hora de calcular las primas de riesgo individuales. La T.C. estima dichas primas basándose en la información pasada de la experiencia de siniestralidad, y las fórmulas obtenidas son, en muchas ocasiones, una suma ponderada de la prima del colectivo al que el asegurado pertenece y la media de las indemnizaciones pagadas. Las expresiones obtenidas se denominan *fórmulas de credibilidad* y el factor de ponderación utilizado *factor de credibilidad*. En definitiva, la T.C. permite resolver problemas derivados de la heterogeneidad de una clase o cartera de riesgos a la hora de tarificar; es decir, permite utilizar la información de la clase así como la del propio riesgo individual. Este fundamento de los sistemas de tarificación vienen denominándose en la Matemática Actuarial *experience rating*.

El origen de la T.C. se remonta a los años que precedieron a la Primera Guerra Mundial, cuando algunas empresas norteamericanas, con muchos asalariados y baja siniestralidad, presionaron para que se les reconociera este hecho en el importe de las primas a pagar. Las compañías aseguradoras usaban entonces procedimientos credibilísticos justificados teóricamente más tarde por los actuarios. Desde principios de siglo se propuso estimar la prima pura, c, de un empleado a través de la siguiente expresión,

$$x^{*} = Z \cdot p* + (1 - Z) \cdot p,$$

donde,

- p es la prima calculada para una clase ocupacional particular.

FIGURA 2 Modelo con k carteras

	1	2	...	k
1	c_{11}	c_{21}		c_{k1}
2	c_{12}	c_{22}		c_{k2}
t	c_{1t}	c_{2t}		c_{kt}
	q_1	q_2		q_k

- ***p**** es la prima basada en la experiencia individual para un empleado.

- ***Z*** es el factor de credibilidad que mide la importancia que se le da a la experiencia individual y a la del colectivo.

Piénsese por ejemplo en el sector de seguros de automóviles, en el que la cartera (véase Figura 2) puede estar dividida en *k* contratos para *t* períodos de tiempo u observaciones. Los *k* contratos, reflejo de la heterogeneidad de la cartera, pudieran corresponder a características concretas de los *k* asegurados (sexo, edad, etc.) o a *k* zonas de siniestralidad, como aparece en la Figura 3, para el sector de seguros de automóviles en España.

En el modelo de credibilidad anterior (y en cualquier modelo de T.C.) pueden considerarse los parámetros del proceso de reclamaciones como constantes o como variables aleatorias; en el primer caso el modelo será acorde con la estadística tradicional (concepción frecuentista de la probabilidad) y en el segundo caso con la estadística bayesiana (concepción subjetiva de la probabilidad). Hay autores que defienden abiertamente la aproximación bayesiana frente a otros que se oponen a la misma. Sin embargo no podemos decir que existan dos escuelas en T.C., la clásica y la bayesiana, sino que existe una separación que se debe en parte a las distintas situaciones prácticas en que nos encontremos. Hay ocasiones en las que los juicios subjetivos no pueden evitarse, por ejemplo cuando una compañía introduce una nueva clase de cobertura. En este caso, el actuario deberá realizar una valoración inicial del riesgo en base al conocimiento de otros riesgos similares. La prima obtenida inicialmente podrá ir ajustándose a medida que se disponga de experiencia.

FIGURA 3 Las zonas de circulación

Zona A siniestralidad alta	Zona B siniestralidad alta	Zona C siniestralidad alta
Álava	Alicante	Albacete
Asturias	Baleares	Almería
Cantabria	Barcelona	Ávila
La Coruña	Burgos	Badajoz
Gipúzcoa	Cáceres	Córdoba
Las Palmas	Cádiz	Ciudad Real
León	Castellón	Cuenca
Navarra	Gerona	Granada
Pontevedra	Huelva	Guadalajara
S/C Tenerife	Huesca	Jaén
Vizcaya	Lérida	Palencia
	La Rioja	Salamanca
	Lugo	Segovia
	Madrid	Soria
	Málaga	Teruel
	Murcia	Toledo
	Orense	Zamora
	Sevilla	
	Tarragona	
	Valencia	
	Valladolid	
	Zaragoza	

UN PRINCIPIO DE CÁLCULO DE PRIMA

El principio de utilidad exponencial

Freifelder (1974) supone que el mejor método de medida del riesgo es a través de la teoría de la utilidad. La función de utilidad exponencial,

$$u(z) = \frac{1}{\alpha}\left(1 - e^{-\alpha z}\right)$$

es una buena elección para tarificación en seguros; *z* mide la fortuna de la compañía aseguradora, y $a \rangle 0$ mide la aversión al riesgo de la compañía. Para calcular la prima se utiliza la siguiente regla,

$$u(z) = \int u(z + P - x)\,dF(x),$$

donde *P* es la prima cargada, *z* la riqueza de la compañía aseguradora, *x* el costo total (acumulado) en unidades monetarias, y *F(x)* la distribución de probabilidad de siniestralidad acumulada. Esta fórmula nos dice que la utilidad rechazando la operación se iguala a la utilidad esperada después de aceptar la póliza. Sustituyendo *u(z)* de la primera expresión en la segunda resulta, después de algunos cálculos,

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\alpha} \ln \int e^{\alpha x} dF(x),$$

siendo ln(•) el logaritmo neperiano del argumento.

Este principio de cálculo de prima es de un gran interés teórico, pues disfruta de muchas de las propiedades que son deseables que verifique un principio de cálculo de prima (véase *Gerber, 1980 y Gómez, 1996*). Una metodología alternativa utilizando funciones de pérdida conduce al mismo resultado (véase *Heilmann, 1989*). En este último caso el decisor (actuario) tratará de minimizar la pérdida esperada, mientras que en el primero se maximiza la utilidad esperada.

EL MODELO DE POISSON COMPUESTO

El modelo colectivo de la Teoría del Riesgo es una secuencia de variables con la siguiente interpretación:

- *N* es la variable aleatoria *número de siniestros*.
- *X_i,(i01,2,...N)* es la variable aleatoria *coste del i-ésimo siniestro*. Estas variables aleatorias son entre sí independientes y equidistribuidas, con función de densidad de probabilidad *f(x)*.
- $X = \sum_{i=1}^{N} X_i$ es la variable aleatoria *coste total*.

En algunos casos específicos estas variables aleatorias degeneran en deterministas. Por ejemplo, en muchas de las diferentes formas de los seguros de vida los costes de los siniestros son sumas fijas. En otras ocasiones son variables aleatorias, como ocurre en seguros de accidentes, especialmente en seguros de automóviles.

Supondremos ahora, como resulta habitual en el modelo colectivo (ver *Freifelder L. (1974)*), que el número de siniestros y la siniestralidad (cantidad monetaria reclamada) son variables aleatorias independientes. Asumiremos también que las distribuciones relevantes son poissoniana para el número de siniestros y exponencial para el coste por siniestro, de la manera siguiente,

$$\mathrm{Prob}[N = n] = P_n(\theta) = \frac{\theta^n e^{-\theta}}{n!},$$

$$f(x) = \mathrm{Prob}[X_i = x_i] = \lambda e^{-\lambda x},\ \lambda > 0$$

$$n = 0,1,2,\ldots$$

En este caso la variable aleatoria coste total, $X = \sum_{i=1}^{N} X_i$, viene dada por (ver *Freifelder, 1974*),

$$f(x|\lambda,\theta) = \sum_N f^{N*}(x) P_n(\theta),$$

donde $f^{N*}(x)$ es la convolución *n*-ésima de *f(x)*.

Llegado a este punto, y puesto que la distribución del coste total depende de los parámetros l y q podríamos plantearnos la posibilidad de considerar, en un ambiente bayesiano, aleatorio a l o a q, o a ambos, en un contexto bayesiano biparamétrico. Sin embargo es tradicional en T.C. considerar l constante y q aleatorio, puesto que este hecho refleja mejor el hecho de que la cartera es heterogénea.

Por tanto, se considera una distribución a priori $p_0(q)$ para el parámetro q, que en T.C. se denomina *función estructura*. En un contexto bayesiano, una vía natural para determinar una función de estructura para q consiste en asignar una de una clase que sea *cerrada* bajo muestreo, esto es, elegir una densidad a priori para q sobre una clase de tal manera que la densidad a posteriori permanezca en la misma clase y así la construcción de la función de estructura revisada sea inmediata. A estas clases se las denomina *conjugadas*. Luego q podría representar la propensión de un conductor, o conductores pertenecientes a una póliza, a tener un siniestro y la distribución de este parámetro indicaría de qué manera esa propensión se distribuye a los largo de la población de conductores asegurados, la cartera de seguros. Uno de los modelos más utilizados en T.C. consiste en asumir una distribución a priori gamma sobre q , luego consideraremos, en un contexto bayesiano, q aleatorio con densidad a priori (elegida por el actuario),

$$\theta : \mathrm{Gamma}(a,b) : \pi_0(\theta) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \theta^{a-1} e^{-b\theta}\ \theta \rangle 0,\ \ a \rangle 0, b \rangle 0 .$$

Ahora, si en un período de tiempo *t* se observan *m* siniestros, la probabilidad de este suceso (la verosimilitud) es,

$$l(m|\theta) = \frac{(\theta t)^m e^{-\theta}}{m!}.$$

En la práctica la muestra puede corresponder a *t* contratos de la cartera o a la observación de *t* años de la misma, y matemáticamente se puede comprobar de forma muy sencilla que los resultados son análogos, siempre y cuando consideremos el proceso estacionario; esto significa no dependiente del tiempo. Sólo se exigirá, en ambos casos $t>m$. Por otro lado, la observación muestral m se refiere exclusivamente a número de siniestros.

La distribución a posteriori de q, vía teorema de Bayes, es,

$$\pi_0(\theta|m) \propto \theta^{a-1}e^{-b\theta}\theta^m e^{-t\theta} : \text{Gamma}(a+m, b+t)$$

Para el cálculo de la prima (*prima bayesiana*, ya que está basada en la distribución a posteriori del parámetro) se requiere de la distribución de probabilidad y de la función generatriz de momentos independientes del parámetro q, que son,

$$f(x|\lambda, a, b, m, t) = \sum_n \frac{\lambda^n x^{n-1} e^{-\lambda x}}{n!(n-1)!} \frac{(b+t)^{a+m}}{\Gamma(a+m)} \frac{\Gamma(a+m+n)}{(b+t+1)^{a+m+n}},$$

$$E\left[e^{\alpha x}\right] = \left[\frac{b(\lambda-\alpha)}{(b+t+1)(\lambda-\alpha)-\lambda}\right]^{a+m}.$$

Los cálculos que conducen a estas expresiones son largos y tediosos, y para una consulta detallada de los mismos puede acudir a *Gómez (1996)*. En definitiva, la expresión resultante para la prima a posteriori es,

$$P^*_{\pi_0}(m) = \frac{a+m}{\alpha} \ln\left[\frac{b(\lambda-\alpha)}{(b+t+1)(\lambda-\alpha)-\lambda}\right].$$

En el problema que consideramos la compañía aseguradora cobra la prima bayesiana porque el parámetro de riesgo es desconocido. Por otro lado, el parámetro q se estima por $(a+m, b+t)$, que es el valor esperado de la distribución a posteriori de q. Este estimador puede escribirse como,

$$\frac{a+m}{b+t} = Z \cdot \frac{m}{t} + (1-Z) \cdot \frac{a}{b},$$

$$Z = \frac{t}{b+t},$$

donde Z y $1-Z$ pueden interpretarse como la credibilidad de los datos observados m/t, y de la información a priori a/b. Sin embargo, para este principio de utilidad exponencial, la prima bayesiana no puede expresarse como una fórmula de credibilidad. No sucede así para otros principios, como el de *prima neta* o *Esscher* (véase *Gómez, 1996; Gómez et al., 1999).*

En la Figura 4 se exponen algunos valores de la prima bayesiana para distintos valores de la constante de aversión al riesgo y del coste medio por siniestro. Obsérvese que cuanto mayor es el coste medio por contrato mayor es la prima bayesiana. Por ejemplo, si el coste medio por contrato pasa de ser 2381.00 unidades monetarias (u.m.) a 2857.14 u.m. y la aversión al riesgo de la compañía es de 0.00004 la prima colectiva se incrementa en 53.408 u.m, ya que pasa de 236.327 u.m. a 289.735 u.m. Por otro

FIGURA 4 **Prima bayesiana en función del coste medio y de la aversión al riesgo**

Coste medio por siniestro, $\frac{1}{l}$	Aversion al riesgo, a	Prima bayesiana
3.333,34	0.00004	345.509
2.857,14	0.00003	280.617
2.857,14	0.00002	272.056
2.857,14	0.00004	289.735
2.381,00	0.00004	236.327

lado, cuanto mayor es la aversión al riesgo de la compañía aseguradora más conservadora es la prima bayesiana. Así, si la aversión al riesgo se incremente de 0.00002 a 0.00004, siendo el coste medio por contrato de 2857.14 u.m., la prima se incrementa en 17.679 u.m., ya que pasa de tomar el valor 272.056 a 289.735. En todos estos cálculos se ha supuesto que se produjeron 5 siniestros en 50 años de observación.

ANÁLISIS CON ENTRADA MÁS FLEXIBLE

A pesar de los avances en el campo de la estadística bayesiana, varios son los problemas que suelen achacarse a esta aproximación. La elección de la distribución a priori, que tiene un carácter subjetivo, estará basada en la información previa acumulada por el investigador. Sin embargo, en la práctica, será muy difícil discernir entre ciertas distribuciones con características similares. Por ejemplo, podemos estar convencidos de que la distribución a priori es unimodal y simétrica, pero distinguir entre las distribuciones Normal y Cauchy puede ser muy difícil. En otras ocasiones, la especificación de la distribución a priori se hace difícil porque la decisión ha de ser tomada por un grupo de personas que pudieran tener diferentes opiniones a priori.

Para salvar esta dificultad y desde hace algún tiempo se trabaja en análisis bayesiano con una metodología que consiste en procesar información a priori más flexible que las que se exigen en un análisis bayesiano clásico. Bajo estas ideas el problema a tratar consiste en realizar un análisis de sensibilidad bayesiano en el proceso de tarificación de primas de seguros. Por ejemplo, si las creencias a priori del actuario tienen una forma menos elaborada que una distribución a priori, nos planteamos si se podrían ampliar las entradas del análisis bayesiano permitiendo que la especificación a priori fuera una clase o familia de distribuciones en lugar de una sola. Para concretar esta clase podríamos incorporar características que pudieran ser obvias para un actuario, como la unimodalidad, conocimientos de algunos cuantiles, etc. Sobre esta familia el actuario calcularía los extremos inferior y superior de la prima a cobrar, de modo que si la diferencia entre esos dos valores (denominada *rango de variación*) es grande se hablará de carencia de robustez; si la diferencia es pequeña se dice entonces que el modelo es robusto. La carencia de robustez debe interpretarse de la siguiente forma: densidades muy parecidas no producen cantidades próximas, y de ahí que el actuario deberá tomar sus decisiones con mucha precaución. Por contra, un modelo robusto debe interpretarse de esta otra forma: las decisiones del actuario no se verán sustancialmente modificadas con un elemento u otro de la clase. Una familia que permite realizar un análisis de sensibilidad como el anteriormente señalado es la *clase de contaminación*. En ella, la distribución a priori del parámetro está dentro de una clase de distribuciones a priori de la forma:

$$\Gamma_{\xi} = \{\pi(\theta) = (1-\xi)\pi_0(\theta) + \xi q(\theta):\ q \in \mathcal{Q},\ \xi \in [0,1]\}.$$

La idea consiste en suponer que el actuario especifica una distribución a priori, pero algo perturbada por lo que habitualmente se denomina contaminación, que pertenece a la clase contaminante, $\mathcal{Q}$. Usualmente es una clase muy amplia de distribuciones de probabilidad, pudiendo ser la de *todas las distribuciones*, la de *distribuciones unimodales, etc.* La confianza en la distribución a priori está expresada por el grado de contaminación, x; de modo que un valor de x=0 indica confianza total en la distribución a priori inicial, mientras que un valor x=1 de manifiesta desconfianza plena en la misma.

Obviamente para el cálculo del rango de variación de la prima bayesiana en el modelo de clases de contaminaciones se requieren de técnicas matemáticas más sofisticadas que las tratadas hasta ahora. Nosotros las vamos a obviar (el lector interesado puede consultar a *Berger, 1994, Gómez, 1996; Gómez et al., 1999; Gómez et al., 2000; Sivaganesan, 1988 y Sivaganesan and Berger, 1989*) y vamos a exponer directamente algunos de los resultados que hemos obtenido para dos escenarios en particular. El primero de estos escenarios lo denominaremos de *indiferencia*, que consiste en contaminar con todas las distribuciones de probabilidad posibles. El segundo escenario, de *unimodalidad*, consistirá en contaminar con las distribuciones de probabilidad unimodales y con la misma moda que la distribución a priori inicial. Evidentemente, se intuye que el segundo escenario dará

FIGURA 5 Escenario de indiferencia

Confianza	Inferior	Prima bayesiana	Superior	Sensibilidad
95%	284.005	289.734	302.290	3,10
90%	278.360	289.734	314.551	6,20
85%	272.773	289.734	326.611	9,30
80%	267.231	289.734	338.560	12,30

FIGURA 6 Escenario de unimodalidad

Confianza	Inferior	Prima bayesiana	Superior	Sensibilidad
95%	284.836	289.734	294.888	1,70
90%	279.892	289.734	299.942	3,40
85%	274.889	289.734	304.910	5,10
80%	269.807	289.734	309.802	7,00

FIGURA 7 Escenario de indiferencia y distintos coste medio y aversión al riesgo con una confianza del 95%

Coste medio	Aversión	Inferior	Prima	Superior	Sensibilidad
3.333,34	0,00004	338.676	345.509	360.486	3,1
2.857,14	0,00003	275.067	280.617	292.772	3,1
2.857,14	0,00002	266.675	272.056	283.834	3,1
2.857,14	0,00004	284.005	289.735	302.290	3,1
2.381,00	0,00004	231.653	236.327	246.564	3,1

FIGURA 8 Escenario de unimodalidad y distintos coste medio y aversión al riesgo con una confianza del 95%

Coste medio	Aversión	Inferior	Prima	Superior	Sensibilidad
3.333,34	0,00004	339.667	345.509	351.657	1,7
2.857,14	0,00003	275.871	280.617	285.605	1,7
2.857,14	0,00002	267.454	272.056	276.889	1,7
2.857,14	0,00004	284.836	289.735	294.888	1,7
2.381,00	0,00004	232.330	236.327	240.528	1,7

lugar a un modelo más robusto (menos sensible) que el primero, en el que la información del actuario sobre el parámetro de riesgo es tan pobre que no le permite discernir ninguna característica sobre su distribución a priori.

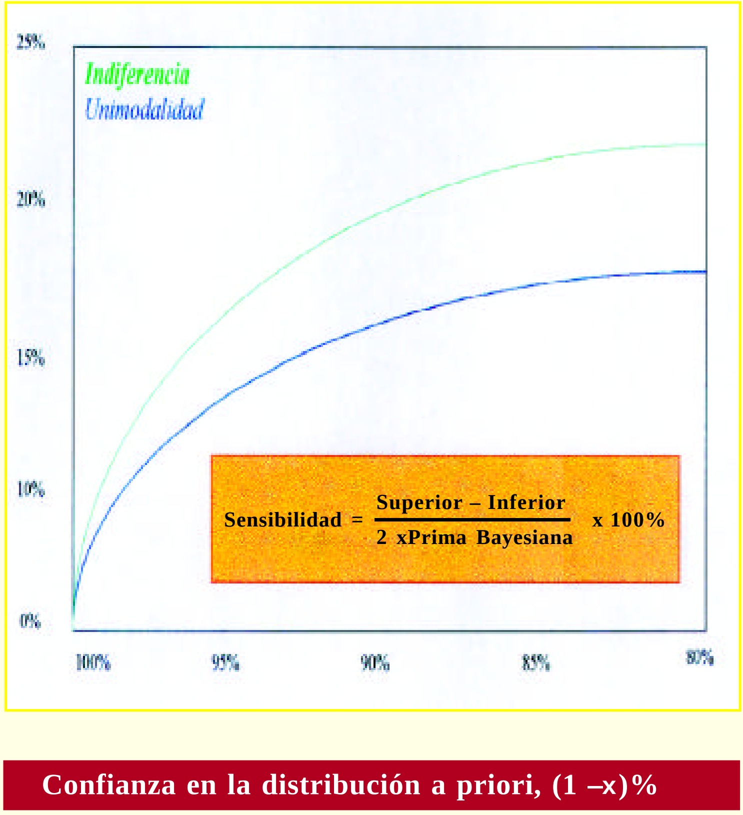
Las Figuras 5 y 6 presentan el intervalo de variación de la prima bayesiana en los escenarios de indiferencia y unimodalidad respectivamente. Se ha adoptado una confianza, $(1-x)$ x100%, del 80, 85, 90 y 95 %. La *sensibilidad* es una medida que indica en porcentaje la cantidad de variación de la prima bayesiana calculada sobre $p(q)$ con respecto a la calculada sobre $p_0(q)$, lo que sin duda refleja la sensibilidad del modelo. En las Figuras 7 y 8 se llevó a cabo el mismo trabajo pero ahora para distintos valores de y a .

CONCLUSIONES

Quizás la conclusión más relevante de las que pudieran ser señaladas es el hecho evidente de que la consideración de clases contaminantes más reducidas (pasar del escenario de indiferencia al de unimodalidad) supone sistemáticamente un aumento de robustez (menor sensibilidad del modelo), lo que supone, a su vez, una mayor estabilidad del proceso de tarificación. Y esto que ha quedado reflejado para el principio de utilidad exponencial es válido también para otros principios. Por ejemplo, para el principio Esscher (véase *Gómez et al., 1999*) y como se pone de manifiesto en el gráfico 1 la utilización del escenario de unimodalidad reduce considerablemente la sensibilidad. Hay que destacar que las conclusiones que desde un punto de vista matemático (bayesiano) enunciamos como de ausencia de robustez significan desde el punto de vista del usuario (el actuario en este caso) una postura extraordinariamente prudente a la hora de proceder a la tarificación. Esto significa que los escenarios poco robustos sólo deben usarse si el actuario está muy seguro de que las modelizaciones probabilísticas implicadas son muy ajustadas a la realidad del problema que le ocupa. En otro caso debería acudir a escenarios más robustos (otros principios de cálculo de primas, etc.).

En cualquier caso, cuando el modelo es robusto, la compañía aseguradora puede sentirse tranquila cobrando como valor de la prima cualquiera que esté por encima o por debajo de la prima bayesiana inicial. Esta política de tarificación, novedosa en los escenarios actuariales, le puede reportar a la compañía un elenco de valores a cobrar que pudiera solucionarle problemas de competitividad, acaparando mayor cuota de mercado.

GRÁFICA 1 Sensibilidad del principio Esscher



BIBLIOGRAFÍA

- **Berger, J. (1994):** *An overview of robust bayesian analysis.* Test. Vol. 3, núm. 1, págs. 5-124.
- **Buhlmann, H. (1970):** *Mathematical Methods in Risk Theory*. New York. Springer-Verlag.
- **Eichenauer, J; Lehn, J. y Rettig, S. (1988):** *A gamma-minimax result in credibility theory.* Insurance: Mathematics & Economics, núm. 7, págs. 49-57.
- **Freifelder, L. (1974):** *Statistical Decision Theory and Credibility Theory and Procedures.* "Credibility Theory and Applications" (ed. P.M. Kahn), Academic Press, New York., págs. 71-88.
- **Gerber, H. (1980):** *An introduction to mathematical risk theory*. Philadelphia, USA. Huebner Foundation.
- **Gómez, E. (1996):** *Técnicas Estadísticas Bayesianas en Credibilidad con Aplicación a la Fijación de Primas de Seguros.* Tesis Doctoral. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.
- **Gómez E. ; Hernández, A. y Vázquez, F. (1999):** *The Esscher premium principle in risk theory: a Bayesian sensitivity study*, Insurance: Mathematics and Economics, núm. 25, págs. 387-395.
- **Gómez E.; Hernández, A. y Vázquez, F. (2000):** *Robust Bayesian premium principles in Actuarial Science*, "Journal

of the Royal Statistical Society, "Series D" (The Statis-tician), Vol. 49, núm.2, págs. 241-252

- **Heilmann, W. (1989):** *Decision theoretic foundations of credibility theory.* Insurance: Mathematics & Economics, Vol. 8, págs. 77-95.

- **Hernández, J. (1994):** *Más seguros que nunca.* Barcelona. Colección ESADE.

- **Sivaganesan, S. (1988):** *Range of posterior measures for priors with arbitrary contaminations.* Communications in Statistics and Theory Methods, Vol.17, núm. 5, págs. 1591-1612.

- **Sivaganesan, S. (1991):** *Sensitivity f some posterior summaries when the prior is unimodal with specified quantiles.* The Canadian Journal of Statistics,Vol.,19, 1, 57-65.

- **Sivaganesan, S. y Berger, J. (1989):** *Ranges of posterior measures for priors with unimodal contaminations.* The Annals of Statistics, Vol.17, 2, 868-889.

BIOGRAFÍA

EMILIO GÓMEZ DÉNIZ

Licenciado en CC.Matemáticas en la especialidad de Estadística e Investigación Operativa por la Universidad de La Laguna. Ha realizado también estudios de CC.Económicas y Empresariales por la Universidad Nacional de Educación a Distancia, y es Doctor en CC.Económicas y Empresariales por la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Su labor docente ha estado vinculada a diversos Institutos de EE.MM. de Canarias como profesor de Matemáticas y desde el curso académico 90-91 imparte clases de Matemáticas en el Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Sus trabajos más recientes son: Gómez et al., 1999 y Gómez et al., 2000.

Dirección:
Departamento Economía Aplicada.
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.
Campus de Tafira. Saulo Torón,4.
35017 Las Palmas de Gran Canaria.
Tel: 928 451 803 - Fax: 928 451 829-32
e-mail: emilio@empresariales.ulpgc.es

Este trabajo ha sido patrocinado por:

CALA INSULAR DE AHORROS DE CANARIAS