



**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS
DE GRAN CANARIA**

FACULTAD DE ECONOMÍA, EMPRESA Y TURISMO

DEPARTAMENTO DE MÉTODOS CUANTITATIVOS EN ECONOMÍA Y GESTIÓN

**APORTACIONES A LA ESTIMACIÓN, PREDICCIÓN
Y CONTENIDO INFORMATIVO DE LA
ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS**

**Adrián Fernández Pérez
Las Palmas de Gran Canaria, Julio 2012**

D. EMILIO GÓMEZ DÉNIZ, SECRETARIO DEL DEPARTAMENTO DE MÉTODOS CUANTITATIVOS EN ECONOMÍA Y GESTIÓN DE LA UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA,

CERTIFICA,

Que el Consejo de Doctores del Departamento en su sesión de fecha **11 de julio de 2012** tomó el acuerdo de dar el consentimiento para su tramitación, a la tesis doctoral titulada **“Aportaciones a la estimación, predicción y contenido informativo de la estructura temporal de tipos de interés”** presentada por el doctorando **Adrián Fernández Pérez** y dirigida por los **Doctores Fernando Fernández Rodríguez y Julián Andrada Félix.**

Y para que así conste, y a efectos de lo previsto en el Artº 73.2 del Reglamento de Estudios de Doctorado de esta Universidad, firmo la presente en Las Palmas de Gran Canaria, a 11 de julio de dos mil doce.



The image shows a handwritten signature in black ink over a blue circular stamp. The stamp contains the text: "DEPTO. DE MÉTODOS CUANTITATIVOS EN ECONOMÍA Y GESTIÓN" around the top edge, "UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA" around the bottom edge, and a central emblem featuring a shield with a sun and a palm tree.



UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

ÓRGANO RESPONSABLE:

Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión

PROGRAMA DE DOCTORADO:

Economía: Aplicaciones a las finanzas y seguros, a la economía sectorial, al medio ambiente, y a las infraestructuras

TÍTULO:

"APORTACIONES A LA ESTIMACIÓN, PREDICCIÓN Y CONTENIDO INFORMATIVO DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE TIPOS DE INTERÉS"

TESIS DOCTORAL

Presentada por:

D. Adrián Fernández Pérez

Dirigida por el Dr. D. Fernando Fernández Rodríguez

Codirigida por el Dr. D. Julián Andrada Félix

Dr. D. Fernando Fernández Rodríguez

Dr. D. Julián Andrada Félix

D. Adrián Fernández Pérez

Las Palmas de Gran Canaria, julio 2012

ÍNDICE GENERAL DE LA TESIS

Introducción y objetivos.	1
Capítulo I. La Estructura Temporal de los Tipos de Interés: conceptos, procedimientos de estimación y estrategias de negociación en renta fija	
1.1. Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI).	15
1.1.1. Hipótesis de las expectativas.	21
1.1.2. Hipótesis de la prima de liquidez o de las expectativas sesgadas.	23
1.1.3. Hipótesis de la segmentación del mercado.	24
1.1.4. Hipótesis del hábitat preferido.	25
1.2. Dificultades para estimar la ETTI con bonos cupón cero.	26
1.3. Procedimientos para estimar la ETTI.	27
1.4. Estimación de la ETTI.	28
1.4.1. <i>Bootstrapping</i> .	28
1.4.2. Procedimientos directos de regresión.	29
1.4.3. Procedimientos de suavizado.	31
1.4.3.1. Polinomios cúbicos.	33
1.4.3.2. Polinomios a trozos: <i>splines</i> de McCulloch (1971, 1975).	35
1.4.3.3. Modelo de Nelson y Siegel (1987).	41
1.4.3.4. <i>Splines</i> suavizadores.	44
1.5. Riesgo de tipos de interés.	47
1.5.1. Duración.	51
1.5.1.1. Duración de una cartera de bonos e inmunización.	54
1.6. Estrategias de inversión y gestión de carteras de renta fija.	55
1.6.1. Fuentes de rendimiento en activos de renta fija.	56

1.7. Gestión de inversión en carteras de renta fija.	57
1.7.1. Estrategias pasivas de inversión.	57
1.7.1.1. Correspondencia entre flujos de tesorería: <i>cash-flow matching</i> .	57
1.7.1.2. Inmunización.	58
1.7.2. Estrategias activas de inversión.	64
1.7.2.1. Tomar posiciones derivadas de las predicciones sobre los tipos de interés.	65
1.7.2.2. Tomar posiciones sobre las ineficiencias observadas en el mercado.	66
1.7.2.2.1. Estrategias sobre la ausencia de cambios en la curva de tipos de interés.	67
1.7.2.2.2. Estrategias sobre el nivel de los tipos de interés.	68
1.7.2.2.3. Estrategias basadas en cambios específicos de la curva de tipos de interés.	69
1.7.3. Arbitraje de renta fija.	74
1.7.3.1. Arbitraje sobre la curva de tipos de interés.	78
1.7.3.1.1. Apuestas sobre la pendiente de la ETTI.	78
1.7.3.1.2. Apuestas sobre la curvatura de la ETTI.	81
1.7.4. Análisis del valor relativo de los bonos.	83
1.7.4.1. Comparación de bonos con una cartera de bonos segregables o <i>strips</i> .	83
1.7.4.2. Detección de bonos caros y baratos: <i>Bond Picking</i> .	84
1.8. Apalancamiento y la elección de un <i>benchmark</i> .	86
Anexo A. Corrección de la heterocedasticidad en la estimación de la ETTI.	91
Anexo B. <i>Splines</i> exponenciales.	93

Capítulo II. Nuevo método de estimación de la ETTI: Metodología de doble penalización

2.1. Introducción.	99
2.2. Modelo de doble penalización no restringido.	103
2.3. Resultados de las diferentes metodologías de ajuste de la ETTI.	111
2.4. Modelo de doble penalización restringido.	121
2.5. Conclusiones.	129
Anexo A. Base de datos.	131
Anexo B. Los B- <i>splines</i> .	141

Capítulo III. Estrategias basadas en la predicción de la ETTI en el mercado de Deuda Pública española

3.1. Introducción.	145
3.2. Ajuste del modelo de Nelson y Siegel para todo el periodo muestral.	146
3.3. Predicción de la ETTI.	151
3.3.1. Aciertos en la dirección de los parámetros. Porcentaje de aciertos.	160
3.3.2. Aciertos en la dirección de los parámetros. Estadístico binominal.	163
3.4. Estrategias de negociación activa.	169
3.4.1. Apuestas sobre la futura evolución del nivel.	176
3.4.2. Apuestas sobre la futura evolución de la pendiente.	179
3.4.3. Apuestas sobre la futura evolución de la curvatura.	182
3.4.4. Estrategias inmunizadoras.	185
3.4.5. Desempeño o <i>performance</i> de las estrategias.	187
3.4.6. Diversas estrategias clásicas de gestión activa.	198
3.5. Conclusiones.	201

Anexo A. Bondad de la predicción para los subperiodos evaluados.	205
Anexo B. Porcentaje de acierto en la dirección de los parámetros.	215
Anexo C. Tratamiento de los <i>outliers</i> en la metodología de Nelson y Siegel (1987).	223
Anexo D. Ratios de Sharpe.	225
Anexo E. M-criterios y programas de optimización.	237
Anexo F. Localización de los activos en las diferentes estrategias.	241
Anexo G. Inmunización de una mariposa contra movimientos complejos.	243

Capítulo IV. Contenido informativo de la ETTI en la predicción del ciclo económico

4.1. Introducción.	249
4.1.1. El poder predictivo de la inclinación de la ETTI.	254
4.1.1.1. Comportamientos de los agentes mediante el modelo CCAPM y el poder predictivo de la ETTI.	255
4.1.2. El poder explicativo de los precios bursátiles	258
4.1.3. Efectos de las sorpresas en la estructura temporal de tipos de interés: el contenido predictivo de la pendiente, la curvatura y el nivel.	259
4.1.4. Objetivos del capítulo.	260
4.2. Regresiones espúreas y cointegración.	262
4.2.1. Contraste CRDW y CRADF sobre la relación a largo plazo.	263
4.2.2. Procedimiento de estimación en dos etapas de Engle y Granger y el mecanismo de corrección del error (ECM).	265
4.2.3. Contraste de Kremers, Ericsson y Dolado (KED).	266
4.3. Proceso de selección de las variables económicas.	267
4.3.1. Tipos de la deuda pública, características de la ETTI, series macroeconómicas e indicadores económicos y PIB a precios constantes.	267
4.3.2. Resultados del orden de integración de las series.	273

4.4. El algoritmo GASIC.	275
4.4.1. Elección de la relación a largo plazo con el GASIC.	278
4.4.2. Elección de la relación a corto plazo con el GASIC.	279
4.5. Resultados empíricos.	282
4.5.1. Resultados del algoritmo GASIC.	283
4.5.1.1. Variables que explican la variación trimestral del PIB a precios constantes ($h = 1$).	285
4.5.1.2. Variables que explican la variación semestral del PIB a precios constantes ($h = 2$).	288
4.5.1.3. Variables que explican la variación en tres trimestres del PIB a precios constantes ($h = 3$).	291
4.5.1.4. Variables que explican la variación anual del PIB a precios constantes ($h = 4$).	292
4.6. Predicción de la variación del PIB con un horizonte temporal de h trimestres.	295
4.7. Conclusiones.	304
Anexo A. Contrastes de raíces unitarias.	307
Anexo B. Derivación de las series trimestrales del PIB a precios constantes.	311
Anexo C. Resultados de los ajustes intramuestrales de las variables latentes, variación del PIB retardada y los índices compuestos.	315
Anexo D. Ajuste de los tipos a tres meses de europa.	325
Anexo E. Resultados del procedimiento en dos etapas de Engle y Granger en los modelos con las características de la ETTI de la Deuda Pública española.	327

Capítulo V. Capacidad predictiva de la ETTI sobre el IBEX-35 en un entorno bajista

5.1. Introducción.	343
5.2. El modelo Probit.	345
5.3. Base de datos.	347
5.4. El algoritmo GASIC.	352
5.5. Evidencia empírica.	353
5.5.1. Resultados intramuestrales.	353
5.5.1.1. Variables latentes.	358
5.5.2. Resultados extramuestrales.	362
5.6. Estrategia de negociación.	366
5.7. Conclusiones.	372
Anexo A. Parámetros de los modelos ajustados.	373

Capítulo VI. Principales resultados, conclusiones y líneas abiertas

6.1. Resumen de la Tesis Doctoral.	377
6.2. Principales resultados y conclusiones.	378
6.3. Líneas abiertas, posibles extensiones de la Tesis Doctoral.	382
Referencias bibliográficas.	383

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría agradecer a todos los colaboradores y amigos que han aportado su granito de arena para el desarrollo de esta Tesis Doctoral. En primer lugar, quisiera agradecer a mis directores de tesis Fernando Fernández Rodríguez y Julián Andrada Félix por todo su apoyo tanto académico como personal a lo largo de todos estos años, que han dado como fruto la presente tesis, haciéndose extensible este agradecimiento a los integrantes del Grupo de Investigación de Finanzas Cuantitativas y Computacionales de la Universidad de Las Palmas de Gran Canaria (ULPGC). Asimismo, me gustaría agradecer a los profesores Antonio Díaz Pérez, y en especial, a Simón Sosvilla Rivero por sus ayudas desinteresadas ya que sin ellas el desarrollo de esta tesis hubiera sido más complicado.

Por otro lado, debo agradecer al programa **Innova Canarias 2020®** de la Fundación Universitaria de la ULPGC y al **programa propio de la ULPGC de Formación del Personal Investigador** por el apoyo económico para la realización de la actual tesis doctoral, aclarándose que la presente tesis refleja la visión del autor y no la de ambas instituciones.

Finalmente, quiero agradecer y dedicar esta tesis doctoral a mis padres, Ángel y Carmen, a mi hermana, María, y en especial a Sara por vivir conmigo todo lo bueno y lo malo que tiene hacer una tesis doctoral.

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

La estructura temporal de los tipos de interés (ETTI) se define como la relación funcional entre el tipo de interés nominal en los préstamos sin riesgo de la economía y el tiempo hasta su vencimiento, manifestando así la dependencia entre los tipos de interés y su plazo de amortización.

La modelización de la ETTI junto con el análisis de su evolución en el tiempo son herramientas esenciales, en general, para las decisiones de consumo, ahorro e inversión de los agentes económicos y en particular para los operadores del mercado financiero. Por ello, la determinación de esta estructura permitiría obtener información sobre el consenso de los agentes en relación al comportamiento futuro de los tipos de interés con el fin de analizar su impacto en la actividad económica y en la evolución de los mercados financieros. En este sentido, una estimación precisa de la ETTI abre la posibilidad del estudio de su contenido informativo a la hora de evaluar su capacidad predictiva sobre la fase del ciclo económico, estudiar la selección de sus factores explicativos, analizar su influencia en la evolución de los mercados bursátiles o diseñar estrategias de gestión y cobertura.

Así, la ETTI juega un importante papel a nivel macroeconómico puesto que afecta a la demanda agregada, dada su estrecha vinculación con la formación de las expectativas de los agentes. Este hecho permite analizar el impacto de la política monetaria, así como sus mecanismos de transmisión a la economía real a través de ciertas variables relevantes: el nivel de empleo, el crecimiento económico, la estabilidad de los precios, la estabilidad de las tasas de interés, la estabilidad de los mercados financieros y la estabilidad de los tipos de cambio. A nivel de la teoría financiera y el análisis microeconómico, esta estructura facilita la valoración de la mayoría de los activos financieros de renta fija y otros activos derivados, la administración de riesgos y el diseño de estrategias de gestión de carteras y cobertura.

Sin embargo, la ETTI no es directamente observable y el objetivo central de la modelización y la estimación empírica de la ETTI es obtener un adecuado ajuste a los datos empíricos en función del interés requerido y al mismo tiempo conseguir una forma suave, flexible y estable (Anderson y Sleath, 2001).

En sentido estricto, los activos financieros más adecuados para la construcción de la curva de rendimientos de los tipos de interés son aquellos títulos de valores emitidos por un Estado a través de su deuda pública. En general, los rendimientos monetarios obtenidos de la inversión en la deuda pública de un país tienen el mismo tratamiento fiscal, y a la vez, en situaciones normales, suelen carecer de los riesgos asociados a la insolvencia y a otros problemas como la liquidez. Los bonos cupón cero, emitidos al descuento, son los títulos de renta fija que mejor reflejan la relación funcional señalada ya que garantizan un único pago, denominado valor facial o nominal, al vencimiento establecido en una fecha futura conocida. En la mayoría de los países no existe un mercado *completo* de deuda pública. En aquellos, existen pocos bonos cupón cero con vencimientos superiores a un año y, por tanto, la ETTI no es observable directamente con este tipo de activos. En el mercado español, por ejemplo, es difícil encontrar estos bonos con un plazo de amortización superior a dieciocho meses. Por todo ello, la ETTI no puede ser estimada únicamente usando bonos cupón cero, habiendo de utilizarse también bonos con cupón. Los bonos con cupón garantizan una corriente de pagos de menor cuantía en el futuro y el pago del valor nominal al vencimiento. Sin embargo, los rendimientos de los bonos con cupón presentan una apreciable dispersión, mostrando una ETTI ruidosa debido a diversas causas como el sesgo de cupón¹, la imposición diferencial y la amortización anticipada. Por tanto, es preciso un cuidadoso tratamiento de los datos empíricos con el fin de obtener una estimación adecuada de la ETTI.

En lo que se refiere al objetivo central de la modelización y la estimación empírica de la ETTI, la aproximación tradicional de calcular directamente los factores de descuento (por *bootstrapping* o mediante procedimientos directos de regresión) y las curvas *spot* tiende a producir curvas *forward* muy dentadas, debido a la escasez de datos en los vencimientos grandes. En la literatura financiera existen diferentes modelos para determinar la ETTI, los cuales pueden clasificarse en modelos estáticos y dinámicos (Fernández-Rodríguez y García Artiles, 1997). Los modelos estáticos son aquéllos que parten de datos del mercado para construir, en cada momento, una función desconocida. Por su parte, los modelos dinámicos tienen en cuenta la evolución estocástica del tipo de interés a lo largo del tiempo.

¹ La diferencia entre el tipo de interés de un bono cupón cero teórico para un plazo determinado y la TIR de un bono de igual plazo de vida residual se denomina sesgo del cupón. Cuanto mayor sea el cupón, mayor será este sesgo, es decir, más lejos estará el bono con cupones de ser un bono cupón cero.

En las últimas tres décadas, la modelización y la estimación de la estructura temporal de los tipos de interés han logrado avances importantes con el desarrollo de modelos teóricos (ver Vasicek, 1977; Cox *et al.*, 1985; Ho y Lee, 1986; Hull y White, 1990; entre otros) y la estimación econométrica (McCulloch, 1971, 1975; Schaefer, 1981; Vasicek y Fong, 1982; Shea, 1984; Nelson y Siegel, 1987; Steeley, 1991; Svensson, 1994; Björk y Christensen, 1999; Diebold y Li, 2006, entre otros). En el ámbito de la econometría se han considerado diferentes formas funcionales para los factores de descuento, tipos de interés a plazo o *forward*, y tipos de interés al contado o *spot* para un conjunto de datos observados del mercado. Igualmente se han considerado diversos procedimientos no paramétricos donde las formas funcionales son más flexibles y otros paramétricos, donde las formas funcionales supuestas son rígidas.

Un trabajo pionero en el empleo de procedimientos no paramétricos de estimación de la ETTI es el de McCulloch (1971, 1975), empleando *splines* (polinomios a trozos de segundo y tercer orden) para estimar la función de descuento dando lugar a formas sumamente flexibles. Sin embargo, a pesar de generar estimaciones razonables de la curva de descuento, no siempre conducen a formas estables de las curvas *forward*. En este sentido, la literatura académica se ha centrado en la elección de funciones de base, para la definición de los *splines*, y en la sensibilidad al número y localización de los nudos, los puntos donde los trozos de polinomios deben ensamblarse con suavidad (ver Schaefer, 1981; Vasicek y Fong, 1982; McCulloch, 1971; Shea, 1984; Steeley, 1991; Kanony y Mokrane, 1992; Deacon y Derry, 1994; Priaulet, 1997; y Fernández-Rodríguez, 2006, entre otros). Si bien los nudos pueden ser elegidos en cualquier número en el espectro de vencimientos, esta característica genera curvas que exhiben fuertes oscilaciones, particularmente en los vencimientos altos. No obstante, han surgido diversos trabajos encaminados a reducir el número de nudos y así evitar este efecto. La idea principal ha consistido en añadir un término de penalización de la curvatura en la función objetivo a minimizar, son los denominados *splines suavizados*. Los *splines suavizados* atenúan el nivel de oscilación de la ETTI por medio de un parámetro que controla la tasa de intercambio entre la bondad de ajuste y la suavidad de la curva (ver Fisher *et al.*, 1995; Waggoner, 1997; y Anderson y Sleath, 2001, entre otros). Los métodos de estimación de la ETTI mediante funciones *splines* pueden no converger asintóticamente al tipo a largo plazo, presentando formas muy curvadas.

Los modelos paramétricos (ver Nelson y Siegel, 1987; Svensson, 1994; Björk y Christensen, 1999; entre otros) surgieron como forma de superar la incapacidad de los procedimientos basados en los *splines* para describir los comportamientos asintóticos de la ETTI, incorporando como hipótesis la condición financiera en los tipos *forward* para plazos suficientemente grandes. La idea que subyace en esta hipótesis es que los inversores no diferencian el tipo de interés *forward* de a diez o a quince años, por lo que la función de ajuste debe tener un comportamiento asintótico. Estos modelos comenzaron a ser desarrollados ya que permitían generar las formas típicas de la ETTI: monótonas, jorobadas u ocasionalmente en forma de *S* (Malkiel, 1966; Wood, 1983). La clase de funciones parsimoniosas que emplean están asociadas con las soluciones de ecuaciones en diferencias, siendo los procedimientos no lineales de Nelson-Siegel (1987) y Svensson (1994) los más empleados por los Bancos Centrales (ver documento del BIS, 2005). Los procedimientos paramétricos generan formas funcionales rígidas, pero tienen la ventaja adicional de que los parámetros del modelo contienen una valiosa interpretación desde el punto de vista económico y financiero. Así, el modelo de Nelson y Siegel (1987) se basa en una forma funcional con cuatro parámetros que pueden interpretarse como nivel, pendiente, curvatura y velocidad de convergencia de los tipos de interés cortos a los largos. La principal crítica contra los métodos paramétricos de estimación de la ETTI se basa en que cuando se cambia una sola observación en el tramo largo, las curvas parsimoniosas que genera pueden cambiar dramáticamente, particularmente en los vencimientos cortos. En el Capítulo I ofreceremos una visión general de los procedimientos de estimación de la ETTI más importantes de la literatura. En la literatura académica son numerosos los trabajos empíricos dedicados a identificar la superioridad de unos procedimientos de estimación de la ETTI frente a otros en diversos mercados mundiales (ver Langetieg y Smoot, 1989; Bliss, 1997; Anderson *et al.*, 1996; Waggoner, 1997; Ferguson y Raymar, 1998; Jeffrey *et al.*, 2000; Ioannides, 2003; entre otros). La conclusión que se extrae de tales trabajos es la ausencia de consenso en tal objetivo puesto que ninguno reúne las propiedades óptimas deseables. Cada metodología tiene sus fortalezas y debilidades, por tanto, la elección del modelo que debería ser empleado depende de las preferencias en la utilidad final (Schaefer, 1981). En el Capítulo II se reflejará tal problema realizando un estudio empírico sobre la ETTI de la Deuda Pública española, además aportaremos un novedoso procedimiento de estimación.

Como se ha señalado, los procedimientos paramétricos de estimación de la ETTI tienen la superioridad adicional de que los parámetros del modelo contienen una valiosa interpretación económica y financiera. Así, el modelo de Nelson y Siegel (1987) se basa en una forma funcional con cuatro parámetros que pueden interpretarse como nivel, pendiente, curvatura y velocidad de convergencia de los tipos de interés a corto plazo hacia los tipos de interés a largo plazo. El éxito de este modelo se refleja en el hecho de que ha sido empleado con profusión en la literatura y por los bancos centrales durante más de dos décadas. Recientemente, el trabajo de Diebold y Li (2006) ha ido mucho más allá poniendo de manifiesto la posibilidad de realizar predicciones sobre la ETTI, en particular, sobre la ETTI de la Deuda Pública de Estados Unidos a un horizonte temporal de un año por medio de la predicción de los parámetros que definen el modelo de Nelson y Siegel. En este sentido, resulta de interés comprobar si dichas predicciones pueden ser válidas desde un punto de vista económico a través de unas estrategias activas que se basen en las predicciones de tales parámetros. De esta forma, se podrían tomar posiciones ventajosas sobre los bonos en base a los movimientos predichos sobre la ETTI que están implícitos en los parámetros del modelo de Nelson y Siegel. En el Capítulo III se replicará el trabajo de Diebold y Li (2006) sobre el mercado de Deuda Pública española.

Por otro lado, y según la Teoría de las expectativas racionales (Muth, 1961; Lucas, 1972), los mercados financieros intentan medir hacia delante, por ello, es de esperar que los precios de muchos activos financieros encarnen expectativas sobre el futuro. Por tanto, la información que se pueda extraer de los mercados financieros podría ayudar a predecir la actividad económica. En este sentido, la inclinación de la ETTI medida por la diferencia entre los tipos de interés a corto y largo plazo ha recibido una atención creciente durante los últimos veinte años. Tanto es así, que existe una amplia evidencia empírica de que la inclinación de la ETTI de un país es un buen predictor de la actividad económica futura, incluso mejor que los rendimientos bursátiles u otros indicadores económicos y financieros adelantados (Harvey, 1988, 1997; Estrella y Mishkin, 1997; Diebold, Glenn y Rudebusch, 2006, entre otros). Concretamente, una curva invertida se considera que anticipa recesiones, mientras que una curva con mucha inclinación positiva predice expansiones económicas.

La relación entre la inclinación de la ETTI y el crecimiento económico fue inicialmente contrastada desde el punto de vista empírico mediante los modelos de regresión desarrollados por Harvey (1988), Chen (1991) y Estrella y Hardouvelis (1991), entre otros. Desde otra perspectiva, Stock y Watson (1989) contribuyeron a numerosas investigaciones futuras evidenciando que la pendiente o *spread* de la ETTI (diferencia entre el tipo de interés a largo y a corto plazo) es un componente importante de un nuevo índice de indicadores económicos adelantados. No obstante, inmediatamente después de la publicación de todos estos trabajos seminales, se produjo el mayor fallo predictivo de la pendiente de la ETTI dado que dicho diferencial no fue capaz de predecir la recesión de 1991. A raíz de este error predictivo, surgió una segunda generación de trabajos sobre el contenido predictivo de la pendiente donde se pueden citar, entre otros, los siguientes: Harvey (1997), Haubrich y Dombrosky (1996), Plosser y Rouwenhorst (1994) y Dueker (1997). En este sentido, destaca también el trabajo de Estrella y Mishkin (1997) quienes encuentran una relación positiva entre la inclinación de la ETTI y la actividad económica, no sólo en Estados Unidos sino en otros países como Alemania, Francia, Reino Unido e Italia. Desde el punto de vista metodológico, en un trabajo anterior, Estrella y Mishkin (1996) obtienen mediante un modelo Probit la probabilidad de una recesión en Estados Unidos empleando como variable explicativa el *spread* entre los bonos gubernamentales a diez años y a tres meses. Tras comparar el poder predictivo del *spread* con el del Índice de la Bolsa de Nueva York (NYSE), con el índice de indicadores adelantados elaborado por el Departamento de Comercio de Estados Unidos para predecir la actividad económica real, y con el índice de indicadores adelantados elaborado por Stock y Watson (1989), Estrella y Mishkin obtienen que, aunque todas las variables examinadas tienen algún poder predictivo un trimestre hacia adelante, los índices de indicadores adelantados, particularmente el índice de Stock y Watson, generan la mejor predicción sobre dicho horizonte. En cambio, en la predicción de varios trimestres hacia adelante, el *spread* de la ETTI domina a las otras variables, incrementándose este dominio al aumentar el horizonte de predicción.

Más recientemente ha surgido una nueva literatura re-examinando el poder predictivo de la inclinación de la ETTI sobre la economía real desde una perspectiva más amplia y empleando nuevas metodologías. En este sentido, habría que citar diversas aportaciones a la literatura como pueden ser los trabajos de Dotsey (1998), Ang, Piazzesi y Wei (2006), Ferreira *et al.* (2008) y Diebold, Glenn y Rudebusch (2006), entre otros.

Recientemente, Ang, Piazzesi y Wei (2006) construyen un modelo dinámico de crecimiento del PIB y consideran la posibilidad de que toda la ETTI en su conjunto, y no sólo los vencimientos arbitrarios usados en la construcción del término de *spread*, podría conducir a una predicción más precisa del PIB. En el contexto de la estimación por MCO es difícil utilizar múltiples tipos de interés de diferentes vencimientos como regresores debido a su gran colinealidad. Por ello, se requiere emplear un modelo parsimonioso con un reducido número de variables explicativas. Estos autores se enfrentan con el problema de analizar la habilidad predictiva de cualquier combinación de tipos de interés de diferentes vencimientos. Además, ellos encuentran en sus resultados que el tipo de interés a corto plazo tiene más poder predictivo que cualquier otro término de *spread*. En consecuencia, aconsejan el uso del tipo a corto plazo como mejor predictor de la dinámica del PIB. Los resultados de Ang, Piazzesi y Wei (2006) están muy influenciados por Estrella y Mishkin (1996), quienes documentan que un gran número de variables tienen algún poder predictivo en el horizonte temporal de un trimestre, pudiéndose mejorar a través de combinaciones de *spreads*.

Por otro lado, Diebold, Glenn y Rudebusch (2006) estiman un modelo que integra factores macroeconómicos y financieros a la hora de explicar la interacción entre la dinámica de varias variables macroeconómicas y la ETTI. En este trabajo a los factores latentes relativos a la ETTI -el nivel, la pendiente y la curvatura del modelo de Nelson y Siegel (1987)-, añaden como variables explicativas otras variables macroeconómicas, como la actividad real, la inflación e instrumentos de política monetaria. Estos autores encuentran una fuerte evidencia de los efectos de las variables macroeconómicas sobre los futuros movimientos de la ETTI, así como la evidencia de una influencia inversa de los movimientos de la ETTI sobre dichas variables.

Tal como se ha señalado, se acepta ampliamente que la ETTI contiene información sobre la previsible evolución de la actividad económica, la inflación y la política monetaria. La ETTI queda perfectamente descrita por los tres factores de nivel, pendiente y curvatura, que explican conjuntamente todas las variaciones de sección cruzada de los tipos de interés (ver Nelson y Siegel, 1987; y Jones, 1991, entre otros). No obstante, existe sólo evidencia dispersa sobre el contenido predictivo de cada una de sus componentes. En este sentido destaca el trabajo de Mönch (2006), quien analiza la repercusión económica de las variaciones del nivel, pendiente y curvatura, estudiando la evolución de las variables macroeconómicas claves que siguen a cambios, producidos por sorpresa, de los tres factores.

La visión convencional considera que los cambios por sorpresa en el factor nivel y pendiente tienen gran significado macroeconómico. Así, los cambios por sorpresa del factor nivel, no simultaneados con cambios de la pendiente o la curvatura, anuncian movimientos fuertes y persistentes de la inflación. Las sorpresas positivas en el nivel son seguidas por significativas formas en joroba del crecimiento del *output*, anticipando, por tanto, efectos reales. Por el contrario, crecimientos inesperados en la pendiente parecen anunciar una caída de la economía. Como afirman Diebold, Rudebusch y Aruoba (2006), la visión convencional no da ningún papel macroeconómico a la curvatura, que no se considera relacionada con variables macroeconómicas. No obstante, los resultados de Mönch (2006) sugieren que un crecimiento inesperado de la curvatura, el cual no vaya acompañado por cambios simultáneos en el nivel o la pendiente, parece anunciar descensos económicos.

Tras analizar la literatura, Berk (1998) presenta un informe sobre los artículos más recientes que estudian la relación entre la pendiente y la producción real, llegando a las siguientes conclusiones:

1. En la teoría quedan sin resolver importantes lagunas.
2. Los resultados empíricos varían según el país y el segmento de la ETTI considerado.
3. Los resultados son sensibles al tipo de modelo usado para establecer la relación.
4. Existe un consenso sobre que la pendiente contiene información considerable.
5. Los diferentes modelos no tienen estabilidad o control.

Por otro lado, como demostró Harvey (1997), existía una relación entre la economía canadiense y la estadounidense, de forma que el *spread* de Estados Unidos ayudaba al *spread* de Canadá en la predicción del Producto Interior Bruto (PIB) a precios constantes canadiense. Usando igual razonamiento, es posible que los componentes de la ETTI de las economías más influyentes sean capaces de mejorar la predicción del PIB de economías tales como la española. En el Capítulo IV se analizará el poder predictivo que tiene la ETTI sobre la variación PIB de la economía española.

Al igual que en la predicción de los ciclos económicos, los componentes de la ETTI son unos buenos predictores de la evolución de los mercados bursátiles (ver Resnick y Shoemith, 2002; y Chen, 2009). En este sentido, existe una incipiente literatura que estudia la capacidad predictiva de la ETTI sobre el mercado bursátil. En primer lugar, cabría citar el trabajo de Siegel (1998) quien sugirió que si uno puede predecir correctamente los puntos de giro en el ciclo económico con cuatro meses de antelación, puede aplicar una estrategia de *market-timing* basada en cambiar acciones por *T-bills* de Estados Unidos cuatro meses antes de los picos, y cambiar *T-bills* por acciones cuatro meses antes de los valles de las cotizaciones. Sin embargo, para llevar adelante esta estrategia, es necesario disponer de un modelo capaz de utilizar la información disponible hoy para predecir los futuros cambios de tendencia en el mercado de acciones. En este sentido, Estrella y Mishkin (1996, 1998) hicieron uso de un modelo Probit para predecir si la economía de Estados Unidos entraría en recesión en un horizonte temporal de varios trimestres. Con este propósito, los autores emplearon variables financieras, variables macroeconómicas e indicadores económicos como candidatos para predecir dicha probabilidad. Por su parte, Resnick y Shoemith (2002) utilizan el modelo de Estrella y Mishkin para predecir la probabilidad de que el índice de acciones S&P500 se encuentre en una tendencia bajista dentro de varios periodos. Sin embargo, estos autores no analizaron si los componentes nivel o curvatura de la ETTI son también buenos predictores de la probabilidad de que dicho índice de acciones se encontrara en una tendencia bajista.

Finalmente, de nuevo se podría hacer uso de la idea expuesta en Harvey (1997), y así comprobar si los componentes de la ETTI de las economías más influyentes son capaces de mejorar la probabilidad de un índice de acciones bajista de mercados tales como el español. En el Capítulo V se demostrará empíricamente si la pendiente de la ETTI española es una variable con alto valor predictivo del índice de acciones más importante de España, IBEX35.

Objetivos.

A la vista de los diversos problemas y controversias que surgen en relación al problema de la estimación, predicción y contenido informativo de la estructura de tipos de interés se plantean los siguientes objetivos, tanto a nivel teórico como empírico, que consideramos podrían constituir aportaciones relevantes de una Tesis Doctoral tanto en el terreno de la Econometría Financiera como en el de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés.

Objetivo 1

Vamos a desarrollar un modelo de estimación de la ETTI (que se ha denominado modelo de Doble Penalización) que logre curvaturas *spot* y *forward* estables, y evite el sobreajuste muestral en la Deuda Pública española.

Objetivo 2

Estudiaremos las posibilidades predictivas que tiene la ETTI del mercado de Deuda Pública española, aplicando una metodología similar a la propuesta por Diebold y Li (2006), más técnicas adicionales de predicción no paramétricas usadas con éxito por Fernández-Rodríguez *et al.* (1999) en la predicción de los tipos de cambio.

Por otro lado, valoraremos la capacidad de generar beneficios de las predicciones sobre los futuros movimientos de la ETTI, mediante la transformación de dichas predicciones en estrategias técnicas: estrategias técnicas derivadas de la predicción de la ETTI.

Objetivo 3

¿Qué variables tienen un mayor poder predictivo sobre el PIB? Esta pregunta se puede generalizar preguntando cuáles son las mejores variables que explican la dinámica del PIB.

Dado que la elección de las variables explicativas en todos los estudios suele ser arbitraria, es preciso buscar un procedimiento sistemático para seleccionar el modelo con variables financieras, variables macroeconómicas y variables latentes extraídas de la ETTI (nivel, pendiente y curvatura).

El procedimiento de elección del modelo óptimo se realizará a través del algoritmo GASIC, desarrollado por Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007). Incluido el anterior, los modelos estudiados serán los siguientes: GASIC con todas las variables; cointegración con sólo con el tipo de interés a corto plazo, que será nuestro *benchmark*; cointegración con el nivel de la ETTI; cointegración con la pendiente de la ETTI; cointegración con la curvatura de la ETTI de la Deuda Pública española; Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) con diferentes variables latentes, indicadores económicos y PIB retardado.

Adicionalmente, se añadirán como variables explicativas del PIB real español, la ETTI de nuestros mayores socios comerciales, concretamente, Europa y Estados Unidos.

Objetivo 4

Como último objetivo, se va a aplicar sobre el índice de acciones IBEX35 la metodología de Resnick y Shoesmith (2002), los cuáles se basan en el modelo de Estrella y Mishkin (1996) de predicción de posibles recesiones mediante un modelo Probit, para así, predecir un IBEX35 bajista en un horizonte de un mes.

Con dicho Probit, se van a valorar diferentes variables latentes empleadas en la literatura, comparándolas con el modelo óptimo extraído de GASIC, y el efecto de incluir información de la ETTI y tipos de interés de la Deuda Pública de nuestros mayores socios comerciales: Europa y Estados Unidos. Igualmente, se va a evaluar si al añadir las pendientes de la ETTI de nuestros socios comerciales a la pendiente de España, mejora la predicción de un IBEX35 bajista.

Por último, se va a aplicar una sencilla estrategia de negociación basada en las predicciones de un IBEX35 bajista al horizonte de un mes.

CAPÍTULO I

La Estructura Temporal de los Tipos de Interés: conceptos, procedimientos de estimación y estrategias de negociación en renta fija

- 1.1. Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI).**
- 1.2. Dificultades para estimar la ETTI con bonos cupón cero.**
- 1.3. Procedimientos para estimar la ETTI.**
- 1.4. Estimación de la ETTI.**
- 1.5. Riesgo de tipos de interés.**
- 1.6. Estrategias de inversión y gestión de carteras de renta fija.**
- 1.7. Gestión de inversión en carteras de renta fija.**
- 1.8. Apalancamiento y elección del *benchmark*.**

1.1. Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI).

La Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) o curva de tipos al contado (*spot*) se define como la relación funcional entre el tipo de interés nominal en los préstamos sin riesgo de la economía y el tiempo hasta su vencimiento (Pérez-Rodríguez *et al.*, 2002). Los bonos cupón cero, emitidos al descuento, son los títulos de renta fija que mejor reflejan esta relación funcional ya que garantizan un único pago, denominado valor facial o nominal, al vencimiento establecido en una fecha futura conocida. La forma funcional de la ETTI debería poseer, por sus importantes implicaciones para la teoría financiera, dos características básicas: continuidad y suavidad. La suavidad garantiza la continuidad de la estructura temporal de los tipos de interés a plazo (*forward* implícito), lo cual es un requerimiento para la hipótesis de no arbitraje en el contexto financiero.

La estructura temporal de los tipos de interés¹ manifiesta esta dependencia de los tipos de interés y su plazo de amortización. Considerando que el tipo de interés aplicable en cada situación puede depender de muchos factores, de entre todos ellos, existen dos factores que son claves: el riesgo de crédito o riesgo de que el prestatario no cumpla su compromiso de pago, el cual es valorado por medio de la calidad crediticia del prestatario; y el tiempo que dura el préstamo, ya que en general, los prestamistas exigirán una prima de riesgo por prestar dinero a un plazo más largo, es decir, siempre preferirán recibir el dinero cuanto antes.

Los profesionales del mercado, los inversores, los bancos centrales y las autoridades monetarias están interesados en conocer la ETTI, ya que esta estructura muestra la información del consenso del mercado sobre la futura evolución de los tipos, es decir, permite cuantificar lo que piensa el mercado sobre lo que sucederá en el futuro con los tipos de interés. Por su parte, los investigadores usan el mercado de deuda gubernamental (Letras del Tesoro y Bonos) como la base en la modelización y estimación de la estructura temporal, aunque el fenómeno de la existencia de una estructura temporal se produce también en la renta fija privada. Esto es así, ya que en general, los rendimientos monetarios obtenidos de la inversión en la Deuda Pública de un país tienen el mismo tratamiento fiscal, y a la vez, los riesgos implícitos de la

¹ El tipo de interés refleja el valor del tiempo y el riesgo dentro de la Economía.

inversión en renta fija asociados a la insolvencia y a otros problemas como la iliquidez son mínimos en éstos activos, no siendo así totalmente eliminados, como se ha demostrado recientemente en las crisis de la Deuda Pública de Islandia (2008) y Grecia (2010).

De forma sintética cabría señalar los principales usos de la ETTI en los siguientes:

- Establecer los rendimientos de todos los instrumentos del mercado de deuda. La ETTI fija esencialmente el precio del dinero según el plazo, por lo que sirve de referencia para valorar todos los instrumentos de deuda. Por ejemplo, si los rendimientos a cinco años de los bonos del gobierno están al 4%, todos los demás bonos a cinco años tendrán unos rendimientos por encima del 4%, siendo la cantidad que excede a este hipotético 4% denominada *spread*.
- Actuar como indicador de futuros niveles de tipos de interés e instrumento esencial de la política monetaria. La ETTI tiene ciertas formas características que reflejan las expectativas del mercado sobre los futuros tipos de interés, siendo su uso estándar en la política monetaria. Tanto es así que los bancos centrales estiman los tipos *forward* porque reflejan las expectativas del mercado sobre los futuros niveles de inflación y de tipos de interés.
- Valoración y comparación de rendimientos a lo largo del espectro de vencimientos. Los inversores en los mercados financieros usan la ETTI para estimar un precio de equilibrio para los activos de renta fija. De esta forma, valoran qué vencimiento de la curva ofrece el mejor rendimiento relativo a otro.
- Indicar el valor relativo de diferentes bonos de similar vencimiento. La ETTI indica qué bonos son caros o baratos, en relación con lo que el mercado en su conjunto considere cuál es el precio objetivo de un bono, y por tanto cuáles deberían comprarse o venderse.
- Cobertura de riesgos y valoración de derivados sobre tipos de interés. El tipo de interés libre de riesgo (normalmente Letras del Tesoro a tres meses, o la tasa *repo*² a corto plazo del Estado) es uno de los parámetros usados en la valoración de derivados financieros.

² *Repo* son las siglas, en inglés, de pacto de recompra (*repurchase agreement*).

La amplia aplicabilidad que presenta la ETTI conduce a que los diversos aspectos de su estimación pueden estar sujetos al uso que pretenda hacerse de ella. En este sentido, cabría señalar que cuando el uso fundamental de la ETTI sea la política gubernamental más que la valoración de instrumentos financieros, su estimación debería basarse en los siguientes criterios: el método de estimación debería tener como objetivo primordial ajustar los tipos *forward* implícitos y no los tipos *spot*; y la curva de tipos *forward* resultante debería ser tan suave como fuera posible porque el objetivo es proporcionar información sobre futuros niveles de los tipos de interés y las expectativas en la política monetaria del banco central.

Una forma muy fácil de establecer una relación funcional entre el tipo de interés nominal en los préstamos sin riesgo y el tiempo hasta su vencimiento, se obtiene considerando la tasa interna de rendimiento (TIR) de los diferentes activos de Deuda Pública. Concretamente, la TIR se define como aquel tanto efectivo y_T que iguala el valor actual de la corriente de pagos generada por el título con el precio de mercado del mismo:

$$P = \frac{C}{(1 + y_T)} + \frac{C}{(1 + y_T)^2} + \dots + \frac{C + N}{(1 + y_T)^T}$$

Por tanto, es posible establecer una relación entre los valores de la TIR correspondientes a títulos emitidos por la misma entidad con diferentes plazos hasta la amortización. Esta relación recibe el nombre de curva de rendimientos (*yield curve to maturity*). Esta curva de rendimientos es sólo una aproximación de la ETTI que a veces puede resultar poco satisfactoria en la medida en que los tipos de interés sean más o menos constantes para todos los periodos futuros, pues implicaría una curva de rendimientos plana. En la Figura 1.1 se muestra la dispersión entre las TIR de diferentes conjuntos de bonos con cupón del mismo vencimiento (Pérez-Rodríguez *et al.*, 2002).

La apreciable dispersión que presentan los rendimientos internos de los títulos se debe a diversas razones como el sesgo del cupón, la imposición diferencial, la amortización anticipada, el riesgo de mercado, etc. Desde el punto de vista económico resulta esencial poder estimar un tipo de interés que sólo dependa del plazo de vencimiento y que no esté sujeto a las perturbaciones señaladas.

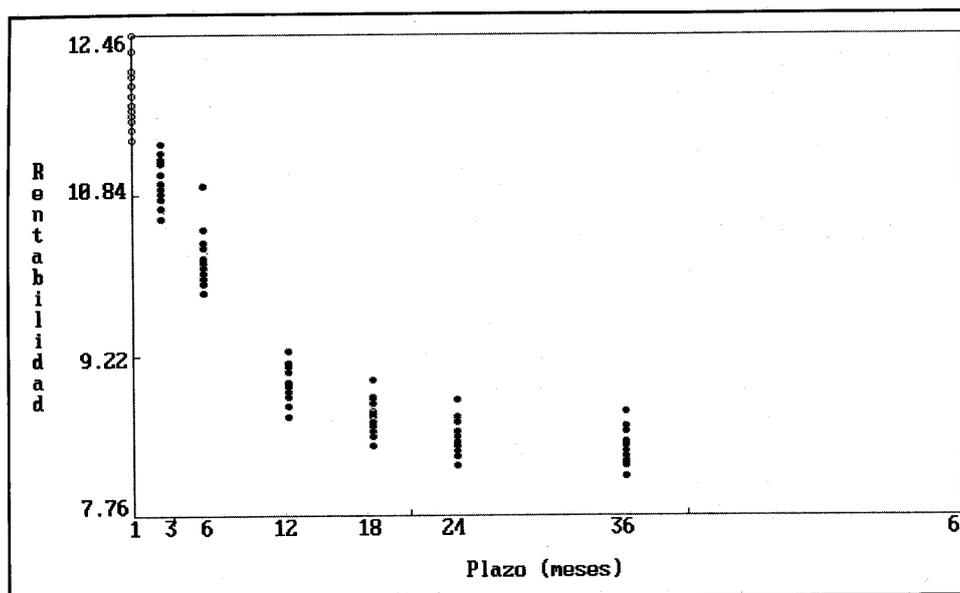


Figura 1.1. La dispersión de la TIR. Fuente: Pérez-Rodríguez *et al.* (2002).

Una forma de evitar el sesgo de los pagos de cupón en la construcción de la ETTI se consigue estimando la curva de rendimientos a la par. En tal caso, todos los bonos a la par con el mismo vencimiento tienen la misma TIR; ello se debe a que en los bonos a la par los cupones son únicos pues han de ser iguales a la TIR. Así, el empleo de bonos a la par evita tanto los efectos de diferencias en el tratamiento impositivo de los pagos de cupón como el riesgo de ganancias de capital que caracterizan a la TIR. En este sentido, debe tenerse en cuenta que la TIR sólo es igual a la tasa de rentabilidad realizada por un bono si todos los cupones se reinvierten a la misma tasa. Así pues, si los tipos de interés varían, digamos que bajan, los cupones habrán de reinvertirse a una tasa inferior, aunque el precio del bono suba. En cambio, si los tipos de interés suben, aunque ello favorece la reinversión de cupones, el precio del bono baja y se produce una pérdida inmediata de capital. En apartados posteriores trataremos con más profundidad la relación existente entre la rentabilidad de un bono y los tipos de interés.

Otra forma de eliminar la falta de unicidad en la relación rendimiento-vencimiento consiste en restringirnos a las TIR de los bonos “cupón cero”³, obteniendo lo que se conoce como la curva *spot* de bonos cupón cero (*zero coupon yield curve* o simplemente *yield curve*).

³ La TIR coincide con su tipo *spot* (o al contado) en un bono cupón cero.

Dichas curvas *spot* de tipos cupón cero tienen dos ventajas sobre la tasa interna de rendimiento, que enumeramos a continuación:

- Los tipos de interés cupón cero expresan de manera insesgada (sin riesgo de reinversión de flujos intermedios) la rentabilidad exigida por el mercado a la tenencia de bonos hasta la fecha de amortización final, siendo la diferencia entre el tipo cupón cero teórico y la TIR de un bono de igual plazo de vida residual el denominado “sesgo de cupón”.
- Las curvas de tipos cupón cero estimadas permiten derivar tipos a plazos implícitos, es decir plazos para los que no exista un bono específico, lo que no es posible con aquellas de TIR-plazo.

Por todo ello, la modelización econométrica de la función de descuento a partir de los precios de los bonos, y no de sus rendimientos internos, es una línea metodológica de calidad superior iniciada por McCulloch (1971, 1975) quien estimó la función de descuento y la curva cupón cero a partir de los precios de mercado de los bonos.

La ETTI estimada a partir de la curva de tipos cupón cero, definiéndose así la relación entre el conjunto de rendimientos de los bonos cupón cero y sus respectivos vencimientos en cada instante del tiempo, se denota por

$$R(0,1), R(0,2), R(0,3), \dots, R(0,t), \dots$$

donde el cero hace referencia al instante actual en el que se observa la ETTI y t representa el vencimiento de un determinado bono. Hay que tener en cuenta que, aunque el riesgo de incumplimiento aumenta de forma genérica cuando aumenta el vencimiento de una deuda, la ETTI no tiene porque ser siempre creciente, obteniéndose así los siguientes casos:

- Si $R(0,t) > R(0,t-1)$ para todo t , diremos que se trata de una estructura temporal creciente.
- Si $R(0,t) < R(0,t-1)$ para todo t , diremos que se trata de una estructura temporal invertida.
- Si $R(0,t) = R(0,t-1)$ para todo t , diremos que se trata de una estructura temporal plana. Sólo en este caso podemos representar a toda la ETTI de forma exacta por un único rendimiento, donde $R(0,1) = R(0,2) = \dots = R(0,t) = \dots = r$.

Adicionalmente, pueden existir estructuras temporales con una o varias jorobas, donde la ETTI aumenta con t hasta cierto punto para luego disminuir. Aunque, en general, se espera que la ETTI tenga una forma creciente con ligera inclinación, dando lugar a que los rendimientos se incrementen con el vencimiento por dos razones: por la inflación que erosiona el valor de un préstamo y porque se necesitan rendimientos mayores para compensar mayores riesgos de interés para periodos más largos.

Por todo ello, la forma típica de la ETTI tiene una forma *normal* (ver Figura 1.2), una estructura creciente que suele estancarse a partir de los cinco años y que normalmente decrece en el tramo entre veinte y treinta años debido a la gran demanda entre los inversores institucionales (tales como fondos de pensiones) de bonos a largo plazo. Ello tira del precio hacia arriba y de los rendimientos hacia abajo.

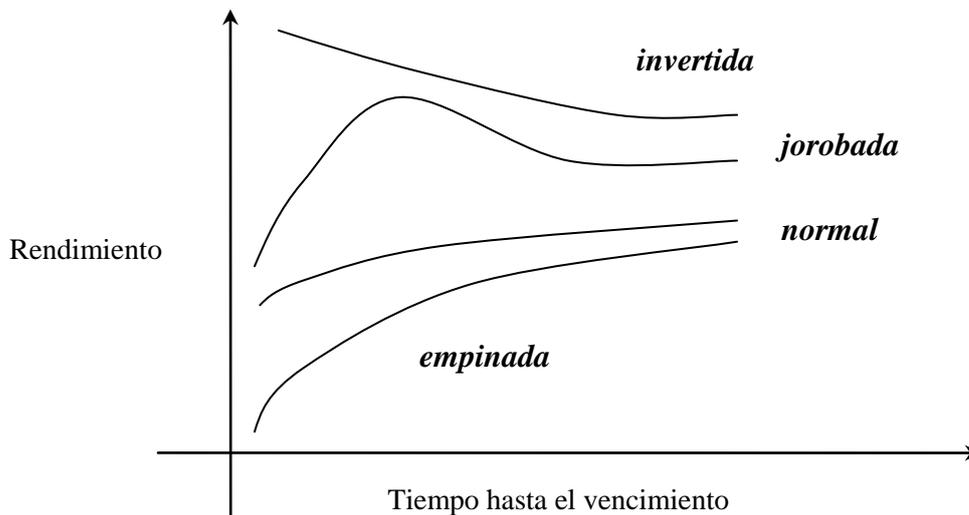


Figura 1.2. Formas de la ETTI.

No obstante, también pueden presentarse formas muy diversas (ver Figura 1.2), teniendo cada una de ellas una usual relación con la fase del ciclo económico en el que se encuentre la economía. Concretamente, la forma *empinada* ocurre típicamente durante el fin de un periodo de depresión del ciclo económico, cuando después de muchas reducciones de los tipos de interés por el banco central, la economía parece que va recuperarse en el futuro. Por su parte, la forma *invertida* se produce típicamente en la cresta del ciclo económico, cuando tras muchos incrementos del tipo de interés por el banco central, al boom económico conseguido le puede seguir una recesión. Finalmente, la forma en *joroba* se produce típicamente cuando el mercado espera una corta recuperación económica seguida de una recesión.

Todas estas formas contienen información sobre las expectativas de la evolución de los tipos futuros. Por ejemplo, la forma empinada sugiere que los futuros tipos a corto plazo serán más altos que los corrientes. Sin embargo, las expectativas no explican plenamente las diferentes formas que puede adoptar la ETTI, y tradicionalmente existen cuatro hipótesis alternativas básicas para explicar las diferentes formas de la ETTI:

- La hipótesis de las expectativas del mercado.
- La hipótesis de la prima de liquidez.
- La hipótesis de la segmentación del mercado.
- La hipótesis del hábitat preferido.

A continuación, vamos a resumir dichas hipótesis.

1.1.1. Hipótesis de las expectativas.

La hipótesis de expectativas puras o insesgadas fue introducida por Fisher (1896), y afirma que la pendiente (o *spread*) de la ETTI es atribuible a las expectativas de cambio en los tipos a corto plazo. Concretamente, se pueden dar tres situaciones:

- (a) Una ETTI creciente que reflejaría, según esta hipótesis, expectativas de subidas de los tipos a corto plazo.
- (b) Una ETTI invertida que reflejaría expectativas de caída de los tipos a corto plazo.
- (c) Una ETTI plana que reflejaría expectativas de que los tipos a corto plazo actuales se mantendrán en el futuro.

En la literatura, existen otro tipo de formulaciones similares de la hipótesis de expectativas que no son totalmente equivalentes en un mundo con incertidumbre.

Las formulaciones alternativas de la hipótesis de expectativas son las siguientes:

- Los tipos *forward* son predictores insesgados de las futuras tasas *spot*. Así, se tendrá

$$E[R(T, T + 1)] = f(t, T, T + 1) \quad \text{con } T > t$$

donde $f(t, T, T + 1)$ es el tipo *forward* existente en el instante t entre los periodos T y $T + 1$, y $R(T, T + 1)$ es el tipo *spot* desde el instante T hasta el $T + 1$, que en $t < T$ es una variable aleatoria. Esta formulación de la evolución de la ETTI conduce a una determinada dinámica predictiva de los futuros tipos *spot* año tras año, bajo el supuesto de que se verifican las expectativas. Así, la dinámica de expectativas consiste en suponer que los futuros tipos *spot* realizados coinciden, exactamente, con los valores de los correspondientes tipos *forward* originales, de manera que la hipótesis de expectativas no sólo se verifica en promedio sino de forma exacta. En la práctica, los tipos futuros implícitos en los *forward* no suelen coincidir con los tipos futuros reales. Aún así, estos tipos futuros extraídos de los *forward* son los que los agentes del mercado esperan, a día de hoy, que se produzcan en el futuro. Por ello, pueden usarse como base para la toma de posiciones en los mercados de renta fija.

- Todos los bonos de diferentes vencimientos son sustitutivos perfectos. Los rendimientos obtenidos al comprar activos gubernamentales a largo plazo durante un determinado periodo deberían ser iguales que los rendimientos obtenidos en ese mismo periodo comprando tales activos a corto plazo; así, por ejemplo, el rendimiento de comprar una Letra del Tesoro a tres meses y mantenerla hasta su vencimiento, y el rendimiento de comprar un bono del gobierno a doce meses y mantenerlo durante tres meses deberían ser idénticos según esta hipótesis.

- Los rendimientos de los bonos hasta el vencimiento coinciden con los de una estrategia de reinversiones sucesivas. Esta formulación establece que el rendimiento generado por poseer un bono durante T años será igual al rendimiento esperado de una estrategia “*roll over*” de sucesivas reinversiones de bonos a corto plazo que se van reinvertiendo en otros a medida que van madurando, hasta que pasen T años. En términos matemáticos

$$\frac{1}{P(t, T)} = (1 + R(t, T))^T = E_t[(1 + R(t, t_1))(1 + R(t_1, t_2)) \dots (1 + R(t_{n-1}, t_n = T))]$$

que es precisamente la hipótesis de expectativas insesgadas.

1.1.2. Hipótesis de la prima de liquidez o de las expectativas sesgadas.

La hipótesis de la preferencia por la liquidez de los inversores fue introducida por Hicks (1939), y postula que los rendimientos de los bonos a los que les falta mucho para el vencimiento deben de ser superiores a los rendimientos esperados de los bonos de vencimiento corto. Las razones en las que se basa este postulado son dos: primera, los bonos a corto plazo son más líquidos⁴; y segunda, estos bonos soportan menor riesgo de subida de tipos. En consecuencia, para que se verifique la hipótesis de expectativas es necesaria la neutralidad ante el riesgo por parte de los inversores. Así, incluso cuando en el mercado no existan expectativas de subida de los futuros tipos a corto plazo, la ETTI será una función creciente del tiempo hasta el vencimiento. Por tanto, los prestamistas exigirán una prima de liquidez por prestar dinero a más largo plazo:

$$\frac{E_t[P(t_1, T)] - P(t, T)}{P(t, T)} = \frac{E_t[P(t_1, T)]}{P(t, T)} - 1 = R(t, t_1) + L(t, t_1, T)$$

donde, el primer miembro es el rendimiento esperado de comprar hoy, en el instante t , un bono que vence en el instante T y venderlo en el instante t_1 siendo $t < t_1 < T$; $R(t, t_1)$ es el tipo *spot* (que hoy conocemos con certeza) por prestar entre los instantes t y t_1 ; y $L(t, t_1, T)$ es la prima de liquidez, la cual es función del tiempo de vencimiento del bono y representa el exceso de rendimiento esperado por mantener un bono hasta el instante futuro t_1 sobre el tipo *spot* vigente en este momento $R(t, t_1)$.

La hipótesis de la prima de liquidez es una forma menos radical de la hipótesis de expectativas que no requiere neutralidad ante el riesgo por parte de los agentes. Esta teoría de la preferencia de la liquidez es capaz de explicar las formas crecientes de la ETTI sin suponer que los tipos *forward* sean expectativas insesgadas de los tipos *spot* futuros. Otra forma alternativa de establecer esta hipótesis es diciendo que los tipos *forward* son predictores sesgados de los futuros tipos *spot*. Por lo que la tasa *forward* a un periodo es el valor esperado de la tasa *spot* más una prima de liquidez

$$f(t, T, T + 1) = E_t[R(T, T + 1)] + L(t, T, T + 1)$$

donde la prima de liquidez $L(t, T, T + 1)$ declinará con el tiempo cuando se acerca la fecha de vencimiento.

⁴ Hoy en día, al existir una extraordinaria cantidad de mercados de bonos activos en el mundo, tanto corporativos como de deuda del estado, la liquidez de los bonos a largo plazo es prácticamente tan grande como aquélla de los bonos a corto plazo.

Por tanto, según la hipótesis de la preferencia por la liquidez, la ETTI debería ser casi siempre creciente con independencia de las expectativas debido a la prima por liquidez. Así, el tipo *forward* no es una buena estimación de las expectativas del mercado sobre los futuros tipos de interés, incluso si se espera que los tipos permanezcan sin cambio.

1.1.3. Hipótesis de la segmentación del mercado.

La hipótesis de segmentación del mercado fue sugerida por Culbertson (1957), y establece que existen mercados separados para cada vencimiento específico de la curva de tipos. Así, los bonos con diferentes vencimientos no son sustitutivos perfectos unos de otros. Esta hipótesis se basa en que los mercados tienen diferentes tipos de participantes con diferentes requerimientos, los cuales invierten en diferentes partes de la estructura temporal. Por ejemplo, el sector bancario y las sociedades de construcción se concentran en bonos de corto vencimiento, no mayores de cinco años; en cambio, los fondos de pensiones y las compañías de seguros se concentran en bonos a largo plazo. Debido a la segmentación de la oferta y la demanda en los diferentes segmentos del mercado, los precios de los bonos y los tipos de interés en dichos segmentos se comportan de forma relativamente independiente. Por ello, ni la curva de tipos ni la función de descuento son necesariamente suaves y continuas entre los diferentes segmentos, y por tanto los tipos *forward* tienen poco contenido informativo.

Esta hipótesis explicaría una ETTI *invertida* argumentando que cuando los bancos realizan una gran demanda de bonos a corto plazo caen sus rendimientos. Sin embargo, cuando los bancos liquidan, simultáneamente, parte de sus tenencias en estos bonos para atender a una mayor demanda de préstamos, los rendimientos de los bonos a corto plazo suben, pero no los de largo plazo.

1.1.4. Hipótesis del hábitat preferido.

La hipótesis del hábitat preferido fue desarrollada por Modigliani y Sutch (1966), y es una variante de la hipótesis de la prima o preferencia por la liquidez y de la hipótesis de segmentación de mercados. Esta hipótesis sugiere que los participantes del mercado tienen preferencia por zonas específicas de la curva, aunque pueden animarse a comprar bonos de otras partes del espectro de vencimientos si tienen suficientes incentivos. Así pues, cuando la oferta y demanda de bonos en un tramo específico de la ETTI no coinciden, se produce un desequilibrio. En tal caso, algunos inversores se pueden mover a otros tramos donde existe un desequilibrio inverso si la diferencia entre los rendimientos les resulta atractiva, siempre que reciban una prima de riesgo para compensar su aversión al riesgo. Los diferentes segmentos del mercado son interdependientes y tanto la ETTI como la función de descuento son funciones suaves frente al vencimiento y no tienen una forma dentada.

Todas las explicaciones a la forma de la ETTI expuestas encierran algún elemento de verdad. La teoría de las expectativas es la más analítica, pues ofrece unos valores numéricos concretos para las expectativas, por lo que puede ser contrastada. En este sentido, los contrastes realizados en la literatura (ver Martellini *et al.*, 2003; Longstaff, 2000; y Campa y Chang, 1995, entre otros) muestran que funciona relativamente bien, con una desviación que podría ser explicada por la preferencia de la liquidez. Así, la hipótesis de expectativas combinada con consideraciones de riesgo sobre la preferencia por la liquidez, unida con una determinada demanda de bonos de alto vencimiento, por su efecto de convexidad⁵, pueden ofrecer una buena explicación al comportamiento de la ETTI.

⁵ La convexidad es la aproximación de segundo orden del impacto relativo en el precio del cambio en la TIR, es decir, $\frac{1}{P} \frac{d^2 P}{dy^2}$.

1.2. Dificultades para estimar la ETTI con bonos cupón cero.

La estructura temporal de tipos de interés correspondiente a la curva cupón cero no es directamente observable en la práctica, por lo que su estimación se ve dificultada por varias razones que enumeramos a continuación:

- El mercado no es completo. En muchos mercados existen pocos bonos cupón cero con vencimientos superiores a un año. En este sentido, cabe señalar que en el mercado español de Deuda Pública no existen bonos cupón cero con vencimiento superior a dieciocho meses, por lo que los tipos de interés al contado no son, en general, directamente observables.
- La falta de liquidez. La falta de liquidez de determinados instrumentos como los *strips*⁶ de la Deuda Pública hace que la ETTI no pueda ser estimada únicamente usando bonos cupón cero. Por lo que habrá que utilizarse también bonos con cupón.
- Las dificultades de los bonos con cupón. Las dificultades adicionales en la estimación de los bonos con cupón se derivan de la presencia de perturbaciones en los precios de los bonos por los cupones, la liquidez, las primas de incumplimiento y los efectos impositivos. Todos estos aspectos complican las estimaciones generando mucho ruido en la magnitud que se quiere realmente observar. Por ejemplo, con respecto a la liquidez, los bonos en circulación de reciente emisión se venden generalmente a precios ligeramente superiores a los de otras emisiones de similar vencimiento, lo que refleja una prima de liquidez. En suma, un modelo de la ETTI completo debería considerar los precios de todas las emisiones que se encuentran en circulación puesto que se verá menos afectado por consideraciones de oferta y demanda de una emisión particular.
- La imposición diferencial. Las diferentes tasas impositivas sobre las rentas y las ganancias de capital, siendo las anteriores superiores a estas últimas, inducen a los inversores a preferir bonos con bajo cupón, lo que se transforma en precios superiores para dichos bonos que aquéllos con cupón alto.

⁶ Los *strips* (*Separate Trading of Register Interest and Principal*) son instrumentos financieros con rendimiento implícito creados a partir de la segregación de los flujos que originan los Bonos y Obligaciones del Estado. Estos bonos cupón cero son atractivos para inversores a largo plazo como los fondos de pensiones y compañías de seguros, y su propósito fundamental es asegurar un rendimiento en un horizonte de inversión a largo plazo.

1.3. Procedimientos para estimar la ETTI.

Un buen método de estimación de la ETTI requiere las siguientes características que se consideran esenciales a la hora de recoger el fenómeno de dependencia de los tipos de interés respecto a su vencimiento:

- Un adecuado ajuste de los datos que proporciona el mercado.
- Los tipos al contado (o *spot*) y los tipos a plazo implícito (o *forward*) estimados permanecen positivos en todo el espectro de vencimientos.
- Las curvas estimadas deben ser continuas y suaves tal como recogen las teorías al uso sobre la ETTI.
- Debe existir una convergencia asintótica para vencimientos a muy largo plazo.

Por otra parte, también es esencial una adecuada selección en la muestra de bonos que se consideran en la estimación de la ETTI. En este sentido, se han producido grandes avances en los criterios de filtrado para la selección de la muestra de bonos, cuya característica principal es que todos los bonos seleccionados han de ser de la misma clase de riesgo. En resumen, si se dispone de numerosos bonos pueden ignorarse tanto los bonos de muy baja liquidez, como los bonos con una horquilla de precios (*bid-ask*⁷) inusualmente alta. Asimismo, los bonos seleccionados para la muestra deben tener un tratamiento fiscal tan homogéneo como sea posible. Finalmente, también deben excluirse los bonos cuyo precio se encuentre distorsionado por la existencia de opciones inmersas (bonos re-comprables o con amortización anticipada o con redención anticipada).

⁷ La horquilla de precios de compra y venta está formada por la suma de tres costes no observables: el coste de selección adversa que recoge la prima que exige el *dealer* por posibles pérdidas al enfrentarse en el mercado con otros agentes que puedan estar más informados que él, el coste de gestión de inventario y la comisión.

1.4. Estimación de la ETTI.

A continuación, se expondrán los principales métodos de estimación de la ETTI distinguiendo tres grandes apartados:

- *Bootstrapping*.
- Procedimientos directos de regresión.
- Procedimientos de suavizado.

1.4.1. *Bootstrapping*.

El *bootstrapping* es el procedimiento para generar precios de bonos cupón cero a partir de bonos con cupón, donde los valores que se obtienen no son valores reales del mercado sino valores de bonos cupón cero consistentes con el conjunto de precios del mercado de los bonos con cupón. Este procedimiento se basa en la idea de que si se conoce la estructura temporal completa de los bonos cupón cero es fácil encontrar el precio de emisión de un bono con cupón (de valor facial 1).

$$P_{Cn} = \frac{C}{(1 + R_1)} + \frac{C}{(1 + R_2)^2} + \dots + \frac{C + 1}{(1 + R_n)^n} = P_1C + P_2C + \dots + P_n(1 + C) \quad (1.1)$$

donde $R_t \equiv R(0, t)$ es el tipo *spot* de rendimientos para los pagos del periodo t-ésimo, contratado en el periodo 0 y $P_t = 1/(1 + R_t)^t$ es el precio de un bono cupón cero con vencimiento en el instante t .

El *bootstrapping* permite extraer el tipo *spot* a partir de bonos con cupón gracias a argumentos de no arbitraje, incluso cuando cierto bono cupón cero no se negocie en el mercado. Tanto es así que si se conoce una estructura temporal completa de bonos con cupón, es decir los precios $P_{C1}, P_{C2}, \dots, P_{Cn}$, es posible obtener la estructura cupón cero a través de dicho *bootstrapping*, donde el valor asignado a un bono con cupón debe ser igual al valor del paquete de bonos cupón cero construido con el flujo de pagos obtenido a través de los cupones y del nominal. Este principio da lugar al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} P_{C1} &= P_1(1 + C) \\ P_{C2} &= P_1C + P_2(1 + C) \\ &\dots \\ P_{Cn} &= P_1C + P_2C + \dots + P_n(1 + C) \end{aligned} \quad (1.2)$$

La solución del anterior sistema permite obtener recursivamente los precios P_i de los bonos cupón cero a partir de los precios P_{Ci} de los bonos con cupón.

$$P_i = \frac{P_{Ci} - P_{i-1}C - \dots - P_1C}{(1 + C)}, i = 1, \dots, n. \quad (1.3)$$

Por su sencillez, el *bootstrapping* tiene dos grandes limitaciones. En primer lugar, sobre ajusta la estimación pues calcula una curva de tipos cupón cero que ajusta perfectamente los precios de los bonos. Esto no es conveniente porque los precios de los bonos contienen, a menudo, errores idiosincráticos que no reflejan el mercado como un todo, sino las peculiaridades de un bono específico. Así, el precio de un bono particular puede reflejar consideraciones de liquidez (dificultades para comprar o vender el bono, dificultades para encontrarlo), *bid-ask spread* (horquilla entre precios de compra y venta), efectos fiscales, etc. En consecuencia, la estructura temporal que ofrece la observación directa del mercado será ruidosa y no necesariamente suave, y será necesario el uso de técnicas de suavizado para mitigar ese ruido. Por otra parte, el *bootstrapping* requiere ajustes *ad-hoc* cuando el número de bonos no sea igual al número de vencimientos y cuando los cupones no se reciben en las mismas fechas del *bootstrapping*. En tal caso, los factores de descuento sólo se calculan para periodos que son múltiplos de seis meses o de un año, dependiendo de la frecuencia de pagos de cupón de los bonos. Así pues, para encontrar la estructura en vencimientos intermedios es preciso recurrir a procedimientos de interpolación que suavicen el ruido de los datos, tal como se analizará a continuación.

1.4.2. Procedimientos directos de regresión.

Existen diferentes procedimientos directos de regresión que, históricamente, han intentado estimar la relación entre el tipo de interés y su vencimiento empleando para ello datos empíricos. Entre ellos, se puede destacar el modelo de Bradley y Crane (1973). En este modelo, simplemente, se ajustan las ecuaciones:

$$\ln(1 + R_i) = a + b_1 T_i + b_2 \ln(T_i), i = 1, \dots, k$$

donde R_i es el rendimiento de cierto bono, T_i su vencimiento y k el número de bonos de la muestra. Sin embargo, esta curva tiene el defecto de no tener en cuenta el sesgo introducido por el cupón, la imposición diferencial o la prima por amortización anticipada.

Por otro lado, el modelo de Echols y Elliot (1976) ajusta las ecuaciones:

$$\ln(1 + R_i) = a + b_1(1/T_i) + b_2T_i + b_3C_i, i = 1, \dots, k.$$

donde C_i es el cupón del bono i -ésimo, por lo que esta ecuación es aplicable a bonos con cupón. Una vez estimados los coeficientes de la ecuación i , la estructura temporal se obtendrá haciendo que el cupón C_i sea cero.

Finalmente, se considera el modelo de Carleton y Cooper (1976). En este caso, para un conjunto de bonos $i = 1, \dots, k$ con precios P_i y cupón c_{it} , los factores de descuento δ_t pueden ser estimados como coeficientes en una regresión lineal, usando los cupones de los bonos como variables independientes y el precio de los bonos como variable dependiente, es decir, ajustando las ecuaciones:

$$P_i = c_{i1}\delta_1 + c_{i2}\delta_2 + \dots + c_{iT}\delta_T + \varepsilon_i, i = 1, \dots, k.$$

Estos autores encontraron una gran cantidad de bonos que pagaban cupones en las mismas cuatro fechas del año, por lo que la matriz $C = (c_{it})$ no tenía demasiados ceros, y recurrieron a la estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)

$$\hat{\delta} = (C'C)^{-1}C'P.$$

Pese a todo, tal regresión tiene el problema de tener tantos parámetros como fechas de pago de cupón, es decir, no hay nada que regularice los factores de descuento encontrados en la regresión. Además, cada factor de descuento sólo se encuentra relacionado por coincidencia con aquellos de similar vencimiento. De este modo, se estima una función de descuento discontinua con un conjunto extremadamente dentado tipos *spot* y *forward*. Otro inconveniente de dicho modelo es que no tiene en cuenta que los precios de los bonos son observados con errores idiosincráticos debido a la falta de liquidez, horquilla entre precios de compra y venta (*bid-ask spread*), efectos de impuestos, etc. Así, los términos de error pueden incrementarse con el vencimiento de los bonos, ya que vencimientos más largos tienen una horquilla de precios de compra y venta más amplia y liquidez más baja. Debido a la heterocedasticidad de estos errores, la estimación directa por mínimos cuadrados ordinarios ajusta bien para vencimientos largos pero es muy pobre para vencimientos cortos.

En conclusión, los procedimientos directos de regresión se consideran inadecuados para modelizar la curva de tipos de interés.

1.4.3. Procedimientos de suavizado.

La aproximación tradicional de calcular directamente (por *bootstrapping* o mediante procedimientos directos de regresión) los factores de descuento y las curvas al contado (o *spot*) tiende a producir curvas a plazos implícitos (o *forward*) muy dentadas debido a la escasez de datos en los vencimientos altos. Por ello, se precisan procedimientos de filtrado del ruido de los datos. En este sentido, McCulloch (1971) realizó un trabajo pionero empleando *splines*⁸ cuadráticos para estimar la función de descuento. Ello condujo, no obstante, a curvas *forward* con demasiados “chinchones”. Por esta razón, McCulloch (1975) modifica su metodología aplicando *splines* cúbicos. No obstante, los *splines* producen curvas *forward* con propiedades irrealistas en el tramo de vencimientos largos, donde se pueden producir agudas caídas o subidas en la curva de tipos. Por esta razón, se han desarrollado otros métodos de suavizado que evitan la oscilación de las tasas *forward*.

Una aproximación de suavizado consiste de forma genérica en suponer que el descuento

$$d(t) = \frac{1}{[1 + R(0, t)]^t} \quad (d(t) = e^{-R(0,t)t}, \text{ en versión continua})$$

es una función del tiempo de vencimiento por medio de un pequeño número de parámetros: $d(T) = d(T/a, b, \dots) = d(T, \vec{a})$. La elección de la curva óptima requiere la elección óptima de unos pocos parámetros, \vec{a} , en lugar de un parámetro para cada fecha de pago de cupón. Con ello, se consiguen los mejores procedimientos de suavizado de los datos sesgados y ruidosos que proporciona el mercado. Hay que tener en cuenta que el mercado no suele proporcionar bonos cupón cero de vencimientos largos por lo que la ETTI debe estimarse empleando bonos con cupón. De modo genérico, la forma de ajustar los parámetros del modelo en el caso de bonos con cupón consiste en suponer que se quiere emplear un conjunto de bonos de precios P_1, \dots, P_k con vencimientos n_1, \dots, n_k , siendo además, la función de descuento de la forma $d(t, \vec{a})$. Por tanto, el precio teórico de un bono P_i de valor nominal N que paga unos cupones c_i en los instantes t_1, \dots, t_k será

$$\hat{P}_i(\vec{a}) = c_i d(t_1, \vec{a}) + \dots + c_i d(t_{n_i}, \vec{a}) + N \cdot d(t_{n_i}, \vec{a}), i = 1, \dots, k \quad (1.4)$$

⁸ En el apartado 1.4.3.2 se explicará cómo funcionan los *splines*.

Hay dos formas de ajustar el vector de parámetros \vec{a} :

a. Minimizando los errores de precios:

$$\text{Min}_{\vec{a}} \sum_{i=1}^k (P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2 \quad (1.5)$$

La minimización de los errores de precios puede conducir a grandes errores en las TIR para bonos que les falta poco tiempo hasta el vencimiento (Martellini *et al.*, 2003). Ello se debe a un problema heteroscedástico de la suma de los errores de precios, derivado de que la sensibilidad del precio ante cambios de la TIR es igual a la duración⁹ del bono, y un cambio en la TIR produce un pequeño cambio en los precios de bonos de corta duración y un gran cambio en los precios de los bonos de larga duración (la forma de resolver estos problemas de heteroscedasticidad se describen en el Anexo A).

b. Minimizando los errores en la TIR:

En este caso, para cada bono disponible P_i se calcula su TIR, y_i , resolviendo las ecuaciones

$$P_i = \sum_{j=1}^{n_i} c_j e^{-y_i j} + N \cdot e^{-y_i n_i}, \quad i = 1, \dots, k.$$

Por otra parte, sabemos que el precio teórico $\hat{P}_i(\vec{a})$ dará lugar a otra TIR, $y_i(\vec{a})$ con $i = 1, \dots, k$, donde la dependencia respecto a los parámetros es compleja. Por tanto, el vector de parámetros \vec{a} puede obtenerse resolviendo el problema de minimización

$$\text{Min}_{\vec{a}} \sum_{i=1}^k (y_i - y_i(\vec{a}))^2 \quad (1.6)$$

que se acometerá empleando metodologías de optimización no lineales. Con este procedimiento de minimización de la TIR se logra tener en cuenta que los errores de los activos son más volátiles para vencimientos cortos, evitando así el sobreajuste en los vencimientos largos (ver Anexo A).

⁹ La duración de un bono, desarrollada por Macaulay (1938), es una medida del tiempo medio de espera del poseedor de un bono antes de recibir el flujo de pagos. Esta variable es clave para explicar la sensibilidad de los precios de los bonos a los cambios en los tipos de interés. En apartados posteriores, ampliaremos el concepto de la duración de un bono.

En la literatura relativa a procedimientos de suavizado se han considerado diferentes formas funcionales en la función de descuento que pueden dividirse, en primera instancia, entre métodos paramétricos y no paramétricos. Entre los métodos paramétricos cabe citar los polinomios cúbicos y los modelos parsimoniosos, y entre los métodos no paramétricos suelen citarse los polinomios a trozos (o *splines*) y los modelos de *splines suavizadores*. A continuación, se desarrollarán todos estos procedimientos.

1.4.3.1. Polinomios cúbicos.

Los polinomios cúbicos aproximan la función de descuento mediante una función polinómica del tipo

$$d(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$$

donde t es el tiempo hasta el vencimiento. Por definición ocurre que $d(0) = 1$, por lo que la forma funcional polinómica se convierte en

$$d(t) = 1 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$$

Veamos como estimar los parámetros a_1 , a_2 y a_3 de la función de descuento a partir de los precios de un conjunto de bonos. Supongamos que queremos valorar un bono que paga k cupones a intervalos regulares y de valor nominal N . En este caso, el precio teórico de dicho bono será

$$\hat{P} = C \cdot d(t_1) + C \cdot d(t_2) + \dots + (C + N) \cdot d(t_k)$$

Sustituyendo ahora la función de descuento en la expresión del precio teórico del bono resulta

$$\hat{P} = C \cdot (1 + a_1t_1 + a_2t_1^2 + a_3t_1^3) + \dots + (C + N) \cdot (1 + a_1t_k + a_2t_k^2 + a_3t_k^3)$$

Si reordenamos esta última expresión obtenemos:

$$\begin{aligned} \hat{P} = N + k \cdot C + a_1 \cdot (Ct_1 + \dots + (C + N)t_k) + a_2(Ct_1^2 + \dots + (C + N)t_k^2) \\ + a_3 \cdot (Ct_1^3 + \dots + (C + N)t_k^3) \end{aligned}$$

o bien

$$\hat{P} - (N + k \cdot C) = a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3.$$

donde el precio de mercado del bono será

$$P = \hat{P} + \varepsilon = (N + k \cdot C) + a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + \varepsilon$$

Por tanto, para estimar a_1 , a_2 y a_3 necesitaremos un conjunto de n bonos con precios P_i , valores faciales M_i , vencimientos N_i y cupones C_i , obteniendo así

$$P_i = \widehat{P}_i + \varepsilon_i = (N_i + k_i \cdot C_i) + a_1 X_{i1} + a_2 X_{i2} + a_3 X_{i3} + \varepsilon_i, \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (1.7)$$

lo que permite estimar los coeficientes a_1 , a_2 , a_3 por mínimos cuadrados ordinarios.

Desde el punto de vista estrictamente matemático, sobre un intervalo cerrado cualquier función continua puede ser aproximada por medio de un polinomio de grado suficientemente grande. Sin embargo, los polinomios de alto grado tienen graves inconvenientes como funciones de regresión, pues son muy inestables si se desea emplearlos para estimar funciones de descuento. Esto se debe a que pequeños cambios en los datos pueden tener un impacto significativo a nivel no local, es decir, un cambio en un solo dato en los primeros vencimientos puede acarrear un gran impacto en los vencimientos grandes, algo que resulta a todas luces indeseable. Una forma de evitar este problema es mediante el empleo de polinomios a trozos (o *splines*) donde un polinomio de alto orden se aproximará localmente por trozos de polinomios, como veremos a continuación.

1.4.3.2. Polinomios a trozos: *splines* de McCulloch (1971, 1975).

Un trabajo pionero en el empleo de polinomios a trozos, o *splines*, en la estimación de la estructura temporal de tipos de interés fue el propuesto por McCulloch (1971, 1975) donde los polinomios a trozos se utilizan para ajustar la función de descuento o los tipos cupón cero. Esta metodología resulta muy flexible pues permite diferentes conjuntos de parámetros para diferentes vencimientos (corto, medio y largo). Por ejemplo, si nos centramos en la función de descuento, ésta se estima como una función *spline*, siendo una función *spline* de orden r sobre un intervalo finito una función polinómica de orden r a trozos, con $r - 1$ derivadas continuas y cuya derivada de orden r tendrá discontinuidades de salto. Así, los diferentes segmentos de la función se ensamblarán de forma suave en unos umbrales denominados nudos. Si se tiene en cuenta el supuesto de capitalización continua, la función de descuento, $\delta(t) = e^{-Rt}$, a estimar adopta la siguiente forma, suponiendo que varía suavemente con el plazo de vencimiento

$$\delta(t) = 1 + a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) + \dots + a_j f_j(t)$$

Con el fin de que $\delta(t)$ sea una función *spline*, la base de funciones $f_j(t)$ que van a generar la función de descuento serán de dos tipos, o bien funciones polinómicas $f_j(t) = t^j$, o bien funciones de potencias truncadas, es decir, $f_j(t) = (t - n)_+^j$, donde

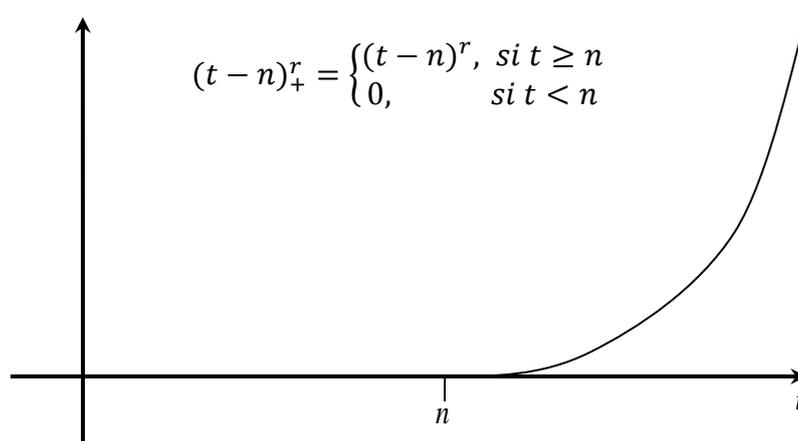


Figura 1.3. Funciones de potencias truncadas.

Estas últimas funciones son las que permitirán que los diferentes trozos de polinomios se solapen con suavidad en el punto n . Por tanto, una función *spline* de orden r tiene la siguiente forma,

$$\delta(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \dots + \alpha_r t^r + \beta_1 (t - n_1)_+^r + \dots + \beta_k (t - n_k)_+^r \quad (1.8)$$

donde los puntos n_1, \dots, n_k dentro de un intervalo cerrado $[a, b]$ con $[a < n_1 < \dots < n_k < b]$ se denominan nudos y son los puntos donde se ensamblan los diferentes trozos de los polinomios. Como $(t - n_j)_+^r$ tiene las $r - 1$ primeras derivadas nulas en n_j , es fácil comprobar que la función $\delta_t = \delta(t)$ cumple las tres propiedades siguientes:

1. $\delta(t)$ es un polinomio a trozos de orden r en cualquier $[n_i, n_{i+1})$.
2. $\delta(t)$ tiene las primeras $r - 1$ derivadas continuas.
3. $\delta(t)$ tiene una derivada r -ésima discontinua con saltos en n_1, \dots, n_k .

A consecuencia de las propiedades anteriores, los *splines cúbicos* son polinomios a trozos con las dos primeras derivadas continuas, donde en el caso de k nudos, la función a trozos se obtiene como combinación lineal de la base

$$1, t, t^2, t^3, (t - n_i)_+^3, \quad \text{con } i = 1, \dots, k$$

Por ejemplo, en el caso concreto de un *spline cúbico* con dos nudos, la expresión matemática de esta aproximación será de la forma:

$$\delta(t) = \begin{cases} a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 & 0 \leq t < n_1 \\ b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 & n_1 \leq t < n_2 \\ c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3 & n_2 \leq t \leq T \end{cases}$$

Puede observarse que el segundo trozo $b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3$, en el intervalo $n_1 \leq t < n_2$, se corresponde con la función *spline* $\alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \beta_1 (t - n_1)_+^3$. Mientras que el tercer trozo se corresponde con la función *spline* $\alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \beta_1 (t - n_1)_+^3 + \beta_2 (t - n_2)_+^3$.

Los *splines* cúbicos pueden aplicarse en la estimación de la función de descuento, de la curva de tipos *spot*, del logaritmo de los precios de los bonos cupón cero o de transformaciones similares. En este sentido, McCulloch (1971, 1975) aplicó los *splines* cúbicos directamente sobre precios de bonos, aunque poco después Shea (1984) observó que esto conduce a inestabilidad en los tipos *spot* y *forward*.

Los elementos claves para un buen ajuste a través de los *splines* son la elección del número de nudos y su posición, siendo estos unos problemas abiertos de extrema complejidad que ha dado lugar a diversos estudios. Dentro de estos se puede citar a Kanony y Mokrane (1992) y Deacon y Derry (1994) quienes señalan que cuanto mayor sea el número de nudos del *splines*, mejor será el ajuste en términos de la varianza de los residuos pero la curva será más fluctuante, así, el número de nudos actúa como parámetro de suavizado. Es decir, cuantos más nudos, la ETTI recogerá mejor las posibles jorobas, si existen, pero tendrá un comportamiento más fluctuante. También ha de tenerse en cuenta que cuando el número de nudos del *spline* se incrementa demasiado se produce sobreparametrización, y la estimación de la ETTI tenderá a ser mucho más sensible a los datos anormales en el sentido que memoriza el conjunto muestral pero pierde su carácter predictivo. A medida que disminuye el número de nudos del *spline*, más suave será la curva estimada. Sin embargo, cuando el número de nudos del *spline* es demasiado pequeño, la introducción de una pequeña perturbación produce errores significativos, lo que implica que una baja calidad del ajuste. En este sentido, McCulloch (1971) y Shea (1984) proponen tomar como número de nudos interiores a la raíz cuadrada del número de vencimientos observados menos dos, es decir, $k \cong \sqrt{T} - 2$. Otros autores han propuesto con posterioridad otros criterios en la selección del número de nudos. Así, Waggoner (1997) propone tomar como número óptimo de nudos el número entero más próximo a un tercio del total de activos sobre los que se ajusta la ETTI. No obstante, Fisher, Nychka y Zervos (1995) consideran que el número óptimo de nudos podría obtenerse minimizando la función de pérdida dividida entre el número de parámetros efectivos del modelo.

Por su parte, Priaulet (1997) sugiere usar una regla intuitiva establecida en la dispersión entre dos estadísticos \bar{E}_{min} y \bar{E}_{verif} basados en la raíz del error cuadrático medio de predicción sobre dos conjuntos de información, uno de estimación y otro de verificación. La expresión sería,

$$\bar{E}_{min} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (P_t^j - \hat{P}_t^j)^2}{n}}$$

Para asegurar la robustez del ajuste, no es suficiente usar bonos del conjunto de referencia usado en el proceso de optimización, sino que es deseable también considerar otro conjunto de referencia usado para la verificación. En este conjunto se calcula de forma similar \bar{E}_{verif} considerando el 0.15% del precio, siendo ésta una aproximación de la horquilla de precios de compra y venta (*bid-ask spread*). Por lo tanto, la regla de decisión para determinar el número de nudos es la siguiente:

- Si ambos estadísticos no son menores que el 0.15%, entonces incrementar el número de nudos hasta que lo sean.
- Si ambos estadísticos son menores que el 0.15%, entonces calcular la diferencia $\bar{E}_{min} - \bar{E}_{verif}$. Si dicha diferencia es “grande”, entonces concluimos que, probablemente, el número de nudos es demasiado alto. En cambio, si la diferencia es “pequeña” (entorno a 0.02% o 0.03% del precio), el número de nudos puede ser considerado adecuado.

Priaulet propone en su implementación excluir los bonos ilíquidos del conjunto de referencia, porque tales bonos implican típicamente estadísticos muy grandes que no persisten en el tiempo.

Por otro lado, la elección óptima de la posición de los nudos es un asunto extremadamente delicado. En este sentido, Deacon y Derry (1994) muestran que los cambios en la elección de los nudos implican cambios significativos en el nivel de la curva *forward* (de hasta de 13 puntos básicos). En los trabajos seminales sobre la estimación de la ETTI por medio de *splines* (McCulloch, 1971, 1975; y Shea, 1984) se considera que dentro de cada intervalo $[n_i, n_{i+1}]$ entre dos nudos debe haber igual número de vencimientos. Alternativamente, Priaulet (1997) señala que la elección de los nudos debería reflejar una segmentación natural en el mercado de bonos. Concretamente, para el mercado de Bonos del Tesoro francés, considera cuatro segmentos: a corto plazo (un día – un año), a medio plazo (un año – siete años), a largo plazo (siete años – diez años) y a muy largo plazo (diez años – treinta años). Finalmente, Fernández-Rodríguez (2006) ha propuesto un procedimiento de selección automática de la posición de los nudos por medio de un algoritmo genético que consigue mejorar considerablemente el ajuste de la curva *spot* y de la función de descuento.

Entre las críticas al empleo de los *splines* como procedimiento para la estimación de la ETTI, se pueden considerar las siguientes (ver Vasicek y Fong, 1982; Shea, 1985; y Fernández-Rodríguez, 2006):

- La función de descuento es muy sensible a la colocación de los nudos.
- Si se emplean demasiados nudos, la ETTI puede presentar formas muy curvadas en los vencimientos más alejados.
- La regresión por medio de los mínimos cuadrados ordinarios usada para la estimación de los parámetros da el mismo peso a los errores en los precios de los bonos con características heterogéneas tales como liquidez, *bid-ask spreads*, vencimiento, etc. Ello impone realizar correcciones por heteroscedasticidad.
- Las tasas *forward* que se derivan de los tipos *spot* o las funciones de descuento estimadas suelen ser muy inestables y oscilantes, particularmente en los vencimientos largos donde debería tender hacia una convergencia asintótica. Ello se debe a la incapacidad de los polinomios para describir comportamientos asintóticos.

Vasicek y Fong (1982) intentan evitar este último problema estimando una función de descuento por medio de un *spline exponencial* de tercer orden, es decir, una función que entre dos pares de nudos tiene la forma,

$$v(T) = b_0 + b_1 e^{-2\alpha t} + b_2 e^{-3\alpha t}.$$

Esta técnica de *splines* exponenciales en la estimación de la ETTI está descrita en el Anexo B. No obstante, Shea (1985) ha indicado que los *splines* exponenciales no producen una estimación más estable que los *splines* polinómicos, sugiriendo los B-*splines*¹⁰ para evitar la pérdida de precisión debida a la falta de observaciones al final de la curva de tipos.

¹⁰ Un B-*spline* es una función *spline* que tiene el mínimo apoyo con respecto a un determinado grado, suavidad y partición del dominio, es decir, en lugar de “seguir” los puntos de pegue entre diferentes nudos, como hace el *spline*, éste los utiliza como puntos de apoyo (ver Boor, 1978).

1.4.3.3. Modelo de Nelson y Siegel (1987).

Nelson y Siegel (1987), en su trabajo seminal, parametrizan la curva *forward* de vencimiento t de la siguiente forma,

$$f_t = \beta_0 + \beta_1 e^{-t/\tau} + \beta_2 \frac{t}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (1.9)$$

Esta especificación permite capturar con tan sólo cuatro parámetros distintas formas de la ETTI (plana, con pendiente positiva o negativa y con más o menos curvatura). Esta función *forward* (1.9) es una combinación lineal de tres funciones o *factor loadings*,

$$f_1 = 1; f_2 = e^{-t/\tau}; f_3 = \frac{t}{\tau} e^{-t/\tau} \quad (1.10)$$

donde la función f_1 es la componente a largo plazo, siendo responsable de que los tipos *forward* converjan al nivel asintótico β_0 ; también es conocida como la componente del nivel de la curva de tipos de interés. Por su parte, la función f_2 , que es monótona decreciente, representa la componente a corto plazo que regula el crecimiento ($\beta_1 < 0$) o decrecimiento ($\beta_1 > 0$) de la ETTI; también se conoce como la componente de la pendiente de la curva de tipos de interés, donde el parámetro τ describe el ritmo de crecimiento de la función f_2 . Es decir, cuanto más elevado sea τ , menor es el crecimiento de f_2 y menor el ritmo de convergencia de los tipos *forward* a nivel asintótico, y viceversa. Por último, la función f_3 es el componente a medio plazo de la ETTI que se describe por medio del parámetro β_2 ; a ésta también se la conoce como la componente de la curvatura de la ETTI. En consecuencia, si $\beta_2 > 0$ la curva *forward* tiene un máximo interior adoptando con ello un perfil cóncavo; y si $\beta_2 < 0$ la curva *forward* tiene un mínimo interior adoptando con ello un perfil convexo. En ambos casos, el parámetro τ influye en la cercanía o lejanía temporal con que se presenta el máximo o mínimo interior. En este sentido, Diebold y Li (2006) interpretan al parámetro τ como el valor que maximiza a la función f_3 , o lo que es lo mismo, el vencimiento dónde se encuentra situado el máximo interior de la ETTI.

Dada la relación entre los tipos *spot*, R_t , y los tipos *forward*, f_t , descrita por la ecuación

$$R_t = \frac{\int_0^t f(s) ds}{t},$$

los tipos *spot* consistentes con los tipos *forward* del modelo de Nelson y Siegel en la ecuación (1.9) son,

$$R_t = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{\tau}{t} (1 - e^{-t/\tau}) - \beta_2 e^{-t/\tau} \quad (1.11)$$

Reinterpretando los parámetros para la curva *spot*, se observa que $\beta_0 + \beta_1 = R_{t=0} = f_{t=0}$ es el tipo de interés instantáneo, próximo al valor gubernamental del dinero. Por otra parte, $\beta_0 = R_{t=\infty} = f_{t=\infty}$ es el tipo a muy largo plazo o tipo del bono consolidado, es decir, el valor asintótico de la estructura temporal para los tipos cupón cero y *forward* instantáneos. Por tanto, la diferencia entre la tasa instantánea a muy largo plazo y la tasa instantánea a muy corto plazo, $\beta_0 - (\beta_0 + \beta_1) = -\beta_1$, es la pendiente de la ETTI¹¹. Finalmente, el parámetro β_2 representa la curvatura de la función *spot*, y τ la velocidad de convergencia entre los tipos de interés a corto y largo plazo.

Por otra parte, dada la relación entre el tipo de descuento y el tipo *spot* mediante la expresión $\delta(t) = e^{-Rt}$, si se sustituye en la fórmula (1.11) proporciona la siguiente expresión para la función de descuento,

$$\delta(t) = e^{-(\beta_0 t + \tau(\beta_1 + \beta_2)(1 - e^{-t/\tau}) - \beta_2 t e^{-t/\tau})} \quad (1.12)$$

Finalmente, si incluimos la función de descuento (1.12) en un bono con cupón, resulta la siguiente fórmula (1.13) que permite la valoración teórica de un bono,

$$\hat{P}_i = \sum_{s=1}^m c_s \delta(t_s) = \sum_{s=1}^m c_s e^{-(\beta_0 t + \tau(\beta_1 + \beta_2)(1 - e^{-t/\tau}) - \beta_2 t e^{-t/\tau})} \quad (1.13)$$

donde, c_s es el flujo s pagado en el instante t para un activo que paga un número total de m cupones periódicos (en España es usual que los cupones sean pagados anualmente), más el valor nominal al vencimiento. Por tanto, la fórmula (1.13) permite estimar los parámetros del modelo de Nelson y Siegel a partir de los precios de mercado de los bonos. Con el fin de evitar problemas de heteroscedasticidad en la estimación, es frecuente dividir cada error entre su duración (ver Martellini *et al.*, 2003; y Díaz-Pérez *et al.*, 2009). De esta forma, los parámetros del modelo de Nelson y Siegel se estiman mediante el siguiente programa de optimización

$$\text{Min}_{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau} \sum_{i=1}^k \frac{\varepsilon_i^2}{D_i} = \text{Min}_{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau} \sum_{i=1}^k \frac{(P_i - \hat{P}_i)^2}{D_i} \quad (1.14)$$

con las restricciones $\beta_0 > 0$, $\beta_0 + \beta_1 > 0$ y $\tau > 0$. En la expresión (1.14), k representa el número de activos escogidos para ajustar la ETTI, P_i es el precio de mercado, \hat{P}_i es el precio teórico según la ecuación (1.13), y D_i es la duración de Macaulay (1938) que se desarrollará en el apartado 1.5.1. Dada la complejidad del programa (1.14), para estimar sus parámetros es preciso el empleo de metodologías no lineales.

¹¹ Debemos tener en cuenta que la pendiente en el modelo de Nelson y Siegel se interpreta de tal forma que un $\beta_1 > 0$ representa una pendiente negativa y un $\beta_1 < 0$ representa una pendiente positiva.

Según el valor que tomen los parámetros del modelo de Nelson y Siegel, $\{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau\}$, éste será capaz de generar la gran variedad de formas en la ETTI descritas anteriormente con un comportamiento asintótico adecuado tanto para la curva *spot* como para la *forward*.

Por otro lado, Svensson (1994, 1995) ha extendido el modelo de Nelson y Siegel con parámetros extra que le proporcionan gran flexibilidad, siendo capaz de modelizar curvas con más de una *joroba*. Concretamente, la función *forward* del modelo de Svensson viene dada por la expresión

$$f_t = \beta_0 + \beta_1 e^{-t/\tau_1} + \beta_2 \frac{t}{\tau_1} e^{-t/\tau_1} + \beta_3 \frac{t}{\tau_2} e^{-t/\tau_2} \quad (1.15)$$

donde los parámetros $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ y τ_1 tienen la misma interpretación que en Nelson y Siegel. Por su parte, el parámetro “extra”, β_3 , permite que la ETTI desarrolle una segunda curvatura, logrando así ajustar curvas con una mayor complejidad que con el modelo de Nelson y Siegel. Igualmente que para τ_1 , el parámetro τ_2 representa el valor que maximiza a la segunda curvatura, es decir, en este caso a la función o *factor loading* $f_4 = \frac{t}{\tau_2} e^{-t/\tau_2}$.

Siguiendo a Anderson y Sleath (2001), los modelos paramétricos de estimación de la ETTI tienen una serie de inconvenientes respecto a los no paramétricos. Su principal crítica hace referencia a que cuando se cambia una sola observación en el tramo largo, las curvas de Nelson y Siegel o Svensson pueden cambiar dramáticamente, particularmente en los vencimientos cortos. En cambio, los *splines* son más flexibles pues no adolecen de este defecto debido a la flexibilidad que introduce su forma funcional basada en segmentos individuales que pueden moverse casi de forma independiente unos de otros. Además, un problema adicional que aparece en los modelos paramétricos es la colinealidad que se presenta entre los regresores $\frac{t}{\tau_i} e^{-t/\tau_i}$ que introducirá serios problemas de estimación máximo verosímil o por mínimos cuadrados ordinarios.

1.4.3.4. *Splines* suavizadores.

Los procedimientos de ajuste de *splines* de regresión tienen el inconveniente de que al aumentar el número de nudos, si bien mejora el ajuste, se puede producir sobreparametrización y una gran tendencia a la oscilación de la curva *forward* estimada. Por tanto, parece razonable que los tipos de interés para vencimientos largos (a partir de diez años) deban ser muy similares, con la consecuente estabilidad de los tipos *forward* implícitos para vencimientos largos. Por otra parte, un reducido número de nudos puede disminuir la flexibilidad y el ajuste, obteniendo unas curvas muy poco realistas que no reflejan fielmente la información sobre la estructura de tipos de interés. En este sentido, han surgido diferentes propuestas en la literatura con el objetivo de controlar las oscilaciones en la curva estimadas. La idea principal de todos ellos ha consistido en añadir un término de penalización a la curvatura de la función *spot* o *forward* en la función objetivo a minimizar, desarrollándose así los denominados *splines suavizadores*. Los *splines suavizadores* atenúan el nivel de oscilación de la ETTI por medio de un parámetro que controla la tasa de intercambio entre la bondad de ajuste y la suavidad de la curva. En este sentido, puede destacarse el trabajo de Fisher, Nychka y Zervos (1995) quienes han considerado un método de estimación no paramétrica por medio de un modelo *spline* suavizado con la siguiente función objetivo

$$\sum_{i=1}^k (P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2 + \lambda \int_0^{t_k} (\theta''(t))^2 dt \quad (1.16)$$

donde k es el número de bonos en la muestra, t_k es el vencimiento máximo de dichos bonos y $\theta(t)$ es la función que se pretende estimar, que puede ser la función de descuento, la curva *forward* o la curva *spot*. En éstos, el nivel de oscilación de la curva se vigila por medio del parámetro λ , quien controla la tasa de intercambio entre la bondad del ajuste y la suavidad de la curva estimada. Concretamente, Fisher, Nychka y Zervos (1995) parten de un número de nudos elevado, y gracias a λ , reducen su número evitando la sobreparametrización. Así, el número de nudos no es un parámetro crucial del modelo porque se parte de *splines* con un gran número de ellos para garantizar suficiente flexibilidad y curvatura. Estos autores obtienen el número óptimo de nudos minimizando la ratio de su medida de bondad del ajuste y el número de parámetros, magnitud que ellos llamaron “*Generalized Cross Validation*” (GCV). Así se penaliza la presencia de parámetros que no contribuyen significativamente al ajuste.

De forma similar, Waggoner (1997) ha propuesto un procedimiento modificado de *splines* suavizadores que permite distinto grado de penalización ante la variabilidad de la curva a estimar según el vencimiento de los bonos. Este autor aconseja variar las penalizaciones entre vencimientos, y fijarlas de ante mano en lugar de optimizarlas sobre la propia función objetivo. Ello es conveniente porque permite que las curvas ajustadas sean más flexibles y variables en los vencimientos a corto plazo que a largo plazo. Así, la curva *forward* estimada será la que minimiza la función objetivo

$$\sum_{i=1}^K (P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2 + \int_0^{t_k} \lambda(t) (\theta''(t))^2 dt \quad (1.17)$$

siendo

$$\lambda(t) = \begin{cases} 0.1 & 0 \leq t < 1 \\ 100 & 1 \leq t < 10 \\ 1000 & t \geq 10 \end{cases} \quad (1.18)$$

donde t está medido en años y siendo $\theta(t)$ la función *forward*. Waggoner demostró que su metodología mejoraba a la propuesta por Fisher, Nychka y Zervos (1995). Finalmente, también cabría destacar el trabajo de Anderson y Sleath (1999, 2001), quienes propusieron una modificación del método de Waggoner considerando una función objetivo de la forma

$$\sum_{i=1}^K \left(\frac{P_i - \hat{P}_i(\vec{a})}{DM_i} \right)^2 + \int_0^{t_k} \lambda(t) (\theta''(t))^2 dt \quad (1.19)$$

siendo DM_i la duración modificada¹² del bono y la función $\lambda(t)$ se supone de la forma

$$\log(\lambda(t)) = L - (L - S)e^{-t/\mu}$$

donde los parámetros L , S y μ permiten que la penalización varíe con el vencimiento. Anderson y Sleath (2001) no comentan nada sobre cuáles son los valores de dichos parámetros, pero de la tabla 2 de su artículo se puede deducir que $L = \log(10,000)$, $S = 0$ y $\mu = 1.44$, aproximadamente (Yallup, 2012). En resumen, en esta metodología la diferencia entre los precios de mercado y los precios teóricos de los bonos se pondera por la inversa de la duración modificada del bono. Con ello se pretende tener en cuenta el hecho de que los errores de los precios observados de los bonos son más volátiles para vencimientos cortos.

¹² La duración modificada de un bono tiene la siguiente expresión, $D = -\frac{1}{P} \frac{dP}{dy}$ donde P es el precio de un bono e y es la TIR de dicho bono (ver Martellini *et al.*, 2003).

En resumen, las diferentes metodologías empleadas por los diferentes bancos nacionales para la estimación de la ETTI quedan reflejadas en la siguiente Tabla 1.1.

Métodos de estimación de la ETTI en diferentes países		
Banco central	Error minimizado	Procedimiento de ajuste
Bélgica	Precios ponderados	Nelson y Siegel, Svensson
Canadá	Precios ponderados	Svensson
Finlandia	Precios ponderados	Nelson y Siegel
Francia	Precios ponderados	Nelson y Siegel, Svensson
Alemania	TIR	Svensson
Italia	Precios ponderados	Nelson y Siegel
Noruega	TIR	Svensson
España	Precios ponderados	Nelson y Siegel (antes de 1995), Svensson
Japón	Precios	Smoothing splines (Fischer-Nychka-Zervos)
Suecia	TIR	Smoothing splines (Fischer-Nychka-Zervos). Antes Svensson.
UK	TIR	Smoothing splines (Anderson y Sleath). Antes Svensson.
USA	Bills: Precios ponderados Bonos: precios	Smoothing splines (Fischer-Nychka-Zervos).

Tabla 1.1. Principales errores y métodos utilizados para la estimación de la ETTI. Fuente: Bank for International Settlements, 2005

1.5. Riesgo de tipos de interés.

El riesgo de tipos de interés, conocido también como riesgo de mercado de un activo de renta fija, es un concepto que intenta valorar la posible variación del precio del activo como consecuencia de variaciones en los tipos de interés. Por ejemplo, las inversiones que ofrecen un rendimiento constante son sensibles a las fluctuaciones de los tipos de interés ya que el precio teórico de un activo de renta fija varía inversamente con aquéllas. Por consiguiente, la mayor o menor sensibilidad del precio ante las variaciones que se puedan producir en los tipos de interés de mercado dependerán de las características propias del activo, que en el caso de un bono con cupón serían el plazo de amortización, los flujos de caja y su periodicidad, entre otras. Así, si los tipos de interés descienden, el precio teórico de un bono con cupones sube incrementado la ganancia de capital para el inversor, mientras que el incremento de los tipos provoca una caída en su precio teórico, y las consecuentes pérdidas de capital.

Supongamos un inversor que desea invertir hoy sus recursos con el fin de tener disponible una determinada cantidad de dinero unos años más adelante. Si realiza su inversión en una cartera de bonos, el problema no queda plenamente resuelto debido a los cambios que se pueden producir en los tipos de interés después de que los bonos hayan sido adquiridos. En el caso de que un inversor compre un bono con un vencimiento diferente a su horizonte de inversión¹³, éste estará expuesto a un riesgo de reinversión o a un riesgo de capital. Supongamos entonces que su horizonte de inversión fuese de nueve meses. Si por ejemplo, comprase un bono cupón cero a seis meses incurrirá en un riesgo de reinversión porque, a partir del sexto mes, tendrá que reinvertir el capital resultante durante los tres meses restantes a un tipo que hoy desconoce. De igual forma, si compra un bono de idénticas características a un año incurrirá en un riesgo de pérdida de capital porque el precio al que podrá vender el bono dentro de nueve meses también es hoy desconocido. Por tanto, la única forma de que el riesgo de reinversión y el riesgo de capital se cancelen mutuamente sería comprando un bono cupón cero con vencimiento igual al horizonte de inversión, que en este ejemplo sería un bono cupón cero de nueve meses.

¹³ Conocido también como horizonte de planificación de la inversión, HPI.

A continuación, van a considerarse por separado la existencia de estos dos tipos de riesgo de mercado: el riesgo de reinversión y el riesgo de precio o de capital.

Riesgo de reinversión.

Sea un bono de precio P y una tasa interna de rendimiento (TIR) igual a y

$$P = \frac{C_1}{(1+y)} + \frac{C_2}{(1+y)^2} + \dots + \frac{C_T + N}{(1+y)^T} \Leftrightarrow$$

$$P(1+y)^T = C_1(1+y)^{T-1} + \dots + C_{T-1}(1+y) + C_T + N.$$

La anterior expresión indica que para generar la TIR prometida por un bono es necesario mantener el bono hasta su vencimiento y reinvertir los cupones al tipo y . Si una vez comprado el bono se produce un inmediato descenso en el tipo de interés hasta $y^* < y$, la TIR calculada inicialmente ya no se realizará, y el rendimiento compuesto realizado, $y_{realizado}$, que se obtiene será

$$P(1+y_{realizado})^T = C_1(1+y^*)^{T-1} + \dots + C_{T-1}(1+y^*) + C_T + N.$$

El riesgo de reinversión surge porque en la mayoría de los casos los cupones han de ser reinvertidos a unas tasas diferentes a la TIR, lo que altera el rendimiento del bono. En concreto, el impacto exacto en el rendimiento del bono producido por un cambio en la TIR es una función de los cupones y del tiempo de vencimiento que tiene dos características esenciales: cuanto mayor es el vencimiento del bono, mayor es el riesgo de reinversión; y cuanto mayor es el tipo de cupón, mayor es la dependencia del rendimiento del bono de la reinversión de los pagos de cupón.

Riesgo de precio o riesgo de pérdida de capital.

Este riesgo se resume como cuando los tipos de interés suben, el precio del bono baja y se produce una pérdida inmediata de capital, y viceversa.

Hay una interacción entre el riesgo de pérdida de capital y el riesgo de reinversión, por lo que un cambio en los tipos tiene efectos contrapuestos:

Por un lado, si los tipos caen y se mantienen, hay ganancias de capital con una inmediata apreciación en el valor de la cartera, pero las ganancias por reinversión de los cupones que produce la cartera caen pues estos crecen entonces a una tasa más lenta hasta el vencimiento.

Llamando H al horizonte temporal del inversor (tiempo que desea mantener la inversión) e y a la TIR del bono, se tendrá lo siguiente:

- Si y baja y H es pequeño: las ganancias de capital son mayores que las pérdidas por reinversión.
- Si y baja y H es grande: las ganancias de capital son menores que las pérdidas por reinversión.

Por otro lado, si los tipos suben y se mantienen, hay una pérdida de capital inmediata, pero las ganancias por reinversión que proporciona la cartera crecen más rápidamente durante el tiempo que quede hasta el vencimiento. De forma que:

- Si y sube y H es pequeño: las pérdidas de capital son mayores que las ganancias por reinversión.
- Si y sube y H es grande: las pérdidas de capital son menores que las ganancias por reinversión.

Existe, por tanto, un horizonte D tal que estos dos riesgos se cancelan mutuamente. En dicho horizonte temporal de inversión, a los inversores no les importará si los tipos suban o bajen (para pequeños cambios paralelos de la curva de tipos). Es decir, para ese horizonte D las pérdidas de capital son iguales a las ganancias por reinversión.

Suponiendo que la TIR del bono baja desde y hasta un valor y_1^* y sube hasta y_2^* , donde $y_1^* < y < y_2^*$, y llamando V_0 al valor inicial del bono; se pueden reflejar todos estos efectos en la siguiente figura

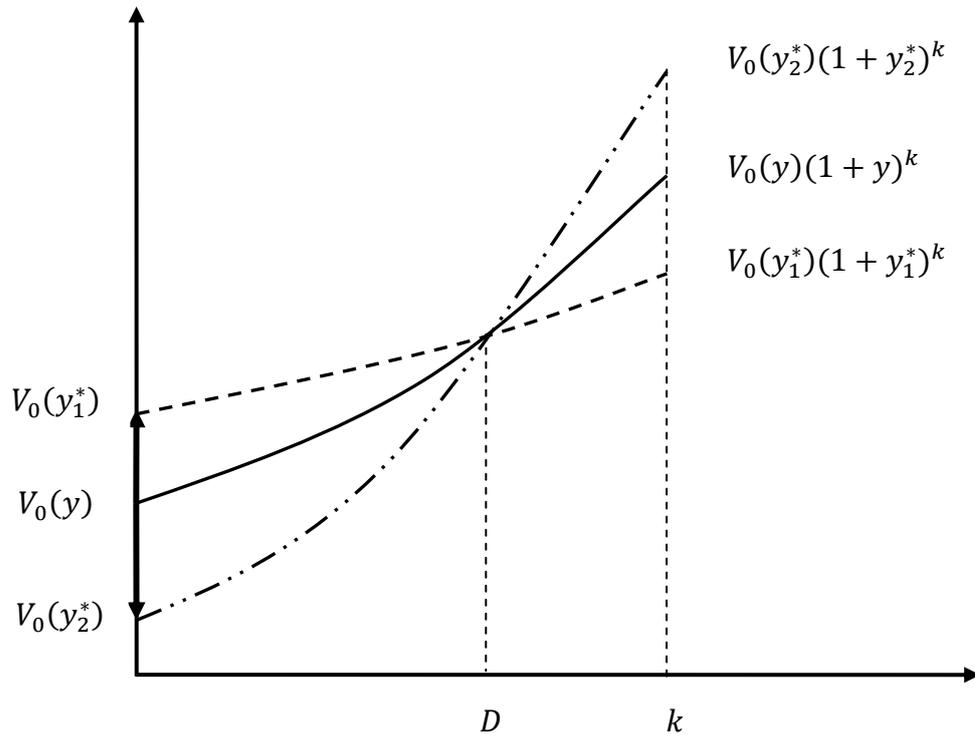


Figura 1.4. Horizonte temporal del inversor y evolución del capital.

A continuación, vamos a analizar con más detalle a dicho horizonte temporal de inversión D , el cual se conoce como Duración.

1.5.1. Duración.

Inicialmente se utilizaba la vida pendiente del título hasta su amortización (tiempo hasta el vencimiento, $T - t$) como la variable indicadora de la sensibilidad del precio del activo respecto a las variaciones de los tipos de interés. Dicha variable refleja fielmente en los bonos cupón cero el tiempo que el poseedor del bono ha invertido su dinero. Sin embargo, para bonos con cupón, el vencimiento es una medida incorrecta del tiempo en que se inmoviliza la inversión debido a los pagos de cupón. Por ello, posteriormente, se introdujo un concepto más elaborado que el tiempo de vencimiento para describir dicha sensibilidad. Este concepto se conoce como duración. Según la idea original que desarrolló Macaulay (1938), la duración de un bono es una medida del tiempo medio de espera del poseedor de un bono antes de recibir el flujo de pagos. Esta variable es clave para explicar la sensibilidad de los precios de los bonos a las fluctuaciones de los tipos de interés.

Si se considera un bono con cupón como un paquete de bonos cupón cero, la duración de Macaulay (1938) se define como un promedio ponderado de los vencimientos de los bonos cupón cero que subyacen en un bono con cupón, donde los pesos que se aplican a cada vencimiento son el valor presente de los correspondientes bonos cupón cero, usando la TIR para calcular la tasa de descuento. De manera más formal, consideremos la expresión de la TIR de un bono con cupones,

$$P = \frac{C_1}{(1+y)} + \frac{C_2}{(1+y)^2} + \dots + \frac{C_T + N}{(1+y)^T}.$$

Teniendo en cuenta la expresión anterior, la duración se define dividiendo el promedio ponderado de los vencimientos entre P de forma que la combinación lineal sea convexa,

$$D = \frac{\frac{C_1}{(1+y)} + 2 \frac{C_2}{(1+y)^2} + \dots + T \frac{C_T + N}{(1+y)^T}}{P} = \sum_{t=1}^T t \cdot w_t, \quad (1.20)$$

donde el factor que se aplica a cada vencimiento $w_t = \frac{C_t(1+y)^{-t}}{P}$ es el valor presente del correspondiente bono cupón cero entre P . De la expresión (1.20) se deriva que la duración es un valor intrínsecamente positivo, ya que todos sus elementos así lo son.

En el caso de capitalización continua, la duración de Macaulay (1938) se define como,

$$D = \sum_{t=1}^T t \cdot w_t; \quad w_t = \frac{C_t e^{-yt}}{P}, \quad (1.21)$$

igualmente consiste en una combinación lineal convexa del tiempo hasta los pagos de cupón ponderada por unos factores w_t proporcionales al valor presente de cada cupón.

Como los pesos son proporcionales a los cupones, un bono que paga inicialmente cupones bajos y cupones altos al final tendrá una duración más alta que otro bono que paga cupones altos al principio y bajos al final. Un caso especial es el de un bono cupón cero cuya duración es igual a su vencimiento.

Si un inversor compra un bono cupón cero con un vencimiento igual a su horizonte de inversión no se verá afectado por los movimientos de los tipos de interés, entonces se dice que está inmunizado ante variaciones de los tipos de interés. Por este motivo, también se puede considerar a la duración de un bono como aquel horizonte de inversión (tiempo que se desea mantener la inversión) tal que los inversores con dicho horizonte son indiferentes a que los tipos de interés suban o bajen, siempre que se produzcan pequeños cambios paralelos en la curva de tipos. En otras palabras, el riesgo de pérdida de capital es compensado por el riesgo de reinversión.

Retomando la ecuación (1.21), y considerando el precio de un bono en el instante t que paga cupones en $t_1, t_2, \dots, t_n = T$, el cual viene dado en función de la TIR por la expresión

$$P = Ne^{-y(T-t)} + \sum_{i=1}^T C_i e^{-y(t_i-t)}.$$

Si se deriva respecto a la TIR, y , se obtiene

$$\frac{dP}{dy} = -(T-t)Ne^{-y(T-t)} - \sum_{i=1}^T C_i (t_i - t) e^{-y(t_i-t)} \quad (1.22)$$

Dividiendo a continuación entre P , y teniendo en cuenta la expresión (1.21), se obtiene otra importante expresión para la duración¹⁴ conocida como duración modificada o duración relativa o sencillamente duración,

$$D = -\frac{1}{P} \frac{dP}{dy} = -\frac{P'}{P} \quad (1.23)$$

La expresión (1.23) de la duración permite obtener una aproximación del cambio porcentual en el valor del bono para pequeños movimientos en la TIR (en general de los tipos de interés) pues

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{P(y + dy) - P(y)}{P(y)} = \frac{P'(y)}{P(y)} dy + o(y) \cong -Ddy \quad (1.24)$$

La relación (1.24) indica que cuanto mayor sea la duración de un bono, mayor será su sensibilidad para un cambio dado de la TIR.

En esa misma línea se observa que en un bono cupón cero el efecto negativo que tiene sobre él una subida de tipos de interés prevalecerá durante toda la vida del bono. En cambio, en un bono con poca duración (que tenga mucho tiempo hasta el vencimiento y pague altos cupones al principio) el efecto de la subida de tipos es menor que en un bono cupón cero (con el mismo tiempo hasta el vencimiento) pues en el primero podemos reinvertir los intereses de los cupones a un tipo más elevado.

El significado de la expresión (1.24) puede resumirse señalando que si se espera un incremento en los tipos de interés, los inversores deberán recortar la duración de su cartera. Sin embargo, si se espera una bajada de tipos de interés, los inversores deberán aumentar la duración de su cartera. Ambas operaciones se pueden realizar modificando los constituyentes de la cartera de bonos, es decir cambiándolos o variando los pesos de éstos en la cartera, o a través del mercado de derivados de renta fija.

Finalmente debe observarse que la bondad de la duración como medida de sensibilidad depende de dos factores: primero, si la estructura temporal de los tipos es completamente plana, en este caso la TIR sería una representación exacta de la estructura temporal; y segundo, si la estructura temporal sólo experimenta pequeños desplazamientos paralelos.

¹⁴ En el caso de capitalización discreta, si se deriva el precio de un bono respecto de la TIR, la duración es la elasticidad cambiada de signo del precio del bono con respecto al rendimiento bruto $(1 + y)$:

$$D = -\frac{dP}{d(1+y)} \frac{(1+y)}{P}$$

Por esta razón, en la capitalización discreta suele emplearse la duración modificada que se define como

$$\frac{D}{(1+y)} = -\frac{dP}{dy} \frac{1}{P}$$

1.5.1.1. Duración de una cartera de bonos e inmunización.

Sea una cartera formada por n bonos cuyo valor es proporcional a los precios de los bonos que la conforman:

$$VC = \sum_{j=1}^n \alpha_j P_j$$

donde α_j es el número de participaciones del bono j de precio P_j y VC es el valor de la cartera. En tal caso el porcentaje de participación, o peso, de cada bono en la cartera es $w_i = \frac{\alpha_j P_j}{VC}$, con $i = 1, 2, \dots, n$ y donde $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Su duración es un operador lineal, y no es más que el promedio ponderado de las duraciones de cada uno de los bonos:

$$D_{cartera} = \sum_{i=1}^n w_i D_i \quad (1.25)$$

Aunque, la duración de un bono es una cantidad intrínsecamente positiva, en el caso de una cartera de bonos donde es posible la existencia de posiciones largas (compras) y cortas (ventas), la duración podría ser negativa o nula. Como ocurre con un banco que presta y pide prestado, y donde los flujos pueden ser positivos o negativos. En tal caso, la cartera será insensible a los movimientos de los tipos de interés, en el instante presente, cuando su duración sea cero. Debido a la linealidad que tiene la duración, este hecho es equivalente a que la duración de los activos de la cartera sea igual a la duración que tengan sus pasivos, por lo que se dice que la cartera está *inmunizada*.

Muchas estrategias de renta fija persiguen el objetivo de duración cero, por ejemplo, en la estrategia *butterfly* o mariposa donde se toma una posición vendedora en un bono de vencimiento medio y una posición compradora en dos bonos, uno de vencimiento corto y otro de largo. Por otro lado, si la cartera sólo contuviese posiciones largas, ésta se puede inmunizar haciendo que su duración iguale al HPI. En ese caso, y si la ETTI sólo sufre pequeños movimientos paralelos, el inversor asegurará desde el instante inicial el montante final de su inversión, siendo éste el resultante de capitalizar la inversión inicial a los tipos de la fecha inicial, es decir, haciendo que se cumplan los tipos de hoy al finalizar el HPI. Otra forma de decirlo sería que al inmunizar su cartera al HPI, el inversor estará cubierto, para pequeños cambios paralelos en la ETTI, frente al riesgo de capital y al riesgo de reinversión.

1.6. Estrategias de inversión y gestión de carteras de renta fija.

El proceso de gestión de una inversión para cualquier tipo de institución financiera lleva consigo cinco pasos (Fabozzi, 1993):

1. Establecer los objetivos de la inversión. Los objetivos de una inversión varían con el tipo de institución financiera. Por ejemplo, para el caso de un fondo de pensiones, el objetivo de inversión es generar suficiente flujo de caja con las inversiones de modo que se satisfagan las obligaciones de las pensiones. En cambio, para una compañía de seguros de vida, el objetivo es satisfacer las obligaciones estipuladas en las pólizas. Por su parte, en el caso de las instituciones bancarias, éstas obtienen sus fondos gracias a depósitos ordinarios, certificados de depósitos, instrumentos del mercado de dinero, o préstamos a tipo variable, siendo su objetivo el de ganar un rendimiento en los fondos invertidos que sea mayor que el coste de adquisición de dichos fondos. En todos estos casos, los objetivos están determinados fundamentalmente por la naturaleza de sus obligaciones con los perceptores de pensiones, los asegurados y los depositantes. En cambio, para las sociedades de inversión (fondos de inversión) pueden no existir tales obligaciones específicas.

2. Establecer la política de inversión. Se trata de establecer las líneas maestras de los objetivos de inversión. En este sentido, las decisiones comienzan en cómo deben ser asignados y distribuidos los fondos de la institución entre las diferentes clases de inversión: efectivo, acciones, renta fija y títulos extranjeros.

3. Seleccionar la estrategia de inversión. Las estrategias de inversión pueden clasificarse entre estrategias activas y pasivas. En las estrategias activas es esencial la especificación de las expectativas sobre los factores que influyen en el comportamiento de cada clase de activos. En cambio, las estrategias pasivas involucran unas expectativas mínimas.

4. Seleccionar los activos. La selección de unos activos específicos de renta fija requiere una cuidadosa e individualizada evaluación de cada uno de ellos, examinando sus características tales como cupones, vencimiento, duración, convexidad, calidad crediticia u opciones inmersas. El recopilar esta información puede ayudar a encontrar activos mal valorados.

5. Evaluar el desempeño o *performance* de la inversión. Una inversión precisa comparar sus rendimientos obtenidos con alguna otra cartera de referencia, la cual se denomina *benchmark*.

1.6.1. Fuentes de rendimiento en activos de renta fija.

En este apartado se analizan las fuentes de rendimiento de los activos de renta fija y su relación con la ETTI (Navarro *et al.*, 2001). La fórmula de valoración de un bono que paga n cupones, y cuyo valor facial es la unidad, responde a la expresión,

$$P = \frac{C}{(1 + R_1)} + \frac{C}{(1 + R_2)^2} + \dots + \frac{C + 1}{(1 + R_n)^n}$$

A partir de ésta, se puede considerar que un activo de renta fija tiene tres fuentes de rentabilidad: 1) la renta procedente de los pagos de cupones, 2) la renta procedente de la reinversión de los cupones y 3) las ganancias o pérdidas de capital debidas al cambio de precio en el bono. Si no se produce la quiebra del emisor del bono, la primera de las fuentes de rentabilidad se conoce con certeza, en cambio, las otras dos fuentes son inciertas y dependen de cambios en los tipos de interés. Por un lado, las ganancias o pérdidas de capital dependerán de la evolución de los tipos de interés, a menos que el inversor desee mantener el bono hasta su vencimiento. Por otro lado, la renta procedente de la reinversión de los cupones será siempre incierta, y nadie garantiza al inversor poder obtener la TIR inicial del bono. Aunque el nivel de tipos permanezca inalterado sobre el HPI, el precio de un bono puede subir o bajar debido a la convexidad y a la estrategia de *cabalgamiento* (*roll down return*), que son sensibles a cambios en la forma de la ETTI. Esta estrategia de *cabalgamiento* basa sus ganancias en la caída de los rendimientos, típica de un bono que se acerca a su vencimiento. Dado que bajo circunstancias normales la ETTI tiene una estructura creciente, si esta forma creciente no cambia con el paso del tiempo, cuando el bono se acerca a su vencimiento, el precio del mismo aumentará por efecto de la caída de su rendimiento. Así, la compra de bonos de largo vencimiento puede producir ganancias de capital con el paso del tiempo si la ETTI mantiene su inclinación, siendo este efecto más acusado en la medida que la ETTI sea más empinada.

Otra posible fuente de beneficios es el coste neto de financiación (*carry*) de la operación, que es la diferencia entre el cupón pagado por el bono y el interés pagado para financiar la posición. Así pues, un coste neto de financiación positivo es un colchón frente a las pérdidas derivadas de las caídas del precio de los bonos (subidas de tipos). Por el contrario, un coste neto de financiación negativo significa que la posición puede perder dinero incluso si aumenta el precio del bono.

1.7. Gestión de inversión en carteras de renta fija.

Para construir una cartera, un gestor de renta fija puede elegir, a la hora de seleccionar su estrategia de inversión, entre estrategias activas o pasivas. En una estrategia activa, los gestores pueden sacar ventaja en la gestión de carteras de su información, de la técnica empleada o de su habilidad para predecir los tipos de interés o detectar ineficiencias del mercado. En cambio, en una estrategia de inversión pasiva, los gestores aceptan los precios del mercado de los títulos como adecuados, y suponen plena eficiencia¹⁵ en el mercado. En este tipo de estrategias, los gestores no intentan batir al mercado explotando su habilidad o mejor información; simplemente, intentan mantener un equilibrio apropiado riesgo-rentabilidad según las circunstancias del mercado, controlando al mismo tiempo el riesgo de tipo de interés en sus carteras de renta fija.

1.7.1. Estrategias pasivas de inversión.

Existen dos procedimientos clásicos de gestión pasiva de una cartera de renta fija con el fin de cubrir el riesgo de interés (ver Martellini *et al.*, 2003; Fabozzi, 1993; Navarro *et al.*, 2001, entre otros): el emparejamiento de activos y pasivos (*cash-flow matching*); y la estrategia inmunizadora cuyo objetivo es aislar la cartera del riesgo de tipo de interés.

1.7.1.1. Correspondencia entre flujos de tesorería: *cash-flow matching*.

La estrategia de correspondencia entre los flujos de tesorería o emparejamiento de activos y pasivos es una estrategia de inversión pasiva que persigue la construcción y mantenimiento de una cartera de bonos, también conocida como *dedicated portfolio*, que tenga una estructura de flujos de tesorería que se corresponda con la estructura de la corriente futura de pagos. Dicho de otra forma, se trata de intentar emparejar las deudas con las inversiones, igualando las posiciones cortas en bonos con las posiciones largas en bonos, de modo que los cupones en las posiciones largas sean idénticos en tamaño y ritmo a los pagos requeridos por sus responsabilidades. Por ello, en esta estrategia los bonos cupón cero juegan un papel muy importante.

¹⁵ La hipótesis de eficiencia de los mercados afirma que un mercado de valores es eficiente cuando la competencia entre los distintos participantes que intervienen en el mismo conduce a una situación de equilibrio en la que el precio de mercado de un título constituye una buena estimación de su precio teórico o intrínseco. Los precios de los títulos de crédito que se negocian en un mercado financiero eficiente reflejan toda la información, pública y privada, existente y se ajustan total, y rápidamente, a la nueva información.

1.7.1. 2. Inmunización.

Una estrategia alternativa de inversión pasiva consiste en construir una cartera de posiciones largas en bonos cuya duración iguale a la duración de la cartera de responsabilidades de pago. Este sería el problema de la inmunización simple de Fisher y Weil (1971), el cual consiste en la formación de una cartera de renta fija que asegure una rentabilidad al menos tan grande como la que se habría obtenido si durante el horizonte temporal de la inversión se verificase la curva de tipos de interés implícitos observada al construir la cartera, con independencia de las fluctuaciones de los tipos de interés. Dicho de forma más simplificada, debe asegurarse una rentabilidad al menos tan grande como la que se habría obtenido si la curva de tipos se mantuviese inalterada durante el horizonte temporal de la inversión.

El teorema de Fisher y Weil (1971) afirma que si para un instante t entre los instantes iniciales y finales de la inversión, $t_0 < t < T$, la ETTI solo sufre desplazamientos paralelos¹⁶, una cartera de flujos no negativos está inmunizada en el instante t_0 si su duración D_{t_0} es igual al horizonte temporal de la inversión $T - t_0$.

Dado que para proceder a la inmunización instantánea de una cartera de bonos es preciso recurrir a posiciones cortas en bonos, considérese una cartera de bonos donde existen posiciones largas y cortas, tal como ocurre con un banco donde tienen una cartera de pasivos con vencimientos a la vista (depósitos) y una cartera de activos con vencimientos de veinte ó treinta años (préstamos hipotecarios). En tal caso, tiene sentido buscar una composición adecuada de la cartera de bonos de modo que quede inmunizada en el instante presente contra las variaciones de los tipos de interés, de modo que su valor sea insensible a los desplazamientos paralelos de la curva de tipos de interés en ese instante.

¹⁶ Si se denomina $i(t)$ a la tasa instantánea *forward* compuesta de forma continua, para un instante de tiempo futuro t , el cambio que sufre $i(t)$ es de la forma $i_b(t) = i_a(t) + \Delta$ donde Δ puede tomar valores tanto positivos como negativos, pero ha de ser el mismo para todo t .

Limitaciones de la inmunización mediante la duración.

La inmunización basada en la duración debe ser empleada con cautela por dos razones: la primera es que se suponen desplazamientos paralelos en la curva de tipos, no obstante, históricamente los movimientos en los intereses a corto tienden a ser mayores que los movimientos a plazos más largos; y segunda, mediante el uso de la derivada primera del desarrollo de Taylor, tal como hace la duración, sólo se puede dar cuenta del efecto sobre los precios de pequeños cambios en la TIR del bono. Por lo que para considerar el efecto de movimientos mayores, se debe tener en cuenta la derivada segunda (convexidad).

Entre las diversas formas clásicas de corregir las limitaciones que tiene la estrategia pasiva de la inmunización de una inversión, cabe citar:

- **Estrategias de inmunización dinámica.**

Con el transcurso del tiempo y el pago de los cupones, o el vencimiento de algún activo, la duración de una cartera se verá afectada sin remedio. Por ello, las estrategias de inmunización dinámica persiguen que la duración de la cartera al comienzo de cada periodo planificador sea igual al tiempo restante del periodo al que se planifica la inversión. Por ejemplo, si el periodo planificador es inicialmente T , el inversor coloca hoy, $t = 0$, sus fondos en una cartera de duración igual a T , $D = T$. En el periodo siguiente ($t = 1$), la duración de la cartera habrá de ajustarse de modo que el periodo planificador sea igual a $T - 1$. En general, transcurridos t periodos habrá de ajustarse de modo que aquél sea igual a $T - t$. En la práctica, se reajusta la duración de la cartera cada vez que cualquier activo de la misma genere algún flujo, como por ejemplo, en cada pago de cupón o cuando algún activo de la cartera llegue al vencimiento.

- **Convexidad.**

A la hora de afrontar las limitaciones de la inmunización mediante la duración, el procedimiento más efectivo, por su simplicidad, consiste en considerar el término de segundo orden en el desarrollo de Taylor de la función que relaciona el incremento del precio de un bono frente al incremento de la TIR. Con ello se obtiene una medida del error de cobertura del proceso de inmunización, mediante la duración, que se llama convexidad.

Si se representa el precio de un bono cupón cero hasta su vencimiento frente a su TIR, tanto en el supuesto de capitalización discreta, donde $P = \frac{1}{(1+y)^T}$, como en el de capitalización continua, donde $P = e^{-yT}$, es fácil observar cómo varía dicha relación con el tiempo de vencimiento. Por ejemplo, en las gráficas de la siguiente Figura 1.5, se observa que el precio de los bonos al descuento (cupón cero) a treinta años tiene una pronunciada curvatura (a). Ello implica que la sensibilidad del precio del bono a los cambios en la TIR no es constante. En cambio, para los bonos a dos años, su precio es una función casi lineal de la TIR (b).

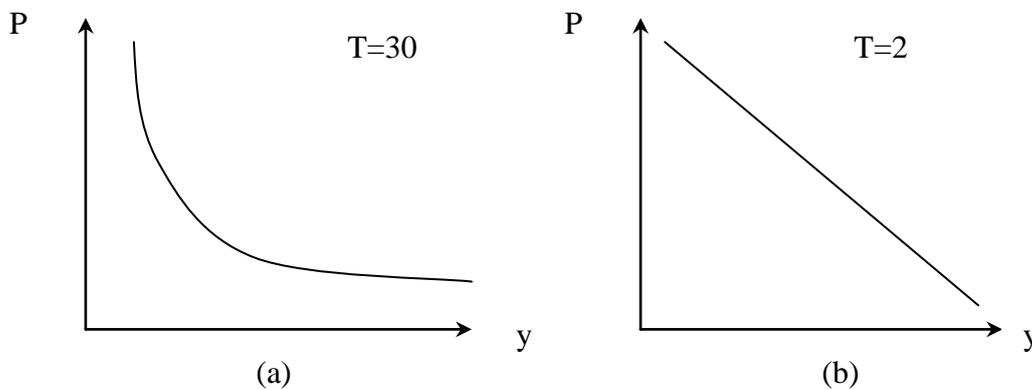


Figura 1.5. Sensibilidad del precio de un bono frente a su TIR.

Estas gráficas señalan una serie de importantes propiedades de la relación del precio de un bono con respecto a su TIR, y , y cómo puede cambiar la volatilidad del precio de los bonos que no tienen opciones inmersas en función de su vencimiento. Así, a través de estas gráficas puede observarse que:

1. Aunque el precio de los bonos se mueve en dirección opuesta a los cambios en el tipo de interés, el porcentaje de cambios no es el mismo para todos los bonos.
2. Para pequeños cambios en los tipos de interés, el cambio en el precio de un determinado bono es el mismo, con independencia de que los tipos asciendan o descendan.
3. Para grandes cambios en los tipos, el cambio en el precio no es el mismo para un incremento en los tipos que para un descenso. Concretamente, el incremento de los precios de los bonos con una bajada de los tipos es superior al descenso de los precios de los bonos con una subida de tipos, es decir, para un cambio grande en los tipos de interés, la apreciación del precio de los bonos será mayor que la depreciación.

La explicación del comportamiento asimétrico de los bonos que se describe en esta última propiedad aludida se debe a la forma convexa de la relación precio/tipo de interés que presentan los bonos sin opciones inmersas. Dicha convexidad aumenta con el tiempo hasta el vencimiento, y vendrá recogida en la derivada segunda del precio respecto al tipo de interés.

Tal como se advertía, la inmunización basada en la duración debe ser empleada con cautela porque supone pequeños desplazamientos paralelos en los tipos de interés. Por el contrario, la convexidad ayuda a ampliar la perspectiva de la inmunización pues constituye una medida del error de cobertura en un proceso de inmunización. Es decir, si se produce un cambio instantáneo en los tipos de interés, un bono con convexidad cero se comportará en línea con su duración. Por el contrario, en un bono con convexidad positiva, se espera que su comportamiento mejore el cambio que pronostica su duración.

De modo más formal, considérese el desarrollo de Taylor del precio de un bono en relación a su TIR

$$\Delta P(y) \cong \frac{dP}{dy} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{d^2 P}{dy^2} (\Delta y)^2, \quad (1.26)$$

Si se dividen ambos miembros entre P , se obtiene el cambio relativo en el valor del precio del bono

$$\frac{\Delta P(y)}{P} \cong \frac{1}{P} \frac{dP}{dy} \Delta y + \frac{1}{2} \frac{1}{P} \frac{d^2 P}{dy^2} (\Delta y)^2.$$

A partir de esta expresión se define la convexidad relativa, o más sencillamente la convexidad de un bono como

$$\kappa = \frac{1}{P} \frac{d^2 P}{dy^2}$$

donde, para el caso de capitalización discreta esta expresión adopta la forma de

$$\kappa = \frac{1}{P} \frac{d^2 P}{dy^2} = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{C_t t(t+1)}{(1+y)^{t+2}} + \frac{T(T+1)N}{(1+y)^{t+2}}}{P} \quad (1.27)$$

con

$$P = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+y)^t} + \frac{N}{(1+y)^T}.$$

Asimismo, para el caso de capitalización continua la expresión de la convexidad adopta la forma

$$\kappa = \frac{1}{P} \frac{d^2 P}{dy^2} = \frac{(T-t)^2 N e^{-y(T-t)} + \sum_{i=1}^T C_i (t_i - t)^2 e^{-y(t_i-t)}}{P}.$$

Como caso particular, la convexidad de un bono cupón cero, en el supuesto de capitalización discreta, es

$$\kappa = \frac{T(T+1)}{(1+y)^2}$$

donde dicha convexidad es creciente con el tiempo hasta el vencimiento, T , y decreciente con el tipo de interés, y , tal como puede comprobarse fácilmente estudiando el signo de sus derivadas parciales:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial T} = \frac{2T+1}{(1+y)^2} > 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial \kappa}{\partial y} = \frac{-2(1+y)T(T+1)}{(1+y)^4} < 0$$

En resumen, la convexidad permite añadir una aproximación de segundo orden que considere el impacto relativo en el precio del cambio en la TIR, siendo entonces la expresión que recoge el valor relativo de dicho impacto la siguiente

$$\frac{\Delta P(y)}{P} \cong -(Duracion)\Delta y + \frac{1}{2}(Convexidad)(\Delta y)^2$$

Convexidad de una cartera de bonos.

Al igual que con la duración (ver apartado 1.5.1.1), la convexidad relativa es un operador lineal, por tanto, la convexidad de una cartera formada por n bonos en la misma moneda con pesos w_i es la suma ponderada de las convexidades relativas de cada bono, es decir,

$$Convexidad_{cartera} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot Convexidad_i$$

con $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

Críticas a la convexidad.

La convexidad juega también un papel importante en la inmunización de una cartera. Igual que la gamma es una medida de la estabilidad de la delta de una opción, la convexidad es una medida de la estabilidad de la duración. De forma que una convexidad alta significa que un desplazamiento en la estructura temporal de tipos de interés tendrá un efecto relativamente grande en la duración de un bono. Así, un gestor de inversiones que tuviese inmunizada su cartera, pero tal que la convexidad de las posiciones cortas y largas de los bonos no se igualase, debería esperar que tras un gran desplazamiento en los tipos de interés la cartera dejara de estar inmunizada.

Igualmente, la convexidad puede resultar perjudicial si existe incertidumbre sobre cómo evolucionará la curva de tipos de interés. Este hecho es debido a que el efecto de los cambios de la pendiente de la ETTI en la duración de un bono será mayor cuanto mayor sea la convexidad. Esto se produce porque una mayor convexidad implica una dispersión mayor de los flujos de caja. Por ello, esa mayor convexidad implicaría que existe una mayor incertidumbre sobre cómo la duración del bono se comporta cuando se produzcan cambios no paralelos en la curva de tipos de interés. En definitiva, el éxito de las estrategias de cobertura basadas en la duración y la convexidad depende de dos factores cruciales: primero, que la ETTI pueda considerarse plana; y segundo, que sus desplazamientos sean paralelos.

1.7.2. Estrategias activas de inversión.

En una estrategia de inversión pasiva los gestores aceptan los precios del mercado de los títulos como adecuados y suponen plena eficiencia en el mercado. Dicho de otra forma, los gestores no intentan batir al mercado explotando su habilidad o mejor información; simplemente buscan mantener un equilibrio apropiado entre el riesgo y la rentabilidad, según las circunstancias del mercado. En este sentido, el procedimiento clásico de gestión pasiva es una estrategia inmunizadora, ya explicada anteriormente, que tiene como objetivo aislar la cartera del riesgo de tipo de interés. En cambio, en las estrategias activas, los gestores pueden sacar ventaja en la gestión de carteras de su información, de la técnica empleada, de su habilidad para predecir los tipos de interés o detectar ineficiencias del mercado.

Un gestor de carteras que persiga una estrategia de inversión activa tomará posiciones en su cartera con el fin de capitalizar sus expectativas sobre la futura evolución de los tipos de interés. Asimismo, el mercado en su conjunto también tiene unas expectativas sobre los futuros tipos de interés que se manifiestan en el precio de mercado de los bonos. Por tanto, el resultado de una estrategia activa no sólo dependerá de que sea capaz de anticiparse al mercado sino también de la medida en que sus expectativas difieran de las del resto de agentes que constituyen el mercado. Siguiendo a Martellini *et al.* (2003) hay dos tipos de estrategias activas:

- **Tomar posiciones derivadas de las predicciones sobre los tipos de interés (*market timing*).** Estas estrategias utilizan las previsiones de los tipos de interés con el fin de predecir los movimientos del mercado de bonos.
- **Tomar posiciones sobre las ineficiencias observadas en el mercado (*bond picking*).** Estas estrategias buscan identificar los sectores particulares del mercado que tienen un precio relativamente bajo.

A continuación, se examinarán con más detenimiento los diferentes tipos de estrategias activas.

1.7.2.1. Tomar posiciones derivadas de las predicciones sobre los tipos de interés.

En una cartera de renta fija existen tres fuentes para la obtención de rendimientos: la renta procedente de los pagos de cupones, la renta procedente de la reinversión de los cupones y las ganancias o pérdidas de capital debidas al cambio de precio en el bono.

A su vez, los diversos cambios que pueden afectar a estas fuentes de rendimiento son los cambios en el nivel de los tipos de interés, en la forma de la curva de rentabilidades, en el *spread* de rentabilidades entre los diferentes sectores de bonos, en el *spread* de rentabilidades para un bono en particular, y en la asignación de activos dentro de un sector de bonos.

La Tabla 1.2 muestra diversos factores de riesgo y tipos de apuestas predictivas que se pueden realizar frente al cambio de dichos factores. Asimismo, muestra los posibles escenarios predictivos en estrategias activas de renta fija basadas en las predicciones sobre los futuros movimientos de los tipos de interés.

Exposición al riesgo	Tipo de apuesta	Escenario predictivo
Duración	Dirección del mercado	Alcista/bajista
Cambio no paralelo en la ETTI	Pendiente	Empinamiento/aplanamiento
Combinación	Dirección+pendiente	Alcista/bajista y empinamiento
Combinación	Dirección+pendiente	Alcista/bajista y aplanamiento
<i>Spread</i>	País/calidad crediticia	Ampliar, reducir

Tabla 1.2. Fuentes de exposición, tipo de apuesta y escenario. Fuente: Martinelli *et al.* (2003)

Igualmente, en la selección de una estrategia los inversores pueden tener diferente actitud frente al riesgo. Este hecho lleva a considerar diferentes formas de negociación:

- Negociación básica, representando inversores de riesgo neutro con objetivos centrados en el rendimiento total como ocurre con los fondos de pensiones, compañías de seguros y bancos comerciales.
- Negociación conservadora, realizada por inversores más aversos al riesgo con objetivos de acumulación de renta.
- Negociación arriesgada, realizada por inversores con un perfil de riesgo elevado y con objetivos de ganancias de capital como los *hedge funds*.

1.7.2.2. Tomar posiciones sobre las ineficiencias observadas en el mercado.

Los gestores pueden hacer algunas apuestas sobre los cambios en la curva de tipos de interés o sobre un segmento particular de aquélla. En este sentido, podemos definir cuatro principales tipos de apuestas:

- a) Sobre la ausencia de cambios en la curva de tipos de interés,
- b) sobre el nivel de los tipos de interés,
- c) basadas en la pendiente de los tipos de interés,
- d) basadas en movimientos de la curvatura de los tipos de interés.

Estas apuestas se materializan en alterar la composición de la cartera en relación a un índice amplio del mercado de bonos que se utiliza como *benchmark*¹⁷. En consecuencia, al suponer que el índice representa al mercado, estas apuestas intentan aprovechar diversas ineficiencias de aquél. En definitiva, son apuestas sobre errores que puede estar cometiendo el mercado en su valoración.

A continuación, se examinan cada una de ellas con más detenimiento.

¹⁷ Las estrategias inmunizadoras pueden ser un buen *benchmark*, puesto que éstas intentan replicar el comportamiento del mercado.

1.7.2.2.1. Estrategias sobre la ausencia de cambios en la curva de tipos de interés.

La estrategia de comprar un activo de renta fija de tiempo hasta el vencimiento muy largo y venderlo antes de su vencimiento suele denominarse estrategia de *cabalgar sobre la curva de tipos* (*riding the yield curve*). Así, si la curva de tipos es relativamente creciente, y los tipos de interés se mantienen estables en el futuro, un gestor de inversión puede beneficiarse de cabalgar la curva de tipos de interés respecto a la estrategia de comprar y mantener instrumentos a corto plazo hasta el vencimiento. La razón para que se prefiera esta estrategia es la siguiente:

Si la curva de tipos de interés tiene una pendiente positiva y se supone que dicha pendiente se mantendrá en el futuro, un inversor puede ganar dinero comprando activos de renta fija con vencimientos superiores al horizonte temporal de inversión y venderlos para beneficiarse de los rendimientos descendentes de los bonos (y consiguiente aumento de su precio) que se producirá con el paso del tiempo cuando decrezcan los vencimientos de los bonos. Por ejemplo, si el inversor compra hoy bonos a dos años con precio P_2 , y suponiendo que la actual curva de tipos de interés se mantenga dentro de un año, estos bonos tendrán un vencimiento de un año y un precio $P_1 > P_2$ porque $y_1 < y_2$.

El éxito de este tipo de estrategias contradice la teoría de las expectativas, ya que, si la teoría de las expectativas es cierta, una curva de tipos de interés con pendiente creciente indica que los futuros tipos de interés a corto plazo subirán. Por tanto, un inversor no obtendrá rendimientos superiores comprando bonos de alto vencimiento, en lugar de bonos de corto vencimiento. Sin embargo, la teoría de las expectativas puede no funcionar perfectamente en la práctica. Con respecto a ello, existe una amplia discusión académica sobre si la estrategia de cabalgar sobre la curva de tipos de interés es rentable o no (ver Martellini *et al.*, 2003, pág. 235).

1.7.2.2.2. Estrategias sobre el nivel de los tipos de interés.

Las estrategias basadas en los cambios en el nivel de los tipos de interés suponen que existe un solo factor que origina todos los movimientos de la curva de tipos de interés por lo que la ETTI sólo se verá afectada por dos posibles desplazamientos paralelos, uno creciente y otro decreciente.

Un gestor convencido de que puede predecir con precisión el nivel futuro de los tipos de interés alterará la sensibilidad de su cartera ante los cambios en los tipos de interés. Así, incrementará (reducirá) la duración de la cartera ante expectativas de caídas (subidas) de los tipos, en relación a su *benchmark*:

Expectativas de caída de tipos de interés.

Si el inversor tiene expectativas de que caerá el nivel de los tipos, teniendo en cuenta que

$$\frac{\Delta P}{P} \cong -Ddy,$$

podría apostar por un aumento de las ganancias de capital alargando la duración de la cartera. Este cambio de la duración de una cartera puede realizarse cambiando sus bonos por otros de modo que se alcance el nuevo objetivo de duración para la cartera.

Expectativas de subida de tipos de interés.

Si el inversor tiene expectativas de que el nivel de los tipos subirá puede apostar por aumentar las ganancias de capital acortando la duración de la cartera. En este aspecto, existen diversas formas de alterar la duración de una cartera, de entre las cuales, las formas más típicas son la compra o venta de bonos, el uso de *swaps* sobre tipos de interés, y comprar o vender futuros sobre tipos de interés.

Hay que observar que la literatura académica no sostiene la visión de que los tipos de interés puedan ser predichos de manera que pueda obtenerse, de forma consistente, un exceso de rendimiento sin incrementar el riesgo. Además, existe una tendencia por parte de ciertos gestores a realizar apuestas sobre la evolución de los tipos de interés para ocultar, en los periodos finales del horizonte de inversión, los *performances* de la inversión inferiores al *benchmark*. Una forma de evitar este tipo de juegos por parte de los clientes es imponer restricciones sobre la cuantía en que la duración de la cartera puede variar en relación al *benchmark*.

1.7.2.2.3. Estrategias basadas en cambios específicos de la curva de tipos de interés.

Históricamente se han observado tres tipos de desplazamientos en la ETTI: paralelos, cambios en la pendiente y cambios en la curvatura. Los desplazamientos paralelos son aquéllos donde el cambio en la rentabilidad para todos los vencimientos es el mismo. No obstante, la curva de tipos puede estar potencialmente afectada por otros dos desplazamientos no paralelos, universalmente reconocidos en la literatura, como son los desplazamientos en la pendiente y en la curvatura de la ETTI.

Los cambios en la pendiente se refieren al aplanamiento o escarpamiento de la curva de tipos de interés. En la práctica, existen varias formas de obtener la pendiente de la curva de tipos. Por un lado, se mide como el *spread* existente entre algún rendimiento de largo vencimiento, como el tipo de interés a diez ó treinta años, y un rendimiento de corto vencimiento, como el tipo de interés a tres meses o a un año. Donde el aplanamiento indica que el *spread* disminuye y el escarpamiento que aumenta. Por otro lado, se puede extraer la pendiente de la ETTI a través de algún modelo de estimación de la ETTI, como por ejemplo el modelo de Nelson y Siegel (1987), donde el parámetro β_1 en la ecuación (1.9) representa a la pendiente de la ETTI.

El otro tipo de desplazamiento no paralelo se refiere a cambios en la curvatura, también denominado desplazamiento en mariposa (*butterfly*). Ésta se puede obtener como la diferencia entre dos veces el tipo a medio plazo, como puede ser el rendimiento a dos años, menos un rendimiento de corto vencimiento y menos un rendimiento de largo vencimiento (ver Diebold y Li, 2006; Diebold, Rudebusch y Aruoba, 2006). Asimismo, se puede hacer uso del parámetro del modelo de Nelson y Siegel (1987) que representa la curvatura, en este caso β_2 en la ecuación (1.9) del apartado 1.4.3.3.

En este sentido, cabría destacar el trabajo de Jones (1991), quien analiza los tipos de desplazamiento en la ETTI entre 1979 y 1990. Jones observa que los tres tipos de desplazamientos no son independientes, siendo los dos tipos más comunes de desplazamiento de la ETTI¹⁸:

- Un desplazamiento hacia arriba combinado con un aplanamiento (presentan una correlación de 0.41).
- Un desplazamiento hacia abajo combinado con un escarpamiento.

¹⁸ Todo ello para ETTIs separadas en el tiempo como mínimo dos años.

Además, Jones (1991) encuentra que el desplazamiento hacia arriba combinado con un aplanamiento está correlacionado con una mariposa positiva (menor curvatura). Por otra parte, un desplazamiento hacia abajo combinado con un escarpamiento está correlacionado con una mariposa negativa (mayor curvatura). Este autor también ofrece evidencia empírica de la importancia de los cambios en la ETTI para la determinación de los Bonos y Letras del Tesoro en varios sectores de vencimiento. Así, encuentra que los desplazamientos paralelos y los torcimientos de la ETTI son responsables del 91.6% de los rendimientos del Tesoro, el 3.4% de los rendimientos es atribuible a desplazamientos en mariposa y el resto a factores desconocidos. Tales resultados son consistentes con los ofrecidos por Litterman y Scheinkman (1991).

Por tanto, las estrategias basadas en el comportamiento de la ETTI requieren una predicción de la dirección del desplazamiento y una predicción sobre el tipo de torsión. En este respecto, se podría observar como dos carteras con la misma duración pueden comportarse de forma muy diferente ante el mismo desplazamiento en la ETTI. Por lo que, el factor clave es el espaciamiento del vencimiento de los bonos dentro de la cartera que puede emplearse para controlar el riesgo ante desplazamientos de la ETTI. El otro factor clave que afecta el comportamiento de la cartera es la magnitud del desplazamiento de la curva de tipos.

Las diferentes estructuras de vencimiento empleadas en la construcción de una cartera se corresponderán con diferentes estrategias de posicionamiento, según las expectativas de los inversores, ante posibles desplazamientos de la curva de tipos de interés, tomando posiciones respecto a ciertos vencimientos a lo largo de todo el espectro. En este sentido, existen cuatro estrategias clásicas denominadas *bullet*, *barbell*, *ladder* y *butterfly*. Cada una de ellas tendrá diferente comportamiento en función del tipo y magnitud del desplazamiento que sufra la ETTI, por lo que no se puede decir de antemano cuál es la estrategia óptima. También hay que observar que dos estrategias que tienen la misma duración pueden dar lugar a diferente desempeño o *performance* si no tienen la misma convexidad, dependiendo también de la magnitud de los cambios que se produzcan en la ETTI.

Para reflejar lo anterior, supongamos dos carteras, que llamaremos cartera A y cartera B, iguales en todos los aspectos excepto en la convexidad, es decir, ambas carteras tienen igual duración y valor en el instante inicial, $t = 0$, pero la cartera B tiene mayor convexidad que la cartera A. En la siguiente Figura 1.6, se muestra la variación en el valor de ambas carteras ante grandes desplazamientos en los tipos de interés, específicamente, ante un aumento en los tipos desde y^0 a y' , y ante un descenso en los tipos desde y^0 a y'' , es decir, $y'' < y^0 < y'$ siendo y^0 el tipo de interés en el instante inicial.

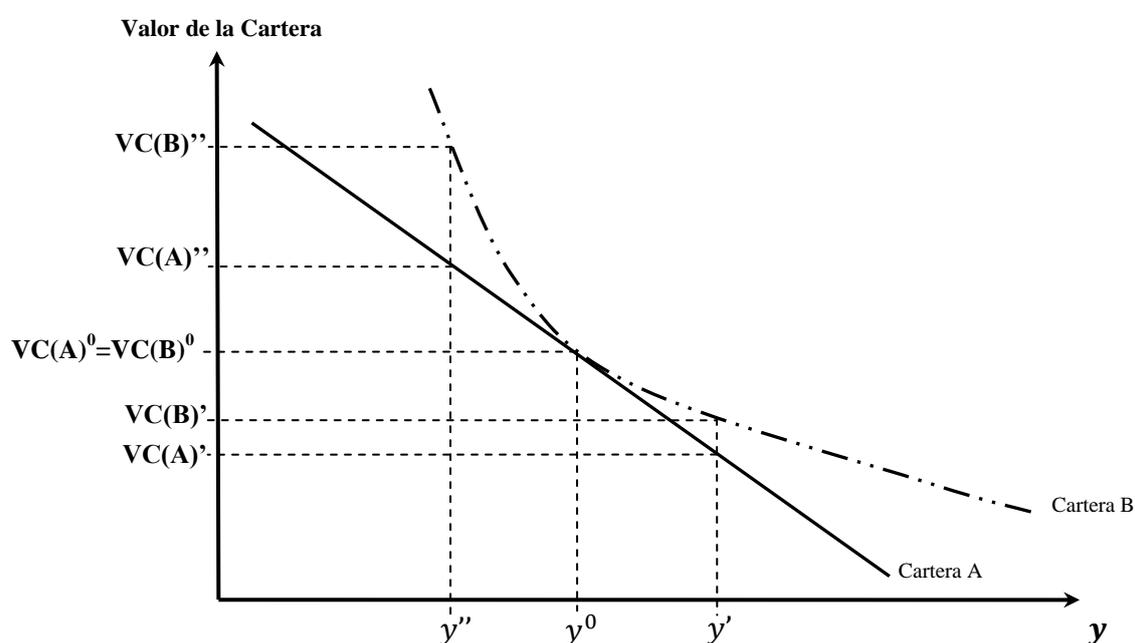


Figura 1.6. Evolución en el valor de las carteras ante cambios en los tipos de interés.

Como se puede observar en la Figura 1.6, la cartera B siempre estará mejor que la cartera A ante cualquier movimiento de los tipos de interés. Por tanto, dos carteras con igual duración y valor, pero con diferentes convexidades, obtendrán diferente *performance* ante grandes cambios en los tipos de interés. Concretamente, la cartera con mayor convexidad siempre superará a la de menor convexidad.

Estrategia *bullet*.

La estrategia *bullet* (*cuerpo de la mariposa*) consiste en concentrar la inversión en un vencimiento particular, usualmente vencimiento medio, de la curva de tipos de interés. Si dicha *bullet* es neutral a la duración tendrá la misma exposición al riesgo del mercado que el *benchmark*. En cambio, si su duración difiere de la del *benchmark*, el *bullet* sería una apuesta sobre la dirección del mercado. Por tanto, el punto de vencimiento seleccionado del *bullet* afectará al *performance* de la cartera dependiendo del tipo de desplazamiento en la ETTI, (Martellini *et al.*, 2003).

Estrategia *barbell*.

La estrategia *barbell* (alas de la mariposa) consiste en concentrar la inversión en los vencimientos a corto plazo y a largo plazo de la curva de tipos de interés (Martellini *et al.*, 2003). Esta estrategia puede construirse de modo que sea neutral a la duración en relación al *benchmark* objetivo.

Los bonos a largo plazo de la *barbell* tienen un alto interés, mientras que los bonos a corto plazo aseguran que se tendrá la oportunidad de reinvertir en cualquier otro producto si hay una bajada de tipos de interés. De forma que si se produce un desplazamiento en la ETTI, una *barbell* tendrá un rendimiento total en un horizonte dado bastante diferente de las respectivas carteras de vencimiento a corto y a largo plazo por separado. Así, si se compara a la *barbell* con la *bullet* se suele observar que una cartera *bullet* tiene un mejor comportamiento que una *barbell* de la misma duración en un entorno de apuntamiento de la ETTI debido a la convexidad, aunque en realidad su comportamiento relativo depende de cómo es el desplazamiento de la ETTI y de su magnitud. De modo intuitivo, es mejor tener más convexidad que menos, como se ha reflejado en la Figura 1.6. Sin embargo, el mercado encarece los bonos de mayor convexidad haciendo que disminuya su rendimiento. En la práctica, el beneficio de la convexidad depende de la magnitud del cambio en los rendimientos. Tanto es así que para pequeños desplazamientos paralelos un *bullet* de pequeña convexidad puede mejorar a una cartera *barbell*. No obstante, para hacer un análisis preciso del comportamiento relativo de ambas estrategias es necesario evaluar diferentes escenarios de desplazamiento de la ETTI, con el fin de analizar de forma precisa la exposición al riesgo y el *performance* de ambas estrategias.

Estrategia *ladder*.

La estrategia *ladder* (escalera) consiste en repartir la inversión en proporciones iguales sobre bonos con diferentes vencimientos, por ejemplo entre uno y quince años, (Martellini *et al.*, 2003). De forma que si se produce el vencimiento de los bonos a un año, la escalera se mantendrá comprando bonos de vencimiento a quince años. Dependiendo del vencimiento de los bonos en que se invierte, se pueden construir diferentes tipos de *ladder*. Por ejemplo, se puede construir el *ladder* concentrándose en vencimientos entre un mes y un año o, alternativamente, distribuyendo la inversión entre vencimientos de corto, medio y largo plazo. Otra característica de *ladder* es que se puede emplear con fines especulativos si se anticipa la caída en paralelo de la ETTI. No obstante, el propósito final del *ladder* es obtener una cartera con rendimientos cercanos a los bonos a largo plazo y con riesgo sustancialmente inferior.

Un *ladder* es una sencilla forma de diversificar una inversión en bonos. Por un lado, la corriente de rentas que proporciona un *ladder* permanecerá relativamente constante en el tiempo porque sólo una pequeña proporción de la cartera vencerá y será reemplazada cada año. Por otro, la cartera incluirá bonos comprados en periodos de tipos de interés altos y bajos, y así, se reducirá el riesgo de reinversión ya que el dinero está siendo reinvertido a través de un ciclo completo de tipos de interés. Desde esta perspectiva, cualquier momento es bueno para aplicar una estrategia *ladder*.

1.7.3. Arbitraje de renta fija.

El arbitraje de renta fija busca identificar inconsistencias entre los precios de los diferentes activos. Esta aproximación difiere de la negociación direccional que intenta anticipar los cambios en los tipos de interés.

El arbitraje de renta fija toma posiciones cortas y largas con el fin de aprovechar los desajustes temporales entre activos relacionados. Debido a que dichos desajustes son muy pequeños, es frecuente el uso del apalancamiento¹⁹. Además, las carteras se construyen de modo que estén cubiertas frente a movimientos paralelos de los tipos de interés tratando de conseguir que su duración sea la menor posible (cero si fuese posible), o alternativamente, igual al horizonte de planificación del inversor. Normalmente, las posiciones de arbitraje suelen abrirse sobre activos cuyos precios estén correlacionados y que resulten mal valorados como consecuencia de eventos externos. Dichos activos son de una amplia gama, como por ejemplo los Bonos del Tesoro, corporativos, hipotecarios, de países emergentes, etc. Por otro lado, el mercado de renta fija está segmentado debido a que los grandes inversores institucionales, como los fondos de pensiones, las compañías de seguros y los bancos centrales, tienen diferentes restricciones y objetivos de inversión. Estas anomalías estructurales y efectos de segmentación pueden ser aprovechadas mediante el uso de modelos analíticos, más o menos sofisticados, con el fin de detectar las malas valoraciones.

Las principales formas de arbitraje de renta fija son las siguientes (Fabozzi, 1993):

- **Arbitraje de emisión.** Se anticipa que el precio de los bonos de la última emisión y los precios de la siguiente emisión convergerán por tener una duración muy similar. Sin embargo, existe un pequeño diferencial entre los precios de ambos tipos de bonos ya que los emitidos hace pocos meses son menos líquidos y se negocian con un ligero descuento sobre los bonos que van a emitirse.
- **Arbitraje sobre la curva de tipos de interés.** Se anticipan cambios en la forma de la curva de tipos de interés. Este tipo de arbitraje será explicado en detalle a continuación en el apartado 1.7.3.1.

¹⁹ El apalancamiento consiste en el incremento de la posición en el mercado por encima de la cantidad del dinero que realmente se invierte. Éste se desarrollará más adelante en el apartado 1.8.

- **Arbitraje sobre el diferencial entre dos mercados de Deuda Pública.** Se negocia sobre el diferencial existente entre dos curvas de tipos de interés que pueden estar denominadas en distinta moneda. Tal es el caso de realizar arbitraje entre la Deuda Pública de diferentes países, como por ejemplo, tomar una posición larga en Bonos del Tesoro a diez años alemanes y una posición corta en bonos a diez años de Estados Unidos. En tal caso, se apuesta por un aumento del diferencial de las rentabilidades de la Deuda Pública en Alemania y en Estados Unidos.
- **Arbitraje basado en futuros.** Se busca sacar ventaja de las incongruencias entre el precio de un contrato de futuros y el instrumento subyacente que debe ser entregado al vencimiento. Cómo la vendedora de un contrato de futuros (venta de un *callable* o compra de un *puttable bond*) puede elegir para su entrega al vencimiento del Bono del Tesoro más barato (*Cheapest to Delivery*, CTD), existirá un margen para el arbitraje.
- **Arbitraje basado en opciones.** Los *spreads* entre bonos con opciones inmersas y bonos sin opciones inmersas (bonos *callable*s y no *callable*s), así como sus cupones, cambian como resultado de cambios esperados en la dirección de los tipos de interés y volatilidad de los tipos de interés. Por tanto, una caída esperada en el nivel de los tipos de interés ampliará dicho *spread* por las expectativas de que el emisor ejercite la opción de compra. En cambio, una subida esperada de los tipos de interés reduce el *spread*. De la misma manera, un incremento en la volatilidad de los tipos de interés aumenta el valor de las opciones inmersas, y por tanto, el *spread* entre los bonos que tienen opciones inmersas y los que no las tienen.
- **Arbitraje sobre el diferencial de *swaps*.** Se aprovecha el diferencial entre el tipo *swap* y el de la deuda del estado de similar duración con el fin de obtener oportunidades de arbitraje.
- **Arbitraje sobre la estructura de capital.** Las obligaciones de pago de una empresa con los diferentes acreedores están subordinadas en función del grado relativo de obligatoriedad en dicho pago. Tanto es así que a la hora de cobrar en una situación de quiebra, tendrían preferencia en el cobro las deudas bancarias, seguidas de los distintos tipos de poseedores de bonos, según su preferencialidad, y los accionistas serían los últimos en cobrar. Por tanto, es posible sacar ventaja entre las disparidades de precios de dos instrumentos de deuda emitidos por una misma empresa tomando posiciones compradoras en unos y vendedoras en otros.

- **Arbitraje sobre diferenciales de crédito.** Los diferenciales de crédito entre bonos de empresas con diferente calidad crediticia pueden resultar beneficioso. Así, es posible implementar estrategias cortas y largas por medio de los *swaps* de morosidad de crédito (*Credit Default Swap*, CDS) que permiten ir corto o largo sobre una determinada compañía sin negociar con sus bonos. En este caso, el comprador de un *swap* de morosidad sobre una empresa toma una posición corta sobre el crédito de dicha empresa, ganando dinero si la calidad crediticia de la empresa se deteriora, denominándose como evento de crédito. En cambio, el vendedor toma una posición larga sobre el crédito de la empresa, y gana dinero si no empeora su calidad crediticia. En este sentido, existen fondos de inversión libre (*Hedge Funds*) especializados en analizar la calidad crediticia de las empresas y anticiparse a las agencias de calificación, donde la predicción de cambios en la calificación da lugar a oportunidades de inversión del tipo *pair trading*²⁰. Para ello se consideran dos empresas de un mismo sector y se toman posiciones largas en la deuda de aquellas empresas cuya calidad crediticia (o *rating*) puede aumentar y posiciones cortas en la deuda de la empresa cuya calidad crediticia puede descender.
- **Carry trades.** Consiste en la compra de bonos con rendimientos mayores que el coste del dinero que se pide prestado para comprarlos, aunque como es natural, esta estrategia entraña riesgos. La estrategia adopta dos formas: la intra-curva y la inter-curva. La intra-curva consiste, por ejemplo, en pedir prestado al tipo a tres meses para comprar bonos a veinte años. La inter-curva consiste, por ejemplo, en pedir prestado en dólares en Estados Unidos y comprar deuda del estado español. En el último caso, resulta crítico valorar también el riesgo de tipo de cambio.
- **Arbitraje con equilibrio de inflación.** Hoy día existen algunos tipos de deuda del Tesoro cuyos rendimientos están protegidos contra la inflación como los TIPS (*Treasury Inflation Protection Securities*). Donde si se considera que la inflación va a subir, se irá largo en TIPS y corto en deuda tradicional, y viceversa. De esta forma se consigue una estrategia asociada a la capacidad de predecir la inflación y cuyos rendimientos no están correlacionados con los tipos de interés.

²⁰ Estas estrategias se basan en apostar por el incremento, o reducción, del *spread* de precios entre dos activos que históricamente han seguido movimientos contrapuestos.

- **Arbitraje de diferente valor en dos divisas.** Una misma empresa puede emitir bonos con rentabilidades distintas según la moneda de su denominación. Sin embargo, los diferenciales de rentabilidad respecto a sus respectivos activos libres de riesgo deben ser únicos porque ambos bonos tienen la misma probabilidad de impago y la prima de riesgo debería ser la misma. Si estas divergencias entre los diferenciales de rentabilidad persisten en el tiempo proporcionan oportunidades de arbitraje. Por ejemplo, si el diferencial de crédito es superior en Estados Unidos, se puede ir largo en los bonos denominados en dólares (cubriéndose ante la exposición a los tipos con una posición corta en Bonos del Tesoro de Estados Unidos), e ir corto en los bonos denominados en euros (cubriéndose ante la exposición a los tipos con una posición larga en bonos europeos). Nótese que esta estrategia no tiene exposición al riesgo de interés ni de impago, y si se cumple el efecto Fisher internacional²¹, tampoco tendrá exposición al tipo de cambio.
- **Treasure over Eurodollars spread (TED).** Consiste en tomar una posición larga en Bonos del Tesoro de Estados Unidos y una posición corta en contratos de eurodólares con el mismo vencimiento. Igualmente puede concebirse como una inversión en bonos gubernamentales cubierta con *swaps* denominados en la misma divisa. En general, puede buscarse el diferencial entre los bonos gubernamentales y algún tipo de interés interbancario como el LIBOR con el mismo vencimiento.

²¹ Si hay libertad de movimiento de capitales, la variación esperada del tipo de cambio al contado entre las monedas de dos países es igual al diferencial de los tipos de interés nominales entre los dos países.

1.7.3.1. Arbitraje sobre la curva de tipos de interés.

Se trata de una de las estrategias de arbitraje de renta fija más universalmente empleadas. En ella se toman posiciones cortas y largas sobre los diferentes vencimientos de la ETTI para beneficiarse de malas valoraciones de los bonos en dichos tramos. Dichas valoraciones erróneas conducen a distorsiones en la curva de tipos de interés que representan oportunidades de arbitraje. En este tipo de arbitraje pueden negociarse activos de renta fija sobre la ETTI en un solo país (*intra-curva*), o en varios países, realizando arbitraje entre la curva de tipos de dichos países (*inter-curva*).

El Capítulo III de esta tesis doctoral se ha centrado en el estudio de la ETTI de un único país, motivado por el trabajo de Diebold y Li (2006), quienes insinuaron que se podría aprovechar en una estrategia de negociación del tipo *intra-curva* las predicciones realizadas por diferentes modelos econométricos

En esta estrategia de arbitraje suele distinguirse dos subtipos de arbitraje *intra-curva*: apuestas sobre la pendiente de la ETTI y apuestas sobre la curvatura de la ETTI (o *butterfly*).

1.7.3.1.1. Apuestas sobre la pendiente de la ETTI.

Las estrategias que se refieren a apuestas sobre el cambio en la pendiente de la ETTI implican la asignación de activos en el espectro de vencimientos de forma diferente a como lo hace el *benchmark*, replicando al mismo tiempo la duración del mismo. Una forma de alterar la asignación de vencimientos de una cartera sería a través de diferentes combinaciones de *bullets* y *barbells*.

A continuación, se describen las apuestas por el aplanamiento y empinamiento en la pendiente de la ETTI.

Apuestas sobre el aplanamiento de la ETTI

En este caso se toman posiciones cortas sobre bonos próximos a la expiración (se piensa que subirán los tipos de interés a corto plazo) y posiciones largas sobre bonos con expiración a largo plazo (se piensa que bajarán los tipos de interés a largo plazo). Asumiendo que no se producen movimientos paralelos en el nivel, en la siguiente Figura 1.7 se puede observar el movimiento en aplanamiento de la ETTI.

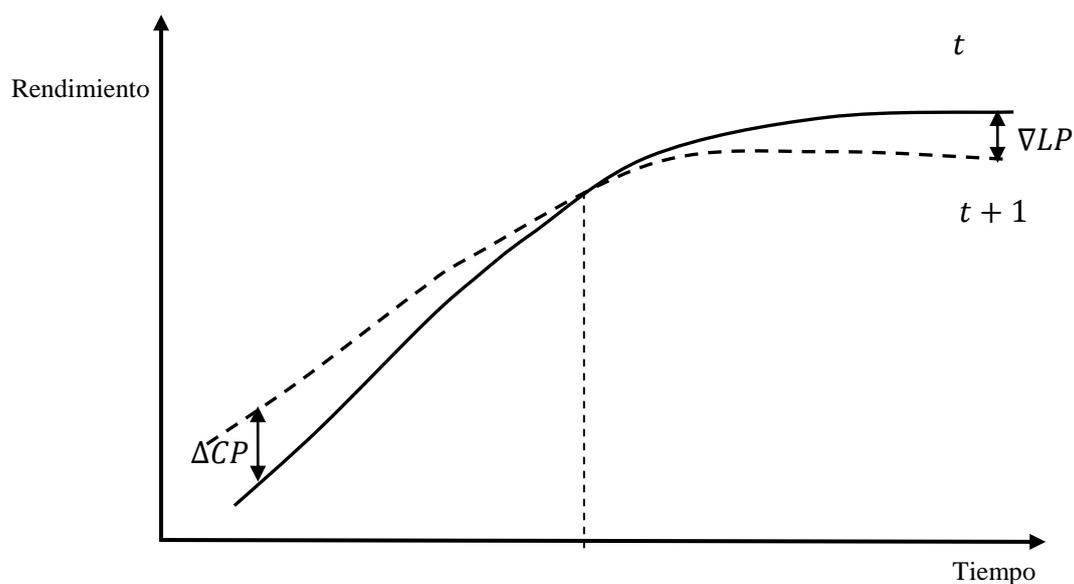


Figura 1.7. Movimiento en aplanamiento de la ETTI.

Observar que si se consigue que la duración de la cartera en la apuesta por el aplanamiento de la ETTI sea igual al horizonte de planificación del inversor, entonces la estrategia estará inmunizada frente a desplazamientos paralelos en el nivel de los tipos.

Apuesta por empinamiento de la ETTI

En este caso se toman posiciones largas en bonos próximos al vencimiento y cortas en bonos de largo vencimiento. De nuevo, la estrategia estará inmunizada frente a desplazamientos paralelos de la ETTI si su duración es cero o igual al horizonte de planificación del inversor. Igual que en la Figura 1.7, no asumimos desplazamientos paralelos en el nivel de la ETTI.

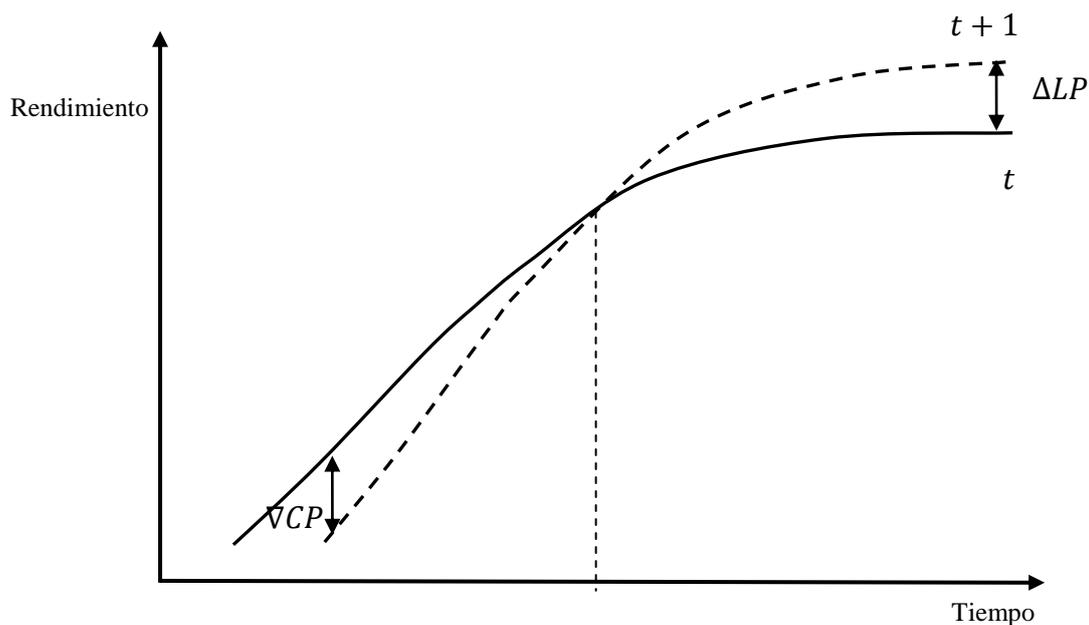


Figura 1.8. Movimiento en empinamiento de la ETTI.

El aplanamiento o empinamiento de la ETTI depende de factores macroeconómicos como la inflación, el producto interior bruto y la política monetaria perseguida por el banco central. Así, las posiciones direccionales tomadas sobre la ETTI expresan el punto de vista macroeconómico del gestor quien realiza predicciones sobre la forma de la ETTI, y no sobre el nivel de los tipos de interés (Martellini *et al.*, 2003; Fabozzi, 1993, entre otros).

1.7.3.1.2. Apuestas sobre la curvatura de la ETTI.

Este tipo de estrategia denominada mariposa o *butterfly* consiste en combinar una *barbell* (alas de la mariposa) y un *bullet* (cuerpo de la mariposa) donde se supone que se vende el cuerpo, bono de vencimiento intermedio, y se compran las alas²², bonos de vencimientos cortos y largos. Así, el propósito es ajustar el peso de estos componentes de manera que la estrategia sea autofinanciada y tenga una duración igual a cero, lo que garantiza la inmunización ante pequeños desplazamientos paralelos de la curva de tipos. Asimismo, si la *butterfly* se estructura de forma que tenga una convexidad positiva, generará ganancias positivas si se producen largos desplazamientos paralelos de la ETTI.

En resumen, las *butterflies* tienen como objetivo la cobertura frente a cambios en la pendiente o convexidad de la ETTI, es decir, la estrategia está diseñada para explotar malas valoraciones de bonos, mientras que se controla el riesgo de tipos de interés. En la siguiente Figura 1.9, se puede observar un aumento de la curvatura de la ETTI [gráfica (a)] y una disminución de la misma [gráfica (b)].

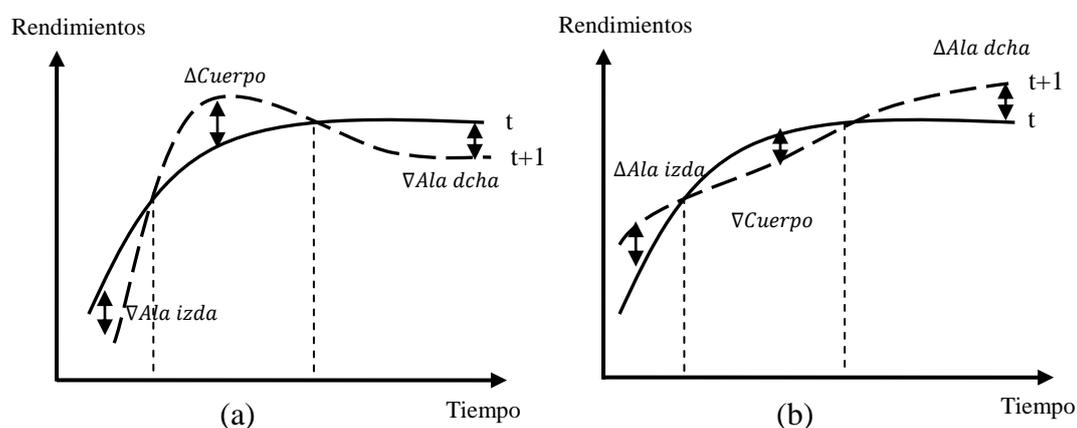


Figura 1.9. Movimientos de la curvatura de la ETTI.

²² Aunque la *butterfly* (mariposa) puede ser al revés (vender las alas y comprar el cuerpo), tomamos esta forma de Martellini *et al.* (2003).

En todos los casos, tanto si aumenta la curvatura (a) como si disminuye (b), se obtienen beneficios si la ETTI en el futuro toma una forma más suave con independencia de sus desplazamientos paralelos, pues las *butterflies* pueden elegirse con duración cero ó igual al HPI, dependiendo de si se quiere inmunizar instantáneamente la cartera ó inmunizarla al HPI. Pese a todo, una *butterfly* no es una máquina de hacer dinero sin riesgo, y puede producir rendimientos negativos si se producen movimientos complejos en la curva de tipos de interés tales como desplazamientos no paralelos o cambios en su convexidad.

Las *butterflies* tienen numerosos usos, incluyendo la implementación de estrategias de arbitraje, la creación de opciones sintéticas y la realización de apuestas sobre la volatilidad y la forma de la ETTI.

En el Anexo G del Capítulo III se muestra las formas de inmunizar los diferentes tipos de *butterflies* contra diferentes movimientos específicos de la ETTI que pueden afectar a su pendiente y a su curvatura.

1.7.4. Análisis del valor relativo de los bonos.

El análisis del valor relativo de los bonos consiste en detectar bonos que están infravalorados (sobrevalorados) por el mercado con el fin de comprarlos (venderlos). Para detectar la mala valoración suelen emplearse dos métodos, la comparación de bonos con una cartera de bonos segregables (*strips*); y la detección de bonos caros y baratos.

1.7.4.1. Comparación de bonos con una cartera de bonos segregables o *strips*.

En diversos países, los cupones individuales de los bonos del Tesoro pueden ser negociados de forma separada del principal. A estos se los conocen como *strips* (*Separate Trading of Register Interest and Principal*), los cuales son instrumentos financieros con rendimiento implícito creados a partir de la segregación de los flujos que originan los Bonos y Obligaciones del Estado. Los *strips* son bonos cupón cero emitidos por diversas instituciones financieras sobre cualquier valor del Tesoro²³ (Madura, 2010). Por ejemplo, un bono que paga m cupones más el nominal al vencimiento, puede convertirse en $m + 1$ bonos cupón cero a través de los *strips*, donde el único flujo de caja distribuido por cada uno de los $m + 1$ bonos cupón cero que componen el *strip* es el principal en su fecha de vencimiento. Estos bonos cupón cero son atractivos para inversores a largo plazo como los fondos de pensiones y compañías de seguros, y su propósito fundamental es asegurar un rendimiento en un horizonte de inversión a largo plazo. Tanto es así que los *strips* a largo plazo son interesantes en la medida en que es difícil encontrar bonos con cupón de tan largo vencimiento, y en contraste con los bonos con cupón, aquellos no tienen riesgo de reinversión.

En este análisis del valor relativo de los bonos, se trata de detectar oportunidades de arbitraje comparando los precios de un bono con cupón y la suma de los *strips* que reconstruyen exactamente el bono, es decir, dos instrumentos que son equivalentes en términos de futuros flujos de caja. Por tanto, si el mercado es eficiente y no hay oportunidades de arbitraje, tal bono puede descomponerse en una suma de bonos cupón cero o *strips*. Así, el precio del bono debe ser igual a la suma de *strips* descontados.

²³ Como los *strips* son componentes de valores del Tesoro, estos son respaldados por los gobiernos de sus respectivos países.

Este arbitraje no es fácil de detectar porque el arbitrajista debe tener en cuenta la horquilla de precios *bid-ask* y el tipo *repo* en su cálculo. En este sentido, Jordan *et al.* (2000) han encontrado diversas oportunidades de arbitraje en el mercado de *strips* del Tesoro en EEUU.

1.7.4.2. Detección de bonos caros y baratos: *Bond Picking*.

En este análisis del valor relativo de los bonos, se trata de buscar bonos que históricamente presenten rendimientos anormales en su vencimiento, tomando como referencia de buen comportamiento una curva cupón cero teórica ajustada con los precios de los bonos. Siguiendo a Martellini *et al.* (2003), el primer paso de esta metodología es, entonces, estimar una curva de tipos cupón cero usando datos de activos con las mismas características en términos de liquidez y riesgo, por ejemplo:

- Bonos de un **país específico** usando la curva cupón cero del tesoro de dicho país como referencia, por ejemplo, bonos del Tesoro de EEUU usando *T-bills* y *T-bonds* para construir la curva de tipos de interés del Tesoro de EEUU.
- Bonos de una **zona financiera unificada** (con una única divisa) usando los bonos emitidos en esta zona para obtener una curva cupón cero adecuada, por ejemplo, eurobonos del Tesoro usando bonos franceses, alemanes y holandeses para construir la curva de tipos del Tesoro europeo.
- **Bonos corporativos de un país específico** o zona financiera unificada con la misma clasificación crediticia (*rating*) y sector económico, por ejemplo, bonos de Telecom BBB de la zona euro usando el mismo tipo de bonos para construir la curva de tipos de interés euro Telecom BBB.
- **Bonos corporativos de una sola firma**, por ejemplo, usar sólo bonos de France Telecom para construir la curva de tipos de France Telecom.

Una vez estimada la curva de rendimientos cupón cero que servirá de referencia, se calcula el precio teórico de cada activo como suma de sus flujos de caja descontados usando los tipos cupón cero de los correspondientes vencimientos. Entonces, se calcula la TIR que proporciona el mercado y se compara con la TIR obtenida teóricamente.

Finalmente, la dispersión (*spread*) entre la TIR del mercado y la TIR teórica permitirá la identificación de activos caros (dispersión negativa) o activos baratos (dispersión positiva), todo ello cuando las posiciones cortas sean viables. Nótese que resulta indiferente usar la TIR o el precio de los activos. Sin embargo, al usar el precio de los activos debemos tener en cuenta que un activo caro se correspondería con una dispersión positiva (el precio de mercado es superior al precio teórico), mientras que un activo barato se correspondería con una dispersión negativa (el precio de mercado es inferior al precio teórico).

En resumen, estos métodos pretenden obtener beneficios a partir de ineficiencias o malas valoraciones detectadas en el mercado considerando que la curva de tipos de interés teórica es la correcta.

Finalmente, hay que señalar que los problemas que puede presentar esta estrategia se deriva de la dificultad de modelizar correctamente las curvas de tipos de interés.

1.8. Apalancamiento y la elección de un *benchmark*.

Apalancamiento.

El apalancamiento consiste en el incremento de la posición en el mercado por encima de la cantidad del dinero que realmente se invierte. Una forma de aumentar los rendimientos de una cartera es mediante la petición de dinero prestado con el fin de tomar una posición en el mercado que es mayor que si sólo se invierte dinero en efectivo. Por tanto, una cartera en la que se ha tomado dinero prestado para su formación se dice que está apalancada.

El principio básico para usar apalancamiento es que se espera ganar un rendimiento en los fondos prestados que es superior al coste que habrá que pagar por pedirlos prestados. En consecuencia, el riesgo del apalancamiento es que el rendimiento generado por los fondos prestados sea menor que su coste. Algunos gestores de inversión usan el apalancamiento para beneficiarse de los cambios de precios, magnificando los beneficios obtenidos de pequeños cambios de precio por medio del apalancamiento. Así, ante expectativas de bajadas de tipos de interés es posible pedir fondos prestados para incrementar la posición en bonos.

Nótese, en este sentido, que la petición de fondos prestados incrementa la duración de la cartera. Si se considera, por ejemplo, una cartera de 100€ invertidos en bonos de duración dos años, un cambio de 100 puntos básicos en los tipos producirá un cambio en la cartera de 2€. Si se piden prestados otros 100€ el fondo apalancado tendrá una inversión total de 200€. Por tanto, si se invierte en un bono de duración dos años, un cambio de 100 puntos básicos en los tipos producirá, ahora, un cambio de 4€ en la cartera, es decir, la nueva duración de la cartera será ahora igual a cuatro años.

Existen dos formas de crear apalancamiento. La primera forma es por medio del uso de instrumentos derivados, y la segunda es crear el apalancamiento por medio del mercado de *repos*, o en el caso específico del mercado español, por medio de las operaciones *simultáneas* que da una mayor libertad para negociar con los activos que lo que permite el mercado de *repos*.

Una operación *repo* (en inglés, *repurchase agreement*, pacto de recompra) es un acuerdo, que se negocia en un mercado OTC (*over the counter*), para vender algún activo (normalmente Letras, Bonos y Obligaciones del Estado) a otra parte y recomprarlo a un precio especificado en una determinada fecha futura. La diferencia entre el precio de compra y de venta da lugar a un tipo de interés llamado tipo *repo*. Por su parte, una operación *simultánea* es la operación constituida por dos compraventas vinculadas de sentido contrario, contratadas al mismo tiempo pero con momentos de liquidación distintos. En ambos casos, para el participante que compra los valores en la primera transacción de la operación doble se trata de una adquisición temporal, mientras que para su contrapartida se trata de una cesión temporal, sobre el mismo tipo de activo y por el mismo importe nominal. La característica principal de las operaciones simultáneas es que el comprador tiene plena disponibilidad de los valores adquiridos, con independencia de la fecha en que se ha contratado la operación de retorno. Esta característica hace que ésta sea el activo ideal para la toma de posiciones cortas en renta fija.

La principal diferencia entre la operación *simultánea* y *repo* está en que, a efectos legales, en el caso de la operación *repo* el comprador no ostenta la propiedad del mismo ante la ley, mientras que en el caso de la operación *simultánea* sí es propietario del bono, pudiendo disponer de él en la forma que desee hasta la fecha de vencimiento. Es decir, en el caso de la operación *simultánea* el comprador del bono puede revenderlo, siempre que lo recompre para devolverlo en la fecha de vencimiento, mientras que en el caso de la operación *repo* esto no es posible, teniendo solo derecho a disfrutar de los cupones que pague el bono. En resumen, tanto el mercado de *repos* como el de *operaciones simultáneas* son mercados que permiten que se pidan fondos prestados mediante un acuerdo donde se ofrece otro activo como colateral del préstamo. Así, un acuerdo de recompra es un préstamo colateralizado donde el colateral es el activo vendido y posteriormente comprado (suelen ser títulos del Tesoro). Donde la diferencia entre el precio de recompra y el precio de venta es el coste del préstamo que genera el llamado tipo *repo*, ó tipo de la operación *simultánea*.

Gracias a la existencia de un colateral, el tipo *repo* y *simultáneo* será, generalmente, inferior al tipo interbancario o el tipo de los Bancos Centrales, debido a que estas últimas transacciones carecen de colateral y no están aseguradas. Por tanto, esto representa una ventaja para un *dealer*, ya que el tipo del mercado de *repos* o el *simultáneo*, usado para pedir prestado a corto plazo, será inferior que el coste, y por consiguiente, menor que la financiación bancaria.

Existen dos posiciones en una operación simultánea, una posición larga donde se piden fondos prestados entregando un activo que se devolverá en el futuro; y una posición corta, también conocida como *repo inverso*. En el *repo inverso* se entregan los fondos a cambio de los activos mediante los cuáles se pueden tomar posiciones cortas, siempre y cuando se recompren y se entreguen en la fecha de finalización de la operación simultánea. Nótese que ambos acuerdos son transacciones que permiten financiar las posiciones cortas y largas, normalmente en Deuda Pública.

No existe un único tipo *repo* o *simultáneo* pues puede variar en cada transacción dependiendo de diversos factores como son la calidad del colateral, el plazo, la curva de tipos de interés, los requerimientos de entrega, la disponibilidad del colateral y los tipos de interés interbancarios predominantes.

Elección de un *benchmark*.

Finalmente es necesario hacer alguna consideración sobre cómo evaluar los rendimientos de una inversión. La forma más sencilla de hacerlo es compararlos con los de otra cartera que se denomina *benchmark*. Éste es una cartera, real o conceptual, que se emplea para comparar los rendimientos de una inversión. El *benchmark* desempeña el papel de dirigir el riesgo de los activos. Fundamentalmente existen cuatro tipos de *benchmark*:

- Un índice de mercado o cartera de mercado tal como el de *Barclays Capital Aggregate Bond Index*. Éstas son carteras simuladas, y no reales, que no tienen gastos ni costes de transacción asociados. Hay un amplio menú de elecciones de índices de referencia en el mercado de bonos, representando cada uno características de riesgo ligeramente diferentes. Normalmente, se pueden tomar posiciones sobre aquéllos a través de ETF (*exchange-traded fund*).

- Las carteras reales gestionadas cuyos rendimientos reales son promediados según el tipo de cartera, por ejemplo, *Morningstar and Lipper* crean categorías de fondos mutuos de renta fija tales como corto plazo, índice de bonos de alta calidad, índice de bonos de baja calificación de vencimiento intermedio, etc.
- Los pasivos de una institución pueden usarse como *benchmark*.
- La cartera resultante de aplicar una estrategia pasiva como puede ser la estrategia de la inmunización.

La elección de un *benchmark* es el factor más importante en la determinación del perfil de riesgo y nivel de rendimiento de una cartera de renta fija. En este sentido, los cuatro factores de riesgo que definen a la mayoría de los *benchmarks* son la duración, el sector, el crédito y las divisas. En cuanto a la duración, ésta debe ser similar a la de la estrategia que se quiera evaluar, así el *benchmark* y dicha estrategia serán equivalentes en términos de riesgo. Por su parte, el *benchmark* y la estrategia a comparar deben pertenecer al mismo sector, tener igual riesgo de crédito y estar evaluadas en la misma divisa, por ejemplo, una estrategia activa y un *benchmark* sobre activos de la Deuda Pública de España. En este ejemplo, ambas carteras pertenecen al mismo sector (Deuda Pública española), de igual crédito (el que tenga en ese momento el Tesoro español) e igual divisa (euros).

ANEXOS

ANEXO A

CORRECCIÓN DE LA HETEROCEDASTICIDAD EN LA ESTIMACIÓN DE LA ETTI.

Si la obtención del vector de parámetros \vec{a} se lleva a cabo mediante la simple minimización de los errores de precios

$$\text{Min}_{\vec{a}} \sum_{i=1}^k (P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2$$

puede conducir a grandes errores en las TIR para bonos que les falta poco tiempo hasta el vencimiento. Este hecho es debido a un problema heteroscedástico de la suma de los errores derivado de que la sensibilidad del precio ante cambios de la TIR es igual a la duración del bono, y una alteración en la TIR produce un pequeño cambio en los precios de bonos de corto vencimiento y un gran cambio en los precios de los bonos de largo vencimiento. Por tanto, si se ajustan los parámetros buscando minimizar la suma cuadrática de los errores, esto conducirá a que el modelo resultante resuelva el problema de minimización ajustando más los precios de bonos de largo vencimiento que los de corto vencimiento, es decir, sobreajustando los precios de los bonos de largo vencimiento (que pesan mucho en la suma de cuadrados) a expensas de los precios de los bonos de corto vencimiento (cuyos errores pesan muy poco en la suma de cuadrados). Este fenómeno va en contra de lo que un buen modelo de estimación de la ETTI debería de hacer, que es ser muy flexible y volátil en los vencimientos cortos, y menos volátil y más suave en los vencimientos largos. Para corregir este problema, se han producido numerosos avances en el esquema de pesos con los que se ponderan a los errores en los procesos de optimización que se emplean en la estimación de la ETTI. Concretamente, una forma de corregir este problema es ponderar los errores de precios de los bonos por la inversa de la duración D_i de cada bono

$$\text{Min}_{\vec{a}} \sum_{i=1}^k \left(\frac{P_i - \hat{P}_i(\vec{a})}{D_i} \right)^2$$

de esta forma, el tamaño de los sumandos no depende de su vencimiento.

Otra forma de corregir el problema anterior se obtiene minimizando los errores en las TIR (ver apartado 1.4.3).

ANEXO B

SPLINES EXPONENCIALES.

Vasicek y Fong (1982) han mejorado la técnica original de *splines* polinómicos introduciendo el ajuste de la ETTI por medio de *splines* exponenciales. Con ello, pretendieron evitar los defectos de los *splines* polinómicos que producen tasas *forward* inestables, con grandes fluctuaciones, originando valores muy grandes e incluso negativos. Por medio de los *splines* exponenciales se pretende recoger una característica imposible de considerar por medio de los clásicos *splines* polinómicos, en concreto el hecho de que en el largo plazo, la ETTI debe tender a ser plana. Esto es así pues los tipos *forward* para plazos muy lejanos en el futuro tenderán a ser iguales ya que las predicciones del mercado para tipos de interés dentro de veinte y veinticinco años deben ser muy semejantes.

En su modelo, Vasicek y Fong (1982) postulan un decaimiento exponencial en la función de descuento que no puede ser captado por una función *spline* polinómica la cuál tenderá a fluctuar entorno a la función de descuento, conduciendo a una pobre estimación. Concretamente, un *spline* exponencial es una función exponencial a trozos, en la que los trozos son juntados de modo que la función y sus derivadas sean continuas.

Por tanto, entre dos nudos consecutivos la función de descuento tendrá la forma

$$d(t) = a_0 + a_1 e^{-\alpha t} + a_2 e^{-2\alpha t} + a_3 e^{-3\alpha t}.$$

En cada nudo ξ , para ensamblar los trozos se emplean funciones de la forma

$$(e^{-\alpha(t-\xi)^3} - 1)_+$$

o bien

$$(e^{-\alpha t} - e^{-\alpha \xi})_+^3$$

Una forma de estimar los coeficientes del *spline* exponencial es trabajar con Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). Pero ello, puede conducir al empleo de complicadas técnicas de estimación no lineal (ver Langetieg y Smoot, 1981).

Por esta razón, Vasicek y Fong (1982) proponen transformar el argumento t de la función para simplificar la estimación. Para ello, definen la variable

$$x = 1 - e^{-\alpha t}$$

de modo que,

$$t = -\frac{1}{\alpha} \log(1 - x), \quad 0 \leq x \leq 1$$

Definen entonces la función

$$G(x) \equiv d\left(-\frac{1}{\alpha} \log(1 - x)\right) = d(t)$$

con las siguientes propiedades:

1. $G(x)$ es una función decreciente en $0 \leq x \leq 1$ con $G(0) = 1$, $G(1) = 0$.
2. Suponiendo que la función de descuento es aproximadamente exponencial

$$d(t) \sim e^{-\gamma t}, \quad 0 \leq t < \infty$$

la función $G(x)$ es aproximadamente una función de potencias

$$G(x) \sim (1 - x)^{\gamma/\alpha}, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

De esta forma si se realiza el cambio de variable,

$$t = -\frac{1}{\alpha} \log(1 - x)$$

en la función de descuento

$$d(t) = a_0 + a_1 e^{-\alpha t} + a_2 e^{-2\alpha t} + a_3 e^{-3\alpha t}$$

se obtiene

$$G(x) \equiv d\left(-\frac{1}{\alpha} \log(1 - x)\right) = a_0 + a_1(1 - x) + a_2(1 - x)^2 + a_3(1 - x)^3$$

lo que proporciona ventajas a la hora de su estimación.

Si se pretende estimar la función de descuento a partir de la ecuación del precio de un bono en función de sus cupones

$$P_i = d(t_1)C + d(t_2)C + \dots + d(t_N)(C + M) + \varepsilon_i,$$

el cambio de variable $t = -\frac{1}{\alpha} \log(1 - x)$ conduce a una expresión

$$P_i = G(x_1)C + G(x_2)C + \dots + G(x_N)(C + M) + \varepsilon_i$$

de fácil estimación con *splines* polinómicos en x .

No obstante, Shea (1985) advierte que la estimación de las a_i implica la estimación previa de α , lo que requiere el uso de complejas técnicas no lineales de estimación. Igualmente señala que el modelo no presenta las esperadas propiedades asintóticas que mejoran la estimación de la estructura temporal.

El modelo de Vacicek y Fong (1982) resulta también interesante por la interpretación que tiene el parámetro α . Teniendo en cuenta que en

$$d(t) = a_0 + a_1 e^{-\alpha t} + a_2 e^{-2\alpha t} + a_3 e^{-3\alpha t},$$

el parámetro α puede interpretarse como el valor límite de las tasas *forward*:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} -\frac{d'(t)}{d(t)} = \alpha.$$

CAPÍTULO II

Nuevo método de estimación de la ETTI: Metodología de doble penalización

2.1. Introducción.

2.2. Modelo de doble penalización no restringido.

2.3. Resultados de las diferentes metodologías de ajuste de la ETTI.

2.4. Modelo de doble penalización restringido.

2.5. Conclusiones.

2.1. Introducción.

Como ya se señaló en el Capítulo I, la estructura temporal de los tipos de interés (ETTI) se define como la relación funcional entre el tipo de interés nominal en los préstamos sin riesgo de la economía y el tiempo hasta su vencimiento, manifestando así la dependencia entre los tipos de interés y su plazo de amortización. Dado que en la práctica la ETTI no es directamente observable, se requiere el empleo de metodologías de suavizado de los errores idiosincráticos de una muestra de bonos dada (sesgo del cupón, problemas de liquidez, *bid-ask spread*, etc.) sobre la que se pretende ajustar la ETTI. Tal como se explicó en el apartado 1.4.3 del Capítulo I, en la literatura se han desarrollado dos ramas dentro de las cuales se pueden clasificar diversos procedimientos de ajuste de la ETTI: los paramétricos (Nelson y Siegel, 1987; y Svensson, 1994, 1995, entre otros) y los no paramétricos (McCulloch, 1971, 1975; Fisher, Nychka y Zervos, 1995; Waggoner, 1997, entre otros).

El principal objetivo de cualquier procedimiento de ajuste de la ETTI es que la curva *spot* y/o la curva *forward* estimadas sean estables (sin muchas oscilaciones), ajusten bien la información del mercado (sin sobre ajustarla) y tengan convergencia en el largo plazo (los inversores no son capaces de distinguir entre, por ejemplo, los tipos de interés a veinte años y los tipos de interés a treinta años). Aunque no se haya demostrado teóricamente que las curvas *forward* no puedan oscilar, tal como señala Waggoner (1997), los inversores prefieren modelos de estimación de la ETTI que logren curvas *forward* que cumplan las características anteriores.

En este Capítulo II desarrollaremos un nuevo modelo de estimación de la ETTI, que podría agruparse dentro de los procedimientos no paramétricos. Por todo ello, urge recordar estos últimos.

En los últimos años se han desarrollado nuevas técnicas de suavizado que han contribuido decisivamente a mejorar la calidad de la estimación de la ETTI. En este sentido, se pueden citar los trabajos de Fisher *et al.* (1995), Waggoner (1997) y Anderson y Sleath (1999), entre otros. La idea principal en todos estos trabajos consiste en añadir un término de penalización a la curvatura de una determinada función (*spot*,

forward o de descuento) dentro de la función objetivo a minimizar, obteniéndose así los denominados *splines suavizados*. Los *splines suavizados* atenúan el nivel de oscilación de la ETTI por medio de un parámetro, normalmente representado por λ , que controla la tasa de intercambio entre la bondad de ajuste y la suavidad de la curva a estimar, siendo ésta la curva *spot*, la *forward* o la de descuento.

El trabajo pionero en el empleo de los *splines suavizados* como mecanismo de estimación de la ETTI fue el propuesto por Fisher, Nychka y Zervos (1995). Estos autores consideraron un modelo *spline* suavizador con la siguiente función objetivo

$$\sum_{i=1}^k (P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2 + \lambda \int_0^{t_k} (\theta''(t))^2 dt$$

donde k es el número de bonos en la muestra; t_k es el vencimiento máximo de dichos bonos; $\theta(t)$ es la función sobre la que se pretende minimizar la curvatura, es decir, la función *spot*, *forward* o de descuento; P_i el precio de mercado y $\hat{P}_i(\vec{a})$ el precio teórico ajustado por los *splines*, es decir,

$$\hat{P}_i(\vec{a}) = C \cdot d(t_1, \vec{a}) + \dots + C \cdot d(t_{n_i}, \vec{a}) + N \cdot d(t_{n_i}, \vec{a}) \quad (2.1)$$

donde $d(t_j, \vec{a})$ con $j = 1, 2, \dots, n_i$ se corresponde con la siguiente función *spline*

$$d(t, \vec{a}) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \dots + \alpha_r t^r + \beta_1 (t - n_1)_+^r + \dots + \beta_k (t - n_k)_+^r ,$$

$$\vec{a} = \{ \alpha_0, \dots, \alpha_r, \beta_1, \dots, \beta_k \}$$

Tal como se había señalado, el parámetro λ es quién controla la tasa de intercambio entre la bondad del ajuste y la suavidad de la curva estimada. A la hora de estimar su modelo, Fisher, Nychka y Zervos (1995) parten de un número de nudos elevado, y gracias al parámetro de suavizado λ , van reduciendo el número de estos, evitando así la sobreparametrización. Estos autores obtienen el número óptimo de nudos a través de la minimización de la ratio de su medida de bondad del ajuste y el número de parámetros, magnitud que ellos llamaron “*Generalized Cross Validation*” (GCV). Así se penaliza la presencia de parámetros que no contribuyen significativamente al ajuste.

De forma similar, Waggoner (1997) propuso un procedimiento modificado de *splines suavizados* que permite distinto grado de penalización ante la variabilidad de la curva *spot* o *forward* según el vencimiento de los bonos. Este hecho es conveniente porque permite que las curvas ajustadas sean más flexibles y variables en los vencimientos cortos que en los largos. Por tanto, la curva $\theta(t)$ estimada será la que minimiza la función objetivo

$$\sum_{i=1}^K (P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2 + \int_0^{t_k} \lambda(t)(\theta''(t))^2 dt$$

siendo

$$\lambda(t) = \begin{cases} 0.1 & 0 \leq t < 1 \\ 100 & 1 \leq t < 10 \\ 100,000 & t \geq 10 \end{cases}$$

y donde t está medido en años. Waggoner (1997) aconsejó variar las penalizaciones entre vencimientos, y fijarlas de antemano en lugar de optimizarlas sobre la propia función objetivo. Dado que Waggoner demostró que su metodología tenía mejores propiedades que la propuesta por Fisher *et al.* (1995), el modelo de Waggoner será el modelo a batir (*benchmark*) dentro de los procedimientos de estimación de la ETTI no paramétricos a través de los *splines* suavizados.

Finalmente, también cabría destacar los trabajos de Anderson y Sleath (1999, 2001), quienes propusieron una modificación del método de Waggoner (1997) considerando una función objetivo de la forma

$$\sum_{i=1}^K \left(\frac{P_i - \hat{P}_i(\vec{a})}{DM_i} \right)^2 + \int_0^{t_k} \lambda(t)(\theta''(t))^2 dt$$

donde DM_i es la duración modificada del bono y la función $\lambda(t)$ se supone de la forma

$$\log(\lambda(t)) = L - (L - S)e^{-t/\mu}$$

siendo L , S y μ los parámetros que consiguen que la penalización varíe con el vencimiento. Estos autores no comentan nada sobre cuáles son los valores de dichos parámetros, pero de la Tabla 2 de Anderson y Sleath (2001) se puede deducir que $L = \log(10,000)$, $S = 0$ y $\mu = 1.44$, aproximadamente (Yallup, 2012).

En resumen, el objetivo de todas estas metodologías es lograr, principalmente, curvas *forward* parsimoniosas y con convergencia en el largo plazo, evitando el sobreajuste muestral.

Siguiendo el mismo razonamiento anterior, también sería deseable obtener, a la vez, unas curvas *spot* parsimoniosas y que converjan en el largo plazo. Lamentablemente, al centrarse estas metodologías en la minimización de la curvatura de la función $\theta(t)$, siendo ésta normalmente la función *forward*, este segundo requisito no se suele alcanzar con frecuencia.

Con el fin de evitar estos problemas, en este capítulo se desarrollará una nueva propuesta metodológica que consiste en aplicar una doble penalización. Por un lado, se penalizará la curvatura *forward*, y por el otro lado, se penalizará la curvatura *spot*. Dada la relación que, por construcción, existe entre la función *spot* y la *forward*, esperamos que al aplicar una penalización en cada curvatura, consiga que ambas curvas logren, a la vez, las características deseadas teóricamente. Sin embargo, para evitar que el modelo de doble penalización tienda a estimar curvas *forward* y *spot* planas, con una excesiva pérdida de ajuste muestral, se requiere aplicar procedimientos que obtengan el mejor ajuste posible. Concretamente, hemos hecho uso del procedimiento de ajuste de la ETTI por medio de un Algoritmo Genético (AG) propuesto por Fernández-Rodríguez (2006).

A la hora de optimizar las penalizaciones en nuestra metodología, se puede dejar que éstas ajusten libremente la información del mercado (modelo de doble penalización no restringido) o restringirlas para que cumplan una serie de restricciones (modelo de doble penalización restringido). En este Capítulo II se hará uso de ambos modelos.

Este capítulo se organiza de la siguiente forma. En el apartado 2.2 se desarrollará el modelo de doble penalización no restringido. En el apartado 2.3 se presentan los resultados del ajuste de la ETTI por diversas metodologías empleadas en este capítulo. A continuación, en el apartado 2.4 se expondrá el modelo de doble penalización restringido. Finalmente, en el apartado 2.5 se muestran una serie de consideraciones finales.

2.2. Modelo de doble penalización no restringido.

Las técnicas de estimación de la ETTI basadas en procedimientos de *splines* polinómicos ajustan mejor la información muestral, a costa de unas curvaturas *forward* y *spot* elevadas. Por dicha razón, Shea (1985) aconsejó el uso de los *B-splines*¹ con los que se evita el sobreajuste muestral, a cambio de unas curvaturas *forward* y *spot* inferiores a las que se obtienen con los *splines*. Sin embargo, dado que nuestro objetivo es buscar el procedimiento que mejor ajuste la información del mercado, en el modelo de doble penalización hacemos uso de los *splines*.

La aplicación de los procedimientos *splines* requiere definir, previamente, el número de nudos a utilizar y proceder a la localización de los mismos. En este sentido, McCulloch (1971, 1975) propone la utilización de un número de nudos interiores igual a $k \cong \sqrt{T} - 2$, siendo T el número de vencimientos observados. Además propone una localización *ad hoc* de tal forma que haya igual número de vencimientos entre cada par de nudos. Para resolver esta arbitrariedad en la localización de los nudos y mejorar la estimación de la curva *spot*, Fernández-Rodríguez (2006) propuso un procedimiento objetivo en la localización de los nudos a través de un algoritmo genético². Sin embargo, dicha metodología presenta un problema de sobreajuste muestral. Así pues, si se ajusta la ETTI usando la información de precios de mercado, esta metodología puede traer consigo unas curvas *spot* y *forward* demasiado oscilantes.

En este Capítulo II se propone una nueva metodología para la estimación de la ETTI basada en una doble penalización, destinada a evitar el sobreajuste muestral a los precios de mercado y a controlar el comportamiento de las curvas *spot* y *forward*. En primer lugar se desarrollará el modelo de doble penalización no restringido.

¹ Un *B-spline* es una función *spline* que tiene el mínimo apoyo con respecto a un determinado grado, suavidad y partición del dominio, es decir, en lugar de “seguir” los puntos de pegue entre diferentes nudos, como hace el *spline*, éste los utiliza como puntos de apoyo (ver Boor, 1978). Estos están desarrollados más ampliamente en el Anexo B.

² Los algoritmos genéticos (AG) son una clase de búsqueda adaptativa y técnica de optimización basada en los principios de la evolución natural (Holland, 1975; Koza, 1992).

Si tenemos en cuenta que la curvatura de una función se caracteriza por medio de su derivada segunda, con el fin de controlar tanto la curvatura de la función *spot* como de la función *forward*, se considera la siguiente función objetivo a minimizar³:

$$\sum_{i=1}^N \frac{(P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2}{D_i} + \lambda(\rho) \int_0^T (\hat{\rho}''(s))^2 dt + \lambda(y) \int_0^T (\hat{y}''(s))^2 dt \quad (2.2)$$

donde P_i es el precio de mercado del bono i -ésimo, $\hat{P}_i(\vec{a})$ es el precio teórico extraído de (2.1), D_i es la duración, $\lambda(\rho)$ es la penalización de la curvatura *forward*, $\hat{\rho}''(s)$ es la segunda derivada de la función *forward*, $\lambda(y)$ es la penalización de la curvatura *spot* y $\hat{y}''(s)$ es la segunda derivada de la función *spot*. Una vez que se haya estimado la función *forward* $[\hat{\rho}(t)]$ y *spot* $[\hat{y}(t)]$, una buena aproximación a las integrales de (2.2) consiste en partir el intervalo $[0, T]$, siendo T el vencimiento máximo, en n puntos dados por $t_h = \frac{T \cdot h}{n}$ donde $h = 0, 1, \dots, n$. Por tanto, si se tiene en cuenta que,

$$\hat{\theta}'' \cong \frac{\Delta^2 \hat{\theta}}{(\Delta t)^2} = \left(\frac{n^2 \Delta^2 \hat{\theta}}{T^2} \right)^2$$

resulta que

$$\int_0^T (\hat{\theta}'')^2 dt \cong \sum_{h=1}^n \left(\frac{\Delta^2 \hat{\theta}(t_h)}{(\Delta t)^2} \right)^2 \Delta t = \frac{n^3}{T^3} \sum_{h=1}^n (\Delta^2 \hat{\theta}(t_h))^2$$

siendo $\hat{\theta}$ la función *forward* o *spot* estimada. Finalmente, la nueva función objetivo a minimizar que aproxima discretamente a la (2.2) será la siguiente:

$$\sum_{i=1}^N \frac{(P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2}{D_i} + \lambda(\rho) \left[\frac{n^3}{T^3} \sum_{h=1}^n (\Delta^2 \hat{\rho}(t_h))^2 \right] + \lambda(y) \left[\frac{n^3}{T^3} \sum_{h=1}^n (\Delta^2 \hat{y}(t_h))^2 \right].$$

Así, el programa a optimizar es el siguiente,

$$\text{Min}_{\vec{a}, \lambda(\rho), \lambda(y)} \sum_{i=1}^N \frac{(P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2}{D_i} + \lambda(\rho) \left[\frac{n^3}{T^3} \sum_{h=1}^n (\Delta^2 \hat{\rho}(t_h))^2 \right] + \lambda(y) \left[\frac{n^3}{T^3} \sum_{h=1}^n (\Delta^2 \hat{y}(t_h))^2 \right] \quad (2.3)$$

³ Se puede deducir fácilmente que el modelo de Fisher, Nychka y Zervos (1995) es un caso particular del modelo de doble penalización cuando una de las dos penalizaciones, $\lambda(\rho)$ o $\lambda(y)$, es igual a cero.

El algoritmo de optimización de nuestra metodología de doble penalización no restringida busca los valores óptimos de las penalizaciones $[\lambda(\rho), \lambda(y)]$, el número de nudos interiores⁴ (k) y la localización de los mismos, y los coeficientes de los *splines* cúbicos (\vec{a}) que minimicen la función objetivo (2.3). Para resolver este complejo problema de optimización se requiere aplicar una metodología no lineal. Siguiendo a Fernández-Rodríguez (2006), la optimización de todos los valores anteriores se realizará a través de un algoritmo genético.

Los algoritmos genéticos (AG) son una clase de búsqueda adaptativa y técnica de optimización, basada en los principios de la evolución natural desarrollado por Holland (1975) y ampliado por Koza (1992), que tratan de superar los problemas de los algoritmos de optimización tradicionales. Un AG comienza con una población inicial de candidatos a solución generados aleatoriamente, que se ordenan según su comportamiento frente a la función de pérdida del algoritmo. Ésta mide el buen comportamiento relativo de cada una de las soluciones. A continuación, se seleccionan las mejores soluciones que en un proceso posterior generan aún mejores soluciones a través de una operación serial denominada recombinación genética, cruce, o *crossover*. Inspirándose en la genética natural de Mendel, las soluciones intercambian información durante el cruce. El objetivo de este cruce de información es generar sucesivas poblaciones de soluciones cuyo comportamiento sea mejor que las soluciones de las cuales fueron creadas.

Los AG han sido aplicados a una gran variedad de problemas de optimización en campos muy diversos, siendo sus resultados satisfactorios en situaciones donde el espacio de posibles soluciones es demasiado amplio como para ser manejado eficientemente por procedimientos tradicionales, o cuando existe en algún sentido un mal comportamiento, por ejemplo, que no sea diferenciable la función objetivo o que disponga de múltiples extremos locales (Holland, 1975; Koza, 1992; y Haupt y Haupt, 1998, entre otros). Sin embargo, la aplicación de los AG en la econometría es escasa. En este sentido, destaca el trabajo de Dorsey y Mayer (1995) donde fueron llevados a cabo varios problemas de optimización sobre funciones de verosimilitud en la estimación econométrica.

⁴ Se comenzará con un número de nudos interiores elevado $k \cong 2 \cdot [\sqrt{T} - 2]$, que se irá reduciendo progresivamente hasta obtener aquél número óptimo de nudos que minimice (2.3).

Éstos algoritmos combinan los procedimientos aleatorios de búsqueda del óptimo que utilizan los principios de evolución darwinianos (supervivencia del más fuerte), junto con los de la genética mendeliana (intercambio de información mediante la reproducción sexual).

Los pasos básicos en la construcción de un AG son los siguientes (ver Haupt y Haupt, 1998; Dorsey y Mayer, 1995, entre otros):

Paso 1: Población inicial.

Generar la población inicial de soluciones aleatorias.

Los candidatos a soluciones para el problema de optimización, también llamados cromosomas, se suelen representar por vectores, todos ellos de igual longitud, y consistentes de dígitos binarios $\{0,1\}$, conocidos como AG binarios. Los algoritmos binarios ajustan bien cuando los parámetros son de naturaleza discreta. Sin embargo, cuando los parámetros son continuos, como en el caso que nos ocupa, es más natural representarlos como números continuos y no como dígitos binarios. Así, Michalewicz (1992) ha sugerido emplear números continuos en lugar de la codificación binaria, dando a conocer los AG continuos.

En general, un cromosoma (con parámetros continuos o discretos) en un problema de optimización N_{par} -dimensional se escribe como una matriz con $1 \times N_{par}$ elementos tal que,

$$cromosoma = [p_1, p_2, \dots, p_{N_{par}}]$$

donde p_i son los parámetros, normalmente llamados genes. Cuando se disponga de información a priori sobre el problema, el rango de candidatos a soluciones iniciales puede reflejar dicha información en su función objetivo. Por ejemplo, la zona por donde se pueden mover los genes, es decir, la región factible del problema de optimización.

Paso 2: Ranking.

Calcular el valor comportamiento para cada cromosoma.

Para cada cromosoma, se calcula su valor comportamiento (o de ajuste) en relación a la función objetivo. Así, un cromosoma se considera que posee un mejor comportamiento que otro si el valor de la función objetivo del primero es inferior, siempre que se pretenda minimizar la función objetivo.

Paso 3: Selección Natural.

Ordenar los cromosomas en base a su función de pérdida.

Con el propósito de simular el proceso de selección natural de Darwin, los cromosomas “más fuertes”, es decir con mejor comportamiento en el sentido del ajuste, serán seleccionados para generar la siguiente generación de candidatos a soluciones. Esta nueva sub-población donde los cromosomas que peor se comportan son eliminados forman el conjunto de candidatos a emparejarse (*mating pool*) en el siguiente paso.

Paso 4: Emparejamiento.

Formar los pares de cromosomas tomados al azar.

Este emparejamiento puede realizarse por una gran variedad de formas. Una forma muy usual consiste en ponderar aleatoriamente a las parejas de cromosomas, y así, les asignamos probabilidades de acuerdo a su ajuste. Por consiguiente, un cromosoma con el ajuste más bajo (alto) tiene la mayor (menor) probabilidad de emparejarse. Sin embargo, el procedimiento más simple de emparejamiento es el *pairing from top to bottom*. Este procedimiento consiste en comenzar en el primer cromosoma de la lista e ir descendiendo en ella, emparejando los cromosomas dos a dos, hasta que el mejor comportado sea emparejado. Así, el algoritmo empareja al cromosoma $(2i - 1)$ –ésimo con el cromosoma $(2i)$ –ésimo, siendo i el número de posibles emparejamientos. Aunque esta aproximación no está inspirada en la naturaleza, es muy simple de programar y sus resultados han sido satisfactorios (Haupt y Haupt, 1998).

Paso 5: Apareamiento.

Recombinar los cromosomas para crear la descendencia.

Este procedimiento es llamado recombinación genética, cruce o *crossover*. Hay que diferenciar entre el cruce en el AG binario y en el AG continuo. En el AG binario se selecciona al azar un punto de cruce dentro de ambos cromosomas que se usa para separar cada cromosoma en dos subvectores. Estos subvectores a la derecha del punto de cruce son intercambiados entre los dos cromosomas, proporcionando dos nuevos cromosomas hijos que comparten información de los cromosomas progenitores. Por otro lado, en el AG continuo se selecciona al azar un gen donde se realizará la combinación entre ambos cromosomas para generar la descendencia. Supongamos dos cromosomas que llamaremos padre y madre,

$$padre = [p_{f1}, p_{f2}, \dots, p_{f\alpha}, \dots, p_{fN_{par}}], madre = [p_{m1}, p_{m2}, \dots, p_{m\alpha}, \dots, p_{mN_{par}}]$$

En este caso, el punto de cruce α (entre 1 y N_{par}) selecciona los parámetros $\{p_{f\alpha}, p_{m\alpha}\}$ que a través de unas combinaciones lineales convexas producen dos nuevos genes,

$$p_{nuevo1} = \beta p_{f\alpha} + (1 - \beta)p_{m\alpha}, p_{nuevo2} = (1 - \beta)p_{f\alpha} + \beta p_{m\alpha}$$

donde β es un número aleatorio uniforme en el intervalo $[0,1]$.

Finalmente, tales recombinaciones dan lugar a dos nuevos cromosomas descendientes de los anteriores,

$$hijo_1 = [p_{f1}, p_{f2}, \dots, p_{nuevo1}, \dots, p_{fN_{par}}], hijo_2 = [p_{m1}, p_{m2}, \dots, p_{nuevo2}, \dots, p_{mN_{par}}]$$

Cabría señalar que existen diversas formas de combinar a los genes en el AG continuo como por ejemplo usar algún β para cada gen, o elegir diferentes valores de β para cada gen. En este sentido, véase a Haupt y Haupt (1998) en relación con las posibles formas de crear a los nuevos cromosomas.

Paso 6: Mutaciones.

Introducir las mutaciones aleatorias.

Este proceso es considerado como la garantía contra la pérdida de diversidad genética, evitando así que el AG converja demasiado rápido a una solución óptima local en lugar de a una global. Igual que en el proceso de apareamiento, aquí se debe volver a distinguir entre el AG binario y el continuo. En el AG binario, la mutación se practica a través de la selección aleatoria de un único gen dentro de un cromosoma escogido aleatoriamente, de forma que si el elemento es un “uno” muta a “cero”, o viceversa. Para no destruir las áreas prometedoras en el espacio de búsqueda, la mutación se aplica con una probabilidad muy baja, que según el problema a optimizar puede rondar el 5%. Esto quiere decir que, teniendo en cuenta todos los cromosomas, excepto el cromosoma con mejor ajuste, sólo el 5% de todos ellos mutarán. Por otro lado en el AG continuo, las mutaciones se realizan seleccionando un cromosoma, y dentro de éste un gen, al azar, eliminando y reemplazando dicho gen por uno nuevo con las mismas características que en la población inicial.

Paso 7: Convergencia.

Aplicar el criterio de convergencia.

Tras realizar las mutaciones, se habría concluido con la segunda generación (la primera generación se corresponde con la población inicial). Por tanto, para seguir con las sucesivas generaciones se volverá al Paso 2 y se repetirán secuencialmente los pasos anteriores hasta que se satisfaga algún criterio de convergencia. En tal caso, el algoritmo pararía porque habría encontrado el óptimo. Normalmente, el criterio de parada se satisface si cada generación converge a una solución única o si se alcanza el número máximo de generaciones predefinidas.

La utilización de un algoritmo genético como procedimiento de optimización tiene dos limitaciones. Por un lado, un AG puede acarrear muchas evaluaciones de la función objetivo, invirtiéndose mucho tiempo de ejecución. Dado el presente progreso en la tecnología de la computación, la limitación anterior no es importante en estos días. Por otro lado, necesariamente no se logra la convergencia al óptimo del algoritmo, ya que el AG encontrará típicamente una posible solución que estará bastante cercana al óptimo⁵. Así pues, los AG se pueden considerar mejor como un complemento potencialmente valioso de los algoritmos tradicionales, en lugar de un sustituto de estos.

En la metodología de doble penalización no restringida, cada cromosoma del algoritmo genético empleado para minimizar a la función objetivo (2.3) está compuesto por las penalizaciones de las curvaturas *forward* y *spot*, $\lambda(\rho)$ y $\lambda(y)$ ⁶ respectivamente, la localización óptima de los nudos interiores como hace Fernández-Rodríguez (2006) y los parámetros \vec{a} de (2.1) para así obtener el precio teórico de un bono, $\hat{P}_i(\vec{a})$ ⁷.

⁵ La convergencia al óptimo tradicionalmente se basa en el teorema de esquemas de Holland (Holland, 1975) que no proporciona una respuesta completa a la cuestión de cómo es el ratio de convergencia en un problema arbitrario (ver Dorsey y Mayer, 1995, para una visión de los fundamentos teóricos del AG).

⁶ Se buscan los valores óptimos de las penalizaciones restringiéndolos entre 0.1 y 100,000, es decir, entre el valor mínimo y máximo empleado por Waggoner (1997).

⁷ Hacemos uso de los parámetros óptimos del modelo de McCulloch (1975) con nudos fijos como solución inicial en la búsqueda de los parámetros \vec{a} óptimos en el modelo de doble penalización.

2.3. Resultados de las diferentes metodologías de ajuste de la ETTI.

En este apartado se realizará un ejercicio de comparación de diferentes metodologías de estimación de la ETTI. Para ello, se emplean datos mensuales de activos de Deuda Pública española⁸ proporcionados por el Banco de España entre Enero de 1995 y Enero de 2010, no sin antes eliminar todas las operaciones simultáneas y las Letras del Tesoro con un vencimiento inferior a treinta días, y los Bonos y Obligaciones del Estado con vencimientos inferiores a un año (Waggoner, 1997).

Como es usual en la literatura (ver Waggoner, 1997; Martellini *et al.*, 2003; Díaz-Pérez *et al.*, 2011, entre otros), se debe depurar la base de datos de activos anómalos (*outliers*) que por errores en los datos, o por estar mal valorados, distorsionen la forma parsimoniosa que según la teoría debe tener la ETTI. Para resolver dicho problema, nos hemos basado en la TIR de mercado (*yield curve to maturity*) como instrumento para detectar a los *outliers*. Concretamente, eliminamos aquellos activos cuya TIR sea superior (inferior) a la media más (menos) dos veces la desviación típica de todas las TIR de ese mes. En la siguiente Figura 2.1, se muestra un ejemplo muy claro de dos *outliers* que distorsionan la parsimoneidad de la ETTI de la Deuda Pública española en Julio de 1995.

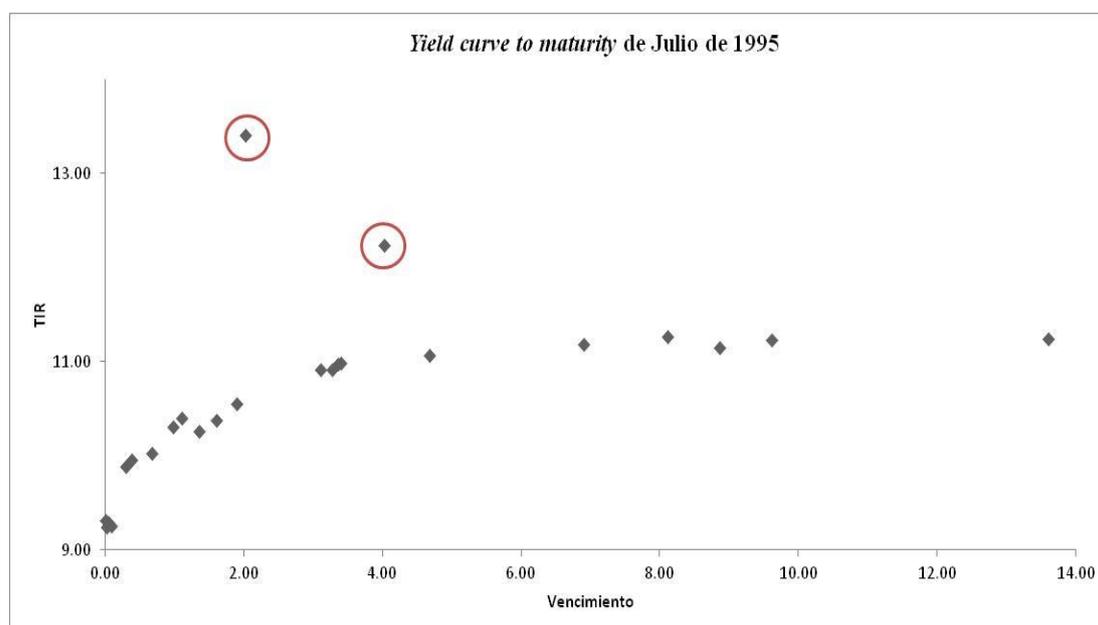


Figura 2.1. TIR (*yield curve to maturity*), Julio de 1995, donde se han detectado dos *outliers*.

⁸ En el Anexo A se muestra cómo se depuran las bases de datos, donde los tipos mensuales, sobre los que ajustamos la ETTI en este capítulo, se corresponden con los tipos que haya el último día de cada mes.

Por último, no se ajustará la ETTI en los meses donde haya menos de diez activos cotizados.

Tras depurar la base de datos, se comparará la metodología de doble penalización no restringida con las metodologías de estimación de la ETTI de Nelson y Siegel (1987) [expresiones (1.9 y 1.11) del Capítulo I], con el modelo de McCulloch (1975) [expresión (1.8) del Capítulo I], con el modelo de Waggoner (1997) [expresiones (1.17) y (1.18) del Capítulo I] y con los *splines* exponenciales de Vasicek y Fong (1982) [Anexo B del Capítulo I]. A tales efectos se han empleado varios criterios para comparar las distintas metodologías de ajuste de la ETTI como son el promedio, la desviación típica, el valor mínimo, la mediana y el valor máximo de las curvaturas *forward* y *spot*. Por otro lado, y siguiendo a Waggoner (1997), la bondad del ajuste muestral se valora a través del promedio del error medio absoluto ponderado por la inversa de la duración (con sus siglas en inglés WMAE) para todo el rango de vencimientos.

En la siguiente Tabla 2.1, se muestran los resultados de las metodologías de doble penalización no restringida con los *B-splines* y *splines* cuyos procedimientos de optimización están basados en un algoritmo genético, la metodología de McCulloch (1975) con los *B-splines* y *splines*, la metodología de Waggoner (1997) con los *B-splines* y *splines*, y la metodología de *splines* exponenciales de Vasicek y Fong (1982)⁹. Junto a los modelos anteriores, se comparan los resultados con el modelo paramétrico de Nelson y Siegel (1987). Todo ello para la información de la ETTI mensual de España entre Enero de 1995 y Enero de 2010.

⁹ En las metodologías de Waggoner (1997), McCulloch (1975) y Vasicek-Fong (1982), se emplea el procedimiento de localización y selección del número de nudos fijos propuesto por McCulloch (1971, 1975). De igual forma, en McCulloch (1975) se minimizan los errores en los precios por Mínimos Cuadrados Ordinarios usando la función (2.1), y su equivalente para el modelo de Vasicek y Fong (ver Anexo B del Capítulo I). En cambio, debido a su sencillez y rapidez, se ha aplicado el algoritmo de Levenberg-Marquardt (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963; y Moré, 1977) para optimizar tanto a los parámetros del modelo de Waggoner (1997), como a los parámetros del modelo de Nelson y Siegel (1987), cuyos valores iniciales para ambos modelos han sido los parámetros óptimos de McCulloch y los propuestos por Gimeno y Nave (2006), respectivamente. Finalmente, se ha penalizado la curvatura de la función *forward* en la metodología de Waggoner.

Para evitar problemas de heterocedasticidad en los errores (ver Anexo A del Capítulo I), estos van a ser ponderados por la inversa de la duración en todos los modelos.

Panel A: Curvatura Spot						Panel C: WMAE
Modelos	Media	Desv. Típ.	Mínimo	Mediana	Máximo	
<i>Doble Penalización no Restringida con B-Splines y AG</i>	0.0019	0.0029	5.35E-06	1.10E-03	0.0242	0.2281 (0.1907)
<i>Doble Penalización no Restringida con Splines y AG</i>	0.0001	0.0004	5.06E-08	2.45E-05	0.0030	0.1612 (0.2479)
<i>McCulloch con B-Splines</i>	0.1682	0.3759	0.0006	0.0446	3.6058	0.1721 (0.166)
<i>McCulloch con Splines</i>	0.8529	6.2782	3.28E-06	0.0017	75.9470	0.0852 (0.1602)
<i>Waggoner con B-Splines</i>	0.1896	0.5314	0.0005	0.0454	5.6443	0.1735 (0.1671)
<i>Waggoner con Splines</i>	1.6628	11.9525	2.65E-06	0.0038	144.6919	0.1077 (0.1868)
<i>Vacicek y Fong</i>	1.1953	6.6399	1.00E-05	0.0018	70.5077	0.0820 (0.157)
<i>Nelson y Siegel</i>	0.0001	0.0003	7.13E-09	1.76E-05	0.0022	0.1272 (0.1623)

Panel B: Curvatura Forward					
Modelos	Media	Desv. Típ.	Mínimo	Mediana	Máximo
<i>Doble Penalización no Restringida con B-Splines y AG</i>	0.0293	0.0540	4.23E-04	0.0154	0.6161
<i>Doble Penalización no Restringida con Splines y AG</i>	0.0015	0.0039	4.09E-07	0.0003	0.0288
<i>McCulloch con B-Splines</i>	0.0133	0.0142	0.0010	0.0078	0.0990
<i>McCulloch con Splines</i>	0.2763	2.9488	3.65E-07	0.0006	39.0815
<i>Waggoner con B-Splines</i>	0.0136	0.0153	1.04E-03	0.0078	0.1141
<i>Waggoner con Splines</i>	0.6020	6.2961	1.26E-06	0.0009	83.1824
<i>Vacicek y Fong</i>	0.7798	5.6158	3.10E-07	0.0024	58.9174
<i>Nelson y Siegel</i>	0.0007	0.0023	5.24E-08	0.0001	0.0206

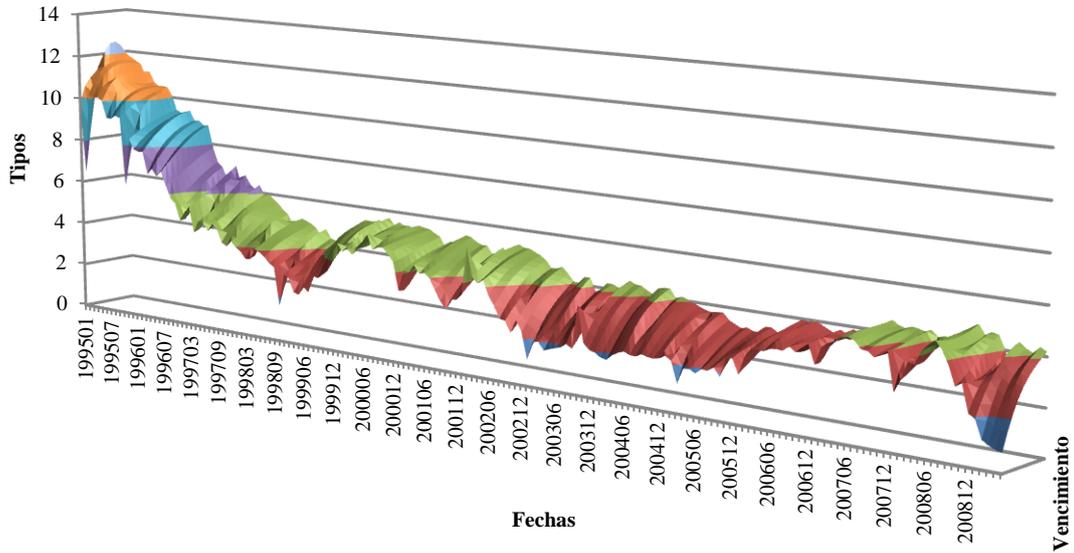
Tabla 2.1. Promedio, desviación típica, valor máximo, mínimo y mediana de las curvaturas (Panel A y B) y WMAE (Panel C, con la desviación típica entre paréntesis).

Como ya se ha discutido, la metodología de los *splines* ajusta mejor la información muestral (Panel C), a costa de unas curvaturas *spot* (Panel A) y *forward* (Panel B) muy dentadas y poco parsimoniosas. Además, la metodología de los *B-spline* para el modelo de doble penalización no restringida ofrece un ajuste y unas curvaturas muy pobres en relación al propio modelo con los *splines*. Por tanto, se aconseja el empleo de los *splines*, y no los *B-splines*, sobre el modelo de doble penalización no restringido. En cambio, para el resto de metodologías, los *B-splines* ofrecen mejores curvaturas. Esto se debe al sobreajuste muestral que se produce al emplear los *splines*. Por tanto, al igual que Shea (1985), aconsejamos el uso de los *B-splines* en las metodologías de McCulloch y Waggoner. A partir de este punto no vamos a utilizar los modelos de doble penalización empleando los *B-splines*, y los modelos de McCulloch y Waggoner con los *splines*.

En la Tabla 2.1 se puede observar cómo, dentro de los procedimientos no paramétricos, la metodología de doble penalización no restringida es la que menor curvatura promedio obtiene tanto para la curva *spot* como para la *forward*. Además, esta novedosa metodología obtiene el segundo menor WMAE promedio (sólo superado por el modelo de Vasicek y Fong, quien obtiene unas muy pobres curvaturas *spot* y *forward*), con una desviación típica ligeramente superior a dichos modelos. En cambio, si se compara el método de doble penalización restringido con el modelo paramétrico de Nelson y Siegel (1987), se puede comprobar cómo, siendo ambos muy similares, este último procedimiento es ligeramente mejor en todos los aspectos evaluados.

A continuación, se muestra en la Figura 2.2 la evolución mensual de las curvas *spot* y *forward* extraídas de la metodología de doble penalización no restringida para todo el periodo muestral.

(a) Metodología doble penalización no restringida con *splines*.
Curva *spot* para España entre Enero de 1995 y Enero de 2010.



(b) Metodología doble penalización no restringida con *splines*.
Curva *forward* para España entre Enero de 1995 y Enero de 2010.

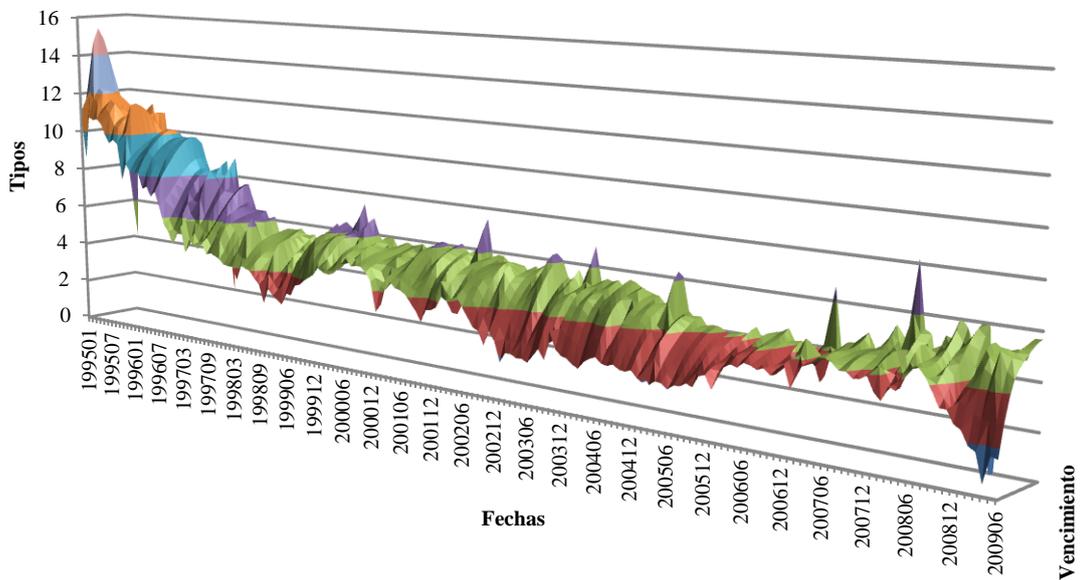


Figura 2.2. Evolución mensual de las curvas *spot* y *forward* de España.

Para tener una idea clara sobre cómo se comportan las diferentes metodologías de ajuste de la ETTI, a continuación se representan las curvas *forward* y *spot* ajustadas¹⁰ en tres meses, uno de ellos especialmente complejo (Enero 2006), otro de complejidad media (Diciembre 2004) y otro con complejidad media-baja (Enero 2010). La complejidad se ha basado en la dispersión de los precios en función de los vencimientos, es decir, si estos están muy próximos entre sí o, en cambio, muestran una elevada volatilidad. Dicha dispersión genera una dificultad añadida a los modelos de ajuste de la ETTI, siendo éste un buen experimento de la bondad de los modelos. Esto se puede comprobar en las gráficas (a) de las Figuras 2.3, 2.4 y 2.5. Concretamente, en la Figura 2.3, se muestra las gráficas de la dispersión de precios (a), las curvas *spot* (b) y las *forward* (c) ajustadas para Diciembre de 2004. Posteriormente, se hace lo propio para Enero de 2006 (Figura 2.4) y para Enero de 2010 (Figura 2.5).

¹⁰ Para reflejar con mayor claridad la bondad de nuestro modelo de doble penalización no restringido, vamos a graficar sólo a los mejores modelos de estimación de la ETTI reportados en la Tabla 2.1. Concretamente, estos son los modelos de doble penalización no restringido con *splines*, el modelo de McCulloch con *B-splines*, el modelo de Waggoner con *B-splines* y el modelo de Nelson y Siegel.

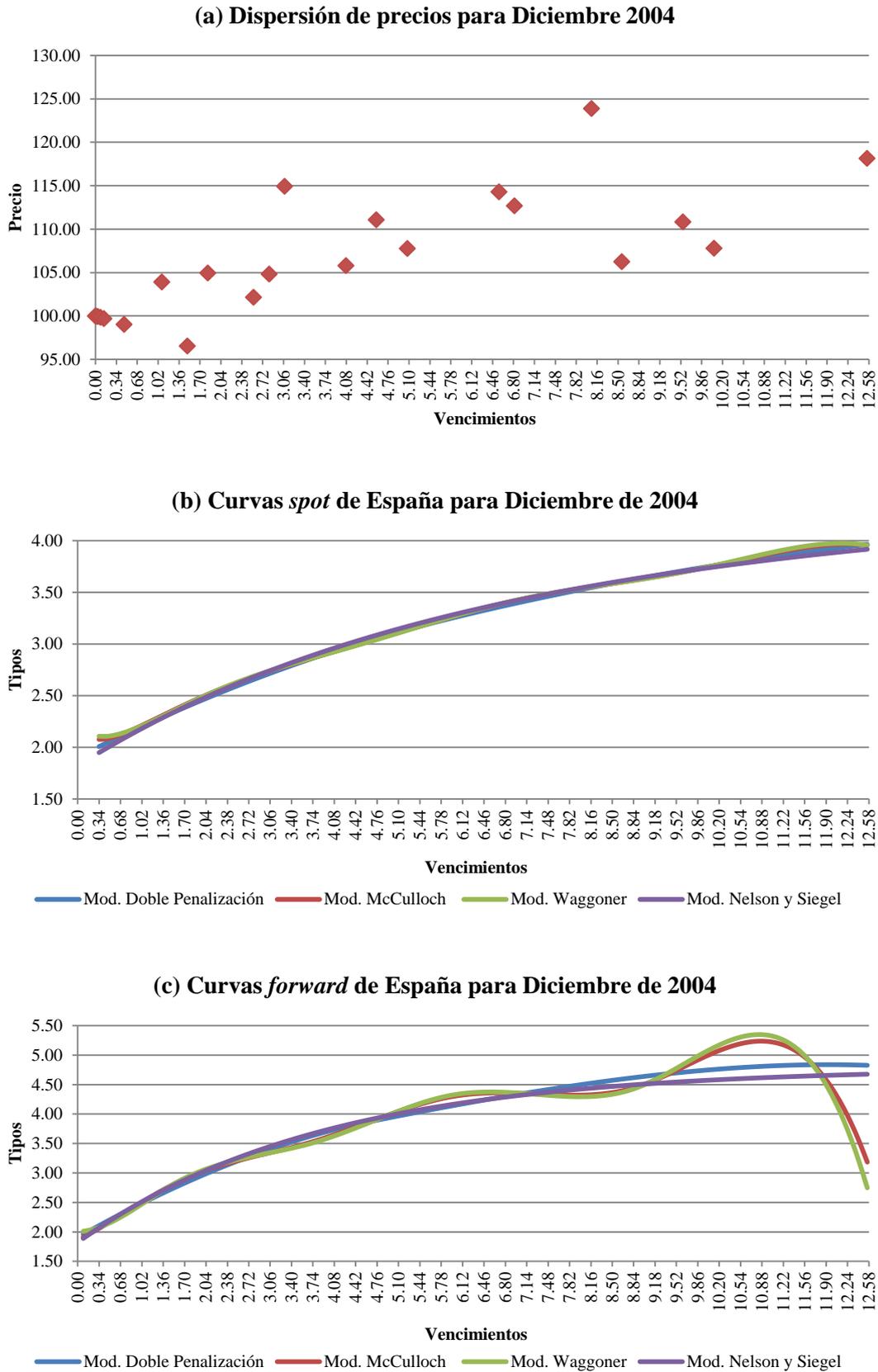


Figura 2.3. Dispersión de precios, curva *spot* y curva *forward* ajustadas de España por las diferentes metodologías para Diciembre de 2004.

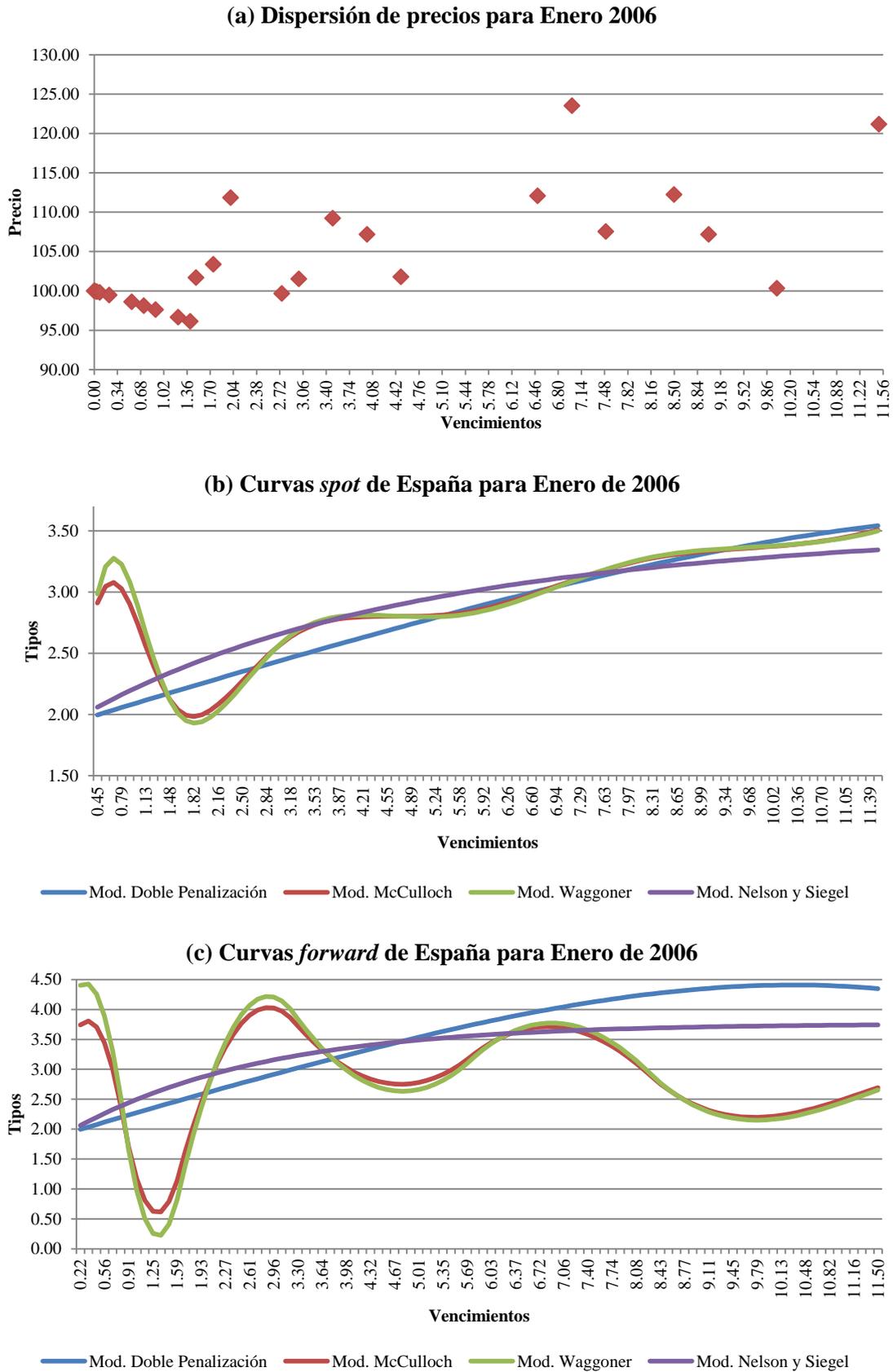


Figura 2.4. Dispersión de precios, curva *spot* y curva *forward* curva ajustadas de España por las diferentes metodologías para Enero de 2006.

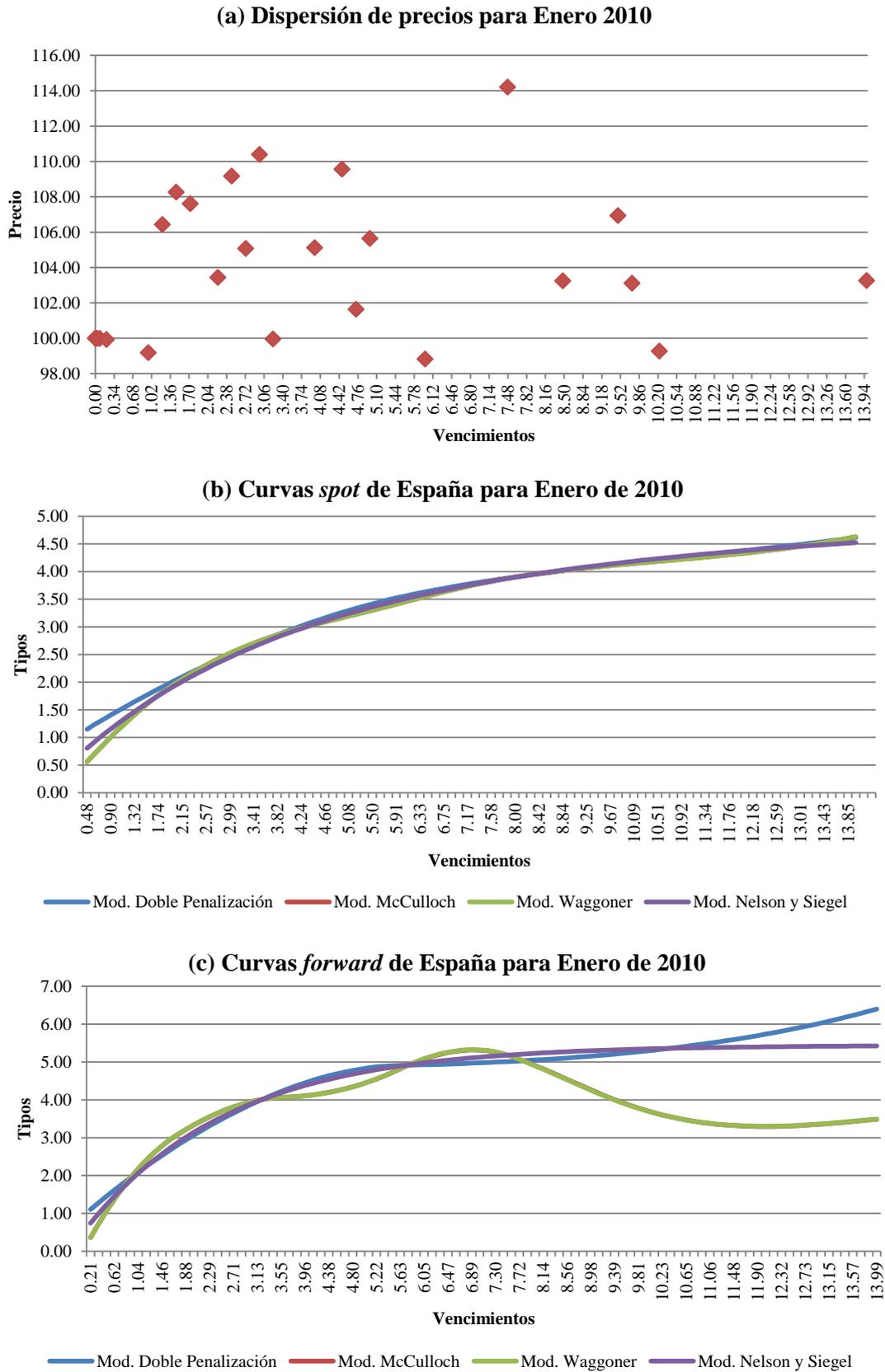


Figura 2.5. Dispersión de precios, curva *spot* y curva *forward* ajustadas de España por las diferentes metodologías para Enero de 2010.

Con respecto a las curvas *spot* y *forward*, puede comprobarse en las Figuras 2.3, 2.4 y 2.5 como las metodologías de McCulloch y Waggoner con los *B-splines* muestran en dichos meses unas curvas con muchas oscilaciones. Por el contrario, la metodología de doble penalización no restringida y la de Nelson y Siegel ofrecen unas curvas parsimoniosas, obteniendo ambas curvas *spot* y *forward* muy similares. Aun así, la metodología de doble penalización no restringida tiene un problema de convergencia que se deriva del hecho de que al aplicar polinomios cúbicos en el *spline*, tales funciones por su propia naturaleza no aseguran que se produzca una convergencia en los tipos en el largo plazo. Por lo tanto, dados los resultados anteriores podemos afirmar que, para la ETTI del mercado de Deuda Pública española, el modelo a batir (*benchmark*) es el modelo de Nelson y Siegel.

2.4. Modelo de doble penalización restringido.

Como se pudo demostrar empíricamente en el apartado anterior, el modelo de doble penalización no restringido mejora a todos los modelos no paramétricos (de entre los más recomendados en la literatura) que se han utilizado, sin embargo no es capaz de mejorar al modelo paramétrico de Nelson y Siegel (1987). Por tanto, el modelo a batir en el mercado de Deuda Pública española es el modelo de Nelson y Siegel. Para solventar dicho problema, hemos desarrollado el modelo de doble penalización restringido. Éste busca aquellas penalizaciones que permitan mejorar en curvaturas y ajuste muestral a dicho modelo de Nelson y Siegel. Este objetivo se puede lograr aplicando una serie de restricciones sobre la función objetivo (2.3), dentro del algoritmo genético utilizado en el procedimiento no restringido. Así, el nuevo programa a optimizar es el siguiente,

$$\text{Min}_{\vec{a}, \lambda(\rho), \lambda(y)} \sum_{i=1}^N \frac{(P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2}{D_i} + \lambda(\rho) \left[\frac{n^3}{T^3} \sum_{h=1}^n (\Delta^2 \hat{\rho}(t_h))^2 \right] + \lambda(y) \left[\frac{n^3}{T^3} \sum_{h=1}^n (\Delta^2 \hat{y}(t_h))^2 \right]$$

s. a.:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{n^3}{T^3} \sum_{h=1}^n (\Delta^2 \hat{\rho}(t_h))^2 \right]^{doble\ penal} \leq \left[\frac{n^3}{T^3} \sum_{h=1}^n (\Delta^2 \hat{\rho}(t_h))^2 \right]^{Nelson\ y\ Siegel} \\ \left[\frac{n^3}{T^3} \sum_{h=1}^n (\Delta^2 \hat{y}(t_h))^2 \right]^{doble\ penal} \leq \left[\frac{n^3}{T^3} \sum_{h=1}^n (\Delta^2 \hat{y}(t_h))^2 \right]^{Nelson\ y\ Siegel} \\ \left| \frac{\sum_{i=1}^N \frac{(P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2}{D_i}}{N} \right|^{doble\ penal} \leq \left| \frac{\sum_{i=1}^N \frac{(P_i - \hat{P}_i(\vec{a}))^2}{D_i}}{N} \right|^{Nelson\ y\ siegel} \end{array} \right.$$

$$0.1 \leq \lambda(\rho), \lambda(y) \leq 100,000$$

(2.4)

Al trabajar con valores muy pequeños, se puede asumir que se cumplen las restricciones en igualdad de (2.4), es decir, que ambas curvaturas (restricciones 1 y 2) y ambos WMAE (restricción 3) son iguales, si las diferencias absolutas son inferiores a 10^{-6} .

El cumplimiento de estas restricciones en el proceso de optimización mediante la técnica expuesta de los algoritmos genéticos puede implementarse en la etapa correspondiente a la selección natural del algoritmo con un nuevo paso que penalice, en exceso, a los cromosomas que no las verifiquen. Concretamente, se penalizará el valor de la función objetivo de (2.4) con un valor arbitrario suficientemente grande, por ejemplo igual a 10^{10} , si no se cumplen las restricciones.

A continuación, en la Tabla 2.2 se muestran los resultados de la curvatura *forward* y *spot*, y el WMAE para el modelo de Nelson y Siegel, el modelo de doble penalización no restringido (2.3) y el restringido (2.4) en la estimación de la ETTI del mes de Diciembre de 2004.

Doble penalización vs. Nelson y Siegel.			
Diciembre de 2004	Nelson y Siegel	Doble penalización no restringida	Doble penalización restringida
Curvatura <i>forward</i>	0.00001984	0.00000955	0.00000953
Curvatura <i>spot</i>	0.00014026	0.00008376	0.00008367
WMAE	0.04068907	0.56385546	0.02975512

Tabla 2.2. Curvaturas y ajuste muestral para la ETTI española del mes de Diciembre de 2004.

Como puede apreciarse en la Tabla 2.2, el modelo de doble penalización restringido ha sido capaz de mejorar a su versión no restringida y al modelo de Nelson y Siegel tanto en ambas curvaturas como en el WMAE. Es digno de señalar que la gran reducción en curvaturas que consigue el modelo de doble penalización restringido frente al modelo de Nelson y Siegel no ha mermado la bondad de su ajuste muestral, logrando así mejorar al WMAE de Nelson y Siegel en un 36.75%. En cambio, el modelo de doble penalización no restringido logra un muy pobre ajuste muestral.

A continuación, en la Figura 2.7 se muestran las curvas *spot* y *forward* del modelo de doble penalización restringido y el modelo de Nelson y Siegel para Diciembre de 2004.

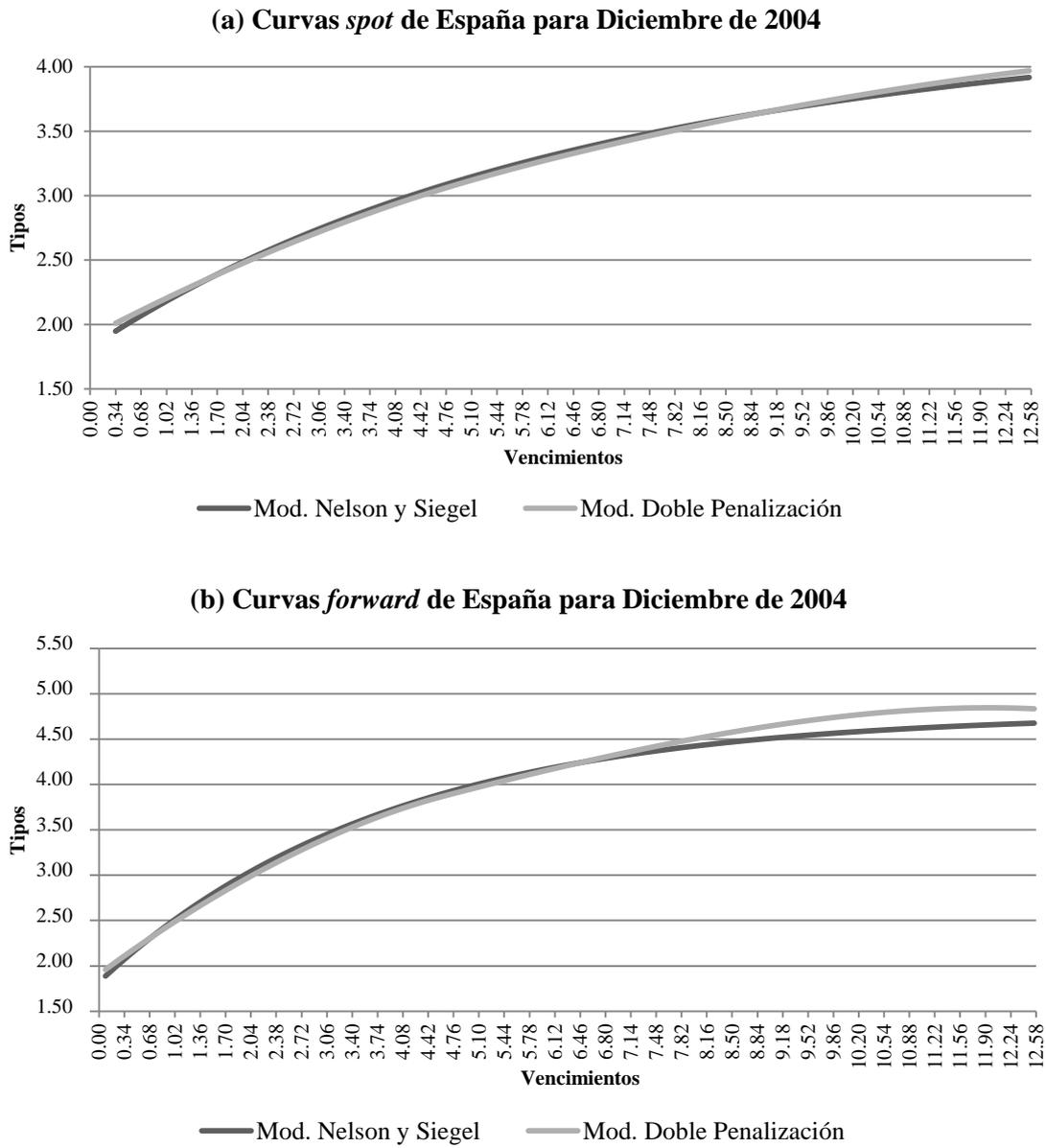


Figura 2.7. Curvas *spot* y *forward* de España para el mes de Diciembre de 2004.

En la siguiente Tabla 2.3 se muestran los resultados, pero en este caso, para la estimación de la ETTI del mes de Enero de 2006.

Doble penalización vs. Nelson y Siegel			
Enero de 2006	Nelson y Siegel	Doble penalización no restringida	Doble penalización restringida
Curvatura <i>forward</i>	0.00010197	0.00003996	0.00005617
Curvatura <i>spot</i>	0.00001474	0.00001548	0.00000341
WMAE	0.52794810	0.58473995	0.52748126

Tabla 2.3. Curvaturas y ajuste muestral para la ETTI española del mes de Enero de 2006.

En este mes tan complejo, como puede observarse en la Figura 2.3, el ajuste muestral (WMAE) y los valores de las curvaturas señalan que la estimación de la ETTI por el modelo de Nelson y Siegel (1987) mejora al modelo de doble penalización no restringido en todos los aspectos evaluados, excepto en la curvatura *forward*. En cambio, la implementación de la penalización selectiva, a través del modelo restringido, permite obtener unos valores de las penalizaciones de las distintas curvaturas que logran que el modelo de doble penalización restringido mejore al modelo de Nelson y Siegel. Hay que tener en cuenta que al trabajar con valores de las curvaturas y WMAE tan pequeños, puede existir algún mes donde sea imposible cumplir las restricciones de 2.4. Por ejemplo, el modelo de doble penalización restringido podría mejorar en curvatura *forward* y WMAE al modelo de Nelson y Siegel pero, en cambio, la curvatura *spot* de este último ser ligeramente mejor que la del anterior.

En la Figura 2.8 se representan gráficamente las curvas *spot* y *forward* estimadas a través del modelo de doble penalización restringido y del modelo de Nelson y Siegel para el mes de Enero de 2006.

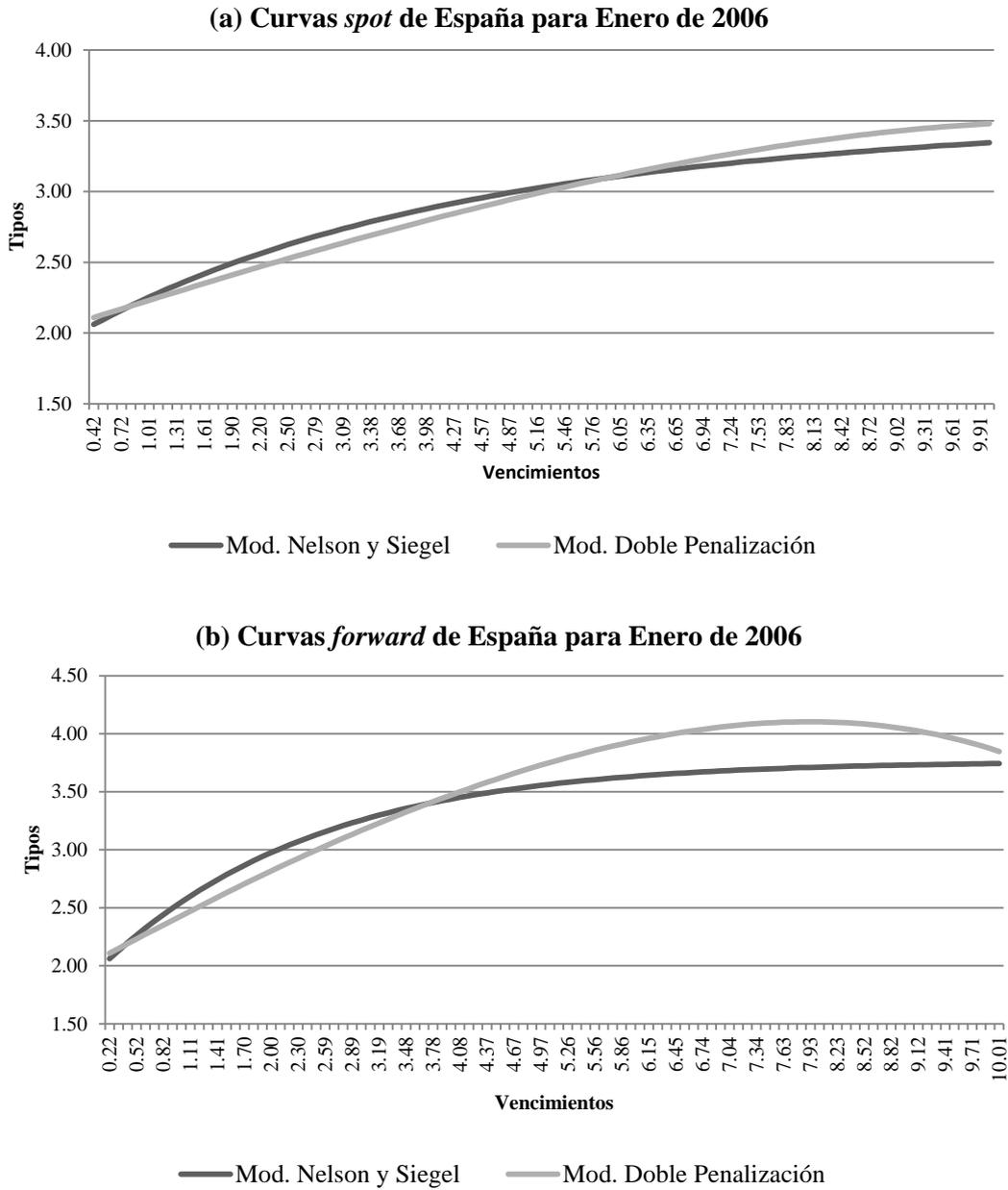


Figura 2.8. Curvas *spot* y *forward* de España para el mes de Enero de 2006.

Como puede observarse en la Figura 2.8, el modelo no paramétrico de doble penalización restringido logra unas curvas *forward* y *spot* muy similares a las del modelo paramétrico de Nelson y Siegel, todo ello para un mercado tan estrecho como el español¹¹.

Finalmente, en la siguiente Tabla 2.4 se muestran los resultados de las curvaturas y WMAE para el modelo de Nelson y Siegel, el modelo de doble penalización no restringido (2.3) y el restringido (2.4) en la estimación de la ETTI del mes de Enero de 2010.

Doble penalización vs. Nelson y Siegel.			
Enero de 2010	Nelson y Siegel	Doble penalización no restringida	Doble penalización restringida
Curvatura <i>forward</i>	0.00172470	0.00008213	0.00017224
Curvatura <i>spot</i>	0.00024184	0.00008752	0.00021363
WMAE	0.05975093	0.10597222	0.05914763

Tabla 2.4. Curvaturas y ajuste muestral para la ETTI española del mes de Enero de 2010.

En la Tabla 2.4 se observa como el modelo de doble penalización restringido (2.4) es capaz de superar, aunque ligeramente, al modelo de Nelson y Siegel en todos los aspectos de comparación. En cambio, el modelo de doble penalización no restringido (2.3) es mejor que el restringido y que Nelson y Siegel en ambas curvaturas, a cambio de un pobre ajuste muestral (WMAE).

En la siguiente Figura 2.9 se representan las curvas *spot* y *forward* estimadas a través del modelo de doble penalización restringido y del modelo de Nelson y Siegel para el mes de Enero de 2010.

¹¹ En el mercado español de deuda pública se cotizan diariamente unos veinte activos. La escasez de activos hace que los procedimientos paramétricos como Nelson y Siegel (1987) o Svensson (1994, 1995) funcionen mejor frente a los procedimientos *splines*. Éstos últimos funcionan mejor en mercados de deuda más amplios, es decir, con un mayor número de activos de diferentes vencimientos cotizados diariamente, como por ejemplo, el mercado de Deuda Pública de Estados Unidos.

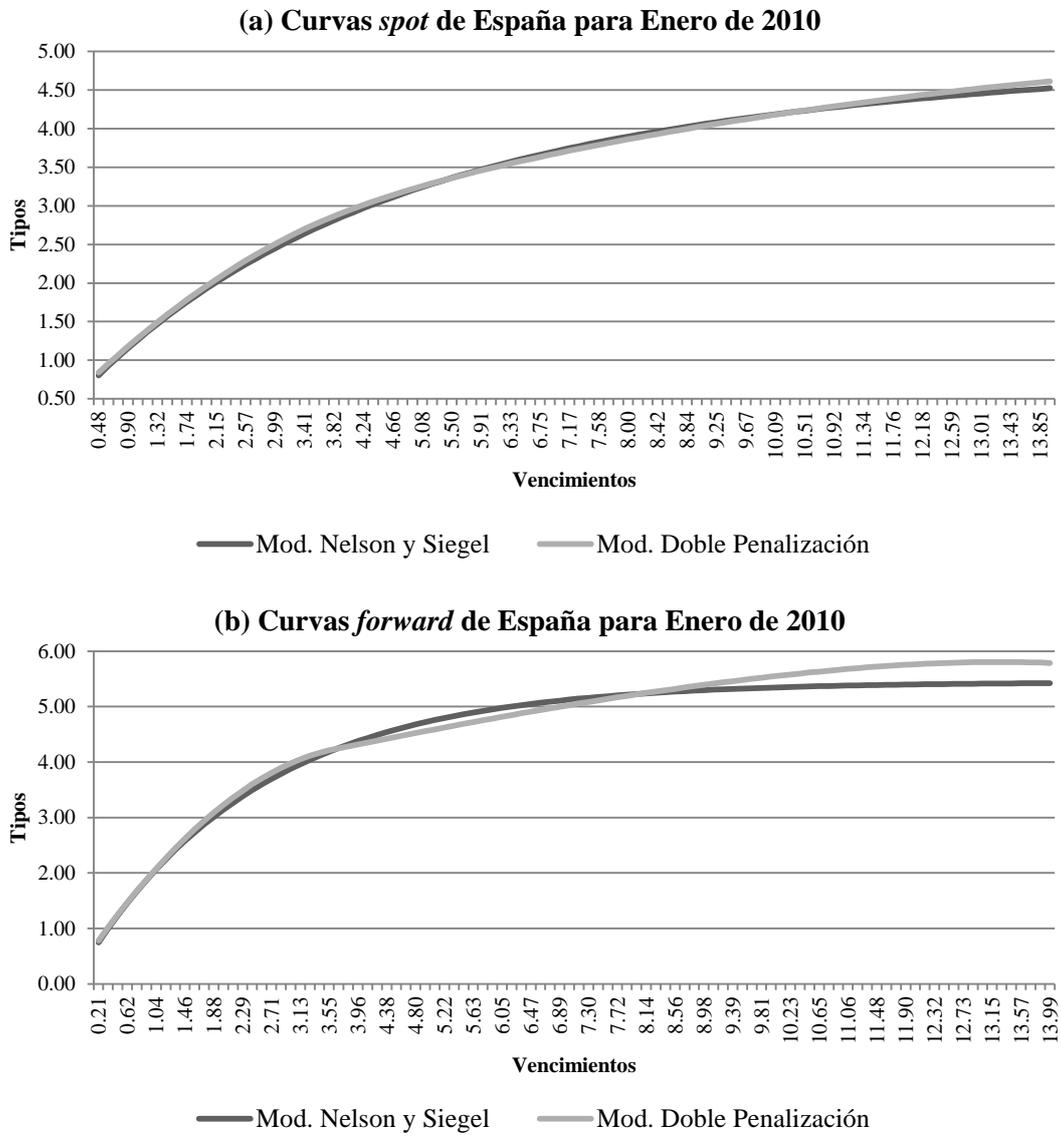


Figura 2.9. Curvas *spot* y *forward* de España para el mes de Enero de 2010.

En las Figuras 2.7, 2.8 y 2.9, se puede comprobar cómo las curvas *spot* y *forward* de ambos modelos son muy similares, si no idénticas, siendo el modelo de doble penalización restringido capaz de mejorar a Nelson y Siegel tanto en curvaturas como en ajuste muestral. De esta forma, se demuestra que el modelo de doble penalización restringido consigue funcionar incluso en mercados tan estrechos como el español, donde históricamente los modelos paramétricos han sido los más utilizados (ver documento del BIS, 2005).

En el apartado anterior se exhibía que el modelo de doble penalización no restringido era capaz de superar a los modelos no paramétricos recomendados en la literatura, sin embargo, no superaba al modelo de Nelson y Siegel (1987). En este apartado, se ha puesto de manifiesto que el modelo de doble penalización restringido es capaz de superar a todos los modelos, incluyendo al modelo Nelson y Siegel, el más utilizado por los Bancos Centrales. Esta evidencia ha sido demostrada empíricamente para la estimación ETTI de la Deuda Pública española en aquellos casos especialmente complejos por la dispersión de los precios del mercado (ver Figuras 2.3a, 2.4a y 2.5a) .

2.5. Conclusiones.

En este Capítulo II se ha desarrollado una metodología novedosa de ajuste de la ETTI, que se ha denominado como modelo de doble penalización. Este modelo consiste en aplicar una doble penalización sobre la curvatura de la función *spot* y *forward*, basándose en los modelos de *splines* suavizados de Fisher, Nychka y Zervos (1995), Waggoner (1997) y Anderson y Sleath (1999).

Los valores de ambas penalizaciones en el modelo de doble penalización se pueden buscar de forma no restringida (a través de un algoritmo genético sin restricciones) o de forma restringida (a través de un algoritmo genético aplicando unas restricciones que permiten mejorar en bondad del ajuste muestral, en curvatura *spot* y en curvatura *forward* al modelo de estimación de la ETTI que mejor se comporte a priori). De ambos procedimientos de búsqueda de las penalizaciones, se ha demostrado que el procedimiento restringido (doble penalización restringida) es el que mejor comportamiento ofrece (mejor compromiso entre ajuste muestral a la información de mercado, y menores curvaturas *spot* y *forward*). Este modelo de doble penalización restringido es muy similar al modelo de Nelson y Siegel (1987) para mercados de bonos como el español. Sin embargo, dado que utiliza polinomios a trozos (*splines*), permite obtener unas curvas *spot* y *forward* con mayor flexibilidad, y además es capaz de superar la falta de robustez de la metodología de Nelson y Siegel¹².

¹² Dado que el modelo de Nelson y Siegel (1987) es una metodología paramétrica, al cambiar un sólo activo de la curva de tipos de interés cambia toda la curva (ver las críticas de los modelos paramétricos en el último párrafo del apartado 1.4.3.3 del Capítulo I).

ANEXOS

ANEXO A

BASE DE DATOS.

A continuación se describe la base de datos empleada en los Capítulos II y III de esta Tesis Doctoral.

Los datos de la Deuda Pública española son proporcionados por el Banco de España, donde diariamente se recopila todas las operaciones de negociación que se realizan en el mercado secundario de Deuda Pública. Posteriormente, éstas son difundidas en el Boletín de la Central de Anotaciones.

Según Soledad Núñez (BIS, 2005), la ETTI en España se estima empleando entre veintidós y veintiséis Bonos con cupón de vencimiento residual entre uno y treinta años, cuatro Letras del Tesoro de vencimiento residual de tres, seis, nueve y doce meses, y cuatro operaciones simultáneas al contado de vencimiento residual de uno, siete, quince y treinta días¹³. Sin embargo, en esta Tesis Doctoral hacemos uso de la técnica de depuración de la base de datos expuesta por el profesor Antonio Díaz Pérez en su página web (<http://www.uclm.es/area/aef/Etti.asp>), y utilizada en Díaz-Pérez *et al.* (2011), que recopilamos a lo largo de este Anexo A. Igualmente, tenemos en cuenta la información reflejada en el Boletín de la Central de Anotaciones (<http://www.bde.es/webbde/es/secciones/informes/banota/actuesp.pdf>).

Por un lado, hemos extraído las series de las operaciones simultáneas al contado (simc0000.txt) con rendimientos medios de vencimientos a un día, una semana, quince días y un mes, entre el 2 de Enero de 1995 y el 8 de Febrero de 2010. Por otro lado, para las Letras del Tesoro, los Bonos y Obligaciones del Estado¹⁴, extrajimos la información de las operaciones de compraventa simple al contado (cont0000.txt) y de las características de los valores en circulación (carv0000.txt) desde la página web del Banco de España (www.bde.es/banota/series.htm). En esa página web, aparecen las series históricas de las operaciones de la Deuda Pública y del Mercado de Dinero, donde

¹³ Sí dispusiéramos de los vencimientos residuales en las operaciones simultáneas al contado pero no pudimos disponer de los vencimientos residuales requeridos para las Letras del Tesoro, empleando aquellos vencimientos proporcionados por la base de datos del Banco de España.

¹⁴ Las Letras del Tesoro se emiten con un vencimiento de dieciocho meses, los Bonos del Estado se emiten con un vencimiento de entre tres y cinco años, y las Obligaciones del Estado se emiten con un vencimiento superior cinco años.

según el Departamento de Operaciones y Gestión de la Información del Banco de España (<http://www.bde.es/webbde/es/secciones/informes/banota/series.pdf>):

“La información histórica que aquí se trata condensa en forma de series temporales los datos diarios de tipo estadístico relativos al Mercado de Deuda Pública y al Mercado de Dinero.

Se incluyen los precios y rendimientos de las operaciones de compraventa al contado, a plazo, simultáneas y con compromiso de recompra contratadas en el Mercado de Deuda Pública. Recoge, asimismo, el detalle de negociación, con importes y tipos, en el mercado de dinero, los resultados de emisión de Deuda del Estado, saldos vivos y características más importantes de los valores en circulación y las operaciones de regulación monetaria del Banco de España. ...

... Cada archivo comprimido (extensión ZIP) contiene un único fichero. Las 4 primeras posiciones del nombre identifican el tipo de operación y las 4 últimas el año que recogen. Todos los ficheros son de formato texto con delimitadores y tienen extensión TXT.

A partir del año 1999, todos los importes figuran expresados en euros, mientras que hasta 1998 los importes se expresan en pesetas.”

A continuación en la Tabla A.1, se muestra la información difundida en los archivos cont0000.txt.

CAMPO	POSICION	LONGITUD	FORMATO	OBSERVACIONES
FECHA CONTRATACION	1	10	Carácter	Formato DD/MM/AAAA
CODIGO ISIN	12	12	Carácter	Código ISIN de la emisión
CLASE DE ACTIVO	25	3	Carácter	Véase descripción en anejo I
NUMERO OPERACIONES	29	5	Numérico	
NOMINAL NEGOCIADO	35	18	Numérico	Importes en pesetas / euros con 2 decimales.
EFFECTIVO NEGOCIADO	54	18	Numérico	Importes en pesetas / euros con 2 decimales.
PRECIO MEDIO	73	7	Numérico	3 decimales
PRECIO MAXIMO	81	7	Numérico	3 decimales
PRECIO MINIMO	89	7	Numérico	3 decimales
TIPO INTERES MEDIO	97	7	Numérico	3 decimales
TIPO INTERES MAXIMO	105	7	Numérico	3 decimales
TIPO INTERES MINIMO	113	7	Numérico	3 decimales
PLAZO MEDIO	121	5	Numérico	Plazo expresado en días.

Tabla A.1: Información de los archivos de la compra-venta simple al contado (cont0000.txt). Fuente: Banco de España

(<http://www.bde.es/webbde/es/secciones/informes/banota/series.pdf>)

Por su parte, en la Tabla A.2 se ofrece la información de los archivos carv0000.txt.

CAMPO	POSICION	LONGITUD	FORMATO	OBSERVACIONES
CODIGO ISIN	1	12	Carácter	Código ISIN de la emisión
CLASE DE ACTIVO	14	3	Carácter	Véase descripción en anejo I
NOMBRE DE LA EMISION	18	50	Carácter	
FECHA DE EMISION	69	10	Carácter	Formato DD/MM/AAAA
TIPO INTERES NOMINAL	80	7	Numérico	3 decimales
NOMINAL UNITARIO	88	18	Numérico	Importes en pesetas / euros con 2 decimales.
NUMERO DE AMORTIZACIONES	107	2	Numérico	
ADELANTA O ATRASA	110	1	Carácter	D=Adelanta el pago si la amortización o cupón cae en festivo. T=Atrasa el pago en el supuesto anterior.
DATOS DE AMORTIZACIONES	112	420	Campo múltiple	20 ocurrencias
- FECHAS DE AMORTIZ.		10	Carácter	Formato DD/MM/AAAA
- PRECIOS DE AMORTIZ.		7	Numérico	En porcentaje sobre nominal. 3 decimales
- OPCIONES AMORTIZ.		1	Carácter	E=Emisor; T=Tenedor; A=Ambos; P=Proporcional; N=Obligatoria
FECHA AMORTIZACION ANTICIPADA	532	10	Carácter	Formato DD/MM/AAAA
NUMERO DE CUPONES	543	2	Numérico	
TIPO DE CUPON	546	1	Carácter	F=Fijo; I=Indiciado; R=Indiciado con cupón flotante inverso; V=Variable; C=Cero
PERIODICIDAD CUPON	548	2	Numérico	Número de cupones al año (1=Anual; 2=Semestral; 4=Trimestral, etc.)
FECHA INICIO DE DEVENGO DEL CUPON	551	10	Carácter	Formato DD/MM/AAAA
DATOS DE CUPONES	562	760	Campo múltiple	40 ocurrencias
- FECHAS PAGO CUPON		10	Carácter	Formato DD/MM/AAAA
- IMPORTE CUPONES		7	Numérico	En porcentaje sobre nominal. 3 decimales

Tabla A.2: Información de los archivos de las características de los activos de Deuda Pública (carv0000.txt). Fuente: Banco de España (<http://www.bde.es/webbde/es/secciones/informes/banota/series.pdf>)

Siguiendo a Díaz-Pérez *et al.* (2011), primero se seleccionan de todos los archivos la información de Bonos y Obligaciones del Estado (BON) y de Letras del Tesoro (LET), desechando el resto de activos de la base de datos.

A continuación, se obtiene el precio de los activos incluyendo el cupón corrido¹⁵, siendo éste el cociente entre el volumen efectivo y el volumen nominal multiplicado por su valor nominal.

¹⁵ La información sobre los precios de los activos que aparece en los archivos cont0000.txt son de precios medios ex-cupón. Éstos son precios de los Bonos y Obligaciones del Estado una vez extraída la parte del precio que corresponde al cupón corrido.

En este punto, es necesario aclarar que las Letras, Bonos y Obligaciones del Tesoro Público son emitidos en cualquier fecha, normalmente cada mes existen varios anuncios de emisión, pero por motivos de Contabilidad Nacional se quiere agrupar los pagos del Estado en unas fechas concretas. Por ello, el Tesoro los suele emitir con fechas de vencimiento el 31 de Enero, el 30 de Julio y el 31 de Octubre del año que corresponda. Este motivo hace que, normalmente, entre la fecha de la emisión del Bono u Obligación y la fecha del pago del primer cupón no transcurra un año, pudiendo ser este periodo inferior a un año. En este caso, el primer cupón no se paga en su totalidad, debido a que se debe pagar al adquirirlo en su emisión pública la parte correspondiente del cupón corrido al Tesoro Público. Por ello, al primer cupón se le descuenta la parte del cupón corrido ya pagado al Tesoro Público, aplicando la fórmula

$$\text{Primer cupón} = C \cdot \left(\frac{\text{Días entre emisión y primer cupón}}{\text{Días entre pagos de cupón}} \right)$$

donde, C es el cupón que multiplica a la proporción de días que faltan por transcurrir entre la fecha de emisión del activo y la fecha de pago del primer cupón. Una vez pagado este primer cupón, los subsiguientes cupones se pagarán en su totalidad, es decir, sin prorratearlos. Una vez aclarado el punto anterior, continuamos con la construcción de la base de datos.

Dado que los datos con lo que trabajamos son datos agregados de todas las operaciones realizadas durante la sesión sea cual sea su fecha de liquidación¹⁶ (puede variar desde $D + 0$ hasta $D + 5$, siendo D la fecha de negociación), se deben homogeneizar los precios de todos los activos a la fecha de negociación en $D + 0$, a través de la fecha de liquidación media¹⁷. Finalmente, con las características de cada activo (TIR, cupón, fechas de pago de cada cupón, etc.) y con la fecha de liquidación media, se obtiene el precio que tendría ese activo si se hubiera realizado la liquidación en $D + 0$.

¹⁶ Periodo que transcurre desde la fecha en la que se realiza la operación hasta el momento en el que el mercado la liquide.

¹⁷ Para obtener la fecha de liquidación media debemos restar de la fecha de amortización del título el dato que aparece en el campo PLAZO MEDIO, dentro de los archivos cont0000.txt.

Por último, nos queda realizar una serie de depuraciones menores. Éstas son las siguientes:

- a. Eliminamos de los activos poco líquidos que no superen diariamente los 3 millones de euros, ó 500 millones de pesetas hasta 1998, de nominal negociado.
- b. Eliminamos las operaciones realizadas con Letras del Tesoro cuyo vencimiento sea inferior a quince días.
- c. Eliminamos las operaciones realizadas con Bonos y Obligaciones del Estado cuyo vencimiento sea inferior a quince días ó superior a quince años.
- d. Eliminamos los Bonos y Obligaciones del Estado en el día que paga el cupón y en los dos días posteriores, dado que la realización de las operaciones de lavado de cupón¹⁸ introducen distorsiones en sus precios.

Finalizados los ajustes en las Letras del Tesoro, Bonos y Obligaciones del Estado, se requiere añadir la información de las operaciones simultáneas al contado con vencimientos de uno, siete, quince y treinta días para poder crear una matriz cada día con toda la información del mercado. Adicionalmente, se obtendrá la información de las operaciones simultáneas a un año para usarlas como activo libre de riesgo en el Capítulo III.

La información de las operaciones simultáneas sobre los vencimientos anteriores aparece en la página web del Banco de España (www.bde.es/banota/series.htm), dentro de los archivos `simc0000.txt`. En la siguiente Tabla A.3, se muestra la información contenida en estos archivos.

¹⁸ Los cupones están sujetos a retención fiscal para los inversores residentes, en cambio, los inversores no residentes, con carácter general, están exentos de dicha retención. Este diferente tratamiento fiscal entre residentes y no residentes da lugar al lavado de cupón, a través del cual, los residentes ceden temporalmente a los no residentes sus activos en el periodo en que estos pagan cupón a fin de evitar la retención sobre los mismos, ver Morini Marrero (1998).

CAMPO	POSICION	LONGITUD	FORMATO	OBSERVACIONES
FECHA CONTRATACION	1	10	Carácter	Formato DD/MM/AAAA
CODIGO ISIN	12	12	Carácter	Código ISIN de la emisión
CLASE DE ACTIVO	25	3	Carácter	Véase descripción en anejo I
PLAZO TIPICO DE OPERACION	29	8	Carácter	Véase descripción en anejo II
NUMERO OPERACIONES	38	5	Númérico	
NOMINAL NEGOCIADO	44	18	Númérico	Importes en pesetas / euros con 2 decimales.
EFFECTIVO NEGOCIADO	63	18	Númérico	Importes en pesetas / euros con 2 decimales.
PRECIO MEDIO	82	7	Númérico	3 decimales
PRECIO MAXIMO	90	7	Númérico	3 decimales
PRECIO MINIMO	98	7	Númérico	3 decimales
TIPO INTERES MEDIO	106	7	Númérico	3 decimales
TIPO INTERES MAXIMO	114	7	Númérico	3 decimales
TIPO INTERES MINIMO	122	7	Númérico	3 decimales

Tabla A.3: Información de los archivos de las características de las operaciones simultáneas al contado sobre la Deuda Pública (simc0000.txt). Fuente: Banco de España
(<http://www.bde.es/webbde/es/secciones/informes/banota/series.pdf>)

De nuevo, se vuelven a seleccionar los Bonos y Obligaciones del Estado (BON) y las Letras del Tesoro (LET), para posteriormente escoger los vencimientos¹⁹ a un día (1), a una semana (60008), a quince días (90017), a un mes (180033) y a un año (1930376) (ver la codificación de los vencimientos en el Anexo II del documento del Departamento de Operaciones y Gestión de la Información del Banco de España, <http://www.bde.es/webbde/es/secciones/informes/banota/series.pdf>).

Puesto que cada día aparecen operaciones simultáneas al mismo vencimiento pero con diferentes activos colaterales, se requiere extraer un único rendimiento para cada vencimiento. Para ello, simplemente se debe obtener el rendimiento (o tipo de interés) medio a través de los rendimientos de cada simultánea a un mismo plazo y del efectivo negociado (Díaz-Pérez *et al.*, 2011). De esta forma, si llamamos t a cualquiera de los vencimientos requeridos se tiene que,

$$i_t^{simult} = \frac{\sum_{j=1}^N R_t^j * EN_t^j}{\sum_{j=1}^N EN_t^j}, j = 1, 2, \dots, N$$

donde, i_t^{simult} es el rendimiento medio, o tipo de interés, de la operación simultánea para el vencimiento t , R_t^j es el rendimiento medio de las operaciones simultáneas que emplean como colateral al activo j a un vencimiento t , EN_t^j es el efectivo negociado de las operaciones simultáneas que emplean como colateral al activo j a un vencimiento t ,

¹⁹ Las operaciones simultáneas se negocian en mercados OTC. Por tanto, la única forma de poder disponer de datos objetivos sobre las mismas es a través de las operaciones agregadas del mercado.

y N es el número de activos colaterales de las operaciones simultáneas a un vencimiento t . Con ello, ya se dispone cada día de un único rendimiento, o tipo de interés, de las operaciones simultáneas al contado para los vencimientos de un día, una semana, quince días, un mes y un año.

Lamentablemente, las operaciones simultáneas con vencimiento de un año no son tan negociadas en el mercado como las de plazos inferiores. Por tanto, no existe mucha información sobre ellas en las bases de datos proporcionadas por el Banco de España. En consecuencia, existen días en los que no se dispone de dicha información. Dado que es necesario realizar los ajustes oportunos para disponer de una operación simultánea a vencimiento de un año cada día, en los días en los que no se disponga de dicha información hemos interpolado, de la forma más sencilla, entre los tipos de interés de la fecha inmediatamente anterior y la posterior.

$$i_t^{simult} = \frac{i_{t-1}^{simult} + i_{t+1}^{simult}}{2}$$

Con ello cada día se dispone de un único tipo de interés para las operaciones simultáneas a un año.

Finalmente, se calcula el precio de la *Simultánea* i para el vencimiento t aplicando la usual fórmula de valoración de los *repos* (Martellini *et al.*, 2003), aplicable también a las operaciones simultáneas,

$$\text{Precio Simultánea}_i^t = N \cdot \left(1 - \frac{i_t^{simult} \cdot t}{360} \right)$$

donde, N es el nominal (siempre de 100 unidades monetarias), i_t^{simult} es el rendimiento medio de la operación simultánea a un vencimiento t , siendo t el vencimiento residual de la simultánea en días.

Por último, la información depurada de las bases de datos de las Letras del Tesoro, Bonos y Obligaciones del Estado se une con las mismas de las operaciones simultáneas²⁰. Así, por ejemplo, la matriz resultante para el 28 de Mayo del 2001 es la siguiente:

²⁰ Sólo para los vencimientos de uno, siete, quince y treinta días, es decir, no incluimos en las matrices la información de las operaciones simultáneas a un año.

FECHA	PRECIO	TIR (%)	CUPÓN (%)	TIPO DE ACTIVO	NOMINAL	FECHA DE VENCIMIENTO	VENCIMIENTO CUPÓN 1	VENCIMIENTO CUPÓN 2	VENCIMIENTO CUPÓN 3	...
28/05/2001	99.99	4.54	0	Simultáneas	100	29/05/2001	0	0	0	...
28/05/2001	99.91	4.49	0	Simultáneas	100	04/06/2001	0	0	0	...
28/05/2001	99.81	4.48	0	Simultáneas	100	12/06/2001	0	0	0	...
28/05/2001	99.63	4.48	0	Simultáneas	100	27/06/2001	0	0	0	...
28/05/2001	97.89	4.41	0	Letras	100	17/08/2001	0	0	0	...
28/05/2001	108.29	4.35	0	Letras	100	23/11/2001	0	0	0	...
28/05/2001	95.85	4.34	4.25	Bonos	100	04/01/2002	0.17260	1.17260	0	...
28/05/2001	103.36	4.41	5.25	Bonos	100	15/01/2002	0.67945	1.67945	0	...
28/05/2001	102.94	4.4	3	Bonos	100	24/05/2002	0.67945	1.67945	0	...
28/05/2001	98.69	4.48	4.6	Bonos	100	30/07/2002	0.17260	1.17260	2.17260	...
28/05/2001	103.99	4.63	4.5	Bonos	100	31/01/2003	0.17260	1.17260	2.17260	...
28/05/2001	103.27	4.68	4.65	Bonos	100	31/01/2003	0.42740	1.42740	2.43014	...
28/05/2001	97.93	4.76	3.25	Bonos	100	30/07/2003	0.67945	1.67945	2.67945	...
28/05/2001	95.98	4.82	4.95	Bonos	100	30/08/2003	0.17260	1.17260	2.17260	...
28/05/2001	104.52	4.92	4.8	Bonos	100	30/05/2004	0.42740	1.42740	2.43014	...
28/05/2001	97.39	5.05	7.35	Bonos	100	30/07/2004	0.84110	1.84110	2.84384	...
28/05/2001	112.48	5.19	6	Bonos	100	31/10/2004	0.67945	1.67945	2.67945	...
28/05/2001	106.30	5.38	4	Bonos	100	31/01/2005	0.67945	1.67945	2.67945	...
28/05/2001	91.81	5.46	5.4	Bonos	100	30/07/2005	0.17260	1.17260	2.17534	...
28/05/2001	98.59	5.56	6.15	Bonos	100	31/10/2006	0.67945	1.67945	2.67945	...
28/05/2001	106.77	5.66	4.75	Bonos	100	31/03/2007	0.17260	1.17260	2.17260	...

Tabla A.4: Ejemplo de una matriz de datos para el día 28 de Mayo de 2001 después de depurar la información sobre la que vamos a estimar la ETTI.

En la Tabla A.4, se muestra en las filas las operaciones simultáneas, las Letras del Tesoro, los Bonos y las Obligaciones del Estado, y en las columnas, la fecha actual, el precio con cupón corrido en $D + 0$, la *TIR* en porcentaje, el cupón como porcentaje sobre el nominal, la clase de activo, el nominal, la fecha de vencimiento y el tiempo en años hasta la fecha en la que se paga cada uno de los cupones.

En los Capítulos II y III se trabaja con una matriz como la que se muestra en la Tabla A.4 para cada día entre el 2 de Enero de 1995 y el 8 de Febrero de 2010. Con ella, aplicaremos los distintos modelos de estimación, para así, obtener la ETTI de la Deuda Pública de España.

ANEXO B

LOS B-SPLINES.

Un *B-spline* es una función *spline* que tiene el mínimo apoyo con respecto a un determinado grado, suavidad y partición del dominio, es decir, en lugar de “seguir” los puntos de pegue entre diferentes nudos, como hace el *spline*, éste los utiliza como puntos de apoyo (ver Boor, 1978; y Shikin y Plis, 1995).

Si se define como I a un conjunto de índices, pudiendo éste ser igual al conjunto de número enteros no negativos, al conjunto de número enteros \mathbb{Z} , o a cualquier subconjunto finito de este último. Llamaremos nodos a la sucesión no decreciente de números, $\tau := \{t_i; i \in I\}$, tal que si $i < j$ se verificaría $t_i \leq t_j$. Por tanto, los *B-splines* de orden 1 (para el conjunto de nodos τ) se corresponden con las funciones definidas, $\forall t \in \mathbb{R}$, como

$$N_{i,1} = \begin{cases} 1, & \text{si } t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Por su parte, los *B-splines* de orden k , $\forall k \geq 2$, son las funciones obtenidas recursivamente a través de la siguiente función

$$N_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} N_{i,k-1}(t) + \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} N_{i+1,k-1}(t)$$

Nótese que si algún denominador es igual a cero, debido a la existencia de nodos múltiples, en tal caso se suele anular el término correspondiente en la expresión de $N_{i,k}(t)$.

Para aplicar los *B-splines* en la práctica, se trabaja con una base de orden $k = 4$ que sustituirá a los $d(t_j, \vec{a})$ en la fórmula (2.1).

CAPÍTULO III

Estrategias basadas en la predicción de la ETTI en el mercado de Deuda Pública española

3.1. Introducción.

3.2. Ajuste del modelo de Nelson y Siegel para todo el periodo muestral.

3.3. Predicción de la ETTI.

3.4. Estrategias de negociación activa.

3.5. Conclusiones.

3.1. Introducción.

En el Capítulo I se señaló que los procedimientos paramétricos de estimación de la ETTI tienen la ventaja adicional de que los parámetros del modelo contienen una valiosa interpretación desde el punto de vista económico y financiero. Así, el modelo de Nelson y Siegel (1987) se basa en una forma funcional con cuatro parámetros que pueden interpretarse como nivel, pendiente, curvatura y velocidad de convergencia de los tipos de interés a corto plazo hacia los tipos de interés a largo plazo. El éxito de este modelo se refleja en que ha sido empleado con profusión en la literatura y por los bancos centrales durante más de dos décadas (ver documento del BIS, 2005). Recientemente, el trabajo de Diebold y Li (2006) ha ido mucho más allá poniendo de manifiesto la posibilidad de realizar predicciones sobre la ETTI a un horizonte temporal de un año por medio de la predicción de los parámetros que definen el modelo de Nelson y Siegel.

El presente capítulo tiene un doble objetivo. En primer lugar, se trata de estudiar las posibilidades predictivas que tiene la ETTI en el mercado de Deuda Pública española, desarrollando una metodología similar a la propuesta por Diebold y Li (2006) y considerando, además, diversas técnicas adicionales de predicción. En segundo lugar, estudiar la capacidad de generar beneficios de las predicciones sobre los futuros movimientos de la ETTI a la hora de convertir dichas predicciones en estrategias de negociación activas sobre el mercado de Deuda Pública española.

Finalmente, la estructura del capítulo es la siguiente. En el apartado 3.2. se muestra la capacidad de ajuste de la ETTI con el modelo de Nelson y Siegel en el mercado de Deuda Pública española para todo el periodo muestral que abarca entre los años 1995 y 2010. En el apartado 3.3. se consideran diversos modelos de predicción de la ETTI sobre el periodo de predicción (entre los años 2003 y 2010) basados en los parámetros señalados en el párrafo inicial. En el apartado 3.4. se presentan los resultados económicos de diversas estrategias de negociación activa, sobre el periodo de predicción, basadas en la información de las señales obtenidas por las predicciones de los distintos modelos considerados en el nivel, pendiente y curvatura de la ETTI. Además, se implementarán diferentes estrategias clásicas de gestión activa. Por último, en el apartado 3.5. se presentan las conclusiones.

3.2. Ajuste del modelo de Nelson y Siegel para todo el periodo muestral.

A continuación, se hará uso del modelo de Nelson y Siegel¹ para estimar la ETTI diaria de España con la base de datos². Para ello, se considera el modelo de Nelson y Siegel, cuya función a plazos, o *forward*, obedece a la siguiente expresión:

$$f_t = \beta_0 + \beta_1 e^{-t/\tau} + \beta_2 \frac{t}{\tau} e^{-t/\tau}.$$

Asimismo, dada la relación entre los tipos *forward*, f_t , y los tipos al contado, o *spot*, R_t , en tiempo continuo

$$R_t = \frac{1}{t} \int_0^t f(s) ds,$$

los tipos *spot* vienen dados por la siguiente fórmula,

$$R_t = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{\tau}{t} (1 - e^{-t/\tau}) - \beta_2 e^{-t/\tau}.$$

La estimación de los parámetros del modelo de Nelson y Siegel puede realizarse por metodologías lineales o no lineales (ver Martellini *et al.*, 2003; Gimeno y Nave, 2006; entre otros), siendo un requisito indispensable para aplicar las metodologías lineales que el parámetro τ sea establecido de antemano (Diebold y Li, 2006). Sin embargo, el parámetro τ se puede optimizar conjuntamente con el resto de parámetros del modelo de Nelson y Siegel mediante metodologías no lineales. Por dicha superioridad metodológica, hemos empleado los mínimos cuadrados no lineales ponderados por la inversa de la duración del bono³. Esta ponderación mediante la inversa de la duración persigue dar un sentido más homogéneo a los errores entre el precio de mercado del bono y su precio teórico estimado a través del modelo de Nelson y Siegel.

En las Figuras 3.1 y 3.2 se representa la evolución de la estimación de los parámetros del modelo, nivel, pendiente, curvatura y velocidad de convergencia, τ , respectivamente, para el mercado de Deuda Pública española entre el 2 de Enero de 1995 y el 8 de Febrero de 2010.

¹ Ver apartado 1.4.3.3 del Capítulo I.

² Los datos han sido depurados y tratados de *outliers* según se señaló en el Anexo A del Capítulo II y en el Anexo C de este capítulo.

³ Se ha hecho uso de la función "lsqnonlin.m" implementada en el paquete matemático MATLAB, donde se ha aplicado como procedimiento de optimización el de Levenberg-Marquardt (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963; y Moré, 1977), usando como valores iniciales de los parámetros de Nelson y Siegel dentro del algoritmo los propuestos por Gimeno y Nave (2006).

Por otro lado, en la Figura 3.3 se muestra la evolución diaria de la función objetivo del modelo de Nelson y Siegel, cuya expresión es la siguiente,

$$\min_{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau} \sum_{i=1}^k \frac{\varepsilon_i^2}{D_i} = \min_{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau} \sum_{i=1}^k \frac{(P_i - \hat{P}_i)^2}{D_i}$$

con las restricciones $\beta_0 > 0$, $\beta_0 + \beta_1 > 0$ y $\tau > 0$, donde k representa el número de activos escogidos para ajustar la ETTI, P_i es el precio de mercado, \hat{P}_i es el precio teórico y D_i es la duración de Macaulay, con $i = 1, 2, 3, \dots, k$.

Además, en la Figura 3.4 se muestra la bondad del ajuste para cada día de la muestra, reflejándose ésta en la evolución diaria de la diferencia entre los precios teóricos (\hat{P}_i) y reales (P_i); la desviación estándar de la diferencia entre los precios teóricos (\hat{P}_i) y reales (P_i); la correlación entre los precios teóricos (\hat{P}_i) y reales (P_i); el Error Cuadrático Medio (ECM) y el Error Absoluto Medio (con sus siglas en inglés MAE), respectivamente.

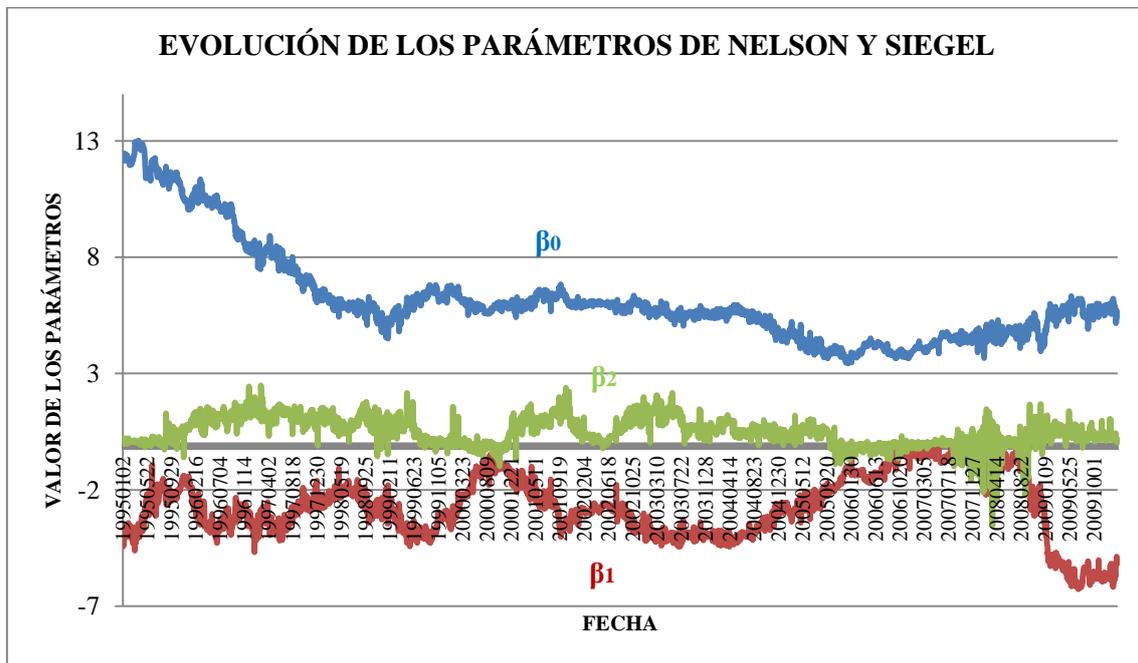


Figura 3.1. Evolución diaria de los parámetros $\{\beta_0, \beta_1, \beta_2\}$ que representan respectivamente el nivel, la pendiente y la curvatura entre el 2 de Enero de 1995 y el 8 de Febrero de 2010.

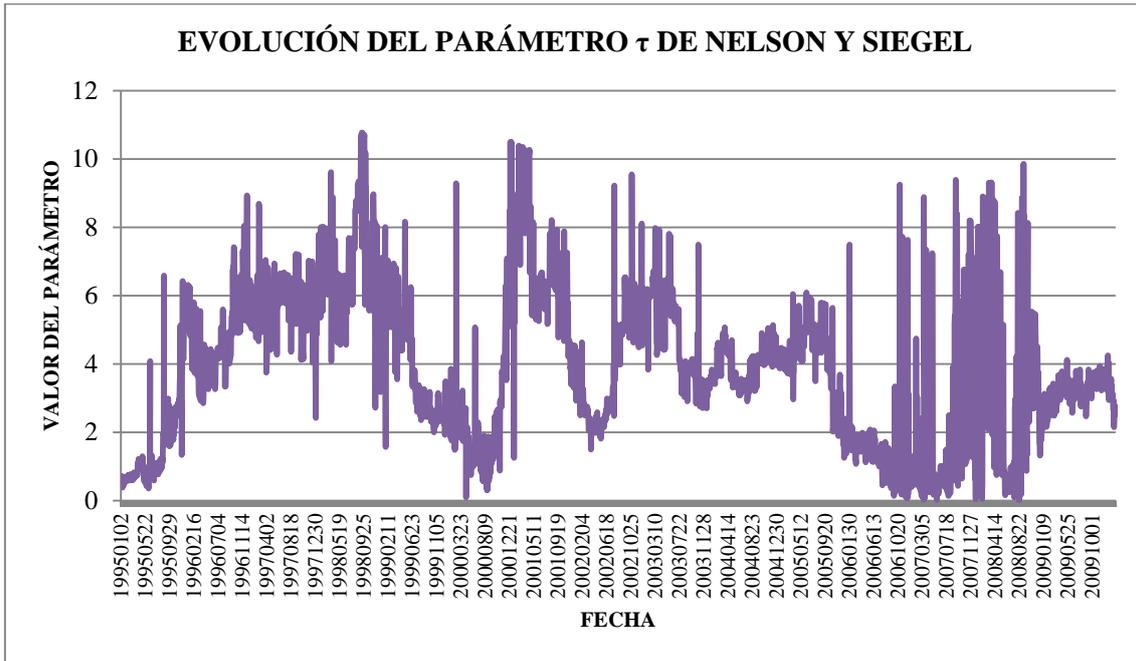


Figura 3.2. Evolución diaria del parámetro τ entre el 2 de Enero de 1995 y el 8 de Febrero de 2010.

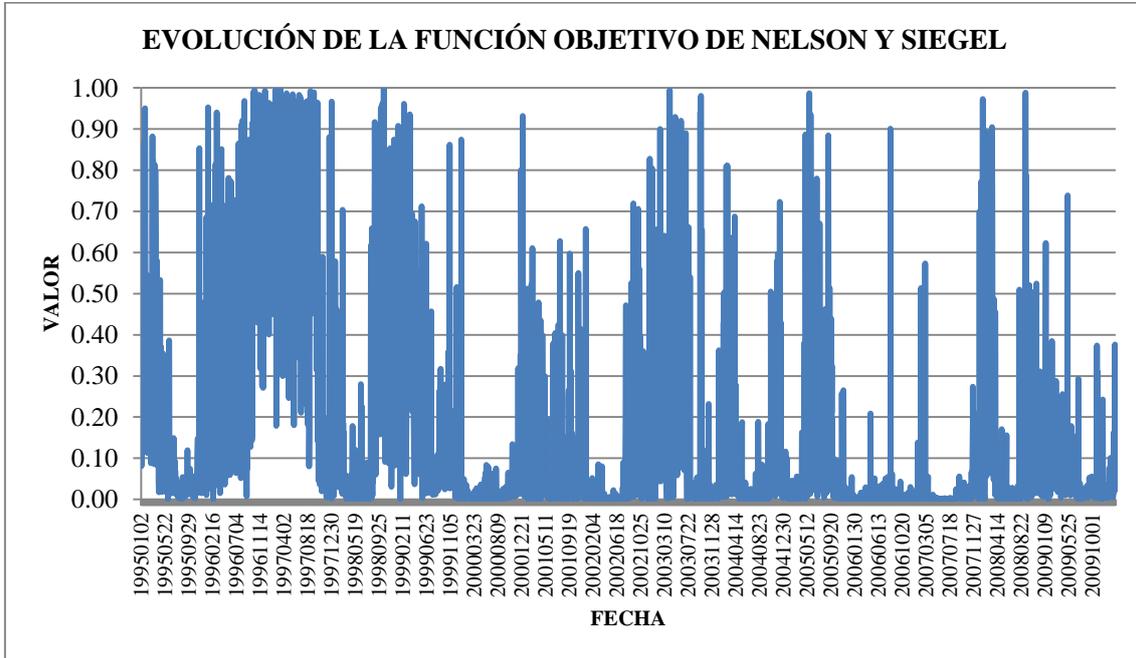


Figura 3.3. Evolución diaria de la función objetivo entre el 2 de Enero de 1995 y el 8 de Febrero de 2010.

BONDAD DEL AJUSTE MUESTRAL DIARIO

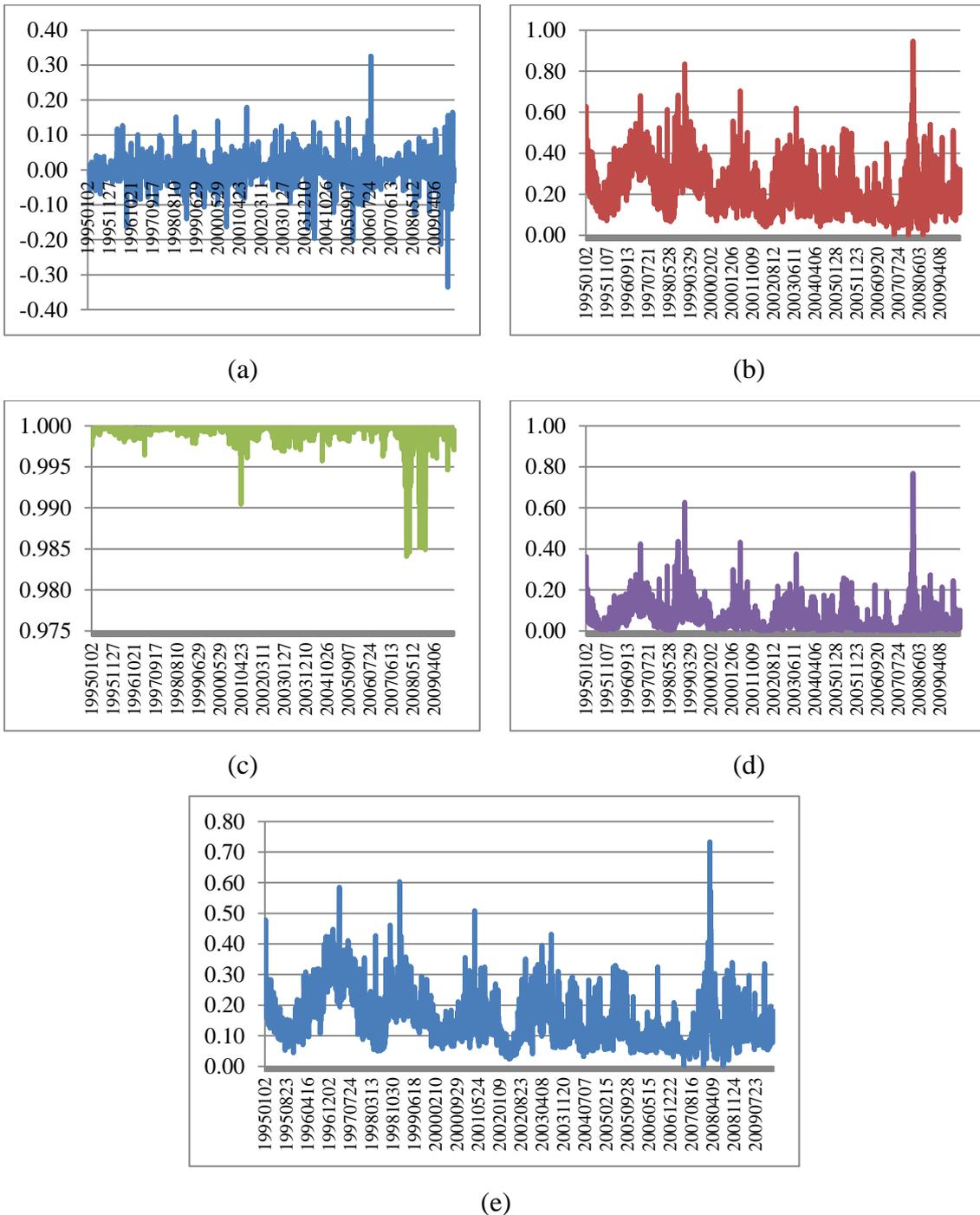


Figura 3.4. Análisis dinámico de los residuos entre el 2 de Enero de 1995 y el 8 de Febrero de 2010.

- (a) Diferencia entre los precios teóricos (\hat{P}_i) y reales (P_i),
- (b) Desviación típica de la diferencia entre los precios teóricos (\hat{P}_i) y reales (P_i),
- (c) Correlación entre los precios teóricos (\hat{P}_i) y reales (P_i).
- (d) Error cuadrático medio (ECM)
- (e) Error absoluto medio (MAE).

Por último, en la Figura 3.5 se muestra la evolución de la ETTI de la Deuda Pública de España estimada diariamente entre el 2 de Enero de 1995 y el 8 de Febrero de 2010.

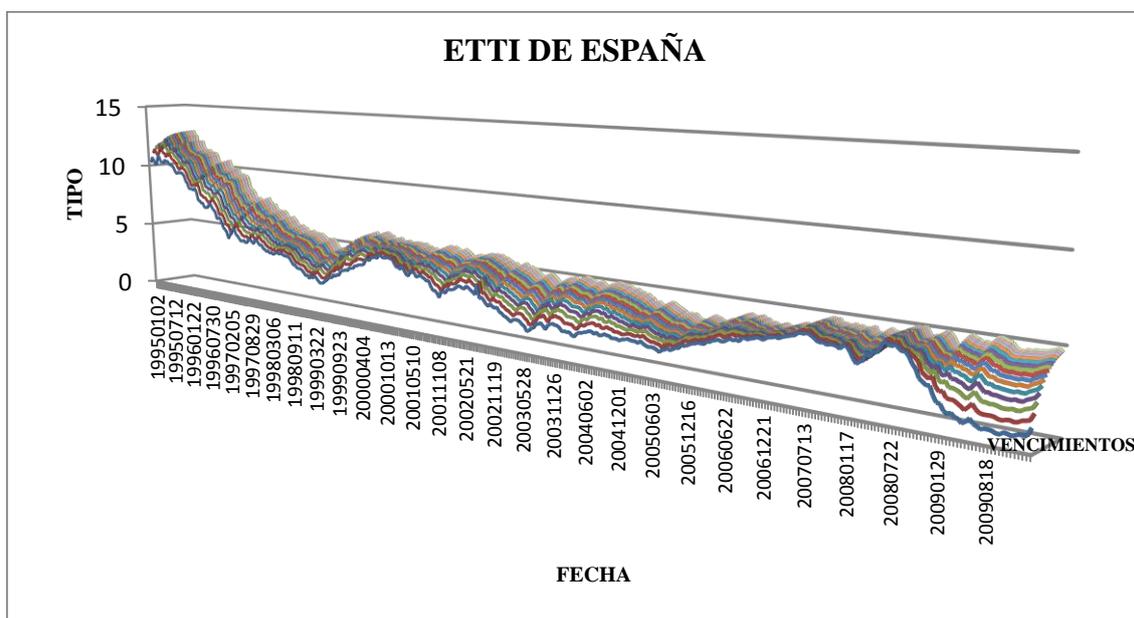


Figura 3.5. Evolución diaria de la ETTI de España ajustada por Nelson y Siegel entre el 2 de Enero de 1995 y el 8 de Febrero de 2010.

En el ajuste realizado de la ETTI por el modelo de Nelson y Siegel, sobre todo el periodo muestral, se puede comprobar en la Figura 3.4 cómo dicho modelo ajusta bien la información del mercado de Deuda Pública española. Por tanto, los parámetros del modelo reflejan fielmente la ETTI de la Deuda Pública española. Por otro lado, la Figura 3.1 refleja que los parámetros del modelo $\{\beta_0, \beta_1, \beta_2\}$ son parsimoniosos a lo largo de todo el periodo muestral. Por lo tanto, dichos parámetros pueden ser predichos, siendo éste el objetivo del presente capítulo.

3.3. Predicción de la ETTI.

El modelo de Nelson y Siegel (1987) caracteriza la evolución dinámica de la ETTI mediante cuatro parámetros $\{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau\}$. De forma que, siguiendo a Diebold y Li (2006) y con el fin de predecir la futura evolución de la ETTI a un año o a un mes vista⁴, se ha realizado la predicción de los parámetros que representan el nivel β_0 , la pendiente β_1 y la curvatura β_2 por diversos procedimientos. Por último, hay que matizar que a diferencia de Diebold y Li (2006) donde la predicción del parámetro τ se considera dada e igual a $1/0.0609$ (valor que maximiza el *factor loading* a medio plazo $(\frac{t}{\tau} e^{-t/\tau})$, es decir, donde está situado el máximo interior de la ETTI), nosotros, en cambio, dado que nuestro objetivo es predecir los movimientos futuros en nivel (β_0), pendiente (β_1) y curvatura (β_2) de la ETTI que están reflejados explícitamente en las betas del modelo de Nelson y Siegel, no consideramos necesario predecir el parámetro τ , y por ello no lo fijamos de antemano tal como se explicó en el apartado anterior.

El primer periodo de entrenamiento abarca desde el día 2 de enero de 1995 al 2 de enero de 2003. En este periodo se ajusta la ETTI día a día y se extraen las series de la evolución dinámica de los parámetros $\{\hat{\beta}_{0,i}, \hat{\beta}_{1,i}, \hat{\beta}_{2,i}\}_{i=1}^t$ (siendo $i = 1$ el 2 de enero de 1995, e $i = t$ el 2 de enero de 2003). Posteriormente, en cada una de estas series, se ajusta el modelo de predicción elegido para luego realizar la predicción del parámetro $\{\hat{\beta}_{0,t+h/t}, \hat{\beta}_{1,t+h/t}, \hat{\beta}_{2,t+h/t}\}$ de forma iterativa (ver Favero, Niu y Sala, 2012) apoyándose en las predicciones intermedias, $\{\hat{\beta}_{0,t+j/t}, \hat{\beta}_{1,t+j/t}, \hat{\beta}_{2,t+j/t}\}$ con $1 \leq j < h - 1$, a un año o a un mes vista. A continuación, se añade el día 3 de enero de 2003 al periodo de entrenamiento y se repiten los pasos anteriores para predecir los parámetros $\{\hat{\beta}_{0,t+h+1/t}, \hat{\beta}_{1,t+h+1/t}, \hat{\beta}_{2,t+h+1/t}\}$ usando las series de la evolución dinámica de los parámetros $\{\hat{\beta}_{0,i}, \hat{\beta}_{1,i}, \hat{\beta}_{2,i}\}_{i=1}^{t+1}$ (siendo $i=1$ el 2 de enero de 1995, e $i=t+1$ el 3 de enero de 2003). Así, se continúa ampliando la ventana recursiva hasta predecir el último día de la muestra, 8 de febrero de 2010 (esto se traduce en alrededor de unos 1800 días predichos).

⁴ Asumimos que cada año tiene 260 días negociables y cada mes 22 días negociables.

Dado que el periodo de predicción es muy extenso y heterogéneo marcado por un periodo de fuerte crecimiento económico (2003-2007) seguido de un periodo de profunda crisis económica (2008-2010), se han considerado estos dos subperiodos con el fin de realizar las oportunas comparaciones con el periodo íntegro (2003-2010). En el Anexo A, B y D, se muestran los resultados de este capítulo para los dos subperiodos de predicción considerados.

Con el fin de llevar a cabo las predicciones de los parámetros de la ETTI se ha dispuesto de diversos modelos empleados por Diebold y Li (2006), así como otros modelos no paramétricos adicionales empleados con éxito en la predicción de los tipos de cambio por Fernández-Rodríguez *et al.* (1999). Siguiendo la notación introducida por Diebold y Li, y basándonos en las predicciones iterativas de Favero, Niu y Sala (2012), se denotará por $\hat{\beta}_{i,t+h/t}$ el parámetro predicho iterativamente el día t a un horizonte temporal h , es decir, la predicción del parámetro del día $t+h$ empleando toda la información disponible hasta el día t , más las predicciones intermedias entre $t+1$ y $t+h-1$. Por el contrario, $\hat{\beta}_{i,t}$ representa el parámetro estimado con la información real del mercado del día t , donde la letra i hace referencia al nivel predicho ($\hat{\beta}_{0,t+h/t}$), a la pendiente predicha ($\hat{\beta}_{1,t+h/t}$), y la curvatura predicha ($\hat{\beta}_{2,t+h/t}$) con un horizonte temporal de h días.

Los modelos de predicción considerados son los siguientes:

(1) *AR(1)*:

$$\hat{\beta}_{i,t+h/t} = \hat{c}_i + \hat{\gamma}_i \hat{\beta}_{i,t}, \quad i = \{0,1,2\} \quad (3.1)$$

Los coeficientes \hat{c}_i y $\hat{\gamma}_i$ son obtenidos por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) de forma iterativa donde $h = 22$ representan las predicciones con un horizonte temporal de un mes y $h = 260$ con horizonte de un año.

(2) Camino aleatorio, *RW*:

$$\hat{\beta}_{i,t+h/t} = \hat{\beta}_{i,t}, \quad i = \{0,1,2\} \quad (3.2)$$

En este modelo, la predicción con horizonte temporal $h = 22$ o $h = 260$ es igual a la del día t .

(3) VAR(1):

$$\hat{\beta}_{i,t+h/t} = \hat{c} + \hat{\Gamma}\hat{\beta}_t, \quad i = \{0,1,2\} \quad (3.3)$$

donde $\hat{\beta}_t = [\hat{\beta}_{0,t}, \hat{\beta}_{1,t}, \hat{\beta}_{2,t}]$. El \hat{c} y $\hat{\Gamma}$ son obtenidos por MCO de forma iterativa para $h = \{22,260\}$ días.

(4) VAR(1) sobre los cambios en los parámetros del modelo de Nelson y Siegel (1987):

$$\hat{z}_{i,t+h/t} = \hat{c} + \hat{\Gamma}z_t, \quad (3.4)$$

$$\hat{\beta}_{i,t+h/t} = \hat{\beta}_{i,t} + \hat{z}_{i,t+h/t}, \quad i = \{0,1,2\}$$

donde $z_t = [(\hat{\beta}_{0,t} - \hat{\beta}_{0,t-1}), (\hat{\beta}_{1,t} - \hat{\beta}_{1,t-1}), (\hat{\beta}_{2,t} - \hat{\beta}_{2,t-1})]$ y \hat{c} y $\hat{\Gamma}$ son obtenidos por MCO de forma iterativa para $h = \{22,260\}$ días.

(5) Modelo de cointegración con mecanismo de corrección del error [*Error Correction Mechanism* (ECM)]. *ECM(1) con una tendencia común (nivel)*:

$$\hat{z}_{i,t+h/t} = \hat{c} + \hat{\Gamma}z_t, \quad (3.5)$$

$$\hat{\beta}_{i,t+h/t} = \hat{\beta}_{i,t} + \hat{z}_{i,t+h/t}, \quad i = \{0,1,2\}$$

donde $z_t = [(\hat{\beta}_{0,t} - \hat{\beta}_{0,t-1}), (\hat{\beta}_{1,t} - \hat{\beta}_{0,t}), (\hat{\beta}_{2,t} - \hat{\beta}_{0,t})]$ y \hat{c} y $\hat{\Gamma}$ son obtenidos por MCO de forma iterativa para $h = \{22,260\}$ días.

(6) Modelo de cointegración con mecanismo de corrección del error [*Error Correction Mechanism* (ECM)]. *ECM(1) con dos tendencias comunes (nivel y pendiente)*:

$$\hat{z}_{i,t+h/t} = \hat{c} + \hat{\Gamma}z_t, \quad (3.6)$$

$$\hat{\beta}_{i,t+h/t} = \hat{\beta}_{i,t} + \hat{z}_{i,t+h/t}, \quad i = \{0,1,2\}$$

donde $z_t = [(\hat{\beta}_{0,t} - \hat{\beta}_{0,t-1}), (\hat{\beta}_{1,t} - \hat{\beta}_{1,t-1}), (\hat{\beta}_{2,t} - \hat{\beta}_{0,t})]$ y \hat{c} y $\hat{\Gamma}$ son obtenidos por MCO de forma iterativa para $h = \{22,260\}$ días.

(7) Modelo de regresión local no paramétrica de Fernández-Rodríguez *et al.* (1999). *Nearest Neighbor NN(h)*:

$$\hat{\beta}_{i,t+h/t} = \hat{c}_i + \hat{\gamma}_{1,i}\hat{\beta}_{i,t}^1 + \hat{\gamma}_{2,i}\hat{\beta}_{i,t}^2 + \dots + \hat{\gamma}_{d,i}\hat{\beta}_{i,t}^d, \quad i = \{0,1,2\}, t = \{1, 2, \dots, k\} \quad (3.7)$$

donde los parámetros son obtenidos de forma local por MCO, realizando la predicción directa al horizonte temporal $h = \{22,260\}$ días.

(8) Modelo de regresión local no paramétrica de Fernández-Rodríguez *et al.* (1999). *Simultaneous Nearest Neighbor SNN(h)* :

$$\hat{\beta}_{i,t+h/t} = \hat{c}_i + \hat{\gamma}_{1,i} \hat{\beta}_{i,t}^1 + \hat{\gamma}_{2,i} \hat{\beta}_{i,t}^2 + \dots + \hat{\gamma}_{d,i} \hat{\beta}_{i,t}^d, \quad i = \{0,1,2\}, t = \{1, 2, \dots, k\} \quad (3.8)$$

donde se emplean para la predicción la información simultánea contenida en las tres series temporales de los parámetros del modelo de Nelson y Siegel. Los parámetros son obtenidos de forma local por MCO, realizando la predicción directa al horizonte temporal de $h = \{22,260\}$ días.

Siguiendo a Fernández-Rodríguez *et al.* (1999), en estos dos últimos modelos⁵, la dimensión (d) y el número de puntos próximos (k) se obtienen minimizando los errores en el ajuste dentro del periodo de entrenamiento para valores $d \in \{2,3, \dots, 8\}$ y $k \in \{1,2, \dots, 20\}$, siendo k un porcentaje sobre el tamaño muestral. En tal caso, para optimizar $\{d, k\}$ en un modelo que predice la observación $x_{t+h/t}$ de una serie temporal, sólo se puede emplear la información hasta el día t , es decir, x_1, \dots, x_t . También es preciso señalar que la predicción se realiza directamente con un horizonte $h = \{22, 260\}$ días. Esto quiere decir que dicha predicción no se apoya iterativamente en otras predicciones realizadas con un horizonte inferior, tal como se ha hecho en el resto de modelos.

Como alternativa a los modelos anteriores, vamos a considerar otro sistema de predicción basado en los tipos *forward* implícitos que utiliza la propiedad que tienen dichos tipos *forward* de producir en el instante presente la ETTI que esperan los agentes del mercado dentro de un determinado horizonte. Es decir, se debe predecir la ETTI que aquéllos esperan que haya en un horizonte temporal de un año (o un mes) por medio de la curva *forward* (ver Díaz-Pérez *et al.*, 2009; Martellini *et al.*, 2003; Fernández-Rodríguez, 2006, entre otros).

⁵ La única diferencia entre los modelos $NN(h)$ y $SNN(h)$ radica en la forma en la que éstos tratan la información en la determinación de los regresores que intervienen en el modelo. De forma que el primero emplea sólo la información de la propia serie temporal, mientras que el segundo emplea, simultáneamente, la información contenida en todas las series temporales.

Dada la estructura temporal existente en el instante $t = 0$, se pueden construir a partir de ella las siguientes tasas *forward* implícitas,

$f(0,0,1)$	$f(0,0,2)$	$f(0,0,3)$	$f(0,0,n-2)$	$f(0,0,n-1)$	$f(0,0,n)$
$f(0,1,2)$	$f(0,1,3)$	$f(0,1,4)$	$f(0,1,n-1)$	$f(0,1,n)$	-
$f(0,2,3)$	$f(0,2,4)$	$f(0,2,5)$	$f(0,2,n)$	-	-
.....	$f(0,i,j)^6$
$f(0,n-2,n-1)$	$f(0,n-2,n)$	-	-	-	-	-
$f(0,n-1,n)$	-	-	-	-	-	-

Cuadro 3.1. Estructura *forward* extraída de la ETTI en $t = 0$.

Si los tipos *spot* evolucionan siguiendo la dinámica de expectativas, el Cuadro 3.1 da cuenta de los valores esperados de los tipos *spot* que pueden darse en el futuro, es decir, los que figuran en el siguiente Cuadro 3.2:

$R(0,1)$	$R(0,2)$	$R(0,3)$	$R(0,n-2)$	$R(0,n-1)$	$R(0,n)$
$R(1,2)$	$R(1,3)$	$R(1,4)$	$R(1,n-1)$	$R(1,n)$	-
$R(2,3)$	$R(2,4)$	$R(2,5)$	$R(2,n)$	-	-
.....	$R(i,j)^7$
$R(n-2,n-1)$	$R(n-2,n)$	-	-	-	-	-
$R(n-1,n)$	-	-	-	-	-	-

Cuadro 3.2. Estructura *spot* extraída desde la curva *forward* implícita de la ETTI en $t = 0$.

Para construir el Cuadro 3.2, se hace uso de la estructura de tipos de interés estimada por el modelo de Nelson y Siegel, posteriormente se obtienen los tipos *spot* en $t = 0$ a través de los parámetros de Nelson y Siegel con unos vencimientos de un, dos,... y dieciocho años para extraer, así, la predicción de la ETTI a un año (para la predicción a un mes procederíamos de forma análoga pero con un tramo de vencimientos de un mes, un año y un mes, dos años y un mes,... y diecisiete años y un mes).

⁶ $f(0,i,j)$ es el tipo *forward* con un vencimiento de $j - i$ años (meses) que el mercado espera en $t = 0$ que habrá dentro de i años (meses) con $j > i$.

⁷ $R(i,j)$ es el tipo *spot* con un vencimiento de $j - i$ años (meses) que el mercado espera en $t = i$ con $j > i$. Ésta es una variable aleatoria.

De esta forma, si nos centramos en la ETTI para dentro de un año, dada la relación existente entre los tipos *spot* y los *forward* en tiempo discreto,

$$(1 + R(0, j))^j = (1 + R(0, 1)) \cdot (1 + f(0, 1, j))^{j-1} \quad (3.9)$$

donde $R(0, j)$ es el tipo *spot* de vencimiento $j > 1$ y $f(0, 1, j)$ es el tipo *forward* que comienza dentro de un año (mes) y finaliza en el año (mes) $j > 1$. Si se reordenan los términos de la ecuación anterior, se obtienen los tipos *forward*.

$$f(0, 1, j) = \left[\frac{(1 + R(0, j))^j}{(1 + R(0, 1))} \right]^{1/(j-1)} - 1. \quad (3.10)$$

En los Cuadros 3.1 y 3.2, puede observarse que existe una relación directa entre los *forward* de hoy y los tipos *spot* que los agentes del mercado esperan que haya dentro de un año. En este sentido, se tiene que $f(0, 1, 2) = R(1, 2)$; $f(0, 1, 3) = R(1, 3)$; $f(0, 1, 4) = R(1, 4)$; ...; $f(0, 1, 18) = R(1, 18)$, correspondiéndose con la segunda fila de ambos cuadros. Una vez que se extraen los tipos *spot* que el mercado cree que habrá al horizonte temporal de un año (mes), se vuelven a ajustar con el modelo de Nelson y Siegel, para así, obtener los parámetros de Nelson y Siegel que el mercado espera que haya dentro de un año (mes).

En la Tabla 3.1 se muestran diversos estadísticos relativos a la bondad de la predicción de los parámetros $\{\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\}$ de los diferentes modelos, y la ETTI que proporciona el modelo alternativo *forward* para el horizonte temporal de un año. Dichos estadísticos son las medias de las diferencias entre los parámetros estimados con la información real del mercado y los predichos en el periodo de predicción estudiado, la desviación típica de esas diferencias, la raíz del error cuadrático medio [*Root Mean Squared Error*, RMSE], y las autocorrelaciones a 1 retardo y a 260 retardos; todo ello para el periodo de predicción 2003-2010⁸. En la Tabla 3.2, se muestran los mismos estadísticos relativos a la bondad del ajuste en la predicción de los parámetros analizados para el horizonte temporal de un mes.

⁸ En el Anexo A se muestran los resultados para todos los modelos en el periodo íntegro (2003-2010) y los subperiodos (2003-2007) y (2008-2010).

BONDAD DE PREDICCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE NELSON Y SIEGEL PARA EL PERIODO 2003-2010.						
Modelos a un año	Parámetros	Media	Desviación típica	RMSE	ρ_1	ρ_{260}
<i>AR(1)</i>	β_0	-0.7869	0.7704	1.1010	0.9714	0.2803
	β_1	0.3044	1.9531	1.9760	0.9927	0.0799
	β_2	-0.4302	0.5043	0.6627	0.6756	0.0404
<i>RW</i>	β_0	0.0153	0.7690	0.7689	0.9543	0.2186
	β_1	-0.2669	2.0283	2.0452	0.9877	0.2399
	β_2	-0.1095	0.6926	0.7010	0.6641	-0.3171
<i>VAR(1)</i>	β_0	-0.5822	0.6529	0.8746	0.9576	-0.0457
	β_1	0.3631	1.9936	2.0258	0.9930	0.0896
	β_2	-0.4599	0.5064	0.6840	0.6782	0.0397
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	β_0	0.7314	0.7266	1.0308	0.9612	0.1353
	β_1	-0.4497	2.0732	2.1208	0.9913	0.2659
	β_2	-0.1449	0.7114	0.7258	0.7554	-0.2610
<i>ECM(1) una tendencia</i>	β_0	-0.1503	0.6038	0.6221	0.9508	-0.0861
	β_1	1.1905	2.1760	2.4798	0.9938	0.1495
	β_2	0.5839	0.5505	0.8023	0.7211	0.1922
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	β_0	0.3591	0.7482	0.8297	0.9629	0.2129
	β_1	-0.0386	2.1945	2.1942	0.9918	0.2957
	β_2	1.3296	0.5032	1.4216	0.6475	-0.0942
<i>NN(h)</i>	β_0	-0.4312	1.7695	1.8208	0.9300	0.2153
	β_1	0.2052	2.7313	2.7381	0.9548	0.0051
	β_2	-0.5496	0.7715	0.9471	0.4854	0.1332
<i>SNN(h)</i>	β_0	-0.6186	1.4151	1.5440	0.9228	0.1925
	β_1	-0.4485	2.5598	2.5980	0.9549	0.1091
	β_2	-0.1330	0.8177	0.8282	0.6813	0.0526
<i>FORWARD</i>	β_0	0.0209	0.7549	0.7549	0.9465	0.2200
	β_1	-0.9102	1.8641	2.0739	0.9846	0.1931
	β_2	-0.2752	0.5507	0.6154	0.6766	0.1051

Tabla 3.1. Bondad de la predicción de los parámetros de Nelson y Siegel $\{\beta_0, \beta_1, \beta_2\}$ con los diferentes modelos a un año para el periodo 2003-2010.

BONDAD DE PREDICCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE NELSON Y SIEGEL PARA EL PERIODO 2003-2010.						
Modelos a un mes	Parámetros	Media	Desviación típica	RMSE	ρ_1	ρ_{260}
<i>AR(1)</i>	β_0	-0.0918	0.3021	0.3156	0.7334	-0.2307
	β_1	0.0355	0.8538	0.8543	0.9558	0.7523
	β_2	-0.2793	0.5324	0.6011	0.7241	0.4108
<i>RW</i>	β_0	-0.0030	0.3054	0.3053	0.7210	-0.2902
	β_1	-0.0236	0.4765	0.4770	0.7837	-0.1133
	β_2	-0.0110	0.5531	0.5530	0.4860	-0.4466
<i>VAR(1)</i>	β_0	-0.0982	0.4384	0.4492	0.8856	0.4716
	β_1	0.0614	0.8516	0.8536	0.9552	0.7457
	β_2	-0.2782	0.4721	0.5478	0.6492	0.2274
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	β_0	0.0554	0.2980	0.3030	0.7862	-0.2736
	β_1	-0.0365	0.4688	0.4701	0.8419	-0.0844
	β_2	-0.0141	0.5265	0.5265	0.5832	-0.4179
<i>ECM(1) una tendencia</i>	β_0	-0.0414	0.3215	0.3241	0.8205	-0.0079
	β_1	0.1529	0.6875	0.7042	0.9252	0.6035
	β_2	0.1028	0.6734	0.6810	0.7807	0.4133
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	β_0	0.0058	0.2967	0.2967	0.7883	-0.2612
	β_1	0.0167	0.4737	0.4738	0.8452	-0.0626
	β_2	0.2233	0.5090	0.5557	0.5143	-0.3985
<i>NN(h)</i>	β_0	-0.0245	0.3513	0.3521	0.7456	-0.0182
	β_1	-0.0418	0.5548	0.5562	0.8246	0.1942
	β_2	-0.0971	0.4971	0.5064	0.5161	-0.0354
<i>SNN(h)</i>	β_0	-0.0168	0.3740	0.3743	0.7665	-0.0471
	β_1	-0.0176	0.5526	0.5527	0.8269	0.0240
	β_2	-0.0510	0.5019	0.5044	0.5276	-0.0892
<i>FORWARD</i>	β_0	0.0034	0.3248	0.3247	0.6633	-0.2404
	β_1	-0.1385	0.4860	0.5053	0.7618	-0.0245
	β_2	-0.3694	0.6033	0.7072	0.7002	0.3518

Tabla 3.2. Bondad de la predicción de los parámetros de Nelson y Siegel $\{\beta_0, \beta_1, \beta_2\}$ con los diferentes modelos a un mes para el periodo 2003-2010.

En la Tabla 3.1, se observa como el criterio de la RMSE señala que el modelo que mejor predice el nivel (β_0) es el modelo *ECM(1) con una tendencia común (nivel)*; el modelo que mejor predice la pendiente (β_1) es el modelo *AR(1)*; y el que mejor predice la curvatura (β_2) es también el *AR(1)*. Nótese que el modelo alternativo *forward* predice mejor la curvatura que el mejor modelo de predicción⁹. Estos resultados son consistentes con los obtenidos por Diebold y Li (2006), quienes encontraron que el modelo *AR(1)* era el mejor predictor de la ETTI a un horizonte de un año.

En la Tabla 3.2, según el criterio de la RMSE, puede observarse que el modelo que mejor predice el nivel (β_0) es el *ECM(1) con dos tendencias comunes*; para la pendiente (β_1) el modelo que mejor predice es el *VAR(1) sobre los cambios en los parámetros*; y para la curvatura (β_2) es el *SNN(h)*¹⁰.

⁹ En el Anexo A podemos analizar cómo el mejor modelo para el nivel (β_0) es, además, el más estable entre subperiodos. Una de las reacciones de la crisis económica en el subperiodo 2008-2010 fue que la pendiente de la ETTI creció de forma brusca en poco tiempo, ver Figuras 3.1 y 3.5. Esto provoca que las predicciones de la pendiente (β_1) entre el 2008 y 2010 sean considerablemente malas. Por su parte, los diferentes modelos obtienen unas predicciones bastante estables para la curvatura (β_2).

¹⁰ En el Anexo A, se confirma que las predicciones son más precisas y más estables al horizonte de un mes. Aún así, la predicción de la pendiente dentro del subperiodo 2008-2010 sigue siendo poco precisa.

3.3.1. Aciertos en la dirección de los parámetros. Porcentaje de aciertos.

A continuación, se analizan cuáles son los modelos predictivos que mejor captan las direcciones en que se mueven los parámetros, es decir, aquéllos que mejor predicen sus subidas o bajadas. En primer lugar, interesa estudiar qué modelos son los mejores predictores de la dirección para los parámetros: nivel (β_0), pendiente (β_1) y curvatura (β_2) al horizonte temporal de un año y de un mes, de forma que dichas predicciones puedan aprovecharse para tomar posiciones sobre los activos de renta fija existentes en el mercado.

El porcentaje de aciertos en la dirección de la predicción se obtiene fácilmente introduciendo la variable $difreal_{i,t}$ que toma valor 1 cuando el parámetro estimado con la información real del mercado en t y en $t + h$ aumente en el periodo $[t, t + h]$ y valor -1, en caso contrario. Análogamente, la variable $difpred_{i,t}$ toma valor 1 cuando el valor del parámetro predicho en el instante $t + h$ es superior a su valor estimado con la información real del mercado en t y valor -1, en caso contrario.

La expresión de estas dos variables sería,

$$difreal_{i,t} = \begin{cases} 1 & \text{si } \hat{\beta}_{i,t+h} \geq \hat{\beta}_{i,t} \\ -1 & \text{si } \hat{\beta}_{i,t+h} < \hat{\beta}_{i,t} \end{cases},$$

$$difpred_{i,t} = \begin{cases} 1 & \text{si } \hat{\beta}_{i,t+h/t} \geq \hat{\beta}_{i,t} \\ -1 & \text{si } \hat{\beta}_{i,t+h/t} < \hat{\beta}_{i,t} \end{cases},$$

siendo $\hat{\beta}_{i,t+h}$ el parámetro estimado con la información real del mercado el día $t + h$; $\hat{\beta}_{i,t}$ el parámetro estimado con la información real del día t y $\hat{\beta}_{i,t+h/t}$ el parámetro predicho del día $t + h$ con la información disponible hasta t , para $i = 0, 1, 2$. Por lo que el porcentaje de éxitos predictivos se contabiliza sin más que multiplicar ambas diferencias ($difreal_{i,t} \cdot difpred_{i,t}$). Así, en el caso de un acierto en la predicción de la dirección, el valor de dicho producto es igual a 1, y en el caso de un fracaso en la predicción de la dirección, dicho producto es -1. Finalmente, sólo hay que calcular el porcentaje de aciertos para cada modelo.

En la siguiente Tabla 3.3, se muestra el porcentaje de acierto en la dirección del movimiento de los parámetros para cada modelo de predicción, incluido el modelo alternativo *forward*, en los dos horizontes de predicción¹¹.

Si nos centramos en el horizonte de un año y comparamos la Tabla 3.1 con la Tabla 3.3, se observa que el modelo de mayor porcentaje de aciertos en la predicción de la dirección no coincide, necesariamente, con el que tiene menor RSME. Tanto es así que sólo en el parámetro del nivel (β_0), el modelo con menor RSME en la Tabla 3.1 es el que obtiene el mayor porcentaje de acierto en la dirección de dicho parámetro. En cambio, en el resto de parámetros no ocurre esto. En síntesis, el modelo con el mayor porcentaje de acierto en la dirección del β_0 a un horizonte a un año es el modelo *ECM(1) con una tendencia común*, y en el caso de la predicción de β_1 y β_2 los modelos que predicen mejor la dirección de dichos parámetros son aquéllos basados en las similitudes *NN(h)* y *SNN(h)*, respectivamente.

Por otro lado, en el horizonte de un mes, los resultados son consistentes con los mejores modelos obtenidos en la Tabla 3.2, es decir, todos los modelos que obtuvieron un menor RSME para cada uno de los parámetros son los que obtienen el mayor porcentaje de acierto en la dirección de los mismos. Así, el modelo que mejor predice la dirección del parámetro de nivel (β_0) es el *ECM(1) con dos tendencias comunes*, para la pendiente (β_1) el *VAR(1) sobre los cambios en los parámetros*, y para la curvatura (β_2) el *SNN(h)*.

En general, se puede afirmar que los modelos obtienen un alto porcentaje de acierto en la dirección del parámetro de la curvatura (excepto el *VAR(1) sobre los cambios en los parámetros* para el horizonte temporal de un año, éstos obtienen un porcentaje superior al 50%). En cambio, no podemos afirmar lo mismo para el resto de parámetros, exceptuando unos modelos determinados que obtienen unos porcentajes de acierto superiores al 50%. Concretamente, los modelos que obtienen un porcentaje de acierto superior al 50% en ambos horizontes son los modelos *AR(1)*, *VAR(1)* y *ECM(1) con una tendencia común* para el parámetro del nivel, y los modelos *VAR(1) sobre los cambios en los parámetros*, *NN(h)* y *SNN(h)* para la pendiente.

¹¹ El modelo de camino aleatorio (*RW*) se excluye porque éste, por definición, no predice ningún cambio en la dirección de los parámetros analizados.

PORCENTAJE DE ACIERTO EN LA DIRECCIÓN DE LOS PARÁMETROS				
Modelos de predicción	Horizonte temporal	β_0	β_1	β_2
<i>AR(1)</i>	un año	54.23	57.39	65.85
	un mes	51.54	47.69	59.77
<i>VAR(1)</i>	un año	69.19	55.93	62.88
	un mes	52.31	46.93	56.53
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	un año	45.77	55.18	38.45
	un mes	53.57	58.95	59.93
<i>ECM(1) una tendencia</i>	un año	76.58	43.56	68.18
	un mes	53.13	46.16	54.12
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	un año	45.77	23.99	57.77
	un mes	55.49	50.00	55.54
<i>NN(h)</i>	un año	22.22	60.04	65.78
	un mes	53.02	53.84	58.78
<i>SNN(h)</i>	un año	43.12	52.21	71.02
	un mes	50.22	55.98	63.12
<i>FORWARD</i>	un año	58.71	61.55	64.77
	un mes	47.75	55.60	55.05

Tabla 3.3. Porcentaje de acierto de cada uno de los modelos de predicción en la dirección del movimiento de los diferentes parámetros a un año y a un mes para el periodo 2003-2010.

3.3.2. Aciertos en la dirección de los parámetros. Estadístico binominal.

A continuación, se analiza la significación estadística de los aciertos predictivos en la dirección de los parámetros por los diferentes modelos. Para ello, hemos desarrollado un estadístico basado en una distribución Binomial [$Bin(n, p)$] para confirmar si los porcentajes de aciertos en la dirección de los parámetros de cada modelo son significativos desde el punto de vista estadístico. En este sentido, se trata de contrastar si dicho porcentaje de aciertos predictivos que se ha obtenido se deben al azar o es significativamente superior al que alcanza una distribución binomial dado un determinado nivel de significación.

El modelo de *predicción trivial* con el que se va a comparar cada modelo es aquél que apuesta por una subida o bajada en el periodo de predicción (2003-2010) en función de cuál de ambos movimientos haya sido el más probable en el periodo de entrenamiento (1995-2002). Por tanto, si $p = 0.6$ es igual a la probabilidad de subida (bajada) obtenida en el periodo de entrenamiento¹², el *modelo trivial* predecirá aleatoriamente por subidas (bajadas) el 60% de las veces y bajadas (subidas) el 40% de las veces. Además del parámetro p , se requiere un segundo parámetro que define a la distribución binomial, siendo éste el parámetro n , el cual representa la longitud del periodo de predicción. Cuando el tamaño muestral es suficientemente grande es bien sabido que la distribución $Bin(n, p)$ converge en distribución a una $Normal(n, p; \sqrt{n \cdot p \cdot q})$.

Las condiciones para pasar de una $Bin(n, p)$ a una $Normal(n, p; \sqrt{n \cdot p \cdot q})$ son que $n \geq 30$, $n \cdot p \geq 5$ y $n \cdot q \geq 5$. Además, habría que corregir los intervalos a través de las correcciones por continuidad que consiste en hacer que aquéllos pasen de ser discretos a ser continuos, y lograr que la aproximación realizada sea lo más precisa posible. Cualquier manual estadístico básico define que las correcciones por continuidad consisten en tomar un pequeño intervalo alrededor del punto requerido, de forma que si se pretende buscar aquél valor k que deje a su izquierda una probabilidad igual al 2.5%, éste se correspondería con la siguiente probabilidad: $P(X \leq k + 0.5) = 0.025$.

¹² Para desarrollar el estadístico se asume que no se produce ningún cambio estructural en el periodo de predicción, por lo que puede seguirse apostando sobre el periodo de predicción por el movimiento más probable (subida o bajada) del β_i en el periodo de entrenamiento, con $i = \{0,1,2\}$.

Una vez transformada la distribución binomial en una normal y tras realizar las correcciones por continuidad, finalmente, se obtienen los percentiles al 2.5%, que se ha definido como r'_0 , y al 97.5%, r_0 , que acumulan interiormente el 95% de la distribución. En la Figura 3.6, mostramos un ejemplo de la distribución normal que se obtiene para cada uno de los parámetros.

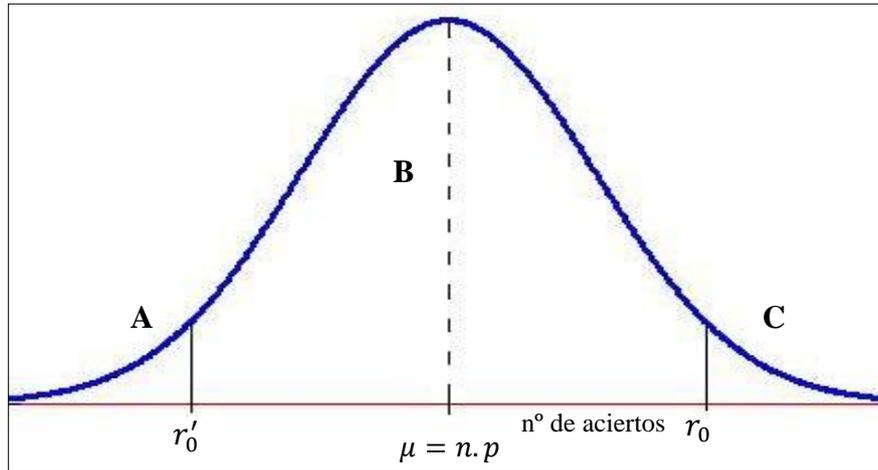


Figura 3.6. Distribución Normal, $Normal(n, p; \sqrt{n \cdot p \cdot q})$, obtenida a partir de una Binomial, $Bin(n, p)$.

En la Figura 3.6 se ha dividido la recta real en tres regiones o intervalos:

- Región A, intervalo $(-\infty, r'_0)$: representa el número de aciertos en la dirección del β_i predicho que es estadísticamente peor que el obtenido por el modelo binomial trivial cuya densidad es aproximada por la normal. Esta región representa una probabilidad del 2.5% del total de la distribución.
- Región B, intervalo $[r'_0, r_0]$: representa el número de aciertos en la dirección del β_i predicho que es indistinguible desde el punto de vista estadístico al obtenido por el modelo binomial trivial. Esta región representa una probabilidad del 95% del total de la distribución.
- Región C, intervalo $(r_0, +\infty)$: representa el número de aciertos en la dirección del β_i predicho que es estadísticamente mejor que el realizado por el modelo binomial trivial. Esta región representa una probabilidad del 2.5% del total de la distribución. Además de ser estadísticamente significativa, esta región confirmaría que la predicción es mejor que el modelo binomial trivial.

En el siguiente Cuadro 3.3, se sintetizan las tres regiones anteriores:

Región	Significado de la región en la Normal($n, p; \sqrt{n \cdot p \cdot q}$)
A	Probabilidad de acierto entre [0, 2.50%). Peor que la Binomial.
B	Probabilidad de acierto entre [2.50%, 97.50%]. Igual que la Binomial.
C	Probabilidad de acierto entre (97.50%, 100%]. Mejor que la Binomial.

Cuadro 3.3. Codificación y significado de las regiones en la Figura 3.6.

En las siguientes Tablas 3.4 y 3.5, se muestran los valores que caracterizan al modelo binomial para cada uno de los parámetros de Nelson y Siegel, así como para el modelo normal extraído de cada binomial, en el periodo de predicción el 2003-2010, para un horizonte temporal de un año y para un mes respectivamente. Concretamente, en las Tablas 3.4 y 3.5 aparecen la media y la desviación típica que caracterizan a la normal para cada β_i , con $i = \{0,1,2\}$; los valores críticos del estadístico sobre la normal r'_0 y r_0 que representan el percentil al 2.5% y al 97.5%, respectivamente; la probabilidad de éxito de la binomial, p y qué es lo que representa esta probabilidad de éxito (S=subida del β_i o B=bajada del β_i).

Parámetros a un año	Media	Desviación típica	r'_0	r_0	p	¿S o B?
β_0	1144.000	17.826	1109.061	1178.939	72.22%	B
β_1	888.337	19.752	849.624	927.050	56.08%	B
β_2	836.463	19.868	797.522	875.404	52.81%	B

Tabla 3.4. Valores que caracterizan al modelo binomial y normal para cada beta en la dirección a un año. Extraídos del periodo de entrenamiento con unas bandas de significación al 5%.

Parámetros a un mes	Media	Desviación típica	r'_0	r_0	p	¿S o B?
β_0	1022.303	21.183	980.7858	1063.820	56.11%	B
β_1	912.871	21.342	871.0403	954.701	50.10%	S
β_2	919.418	21.342	877.5892	961.247	50.46%	S

Tabla 3.5. Valores que caracterizan al modelo binomial y normal para cada beta en la dirección a un mes. Extraídos del periodo de entrenamiento con unas bandas de significación al 5%.

En la Tabla 3.4 se observa que la probabilidad más común es la de bajada de cada uno de los parámetros, siendo ésta muy pronunciada para la β_0 (72.22%) y superior al 50% en los otros dos parámetros. En cambio, en la Tabla 3.5 sólo el parámetro β_0 obtiene una probabilidad de éxito de bajada (56.11%), logrando el resto de ellos una probabilidad de éxito de subida ligeramente superior al 50%.

Si se aplica el número de aciertos en el periodo de predicción de cada uno de los modelos sobre la distribución normal¹³, puede analizarse en qué región se encuentra cada modelo y evaluar si sus predicciones son estadísticamente significativas. En la siguiente Tabla 3.6, se muestra la región {A, B, C}, descrita anteriormente, es decir, dónde se encuentra cada modelo para los dos horizontes temporales señalados. Debido a que los modelos dentro de la zona C son los que tienen una bondad predictiva superior a la de la predicción binomial, son por ello resaltados en la Tabla 3.6.

Los resultados de la Tabla 3.6 permiten extraer las siguientes conclusiones para cada uno de los parámetros analizados:

- El modelo *ECM(1) con una tendencia común* es el único capaz de mejorar significativamente al modelo de predicción *binomial trivial* sobre el parámetro que representa al nivel, β_0 , a un año. En cambio, para un mes ningún modelo es capaz de mejorar a dicha predicción trivial que apuesta por el movimiento más probable del periodo de entrenamiento.
- El modelo *NN(h)* es el único capaz de mejorar al modelo trivial que apuesta por el movimiento más probable del periodo de entrenamiento sobre el periodo de predicción con el parámetro que representa a la pendiente, β_1 , en ambos horizontes de predicción. Para el horizonte de un mes, además del anterior, el modelo de predicción *VAR(1) sobre los cambios en los parámetros* y el modelo *SNN(h)* son capaces de mejorar al modelo trivial.
- Todos los modelos, excepto el *VAR(1) sobre los cambios en los parámetros* al horizonte de un año, son capaces de mejorar al modelo de predicción *binomial trivial* sobre el parámetro que representa a la curvatura, β_2 , en ambos horizontes de predicción.

¹³ En el Anexo B se muestra el número de aciertos sobre la dirección de los parámetros de Nelson y Siegel corregidos por continuidad para cada modelo y el modelo alternativo *forward* sobre el periodo de predicción con un horizonte temporal de un año y de un mes. Los cuadros resaltados en negrita señalan rechazo de la hipótesis nula de igual capacidad predictiva que el modelo binomial descrito.

En resumen, puede concluirse que existe evidencia estadística de que el modelo $ECM(1)$ con una tendencia común es el mejor predictor de la evolución futura del nivel al horizonte temporal de un año, los modelos $VAR(1)$ sobre los cambios de los parámetros, $NN(h)$ y $SNN(h)$ son buenos predictores de la evolución futura de la pendiente al horizonte temporal de un mes, siendo además el modelo $NN(h)$ un buen predictor al horizonte de un año. Por último, todos los modelos, exceptuando el $VAR(1)$ sobre los cambios en los parámetros al horizonte de un año, son buenos predictores para la curvatura de la ETTI de la Deuda Pública española en ambos horizontes temporales.

LOCALIZACIÓN DE LOS MODELOS POR REGIONES				
Modelos de predicción	Horizonte temporal	β_0	β_1	β_2
<i>AR(1)</i>	un año	A	B	C
	un mes	A	A	C
<i>VAR(1)</i>	un año	A	B	C
	un mes	A	A	C
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	un año	A	B	A
	un mes	A	C	C
<i>ECM(1) una tendencia</i>	un año	C	A	C
	un mes	A	A	C
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	un año	A	A	C
	un mes	B	B	C
<i>NN(h)</i>	un año	A	C	C
	un mes	A	C	C
<i>SNN(h)</i>	un año	A	A	C
	un mes	A	C	C
<i>FORWARD</i>	un año	A	C	C
	un mes	A	C	C

Tabla 3.6. Información de la región en la que se encuentra cada modelo de predicción con un horizonte temporal de un año y de un mes para el periodo 2003-2010. Los cuadros resaltados en negrita señalan rechazo de la hipótesis nula de igual capacidad predictiva que el modelo binomial descrito.

3.4. Estrategias de negociación activa.

En este apartado se van a utilizar las predicciones de los parámetros que caracterizan la ETTI según el modelo de Nelson y Siegel (1987) para desarrollar estrategias de negociación activas en el mercado de Deuda Pública española.

La evaluación estadística de las predicciones de los parámetros del modelo de Nelson y Siegel, realizada en el apartado 3.3.2., indica que estas predicciones pueden ser válidas para tomar posiciones ventajosas en el mercado de Deuda Pública española por medio de diferentes estrategias técnicas. En este apartado se definirán tres estrategias de inversión activa consistentes en la toma de posiciones apostando por los movimientos de la ETTI en nivel (β_0), en pendiente (β_1) o en curvatura (β_2) que aconsejan las predicciones a un año y a un mes vista realizadas por los modelos de predicción evaluados. Con el propósito de ser congruentes con los horizontes de predicción que han sido estudiados estadísticamente en el apartado señalado, se definen los Horizontes de Planificación del Inversor (HPI de aquí en adelante), a un año (largo plazo) y a un mes (corto plazo).

Según la teoría de las expectativas¹⁴, la curva *forward* refleja las expectativas que tienen los agentes del mercado sobre la evolución futura de los tipos de interés. Por ello, en la toma de posiciones sobre los activos de las carteras que se construirán, se tiene en cuenta dicha teoría, comparándose las expectativas que tienen los agentes del mercado sobre la evolución futura del nivel, la pendiente y la curvatura, a través de los parámetros obtenidos por el modelo alternativo *forward* (tal como se indicó en el apartado 3.3.) con las mismas que sugieren los modelos de predicción implementados. Por tanto, se tomarán las posiciones en los activos de las carteras construidas a través de la comparación entre los parámetros que los modelos predicen que habrá en un horizonte temporal a un año, o a un mes, con los parámetros que los agentes del mercado esperan que haya en dicho horizonte.

¹⁴ Se puede ampliar en el apartado 1.1.1 del Capítulo I.

Nuestro objetivo es comprobar si los modelos de predicción son capaces de aportar alguna información que no esté ya descontada en los tipos de interés a plazos de mercado; es decir, si se apuesta por una subida en el nivel de la ETTI y resulta que el mercado ya la tiene descontada, entonces no se podría aprovechar la predicción sobre el movimiento del mercado que el modelo ha sugerido. Si por el contrario las predicciones contienen alguna información que aún no está descontada por el mercado, entonces la toma de posiciones que se realice podría resultar beneficiosa¹⁵.

Adicionalmente, para evitar las señales que no aporten ningún tipo de información, se tiene en cuenta una banda de negociación del 5%, de forma que si

$$\left| \hat{\beta}_{i,t+h/t}^{esp} - \hat{\beta}_{i,t+h/t} \right| \leq banda_j,$$

entonces no se negocia ese día, y en el caso contrario, sí se hace. En este caso, $\hat{\beta}_{i,t+h/t}$ es el parámetro del modelo de Nelson y Siegel predicho por cada modelo y $\hat{\beta}_{i,t+h/t}^{esp}$ es el parámetro que los agentes del mercado esperan que haya a un horizonte temporal h , siendo

$$banda_j = [\max(\hat{\beta}_{i,1:t}) - \min(\hat{\beta}_{i,1:t})] \cdot porc_j,$$

donde $porc_j = \{0.05\}$ y $\hat{\beta}_{i,1:t}$ es el parámetro del modelo de Nelson y Siegel estimado con la información real del mercado desde el instante inicial hasta el instante t , todos ellos para $i = \{0,1,2\}$.

Con la anterior banda de negociación se asegura que las predicciones obtenidas por los diferentes modelos difieran realmente de las predicciones que los agentes del mercado tienen hoy sobre la futura evolución de los tipos de interés, ya descontada en la forma de la curva *forward*.

¹⁵ En el mercado de renta variable son bien conocidas situaciones de este tipo. Un ejemplo paradigmático podría ser el siguiente: supongamos que hoy se anuncia que el paro creció en España un 0.5% durante el último mes. En contra de lo que se espera, la Bolsa sube pese a la noticia negativa del paro. Esto se explica porque los agentes ya tenían descontada una subida del paro en el mercado, pero ellos esperaban una subida del paro del 1%. Así, la subida del paro a la mitad de lo esperado es una noticia positiva que provoca una subida en la Bolsa.

Para cada una de las estrategias, se parte cada día de un número total de activos de renta fija (Letras del Tesoro, Bonos y Obligaciones del Estado) cotizados en el mercado secundario con un nominal negociado superior a 3,000,000.00 €¹⁶, siendo éstos alrededor de veinte activos. Además, se emplean las operaciones simultáneas¹⁷ a muy corto plazo, con unos vencimientos a un día, una semana, quince días y un mes. Como caso particular para las apuestas en pendiente y en curvatura en el HPI a un año (un mes) negociamos con activos con vencimientos superiores a dos años (seis meses). En tal caso es posible especular con movimientos de la ETTI, a un año y a un mes vista en función de las predicciones, dado que se evita negociar con activos que vengán dentro del HPI de las estrategias y con ello la recomposición¹⁸ de las carteras formadas. Además, dado que el precio de un bono tiende a su valor facial cuando se aproxima a la fecha de su vencimiento (en el caso de un bono que pague cupones sería igual al valor nominal más el último cupón), nos hemos asegurado de esta manera que los bonos tengan “recorrido” una vez se haya cumplido el HPI.

Un problema no trivial es el de la elección de los activos incluidos en la cartera, y asimismo, de los pesos de éstos dentro de la misma¹⁹. Para ello, el primer paso consiste en decidir cuántos activos habrá en la cartera. Tras decidir el número de los activos de la cartera, el siguiente paso es elegir los pesos de los mismos. En este sentido, se requiere aplicar algún criterio como puede ser el criterio de equiponderación sobre todos los activos de la cartera. Sin embargo, el problema del uso de dicho criterio es que no seríamos capaces de controlar el riesgo de la cartera ya que dependiendo de los activos escogidos la duración de la cartera puede variar. En este sentido, para las *estrategias inmunizadoras* y las *apuestas en nivel* consideradas, el control de la duración de la cartera será un elemento primordial.

¹⁶ La cantidad de 3,000,000.00 € es la sugerida por Díaz-Pérez *et al.* (2011), y constituye una restricción destinada a eliminar de la muestra los activos poco líquidos [ver <http://www.uclm.es/area/aef/Etti.asp>].

¹⁷ Una operación simultánea está constituida por dos compraventas vinculadas de sentido contrario, contratadas al mismo tiempo pero con momentos de liquidación distintos. Para el participante que compra los valores en la primera transacción de la operación doble se trata de una adquisición temporal, mientras que para su contrapartida se trata de una cesión temporal. Ésta se refiere al mismo tipo de activo y por el mismo importe nominal. El comprador tiene plena disponibilidad de los valores adquiridos, con independencia de la fecha en que se ha contratado la operación de retorno.

¹⁸ En todas las estrategias, exceptuando las inmunizadoras y las apuestas en nivel, no se hacen recomposiciones de la cartera sino que se toman las posiciones al inicio del HPI y se cierran al concluir el mismo. Con ello pretendemos mostrar evidencia económica que complete nuestro estudio de predicción de la ETTI.

¹⁹ Los modelos de predicción de la ETTI dirán cuáles son las posiciones de los activos dentro de la cartera, según la comparación entre los parámetros que el mercado cree que habrá en el futuro y las predicciones de dichos modelos.

Cuando se dispone de más de dos activos cotizados, el problema de seleccionarlos en una cartera para que tenga una duración establecida de antemano tiene múltiples soluciones. Así, por ejemplo, existe una infinidad de combinaciones de ponderaciones para los activos de una cartera con el fin de inmunizarla igualando su duración a la del HPI. Por ello, hemos empleado los criterios de selección de los pesos sugeridos por Nawalkha *et al.* (2005). Estos criterios, denominados M-criterios²⁰, se refieren a diferentes magnitudes que miden la separación entre los tiempos en que se realizan los flujos de pagos del activo y el HPI objetivo. Los criterios de selección de los pesos sugeridos por Nawalkha *et al.* (2005) son los siguientes: minimizar el M-absoluto, minimizar el M-cuadrado, minimizar el M-absoluto con duración igual al HPI ($D=HPI$ a partir de aquí) y minimizar el M-cuadrado con $D=HPI$. Estos autores resuelven el problema de la no unicidad eligiendo los pesos de los activos de la cartera por alguno de estos criterios de optimización que se implementan mediante un problema de programación lineal. Para estas estrategias, *inmunizadoras* y *apuestas en nivel*, la elección de pesos lleva implícita una elección de activos pues se considera que aquellos activos cuyo peso sea inferior a un determinado umbral (por ejemplo, 10^{-5}) no formarán parte de la cartera.

Por otra parte, en las *apuestas en pendiente* y en las *apuestas en curvatura* no vamos a emplear los criterios anteriores, sino que empleamos un criterio bastante extendido en la literatura que consiste en aplicar un criterio de inmunización de forma que inicialmente la cartera esté inmunizada ante movimientos paralelos de la ETTI, es decir, su duración sea igual al HPI (ver Nawalkha y Soto, 2005; Díaz-Perez, *et al.*, 2009, entre otros).

Como existen muchas posibles soluciones al problema de inmunización de una cartera (Nawalkha y Soto, 2005), el criterio escogido para las apuestas en pendiente y en curvatura es el de máxima diversificación. Este criterio no lleva implícito ninguna elección de activos sino que se debe especificar con cuántos activos se negocian, cuáles son éstos y cuáles son sus posiciones.

²⁰ En el Anexo E se muestran los M-criterios.

El criterio anterior es el ideal para este tipo de estrategias ya que se decidirá inicialmente el número de activos en cartera, la localización de los mismos (a lo largo de la ETTI)²¹ y las posiciones que debe tomar cada activo (larga o corta). El procedimiento que se emplea para conseguir que la duración de la cartera sea igual al HPI en este tipo de estrategias trata de resolver el siguiente problema de programación cuadrática,

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{w_j} \sum_{j=1}^N w_j^2 \\ \text{sujeto a: } & \sum_{j=1}^N w_j D_j = \text{HPI}^* \\ & \sum_{i=1}^N w_j = 1 \\ & w_j \geq 0, j=1,2,\dots,N \end{aligned} \quad (3.12)$$

donde w_j son los pesos de los activos de la cartera, D_j son las duraciones de los activos de la cartera, HPI^* es el horizonte de planificación del inversor al cual se pretende inmunizar la cartera y N es el número de activos de la cartera.

En este punto, es preciso hacer algunas matizaciones sobre los signos de los pesos (w_j), ya que estos son siempre positivos, incluso en el caso en que se tomen posiciones cortas. La razón es que un gestor de fondos dispone de un determinado presupuesto para realizar la inversión, de forma que invertirá todo el presupuesto en la toma de las posiciones largas y cortas, lo que no posibilita una financiación adicional²². Por ello, para lograr que el programa de optimización (3.12) tenga solución, debemos diferenciar las posiciones de los activos de la cartera construida a través de la duración, D_j , de forma que una duración positiva (negativa) representa una posición larga (corta). Dado el elevado número de posibles carteras que cada día cumplen los requerimientos de duración igual al HPI, escogemos aquélla que maximiza la convexidad.

²¹ En el Anexo F mostramos la localización de los activos por vencimientos a lo largo de la ETTI.

²² En la teoría de carteras de renta variable las posiciones cortas conllevan pesos negativos para estimar los rendimientos. Esto implica que si la suma de los pesos es uno, la suma de los pesos positivos es superior a uno. Esto quiere decir que partiendo de nuestro presupuesto obtenemos una financiación con las ventas a corto: cuando pedimos prestado un activo y lo vendemos, reinvertimos en tomar posición larga de otros activos. No obstante, para tomar una posición corta en la realidad es preciso abrir una cuenta de márgenes con el fin de garantizar depósitos que cubran las pérdidas ocasionadas por posibles subidas del precio del activo.

Por último, se debe aclarar cómo se toman las posiciones en la cartera, así como diferenciar la rentabilidad de cada una de ellas. Asumiendo que en las posiciones largas se adquieren los activos al inicio del HPI y se venden al cierre del mismo, reinvirtiéndose, si se diera el caso, todos los cupones generados dentro del HPI al activo libre de riesgo.

En tal caso, la rentabilidad de las posiciones largas para un bono que pague cupones es la siguiente,

$$R_i^{largo} = \frac{(P_{i,T} - P_{i,0}) + \sum_{t_1}^T c \cdot \left(1 + R_{free_{t_1}} \cdot \frac{N_{cupon}}{360}\right)}{P_{i,0}}$$

donde, $P_{i,0}$ es el precio de un bono i cualquiera el día de inicio de la estrategia; $P_{i,T}$ es el precio del bono i el día de cierre de la estrategia; c es el cupón en porcentaje sobre el nominal (igual a cero para las Letras del Tesoro y las operaciones simultáneas); t_1 es el día del pago del cupón; $R_{free_{t_1}}$ es el activo libre de riesgo (*EURIBOR* al HPI correspondiente) al que reinvertimos los cupones del día t_1 ; y N_{cupon} es el número de días entre el pago del cupón y el de cierre de la estrategia.

Por otro lado, las posiciones cortas se toman a través de la parte compradora de una operación simultánea a un año (o un mes). De tal forma, se reciben prestados los activos con los que tomar la posición corta, y a cambio, se invierte la renta generada por la venta del activo en dicha operación simultánea. En la práctica, se puede considerar que la posición corta equivale a la venta de un contrato de futuros (por medio de una operación simultánea) sobre dichos activos de deuda pública, a cambio de un depósito utilizado como garantía del futuro que generará una rentabilidad asociada al activo libre de riesgo.

En la fecha de cierre de la posición corta se generan dos rentas. La primera derivada de la propia posición corta, es decir, la diferencia entre el precio al que fue contratado el futuro al inicio del HPI menos el precio del subyacente al cierre del mismo. La segunda renta es la resultante del depósito contratado desde el inicio del HPI al activo libre de riesgo que, dado que dicho contrato de futuros se ha desarrollado a través de una operación simultánea, dicho activo libre de riesgo es una operación simultánea al HPI.

En resumen, la rentabilidad de la posición corta es:

$$R_i^{corto} = \frac{(P_{i,0} - P_{i,T}) + P_{i,0}^{op.simult} \cdot \left(i_{op.simult} \cdot \frac{N_{simult}}{360} \right)}{P_{i,0}^{op.simult}}$$

donde $P_{i,0}^{op.simult}$ es la cantidad de dinero que se invierte como garantía de la posición corta (asumimos que esta cantidad es igual al precio del subyacente al inicio del HPI, es decir, igual a $P_{i,0}$), $i_{op.simult}$ es la rentabilidad de la operación simultánea y N_{simult} es el número de días de la operación simultánea, que es igual al HPI.

Tal como se ha señalado anteriormente, nos hemos puesto desde el punto de vista de un gestor de fondos de Deuda Pública que negocia con el presupuesto que los suscriptores del fondo hayan invertido en el mismo. Además de la imposibilidad de obtener financiación adicional a través de pedir prestado, no se ha considerado los costes de transacción, los cuales forman parte de las comisiones pagadas por los suscriptores del fondo. Aun así, dada la forma en la que se han construido las estrategias (carteras formadas por la toma de posiciones largas y/o cortas en el instante inicial de la estrategia sobre un número relativamente corto de activos, sin recomposiciones, o con un escaso número de ellas, y cierre de las posiciones en la fecha final de la estrategia), no consideramos que la inclusión de los costes de transacción afecten a las conclusiones de este capítulo.

3.4.1. Apuestas sobre la futura evolución del nivel.

Si se tiene en cuenta que la primera derivada del cambio en el valor de la cartera con respecto al cambio en los tipos de interés es la duración (ver Martellini *et al.*, 2003; y Bierwag, 1987, entre otros), y viene dada por la ecuación,

$$\Delta \text{Valor Cartera} \cong -\text{Duración} \cdot \Delta y$$

donde y es la TIR de la cartera. Entonces, si se predice un cambio paralelo en los tipos de interés, habrá que modificar la duración de la cartera de tal forma que el cambio en el valor futuro de la misma sea positivo.

En este sentido, la estrategia que apuesta sobre la evolución del nivel es la siguiente: si hoy se predice que va a subir (bajar) el futuro nivel de la ETTI, se debe recortar (aumentar) la duración de la cartera respecto al HPI de un año o de un mes. Concretamente, se consideran dos tipos de estrategias para el HPI de un año y una estrategia para el HPI de un mes:

- Agresivas, donde si se predice un aumento (reducción) del nivel de la ETTI, se debe recortar (aumentar) la duración de la cartera en seis meses.
- Moderadas, donde la alteración de la duración ante la predicción del nivel de la ETTI es sólo de un mes²³.
- La alteración de la duración ante la predicción del nivel para el HPI de un mes es de quince días.

De modo más formal, se denota por $\hat{\beta}_{0,t+h/t}^{esp}$ al nivel de la ETTI que los agentes del mercado esperan que haya al horizonte de un mes o un año, y por $\hat{\beta}_{0,t+h/t}$ el valor predicho por los modelos evaluados sobre el nivel a dichos horizontes. En este caso las señales para la cartera formada el día t serán²⁴:

- Si $\hat{\beta}_{0,t+h/t}^{esp} < \hat{\beta}_{0,t+h/t}$, se recorta la duración de la cartera en una cantidad K .
- Si $\hat{\beta}_{0,t+h/t}^{esp} \geq \hat{\beta}_{0,t+h/t}$, se aumenta la duración de la cartera en una cantidad K .

²³ Siguiendo a Martellini *et al.* (2003), en el caso en el que se tenga que reducir la duración de la cartera en un mes para el HPI de un año (estrategia moderada), cuando llegue al undécimo mes la duración de la cartera es cero por lo que habrá que realizar una estrategia *roll-over*, es decir, hacer que la duración de la cartera resultante sea igual a un mes (el periodo que falta para que se cumpla el horizonte de inversión de un año). En el caso en que la duración sea superior al HPI (predecimos disminución de la ETTI) en un mes, cuando llegue el horizonte de un año se cierra la estrategia aunque la cartera tenga una duración residual de un mes. Se actuaría de igual forma cuando se varíe la duración en más o menos seis meses ó quince días.

²⁴ En esta estrategia hay que tener en cuenta las bandas de negociación del {0%, 5%}.

En el caso de considerarse un HPI de un año, el aumento o recorte de la duración en K aplicado a la cartera puede ser moderado (de $K = \pm 1$ mes) y agresivo (de $K = \pm 6$ meses); y en el caso de un HPI de un mes, el único K que se emplea es el $K = \pm 15$ días. Finalmente, es necesario señalar que cada vez que se produzca un flujo en la cartera, como pago de cupón o vencimiento de algún activo, se vuelve a recomponer teniendo en cuenta todos los activos que coticen en la fecha de recomposición. En este sentido, no tiene por qué escogerse los mismos activos que ya teníamos en la cartera dado que los diferentes criterios empleados para las apuestas en nivel (minimizar el M-absoluto, minimizar el M-cuadrado, etc.)²⁵ pueden escoger en esa fecha otros activos.

El esquema de la *estrategia de apuestas en nivel* es el siguiente:

1. **Optimización de los pesos.** Se aplican los M-criterios con todos los activos cotizados en la fecha de inicio de la estrategia.
2. **Recomposición de la cartera.** Cada vez que venza algún activo de la cartera ó se pague algún cupón. En cada recomposición, se aplica el mismo criterio de inmunización pero con un HPI $\pm K$ objetivo inferior, es decir, igual al tiempo que falte hasta el final del HPI $\pm K$.
3. **Horizonte de Planificación del Inversor (HPI).** A 260 días (un año) ó a 22 días (un mes).
4. **Posiciones de los activos.** Sólo se toman posiciones largas, siendo la rentabilidad para cada activo entre periodos de recomposición de la cartera la siguiente,

$$R_{i,[t,t+1]}^{largo} = \frac{(P_{i,t+1} - P_{i,t}) + c}{P_{i,t}}$$

5. **Estrategia.**

- ✓ Si se predice un aumento en el nivel de la ETTI, se recorta la duración de la cartera en K , es decir, se aplican los M-criterios con un HPI objetivo igual a $\text{HPI} - K$.
- ✓ Si se predice una disminución en el nivel de la ETTI, se aumenta la duración de la cartera en K , es decir, se aplican los M-criterios con un HPI objetivo igual a $\text{HPI} + K$.

²⁵ Cabe señalar que en cada recomposición se escogen aquellos activos y pesos que seleccione el mismo criterio con el que se haya trabajado, es decir, si se ha empleado el criterio de minimizar el M-absoluto, en la recomposición de la cartera, se sigue empleando dicho criterio, así se evita mezclarlos.

✓ Siendo $K = \{1 \text{ mes}, 6 \text{ meses}\}$ para el HPI de un año (apuesta moderada y agresiva, respectivamente) e igual a $K = \{15 \text{ días}\}$ para el HPI de un mes.

6. Cierre de la estrategia. En las apuestas en nivel, la duración de la cartera nunca será igual al HPI. Por ello, se deben realizar unos ajustes para cerrar las estrategias al final del HPI.

✓ Si la duración de la cartera es inferior al HPI (es decir, $HPI - K$), entonces la duración de la misma será cero antes del cierre de la estrategia al HPI. En este caso, aplicamos una estrategia de *roll over*, haciendo que la duración de la cartera sea igual al horizonte residual, que en este caso sería igual a K .

✓ Si la duración de la cartera es superior al HPI (es decir, $HPI + K$), entonces al final del HPI cerramos la cartera aunque la duración de la misma no sea cero, concretamente, ésta sería igual a K .

Ejemplo de la aplicación de la estrategia. Evolución de la rentabilidad de la cartera en la apuesta en nivel con tres recomposiciones dentro del HPI de un año.

Tiempo (en años)	Valor de la Cartera	Rentabilidad
0	100	-
0.25	103	+3.00%
0.50	102	-0.97%
0.75	104	1.96%
1	105	0.96%
Total HPI	$\frac{105 - 100}{100} =$	+5.00%

3.4.2. Apuestas sobre la futura evolución de la pendiente.

En las estrategias de apuestas en pendiente se asume que la pendiente de la ETTI cambia, independientemente de si los tipos de interés se desplazan en paralelo. Por ello, si se pretende aprovechar el cambio en la pendiente, se deben tomar posiciones largas en unos activos y cortas en otros de forma que la suma total de ambas partes logre aumentar el valor de la cartera. En este sentido, para poder dividir la ETTI en dos partes elegimos un vencimiento que empleamos como pivote, siendo éste de siete años y medio, el cual corresponde a la mediana de los vencimientos de los activos que se emplean para estimar la ETTI. Esta estrategia compara la pendiente²⁶ que los agentes del mercado esperan que haya dentro de los horizontes estudiados $(-\hat{\beta}_{1,t+h/t}^{esp})$ y la predicha por los modelos de predicción $(-\hat{\beta}_{1,t+h/t})$.

De modo más formal, una apuesta por el aumento de la pendiente de la ETTI,

$$-\hat{\beta}_{1,t+h/t}^{esp} < -\hat{\beta}_{1,t+h/t} ,$$

implica tomar una posición larga en activos con vencimiento inferior al pivote (se supone que los tipos de interés de la primera parte de la ETTI van a disminuir) y tomar una posición corta en activos con vencimiento superior al pivote (se supone que los tipos de interés de la segunda parte de la ETTI van a aumentar). Por otro lado, una apuesta por la disminución de la pendiente de la ETTI,

$$-\hat{\beta}_{1,t+h/t}^{esp} \geq -\hat{\beta}_{1,t+h/t}^{27} ,$$

implica tomar una posición corta en activos con vencimiento inferior al pivote (se supone que los tipos de la primera parte de la ETTI van a aumentar) y tomar una posición larga en activos con vencimiento superior al pivote (se supone que los tipos de la segunda parte de la ETTI van a disminuir), todo ello para los horizontes temporales anteriormente indicados de un año y de un mes.

²⁶ Téngase en cuenta que la pendiente en el modelo de Nelson y Siegel viene dada por $-\beta_1$. Por ello, a partir de aquí la definimos de esta forma.

²⁷ Hay que tener en cuenta unas bandas de negociación del {0%, 5%}.

El esquema de la *estrategia de apuestas en pendiente* es el siguiente:

1. **Optimización de los pesos.** De todas las posibles combinaciones con seis activos²⁸ (tres activos con un vencimiento superior a dos años o a seis meses para el HPI de un año y un mes, respectivamente, e inferior a siete años y medio y otros tres activos con un vencimiento superior a éste último) que minimicen la diversidad, se selecciona aquella cartera cuya convexidad sea máxima. Asimismo, debemos indicar en el programa de optimización que tres activos toman una posición corta (con duración, D_j , negativa) y tres activos toman una posición larga (con duración, D_j , positiva). El programa que minimiza la diversidad es el siguiente,

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{w_j} \sum_{j=1}^N w_j^2 \\ \text{sujeto a: } & \sum_{j=1}^N w_j D_j = \text{HPI}^* \\ & \sum_{i=1}^N w_j = 1 \\ & w_j \geq 0, j=1,2,\dots,N \end{aligned}$$

2. **Recomposición de la cartera.** No se recomponen las carteras, es decir, se toman las posiciones en la fecha de inicio de la estrategia y se cierran en la fecha de cierre de la misma.
3. **Horizonte de Planificación del Inversor (HPI).** A 260 días (un año) ó a 22 días (un mes).
4. **Posiciones de los activos.** Se toman posiciones largas y cortas, siendo la rentabilidad de la posición larga de cada activo la siguiente,

$$R_i^{largo} = \frac{(P_{i,T} - P_{i,0}) + \sum_{t_1}^T c \cdot \left(1 + Rfree_{t_1} \cdot \frac{N_{cupon}}{360}\right)}{P_{i,0}}$$

Por otra parte, se toman las posiciones cortas a través de la compra de una operación simultánea, siendo su rentabilidad la siguiente,

$$R_i^{corto} = \frac{(P_{i,0} - P_{i,T}) + P_{i,0}^{op.simult} \cdot \left(i_{op.simult} \cdot \frac{N_{simult}}{360}\right)}{P_{i,0}^{op.simult}}$$

²⁸ La elección de seis como número de activos de la cartera ha sido arbitraria y tiene como única finalidad limitar el número de activos de la cartera. No obstante se ha observado que los resultados son robustos a la elección de otro posible número de activos como el de cinco o de siete.

5. Estrategia.

- ✓ Si se predice un aumento en la pendiente de la ETTI,
 - i. Se toma una posición larga en tres activos con vencimientos inferiores a siete años y medio (vencimiento pivote) y superiores a dos años (o seis meses según el HPI).
 - ii. Se toma una posición corta en tres activos con vencimientos superiores a siete años y medio.
- ✓ Si se predice una disminución en la pendiente de la ETTI,
 - i. Se toma una posición corta en tres activos con vencimientos inferiores a siete años y medio (vencimiento pivote) y superiores a dos años (o seis meses según el HPI).
 - ii. Se toma una posición larga en tres activos con vencimientos superiores a siete años y medio.

Ejemplo de la aplicación de la estrategia. Evolución de la rentabilidad de la cartera en la apuesta en pendiente. Ejemplo basado en el modelo $AR(1)$ para el periodo que abarca desde el 3 de Enero de 2003 al 9 de Enero de 2004 que predice una disminución de la pendiente (tanto los pesos como las duraciones son obtenidos el primer día, es decir, el 3 de Enero de 2003),

Bonos	Peso	Duración	Rentabilidad
A	0.2038	-4.4342	0.0214
B	0.2033	-4.3347	0.0311
C	0.2098	-5.6437	0.0213
D	0.1456	7.2231	0.0576
E	0.1306	10.2347	0.0657
F	0.1070	14.9500	0.0560
Total	1	1.0192	0.0381

3.4.3. Apuestas sobre la futura evolución de la curvatura.

La estrategia que apuesta sobre los movimientos en la curvatura de la ETTI está relacionada con movimientos en forma de “mariposa”²⁹. Para ello, se debe dividir la ETTI en tres partes: el ala izquierda que incluye a los activos con vencimiento superior a dos años (o seis meses según el HPI) e inferior a seis años; el cuerpo de la mariposa que incluye a los activos con vencimiento superior a seis años e inferior a nueve años; y el ala derecha que incluye a los activos con vencimiento superior a nueve años. Esta estrategia compara la curvatura que los agentes del mercado esperan que haya dentro de los horizontes estudiados ($\hat{\beta}_{2,t+h/t}^{esp}$) y la predicha por los modelos de predicción ($\hat{\beta}_{2,t+h/t}$), para los horizontes temporales indicados de un año y de un mes.

De modo más formal, una apuesta en curvatura puede expresarse de la siguiente forma:

Si se predice una disminución en la curvatura,

$$\hat{\beta}_{2,t+h/t}^{esp} > \hat{\beta}_{2,t+h/t}$$

se toma una posición corta en las alas de la mariposa y una posición larga en el cuerpo.

Si por el contrario se predice un aumento en la curvatura

$$\hat{\beta}_{2,t+h/t}^{esp} < \hat{\beta}_{2,t+h/t}$$
³⁰

se toma una posición larga en las alas y una posición corta en el cuerpo.

El esquema de la *estrategia de apuestas en curvatura* es el siguiente:

- 1. Optimización de los pesos.** De todas las posibles combinaciones con seis activos (dos activos con un vencimiento superior a dos años o a seis meses para el HPI de un año y un mes, respectivamente, e inferior a seis años, dos activos con vencimiento entre seis y nueve años, y otros dos activos con un vencimiento superior a nueve años) que minimicen la diversidad, se selecciona aquella cartera cuya convexidad sea máxima. Asimismo, debemos indicar en el programa de optimización que las alas toman una posición y el cuerpo otra,

²⁹ Observar que en las estrategias sobre la curvatura, se pueden tomar posiciones cortas o largas en el cuerpo o en las alas de la mariposa según cuál sea la predicción realizada sobre la curvatura. En cambio, en las estrategias de mariposa las predicciones sobre los diferentes movimientos en la ETTI se aprovechan variando la cuantía de la proporción larga de activos que se adquieren de cada una de las alas pero en el cuerpo siempre se toma una posición corta (ver Martellini *et al.*, 2003, página 240).

³⁰ Hay que tener en cuenta unas bandas de negociación del {0%, 5%}.

definiéndose dichas posiciones dentro del programa de optimización a través de la duración, D_j (una posición corta se identifica por una duración negativa y una posición larga por una duración positiva). El programa que minimiza la diversidad es el siguiente,

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{w_j} \sum_{j=1}^N w_j^2 \\ \text{sujeto a: } & \sum_{j=1}^N w_j D_j = \text{HPI}^* \\ & \sum_{i=1}^N w_j = 1 \\ & w_j \geq 0, j=1,2,\dots,N \end{aligned}$$

2. **Recomposición de la cartera.** No se recomponen las carteras, es decir, se toman las posiciones en la fecha de inicio de la estrategia y se cierran en la fecha de cierre de la misma.
3. **Horizonte de Planificación del Inversor (HPI).** A 260 días (un año) ó a 22 días (un mes).
4. **Posiciones de los activos.** Se toman posiciones largas y cortas, siendo la rentabilidad de la posición larga de cada activo la siguiente,

$$R_i^{largo} = \frac{(P_{i,T} - P_{i,0}) + \sum_{t_1}^T c \cdot \left(1 + R_{free_{t_1}} \cdot \frac{N_{cupon}}{360}\right)}{P_{i,0}}$$

Por otra parte, se toman las posiciones cortas a través de la compra de una operación simultánea, siendo su rentabilidad la siguiente,

$$R_i^{corto} = \frac{(P_{i,0} - P_{i,T}) + P_{i,0}^{op.simult} \cdot \left(i_{op.simult} \cdot \frac{N_{simult}}{360}\right)}{P_{i,0}^{op.simult}}$$

5. Estrategia.

- ✓ Si se predice un aumento en la curvatura de la ETTI,
 - i. Se toma una posición corta en dos activos con vencimientos superiores a seis años e inferiores a nueve años (el cuerpo de la mariposa).
 - ii. Se toma una posición larga en dos activos con vencimientos inferiores a seis años y superiores a dos años, o seis meses dependiendo del HPI (ala izquierda de la mariposa), y en dos activos con vencimientos superiores a nueve años (ala derecha de la mariposa).

- ✓ Si se predice una disminución en la curvatura de la ETTI,
 - i. Se toma una posición larga en dos activos con vencimientos superiores a seis años e inferiores a nueve años (el cuerpo de la mariposa).
 - ii. Se toma una posición corta en dos activos con vencimientos inferiores a seis años y superiores a dos años, o seis meses dependiendo del HPI (ala izquierda de la mariposa), y en dos activos con vencimientos superiores a nueve años (ala derecha de la mariposa).

Ejemplo de la aplicación de la estrategia. Evolución de la rentabilidad de la cartera en la apuesta en curvatura. Ejemplo basado en el modelo $AR(1)$ para el periodo que abarca desde el 3 de Enero de 2003 al 9 de Enero de 2004 que predice una disminución de la curvatura (tanto los pesos como las duraciones son obtenidos el primer día, es decir, el 3 de Enero de 2003),

Bonos	Peso	Duración	Rentabilidad
A	0.1434	-3.5649	0.0275
B	0.1341	-4.3347	0.0311
C	0.2597	6.0553	0.0545
D	0.2738	7.2231	0.0576
E	0.0936	-7.6812	0.0152
F	0.0954	-7.5349	0.0171
Total	1	1.0192	0.0411

3.4.4. Estrategias inmunizadoras.

La estrategia de comparación (*benchmark*) que se va a utilizar es la estrategia pasiva de la *inmunización*³¹. Esta estrategia consiste en buscar una cartera cuya duración coincida con el HPI, de tal forma que si se producen pequeños movimientos paralelos en la ETTI, siempre se obtenga una rentabilidad objetivo definida desde el momento inicial (ver Bierwag, 1987). Supondremos que dicha rentabilidad objetivo es la de una Letra del Tesoro con un vencimiento a un año o a un mes, dependiendo del HPI escogido.

De la misma forma que en las apuestas en nivel, para inmunizar una cartera existe una infinidad de combinaciones de pesos en los activos de la misma con el fin de lograr que su duración sea igual al HPI. Por ello, en la inmunización se han empleado de nuevo los criterios de selección de los pesos sugeridos por Nawalkha *et al.* (2005). Asimismo, se realizan recomposiciones de la cartera cada vez que se reciba un flujo (pago de cupón o nominal).

El esquema de la *estrategia inmunización* es el siguiente:

1. **Optimización de los pesos.** Se aplican los M-Criterios con todos los activos cotizados en la fecha de inicio de la estrategia.
2. **Recomposición de la cartera.** Cada vez que venza algún activo de la cartera ó se pague algún cupón. En cada recomposición, se aplica el mismo criterio de inmunización pero con un HPI objetivo inferior, es decir, igual al tiempo que falte hasta el final del HPI.
3. **Horizonte de Planificación del Inversor (HPI).** A 260 días (un año) ó a 22 días (un mes).
4. **Posiciones de los activos.** Sólo se toman posiciones largas, siendo la rentabilidad para cada activo entre periodos de recomposición de la cartera la siguiente,

$$R_{i,[t,t+1]}^{largo} = \frac{(P_{i,t+1} - P_{i,t}) + c}{P_{i,t}}$$

³¹ En el apartado 1.7.1.2 del Capítulo I se explican diferentes formas de inmunizar una cartera.

Ejemplo de la aplicación de la estrategia. Evolución de la rentabilidad de la cartera en la inmunización con tres recomposiciones dentro del HPI de un año.

Tiempo (en años)	Valor de la Cartera	Rentabilidad
0	100	-
0.25	103	+3.00%
0.50	102	-0.97%
0.75	104	1.96%
1	105	0.96%
Total HPI	$\frac{105 - 100}{100} =$	+5.00%

3.4.5. Desempeño o *performance* de las estrategias.

En este capítulo se han comparado los resultados económicos (desempeño o *performance*) de las estrategias a través de la ratio de Sharpe (Sharpe, 1966, 1994). Tal estadístico es ampliamente empleado en la literatura para comparar las estrategias en términos de riesgo, teniéndose en cuenta que cuanto mayor sea la ratio de Sharpe, mejor será la estrategia. En nuestro caso, vamos a averiguar el exceso de rendimientos sobre el tipo libre de riesgo (simultánea a un año o a un mes dependiendo del HPI escogido) por unidad de volatilidad para cada una de las estrategias:

$$Sharpe = \frac{\bar{R}_p - \bar{R}_f}{\sigma_p}$$

donde, \bar{R}_p es la rentabilidad de la cartera p con la estrategia evaluada, \bar{R}_f es el activo libre de riesgo (medido a través de una operación simultánea) que se emplea para los dos HPI y σ_p es la volatilidad (desviación típica) de la cartera p . El \bar{R}_f coincidirá con el activo libre de riesgo que exista en el mercado en la fecha de inicio de la estrategia. De esta forma, se puede evaluar el coste de oportunidad de las estrategias, ya que si la ratio de Sharpe es negativa, querrá decir que la rentabilidad de la estrategia es inferior a la trivial inversión en el activo libre de riesgo.

A continuación, en las Tablas 3.7 y 3.8, se muestran las ratios de Sharpe para la inmunización y las apuestas en nivel basadas en los modelos predictivos $AR(1)$, $VAR(1)$, $VAR(1)$ con cambios en los parámetros, $ECM(1)$ con una y dos tendencias comunes, $NN(h)$ y $SNN(h)$ (con estrategia moderada y agresiva), para el periodo de predicción entre los años 2003 y 2010³², a un año y un mes, y con unas bandas de negociación del {0%, 5%}.

En la Tabla 3.7 se puede observar como el criterio que ofrece la mayor ratio de Sharpe para la estrategia de inmunización es el de minimizar el M-cuadrado haciendo que la duración de la cartera sea igual al HPI (0.1188). En consecuencia, la ratio de Sharpe de dicha estrategia será el *benchmark* para el HPI de un año.

³² En el Anexo D se comparan los resultados para todas las estrategias entre el periodo completo (2003-2010) y los subperiodos (2003-2007) y (2008-2010).

RATIOS DE SHARPE AL HPI DE UN AÑO (2003-2010)						
Estrategias	Modelo	Banda	M-absoluto	M-cuadrado	M-absoluto D=HPI	M-cuadrado D=HPI
MODERADA	AR(1)	0%	0.1578	0.1551	0.2250	0.2264
		5%	0.1605	0.1583	0.2178	0.2195
	VAR(1)	0%	0.1410	0.1376	0.2024	0.2044
		5%	0.1688	0.1632	0.2235	0.2274
	VAR(1) cambios en los parámetros	0%	0.0806	0.0747	0.0773	0.0762
		5%	0.0868	0.0810	0.0799	0.0787
	ECM(1) una tendencia	0%	0.1251	0.1217	0.1782	0.1809
		5%	0.1850	0.1809	0.2187	0.2224
	ECM(1) dos tendencias	0%	0.0805	0.0746	0.0777	0.0766
		5%	0.0287	0.0255	0.0982	0.0943
	NN(h)	0%	0.1088	0.1068	0.1246	0.1220
		5%	0.1076	0.1071	0.1346	0.1323
	SNN(h)	0%	0.1359	0.1281	0.1751	0.1740
		5%	0.1501	0.1499	0.2022	0.1993
AGRESIVA	AR(1)	0%	0.2587	0.2556	0.3069	0.3081
		5%	0.2463	0.2448	0.2795	0.2815
	VAR(1)	0%	0.1935	0.1925	0.2423	0.2444
		5%	0.1922	0.1928	0.2379	0.2425
	VAR(1) cambios en los parámetros	0%	-0.0905	-0.0996	-0.1660	-0.1662
		5%	-0.0687	-0.0781	-0.1480	-0.1483
	ECM(1) una tendencia	0%	0.1265	0.1262	0.1735	0.1770
		5%	0.1663	0.1685	0.2134	0.2221
	ECM(1) dos tendencias	0%	-0.0901	-0.0992	-0.1653	-0.1655
		5%	-0.0873	-0.0941	-0.0795	-0.0753
	NN(h)	0%	0.0066	-0.0042	-0.0376	-0.0382
		5%	0.0101	-0.0013	-0.0210	-0.0254
	SNN(h)	0%	0.1733	0.1681	0.1905	0.1912
		5%	0.1091	0.1047	0.1164	0.1174
Inmunización			0.0906	0.0814	0.1158	0.1188

Tabla 3.7. Ratios de Sharpe para las apuestas en nivel (moderada y agresiva) y la inmunización entre los años 2003 y el 2010 para el horizonte de un año, con unas bandas de negociación del {0%, 5%}.

En las apuestas en nivel al HPI de un año, se observa como el *benchmark* ha sido superado con bastante frecuencia por los modelos de predicción. En este sentido, el mejor modelo ha sido el $AR(1)$ con el criterio de minimizar el M-Cuadrado con duración $D=HPI$, para las apuestas agresivas sin banda de negociación (0%) y con una banda efectiva (5%). Este resultado es congruente con el trabajo de Diebold y Li (2006), quienes encontraron que el modelo $AR(1)$ era el modelo que mejor predecía la ETTI en el horizonte temporal de un año. Hay que destacar que generalmente al aplicar una banda de negociación los resultados mejoran en las apuestas moderadas. Por el contrario, las apuestas agresivas empeoran al aumentar la banda. En resumen, aunque tal como habíamos visto sólo las predicciones del nivel del modelo $ECM(1)$ con una *tendencia común* son estadísticamente significativas, hemos encontrado evidencia económica de que varios modelos, además del anterior, superan al *benchmark* sobre dicho periodo a un HPI de un año.

La Tabla 3.8 es similar a la Tabla 3.7, pero en este caso para el HPI de un mes³³. Por tanto, sólo aparece la respuesta $K = \pm 15$ días. Tal como se observa en la Tabla 3.8, el criterio que obtiene la mayor ratio de Sharpe para la estrategia de la inmunización al HPI de un mes es el de minimizar el M-absoluto haciendo que la duración de la cartera sea igual al HPI (0.3215). Por consiguiente, ésta será nuestro *benchmark* al HPI de un mes.

En la Tabla 3.8 también puede observarse como el único modelo que logra mejorar al *benchmark* cuando no se aplica ninguna banda es el modelo $AR(1)$ minimizando M-absoluto y el M-cuadrado ambos con $D=HPI$. Sin embargo, cuando se aplica una banda de negociación del 5%, el modelo que mejor *performance* obtiene es el $VAR(1)$ que minimiza el M-absoluto con $D=HPI$.

En general, el aumento de la banda de negociación tiene un efecto positivo en los modelos $VAR(1)$, $VAR(1)$ sobre los cambios de los parámetros, $ECM(1)$ con dos *tendencias comunes* y $NN(h)$, siendo la mayoría de ellos capaces de superar al *benchmark* con dicha banda. En cambio, la aplicación de la banda del 5% sobre los modelos $AR(1)$, $ECM(1)$ con una *tendencia común* y $SNN(h)$ tiene un efecto negativo en sus *performances*.

³³ Las ratios de Sharpe son obtenidas sobre rentabilidades de las estrategias a un mes anualizadas.

RATIOS DE SHARPE AL HPI DE UN MES (2003-2010)							
Estrategia	Modelo	Banda	M-absoluto	M-cuadrado	M-absoluto D=HPI	M-cuadrado D=HPI	
MÁS-MENOS QUINCE DÍAS	AR(1)	0%	0.2389	0.2035	0.3342	0.3237	
		5%	0.0878	-0.9171	0.2150	0.1776	
	VAR(1)	0%	0.1432	0.0823	0.2164	0.1945	
		5%	0.4391	0.3820	0.5145	0.4674	
	VAR(1) cambios en los parámetros	0%	0.0486	-0.3123	0.1287	0.0702	
		5%	0.4438	-1.2130	0.4606	0.3473	
	ECM(1) una tendencia	0%	0.1495	0.0766	0.2226	0.2035	
		5%	0.1313	-0.4650	0.2067	0.1880	
	ECM(1) dos tendencias	0%	0.1687	0.0122	0.2524	0.2280	
		5%	0.4438	-1.2130	0.4606	0.3473	
	NN(h)	0%	0.1592	-0.0581	0.2404	0.2143	
		5%	0.1621	-0.2094	0.2394	0.2407	
	SNN(h)	0%	0.1543	0.0019	0.2233	0.2071	
		5%	0.1027	-0.1284	0.1801	0.1624	
	Inmunización			0.0361	0.0314	0.3215	0.2285

Tabla 3.8. Ratios de Sharpe para las apuestas en nivel (más ó menos quince días) y la inmunización entre los años 2003 y el 2010 para el horizonte de un mes con unas bandas de negociación del {0%, 5%}.

Aunque hemos visto que las predicciones del nivel al HPI de un mes no son desde el punto de vista estadístico significativamente mejores que un modelo binomial trivial, sí hemos encontrado evidencia económica de que existen varios modelos que superan al *benchmark* sobre dicho periodo a un HPI de un mes.

En la siguiente Tabla 3.9 se muestran los ratios de Sharpe para las estrategias basadas en las apuestas en pendiente y curvatura entre los años 2003 y 2010, para el HPI de un año y de un mes³⁴, y con unas bandas de negociación del {0%, 5%}.

³⁴ Los ratios de Sharpe son obtenidos sobre rentabilidades de las estrategias a un mes anualizadas.

RATIOS DE SHARPE (2003-2010)				
Estrategias	Modelo	Horizonte temporal	Banda 0%	Banda 5%
PENDIENTE	AR(1)	un año	0.7180	0.5809
		un mes	0.0282	0.0240
	VAR(1)	un año	0.6978	0.5791
		un mes	0.0233	0.0189
	VAR(1) cambios en los parámetros	un año	0.5672	0.7279
		un mes	0.1768	0.2038
	ECM(1) una tendencia	un año	0.6586	0.6580
		un mes	0.0719	0.0608
	ECM(1) dos tendencias	un año	0.6299	0.6937
		un mes	0.1876	0.2526
	NN(h)	un año	0.8020	0.7542
		un mes	0.1438	0.1693
	SNN(h)	un año	0.7499	0.7291
		un mes	0.1572	0.2074
CURVATURA	AR(1)	un año	1.6937	1.5629
		un mes	0.3403	0.3317
	VAR(1)	un año	1.7019	1.5238
		un mes	0.3111	0.2920
	VAR(1) cambios en los parámetros	un año	1.4318	1.5187
		un mes	0.2437	0.2767
	ECM(1) una tendencia	un año	1.4690	1.5588
		un mes	0.3243	0.3086
	ECM(1) dos tendencias	un año	1.4547	1.4547
		un mes	0.2400	0.2398
	NN(h)	un año	1.6605	1.5955
		un mes	0.2813	0.2992
	SNN(h)	un año	1.5560	1.6376
		un mes	0.2724	0.2864

Tabla 3.9. Ratios de Sharpe de la apuesta en pendiente y en curvatura entre los años 2003 y el 2010 para el horizonte de un año y de un mes con unas bandas de negociación del {0%, 5%}.

En la Tabla 3.9 se puede observar como todas las estrategias que apuestan en pendiente y en curvatura son capaces de superar a la ratio de Sharpe del *benchmark* (0.1188) al HPI de un año. Todo ello se debe a la baja volatilidad de este tipo de estrategias que, al tomar posiciones largas y cortas, consiguen compensar cualquier error en la predicción de los movimientos de los tipos de interés, con lo que su rentabilidad se sitúa en una franja entre un 3% y un 5% anual, aproximadamente.

El modelo que obtiene la mayor ratio de Sharpe en la apuesta en pendiente al HPI de un año es el $NN(h)$ sin banda de negociación (0.8020). Este modelo es, como se puede comprobar en la Tabla 3.6, el único que predice el parámetro de la pendiente estadísticamente mejor que el modelo binomial trivial a dicho HPI de un año. Por tanto, hemos encontrado evidencia estadística y económica de la bondad de la predicción del parámetro de la pendiente de Nelson y Siegel por el modelo $NN(h)$ al HPI de un año. Además, aunque no hayamos encontrado evidencia estadística de la bondad de la predicción de la pendiente por el resto de modelos al HPI de un año, volvemos a encontrar evidencia económica, puesto que todos los modelos superan al *benchmark* al HPI de un año.

En relación a las apuestas en curvatura al HPI de un año que aparecen en la Tabla 3.9, aunque todos los modelos obtienen unas ratios de Sharpe muy similares, los modelos $AR(1)$, $VAR(1)$, $NN(h)$ y $SNN(h)$ destacan sobre el resto. En este sentido, el modelo de predicción $VAR(1)$ es el que obtiene la mayor ratio de Sharpe en ausencia de banda de negociación (concretamente 1.7019). Además, todas las apuestas en curvatura superan a las estrategias de apuestas en pendiente. Este resultado es congruente con el porcentaje de acierto en la dirección del movimiento de la curvatura a un año, en la que todos los modelos, excepto el modelo $VAR(1)$ sobre los cambios de los parámetros (este modelo obtiene la menor ratio de Sharpe en la apuesta en curvatura en ausencia de banda de negociación al HPI de un año), obtienen aciertos significativos.

Por otra parte, en la Tabla 3.9 se observa como el modelo que obtiene el mejor *performance* en la apuesta en pendiente al HPI de un mes es el *ECM(1) con dos tendencias comunes* con una banda del 5% (0.2526), siendo éste incapaz de superar al *benchmark* (0.3215). Estos resultados reflejan que aunque hayamos encontrado evidencia estadística de la bondad de la predicción de la pendiente por los modelos *VAR(1) sobre los cambios de los parámetros*, *NN(h)* y *SNN(h)* en el HPI de un mes, en este caso, no somos capaces de aprovechar económicamente dichas predicciones. Esto queda reflejado en que ningún modelo es capaz de mejorar a la ratio de Sharpe del *benchmark* al HPI de un mes.

Finalmente, todas las apuestas en curvatura al HPI de un mes obtienen, de nuevo, unas ratios de Sharpe muy similares. Una vez más este resultado es congruente con el porcentaje de acierto en la dirección del movimiento de la curvatura a un mes, en la que todos los modelos obtenían un número de aciertos significativos. Además, todos los modelos que apuestan sobre la curvatura superan a los modelos que apuestan sobre la pendiente al HPI de un mes, a excepción de la mejor pendiente que es capaz de superar a la peor curvatura. Sin embargo, sólo el modelo *AR(1)* con y sin banda de negociación, y el modelo *ECM(1) con una tendencia común* sin banda de negociación son capaces de superar al *benchmark* en el HPI de un mes, siendo el *AR(1)* sin banda de negociación el que mejor *performance* obtiene al HPI de un mes basado en apuestas sobre la curvatura³⁵.

Tras analizar las ratios de Sharpe para los diferentes HPI podemos afirmar que, para que funcionen este tipo de apuestas sobre los movimientos de la ETTI, se requiere que las estrategias disfruten de un horizonte largo (HPI de un año) de modo que se confirme el movimiento que los modelos de predicción han sugerido. Dicho resultado es congruente con los resultados de Diebold y Li (2006), quienes encontraron que las predicciones de la ETTI mediante los modelos econométricos eran mejores que el camino aleatorio al horizonte temporal de un año.

³⁵ En el Anexo D se puede observar como las apuestas en curvatura en ambos HPI obtienen un *performance* estable entre subperiodos. Lo que nos lleva a la conclusión de que este tipo de estrategias funciona tanto para periodos de crecimiento como para periodos de crisis económicas.

Atendiendo a la ratio de Sharpe, la estrategia que mejor *performance* muestra para un HPI de un año es el $VAR(1)$ que apuesta sobre la curvatura en ausencia de banda de negociación. Nótese que todas las estrategias que apuestan por la curvatura y por la pendiente al HPI de un año obtienen unas ratios de Sharpe muy superiores al *benchmark*. Por su parte, la estrategia que mejor *performance* muestra para el HPI de un mes es la apuesta en nivel con el modelo de predicción $VAR(1)$ que minimiza el M-absoluto con $D=HPI$ y para una banda del 5%. Debe notarse que las estrategias que apuestan en nivel, tras aplicar una banda del 5%, son superiores a las apuestas en pendiente y en curvatura al HPI de un mes.

En resumen, se puede decir que, para un HPI de un año y para un HPI de un mes, se pueden aplicar estrategias de negociación basadas en la predicción de los parámetros que caracterizan a la ETTI según el modelo de Nelson y Siegel (1987), concretamente nivel, pendiente y curvatura. Por otro lado, el resultado de aplicar una banda de negociación, que evita tomar posiciones que no aporten ninguna información relevante, difiere según las diferentes apuestas, pero por lo general dicha banda mejora los resultados.

En la siguiente Figura 3.7 se representa la evolución diaria de la rentabilidad de las mejores estrategias (según la ratio de Sharpe) para el periodo de predicción en el HPI a un año que han sido resaltadas en negrita en las Tablas 3.7 y 3.9: la inmunización (*benchmark*), la mejor apuesta en nivel ($AR(1)$ con el criterio de minimizar el M-cuadrado con $D=HPI$, para las apuestas agresivas), la mejor apuesta en pendiente ($NN(h)$) y la mejor apuesta en curvatura ($VAR(1)$).

En la Figura 3.8 se representa la evolución diaria de las peores estrategias para el periodo de predicción en el HPI de un año que han sido resaltadas en negrita en las Tablas 3.7 y 3.9: la inmunización (*benchmark*), la peor apuesta en nivel ($VAR(1)$ sobre los cambios de los parámetros con el criterio de minimizar el M-cuadrado con $D=HPI$, para las apuestas agresivas), la peor apuesta en pendiente ($VAR(1)$ sobre los cambios de los parámetros) y la peor apuesta en curvatura ($VAR(1)$ sobre los cambios de los parámetros). Representamos gráficamente las estrategias en todos los casos sin banda de negociación para lograr que éstas dispongan de una rentabilidad cada día en el periodo de predicción 2003-2010.

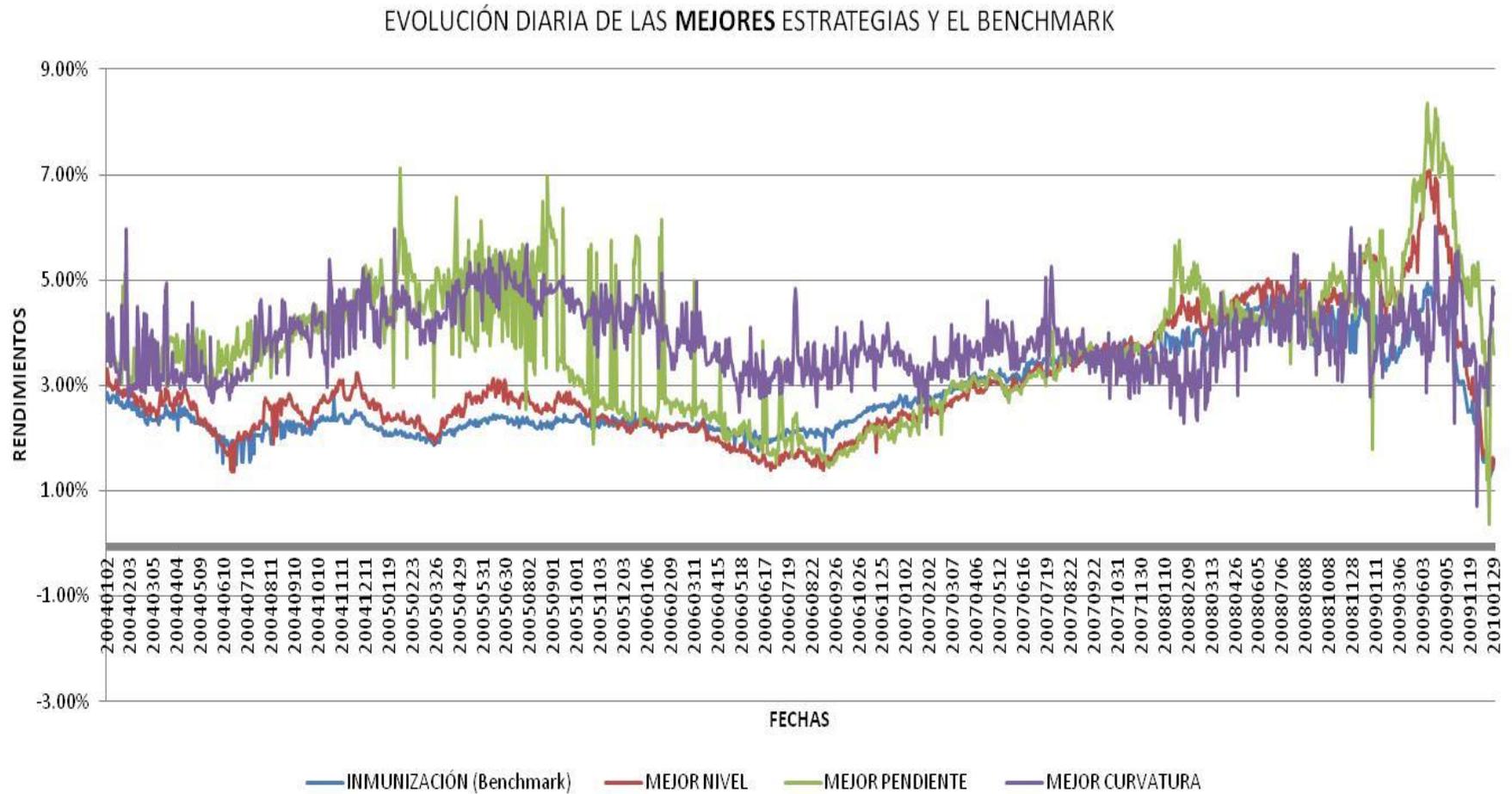


Figura 3.7. Evolución diaria de las rentabilidades de las mejores apuestas (nivel, pendiente y curvatura) y del *benchmark* entre el 2003 y 2010 para un horizonte de un año (banda 0%).

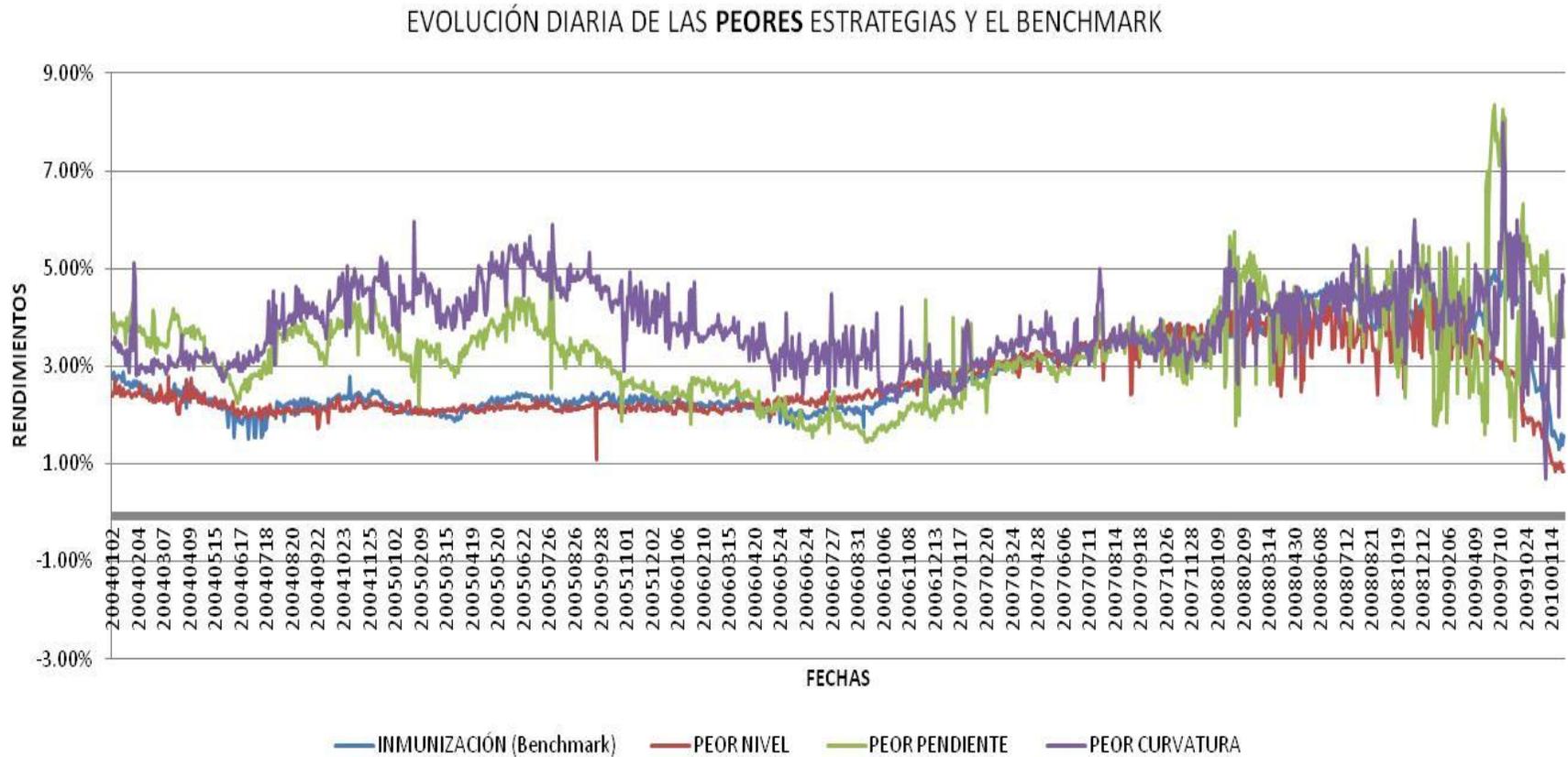


Figura 3.8. Evolución diaria de las rentabilidades de las peores apuestas (nivel, pendiente y curvatura) y del *benchmark* entre el 2003 y 2010 para un horizonte de un año (banda 0%).

En las dos figuras anteriores se puede observar que, para el HPI de un año, existe un “gap” entre las estrategias inmunizadoras y las apuestas en nivel, y las estrategias que apuestan por movimientos en la pendiente y en la curvatura. Dicho “gap” va desapareciendo poco a poco a partir de mediados del 2006, debido principalmente al aumento en la rentabilidad de las estrategias inmunizadoras y las apuestas en nivel. Además, tal como habíamos comentado anteriormente, en ambas figuras se puede observar como existe una gran estabilidad en las rentabilidades de las apuestas en la curvatura, que al compensar las posiciones largas con las cortas, consigue que su rentabilidad se sitúe en una franja entre un 3% y un 5% anual, aproximadamente.

Cabe igualmente señalar que las figuras de las estrategias a un mes son poco estables. Tal es así, que las rentabilidades, que figuran anualizadas, pueden verse muy afectadas positivamente si durante ese mes se paga un cupón.

Por último, ha de considerarse que no tiene porque existir una relación entre los modelos que mejor predicen los diferentes movimientos de la ETTI y los que obtienen mejor *performance*, dado que se han tomado las posiciones en las carteras comparándose los movimientos de la ETTI que los agentes del mercado esperan que se produzcan en el horizonte de un año (un mes) y los movimientos que sugieren los modelos de predicción. Aún así, se ha obtenido dicha relación en las apuestas en pendiente y en curvatura al HPI de un año, no así en el HPI de un mes, consiguiendo de esta forma que el modelo $NN(h)$ para la pendiente y todos los modelos para la curvatura, excepto el $VAR(1)$ sobre los cambios de los parámetros, sean los que mejor predicen y los que mejor *performance* obtienen.

3.4.6. Diversas estrategias clásicas de gestión activa.

Por último, en este apartado se van a describir diversas estrategias clásicas de la literatura, para posteriormente, aplicarlas sobre nuestra base de datos de la Deuda Pública española.

En primer lugar, se consideran las estrategias denominadas mariposas³⁶, o *butterflies*, que están formadas a través de carteras compuestas por tres activos. Según Martellini *et al.* (2003), se toma una posición corta en el activo que conforma el cuerpo de la mariposa (de vencimiento intermedio) y se toman posiciones largas en las alas (activos con vencimientos a corto y a largo plazo). Siendo dichas estrategias similares a las apuestas por curvatura, definidas previamente, las diferencias entre este tipo de estrategias estriba en las ponderaciones de los dos activos que componen las alas de la mariposa. Además, nuestras apuestas en curvatura permiten tomar posiciones cortas o largas en el cuerpo o en las alas según cuál sea la predicción realizada sobre la curvatura. En cambio, en las estrategias de mariposa clásicas los diferentes movimientos en la ETTI se aprovechan variando la proporción larga de activos que se adquiere de cada una de las alas, pero siempre se toma una posición corta en el cuerpo. Puesto que existen varios tipos de mariposas (*cash and \$duration neutral weighting, fifty-fifty weighting, regression weighting y maturity-weighting*, ver Martellini *et al.*, 2002a), cada una de ellas creadas para diferentes expectativas sobre la curva de tipos de interés, en la Tabla 3.10 se muestran los resultados promedios de todos estos tipos de mariposas.

En segundo lugar se considera una estrategia *ladder*, o en escalera, que consiste en tomar posiciones largas en activos de diferentes vencimientos de forma escalonada, es decir, se seleccionan de forma proporcional sobre toda la curva de tipos de interés, por ejemplo, los bonos con vencimientos a tres, seis, nueve, doce y quince años. En esta estrategia empleamos cinco activos, todos ellos con vencimiento superior a dos años, por tanto, los pesos de cada activo de la cartera serán siempre de un 20%. Dichos activos son seleccionados con el criterio de maximizar la convexidad, por lo que no se fija la duración de la cartera. Por ejemplo, una posible estrategia en escalera consiste en una cartera formada por un 20% del activo con vencimiento a dos años, un 20% del de tres años, un 20% del de cuatro años, un 20% del de cinco años y un 20% del de seis años.

³⁶ En el Anexo G se detallan diferentes tipos de mariposas según las ponderaciones relativas de sus alas.

En tercer lugar, una estrategia *bullet* que consiste en comprar un solo activo de vencimiento intermedio, siendo éste el activo con mayor convexidad dentro de los vencimientos entre seis y nueve años.

En cuarto lugar, una estrategia *barbell* que consiste en comprar dos activos, uno con vencimiento superior a dos años e inferior a seis años y otro con vencimiento superior a nueve años que serán seleccionados mediante el criterio de maximizar la convexidad de la cartera. Además, en esta estrategia tampoco se fija la duración de la cartera.

Finalmente, también se consideran las estrategias de detección de activos caros y baratos (*bond picking*). Estas estrategias se basan en intentar explotar las diferencias existentes entre el precio teórico de un bono \hat{P}_i , obtenido a través de la ETTI (fórmula 1.13 del Capítulo I), y su precio de mercado P_i . La estrategia es la siguiente: si el precio de mercado es superior (inferior) al teórico, se espera que en el futuro el precio de mercado baje (suba) por lo que hoy se toma una posición corta (larga), haciendo que la cartera resultante tenga inicialmente duración igual al HPI (un año o un mes) a través del programa que minimiza la diversidad (ver expresión 3.12). En las estrategias basadas en la detección de bonos caros y baratos siempre empleamos cuatro activos, todos con vencimiento superior a dos años, y de todas las posibles combinaciones de dichos activos, se selecciona aquella que maximiza la convexidad.

En la siguiente Tabla 3.10 se muestra el *performance* de estas estrategias sobre el periodo de predicción 2003-2010 para los HPI de un año y un mes, respectivamente. En esta tabla se puede observar como ninguna estrategia es capaz de superar al mejor modelo al HPI de un año en el periodo 2003-2010 [$VAR(1)$ que apuesta sobre la curvatura de la ETTI sin banda de negociación]. Igualmente, ninguna estrategia de las más empleadas en la literatura es capaz de superar al mejor modelo al HPI de un mes [apuesta en nivel con el $VAR(1)$ que minimiza el M-absoluto con $D=HPI$ y para una banda del 5%].

RATIOS DE SHARPE ESTRATEGIAS ALTERNATIVAS. (2003-2010)		
Estrategias	HPI	
<i>Promedio butterflies</i>	un año	0.9203
	un mes	0.0341
<i>Ladder</i>	un año	0.4609
	un mes	0.0335
<i>Bullet</i>	un año	0.4830
	un mes	0.2169
<i>Barbell</i>	un año	0.4183
	un mes	0.0334
<i>Bond picking</i>	un año	1.1131
	un mes	0.0497

Tabla 3.10. Ratios de Sharpe de las distintas estrategias clásicas de renta fija entre los años 2003 y el 2010 para el HPI de un año y de un mes.

3.5. Conclusiones.

En este capítulo hemos desarrollado diversas estrategias de gestión activa sobre carteras de Deuda Pública del mercado español basadas en apuestas sobre los movimientos de la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) mediante la predicción de los parámetros del modelo de estimación de la ETTI de Nelson y Siegel (1987). Dichos parámetros han sido predichos diariamente desde el 3 de Enero de 2003 hasta el 8 de Febrero de 2010, con un horizonte temporal a un año y a un mes, empleando diversas técnicas de predicción de series temporales paramétricas y no paramétricas. Tras aplicar dichas metodologías de predicción sobre los parámetros del modelo de Nelson y Siegel, nivel, pendiente y curvatura, para un Horizonte de Planificación del Inversor (HPI) de un año y de un mes, las conclusiones que se obtienen son las siguientes:

Desde el punto de vista estadístico, para el horizonte temporal de un año, el modelo que mejor predice el nivel (β_0) es el modelo *ECM(1) con una tendencia común (nivel)*; el modelo que mejor predice la pendiente (β_1) es el modelo *AR(1)*; y el que mejor predice la curvatura (β_2) es el *AR(1)*. Por otra parte, para el horizonte temporal de un mes, el modelo que mejor predice el nivel (β_0) es el *ECM(1) con dos tendencias comunes*; el modelo que mejor predice la pendiente (β_1) es el *VAR(1) sobre los cambios en los parámetros*; y el mejor modelo para la curvatura (β_2) es el *SNN(h)*. Puesto que nuestro principal objetivo es comprobar cuál es el modelo que mejor predice el movimiento de cada uno de los tres parámetros del modelo de Nelson y Siegel, hemos analizado la capacidad de acertar en el movimiento de tales parámetros evaluando la significatividad estadística de los aciertos en signo de nuestras predicciones. Dicha significatividad se estudia a partir de un modelo binomial que predice aleatoriamente subidas y bajadas de los parámetros en la misma proporción que el porcentaje de aciertos obtenidos en el periodo de entrenamiento (entre el 2 de Enero de 1993 y el 2 de Enero de 2003). De este experimento concluimos que,

- Sólo el modelo *ECM(1) con una tendencia común* es capaz de mejorar significativamente la predicción del modelo binomial trivial sobre el parámetro que representa al nivel, β_0 , en el periodo de predicción (2003-2010) para el horizonte temporal de un año. Ningún otro modelo es capaz de predecir significativamente mejor que el modelo trivial en ambos horizontes temporales.

- Sólo las predicciones del modelo $NN(h)$ mejoran significativamente al modelo trivial sobre el parámetro que representa a la pendiente, β_1 , en el periodo de predicción (2003-2010) con horizonte temporal de un año. Para el horizonte temporal de un mes, existen varios modelos capaces de superar al modelo trivial en el periodo 2003-2010. Estos modelos son el $VAR(1)$ sobre los cambios en los parámetros, el $NN(h)$ y el $SNN(h)$.
- Todos los modelos, excepto el $VAR(1)$ sobre los cambios en los parámetros en el caso de un año, son capaces de mejorar a la predicción del modelo trivial para el parámetro que representa a la curvatura, β_2 , en el periodo de predicción (2003-2010). Esto se hace extensible a cada uno de los horizontes temporales de predicción.

Con el fin de estudiar la capacidad de obtener beneficios de las predicciones realizadas, se han implementado tres estrategias de inversión activas que intentan anticiparse al mercado sobre la base de dichas predicciones de los movimientos de los parámetros del nivel, la pendiente y la curvatura de la ETTI en un HPI a un año y a un mes.

La teoría de las expectativas establece que en la curva *forward* se reflejan las expectativas que tienen los agentes del mercado sobre la futura evolución de los tipos de interés. Teniendo en cuenta dicha teoría, esas expectativas ya están descontadas en la ETTI. Por consiguiente, para tomar las posiciones sobre los activos de la cartera se han comparado dichas expectativas sobre la evolución futura del nivel, la pendiente y la curvatura, con las mismas que sugieren los modelos de predicción.

Como estrategia referencia para realizar las oportunas comparaciones (*benchmark*) se ha considerado la mejor estrategia de inmunización para ambos HPI, empleando la ratio de Sharpe como el estadístico que estudia el resultado económico (*performance*) de cada estrategia. Adicionalmente, para evitar señales que no aporten ningún tipo de información, se ha utilizado una banda de negociación del {5%}, además de estudiar el caso en ausencia de dicha banda.

Los resultados indican que el *benchmark* fue superado por nuestras estrategias de inversión basadas en la predicción del nivel de la ETTI en la mayoría de los modelos predictivos considerados al HPI de un año. Todo ello cuando nos anticipamos aumentando o disminuyendo la duración de nuestra cartera de forma moderada (± 1 mes) y de forma más agresivas (± 6 meses). Por lo general, la restricción de la banda de negociación provoca que aumente el *performance* de los modelos en las apuestas en nivel moderadas. En cambio, el efecto es el contrario en el *performance* de las apuestas en nivel agresivas. Para el HPI de un mes, cuando nos anticipamos aumentando o disminuyendo la duración de nuestra cartera en ± 15 días, el aumento de la banda de negociación tiene un efecto positivo en los modelos ya que, por lo general, logran superar al *benchmark* al HPI.

De todas las estrategias que apuestan en nivel para cualquier modelo, tales como criterio de selección de activos y forma (moderada y agresiva), la que mejor *performance* proporciona al HPI de un año es la estrategia que apuesta sobre movimientos en el nivel con el modelo $AR(1)$ con el criterio de minimizar el M-cuadrado, con duración igual al HPI, de forma agresiva y sin banda de negociación, es decir, desplazando la duración de la cartera más ó menos seis meses sobre el HPI. Igualmente, para el HPI de un mes, el mejor *performance* lo obtiene la estrategia que apuesta sobre movimientos en el nivel con el modelo $VAR(1)$ que minimiza el M-absoluto con duración igual al HPI, para una banda del 5%. Nuestras conclusiones señalan que, en el periodo de predicción (2003-2010), sólo existe un modelo que predice el movimiento del nivel significativamente mejor que el modelo binomial trivial desde el punto de vista estadístico. Por el contrario, sí hemos encontrado evidencia económica de que varios modelos de predicción son capaces de mejorar el *performance* del *benchmark* al HPI de un año y al HPI de un mes.

En cuanto a las apuestas en pendiente, hemos encontrado que el modelo $NN(h)$ al HPI de un año es el que mejor predice estadísticamente la dirección del parámetro de la pendiente sobre el periodo de predicción, 2003-2010, y además, éste es el modelo que ha obtenido el mejor *performance* sobre dicho periodo de predicción. Aunque dicho modelo es el mejor para este tipo de apuestas, el resto de modelos son también capaces de superar al *benchmark* al HPI de un año.

Por su parte, todos los modelos que apuestan sobre la curvatura al HPI a un año han obtenido un *performance* muy similar, siendo la evolución diaria de su rentabilidad estable a lo largo del periodo de predicción y superior al *benchmark* en la mayor parte de éste, 2003-2010. Éstas características de las apuestas sobre la curvatura al HPI de un año son extensibles al HPI de un mes, sin embargo sólo el modelo $AR(1)$, con y sin banda de negociación, y el $ECM(1)$ con una tendencia común sin banda de negociación son capaces de superar al *benchmark*.

Hay que tenerse en cuenta que no tiene porque existir una relación entre los modelos que mejor predicen los diferentes movimientos de la ETTI y los que obtienen mejor *performance*, dado que se han tomado las posiciones en las carteras comparándose los movimientos de la ETTI que los agentes del mercado esperan que se produzcan al horizonte de un año (un mes), a través de los tipos *forward*, y los movimientos que sugieren los modelos de predicción. Aún así, sí se ha logrado dicha relación en las apuestas en pendiente y en curvatura al HPI de un año, no así en el HPI de un mes, consiguiendo de esta forma que el modelo $NN(h)$ para la pendiente y todos los modelos para la curvatura, excepto el $VAR(1)$ sobre los cambios en los parámetros, sean los que mejor predicen y los que mejor *performance* obtienen.

Finalmente, de todas las estrategias estudiadas para todo el periodo de predicción analizado, la estrategia de mejor *performance* (mayor ratio de Sharpe) para un HPI de un año es el $VAR(1)$ que apuesta sobre la curvatura en ausencia de banda de negociación. Por su parte, la estrategia que obtiene mejor *performance* para el HPI de un mes es la apuesta en nivel con el modelo de predicción $VAR(1)$ que minimiza el M-absoluto, con duración igual al HPI y para una banda del 5%.

Los resultados de este capítulo pueden ser empleados para tomar decisiones sobre la evolución de los tipos a un horizonte temporal de un año y de un mes, resultando útiles en la gestión de activos y pasivos de una entidad de crédito, la cobertura frente a la evolución en los tipos de interés, la especulación en el mercado *spot* ó *forward*, etc. Además, hemos demostrado analíticamente que se pueden aplicar estrategias activas en mercados de renta fija tomando las posiciones en la cartera según las predicciones realizadas por modelos econométricos sobre los parámetros que caracterizan a la ETTI (nivel, pendiente y curvatura), siendo éstas más rentables para periodos a largo plazo, por ejemplo a un año vista, principalmente con aquellas estrategias que apuesten sobre el futuro movimiento de la curvatura de la ETTI.

ANEXOS

ANEXO A

BONDAD DE LA PREDICCIÓN PARA LOS SUBPERIODOS EVALUADOS.

En todo el anexo se va a considerar tanto el periodo de predicción completo (2003-2010) como dos subperiodos de éste como son el subperiodo 2003-2007 y el 2008-2010. El primero de ellos está formado por la información existente entre el 3 de Enero de 2003 y el 31 de Diciembre del 2007, y el segundo subperiodo abarca la información entre el 1 de Enero de 2008 y el 8 de Febrero de 2010. De esta forma, se estudia la posible estabilidad de las predicciones de los parámetros durante periodos tan diferentes como los señalados.

La razón a esta distinción entre ambos subperiodos se debe a que en el año 2008 se produjo un punto de inflexión en la evolución de la economía mundial, quebrándose el mayor período de crecimiento continuado desde los años sesenta³⁷. En efecto, hasta 2007 la economía mundial se mantuvo en una senda de dinamismo, que se rompió como consecuencia de las turbulencias financieras surgidas en Estados Unidos a raíz de la crisis inmobiliaria que sufrió dicha economía y que adquirieron con rapidez una dimensión global. Las tensiones generadas en los mercados financieros internacionales comprometieron la solvencia de algunas entidades sistémicamente relevantes, trasladándose a otros activos, mercados y economías, hasta devenir en una crisis financiera global. Los efectos de la crisis sobre la economía real se hicieron patentes en una situación de recesión económica global. A su vez, el cambio de clima en la coyuntura internacional coincidió con un deterioro de la situación inflacionista de carácter bastante generalizado (tras varios años de moderación de la inflación a nivel mundial), vinculado a las intensas subidas del precio del petróleo, de las materias primas agrícolas y, en general, de los alimentos, en un marco de fuerte expansión del gasto global, con una composición sesgada hacia la demanda de esta clase de bienes. La coincidencia del recrudecimiento de las tensiones inflacionistas con el debilitamiento del crecimiento económico y con la inestabilidad financiera dio lugar a la aparición de difíciles dilemas para la conducción de la política económica.

³⁷ El cambio en las fases del ciclo ocurrida en 2008 ha sido detectado formalmente por Berge y Jordà (2011) mediante la aplicación de modernas herramientas estadísticas basadas en la teoría de detección de señales.

La crisis financiera internacional, se superpuso en 2008 al ajuste que había iniciado la economía española, lo que generó un endurecimiento de las condiciones de financiación, un deterioro de la confianza de los agentes y una caída de la riqueza de las familias, desencadenando a su vez una desaceleración del crédito y un retroceso de la demanda interna en un contexto de ausencia de los apoyos externos que en otras circunstancias habrían amortiguado el descenso del gasto interno. Este desplome del gasto repercutió muy negativamente sobre la actividad y el empleo, que empezó a caer por primera vez desde 1994. Asimismo, se produjo un severo deterioro de las finanzas públicas como consecuencia de la intensa contracción de la actividad y de las medidas excepcionales de estímulo.

En el año 2010, la crisis de la deuda soberana en Europa, iniciada en Grecia y contagiada con rapidez al conjunto del área del euro, reavivó las tensiones financieras y obligó cambiar con relativa urgencia el tono de las políticas fiscales en el conjunto de la Unión Económica y Monetaria que hasta entonces venían siendo acomodaticias.

Esta crisis de la deuda soberana, originada principalmente por la existencia de importantes desequilibrios acumulados en algunos Estados miembros, afectó con fuerza a la economía española debido a la existencia de factores de fondo que situaban nuestra economía en una posición de vulnerabilidad, provocando un drástico cambio en la orientación de la política económica en un contexto de destrucción de empleo que erosiona la confianza de los agentes económicos y la capacidad de recuperación.

PARÁMETRO β_0						
Modelos a un año	Periodo	Media	Desviación típica	RMSE	ρ_1	ρ_{260}
<i>AR(1)</i>	2003-2007	-1.0309	0.5956	1.1905	0.9539	0.0517
	2008-2010	0.3798	0.2968	0.4817	0.7499	-0.0564
	2003-2010	-0.7869	0.7704	1.1010	0.9714	0.2803
<i>RW</i>	2003-2007	-0.1819	0.6719	0.6958	0.9473	0.1060
	2008-2010	0.9580	0.4315	1.0504	0.7523	-0.0497
	2003-2010	0.0153	0.7690	0.7689	0.9543	0.2186
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	-0.7743	0.5222	0.9339	0.9383	-0.1497
	2008-2010	0.3366	0.3738	0.5025	0.8298	-0.0257
	2003-2010	-0.5822	0.6529	0.8746	0.9576	-0.0457
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	0.5650	0.6617	0.8699	0.9573	0.0370
	2008-2010	1.5269	0.4401	1.5889	0.8331	-0.0500
	2003-2010	0.7314	0.7266	1.0308	0.9612	0.1353
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	-0.3254	0.4884	0.5868	0.9289	-0.2501
	2008-2010	0.6869	0.3460	0.7689	0.8061	-0.0424
	2003-2010	-0.1503	0.6038	0.6221	0.9508	-0.0861
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	0.1663	0.6499	0.6706	0.9546	0.1026
	2008-2010	1.2810	0.4350	1.3526	0.8335	-0.0433
	2003-2010	0.3591	0.7482	0.8297	0.9629	0.2129
<i>NN(h)</i>	2003-2007	-0.7944	1.7112	1.8861	0.9228	0.0568
	2008-2010	1.3050	0.6761	1.4691	0.5759	-0.0164
	2003-2010	-0.4312	1.7695	1.8208	0.9300	0.2153
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	-0.9240	1.3368	1.6247	0.9123	0.0027
	2008-2010	0.8419	0.6737	1.0775	0.6860	-0.0153
	2003-2010	-0.6186	1.4151	1.5440	0.9228	0.1925
<i>FORWARD</i>	2003-2007	-0.1700	0.6591	0.6804	0.9410	0.1267
	2008-2010	0.9335	0.4593	1.0400	0.7297	-0.0446
	2003-2010	0.0209	0.7549	0.7549	0.9465	0.2200

Tabla A.1. Bondad de la predicción del parámetro β_0 con los diferentes modelos a un año.

PARÁMETRO β_1						
Modelos a un año	Periodo	Media	Desviación típica	RMSE	ρ_1	ρ_{260}
<i>AR(1)</i>	2003-2007	1.0028	1.3224	1.6592	0.9830	0.3233
	2008-2010	-3.0348	0.4495	3.0678	0.8781	-0.0353
	2003-2010	0.3044	1.9531	1.9760	0.9927	0.0799
<i>RW</i>	2003-2007	0.5316	0.9821	1.1164	0.9457	0.0946
	2008-2010	-4.0841	1.2438	4.2687	0.9339	-0.0155
	2003-2010	-0.2669	2.0283	2.0452	0.9877	0.2399
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	1.0844	1.3243	1.7112	0.9828	0.2957
	2008-2010	-3.0857	0.4500	3.1182	0.8769	-0.0362
	2003-2010	0.3631	1.9936	2.0258	0.9930	0.0896
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	0.3573	1.0343	1.0939	0.9612	0.1443
	2008-2010	-4.3084	1.3135	4.5034	0.9525	-0.0145
	2003-2010	-0.4497	2.0732	2.1208	0.9913	0.2659
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	2.0083	1.3375	2.4127	0.9814	0.1892
	2008-2010	-2.7196	0.5699	2.7785	0.9129	-0.0237
	2003-2010	1.1905	2.1760	2.4798	0.9938	0.1495
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	0.8185	1.0974	1.3687	0.9638	0.1899
	2008-2010	-4.1363	1.3317	4.3446	0.9521	-0.0134
	2003-2010	-0.0386	2.1945	2.1942	0.9918	0.2957
<i>NN(h)</i>	2003-2007	0.9877	2.2394	2.4468	0.9355	0.2750
	2008-2010	-3.5357	1.4918	3.8365	0.7762	-0.0213
	2003-2010	0.2052	2.7313	2.7381	0.9548	0.0051
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	0.2970	2.1124	2.1324	0.9284	0.1429
	2008-2010	-4.0132	1.0853	4.1568	0.8087	-0.0098
	2003-2010	-0.4485	2.5598	2.5980	0.9549	0.1091
<i>FORWARD</i>	2003-2007	-0.1582	0.8488	0.8631	0.9309	0.0303
	2008-2010	-4.5054	1.0042	4.6156	0.8954	-0.0131
	2003-2010	-0.9102	1.8641	2.0739	0.9846	0.1931

Tabla A.2. Bondad de la predicción del parámetro β_1 con los diferentes modelos a un año.

PARÁMETRO β_2						
Modelos a un año	Periodo	Media	Desviación típica	RMSE	ρ_1	ρ_{260}
<i>AR(1)</i>	2003-2007	-0.4986	0.5184	0.7191	0.6455	0.0478
	2008-2010	-0.1029	0.2370	0.2580	0.5870	-0.0019
	2003-2010	-0.4302	0.5043	0.6627	0.6756	0.0404
<i>RW</i>	2003-2007	-0.1995	0.6158	0.6471	0.6734	-0.2039
	2008-2010	0.3206	0.8596	0.9160	0.5307	-0.0052
	2003-2010	-0.1095	0.6926	0.7010	0.6641	-0.3171
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	-0.5417	0.5095	0.7436	0.6328	0.0152
	2008-2010	-0.0687	0.2377	0.2470	0.5875	-0.0013
	2003-2010	-0.4599	0.5064	0.6840	0.6782	0.0397
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	-0.2413	0.6425	0.6861	0.7316	-0.1661
	2008-2010	0.3163	0.8350	0.8915	0.7240	-0.0068
	2003-2010	-0.1449	0.7114	0.7258	0.7554	-0.2610
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	0.6042	0.5821	0.8389	0.7161	0.1724
	2008-2010	0.4867	0.3478	0.5978	0.7638	-0.0005
	2003-2010	0.5839	0.5505	0.8023	0.7211	0.1922
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	1.3068	0.5094	1.4025	0.6184	-0.0027
	2008-2010	1.4389	0.4583	1.5098	0.7904	-0.0020
	2003-2010	1.3296	0.5032	1.4216	0.6475	-0.0942
<i>NN(h)</i>	2003-2007	-0.6198	0.6947	0.9308	0.6356	0.1190
	2008-2010	-0.2141	1.0004	1.0212	0.0656	-0.0019
	2003-2010	-0.5496	0.7715	0.9471	0.4854	0.1332
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	-0.2111	0.7991	0.8262	0.7691	0.0592
	2008-2010	0.2401	0.8039	0.8376	0.1750	-0.0002
	2003-2010	-0.1330	0.8177	0.8282	0.6813	0.0526
<i>FORWARD</i>	2003-2007	-0.3558	0.5291	0.6375	0.6052	0.0561
	2008-2010	0.1103	0.4853	0.4968	0.8193	0.0010
	2003-2010	-0.2752	0.5507	0.6154	0.6766	0.1051

Tabla A.3. Bondad de la predicción del parámetro β_2 con los diferentes modelos a un año.

PARÁMETRO β_0						
Modelos a un mes	Periodo	Media	Desviación típica	RMSE	ρ_1	ρ_{260}
<i>AR(1)</i>	2003-2007	-0.1334	0.2241	0.2607	0.6441	-0.1762
	2008-2010	0.0146	0.4250	0.4249	0.7669	-0.3503
	2003-2010	-0.0918	0.3021	0.3156	0.7334	-0.2307
<i>RW</i>	2003-2007	-0.0259	0.2280	0.2294	0.6345	-0.2092
	2008-2010	0.0554	0.4409	0.4439	0.7674	-0.3549
	2003-2010	-0.0030	0.3054	0.3053	0.7210	-0.2902
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	-0.1934	0.3630	0.4112	0.8783	0.5802
	2008-2010	0.1453	0.5146	0.5343	0.8497	0.1939
	2003-2010	-0.0982	0.4384	0.4492	0.8856	0.4716
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	0.0378	0.2210	0.2241	0.7135	-0.1770
	2008-2010	0.1004	0.4342	0.4452	0.8250	-0.3383
	2003-2010	0.0554	0.2980	0.3030	0.7862	-0.2736
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	-0.0912	0.2504	0.2664	0.7814	0.1371
	2008-2010	0.0860	0.4303	0.4384	0.8232	-0.2282
	2003-2010	-0.0414	0.3215	0.3241	0.8205	-0.0079
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	-0.0189	0.2199	0.2206	0.7143	-0.1637
	2008-2010	0.0692	0.4293	0.4344	0.8253	-0.3462
	2003-2010	0.0058	0.2967	0.2967	0.7883	-0.2612
<i>NN(h)</i>	2003-2007	-0.0677	0.2898	0.2975	0.6989	0.1420
	2008-2010	0.0859	0.4556	0.4632	0.7682	-0.2421
	2003-2010	-0.0245	0.3513	0.3521	0.7456	-0.0182
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	-0.0461	0.3248	0.3280	0.7114	0.0706
	2008-2010	0.0580	0.4694	0.4726	0.8221	-0.2132
	2003-2010	-0.0168	0.3740	0.3743	0.7665	-0.0471
<i>FORWARD</i>	2003-2007	-0.0153	0.2369	0.2373	0.6311	-0.1521
	2008-2010	0.0512	0.4785	0.4807	0.6742	-0.2925
	2003-2010	0.0034	0.3248	0.3247	0.6633	-0.2404

Tabla A.4. Bondad de la predicción del parámetro β_0 con los diferentes modelos a un mes.

PARÁMETRO β_1						
Modelos a un mes	Periodo	Media	Desviación típica	RMSE	ρ_1	ρ_{260}
<i>AR(1)</i>	2003-2007	0.2172	0.7459	0.7766	0.9552	0.8675
	2008-2010	-0.4294	0.9336	1.0268	0.9375	0.5019
	2003-2010	0.0355	0.8538	0.8543	0.9558	0.7523
<i>RW</i>	2003-2007	0.0493	0.2899	0.2940	0.5208	-0.2864
	2008-2010	-0.2101	0.7386	0.7672	0.8682	-0.1329
	2003-2010	-0.0236	0.4765	0.4770	0.7837	-0.1133
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	0.2595	0.7245	0.7693	0.9525	0.8590
	2008-2010	-0.4454	0.9391	1.0386	0.9373	0.4951
	2003-2010	0.0614	0.8516	0.8536	0.9552	0.7457
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	0.0350	0.2757	0.2778	0.6333	-0.2393
	2008-2010	-0.2196	0.7360	0.7674	0.9028	-0.1129
	2003-2010	-0.0365	0.4688	0.4701	0.8419	-0.0844
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	0.3303	0.5520	0.6431	0.9063	0.7407
	2008-2010	-0.3011	0.7853	0.8403	0.9102	0.2764
	2003-2010	0.1529	0.6875	0.7042	0.9252	0.6035
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	0.1005	0.2772	0.2948	0.6383	-0.2235
	2008-2010	-0.1976	0.7340	0.7594	0.9019	-0.1208
	2003-2010	0.0167	0.4737	0.4738	0.8452	-0.0626
<i>NN(h)</i>	2003-2007	0.0098	0.3508	0.3508	0.6631	0.2167
	2008-2010	-0.1739	0.8702	0.8866	0.8866	0.1647
	2003-2010	-0.0418	0.5548	0.5562	0.8246	0.1942
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	0.0347	0.3646	0.3661	0.6605	0.0293
	2008-2010	-0.1515	0.8500	0.8626	0.8994	-0.0064
	2003-2010	-0.0176	0.5526	0.5527	0.8269	0.0240
<i>FORWARD</i>	2003-2007	-0.0676	0.2973	0.3047	0.5661	-0.1192
	2008-2010	-0.3201	0.7546	0.8190	0.8200	-0.0514
	2003-2010	-0.1385	0.4860	0.5053	0.7618	-0.0245

Tabla A.5. Bondad de la predicción del parámetro β_1 con los diferentes modelos a un mes.

PARÁMETRO β_2						
Modelos a un mes	Periodo	Media	Desviación típica	RMSE	ρ_1	ρ_{260}
<i>AR(1)</i>	2003-2007	-0.3011	0.5073	0.5898	0.8230	0.6385
	2008-2010	-0.2235	0.5887	0.6292	0.5326	0.0492
	2003-2010	-0.2793	0.5324	0.6011	0.7241	0.4108
<i>RW</i>	2003-2007	-0.0270	0.3758	0.3766	0.4394	-0.3214
	2008-2010	0.0300	0.8520	0.8517	0.5064	-0.4335
	2003-2010	-0.0110	0.5531	0.5530	0.4860	-0.4466
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	-0.2622	0.4065	0.4836	0.7229	0.4566
	2008-2010	-0.3190	0.6072	0.6854	0.5623	0.0102
	2003-2010	-0.2782	0.4721	0.5478	0.6492	0.2274
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	-0.0310	0.3573	0.3585	0.5306	-0.2825
	2008-2010	0.0291	0.8113	0.8110	0.6066	-0.4144
	2003-2010	-0.0141	0.5265	0.5265	0.5832	-0.4179
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	-0.0001	0.5314	0.5312	0.7924	0.5111
	2008-2010	0.3662	0.8921	0.9635	0.7435	0.3300
	2003-2010	0.1028	0.6734	0.6810	0.7807	0.4133
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	0.2318	0.3573	0.4258	0.4523	-0.2735
	2008-2010	0.2017	0.7716	0.7968	0.5473	-0.3853
	2003-2010	0.2233	0.5090	0.5557	0.5143	-0.3985
<i>NN(h)</i>	2003-2007	-0.0916	0.3629	0.3742	0.5033	-0.0319
	2008-2010	-0.1110	0.7369	0.7445	0.5225	0.0099
	2003-2010	-0.0971	0.4971	0.5064	0.5161	-0.0354
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	-0.0363	0.4234	0.4248	0.5524	0.0165
	2008-2010	-0.0886	0.6608	0.6661	0.4994	-0.1442
	2003-2010	-0.0510	0.5019	0.5044	0.5276	-0.0892
<i>FORWARD</i>	2003-2007	-0.3088	0.5206	0.6051	0.7617	0.5715
	2008-2010	-0.5243	0.7544	0.9181	0.6078	0.0886
	2003-2010	-0.3694	0.6033	0.7072	0.7002	0.3518

Tabla A.6. Bondad de la predicción del parámetro β_2 con los diferentes modelos a un mes.

En este Anexo A se puede observar como el mejor modelo para el nivel (β_0) en el horizonte temporal de un año es, además, el parámetro más estable entre subperiodos. Por otro lado, una de las reacciones de la crisis económica en el subperiodo 2008-2010 fue que la pendiente de la ETTI creció de forma brusca en poco tiempo, ver Figuras 3.1 y 3.5. Esto provoca que las predicciones de la pendiente (β_1) entre el 2008 y 2010 sean considerablemente malas. Por su parte, los diferentes modelos obtienen unas predicciones bastante estables para la curvatura (β_2). Además, corroboramos que las predicciones son más precisas y más estables en el horizonte temporal a un mes. Aún así, la predicción de la pendiente dentro del subperiodo 2008-2010 sigue siendo poco precisa.

ANEXO B

PORCENTAJE DE ACIERTO EN LA DIRECCIÓN DE LOS PARÁMETROS.

Modelos a un año	Periodo	β_0	β_1	β_2
<i>AR(1)</i>	2003-2007	45.27	52.52	60.76
	2008-2010	97.08	80.66	90.15
	2003-2010	54.23	57.39	65.85
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	64.73	51.15	56.95
	2008-2010	90.51	78.83	91.24
	2003-2010	69.19	55.93	62.88
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	54.73	65.73	36.49
	2008-2010	2.92	4.74	47.81
	2003-2010	45.77	55.18	38.45
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	75.19	33.74	65.5
	2008-2010	83.21	90.51	81.02
	2003-2010	76.58	43.56	68.18
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	54.73	21.98	60.38
	2008-2010	2.92	33.58	45.26
	2003-2010	45.77	23.99	57.77
<i>NN(h)</i>	2003-2007	22.82	55.27	62.14
	2008-2010	19.34	82.85	83.21
	2003-2010	22.22	60.04	65.78
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	38.02	48.93	70.31
	2008-2010	67.52	67.88	74.45
	2003-2010	43.12	52.21	71.02
<i>FORWARD</i>	2003-2007	60.31	71.68	64.35
	2008-2010	51.09	13.14	66.79
	2003-2010	58.71	61.55	64.77

Tabla B.1. Porcentaje de acierto de cada uno de los modelos de predicción en la dirección del movimiento de los parámetros a un año y para los diferentes periodos.

Valores del estadístico binomial sobre el acierto en la dirección de los parámetros

Modelos a un año	Periodo	β_0	β_1	β_2
<i>AR(1)</i>	2003-2007	593.50	688.50	796.50
	2008-2010	266.50	221.50	247.50
	2003-2010	859.50	909.50	1043.50
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	848.50	670.50	746.50
	2008-2010	248.50	216.50	250.50
	2003-2010	1096.50	886.50	996.50
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	717.50	861.50	478.50
	2008-2010	8.50	13.50	131.50
	2003-2010	725.50	874.50	609.50
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	985.50	442.50	858.50
	2008-2010	228.50	248.50	222.50
	2003-2010	1213.50	690.50	1080.50
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	717.50	288.50	791.50
	2008-2010	8.50	92.50	124.50
	2003-2010	725.50	380.50	915.50
<i>NN(h)</i>	2003-2007	299.50	724.50	814.50
	2008-2010	53.50	227.50	228.50
	2003-2010	352.50	951.50	1042.50
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	498.50	641.50	921.50
	2008-2010	185.50	186.50	204.50
	2003-2010	683.50	827.50	1125.50
<i>FORWARD</i>	2003-2007	790.50	939.50	843.50
	2008-2010	140.50	36.50	183.50
	2003-2010	930.50	975.50	1026.50

Tabla B.2. Estadístico sobre el porcentaje de acierto en la dirección de los parámetros al horizonte de un año, número de aciertos corregidos por continuidad de cada modelo en el periodo de predicción sobre la dirección del parámetro correspondiente.

Estadístico sobre la dirección de los parámetros

Parámetros a un año	Media	Desviación típica	r'_0	r_0	p	¿S o B?
β_0	1144.000	17.826	1109.061	1178.939	72.22%	B
β_1	888.337	19.752	849.624	927.050	56.08%	B
β_2	836.463	19.868	797.522	875.404	52.81%	B

Tabla B.3. Valores que caracterizan al modelo binomial y normal para cada beta en la dirección a un año. Extraídos del periodo de entrenamiento con unas bandas de significación al 5%. Periodo de predicción entre 02/01/2003 y 08/02/2010.

Parámetros a un año	Media	Desviación típica	r'_0	r_0	p	¿S o B?
β_0	946.1111	16.2114	914.3374	977.8848	72.22%	B
β_1	734.6725	17.9626	699.4665	769.8785	56.08%	B
β_2	691.7719	18.0684	656.3585	727.1854	52.81%	B

Tabla B.4. Valores que caracterizan al modelo binomial y normal para cada beta en la dirección a un año. Extraídos del periodo de entrenamiento con unas bandas de significación al 5%. Periodo de predicción entre 02/01/2003 y 31/12/2007.

Parámetros a un año	Media	Desviación típica	r'_0	r_0	p	¿S o B?
β_0	195.7921	7.4756	181.1401	210.4440	71.46%	B
β_1	146.7079	8.2557	130.5271	162.8888	53.54%	S
β_2	151.6980	8.2287	135.5701	167.8260	55.36%	B

Tabla B.5. Valores que caracterizan al modelo binomial y normal para cada beta en la dirección a un año. Extraídos del periodo de entrenamiento con unas bandas de significación al 5%. Periodo de predicción entre 01/01/2008 y 08/02/2010.

Localización de los modelos por regiones

Modelos a un año	Periodo	β_0	β_1	β_2
<i>AR(1)</i>	2003-2007	A	A	C
	2008-2010	C	C	C
	2003-2010	A	B	C
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	A	A	C
	2008-2010	C	C	C
	2003-2010	A	B	C
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	A	C	A
	2008-2010	A	A	A
	2003-2010	A	B	A
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	C	A	C
	2008-2010	C	C	C
	2003-2010	C	A	C
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	A	A	C
	2008-2010	A	A	A
	2003-2010	A	A	C
<i>NN(h)</i>	2003-2007	A	B	C
	2008-2010	A	C	C
	2003-2010	A	C	C
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	A	A	C
	2008-2010	B	C	C
	2003-2010	A	A	C
<i>FORWARD</i>	2003-2007	A	C	C
	2008-2010	A	A	C
	2003-2010	A	C	C

Tabla B.6. Información de la región en la que se encuentra cada modelo de predicción con un horizonte temporal de un año para los diferentes periodos. Los cuadros resaltados en negrita señalan rechazo de la hipótesis nula de igual capacidad predictiva que el modelo binomial descrito.

Porcentaje de acierto en la dirección de los parámetros

Modelos a un mes	Periodo	β_0	β_1	β_2
<i>AR(1)</i>	2003-2007	46.72	47.56	56.56
	2008-2010	63.87	48.05	67.97
	2003-2010	51.54	47.69	59.77
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	52.82	46.79	55.04
	2008-2010	50.98	47.27	60.35
	2003-2010	52.31	46.93	56.53
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	54.58	60.08	60.23
	2008-2010	50.98	56.05	59.18
	2003-2010	53.57	58.95	59.93
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	53.59	45.42	53.13
	2008-2010	51.95	48.05	56.64
	2003-2010	53.13	46.16	54.12
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	56.11	47.79	53.28
	2008-2010	53.91	55.66	61.33
	2003-2010	55.49	50.00	55.54
<i>NN(h)</i>	2003-2007	50.99	53.05	57.48
	2008-2010	58.2	55.86	62.11
	2003-2010	53.02	53.84	58.78
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	47.71	56.72	60.69
	2008-2010	56.64	54.1	69.34
	2003-2010	50.22	55.98	63.12
<i>FORWARD</i>	2003-2007	49.54	60.00	54.27
	2008-2010	43.16	44.34	57.03
	2003-2010	47.75	55.6	55.05

Tabla B.7. Porcentaje de acierto de cada uno de los modelos de predicción en la dirección del movimiento de los parámetros a un mes y para los diferentes periodos.

Valores del estadístico binomial sobre el acierto en la dirección de los parámetros

Modelos a un mes	Periodo	β_0	β_1	β_2
<i>AR(1)</i>	2003-2007	612.50	623.50	741.50
	2008-2010	327.50	246.50	348.50
	2003-2010	939.50	869.50	1089.50
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	692.50	613.50	721.50
	2008-2010	261.50	242.50	309.50
	2003-2010	953.50	855.50	1030.50
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	715.50	787.50	789.50
	2008-2010	261.50	287.50	303.50
	2003-2010	976.50	1074.50	1092.50
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	702.50	595.50	696.50
	2008-2010	266.50	246.50	290.50
	2003-2010	968.50	841.50	986.50
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	735.50	626.50	698.50
	2008-2010	276.50	285.50	314.50
	2003-2010	1011.50	911.50	1012.50
<i>NN(h)</i>	2003-2007	668.50	695.50	753.50
	2008-2010	298.50	286.50	318.50
	2003-2010	966.50	981.50	1071.50
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	625.50	743.50	795.50
	2008-2010	290.50	277.50	355.50
	2003-2010	915.50	1020.50	1150.50
<i>FORWARD</i>	2003-2007	649.50	786.50	711.50
	2008-2010	221.50	227.50	292.50
	2003-2010	870.50	1013.50	1003.50

Tabla B.8. Estadístico sobre el porcentaje de acierto en la dirección de los parámetros al horizonte de un mes, número de aciertos corregidos por continuidad de cada modelo en el periodo de predicción sobre la dirección del parámetro correspondiente.

Estadístico sobre la dirección de los parámetros

Parámetros a un mes	Media	Desviación típica	r'_0	r_0	p	¿S o B?
β_0	1022.303	21.183	980.7858	1063.820	56.11%	B
β_1	912.871	21.342	871.0403	954.701	50.10%	S
β_2	919.418	21.342	877.5892	961.247	50.46%	S

Tabla B.9. Valores que caracterizan al modelo binomial y normal para cada beta en la dirección a un mes. Extraídos del periodo de entrenamiento con unas bandas de significación al 5%. Periodo de predicción entre 02/01/2003 y 08/02/2010.

Parámetros a un mes	Media	Desviación típica	r'_0	r_0	p	¿S o B?
β_0	735.0257	17.9614	699.8220	770.2293	56.11%	B
β_1	656.3450	18.0969	620.8757	691.8143	50.10%	S
β_2	661.0524	18.0962	625.5845	696.5202	50.46%	S

Tabla B.10. Valores que caracterizan al modelo binomial y normal para cada beta en la dirección a un mes. Extraídos del periodo de entrenamiento con unas bandas de significación al 5%. Periodo de predicción entre 02/01/2003 y 31/12/2007.

Parámetros a un mes	Media	Desviación típica	r'_0	r_0	p	¿S o B?
β_0	281.4586	11.2576	259.3940	303.5231	54.97%	B
β_1	272.1866	11.2911	250.0565	294.3167	53.16%	S
β_2	260.8717	11.3117	238.7013	283.0421	50.95%	B

Tabla B.11. Valores que caracterizan al modelo binomial y normal para cada beta en la dirección a un mes. Extraídos del periodo de entrenamiento con unas bandas de significación al 5%. Periodo de predicción entre 01/01/2008 y 08/02/2010.

Localización de los modelos por regiones

Modelos a un mes	Periodo	β_0	β_1	β_2
<i>AR(1)</i>	2003-2007	A	B	C
	2008-2010	C	A	C
	2003-2010	A	A	C
<i>VAR(1)</i>	2003-2007	A	A	C
	2008-2010	B	A	C
	2003-2010	A	A	C
<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	B	C	C
	2008-2010	B	B	C
	2003-2010	A	C	C
<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	B	A	B
	2008-2010	B	A	C
	2003-2010	A	A	C
<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	B	B	C
	2008-2010	B	B	C
	2003-2010	B	B	C
<i>NN(h)</i>	2003-2007	A	C	C
	2008-2010	B	B	C
	2003-2010	A	C	C
<i>SNN(h)</i>	2003-2007	A	C	C
	2008-2010	B	B	C
	2003-2010	A	C	C
<i>FORWARD</i>	2003-2007	A	C	C
	2008-2010	A	A	C
	2003-2010	A	C	C

Tabla B.12. Información de la región en la que se encuentra cada modelo de predicción con un horizonte temporal de un mes para los diferentes periodos. Los cuadros resaltados en negrita señalan rechazo de la hipótesis nula de igual capacidad predictiva que el modelo binomial descrito.

ANEXO C

TRATAMIENTO DE LOS *OUTLIERS* EN LA METODOLOGÍA DE NELSON Y SIEGEL (1987).

Un problema muy común en la estimación de la ETTI con la información de los precios de mercado es la aparición de *outliers*. Estas observaciones distorsionan la parsimoneidad de la ETTI ajustada. El tratamiento usado sobre los *outliers* está basado en el propuesto por el profesor Antonio Díaz Pérez en su página web (<http://www.uclm.es/area/aef/Etti.asp>). Este procedimiento consiste en obtener el precio teórico de cada activo usando la ETTI ajustada por el modelo de Nelson y Siegel (1987), para posteriormente, calcular la TIR de ese precio teórico y compararla con la TIR del mercado. Por último, si el error es elevado, se vuelve a estimar la ETTI omitiendo dicho activo. Concretamente, los pasos que se han desarrollado para eliminar los *outliers* durante el ajuste de la ETTI por el modelo de Nelson y Siegel son los siguientes:

1. Calcular la ETTI por el modelo de Nelson y Siegel sin eliminar ningún *outlier*. Si la función objetivo de Nelson y Siegel es inferior a la unidad³⁸, entonces se considera que ese día no existe ningún *outlier*, y por consiguiente, se trabaja con la ETTI ajustada sin eliminar ningún activo.
2. Calcular la media y la desviación típica de las diferencias entre las TIR teóricas y las TIR de mercado si la función objetivo de Nelson y Siegel en el Paso 1 es superior a la unidad. Eliminar aquellos activos cuyas diferencias sean superiores (inferiores) a la banda compuesta por la media más (menos) dos veces la desviación típica, y se vuelve a calcular la ETTI. Si la nueva función objetivo es inferior a la unidad pasamos al día siguiente.
3. Volver al Paso 2 hasta que la función objetivo sea inferior a la unidad. En el caso en el que todos los activos estén dentro de la banda de desviaciones típicas pero la función objetivo siga siendo superior a la unidad, eliminar únicamente al activo cuya diferencia entre la TIR teórica y la de mercado sea máxima, y volver a calcular la ETTI. Si la nueva función objetivo es inferior a la unidad pasamos al día siguiente.

³⁸ Hemos decidido usar el valor igual a uno porque, por lo general, los días en los que no existe ningún *outlier* el valor de la función objetivo de Nelson y Siegel es siempre inferior a dicha unidad. Esta unidad equivale a $\sum_{i=1}^k \frac{\varepsilon_i^2}{D_i} = \sum_{i=1}^k \frac{(\hat{P}_i - P_i)^2}{D_i} \leq 1$.

4. Utilizar la ETTI del día anterior más próximo en los días donde se coticen pocos activos (esos días pueden ser el 24 de Diciembre, el 5 de Enero o algunas fechas en las que se paguen cupones³⁹).

Con el algoritmo descrito se logra que los parámetros de la ETTI ajustada por el modelo de Nelson y Siegel sean estables, para así, en concordancia con la teoría económica, evitar que estos experimenten movimientos no realistas.

³⁹ Recordar que una de las depuraciones de los activos que hemos realizado en nuestra base de datos (ver Anexo A del Capítulo II) era eliminarlos en fechas cercanas al pago de cupones por distorsiones derivadas del “lavado de cupón”. Éste se da porque los cupones están sujetos a retención fiscal para los inversores residentes. En cambio, los inversores no residentes con carácter general están exentos de dicha retención. Este diferente tratamiento fiscal entre residentes y no residentes da lugar al lavado de cupón a través del cual los residentes ceden temporalmente a los no residentes sus activos en el periodo en que estos pagan cupón a fin de evitar la retención sobre los mismos, ver Morini Marrero (1998).

ANEXO D

RATIOS DE SHARPE.

Ratios de Sharpe al HPI de un año (banda 0%).

Estrategias	Modelo	Periodo	M-absoluto	M-cuadrado	M-absoluto D=HPI	M-cuadrado D=HPI
MODERADA	AR(1)	2003-2007	0.1910	0.1902	0.2083	0.2105
		2008-2010	0.0706	0.0547	0.3932	0.3905
		2003-2010	0.1578	0.1551	0.2250	0.2264
	VAR(1)	2003-2007	0.1694	0.1687	0.1871	0.1900
		2008-2010	0.0665	0.0477	0.3459	0.3439
		2003-2010	0.1410	0.1376	0.2024	0.2044
	VAR(1) <i>cambios en los parámetros</i>	2003-2007	0.1323	0.1259	0.1166	0.1166
		2008-2010	-0.1037	-0.1091	-0.0668	-0.0725
		2003-2010	0.0806	0.0747	0.0773	0.0762
	ECM(1) una <i>tendencia</i>	2003-2007	0.1525	0.1519	0.1638	0.1685
		2008-2010	0.0501	0.0311	0.3024	0.2967
		2003-2010	0.1251	0.1217	0.1782	0.1809
	ECM(1) dos <i>tendencias</i>	2003-2007	0.1323	0.1259	0.1166	0.1166
		2008-2010	-0.1038	-0.1092	-0.0652	-0.0709
		2003-2010	0.0805	0.0746	0.0777	0.0766
	NN(h)	2003-2007	0.1657	0.1619	0.1583	0.1564
		2008-2010	-0.0870	-0.0829	0.0186	0.0122
		2003-2010	0.1088	0.1068	0.1246	0.1220
	SNN(h)	2003-2007	0.1693	0.1662	0.1751	0.1750
		2008-2010	0.0459	0.0149	0.2369	0.2308
		2003-2010	0.1359	0.1281	0.1751	0.1740
Inmunización	2003-2007	0.1233	0.1134	0.1138	0.1190	
	2008-2010	-0.0105	-0.0200	0.1668	0.1602	
	2003-2010	0.0906	0.0814	0.1158	0.1188	

Tabla D.1.1. Ratios de Sharpe para las apuestas en nivel moderada y la inmunización para el horizonte de un año, sin bandas de negociación para los diferentes periodos.

Ratios de Sharpe al HPI de un año (banda 0%).

Estrategias	Modelo	Periodo	M-absoluto	M-cuadrado	M-absoluto D=HPI	M-cuadrado D=HPI
AGRESIVA	<i>AR(1)</i>	2003-2007	0.2137	0.2081	0.2088	0.2115
		2008-2010	0.5241	0.5274	0.8782	0.8733
		2003-2010	0.2587	0.2556	0.3069	0.3081
	<i>VAR(1)</i>	2003-2007	0.1249	0.1248	0.1348	0.1391
		2008-2010	0.4812	0.4780	0.7303	0.7268
		2003-2010	0.1935	0.1925	0.2423	0.2444
	<i>VAR(1)</i> <i>cambios en los</i> <i>parámetros</i>	2003-2007	0.0622	0.0513	0.0028	0.0028
		2008-2010	-0.5946	-0.5980	-0.7490	-0.7494
		2003-2010	-0.0905	-0.0996	-0.1660	-0.1662
	<i>ECM(1) una</i> <i>tendencia</i>	2003-2007	0.0423	0.0440	0.0556	0.0618
		2008-2010	0.4123	0.4085	0.6076	0.6062
		2003-2010	0.1265	0.1262	0.1735	0.1770
	<i>ECM(1) dos</i> <i>tendencias</i>	2003-2007	0.0622	0.0513	0.0028	0.0028
		2008-2010	-0.5943	-0.5977	-0.7484	-0.7488
		2003-2010	-0.0901	-0.0992	-0.1653	-0.1655
	<i>NN(h)</i>	2003-2007	0.1422	0.1275	0.0736	0.0727
		2008-2010	-0.4048	-0.4068	-0.3813	-0.3825
		2003-2010	0.0066	-0.0042	-0.0376	-0.0382
	<i>SNN(h)</i>	2003-2007	0.1639	0.1585	0.1379	0.1397
		2008-2010	0.2660	0.2579	0.4155	0.4137
		2003-2010	0.1733	0.1681	0.1905	0.1912
<i>Inmunización</i>	2003-2007	0.1233	0.1134	0.1138	0.1190	
	2008-2010	-0.0105	-0.0200	0.1668	0.1602	
	2003-2010	0.0906	0.0814	0.1158	0.1188	

Tabla D.1.2. Ratios de Sharpe para las apuestas en nivel agresiva y la inmunización para el horizonte de un año, sin banda de negociación para los diferentes periodos.

Ratios de Sharpe al HPI de un año (banda 5%).

Estrategias	Modelo	Periodo	M-absoluto	M-cuadrado	M-absoluto D=HPI	M-cuadrado D=HPI
MODERADA	<i>AR(1)</i>	2003-2007	0.1862	0.1853	0.2044	0.2066
		2008-2010	0.0739	0.0553	0.4441	0.4417
		2003-2010	0.1605	0.1583	0.2178	0.2195
	<i>VAR(1)</i>	2003-2007	0.1964	0.1980	0.1950	0.2009
		2008-2010	0.0924	0.0497	0.4376	0.4342
		2003-2010	0.1688	0.1632	0.2235	0.2274
	<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	0.1323	0.1259	0.1166	0.1166
		2008-2010	-0.1220	-0.1265	-0.0918	-0.0997
		2003-2010	0.0868	0.0810	0.0799	0.0787
	<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	0.2161	0.2157	0.2158	0.2209
		2008-2010	-0.0138	-0.0518	0.3139	0.3065
		2003-2010	0.1850	0.1809	0.2187	0.2224
	<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	0.2356	0.2226	0.2596	0.2581
		2008-2010	-0.3522	-0.3387	-0.3881	-0.4282
		2003-2010	0.0287	0.0255	0.0982	0.0943
	<i>NN(h)</i>	2003-2007	0.1760	0.1746	0.1978	0.1953
		2008-2010	-0.1841	-0.1796	-0.0944	-0.0967
		2003-2010	0.1076	0.1071	0.1346	0.1323
	<i>SNN(h)</i>	2003-2007	0.2373	0.2425	0.2680	0.2640
		2008-2010	0.0218	-0.0081	0.1999	0.1955
		2003-2010	0.1501	0.1499	0.2022	0.1993
<i>Inmunización</i>	2003-2007	0.1233	0.1134	0.1138	0.1190	
	2008-2010	-0.0105	-0.0200	0.1668	0.1602	
	2003-2010	0.0906	0.0814	0.1158	0.1188	

Tabla D.2.1. Ratios de Sharpe para las apuestas en nivel moderada y la inmunización para el horizonte de un año, con bandas de negociación del 5% para los diferentes periodos.

Ratios de Sharpe al HPI de un año (banda 5%).

Estrategias	Modelo	Periodo	M-absoluto	M-cuadrado	M-absoluto D=HPI	M-cuadrado D=HPI
AGRESIVA	<i>AR(1)</i>	2003-2007	0.2016	0.1979	0.1969	0.1999
		2008-2010	0.6143	0.6244	0.9894	0.9881
		2003-2010	0.2463	0.2448	0.2795	0.2815
	<i>VAR(1)</i>	2003-2007	0.0685	0.0732	0.0634	0.0709
		2008-2010	0.6767	0.6660	1.0491	1.0480
		2003-2010	0.1922	0.1928	0.2379	0.2425
	<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	0.0622	0.0513	0.0028	0.0028
		2008-2010	-0.6096	-0.6135	-0.8254	-0.8269
		2003-2010	-0.0687	-0.0781	-0.1480	-0.1483
	<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	0.1190	0.1240	0.1346	0.1461
		2008-2010	0.5206	0.5062	0.8462	0.8467
		2003-2010	0.1663	0.1685	0.2134	0.2221
	<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	0.0610	0.0499	0.1354	0.1451
		2008-2010	-0.4603	-0.4689	-0.7309	-0.7374
		2003-2010	-0.0873	-0.0941	-0.0795	-0.0753
	<i>NN(h)</i>	2003-2007	0.1491	0.1347	0.1064	0.1010
		2008-2010	-0.6761	-0.6798	-0.6343	-0.6360
		2003-2010	0.0101	-0.0013	-0.0210	-0.0254
	<i>SNN(h)</i>	2003-2007	0.0821	0.0762	0.0382	0.0422
		2008-2010	0.2608	0.2550	0.3945	0.3909
		2003-2010	0.1091	0.1047	0.1164	0.1174
<i>Inmunización</i>	2003-2007	0.1233	0.1134	0.1138	0.1190	
	2008-2010	-0.0105	-0.0200	0.1668	0.1602	
	2003-2010	0.0906	0.0814	0.1158	0.1188	

Tabla D.2.2. Ratios de Sharpe para las apuestas en nivel agresiva y la inmunización para el horizonte de un año, con bandas de negociación del 5% para los diferentes periodos.

Ratios de Sharpe al HPI de un mes (banda 0%).

Estrategias	Modelo	Periodo	M-absoluto	M-cuadrado	M-absoluto D=HPI	M-cuadrado D=HPI
MÁS-MENOS QUINCE DÍAS	<i>AR(1)</i>	2003-2007	0.3984	0.3848	0.5276	0.5084
		2008-2010	0.0790	-0.0006	0.1509	0.1491
		2003-2010	0.2389	0.2035	0.3342	0.3237
	<i>VAR(1)</i>	2003-2007	0.2323	0.1810	0.3391	0.2980
		2008-2010	0.0413	-0.0489	0.0844	0.0828
		2003-2010	0.1432	0.0823	0.2164	0.1945
	<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	0.0688	-0.3524	0.1866	0.0840
		2008-2010	0.0325	-0.3166	0.0705	0.0630
		2003-2010	0.0486	-0.3123	0.1287	0.0702
	<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	0.2494	0.2033	0.3561	0.3207
		2008-2010	0.0338	-0.0994	0.0759	0.0737
		2003-2010	0.1495	0.0766	0.2226	0.2035
	<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	0.2777	0.1233	0.3904	0.3479
		2008-2010	0.0561	-0.1510	0.1092	0.1049
		2003-2010	0.1687	0.0122	0.2524	0.2280
	<i>NN(h)</i>	2003-2007	0.2721	0.0513	0.3907	0.3485
		2008-2010	0.0447	-0.2299	0.0867	0.0793
		2003-2010	0.1592	-0.0581	0.2404	0.2143
	<i>SNN(h)</i>	2003-2007	0.2537	0.1135	0.3429	0.3172
		2008-2010	0.0479	-0.1674	0.0927	0.0867
		2003-2010	0.1543	0.0019	0.2233	0.2071
<i>Inmunización</i>	2003-2007	0.0587	0.0922	0.5448	0.4420	
	2008-2010	0.0189	-0.0297	0.0283	0.0263	
	2003-2010	0.0361	0.0314	0.3215	0.2285	

Tabla D.3.1. Ratios de Sharpe para las apuestas en nivel (más menos quince días) y la inmunización para el horizonte de un mes, sin bandas de negociación para los diferentes periodos.

Ratios de Sharpe al HPI de un mes (banda 5%).

Estrategias	Modelo	Periodo	M-absoluto	M-cuadrado	M-absoluto D=HPI	M-cuadrado D=HPI
MÁS-MENOS QUINCE DÍAS	<i>AR(1)</i>	2003-2007	-	-	-	-
		2008-2010	0.0878	-0.9171	0.2150	0.1776
		2003-2010	0.0878	-0.9171	0.2150	0.1776
	<i>VAR(1)</i>	2003-2007	0.4654	0.4200	0.5458	0.4957
		2008-2010	0.0155	-0.3205	0.0454	0.0333
		2003-2010	0.4391	0.3820	0.5145	0.4674
	<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	-	-	-	-
		2008-2010	0.4438	-1.2130	0.4606	0.3473
		2003-2010	0.4438	-1.2130	0.4606	0.3473
	<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	0.8553	0.2828	0.5249	1.1096
		2008-2010	0.5024	-1.1541	0.6971	0.4229
		2003-2010	0.1313	-0.4650	0.2067	0.1880
	<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	-	-	-	-
		2008-2010	0.4438	-1.2130	0.4606	0.3473
		2003-2010	0.4438	-1.2130	0.4606	0.3473
	<i>NN(h)</i>	2003-2007	0.5920	0.4676	0.6117	0.6618
		2008-2010	0.0623	-0.7058	0.1563	0.1431
		2003-2010	0.1621	-0.2094	0.2394	0.2407
	<i>SNN(h)</i>	2003-2007	0.1432	0.0216	0.2333	0.2081
		2008-2010	0.0540	-0.3933	0.1187	0.1109
		2003-2010	0.1027	-0.1284	0.1801	0.1624
<i>Inmunización</i>	2003-2007	0.0587	0.0922	0.5448	0.4420	
	2008-2010	0.0189	-0.0297	0.0283	0.0263	
	2003-2010	0.0361	0.0314	0.3215	0.2285	

Tabla D.3.2. Ratios de Sharpe para las apuestas en nivel (más menos quince días) y la inmunización para el horizonte de un mes, con bandas de negociación del 5% para los diferentes periodos.

Ratios de Sharpe al HPI de un año.

Estrategias	Modelo	Periodo	Banda 0%	Banda 5%
PENDIENTE	<i>AR(1)</i>	2003-2007	0.7526	0.5674
		2008-2010	1.3884	1.6472
		2003-2010	0.7180	0.5809
	<i>VAR(1)</i>	2003-2007	0.7351	0.5858
		2008-2010	1.3884	1.4068
		2003-2010	0.6978	0.5791
	<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	0.6390	0.8213
		2008-2010	0.5039	0.6876
		2003-2010	0.5672	0.7279
	<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	0.6790	0.6782
		2008-2010	1.8588	1.8588
		2003-2010	0.6586	0.6580
	<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	0.6733	0.7214
		2008-2010	0.8980	1.4114
		2003-2010	0.6299	0.6937
	<i>NN(h)</i>	2003-2007	0.8198	0.7676
		2008-2010	1.4665	1.4279
		2003-2010	0.8020	0.7542
	<i>SNN(h)</i>	2003-2007	0.8181	0.7833
		2008-2010	0.7327	0.8529
		2003-2010	0.7499	0.7291
<i>Inmunización</i>	2003-2007	0.1233		
	2008-2010	0.1668		
	2003-2010	0.1188		

Tabla D.4.1. Ratios de Sharpe de la apuesta en pendiente para el horizonte de un año, con unas bandas de negociación del {0%, 5%} para los diferentes periodos.

Ratios de Sharpe al HPI de un año.

Estrategias	Modelo	Periodo	Banda 0%	Banda 5%
CURVATURA	<i>AR(1)</i>	2003-2007	1.8104	1.6511
		2008-2010	0.7652	0.7914
		2003-2010	1.6937	1.5629
	<i>VAR(1)</i>	2003-2007	1.8073	1.6004
		2008-2010	0.8319	0.8543
		2003-2010	1.7019	1.5238
	<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	1.5689	1.6712
		2008-2010	0.6799	0.7027
		2003-2010	1.4318	1.5187
	<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	1.5181	1.5968
		2008-2010	1.1119	1.2448
		2003-2010	1.4690	1.5588
	<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	1.5324	1.5324
		2008-2010	1.1452	1.1452
		2003-2010	1.4547	1.4547
	<i>NN(h)</i>	2003-2007	1.7533	1.6856
		2008-2010	0.8829	0.8913
		2003-2010	1.6605	1.5955
	<i>SNN(h)</i>	2003-2007	1.6364	1.7075
		2008-2010	1.0932	1.1544
		2003-2010	1.5560	1.6376
<i>Inmunización</i>	2003-2007	0.1233		
	2008-2010	0.1668		
	2003-2010	0.1188		

Tabla D.4.2. Ratios de Sharpe de la apuesta en curvatura para el horizonte de un año, con unas bandas de negociación del {0%, 5%} para los diferentes periodos.

Ratios de Sharpe al HPI de un mes.

Estrategias	Modelo	Periodo	Banda 0%	Banda 5%
PENDIENTE	<i>AR(1)</i>	2003-2007	0.0284	0.0342
		2008-2010	0.0322	0.0035
		2003-2010	0.0282	0.0240
	<i>VAR(1)</i>	2003-2007	0.0216	0.0311
		2008-2010	0.0307	-0.0068
		2003-2010	0.0233	0.0189
	<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	0.1574	0.1759
		2008-2010	0.2470	0.2830
		2003-2010	0.1768	0.2038
	<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	0.0987	0.0517
		2008-2010	0.0217	0.0985
		2003-2010	0.0719	0.0608
	<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	0.1809	0.2440
		2008-2010	0.2153	0.2983
		2003-2010	0.1876	0.2526
	<i>NN(h)</i>	2003-2007	0.1151	0.0899
		2008-2010	0.2360	0.3920
		2003-2010	0.1438	0.1693
	<i>SNN(h)</i>	2003-2007	0.1529	0.2262
		2008-2010	0.1762	0.1505
		2003-2010	0.1572	0.2074
<i>Inmunización</i>	2003-2007	0.5448		
	2008-2010	0.0283		
	2003-2010	0.3215		

Tabla D.5.1. Ratios de Sharpe de la apuesta en pendiente para el horizonte de un mes, con unas bandas de negociación del {0%, 5%} para los diferentes periodos.

Ratios de Sharpe al HPI de un mes.

Estrategias	Modelo	Periodo	Banda 0%	Banda 5%
CURVATURA	<i>AR(1)</i>	2003-2007	0.3322	0.3159
		2008-2010	0.3760	0.3901
		2003-2010	0.3403	0.3317
	<i>VAR(1)</i>	2003-2007	0.3101	0.2887
		2008-2010	0.3213	0.3080
		2003-2010	0.3111	0.2920
	<i>VAR(1) cambios en los parámetros</i>	2003-2007	0.2524	0.2821
		2008-2010	0.2142	0.2600
		2003-2010	0.2437	0.2767
	<i>ECM(1) una tendencia</i>	2003-2007	0.3233	0.3000
		2008-2010	0.3341	0.3417
		2003-2010	0.3243	0.3086
	<i>ECM(1) dos tendencias</i>	2003-2007	0.2528	0.2529
		2008-2010	0.1956	0.1888
		2003-2010	0.2400	0.2398
	<i>NN(h)</i>	2003-2007	0.2711	0.2824
		2008-2010	0.3214	0.3658
		2003-2010	0.2813	0.2992
	<i>SNN(h)</i>	2003-2007	0.2702	0.2735
		2008-2010	0.2834	0.3360
		2003-2010	0.2724	0.2864
<i>Inmunización</i>	2003-2007	0.5448		
	2008-2010	0.0283		
	2003-2010	0.3215		

Tabla D.5.2. Ratios de Sharpe de la apuesta en curvatura para el horizonte de un mes, con unas bandas de negociación del {0%, 5%} para los diferentes periodos.

Ratios de Sharpe de las estrategias alternativas.

HPI	Periodo	Promedio butterflies	Ladder	Bullet	Barbell	Bond picking
un año	2003-2007	1.5160	0.3687	0.3595	0.3420	1.1366
	2008-2010	-0.5829	1.5154	1.8432	1.3087	1.0302
	2003-2010	0.9203	0.4609	0.4830	0.4183	1.1131
un mes	Periodo	Promedio butterflies	Ladder	Bullet	Barbell	Bond picking
	2003-2007	0.0071	0.2887	0.2086	0.2867	0.0511
	2008-2010	0.0661	0.0655	0.2438	0.0652	0.2028
	2003-2010	0.0341	0.0335	0.2169	0.0334	0.0497

Tabla D.5.3. Ratios de Sharpe de las estrategias alternativas para los horizontes de un mes y un año y los diferentes periodos.

En este Anexo D se puede observar como las apuestas en curvatura en ambos HPI obtienen un *performance* muy estable entre subperiodos. Por tanto, este tipo de estrategias funciona tanto para periodos de crecimiento económico como para periodos de crisis.

ANEXO E

M-CRITERIOS Y PROGRAMAS DE OPTIMIZACIÓN.

Fong y Vasicek (1983,1984) y Fong y Fabozzi (1985) desarrollaron un punto de vista diferente sobre la convexidad a través de una transformación lineal de aquella, la cual denominaron M-cuadrado. Ésta es una media ponderada de la distancia al cuadrado entre cada flujo del bono y el horizonte de planificación del inversor. Su expresión es la siguiente:

$$M^2 = \sum_{t=1}^T (t - H)^2 \left[\frac{c_t e^{-y^*t}}{P} \right]$$

siendo, H el horizonte de inversión, T el número total de cupones, t el vencimiento de cada flujo, y la TIR y P el precio del activo. Aunque la convexidad y el M-cuadrado tienen similar información en términos de riesgo, la primera se concentra en explicar los cambios paralelos en la ETTI, mientras que la segunda trata los cambios en pendiente. Si se comparan dos carteras con igual duración pero con diferente M-cuadrado, la estrategia óptima será elegir aquella cartera con M-cuadrado mínimo. En cambio, si se escoge el criterio de convexidad, será elegida aquella cartera que la maximice.

El M-cuadrado requiere la comparación de dos medidas de riesgo, la duración y el propio M-cuadrado, para así, determinar qué cartera es la mejor. Para evitar esto, Nawalkha y Chambers (1996) derivaron el criterio del M-absoluto. Éste sólo requiere una medida de riesgo para cubrirse frente al riesgo de movimientos no paralelos en la ETTI. En este sentido, el M-absoluto unifica los criterios de duración y de M-cuadrado en una única expresión. Ésta consiste en una media ponderada de la distancia en valor absoluto entre cada flujo del bono y el horizonte de inversión objetivo.

$$M^{abs} = \sum_{t=1}^T |t - H| \left[\frac{c_t e^{-y^*t}}{P} \right]$$

Dado que la duración reduce el riesgo de pequeños movimientos paralelos en la ETTI, la convexidad reduce el riesgo de grandes movimientos paralelos en la ETTI y el M-cuadrado el de movimientos en pendiente, el M-absoluto reduce el riesgo para movimientos en pendiente, curvatura y cualquier otro de orden superior que sufra la ETTI (ver Nawalkha *et al.*, 2005).

A continuación, se detallan los diferentes criterios de inmunización que hacen uso de los M-criterios:

1. Minimizar el M-absoluto:

Se pretende minimizar el M-Absoluto (M^{abs}) de tal forma que los activos que se incluyan estén lo más próximos posibles al HPI. Este criterio reduce simultáneamente el riesgo de inmunización y el riesgo de tipo de interés. Asimismo, inmuniza la cartera ante cualquier movimiento en la ETTI, ya sea movimientos en pendiente, en curvatura o cualquier movimiento de orden superior. Su programa de optimización es el siguiente,

$$\begin{aligned} & \underset{w_j}{\text{Min}} \sum_{j=1}^N w_j M_j^{abs} \\ \text{s. a.:} \quad & \sum_{j=1}^N w_j = 1 \\ & 0 \leq w_j \leq 1, \end{aligned}$$

donde M_j^{abs} es el valor M-absoluto del *activo j*, w_j es la ponderación del *activo j* con $j = 1, 2, \dots, N$, y N es el número de activos que cotizan ese día. Como se puede comprobar a partir de la formulación anterior, normalmente este criterio crea carteras compuestas por un único activo con el vencimiento más próximo al HPI. Sólo en los casos en los que haya activos con igual M_j^{abs} , las carteras estarán compuestas por más de un activo.

2. Minimizar el M-cuadrado:

Este criterio tiene características similares al criterio (1) dado que busca aquellos activos con vencimiento más cercano al HPI a través del M-cuadrado (M^2). Su programa de optimización es similar al del criterio (1),

$$\begin{aligned} & \underset{w_j}{\text{Min}} \sum_{j=1}^N w_j M_j^2 \\ \text{s. a.:} \quad & \sum_{j=1}^N w_j = 1 \\ & 0 \leq w_j \leq 1, \end{aligned}$$

donde M_j^2 es el valor M-cuadrado del *activo j*. Igualmente, lo normal es que este criterio escoja un único activo con vencimiento lo más próximo posible al horizonte de inversión.

3. Minimizar el M-absoluto con duración igual al HPI:

En este criterio, se seleccionan aquellos activos que minimicen el M-absoluto, y además, cumplan la restricción de que la cartera tenga una duración igual al HPI. A diferencia del criterio (1), en este caso, lo normal es que se escojan más de un activo.

$$\begin{aligned} & \underset{w_j}{\text{Min}} \sum_{j=1}^N w_j M_j^{abs} \\ \text{s. a.:} \quad & \sum_{j=1}^N w_j D_j = HPI^* \\ & \sum_{j=1}^N w_j = 1 \\ & 0 \leq w_j \leq 1, \end{aligned}$$

donde D_j es la duración del activo j y HPI^* es el horizonte de planificación del inversor objetivo.

4. Minimizar el M-cuadrado con duración igual al HPI:

Las características de este criterio son idénticas al criterio (3) pero con la salvedad de que en este caso lo que se pretende minimizar es el M-cuadrado.

$$\begin{aligned} & \underset{w_j}{\text{Min}} \sum_{j=1}^N w_j M_j^2 \\ \text{s. a.:} \quad & \sum_{j=1}^N w_j D_j = HPI^* \\ & \sum_{j=1}^N w_j = 1 \\ & 0 \leq w_j \leq 1. \end{aligned}$$

ANEXO F

LOCALIZACIÓN DE LOS ACTIVOS EN LAS DIFERENTES ESTRATEGIAS.

En las siguientes figuras se muestra la localización de los activos escogidos, por su vencimiento, para cada una de las estrategias al HPI de un año⁴⁰, exceptuando las apuestas en nivel y en las inmunizaciones dado que en éstas son los M-Criterios los que seleccionan qué activos se incluyen en la cartera, donde la recta real representa a todos los vencimientos de la ETTI.

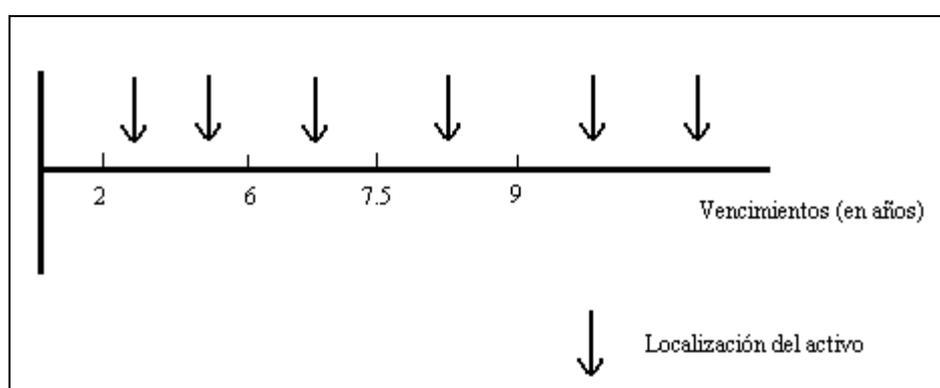


Figura F.1. Localización de los activos por vencimiento en las apuestas en pendiente y curvatura.

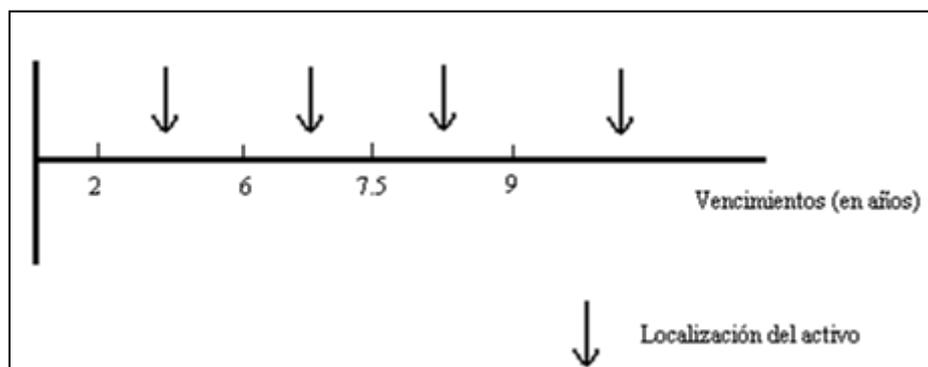


Figura F.2. Localización de los activos por vencimiento en la estrategia de detección de activos caros y baratos.

⁴⁰ La localización de las estrategias al HPI de un mes es la misma que para un año, exceptuando que el vencimiento mínimo de los activos es de seis meses.

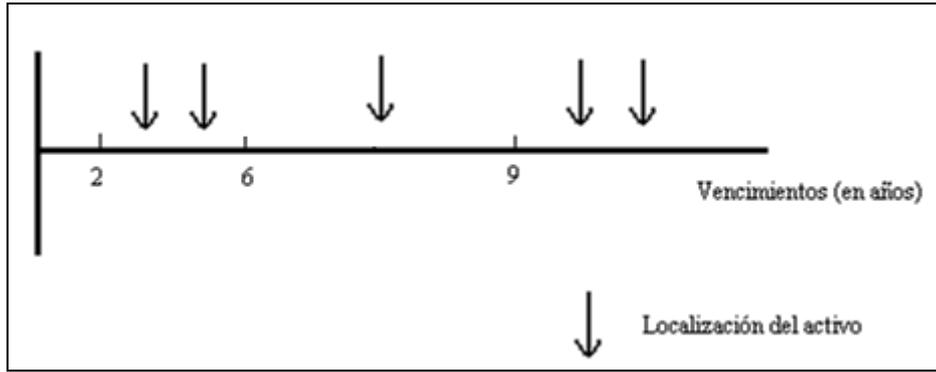


Figura F.3. Localización de los activos por vencimiento en la estrategia *Ladder*.

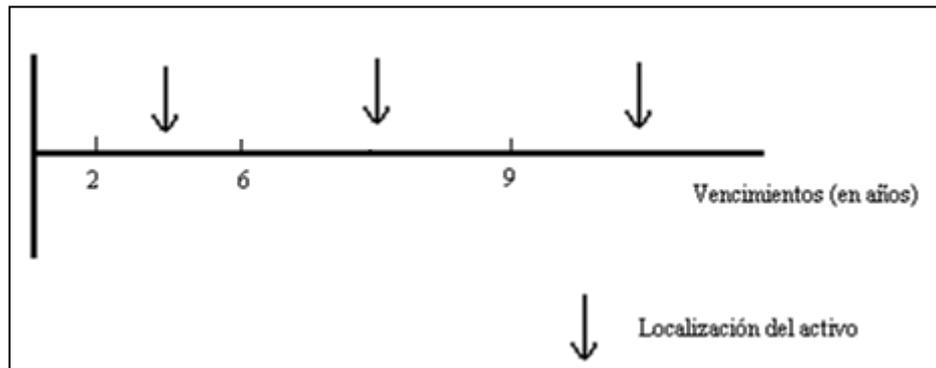


Figura F.4. Localización de los activos por vencimiento en los diferentes tipos de mariposas.

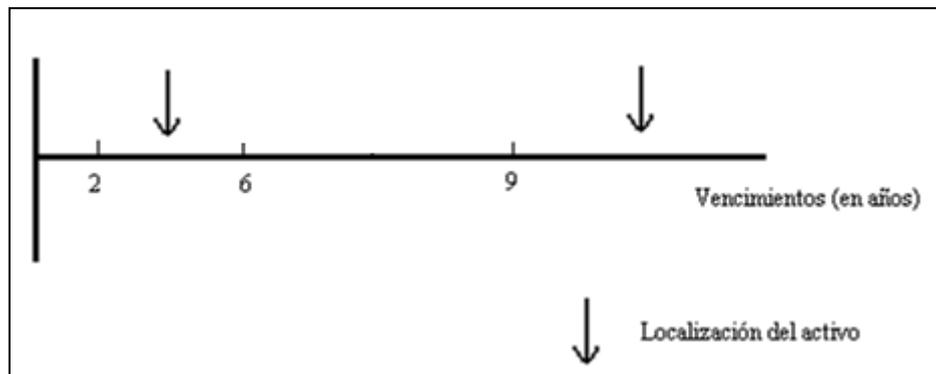


Figura F.5. Localización de los activos por vencimiento en la estrategia *Barbell*.

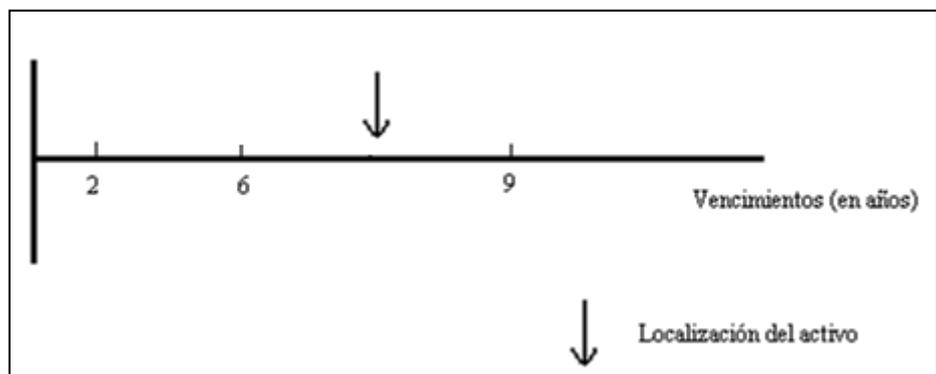


Figura F.6. Localización de los activos por vencimiento en la estrategia *Bullet*.

ANEXO G

INMUNIZACIÓN DE UNA MARIPOSA CONTRA MOVIMIENTOS COMPLEJOS.

En general, una mariposa consta de bonos de tres vencimientos: corto, medio y largo; definiéndose inicialmente la cantidad α de bonos de vencimiento medio por el inversor.

Vencimiento	Precio del bono	Cantidad	Duración
Corta	P_s	q_s	D_s
Media	P_m	$q_s = \alpha$	D_m
Larga	P_l	q_l	D_l

Hay diferentes tipos de mariposas, según las ponderaciones relativas que tengan el cuerpo y las alas (ver Martellini *et al.*, 2002a).

Ponderaciones neutrales en coste y duración (*cash and \$duration neutral weighting*)

Las ecuaciones que aseguran que el coste inicial neto de la cartera y su duración sean cero son

$$\begin{cases} q_s P_s + q_l P_l + \alpha P_m = 0 \\ q_s D_s + q_l D_l + \alpha D_m = 0 \end{cases}$$

de donde se obtienen q_s y q_l .

Esta mariposa está inmunizada contra pequeños desplazamientos paralelos de la ETTI. En cambio, si se producen movimientos más complejos en la pendiente y la curvatura, el rendimiento de la estrategia puede verse impactado drásticamente y producirse rendimientos negativos. Es posible estructurar una mariposa de modo que su rendimiento sea insensible a movimientos más complejos que los desplazamientos paralelos de la curva de tipos de interés. A cambio, debe renunciarse a imponer la restricción de un flujo de caja inicial nulo.

Veamos algunos ejemplos:

Ponderación fifty-fifty (*fifty-fifty weighting*). Se trata del caso en que la estrategia tiene duración cero y la misma duración en cada ala, es decir

$$\begin{cases} q_s D_s + q_l D_l + \alpha D_m = 0 \\ q_s D_s = q_l D_l = \frac{-\alpha D_m}{2} \end{cases}$$

El objetivo de la estrategia es conseguir la neutralidad frente a pequeños movimientos de empinamiento o aplanamiento de la ETTI. Si el cambio en la dispersión entre el cuerpo y el ala de vencimiento corto es igual al cambio entre el ala larga y el cuerpo, una mariposa con ponderación *fifty-fifty* es neutral a tales movimientos de la ETTI.

Si se considera el escenario de empinamiento “-30/0/30” que significa un movimiento donde el tipo del ala corta decrece en 30 puntos básicos y el tipo del ala larga se incrementa en 30 puntos básicos, mientras que el tipo del cuerpo no se mueve. Entonces, la estrategia *fifty-fifty* es neutral a dicho movimiento. Lo mismo ocurriría en el escenario “30/0/-30”.

Ponderación mediante regresión (*regression weighting*). Se trata de ajustar los pesos de manera que la estrategia tenga duración cero satisfaciendo

$$\begin{cases} q_s D_s + q_l D_l + \alpha D_m = 0 \\ q_s D_s \cdot 1/\beta = q_l D_l \end{cases}$$

Como los tipos a corto son mucho más volátiles que los tipos a largo, se espera que el ala corta se mueva más respecto al cuerpo que el ala larga. Esto se recoge por medio de un coeficiente β , obtenido a partir de la regresión de cambios en la dispersión entre el ala larga y el cuerpo, y cambios en la dispersión entre el cuerpo y el ala corta. Si, por ejemplo, $\beta = 0.5$, ello indica que un cambio de 20 puntos básicos en la dispersión entre el cuerpo y el ala corta va acompañado, en promedio, por un cambio de 10 puntos en la dispersión entre el ala larga y el cuerpo. En este caso, dado el escenario de escarpamiento de la curva de tipos -30/0/15 o el escenario de aplanamiento 30/0/-15, en ambos casos la mariposa con $\beta = 0.5$ sería una estrategia neutral.

Ponderación con el vencimiento (*maturity-weighting*). Se trata de ajustar los pesos de modo que la estrategia tenga duración cero y se satisfagan las ecuaciones

$$\begin{cases} q_s D_s + q_l D_l + \alpha D_m = 0 \\ q_s D_s = -\alpha \left(\frac{M_m - M_s}{M_l - M_s} \right) D_m \\ q_l D_l = -\alpha \left(\frac{M_l - M_m}{M_l - M_s} \right) D_m \end{cases}$$

donde M_s , M_m y M_l son los vencimientos de los bonos a corto plazo, a medio plazo y a largo plazo. Este tipo de ponderación es equivalente al de la regresión tomando:

$$\beta = \frac{M_m - M_s}{M_l - M_s}.$$

CAPÍTULO IV

Contenido informativo de la ETTI en la predicción del ciclo económico

4.1. Introducción.

4.2. Regresiones espúreas y cointegración.

4.3. Proceso de selección de las variables económicas.

4.4. El algoritmo GASIC.

4.5. Resultados empíricos.

4.6. Predicción de la variación del PIB con un horizonte temporal de h trimestres.

4.7. Conclusiones.

4.1. Introducción.

Una de las variables clave en cualquier economía es aquella que cuantifique la actividad económica. La actividad económica se suele aproximar a través del Producto Interior Bruto (PIB), el cual recoge el valor de los bienes y servicios finales producidos en el interior de las fronteras de una economía durante un período de tiempo determinado. Dada la construcción de esta medida, un incremento del PIB a precios de mercado puede deberse a un incremento en las cantidades producidas, a un incremento en los precios de mercado o a una combinación de ambos (ver Muñoz Ciudad, 2008). Así, para aislar los efectos de las variaciones en las cantidades de los precios, en la literatura se suele recurrir al PIB a precios constantes. Esta medida refleja fielmente el verdadero crecimiento económico de un país, que se dará cuando se detecte un aumento en las cantidades físicas producidas en su economía.

La predicción de la actividad económica es importante por muchas razones. Por un lado, para las empresas porque les ayuda a decidir cuánta capacidad necesitarán para igualar la futura demanda cuando realizan el presupuesto. Asimismo, es importante para diversos departamentos gubernamentales saber si deben hacerlo en un escenario de superávit o déficit. Igualmente, esta información es valiosa para las autoridades monetarias a la hora de tomar decisiones sobre el tipo de política monetaria a aplicar.

Según la Teoría de las expectativas racionales (Muth, 1961; Lucas, 1972) los mercados financieros intentan medir hacia delante, por ello, es de esperar que los precios de muchos activos financieros encarnen expectativas sobre el futuro que podría ayudar a predecir la actividad económica. En este sentido, la inclinación de ETTI medida por la diferencia entre los tipos de interés a corto y largo plazo ha recibido una atención creciente durante los últimos veinte años. Tanto es así, que existe una amplia evidencia empírica de que la inclinación de la ETTI de un país es un buen predictor de la actividad económica futura, incluso mejor que los rendimientos bursátiles u otros indicadores económicos y financieros adelantados (Harvey, 1988; Estrella y Mishkin, 1997; Diebold, Glenn y Rudebusch, 2006, entre otros). Una curva invertida se considera que anticipa recesiones, mientras que una curva con mucha inclinación positiva predice expansiones económicas. Además, la pendiente de la ETTI no sólo constituye un indicador adelantado de la actividad económica sino que también es un predictor empíricamente significativo de la inflación (Diebold, Glenn y Rudebusch, 2006).

Uno de los trabajos pioneros en el estudio de la relación entre los tipos de interés y la actividad económica fue *The Rate of Interest* de Fisher (1907). El autor sugirió que, en equilibrio, el tipo de interés a un año refleja el valor de renta de hoy en relación a su valor marginal al año siguiente. Si se espera una recesión el próximo año, existe incentivo hoy para comprar un bono que pagará alto interés en los malos tiempos, por tanto, la demanda del bono hará subir su precio y bajar su rendimiento. De esta forma, el tipo de interés real, es decir el tipo de interés nominal menos la inflación esperada, contiene información sobre las expectativas de crecimiento económico. Más concretamente, y tal como veremos, existen modelos macroeconómicos relativos a la teoría moderna de valoración de activos desarrollada por Merton (1973), Rubinstein (1976), Lucas (1978) y Breeden (1979) que aseguran que los rendimientos esperados y el crecimiento esperado del consumo están relacionados linealmente. Por consiguiente, si los rendimientos esperados de las Letras del Tesoro pueden estimarse, podrían contener información sobre el crecimiento del consumo esperado.

Como evidencia empírica sobre estos hechos, Kessel (1965) observó que la ETTI se mueve con el ciclo económico, comprobando que el diferencial de rentabilidad entre bonos a largo y corto plazo tiende a ser pequeño inmediatamente antes de una recesión. Así, una ETTI plana o decreciente suele preceder a una recesión. Tal diferencial (o *spread*) se incrementa antes y durante una recuperación, con lo que una ETTI empinada suele anticipar una recuperación.

Igualmente, Fama (1986) también ha observado los cambios desde una ETTI con pendiente creciente en épocas de bonanza económica a estructuras invertidas y con joroba en los malos tiempos. La intuición de estos hechos es clara: si los inversores esperan una recesión el próximo año, al ser aversos al riesgo, están dispuestos a renunciar a una parte de sus ganancias en periodos de expansión económica para protegerse contra ganancias más bajas durante una recesión. Por tanto tendrán incentivos para practicar estrategias de cobertura. Para ello, desplazan sus inversiones de los depósitos a corto plazo a los depósitos a largo plazo. Esta deslocalización del capital a corto plazo hacia el largo plazo hará descender los precios de los bonos a corto plazo, aumentando su rentabilidad, y hará subir los precios de los bonos a largo plazo, disminuyendo su rentabilidad. Esta dinámica en la inversión implica un movimiento desde una ETTI plana a una con pendiente negativa. En consecuencia, esta demanda de

cobertura determinará la proximidad de movimientos entre la ETTI y el ciclo económico, siendo la demanda de cobertura determinada por la aversión promedio al riesgo en la economía.

Si los agentes económicos son neutrales al riesgo, la ETTI no contendrá información sobre el futuro crecimiento económico. Brock (1982) ha extendido esta idea a una economía con producción argumentando que si las empresas prevén una inminente recesión económica, los proyectos a largo plazo serán menos atractivos. En este escenario, tales proyectos serán sustituidos por otros a corto plazo, los cuales serán financiados por medio de bonos corporativos a corto plazo, reduciéndose al mismo tiempo el número de bonos corporativos a largo plazo en el mercado. Esta situación provocará una subida de los tipos de interés a corto y una bajada de los tipos de interés a largo plazo, reduciéndose la pendiente de la ETTI.

La relación entre la inclinación de la ETTI y el crecimiento económico fue inicialmente contrastada desde el punto de vista empírico mediante los modelos de regresión desarrollados por Harvey (1988), Chen (1991) y Estrella y Hardouvelis (1991), entre otros. Desde otra perspectiva, Stock y Watson (1989) contribuyeron a numerosas investigaciones futuras evidenciando que el *spread* de la ETTI es un componente importante de un nuevo índice de indicadores económicos adelantados. No obstante, inmediatamente después de la publicación de todos estos trabajos seminales, se produjo el mayor fallo predictivo del *spread* de la ETTI dado que dicho diferencial no fue capaz de predecir la recesión de 1991. A raíz de este error predictivo, que anticipaba 10 de cada 4 recesiones, surgió una segunda generación de trabajos sobre el contenido predictivo del *spread* donde se pueden citar, entre otros, los siguientes: Harvey (1997), Haubrich y Dombrosky (1996), Plosser y Rouwenhorst (1994) y Duecker (1997). En este sentido, destaca también el trabajo de Estrella y Mishkin (1997) quienes encuentran una relación positiva entre la inclinación de la ETTI y la actividad económica, no sólo en Estados Unidos sino en otros países como Alemania, Francia, Reino Unido e Italia.

Desde el punto de vista metodológico, Estrella y Mishkin (1996) obtienen mediante un modelo Probit la probabilidad de una recesión en Estados Unidos empleando como variable explicativa el *spread* entre los bonos gubernamentales a diez años y a tres meses. Los autores encuentran que para un *spread* de -2.40 puntos porcentuales, la probabilidad de una recesión, cuatro trimestres hacia adelante es del 90%. Tras comparar el poder predictivo del *spread* con el del Índice de la Bolsa de Nueva York (NYSE), con el índice de indicadores adelantados elaborado por el Departamento de Comercio para predecir la actividad económica real, y con el índice de indicadores adelantados elaborado por Stock y Watson (1989), Estrella y Mishkin obtienen que, aunque todas las variables examinadas tienen algún poder predictivo un trimestre hacia adelante, los índices de indicadores adelantados, particularmente el índice de Stock y Watson, producen la mejor predicción sobre dicho horizonte. En cambio, en la predicción de varios trimestres hacia adelante, el *spread* de la ETTI domina a las otras variables, incrementándose este dominio al aumentar el horizonte de predicción.

Más recientemente ha surgido una nueva literatura re-examinando el poder predictivo de la inclinación de la ETTI sobre la economía real desde una perspectiva más amplia y empleando nuevas metodologías. En este sentido, habría que citar diversas aportaciones a la literatura como pueden ser los trabajos de Dotsey (1998), Ang, Piazzesi y Wei (2006), Ferreira *et al.* (2008) y Diebold, Glenn y Rudebusch (2006), entre otros.

El trabajo de Dotsey (1998) considera la relación entre el *spread* y el crecimiento a lo largo de nuevas dimensiones, examinando si existen no-linealidades en dicha relación y si el contenido predictivo del *spread* está asociado con la postura de la política monetaria. Concretamente, este autor analiza la posibilidad de que los valores extremos del *spread* (clasificándolos como valores altos, normales y bajos) puedan tener mayor contenido informativo que el propio *spread*. Además, analiza la posibilidad de que sólo los grandes cambios inesperados en la política monetaria afecten significativamente a la actividad económica real. Dotsey concluye que en los periodos más recientes el *spread* de la ETTI ha perdido poder predictivo respecto al que tenía en el pasado, aunque quizás tal resultado pueda ser debido al empleo de un conjunto muestral pequeño donde la variable producción tiene poca variabilidad.

Otro trabajo más reciente de gran importancia es el de Ang, Piazzesi y Wei (2006) quienes construyen un modelo dinámico de crecimiento del PIB y consideran la posibilidad de que toda la ETTI en su conjunto, y no sólo los vencimientos arbitrarios usados en la construcción del término de *spread*, podría conducir a una predicción más precisa del PIB. En el contexto de la estimación por MCO es difícil utilizar múltiples tipos de interés de diferentes vencimientos como regresores debido a su gran colinealidad. Por ello, se requiere emplear un modelo parsimonioso con un reducido número de variables explicativas para analizar la habilidad predictiva de cualquier combinación de tipos de interés de diferentes vencimientos. Estos autores encuentran que el tipo de interés a corto plazo tiene más poder predictivo que cualquier otro término de *spread*. En consecuencia, aconsejan el uso de aquél como mejor predictor de la dinámica del PIB. Los resultados de Ang, Piazzesi y Wei (2006) están muy influenciados por Estrella y Mishkin (1996). Estos últimos documentan que un gran número de variables tienen algún poder predictivo en el horizonte temporal de un trimestre, pudiéndose mejorar a través de combinaciones de *spreads*.

Igualmente, Ferreira *et al.* (2008) contrastan si los tipos de interés reflejan las expectativas de los agentes económicos sobre la futura situación económica cuando deciden sus planes de consumo e inversión. Para ello, estos autores emplean una medida directa de las expectativas económicas de los agentes llamada Indicador de Sentimientos del Mercado (“*Economic Sentiment Indicator*”, en inglés), elaborado por la Comisión Europea. En sus resultados encuentran que una combinación lineal de los *spreads* europeos explican un 93.7% de la variabilidad del Indicador de Sentimientos del Mercado. Por tanto, concluyen que tal habilidad de los *spreads* para capturar las expectativas económicas de los agentes puede ser la verdadera razón del poder predictivo de dichos *spreads* sobre el ciclo económico futuro.

Finalmente, Diebold, Glenn y Rudebusch (2006) estiman un modelo de curva de tipos de interés que integra factores macroeconómicos y financieros a la hora de explicar la interacción entre la dinámica de varias variables macroeconómicas y la ETTI. En este trabajo a los factores latentes relativos a la ETTI (nivel, pendiente y curvatura del modelo de Nelson y Siegel, 1987) añaden como variables explicativas otras variables macroeconómicas, como la actividad real, la inflación e instrumentos de política monetaria. Estos autores encuentran una fuerte evidencia de los efectos de las variables macroeconómicas sobre los futuros movimientos de la ETTI, así como la evidencia de una influencia inversa de los movimientos de la ETTI sobre dichas variables.

4.1.1. El poder predictivo de la inclinación de la ETTI.

Siguiendo a Ferreira *et al.* (2008), parecen existir dos razones por las que la inclinación de la curva de tipos de interés puede predecir el crecimiento de la producción. La primera razón se refiere a los efectos de la política monetaria según la teoría de expectativas; y la segunda, se explica por medio del comportamiento de los agentes que maximizan la utilidad intertemporal del consumo mediante el modelo CCAPM (*Consumption Capital Asset Pricing Model*).

En cuanto a la capacidad predictiva de la inclinación de la ETTI relacionada con los efectos de la política monetaria, ésta está vinculada al hecho de que la ETTI tiende a aplanarse en periodos de política monetaria contractiva llevada a cabo por el Banco Central (Ferreira *et al.*, 2008). En tales circunstancias, los tipos de interés a corto plazo se incrementarán, de modo que en el futuro los agentes esperarán unos tipos a corto plazo más bajos que los corrientes. En este caso, y según la hipótesis de expectativas, los tipos corrientes a largo plazo se incrementarán menos que los tipos corrientes a corto plazo. Por tanto, el efecto de una política monetaria restrictiva conduce a que los tipos a corto plazo crezcan relativamente más que los tipos a largo plazo, lo que genera una contracción monetaria que puede contribuir a frenar la economía y a una inflación más baja.

Asimismo, se debe tener en cuenta que, tal como señalan Estrella y Mishkin (1997), el aplanamiento de la ETTI producido por una subida de tipos de interés por parte del Banco Central está relacionado con la credibilidad de dicha política. Es decir, estos autores argumentan que aunque el Banco Central puede influir en los movimientos de la ETTI, esto no significa que la puedan controlar en todos los sentidos.

4.1.1.1. Comportamientos de los agentes mediante el modelo CCAPM y el poder predictivo de la ETTI.

La teoría moderna de valoración de activos (CCAPM) de Merton (1973), Rubinstein (1976), Lucas (1978) y Breeden (1979) relacionan el rendimiento esperado de los activos con los planes esperados de los inversores. En dicha teoría se considera la cartera de un inversor representativo y su problema de elección del consumo; supone, además, que tal inversor recibe unos beneficios estocásticos que pueden ser consumidos o invertidos en N activos. En dicho contexto estocástico, un consumidor maximizará en cada instante la esperanza condicional del valor descontado de la utilidad del consumo futuro, que se supone separable intertemporalmente, empleando para ello toda la información disponible en cada instante, es decir, dado un instante inicial, resolverá el problema:

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{\{c_t\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t u(c_t) \right] \\ & \text{s. a. } A_{ij,t} = (1 + R_{ij,t})A_{ij,t-1} + y_t - c_t \\ & \quad A_{ij,t=0} = A_{ij,0} \end{aligned}$$

donde E_0 representa la esperanza condicional con la información disponible en el instante inicial. $A_{ij,t}$ es la cantidad invertida por el inversor en el bono cupón cero $i = 1, \dots, N$ con vencimiento $j = 1, \dots, k$ en el instante t . La constante $\delta \in (0,1)$ es el factor de descuento intertemporal, o tasa subjetiva de preferencia intertemporal que suponemos constante; y $R_{ij,t}$ representa la tasa interna de rendimiento real del bono i desde el instante t al $t + j$. Dada nuestra prioridad de estudiar el poder predictivo de la ETTI, sólo se hará uso de bonos gubernamentales, de modo que $R_{j,t}$ representa el rendimiento real desde el instante t al $t + j$ de un bono gubernamental. Además, y_t es la renta laboral disponible en el periodo t que es una variable aleatoria. En cada periodo t el consumidor escoge su consumo c_t , de modo que se maximice la utilidad total esperada, teniendo en cuenta toda la información disponible en dicho periodo t .

Las condiciones necesarias de primer orden, también conocidas como ecuaciones de Euler, que caracterizan la solución de este problema pueden escribirse como

$$E_t \left[\delta^j \frac{u'(c_{t+j})}{u'(c_t)} (1 + R_{ij,t}) - 1 \mid I_t \right] = 0 \text{ para } i = 1, \dots, N ; j = 1, \dots, k$$

donde E_t representa la esperanza condicional con la información disponible en el instante t . La solución anterior describe una relación no lineal entre el cociente de utilidades marginales y los tipos de interés. Si se especificase alguna función de utilidad, el cociente de utilidades marginales puede ser relacionado a la tasa de crecimiento del consumo. Así, el tipo de interés debería predecir el crecimiento del consumo agregado futuro. Debe observarse que en el instante t sólo es conocido con certeza el interés nominal. Para obtener el tipo de interés real se le debe restar la tasa de inflación que es desconocida en t . Veremos, no obstante, que los tipos de interés reales estimados contienen información de utilidad sobre E_t que es función del futuro crecimiento del consumo agregado. Con el fin de obtener un modelo predictivo a partir de la ecuación anterior, consideraremos la función de utilidad con aversión relativa al riesgo constante (CRRA en sus siglas en inglés)

$$u(c, \alpha) = \begin{cases} \frac{c^{1-\alpha} - 1}{1-\alpha}, & \text{si } \alpha > 0, \alpha \neq 1 \\ \ln(c), & \text{si } \alpha = 1 \end{cases}$$

donde α es el coeficiente de aversión relativa al riesgo. En tal caso la ecuación anterior puede escribirse de la forma

$$E_t \left[\delta^j \left\{ \frac{c_t}{c_{t+j}} \right\}^\alpha (1 + R_{j,t}) \right] = 1.$$

Siguiendo a Harvey (1988) y con el fin de obtener una ecuación lineal de predicción vamos a suponer que el consumo y los rendimientos son estacionarios, y tienen una distribución lognormal conjunta.

Teniendo en cuenta la siguiente expresión, bien conocida para una distribución normal X ,

$$E[e^X] = e^{E[X] + \frac{1}{2}Var[X]} \Rightarrow \ln E[e^X] = E[X] + \frac{1}{2}Var[X],$$

y considerando

$$X = \delta^j \left\{ \frac{c_t}{c_{t+j}} \right\}^\alpha (1 + R_{j,t})$$

se obtiene

$$\ln E_t \left[\delta^j \left\{ \frac{c_t}{c_{t+j}} \right\}^\alpha (1 + R_{j,t}) \right] = E_t \left[\ln \left(\delta^j \left\{ \frac{c_t}{c_{t+j}} \right\}^\alpha (1 + R_{j,t}) \right) \right] + \frac{1}{2} \text{Var}_t \left[\delta^j \left\{ \frac{c_t}{c_{t+j}} \right\}^\alpha (1 + R_{j,t}) \right] = 0$$

Esta última igualdad puede ser reordenada como

$$E_t \left[\ln \frac{c_{t+j}}{c_t} \right] = \frac{1}{\alpha} E_t [\ln(1 + R_{j,t})] + \frac{j}{\alpha} \ln \delta + \frac{v_{jt}}{2\alpha}$$

En este caso v_{jt} es la varianza condicional del logaritmo de la tasa bruta de interés más el logaritmo de crecimiento del consumo, varianza que se supone constante. El coeficiente $1/\alpha$ puede interpretarse como una elasticidad o como uno sobre la aversión relativa al riesgo, considerándose como la sensibilidad del crecimiento del consumo ante los cambios en los tipos de interés reales. Por otra parte, llamando $\Delta c_{t,t+j} = \ln(c_{t+j}) - \ln(c_t)$ al logaritmo de la tasa de crecimiento del consumo, a $\rho = -\ln(\delta)$ la tasa de preferencias temporales de los consumidores, y $\theta = 1/\alpha$ la tolerancia al riesgo, la ecuación anterior se transforma en

$$E_t \Delta c_{t,t+j} = \theta E_t [r_{jt}] + j\theta\rho - \theta v_{jt}/2$$

Con el fin de estudiar la información contenida en la ETTI, Harvey (1997) considera la ecuación anterior para $j = 1$ (tipo de interés a corto plazo) y para $j = k$ (tipo de interés a largo plazo).

Finalmente, hallando la diferencia de ambas ecuaciones, es decir $E_t \Delta c_{t,t+1} - E_t \Delta c_{t,t+k}$, se obtiene el siguiente modelo que permite predecir el crecimiento del consumo¹

$$\Delta c_{t,t+j} = a + \theta y s_{j,t} + u_{t+j},$$

donde

$$y s_{j,t} = \ln \frac{1 + R_{j,t}}{(1 + R_{j,t})^j}$$

es la dispersión de las tasas internas de rendimiento, TIR, o simplemente *spread*.

¹ Dado que la información del consumo no es observable, Harvey (1989) decide usar el crecimiento del PIB real como variable *proxy* del consumo agregado, ya que el consumo está implícito en este último.

4.1.2. El poder explicativo de los precios bursátiles

El modelo de predicción del crecimiento del consumo también podría desarrollarse empleando como variables predictoras los rendimientos bursátiles reales en lugar de la estructura temporal real. Sin embargo, históricamente dicho modelo ha funcionado peor por varias razones. En primer lugar, hay que destacar que existe una evidencia considerable de que el armazón teórico falla cuando se aplica a los rendimientos bursátiles y de los bonos simultáneamente (ver Hansen y Singleton, 1982; y Mehra y Prescott, 1985). Como el precio de una acción es el valor descontado de sus flujos de dividendos esperados en el futuro, el precio de las acciones refleja las expectativas sobre la actividad futura real y sus cambios de precios recogen revisiones de dichas expectativas. Pero aunque el mercado bursátil contiene información importante sobre el futuro de la economía, en la práctica, usar esta información como base para la toma de decisiones sobre la evolución futura de la economía ha llevado a errores muy sonados. Por ejemplo, muchos economistas predijeron una recesión para 1988 sobre la base del *crash* de Octubre de 1987. Sin embargo, la ausencia de tal recesión ha arrojado dudas sobre la capacidad predictora del mercado bursátil sobre la economía.

En la fórmula de valoración del precio de una acción como valor actual de las expectativas de dividendos a obtener en el futuro,

$$P_t = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{E_t[D_{t+j}]}{(1+k)^j},$$

una caída de dicho precio puede ser explicada tanto por una disminución de las expectativas de dividendos como por una variación de la tasa de descuento. Esto sugiere que el mercado de bonos puede revelar más información sobre la futura actividad económica que el mercado de acciones (Estrella y Mishkin, 1998).

Por otra parte, es difícil desarrollar variables *proxy* para los rendimientos bursátiles reales esperados. En este sentido, Fama (1981) y Cozier y Rahman (1988) han empleado como variables *proxy* de los rendimientos esperados, los futuros rendimientos *ex post*. Finalmente, los rendimientos bursátiles son mucho más volátiles que los de los bonos, y pequeños cambios en la valoración del riesgo bursátil puede conducir a grandes oscilaciones en los precios. Por todo ello, es difícil desarrollar un indicador *ex ante* del mercado bursátil.

4.1.3. Efectos de las sorpresas en la estructura temporal de tipos de interés: el contenido predictivo de la pendiente, la curvatura y el nivel.

Tal como se ha señalado, se acepta ampliamente que la ETTI contiene información sobre la previsible evolución de la actividad económica, la inflación y la política monetaria. La estructura temporal de tipos de interés queda perfectamente descrita por los tres factores de nivel, pendiente y curvatura, que explican conjuntamente todas las variaciones de la sección cruzada de los tipos de interés (ver Nelson y Siegel, 1987; y Jones, 1991, entre otros). No obstante, existe sólo evidencia dispersa sobre el contenido predictivo de cada una de sus componentes. En este sentido destaca el trabajo de Mönch (2006), quien analiza la repercusión económica de las variaciones del nivel, pendiente y curvatura, estudiando la evolución de las variables macroeconómicas claves que siguen a cambios producidos por sorpresa de los tres factores.

La visión convencional considera que los cambios por sorpresa en el factor nivel y pendiente tienen gran significado macroeconómico. Así, los cambios por sorpresa del factor nivel, no simultaneados con cambios de la pendiente o la curvatura, anuncian movimientos fuertes y persistentes de la inflación. Las sorpresas positivas en el nivel son seguidas por significativas formas en joroba del crecimiento del *output*, anticipando, por tanto, efectos reales. Por el contrario, crecimientos inesperados en la pendiente parecen anunciar una caída de la economía.

Como afirman Diebold, Rudebusch y Aruoba (2006), la visión convencional no da ningún papel macroeconómico a la curvatura, que no se considera relacionada con variables macroeconómicas. No obstante, los resultados de Mönch (2006) sugieren que un crecimiento inesperado de la curvatura, el cual no vaya acompañado por cambios simultáneos en el nivel o la pendiente, parece anunciar descensos económicos.

4.1.4. Objetivos del capítulo.

La relación existente entre los diferentes factores de la ETTI (nivel, pendiente, o *spread*, y curvatura) y la producción real ha sido objeto de numerosas controversias en la literatura que resumimos a continuación:

Berk (1998) presenta un informe sobre los artículos más recientes que estudian la relación entre el *spread* y la producción real, llegando a las siguientes conclusiones:

1. En la teoría quedan sin resolver importantes lagunas.
2. Los resultados empíricos varían según el país y el segmento de la ETTI considerado.
3. Los resultados son sensibles al tipo de modelo usado para establecer la relación.
4. Existe un consenso sobre que la pendiente contiene información considerable.
5. Los diferentes modelos no tienen estabilidad o control.

Por lo tanto, según Berk (1998), la relación existente entre el *spread* y la producción real no es una herramienta útil para las autoridades monetarias. Además, este autor recoge en su trabajo otras aportaciones anteriores entre los que cabría citar los siguientes trabajos:

Clinton (1994), quien encuentra que los *spread* de Canadá y EEUU tienden a moverse conjuntamente, pero el de Canadá es mejor indicador para la producción real de Canadá. Mientras el *spread* es un indicador adecuado para el PIB real, éste es un indicador menos relevante para cualquier componente del PIB. Este resultado es sorprendente dado que la ETTI está típicamente asociada con las decisiones de inversión. Fuhrer and Moore (1995) sostienen que como el tipo de interés a diez años explica la producción real y su modelo de Vectores Autorregresivos (VAR) sugiere que los tipos a diez años y a tres meses se mueven conjuntamente², los tipos a corto plazo deben ser, por tanto, sobre los que se deben enfocar las autoridades monetarias. Por otra parte, Salyer (1994) concluye que la ETTI se invierte en el punto más bajo del ciclo económico. Sin embargo, esta conclusión no puede demostrarse empíricamente, ya que la ETTI tiende a invertirse antes de la recesión, lo cual es precisamente la razón por la que el *spread* es usado como un predictor de la producción real. Finalmente, hay que destacar que tal como afirma Watkins (1997), los artículos empíricos no han seguido procedimientos econométricos correctos y muchos de sus resultados deberían, por tanto, ser desechados.

² Existe una amplia evidencia empírica que demuestra que los tipos a corto son más volátiles que los tipos a largo, ver Bernanke and Blinder (1992).

En este capítulo de la Tesis Doctoral, con el fin de subsanar ciertas incoherencias de tipo econométrica existentes en la literatura, hemos empleado la metodología de la cointegración propuesta por Engle y Granger (1987) para modelizar la variación del PIB, a precios constantes, en unos horizontes temporales h , con $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres. Éste enfoque lo haremos desde diferentes puntos de vista.

Por un lado, buscaremos el modelo óptimo teniendo en cuenta tanto datos de tipos de interés de la Deuda Pública como características de la ETTI (nivel, pendiente y curvatura), variables macroeconómicas e indicadores económicos.

Por otro lado, aplicaremos la metodología de Engle y Granger sobre cuatro modelos que emplean: sólo el tipo de interés a corto plazo, que será nuestro *benchmark*; el que tiene como variable explicativa el nivel; aquél únicamente con la pendiente o *spread*; y otro con la curvatura de la ETTI de España. Por último, emplearemos diferentes variables latentes para predecir la variación en varios trimestres del PIB a precios contantes como hace Harvey (1997).

Por tanto, el objetivo de este capítulo es comprobar cuál es el modelo que obtiene la mejor predicción de la variación del PIB a precios contantes en cada horizonte de $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres.

El resto de este capítulo se organiza de la siguiente manera. En la sección 4.2. se explica lo qué es una regresión espúrea y se muestran diferentes contrastes de cointegración. En la sección 4.3. se presentan los datos utilizados y se aplican los contrastes de raíces unitarias. En la sección 4.4. se explica el procedimiento GASIC de Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007) de selección de regresores que emplearemos para seleccionar el modelo óptimo; y en la sección 4.5. se ofrecen los resultados empíricos del ajuste intramuestral. En la sección 4.6 se presentan los resultados de las predicciones con los diferentes modelos. Finalmente, la sección 4.7 recoge una serie de consideraciones finales.

4.2. Regresiones espúreas y cointegración.

Consideremos dos series temporales y_t y x_t ambas integradas de orden d , $I(d)$. Si estimamos directamente una regresión lineal entre ambas, dicha regresión produce también unos errores $I(d)$.

$$z_t = y_t - \alpha - \beta x_t, \quad z_t \sim I(d)$$

Entonces, existirá una serie de problemas relacionados con los contrastes y las estimaciones que extraemos de dicho modelo. Esto ocurre frecuentemente en las regresiones con series temporales económicas, donde generalmente cualquier combinación de ambas series será también $I(d)$. En dicho caso, hablamos de regresiones espúreas, es decir, dos series temporales aparentemente relacionadas según los contrastes estadísticos que en realidad pueden no estarlo. Ésta situación se pone de manifiesto por medio de unos coeficientes de determinación altos, con estadísticos Durbin-Watson (Durbin y Watson, 1950, 1951) muy reducidos y escasa significación individual de los parámetros.

Si por el contrario la regresión con ambas series produce una combinación $I(d - b)$, con $b > 0$, entonces llamamos al vector $(1, \beta)$ un vector de cointegración. Engel y Granger (1987) definieron a la relación entre y_t y x_t como una relación cointegrada de orden $(d - b)$ con el vector de cointegración $(1, \beta)$. Este concepto de cointegración está relacionado con el de equilibrio a largo plazo, puesto que la relación entre las series cointegradas en el largo plazo produce una evolución parcialmente determinista.

En la literatura existen diversos estadísticos que nos permiten contrastar si existe una relación de cointegración entre un conjunto de series $I(d)$ ³. Debido al frecuente uso que se hará de ellos, a continuación, se exponen algunos de los contrastes más relevantes de la literatura.

³ Para que exista relación de cointegración todas las series deben ser de igual orden de integración, $I(d)$ con $d \geq 1$.

4.2.1. Contraste CRDW y CRADF sobre la relación a largo plazo.

Estos dos contrastes evalúan si existe una relación de cointegración examinando los errores de la relación a largo plazo. Para los casos con constante (α) y tendencia determinista (t) que se llamará [CT], con sólo constante que se llamará [C], o sin constante ni tendencia determinística que se llamará [NC], en N series tenemos,

$$y_t = \alpha + \beta t + \sum_{j=2}^N \gamma_j x_{j,t} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (4.1)$$

$$\hat{z}_t = y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}t - \sum_{j=2}^N \hat{\gamma}_j x_{j,t} \quad (4.2.1)$$

$$\hat{z}_t = y_t - \hat{\alpha} - \sum_{j=2}^N \hat{\gamma}_j x_{j,t} \quad (4.2.2)$$

$$\hat{z}_t = y_t - \sum_{j=2}^N \hat{\gamma}_j x_{j,t} \quad (4.2.3)$$

donde, \hat{z}_t son los errores estimados en la regresión (4.1) por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) y $\{\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}_j\}$ son los parámetros estimados en (4.1) por MCO⁴.

Para centrarnos en lo que posteriormente aplicaremos en la parte empírica, supondremos que las N series son $I(1)$ y que buscamos aquél vector de cointegración que nos permita que \hat{z}_t en la ecuación (4.2.i), con $i = [1,2,3]$, sea $I(0)$ según la parte determinística que vayamos a contrastar.

Engle y Granger (1987) sugieren siete estadísticos alternativos para contrastar si \hat{z}_t es estacionario. De entre todos ellos, los dos más utilizados en la práctica son el estadístico Durbin-Watson sobre la regresión de cointegración (4.1), que llamaremos CRDW, y el estadístico ADF para la cointegración de los residuos en (4.2.1), (4.2.2) y (4.2.3) que definiremos como CRADF.

El estadístico CRDW para la ecuación (4.1) se aproximará a cero si los residuos contienen una raíz unitaria autorregresiva. En consecuencia, se rechaza la hipótesis nula de no-cointegración si el CRDW es significativamente superior a cero. Si se supone que \hat{z}_t sigue un $AR(1)$ con parámetro ρ , el estadístico sería $CRDW \cong 2(1 - \rho)$, con $H_0: \rho = 1$, o lo que es lo mismo,

$$H_0: CRDW = 0 \text{ corresponde a no cointegración}$$

$$H_1: CRDW > 0 \text{ corresponde a cointegración}$$

⁴ Téngase en cuenta que en la ecuación (4.1) mostramos el caso más general con constante y tendencia [CT], en tal caso si se quiere contrastar [C] o [NC], se debería modificar (4.1) con dichas especificaciones.

Para este contraste se dispone de los valores críticos expuestos en Dolado (1990). Éste aconseja el uso del contraste CRDW como una primera instancia, y, dada su simplicidad, en caso de incertidumbre sobre la posibilidad de rechazo de la hipótesis nula de no-cointegración, hacer uso de otro contraste de cointegración. Concretamente, Dolado (1990) recomienda el uso del contraste CRADF.

El contraste CRADF está basado en la estimación por MCO de

$$\Delta \hat{z}_t = \gamma_0 \hat{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta \hat{z}_{t-i} + \varepsilon_t \quad (4.3)$$

donde, \hat{z}_t son los errores estimados en la regresión (4.1). Un requisito básico de este contraste es que p sea de tal forma que asegure que ε_t se aproxime a un ruido blanco. Por consiguiente, se ha seleccionado aquel p que minimice el criterio de información de Schwarz. Finalmente, el CRADF contrasta la significación individual del parámetro γ_0 con el estadístico t , donde

$H_0: \gamma_0 = 0$, corresponde a no cointegración

$H_1: \gamma_0 < 0$, corresponde a cointegración

Dado que no se pueden utilizar los valores críticos tabulados por Fuller (1976) para contrastar la raíz unitaria de los residuos cointegrados (ver Dolado, Jenkinson y Sosvilla-Rivero, 1990), ya que la regresión (4.1) minimiza la varianza de los residuos, por lo que podríamos esperar que se rechace la hipótesis nula de residuos $I(1)$ con mayor frecuencia, por tanto, habría que corregir los valores críticos para eliminar el sesgo del contraste. En este sentido, MacKinnon (1996) proporciona unos valores críticos para un número máximo de series cointegradas $N=12$, con una fórmula que permite obtener aquéllos para diferentes tamaños muestrales y para diferentes partes determinísticas.

En cuanto a la aplicación del contraste, el procedimiento del contraste CRADF es similar al ADF para raíces unitarias (ver Anexo A). Concretamente, se parte del caso general con constante y tendencia determinística [CT] según la ecuación (4.2.1); si no se acepta la cointegración, se pasa a contrastar con sólo la constante [C] según la ecuación (4.2.2). Si tampoco se acepta, se contrasta finalmente, sin constante ni tendencia [NC], según la ecuación (4.2.3). Si se llega al final del proceso sin aceptar la cointegración, entonces se concluye que no existe relación de cointegración entre las series seleccionadas.

4.2.2. Procedimiento de estimación en dos etapas de Engle y Granger y el mecanismo de corrección del error (ECM).

Engle y Granger (1987) desarrollaron un procedimiento de estimación en dos etapas para modelizar la dinámica de la relación de cointegración, siendo éste el procedimiento más utilizado en los trabajos empíricos. A continuación, se procede a explicar el procedimiento en dos etapas de Engle y Granger:

1. En primer lugar, se estima por MCO la regresión (4.1) y se contrasta si los residuos \hat{z}_t de (4.2.1), (4.2.2) ó (4.2.3) están cointegrados con CRDW y/o CRADF.
2. Finalmente, si los residuos reflejan que las variables están cointegradas, entonces se hace uso del *Mecanismo de Corrección del Error* (con sus siglas en inglés ECM) incluyendo los residuos retardados de (4.2.1), (4.2.2) ó (4.2.3), según la parte determinística que se haya aceptado, donde todas las variables son estacionarias, es decir, $I(0)$.

El ECM se ha empleado con frecuencia para modelizar relaciones entre diferentes variables económicas, ya que constituye una reparametrización de los principales modelos para el tratamiento de series temporales propuestos en la literatura econométrica: modelos autorregresivos con desfases distribuidos, de regresión estática, univariantes, de variables en diferencias, de indicadores adelantados, de ajuste parcial, etc. (Hendry, 1995). El rasgo característico del ECM consiste en que las variaciones en la variable endógena son función de las desviaciones en el corto plazo y de las desviaciones del equilibrio a largo plazo. Concretamente, para N variables cointegradas, es decir, $N - 1$ variables $x_{j,t}$ más y_t , el ECM tiene la forma,

$$\Delta y_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta y_{t-i} + \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=1}^p \lambda_{j,i} \Delta x_{j,t-i} + \rho_0 z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4.4)$$

donde z_{t-1} representa el término de desequilibrio de (4.2.1), (4.2.2) ó (4.2.3) según la parte determinística que se haya aceptado, es decir, un término que representa la relación de cointegración a largo plazo entre las series $x_{j,t}$ e y_t . Una vez más, se selecciona el número de retardos p que minimice el criterio de información de Schwarz⁵ (Schwarz, 1978).

⁵ Se selecciona inicialmente el retardo óptimo p sin incluir los errores retardados de la relación a largo plazo z_{t-1} .

En el ECM, los Δy_t , $\Delta x_{j,t}$ y z_t son todos $I(0)$ y ε_t es un ruido blanco. De este modo, las variaciones en la variable endógena vienen explicadas por el desequilibrio en la relación a largo plazo entre la variable endógena y las exógenas, y por las variaciones experimentadas en las variables exógenas en el corto plazo. Por tanto, se dice que el ECM está equilibrado porque todas las series son $I(0)$, en caso contrario la relación estaría desequilibrada.

Por otra parte, el signo del parámetro que acompaña a los errores de la relación a largo plazo (ρ_0) debe ser negativo para que exista en estos modelos una dinámica de corrección del desequilibrio (ver Uriel y Peiró, 2000). De esta forma, si la variable y_{t-1} estaba por encima (debajo) de su valor de equilibrio $y_{t-1} > \alpha + \beta t + \sum_{j=1}^{N-1} \gamma_j x_{j,t-1}$ ($y_{t-1} < \alpha + \beta t + \sum_{j=1}^{N-1} \gamma_j x_{j,t-1}$), en el periodo t tenderá a disminuir (aumentar) acorde con el signo de $\rho_0 < 0$, todo ello sin considerar los otros sumandos de (4.4).

4.2.3. Contraste de Kremers, Ericsson y Dolado.

Kremers, Ericsson y Dolado (1992) (KED) desarrollaron un contraste alternativo a los propuestos por Engle y Granger, basado en el ECM. Estos autores encontraron que su propuesta puede ser más poderosa que el contraste basado en el estadístico DF (Dickey-Fuller) aplicado sobre los residuos de la relación de cointegración. El contraste consiste en aplicar el estadístico t sobre el parámetro ρ_0 en (4.4), donde

$$H_0: \rho_0 = 0, \text{ corresponde a no cointegración}$$

$$H_1: \rho_0 < 0, \text{ corresponde a cointegración}$$

El contraste KED aplica los valores críticos tabulados por MacKinnon (1996). En la práctica, se puede utilizar el contraste KED conjuntamente con el contraste CRADF como una forma de confirmar, o desestimar, la relación de cointegración que se aceptó, o rechazó, con el CRADF. Es más, se puede hacer uso del KED como el contraste principal si ya se ha decidido qué variables están incluidas en la relación a cointegrar⁶.

⁶ Existen otros contrastes de cointegración alternativos utilizados en la literatura empírica (para una panorámica véase Maddala y Kim, 1998). En este sentido cabe mencionar el desarrollado por Banerjee, Dolado y Mestre (1998) para los casos en los que los regresores son débilmente exógenos para los parámetros de interés, el propuesto por Johansen (1988) y Johansen y Juselius (1990) basado en un procedimiento de estimación de máxima verosimilitud que permite relajar el supuesto de que el vector de cointegración es único y tiene en cuenta la estructura de error del proceso subyacente, el de la cointegración canónica de Park (1992) que transforma los datos para corregirlos de endogeneidad y

4.3. Proceso de selección de las variables económicas.

En los siguientes apartados se van a presentar todas las series económicas con las que vamos a trabajar, para posteriormente, descartar aquellas series que no cumplan con los requisitos de la cointegración, es decir, dado que la variación del PIB, a precios constantes, es una serie integrada de orden 1 $I(1)$, se desechan todas las series cuyo orden de integración sea diferente a 1. Para ello, se ha dispuesto tanto de la base de datos Ecwin como de las series económicas facilitadas por las páginas web del Banco de España, Ministerio de Economía y Competitividad de España, Reserva Federal de EEUU y Eurostat.

4.3.1. Tipos de la deuda pública, características de la ETTI, series macroeconómicas e indicadores económicos y PIB a precios constantes.

En esta Tesis Doctoral se ha trabajado con varias series económicas trimestrales que pueden clasificarse en tres grupos: tipos de la Deuda Pública, características de la ETTI y series macroeconómicas e indicadores económicos. De dichas series, se ha trabajado con la información entre el primer trimestre de 1988⁷ y el tercer trimestre de 2009. A continuación, se enumeran las series económicas empleadas en este capítulo:

correlación serial, el de mínimos cuadrados ordinarios dinámicos (DOLS en sus siglas inglesas) defendido por Stock y Watson (1993) que presenta claras mejoras frente al MCO a la hora de hacer frente a los problemas asociados con muestras pequeñas y a posibles fuentes dinámicas de sesgo y el procedimiento de contraste con bandas, propuesto por Pesaran y Shin (1991) y Pesaran, Shin y Smith (2001) que permite el estudio de relaciones a largo plazo entre variables, independientemente de que éstas sean integradas de orden 0 $I(0)$, de orden 1 $I(1)$ o mutuamente cointegradas. Finalmente, destaca también la aportación de Leybourne y McCabe (1993) quienes proponen un estadístico para contrastar la hipótesis nula de cointegración frente a la hipótesis alternativa de no cointegración.

⁷ La información de los tipos de la Deuda Pública española comienza en el primer trimestre de 1988. Anteriormente a dicha fecha no existe información de los mismos. El escaso desarrollo de los mercados financieros en España hasta finales de los años ochenta explica que el periodo temporal comience en dicha fecha, Alonso *et al.* (2000).

a. Siguiendo la literatura, se van a emplear los tipos de interés de la Deuda Pública de España (entre uno y tres meses, entre uno y dos años, tres años, cinco años y diez años), Estados Unidos y Europa⁸ (ambos tres meses, dos años, tres años, cinco años y diez años). Siguiendo a Harvey (1997), todos los tipos trimestrales se obtienen como media aritmética de los tipos mensuales de cada trimestre. Se ha hecho uso de los tipos de la Deuda Pública de Estados Unidos y Europa, por ser las economías con las que la economía española tiene mayores relaciones de intercambio.

Series	Base de Datos
Tipos a tres meses España	Ecwin, Banco de España
Tipos a dos años España	Ecwin, Banco de España
Tipos a tres años España	Ecwin, Banco de España
Tipos a cinco años España	Ecwin, Banco de España
Tipos a diez años España	Ecwin, Banco de España
Tipos a tres meses EEUU	Reserva Federal
Tipos a dos años EEUU	Reserva Federal
Tipos a tres años EEUU	Reserva Federal
Tipos a cinco años EEUU	Reserva Federal
Tipos a diez años EEUU	Reserva Federal
Tipos a tres meses Europa	Ecwin, Eurostat
Tipos a dos años Europa	Ecwin, Eurostat
Tipos a tres años Europa	Ecwin, Eurostat
Tipos a cinco años Europa	Ecwin, Eurostat
Tipos a diez años Europa	Ecwin, Eurostat

Tabla 4.1. Tipos de la Deuda Pública escogidos y la base de datos de donde se obtuvieron.

⁸ Ajustamos los tipos de interés a tres meses de la Eurozona en las fechas en las que no disponemos de su tipo, a través de los tipos de interés a tres meses de las cuatro economías más fuertes de la misma (Alemania, Francia, Italia y España), concretamente entre el primer trimestre de 1988 y el cuarto trimestre de 1989. En el Anexo D mostramos los resultados del ajuste.

b. A través de los tipos de la Deuda Pública extraemos el nivel (media de todos los tipos), las pendientes (tipo a tres meses menos cada uno del resto de tipos) y la curvatura (dos veces el tipo a dos años, menos el tipo a tres meses y menos el tipo a diez años). Dichas variables empíricas están altamente correlacionadas con los parámetros nivel, pendiente y curvatura del modelo de Nelson y Siegel (1987) tal como demuestran Diebold, Rudebusch y Aruoba (2006).

Series
Nivel ETTI España
Pendiente ETTI España (3m-2a)
Pendiente ETTI España (3m-3a)
Pendiente ETTI España (3m-5a)
Pendiente ETTI España (3m-10a)
Curvatura ETTI España
Nivel ETTI EEUU
Pendiente ETTI EEUU (3m-2a)
Pendiente ETTI EEUU (3m-3a)
Pendiente ETTI EEUU (3m-5a)
Pendiente ETTI EEUU (3m-10a)
Curvatura ETTI EEUU
Nivel ETTI Europa
Pendiente ETTI Europa (3m-2a)
Pendiente ETTI Europa (3m-3a)
Pendiente ETTI Europa (3m-5a)
Pendiente ETTI Europa (3m-10a)
Curvatura ETTI Europa

Tabla 4.2. Características de la ETTI extraídas de los tipos de la Deuda Pública según Diebold, Rudebusch y Aruoba (2006).

c. Las series macroeconómicas e Indicadores Económicos de España que podrían explicar la variación del PIB. Las series sobre las que aplicamos logaritmos son el Índice de Precios de Consumo (IPC), el indicador de renta salarial, el Índice de Producción Industrial (IPI), las horas semanales por ocupado, las matriculaciones, las exportaciones, las importaciones, el tipo de cambio EUR/USD, el Índice de acciones IBEX-35 y el número de asalariados con contrato temporal. Las restantes series están en nivel. Las series utilizadas están corregidas por valores estacionales (CVE).

Series	Base De Datos
IPC	Ministerio de Economía
Tasa de paro	Ministerio de Economía
Sociedades mercantiles constituídas. Número. (tasa anual suavizada)	Ministerio de Economía
Matriculación de automóviles. Total (CVE) (unidades)	Ministerio de Economía
Indicador confianza de los consumidores	Ministerio de Economía
Indicador renta salarial real	Ministerio de Economía
Exportaciones Total. Precios constantes (CVE)	Ministerio de Economía
Importaciones Total. Precios constantes (CVE)	Ministerio de Economía
Precio petróleo North Sea Brent	Ministerio de Economía
Indicador de clima económico España (CVE)	Ministerio de Economía
Cartera de pedidos total industria manufacturera España (CVE)	Ministerio de Economía
Utilización capacidad productiva industria manufacturera. España (CVE)	Ministerio de Economía
<i>Spain, Composite Leading Indicators, Amplitude Adjusted</i>	Ecwin
<i>Spain, Composite Leading Indicators, Trend⁹</i>	Ecwin
Índice general producción. Base 2005	Ministerio de Economía
Horas semanales por ocupado	Ministerio de Economía
Tipo de cambio EUR/USD	Ministerio de Economía
IBEX-35	Ministerio de Economía
Asalariados con contrato temporal. Total (Miles)	Ministerio de Economía
Indicador compuesto avanzado España	Ministerio de Economía

Tabla 4.3. Series macroeconómicas e indicadores económicos y la base de datos de donde se obtuvieron.

⁹ Las series del *Composite Leading Indicators* fueron proporcionadas por Ecwin, usando la metodología de Stock y Watson (1989).

Obsérvese que se trata de indicadores adelantados o indicadores procíclicos usualmente empleados en el análisis de coyuntura para examinar el comportamiento de la actividad económica agregada y detectar puntos de giro o cambios en las fases cíclicas.

Además de las series anteriores, en el Anexo B se resume la metodología que utiliza el Instituto Nacional de Estadística (INE) para derivar las series trimestrales del PIB a precios constantes. Para ello, se han construido series homogéneas a precios corrientes y a precios constantes, permitiendo estas últimas la comparación intertemporal.

En el Anexo B puede encontrarse el PIB en base 2000, a precios constantes, desde el primer trimestre de 1995 hasta el tercer trimestre del 2009; dicha serie se calcula proyectando los valores del 2000 con los índices de volumen encadenados que publica el INE en la Contabilidad Nacional Trimestral de España, Base 2000 (CNTE2000), de forma que en el año 2000 el valor promedio del PIB trimestral a precios constantes y corrientes coincida, es decir:

$$PIB_t^e = PIB_{2000} \cdot \frac{Indice\ Volumen\ Encadenado_t^{PIB_t}}{100}.$$

En cuanto al PIB desde del primer trimestre de 1980 hasta al cuarto trimestre de 1994, seguimos el procedimiento habitual empleado en la literatura consistente en proyectar hacia atrás mediante tasas de variación de series contables de bases actuales. Así se hizo en la base de datos del MOISEES (Molinas y Ballabriga, 1990), en la que se enlazó el PIB, tanto a precios corrientes como a precios constantes, proyectando hacia atrás los datos de la serie contable en base 1980, la última disponible en el momento de su elaboración, con las tasas de variación de las series de las bases 1958, 1964 y 1970 (véase Corrales y Taguas, 1989); en las actualizaciones posteriores se usaron las tasas de variación de las nuevas bases (1986 y 1995) para proyectar hacia adelante los últimos datos disponibles, manteniendo 1980 como año base de referencia. Este procedimiento, puede ser aceptable mientras la longitud de las series no sea excesiva, como es el caso que nos ocupa.

Así pues, los valores estimados para PIB a precios corrientes y a precios constantes de 2000 para el período entre el primer trimestre de 1980 y cuarto trimestre de 1994, se han derivado utilizando las correspondientes tasas de crecimiento de las series ofrecidas por el INE en la Contabilidad Nacional Trimestral de España, Base 1995 (CNTE1995).

Finalmente, se dispone de dichos datos del PIB a precios constantes entre el primer trimestre de 1988 y el tercer trimestre de 2009 y, como hacen Ang, Piazzesi y Wei (2006), se aplica un logaritmo sobre el PIB a precios constantes. De esta forma, se pueden obtener las variaciones en varios horizontes h del PIB a precios constantes para la economía española.

$$\Delta_h PIB = \ln(PIB_t) - \ln(PIB_{t-h})$$

Éstas serán las variables que se pretende predecir en este capítulo, es decir, la variación del PIB a precios constantes trimestral, semestral, en tres trimestres y anual, para $h = \{1,2,3,4\}$ y para $t = h + 1, h + 2, \dots, T$.

4.3.2. Resultados del orden de integración de las series.

En este apartado, se hace uso de las ecuaciones (A.4), (A.5) y (A.6) que aparecen en el Anexo A, para aplicar el contraste ADF sobre las series escogidas. En la siguiente Tabla 4.4 se muestra el resultado del contraste ADF de raíces unitarias para un nivel de significación del 5%, además de la parte determinística aceptada según el procedimiento de Dolado, Jenkinson y Sosvilla-Rivero (1990).

Del contraste de raíces unitarias en la Tabla 4.4¹⁰ resulta interesante comprobar cómo, exceptuando la pendiente máxima de Estados Unidos, todas las pendientes para España, Estados Unidos y Europa son estacionarias. Este resultado es relevante, puesto que como ya señalamos en la introducción, existe una gran cantidad de trabajos en la literatura que afirman que la pendiente de la ETTI (o más correctamente el *spread* de la Deuda Pública) es el mejor predictor de la variación del PIB a precios constantes. En cambio, utilizar la pendiente de la ETTI, que es una serie $I(0)$, como predictor de la variación a varios horizontes del PIB a precios constantes, que es una serie $I(1)$, viola la teoría de la cointegración. Lo mismo ocurre con las curvaturas de la ETTI, ya que todas ellas son estacionarias, $I(0)$. Se volverá a tratar este asunto cuando se muestren los modelos ECM.

Finalmente, se hará uso exclusivamente de las series $I(1)$ que se muestran en la Tabla 4.4, descartando el resto de ellas.

¹⁰ Nótese que la serie de la variación del PIB a precios constantes es integrada de orden 1 para cualquier h , con $h = \{1, 2, 3, 4\}$.

Series	Nº	$I(d)$	Determinística	Series	Nº	$I(d)$	Determinística
Variación PIB, en $h = \{1, 2, 3, 4\}$	1	1	[NC]	Tipos a tres años EEUU	14	1	[CT]
Tipos a tres meses España	2	1	[CT]	Tipos a cinco años EEUU	15	1	[CT]
Nivel ETTI España	3	1	[CT]	Tipos a diez años EEUU	0	0	-
Pendiente ETTI España (3m-2a)	0	0	-	Tipos a dos años Europa	16	1	[CT]
Pendiente ETTI España (3m-3a)	0	0	-	Tipos a tres años Europa	17	1	[CT]
Pendiente ETTI España (3m-5a)	0	0	-	Tipos a cinco años Europa	18	1	[CT]
Pendiente ETTI España (3m-10a)	0	0	-	Tipos a diez años Europa	19	1	[CT]
Curvatura ETTI España	0	0	-	IPC	0	0	-
Tipos a tres meses EEUU	4	1	[CT]	Tasa de paro	0	2	-
Nivel ETTI EEUU	5	1	[CT]	Número sociedades mercantiles constituidas	0	0	-
Pendiente ETTI EEUU (3m-2a)	0	0	-	Matriculación de automóviles. Total	20	1	[NC]
Pendiente ETTI EEUU (3m-3a)	0	0	-	Indicador confianza consumidores	21	1	[NC]
Pendiente ETTI EEUU (3m-5a)	0	0	-	Indicador renta salarial real	0	2	-
Pendiente ETTI EEUU (3m-10a)	6	1	[C]	Exportaciones precios constantes	22	1	[NC]
Curvatura ETTI EEUU	0	0	-	Importaciones precios constantes	23	1	[NC]
Tipos a tres meses Europa	7	1	[CT]	Precio petróleo North Sea Brent	0	0	-
Nivel ETTI Europa	8	1	[CT]	Indicador de clima económico España	24	1	[C]
Pendiente ETTI Europa (3m-2a)	0	0	-	Cartera de pedidos total industria manufacturera	25	1	[NC]
Pendiente ETTI Europa (3m-3a)	0	0	-	Utilización capacidad productiva industria manufacturera	26	1	[NC]
Pendiente ETTI Europa (3m-5a)	0	0	-	<i>Composite Leading Indicators, amplitude adjusted</i>	0	0	-
Pendiente ETTI Europa (3m-10a)	0	0	-	<i>Composite Leading Indicators, trend</i>	27	1	[NC]
Curvatura ETTI Europa	0	0	-	Índice general producción	28	1	[NC]
Tipos a dos años España	9	1	[CT]	Horas semanales por ocupado	0	0	-
Tipos a tres años España	10	1	[CT]	Tipo cambio EUR/USD	29	1	[NC]
Tipos a cinco años España	11	1	[CT]	IBEX-35	30	1	[NC]
Tipos a diez años España	12	1	[CT]	Asalariados con contrato temporal. Total	31	1	[NC]
Tipos a dos años EEUU	13	1	[CT]	Indicador compuesto avanzado España	0	0	-

Tabla 4.4. Orden de integración d contrastada con el ADF (5%) y parte determinística con constante y tendencia [CT], sólo constante [C] y sin constante ni tendencia [NC].

4.4. El algoritmo GASIC.

En este capítulo se dispone de 30 series $I(1)$ sobre las que se pretende ajustar la variación a varios horizontes del PIB a precios constantes; existen, por tanto, $2^{30} = 1,073,741,824$ posibles modelos entre los cuales se espera encontrar el modelo óptimo que relacione la variación en varios horizontes del PIB en función del conjunto de variables explicativas disponibles. El desmedido número de modelos candidatos para tal propósito hace inviable la evaluación de cada uno de ellos, por el elevado coste que supondría en términos de los tiempos de computación. Por ello, se empleará una metodología de selección de modelos econométricos basada en el algoritmo GASIC.

El algoritmo GASIC es un procedimiento para seleccionar modelos econométricos, desarrollado por Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007). Este procedimiento se desarrolla a través en una aproximación heurística basada en los Algoritmos Genéticos (GA), los cuales se usan para explorar el universo de posibles modelos que pueden resultar de un conjunto inicial de regresores. El proceso de búsqueda del modelo correcto se guía por el Criterio de Información de Schwarz (SIC), que se emplea como función de pérdida del algoritmo genético para ordenar los posibles modelos. Acosta-González y Fernández-Rodríguez mostraron que en presencia de problemas de multicolinealidad, GASIC obtenía un buen desempeño (*performance*) comparado con el resto de metodologías alternativas que existen en la literatura. Una de las principales características que tiene GASIC es que, al aplicar un criterio de información como el SIC en la función objetivo del algoritmo genético, se penalizará la sobreparametrización y, en consecuencia, el modelo final suele contener un número reducido de variables explicativas. De esta forma se aseguran las propiedades de congruencia y parametrización escueta deseables en todo modelo econométrico (Hendry, 2001).

Para comenzar con la metodología se considera una muestra de modelos tomados al azar que se codificarán en lenguaje binario por medio de unos vectores formados por ceros y unos que suelen llamarse cromosomas. Si se dispone, por ejemplo, con un modelo general formado por un conjunto de variables $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$, el modelo formado por las variables $\{x_1, x_3, x_5\}$ será codificado por medio del cromosoma $(1, 0, 1, 0, 1)$.

Los cromosomas serán evaluados sobre la función objetivo de GASIC, que en forma matricial es la siguiente,

$$\text{Min}_{x_i} \left[CRADF_j \cdot \left(\log \left(\frac{[Y - \hat{\beta}X]' \cdot [Y - \hat{\beta}X]}{N} \right) + 2 \cdot \left(\frac{k}{N} \right) \cdot \log(N) \right) + (1 - CRADF_j) \cdot (1000) \right]$$

donde, $CRADF_j$ es una variable binaria igual a 1 cuando el cromosoma j acepta la relación de cointegración con el contraste CRADF y 0 cuando la rechaza, N es la longitud de las series, k es el número de variables en la ecuación de la relación a largo plazo en la primera etapa de Engle y Granger, Y es la variable dependiente, X es una matriz con las variables independientes (cromosomas), más una constante, y $\hat{\beta}$ son los parámetros estimados por MCO.

En resumen, la función objetivo de GASIC se construye de forma que, si no se acepta la relación de cointegración con el contraste CRADF ($CRADF_j = 0$), ésta es penalizada por un valor igual a 1000¹¹, y si se acepta dicha relación de cointegración ($CRADF_j = 1$), se aplica el criterio de información de Schwarz.

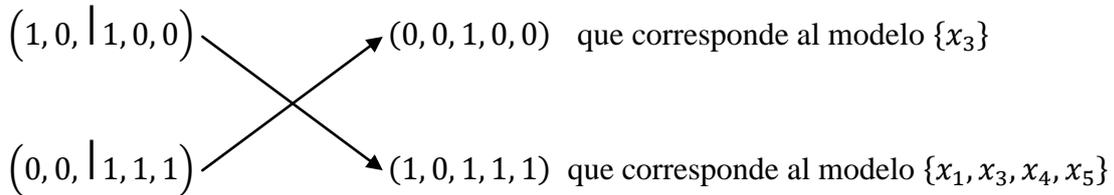
Una vez obtenido un conjunto inicial de cien modelos seleccionados al azar, el algoritmo procede según el siguiente esquema:

1. Selección natural. Seleccionar el 50% de los cromosomas (modelos) mejor dotados según la función objetivo, es decir, aquellos cromosomas con mejor ajuste en el vocabulario de los algoritmos genéticos. El resto se descarta.

2. Recombinación. Seleccionar al azar veinticinco parejas de cromosomas y proceder a su combinación. Esta operación consiste en el intercambio de información entre los dos progenitores que forman dicha pareja, dando lugar a dos nuevos modelos descendientes de sus progenitores que contienen parte de su información.

¹¹ El valor de la penalización igual a 1000 ha sido seleccionado arbitrariamente con el único objetivo de penalizar, en exceso, a la combinación de variables que no acepte la relación de cointegración con el contraste CRADF.

Como ejemplo consideremos los modelos $\{x_1, x_3\}$ y $\{x_3, x_4, x_5\}$ representados por los cromosomas $(1, 0, 1, 0, 0)$ y $(0, 0, 1, 1, 1)$. Para realizar la recombinación se ha de considerar previamente un punto de corte dentro de cada cromosoma que es elegido al azar. Si se supone que dicho punto de corte se encuentra en la segunda posición. En tal caso, el intercambio de información se produce como se esquematiza a continuación,



3. Mutación. Modificar al azar un elemento de ciertos cromosomas elegidos de forma aleatoria con el fin de escapar de los óptimos locales, y no globales, lo que permite inspeccionar zonas del espacio de búsqueda que no han sido exploradas por la generación actual. Esta operación es crucial para mantener la diversidad genética de una población. Por ejemplo, si se selecciona al azar el último elemento del cromosoma $(1, 0, 1, 0, 0)$, el efecto de una mutación será equivalente a cambiar el último cero por un uno, es decir:

$$(1, 0, 1, 0, \mathbf{0}) \longrightarrow (1, 0, 1, 0, \mathbf{1}).$$

Una vez hechas las recombinaciones y mutaciones, y considerando el 50% de los cromosomas de la antigua generación mejor dotados respecto a la función objetivo (mejor ajuste) junto a su descendencia, se obtiene así una segunda generación de cromosomas sobre los que se volverán a aplicar el esquema anterior.

El algoritmo finaliza cuando se alcanza algún criterio de convergencia tal como que el mejor de los cromosomas se mantenga estable durante un número determinado de generaciones sucesivas, o que se llegue a un determinado número de generaciones prefijado de antemano.

4.4.1. Elección de la relación a largo plazo con el GASIC.

En este apartado, se va a obtener la relación cointegrada a largo plazo empleándose para ello la metodología GASIC, donde la primera etapa del procedimiento en dos etapas de Engle y Granger (1987) será aplicada a cada uno de los modelos (cromosomas) seleccionados.

Para cada cromosoma proporcionado por GASIC, se evalúa el contraste CRADF tal como se ha desarrollado en el apartado 4.2.1. En este sentido, se parte del modelo general no restringido, inicialmente con constante y tendencia determinística, [CT], donde la variable endógena sea la variación en varios horizontes h del PIB a precios constantes y las variables exógenas una combinación (cromosoma) del resto de variables explicativas que figuran en la Tabla 4.4 (series de la 2 a la 31), más dicha constante y tendencia. En el caso de que la existencia de cointegración con [CT] no sea aceptada, se contrastaría con sólo constante [C] y, finalmente, se haría lo propio sin constante ni tendencia [NC] si se rechaza la cointegración con [C]. En una situación donde se rechazara la existencia de cointegración con todas las posibles partes determinísticas usando el CRADF¹², tal modelo sería penalizado de forma que GASIC no lo considere como posible modelo óptimo. En cambio, en el caso donde sí se acepte la cointegración con el CRADF, dicho modelo no será penalizado para que GASIC lo emplee como un candidato en el proceso de búsqueda del óptimo. Finalmente, se escogerá el modelo óptimo cuyas variables han sido seleccionadas por el algoritmo GASIC.

¹² El CRADF es utilizado como principal contraste de cointegración para la primera etapa del procedimiento de Engle y Granger.

4.4.2. Elección de la relación a corto plazo con el GASIC.

Una vez que el algoritmo GASIC haya seleccionado las variables que conforman el modelo óptimo, la segunda etapa del procedimiento en dos etapas de Engle y Granger (1987) requiere obtener la relación a corto plazo del ECM. Para ello, es requisito previo seleccionar el número óptimo p de retardos en los incrementos de variables retardadas de (4.4), es decir, $\{\sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta y_{t-i} + \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=1}^p \lambda_{j,i} \Delta x_{j,t-i}\}$. Se procede probando distintos retardos y se selecciona aquél que minimice el criterio de información de Schwarz. De esta forma, ya se habría obtenido la ecuación del ECM como en (4.4).

El ECM y la cointegración corrigen la estacionariedad de la relación a largo plazo entre las variables seleccionadas. Para que el ECM corrija también la posible estacionalidad latente en los datos, se incluyen tres variables *dummies* estacionales ($D_{i,t} = 1 \Leftrightarrow$ trimestre i , $D_{i,t} = 0 \Leftrightarrow$ resto), más una constante para el trimestre omitido.

Puesto que nuestro objetivo principal es predecir la variación en varios trimestres hacia adelante del PIB a precios constantes, es fundamental que el retardo más próximo esté en $t - h$, ya que en cualquier otro caso no se podrá predecir a un horizonte $t + h$ con $h = \{1,2,3,4\}$ los trimestres.

El ECM finalmente evaluado será el siguiente

$$\Delta y_t = \alpha_0 + D_{1,t}\alpha_1 + D_{2,t}\alpha_2 + D_{3,t}\alpha_3 + \sum_{i=0}^{p-1} \gamma_i \Delta y_{t-h-i} + \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=0}^{p-1} \lambda_{j,i} \Delta x_{j,t-h-i} + \rho_0 z_{t-h} + \varepsilon_t \quad (4.6)$$

donde si alguna *dummie* o la constante no es significativa con el estadístico t de significación individual, entonces se eliminarán todas las *dummies* y la constante, ya que, en ese caso, el ECM corrige la estacionalidad latente en los datos.

Una vez definido el modelo ECM en (4.6), éste debe ser reducido de modo óptimo, de forma que se eliminen del mismo todos los retardos no significativos. Para ello, se ha desarrollado un segundo algoritmo GASIC que definiremos como $GASIC_{ECM}$ a través del cual se buscará dicha reducción óptima, donde sus cromosomas están formados por las variables retardadas del ECM expuesto en (4.6), es decir, Δy_{t-h-i} y $\Delta x_{j,t-h-i}$ para $i = 0, 1, \dots, p-1$, y siendo p el retardo óptimo según el criterio de información de Schwarz. La variable endógena de $GASIC_{ECM}$ será la primera diferencia en la variación en $h = \{1, 2, 3, 4\}$ trimestres del PIB a precios constantes (Δy_t), y las exógenas serán las *dummies* estacionales ($D_{1,t}, D_{2,t}, D_{3,t}$) más la constante, el cromosoma de las variables en diferencias retardadas seleccionadas con el $GASIC_{ECM}$ ($\Delta y_{t-h-i}, \Delta x_{j,t-h-i}$) y los errores de la relación a largo plazo (z_{t-h}), diferenciándose los modelos entre sí sólo en los retardos seleccionados por $GASIC_{ECM}$ ($\Delta y_{t-h-i}, \Delta x_{j,t-h-i}$). Por tanto, la función objetivo para $GASIC_{ECM}$ es la siguiente,

$$\text{Min}_{\substack{\Delta y_{t-h-i} \\ \Delta x_{j,t-h-i}}} \left[KED_j \left(\log \left(\frac{[Y - \hat{\beta}X]' \cdot [Y - \hat{\beta}X]}{N} \right) + 2 \left(\frac{k}{N} \right) \log(N) \right) + (1 - KED_j)(1000) \right]$$

donde KED_j es una variable binaria igual a 1 cuando el cromosoma j acepta la relación de cointegración con el contraste KED y 0 cuando la rechaza, N es la longitud de las series, k es el número de variables en la ecuación de la relación, en este caso, a corto plazo de la segunda etapa de Engle y Granger (1987), Y es la variable endógena del ECM, X es una matriz con las variables exógenas del ECM y $\hat{\beta}$ son los parámetros del ECM estimados por MCO.

En resumen, la función objetivo de $GASIC_{ECM}$ se construye de forma que, si no se acepta la relación de cointegración con el contraste KED ($KED_j = 0$), el cromosoma es penalizado por 1000¹³, y en cambio, si se acepta la relación de cointegración ($KED_j = 1$), se aplica el criterio de información de Schwarz.

Para resolver los posibles problemas de autocorrelación y heterocedasticidad en los residuos, se han aplicado las correcciones de Newey-West (Newey y West, 1987) en las dos etapas del procedimiento de Engle y Granger (1987).

¹³ El valor de la penalización igual a 1000 ha sido también seleccionado arbitrariamente con el único objetivo de penalizar, en exceso, a la combinación de retardos en las variables del ECM que no acepten la relación de cointegración con el contraste KED.

En síntesis, los pasos a seguir en el procedimiento en dos etapas de Engle y Granger (1987) con los algoritmos GASIC son los siguientes:

1. Aplicar el GASIC en la primera etapa del procedimiento de Engle y Granger usando todas las variables que sean $I(1)$, y penalizando aquellos cromosomas que no aceptan la existencia de una relación de cointegración con el contraste CRADF.
2. Una vez seleccionado el modelo óptimo, buscar el retardo óptimo p del ECM usando para ello el criterio de información de Schwarz. En la búsqueda de dicho retardo óptimo sólo se tendrá en cuenta el siguiente modelo, es decir, sólo se usan las variables retardadas.

$$\Delta y_t = \alpha_0 + \sum_{i=0}^{p-1} \gamma_i \Delta y_{t-h-i} + \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=0}^{p-1} \lambda_{j,i} \Delta x_{j,t-h-i} + \varepsilon_t$$

3. Finalmente, obtener la reducción óptima del modelo ECM con el $GASIC_{ECM}$, donde se penalizarán aquellos modelos que no acepten la existencia de una relación de cointegración con el contraste KED. En este punto, se aplica el ECM de (4.6) eliminándose las *dummies* estacionales, si alguna de ellas no es significativa estadísticamente.

Por tanto, para que se concluya que existe una relación de cointegración en el procedimiento en dos etapas de Engle y Granger (1987) usando los algoritmos GASIC, las variables óptimas deben rechazar, a la vez, las hipótesis nulas de no cointegración de los contrastes CRADF y KED. En caso contrario, no existiría una relación de cointegración.

4.5. Resultados empíricos.

Como ya se ha comentado, no se puede utilizar la pendiente de la Deuda Pública [$I(0)$] para que sea regresada frente a la variación en varios trimestres del PIB a precios constantes [$I(1)$], sin violar la teoría de la cointegración. Aún así, existe evidencia de que la pendiente de la Deuda Pública, medida ésta como la diferencia entre un tipo de interés a corto plazo (normalmente el tipo de interés a tres meses) y un tipo de interés a largo plazo (normalmente el tipo de interés a diez años), es el mejor predictor de la variación en $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres hacia adelante del PIB a precios constantes (Harvey, 1997; Haubrich y Dombrosky, 1996; Plosser y Rouwenhorst, 1994; Dueker, 1997; y Estrella y Mishkin, 1997, entre otros). Para salvar tal problema, hemos decidido utilizar en lugar de la pendiente de la Deuda Pública los tipos de interés que la componen. Concretamente, haremos uso del tipo de interés de la Deuda Pública a corto plazo (a tres meses) y a largo plazo (a diez años) como una variable tipo pendiente a la que llamaremos variable *proxy* de la pendiente. Al ser ambos tipos $I(1)$, es posible continuar con el proceso de cointegración sin violar su teoría. Igualmente, vamos a emplear una variable tipo curvatura a la que llamaremos variable *proxy* de la curvatura. Esta última consiste en trabajar con el tipo de interés a corto (tres meses), a medio (dos años) y a largo plazo (diez años)¹⁴, siendo todos ellos $I(1)$. Así, es posible emplear dicha *proxy* de la curvatura en el procedimiento en dos etapas de Engle y Granger.

Con el fin de evaluar la bondad de las predicciones, hemos dividido las series en un periodo de entrenamiento, que corresponde al intervalo de tiempo comprendido entre el primer trimestre de 1988 y el cuarto trimestre de 2002, sobre el que se ajustan los modelos, y un periodo de predicción, que corresponde al primer trimestre de 2003 y el tercer trimestre de 2009, sobre el que se predice la variación en varios trimestres h del PIB. A continuación, se muestra el modelo óptimo escogido por GASIC para cada una de las variaciones en $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres del PIB a precios constantes sobre el periodo de entrenamiento.

¹⁴ Diebold, Rudebusch y Aruoba (2006) observan que se puede crear una variable empírica de la curvatura de la ETTI usando una combinación de los tipos de interés a tres meses, dos años y diez años, siendo esta variable altamente correlacionada con el parámetro que representa la curvatura en el modelo de Nelson y Siegel (1987).

4.5.1. Resultados del algoritmo GASIC.

En primer lugar, en la siguiente Tabla 4.5 se ofrecen las variables que seleccionó GASIC para la variación del PIB a precios constantes con un horizonte temporal de $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres. La aparición de “1” significa que la variable ha sido seleccionada por GASIC, mientras que “0” significa que no ha sido seleccionada.

Como se comentó anteriormente, el algoritmo GASIC tiende a producir modelos parsimoniosos con escaso número de variables. Un resultado interesante que se puede extraer de la Tabla 4.5 es que para los horizontes superiores a un trimestre ($h > 1$), GASIC sólo selecciona variables macroeconómicas e indicadores económicos, mostrando la superioridad de éstos para ajustar muestralmente sobre el periodo de entrenamiento la variación del PIB a precios constantes. Por otra parte, GASIC selecciona el mayor número de variables en la variación trimestral ($h = 1$). En cambio, en la variación anual ($h = 4$), la única variable seleccionada es la del indicador de clima económico de España¹⁵.

A continuación, se va a analizar el ajuste muestral sobre el periodo de entrenamiento para cada variación del PIB con un horizonte de $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres.

¹⁵ El indicador de clima económico de España se obtiene como media de cuatro variables: indicador de confianza en la industria, idem en la construcción, idem de los consumidores e índice de cotización de acciones. A su vez los indicadores de confianza se obtiene como saldos de las respuestas cualitativas, positivas o negativas relativas a distintas variables (situación y tendencias).

Variables seleccionadas por GASIC para cada variación h del PIB a precios constantes					
Series	Nº	GASIC $h = 1$	GASIC $h = 2$	GASIC $h = 3$	GASIC $h = 4$
Variación PIB, en $h = \{1, 2, 3, 4\}$	1	1	1	1	1
Tipos a tres meses España	2	0	0	0	0
Nivel ETTI España	3	0	0	0	0
Tipos a tres meses EEUU	4	0	0	0	0
Nivel ETTI EEUU	5	0	0	0	0
Pendiente ETTI EEUU (3m-10a)	6	0	0	0	0
Tipos a tres meses Europa	7	0	0	0	0
Nivel ETTI Europa	8	1	0	0	0
Tipos a dos años España	9	0	0	0	0
Tipos a tres años España	10	0	0	0	0
Tipos a cinco años España	11	0	0	0	0
Tipos a diez años España	12	0	0	0	0
Tipos a dos años EEUU	13	1	0	0	0
Tipos a tres años EEUU	14	0	0	0	0
Tipos a cinco años EEUU	15	0	0	0	0
Tipos a dos años Europa	16	0	0	0	0
Tipos a tres años Europa	17	1	0	0	0
Tipos a cinco años Europa	18	0	0	0	0
Tipos a diez años Europa	19	0	0	0	0
Matriculación de automóviles	20	0	0	1	0
Indicador confianza consumidores	21	0	0	0	0
Exportaciones precios constantes	22	0	0	1	0
Importaciones precios constantes	23	1	0	1	0
Indicador de clima económico España	24	0	1	0	1
Cartera de pedidos total industria manufacturera	25	0	0	0	0
Utilización capacidad productiva industria manufacturera	26	0	0	0	0
Spain, Composite Leading Indicators, trend	27	0	0	0	0
Índice general producción	28	1	1	1	0
Tipo de cambio EUR/USD	29	0	0	0	0
IBEX-35	30	0	0	0	0
Asalariados con contrato temporal	31	0	0	0	0

Tabla 4.5. Variables seleccionadas por el algoritmo GASIC para cada horizonte $h = \{1,2,3,4\}$.

4.5.1.1. Variables que explican la variación trimestral del PIB a precios constantes ($h = 1$):

El algoritmo GASIC selecciona las siguientes variables para explicar la variación del PIB a precios constantes con $h = 1$:

- Nivel ETTI Europa (x_1).
- Tipo a dos años EEUU (x_2).
- Tipo a tres años EUROPA (x_3).
- Importaciones a precios constantes de España (x_4).
- Índice general de producción de España (x_5).

En la siguiente Tabla 4.6, se muestran los resultados de los diferentes contrastes de cointegración utilizados.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-8.4139	-5.3215	-4.6398	-4.2989
[C]	-3.5096	-5.6904	-4.9937	-4.6461
[CT]	-3.0414	-6.0366	-5.3270	-4.9732

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
2.88	0.66

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]*	-5.9869	-5.3724	-4.6710	-4.3223

Tabla 4.6. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{1\}$.

*En el contraste KED sólo mostramos la parte determinística aceptada. En el caso de que no se acepte la cointegración con ninguna parte determinística, entonces mostramos los resultados con [NC] por ser la última parte determinística contrastada.

Tras analizar todos los contrastes en la Tabla 4.6, se puede concluir que este modelo acepta la cointegración con parte determinística sin constante ni tendencia ([NC]). La ecuación que representa la relación a largo plazo entre las variables escogidas por GASIC es,

$$Var_{h=1}PIB_t = -0.0748x_{1,t} + 0.0118x_{2,t} + 0.0674x_{3,t} + 0.1424x_{4,t} - 0.5463x_{5,t}$$

En la siguiente Tabla 4.7, se amplía la información de la ecuación del ajuste a largo plazo con las variables escogidas por GASIC.

GASIC(h = 1)	$x_{1,t}$	$x_{2,t}$	$x_{3,t}$	$x_{4,t}$	$x_{5,t}$
Parámetros	-0.0748	0.0118	0.0674	0.1424	-0.5463
t-test (Newey-West)	(-3.5627)	(4.5796)	(3.3788)	(10.3249)	(-10.3862)
R²	0.3945	-	-	-	-
Criterio de Schwarz	-5.9581	-	-	-	-

Tabla 4.7. Resultado del ajuste de la relación a largo plazo para $h = \{1\}$.

En la Tabla 4.7, se observa como las variables que tienen un efecto positivo en la variación trimestral del PIB son:

- Tipo a dos años EEUU (x_2).
- Tipo a tres años Europa (x_3).
- Importaciones a precios constantes de España (x_4).

Por el contrario, las variables que tienen un efecto negativo son:

- Nivel ETTI Europa (x_1).
- Índice general de producción de España¹⁶ (x_5).

El número de retardos óptimos del ECM antes de aplicarle la reducción óptima fue obtenido a través del criterio de información de Schwarz, siendo éste de seis retardos.

A continuación, se muestra la ecuación resultante tras aplicar la reducción óptima con $GASIC_{ECM}$ al ECM.

$$\begin{aligned} \Delta Var_{h=1}PIB_t = & 0.3571\Delta Var_{h=1}PIB_{t-4} - 0.1449\Delta x_{4,t-5} + 0.1955\Delta x_{4,t-6} \\ & - 0.1783\Delta x_{5,t-4} - 0.6475z_{t-1} \end{aligned}$$

¹⁶ El signo negativo de la variable índice general de producción de España en las regresiones de largo plazo explicativas del PIB podría interpretarse como evidencia del cada vez menor peso del sector industrial en la producción agregada. Por su parte, el signo negativo en las relaciones de corto plazo (ECM) de la diferencia logarítmica del índice general de producción en las ecuaciones explicativas de la diferencia logarítmica del PIB estarían recogiendo la cada vez menor contribución del sector industrial al crecimiento real total.

Finalmente, en la Tabla 4.8 se amplía la información de la ecuación anterior.

$GASIC_{ECM}(h = 1)$	$\Delta Var_h PIB_{t-4}$	$\Delta x_{4,t-5}$	$\Delta x_{4,t-6}$	$\Delta x_{5,t-4}$	z_{t-1}
Parámetros	0.3571	-0.1449	0.1955	-0.1783	-0.6475
t-test (Newey-West)	(3.1235)	(-3.3455)	(4.1624)	(-2.7920)	(-5.9869)
R²	0.9576	-	-	-	-
Criterio de Schwarz	-7.2515	-	-	-	-
Retardo óptimo	6	-	-	-	-
Jarque-Bera/Hipótesis	0.6662	H=0	-	-	-
ARCH/Hipótesis	3.5851	H=0	-	-	-

Tabla 4.8. Resultado del ajuste de la relación a corto plazo para $h = \{1\}$.

En la Tabla 4.8, se muestran los parámetros, y sus correspondientes estadísticos t corregidos por Newey-West, de la ecuación del ECM óptima. Si se analizan dichos resultados se puede observar como las variables en diferencias retardadas que tienen un efecto positivo en la diferencia de la variación del PIB trimestral son la propia variable endógena retardada ($\Delta Var_{h=1} PIB_{t-4}$) y las importaciones a precios constantes de España en seis retardos ($\Delta x_{4,t-6}$). En cambio, las importaciones a precios constantes de España en cinco retardos ($\Delta x_{4,t-5}$) y el índice general de producción de España ($\Delta x_{5,t-4}$) en cuatro retardos tienen un efecto negativo, siendo todas ellas estadísticamente significativas. Por otro lado, el signo del parámetro que acompaña a los errores de la relación a largo plazo está en consonancia con lo que se esperaría teóricamente, es decir, su signo es negativo (ver Uriel y Peiró, 2000). Asimismo, el valor estimado sugiere que cada trimestre se realiza la corrección de un 64% del desequilibrio respecto a la relación de largo plazo.

Como puede observarse al no incluir ninguna *dummy* estacional, el ECM corrige la estacionalidad. Finalmente, la Tabla 4.8. también recoge información del ajuste de la ecuación como puede ser el R^2 (0.9576) y el criterio de información de Schwarz (-7.2515). Además, se ofrecen los contrastes de normalidad (Jarque-Bera) y heterocedasticidad condicional de segundo orden (ARCH), pudiéndose afirmar que los residuos se comportan bien, es decir, los residuos son normales (Jarque-Bera) y no presentan problemas de heterocedasticidad condicional (ARCH).

4.5.1.2. Variables que explican la variación semestral del PIB a precios constantes ($h = 2$):

El algoritmo GASIC selecciona las siguientes variables para explicar la variación del PIB a precios constantes con $h = 2$:

- Indicador de clima económico España (x_1).
- Índice general de producción de España (x_2).

En la Tabla 4.9 se muestran los resultados de los diferentes contrastes de cointegración utilizados.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-25.0833	-4.0359	-3.3884	-3.0633
[C]	-2.7404	-4.5434	-3.8859	-3.5565
[CT]	-2.5944	-4.9892	-4.3222	-3.9886

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
1.95	0.45

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-15.4197	-4.0487	-3.3951	-3.0677

Tabla 4.9. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{2\}$.

De nuevo, tras analizar todos los contrastes de cointegración en la Tabla 4.9., concluimos que este modelo acepta la cointegración con una parte determinística sin constante ni tendencia ([NC]). Concretamente, la ecuación que representa la relación a largo plazo entre las variables seleccionadas por el algoritmo GASIC y la variación semestral del PIB ($Var_{h=2}PIB_t$) es la siguiente,

$$Var_{h=2}PIB_t = 0.0010x_{1,t} - 0.0205x_{2,t}$$

En la Tabla 4.10, se amplía la información de la ecuación anterior, que representa la relación a largo plazo.

$GASIC(h = 2)$	$x_{1,t}$	$x_{2,t}$
Parámetros	0.0010	-0.0205
t-test (Newey-West)	(4.2733)	(-3.6687)
R²	0.0865	-
Criterio de Schwarz	-10.9451	-

Tabla 4.10. Resultado del ajuste de la relación a largo plazo para $h = \{2\}$.

En la Tabla 4.10, se observa que la variable indicador de clima económico de España tiene un efecto positivo en la variación semestral del PIB. En cambio, el índice general de producción industrial de España tiene un efecto negativo.

El número de retardos óptimos del ECM antes de aplicarle la reducción óptima fue de dos retardos¹⁷. Finalmente, la ecuación resultante tras aplicar la reducción óptima al ECM es la siguiente,

$$\Delta Var_{h=2} PIB_t = 0.7254 \Delta Var_{h=2} PIB_{t-3} - 1.6312 z_{t-2}$$

En la siguiente Tabla 4.11 se amplía la información de la ecuación del ECM óptima.

$GASIC_{ECM}(h = 2)$	$\Delta Var_h PIB_{t-3}$	z_{t-2}
Parámetros	0.7254	-1.6312
t-test (Newey-West)	(7.2962)	(-15.4197)
R²	0.7614	-
Criterio de Schwarz	-11.5926	-
Retardo óptimo	2	-
Jarque-Bera/Hipótesis	0.5593	H=0
ARCH/Hipótesis	7.9389	H=0

Tabla 4.11. Resultado del ajuste de la relación a corto plazo para $h = \{2\}$.

¹⁷ Nótese que al número óptimo de retardos del ECM hay que añadirle un número de retardos igual a h , dado que, si se pretende predecir, el retardo más próximo en el ECM debe ser igual a $t - h$, ver apartado 4.4.2. Por ejemplo, si el número de retardos óptimos del ECM es de dos retardos, estos serían el retardo $t - h$ y $t - h - 1$.

En la Tabla 4.11, se recoge la información de los parámetros y el estadístico t corregidos por Newey-West de la ecuación del ECM óptima. En esta ecuación, la única variable en diferencias retardadas que tiene un efecto significativo sobre la diferencia de la variación del PIB semestral es la propia variable endógena retardada en tres periodos ($\Delta Var_{h=2} PIB_{t-3}$). Una vez más, el signo del parámetro que acompaña a los errores de la relación a largo plazo es el correcto, es decir, negativo. Sorprendentemente, el valor estimado para el ECM es superior a la unidad, lo que implica una sobre-reacción en la corrección semestral del desequilibrio respecto a la relación de largo plazo (163%).

Como se observa al no incluir ninguna *dummy* estacional, el ECM corrige la estacionalidad. Finalmente, en la Tabla 4.11 también mostramos el R^2 (0.7614) y el criterio de información de Schwarz (-11.5926). Además, se ofrecen los contrastes de normalidad (Jarque-Bera) y heterocedasticidad condicional de segundo orden (ARCH). De nuevo, se puede afirmar que los residuos se comportan bien.

4.5.1.3. Variables que explican la variación en tres trimestres del PIB a precios constantes ($h = 3$):

El algoritmo GASIC encuentra una relación de cointegración en la variación en tres trimestres del PIB a precios constantes ($h = 3$) aplicando el contraste de cointegración CRADF, con una parte determinística que consta de constante y tendencia [CT]. Sin embargo, esta relación no es confirmada por el contraste de cointegración KED en la segunda etapa del procedimiento de Engle y Granger. Por tanto, en función de los resultados de la Tabla 4.12, podemos afirmar que no existe relación de cointegración¹⁸.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-1.8210	-4.9378	-4.2690	-3.9339
[C]	-1.8667	-5.3343	-4.6531	-4.3118
[CT]	-5.6485	-5.7060	-5.0107	-4.6636

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
2.25	0.66

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[CT]	-1.9499	-5.7789	-5.0570	-4.6993

Tabla 4.12. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{3\}$.

¹⁸ Aunque se pueda buscar otra relación de cointegración diferente a la que nos selecciona GASIC, en tal caso, estaríamos rompiendo con el criterio de búsqueda que se ha decidido utilizar y con el equilibrio en la búsqueda de los modelos óptimos entre los diferentes $h = \{1, 2, 3, 4\}$.

4.5.1.4. Variables que explican la variación anual del PIB a precios constantes ($h = 4$):

El algoritmo GASIC selecciona sólo la siguiente variable para explicar la variación anual del PIB a precios constantes ($h = 4$):

- Indicador de clima económico España (x_1).

En la siguiente Tabla 4.13 se muestran los resultados de los diferentes contrastes de cointegración utilizados.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-2.7628	-3.4526	-2.8101	-2.4861
[C]	-4.7398	-4.0854	-3.4399	-3.1160
[CT]	-5.6073	-4.5959	-3.9426	-3.6164

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
2.10	0.39

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[CT]	-4.2799	-4.6517	-3.9757	-3.6409

Tabla 4.13. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{4\}$.

En la Tabla 4.13 se acepta la cointegración en todos los contrastes con una parte determinística que incluye constante y tendencia ([CT]). En este caso, la ecuación que representa la relación a largo plazo entre las variables seleccionadas por GASIC y la variación anual del PIB ($Var_{h=4}PIB_t$) es la siguiente,

$$Var_{h=4}PIB_t = -0.1365 - 0.0003t + 0.0018x_{1,t}$$

En la Tabla 4.14., se amplían los resultados del ajuste de la ecuación anterior.

$GASIC(h = 4)$	$x_{1,t}$	Tendencia	Constante
Parámetros	0.0018	-0.0003	-0.1365
t-test (Newey-West)	(11.7174)	(-3.8717)	(-9.2702)
R^2	0.6648	-	-
Criterio de Schwarz	-12.6242	-	-

Tabla 4.14. Resultado del ajuste de la relación a largo plazo para $h = \{4\}$.

En la Tabla 4.14, se observa cómo la variable indicador de clima económico España tiene un efecto positivo en la variación anual del PIB. Además, la tendencia determinística es ligeramente negativa (siendo ésta muy próxima a cero) y la constante es ampliamente negativa. Dicha relación explica la variabilidad de la varianza a largo plazo en un 66.48%.

El número de retardos óptimos del ECM antes de aplicarle la reducción óptima fue de seis retardos, siendo la ecuación resultante tras aplicar la reducción óptima al ECM la siguiente,

$$\Delta Var_{h=4} PIB_t = 0.3372 \Delta Var_{h=4} PIB_{t-7} - 0.0013 \Delta x_{1,t-5} - 0.0013 \Delta x_{1,t-9} - 0.4865 z_{t-4}$$

En la Tabla 4.15, se amplía la información de la ecuación del ECM óptima.

$GASIC_{ECM}(h = 4)$	$\Delta Var_h PIB_{t-7}$	$\Delta x_{1,t-5}$	$\Delta x_{1,t-9}$	z_{t-4}
Parámetros	0.3372	-0.0013	-0.0013	-0.4865
t-test (Newey-West)	(2.6568)	(-2.0489)	(-1.7523)	(-4.2799)
R^2	0.1847	-	-	-
Criterio de Schwarz	-11.4943	-	-	-
Retardo óptimo	6	-	-	-
Jarque-Bera/Hipótesis	2.8700	H=0	-	-
ARCH/Hipótesis	7.9840	H=0	-	-

Tabla 4.15. Resultado del ajuste de la relación a corto plazo para $h = \{4\}$.

En la Tabla 4.15, se muestra la información de los parámetros y el estadístico t corregidos por Newey-West de la ecuación del ECM óptima. Con respecto a los coeficientes del ECM, se puede observar como la propia variable endógena retardada ($\Delta Var_{h=4} PIB_{t-7}$) tiene un efecto positivo en la diferencia de la variación del PIB anual, mientras que las dos variables retardadas significativas de la variable indicador de clima económico España ($\Delta x_{1,t-5}$ y $\Delta x_{1,t-9}$) tienen efectos negativos sobre dicha variable. De nuevo, el signo del parámetro que acompaña a los errores de la relación a largo plazo es el correcto, es decir, negativo. Del valor estimado para el ECM se deduce que cada año se realiza la corrección de un 49% del desequilibrio respecto a la relación de largo plazo.

Como puede observarse al no incluir ninguna dummy estacional, el ECM corrige la estacionalidad. Finalmente, en la Tabla 4.15 mostramos el R^2 (0.1847) y el criterio de información de Schwarz (-11.4943). Una vez más, se ofrecen los contrastes de normalidad (Jarque-Bera) y heterocedasticidad condicional de segundo orden (ARCH), pudiéndose afirmar que los residuos se siguen comportando bien.

4.6. Predicción de la variación del PIB con un horizonte temporal de h trimestres.

Ang, Piazzesi y Wei (2006) afirman que el tipo de interés a corto plazo tiene más poder predictivo sobre la variación del PIB que cualquier término de *spread*. Puesto que el objetivo principal de este capítulo es analizar cuál es el mejor predictor de la variación del PIB en $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres, en este apartado, se pretende comprobar si realmente el tipo de interés a corto plazo (tipo de interés a tres meses) tiene más poder predictivo que los diferentes componentes de la ETTI, es decir, el nivel, la pendiente y la curvatura de la ETTI de España.

Dado que la serie que caracteriza al nivel de la ETTI de España es integrada de orden uno $[I(1)]$, no habrá problemas si se aplica la cointegración a la relación entre la variación del PIB en varios horizontes h y el nivel de la ETTI. Por el contrario, tanto la serie que caracteriza a la pendiente como a la curvatura de la ETTI de España son estacionarias $[I(0)]$. En consecuencia, no se puede aplicar la cointegración con dichas series.

Puesto que todas las series de tipos de interés de España son integradas de orden uno $[I(1)]$, hemos decidido emplear unas variables tipo pendiente y tipo curvatura como variables *proxy* de las mismas, es decir, empleamos como *proxy* de la pendiente los tipos de interés a tres meses y a diez años, y como *proxy* de la curvatura una combinación de los tipos de interés a tres meses, a dos años y a diez años¹⁹. Para que ambas combinaciones de tipos de interés sean consideradas como variables *proxy* de la pendiente y de la curvatura, éstas deben tener los signos correctos. Así, para la pendiente el signo del parámetro que acompaña al tipo de interés a tres meses debe ser diferente al signo del mismo para el tipo de interés a diez años, y para la curvatura el signo del parámetro que acompaña al tipo a dos años debe ser diferente a los signos de los mismos para los tipos de interés a tres meses y a diez años.

¹⁹ En el Anexo E, se muestran los resultados del procedimiento en dos etapas de Engle y Granger con los modelos del tipo de interés a corto plazo, el nivel, y las variables *proxy* de la pendiente y de la curvatura de la Deuda Pública española.

En las Tablas E.III.5 y E.IV.5 del Anexo E aparecen los valores de los parámetros de la relación a largo plazo para las variables *proxy* de la pendiente y de la curvatura, respectivamente. En ellas, se observa como la *proxy* de la pendiente cumple con los signos requeridos en todos los horizontes donde existe relación de cointegración, y lo propio ocurre con la *proxy* de la curvatura, excepto para el horizonte de tres trimestres ($h = 3$), donde los signos no cumplen lo requerido. Si se atiende a sus signos, podríamos considerarla como otra variable tipo pendiente, ya que el parámetro que acompaña al tipo de interés a corto plazo es negativo, el que acompaña al tipo de interés a largo plazo es positivo y el parámetro del tipo de interés a medio plazo es prácticamente cero.

Como es usual, para predecir en el ECM hay que sumar los incrementos predichos iterativamente por éste al dato real observado en t , $Var_h PIB_t$, representando t el periodo que transcurre entre el último trimestre del periodo de entrenamiento (cuarto trimestre de 2002) y $T - h$, siendo T el último trimestre de la muestra (tercer trimestre de 2009). De tal forma tenemos,

$$Var_h \widehat{PIB}_{t+h} = \Delta Var_h \widehat{PIB}_{t+h}^{ECM} + Var_h PIB_t \quad \Leftrightarrow h = 1$$

$$Var_h \widehat{PIB}_{t+h} = \Delta Var_h \widehat{PIB}_{t+h}^{ECM} + \dots + \Delta Var_h \widehat{PIB}_{t+h-i}^{ECM} + \\ + \dots + \Delta Var_h \widehat{PIB}_{t+1}^{ECM} + Var_h PIB_t \quad \Leftrightarrow h > 1$$

siendo $\Delta Var_h \widehat{PIB}_{t+h-i}^{ECM}$ la predicción del ECM sobre la diferencia de la variación del PIB a precios constantes en $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres para el instante $t + h - i$ ²⁰.

Finalmente, se va a estudiar la bondad predictiva sobre la variación del PIB con modelos que no hacen uso de la teoría de la cointegración. Para ello, hemos realizado las predicciones sobre la variación del PIB en $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres por las variables latentes de la ETTI (nivel, pendiente y curvatura), la propia variación del PIB retardada, las predicciones realizadas por los *Composite Leading Indicators* extraídos de la base de datos Ecowin y el indicador compuesto avanzado de España de la página del Ministerio de Economía, donde no se va a en cuenta el orden de integración de todas estas últimas

²⁰ Nótese que el ECM se va ajustando usando una ventana recursiva. Por ejemplo, para predecir el trimestre $t + h$ con $h = \{1,2,3,4\}$, el ECM usa la información desde el primer trimestre de la muestra (primer trimestre de 1988) hasta el trimestre t , siendo éste el último trimestre del periodo de entrenamiento (cuarto trimestre de 2002); para predecir el trimestre $t + h + 1$, usa la información desde el primer trimestre hasta el trimestre $t + 1$ (primer trimestre de 2003); en general para predecir el trimestre $t + h + i$ con $i = 0, 1, 2, \dots$, el ECM usa la información desde el primer trimestre hasta el trimestre $t + i$.

variables; Harvey (1989, 1997) ha sugerido este tipo de modelos en la predicción de la variación del PIB en varios trimestres.

El modelo que se ajustará recursivamente²¹, para luego predecir la variación del PIB con las variables latentes, la variación del PIB retardada y los índices compuestos, es el siguiente:

$$Var_h PIB_t = \alpha + \sum_{i=1}^M \beta_i x_{i,t-h} + \varepsilon_t \quad (4.7)$$

donde α y β_i son los parámetros a estimar por mínimos cuadrados ordinarios, $Var_h PIB_t$ representa la variación en $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres del PIB, $x_{i,t-h}$ las variables utilizadas y ε_t es un término de error. Después de ajustar cada modelo recursivamente, se hace uso de las variables $x_{i,t}$, representando t el periodo que transcurre entre el último trimestre del periodo de entrenamiento (cuarto trimestre de 2002) y $T - h$, siendo T el último trimestre de la muestra (tercer trimestre de 2009), para así, obtener el valor predicho $\widehat{Var}_h PIB_{t+h}$.

A continuación, se muestran los resultados de la predicción de la variación en $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres hacia adelante del PIB a precios constantes de España para el periodo de predicción formado entre el primer trimestre del 2003 y tercer trimestre del 2009²². En la Tabla 4.16, aparece la media de la diferencia entre la variación del PIB predicho menos la variación del PIB real, la desviación típica de dicha diferencia, la correlación, la raíz del error cuadrático medio (RMSE) y el error absoluto medio (MAE). Mediante dichos estadísticos se compara la bondad predictiva de los modelos ECM usando el tipo de interés a corto plazo, el nivel, la variable *proxy* de la pendiente, la variable *proxy* de la curvatura de la ETTI²³ y los modelos óptimos escogidos por GASIC²⁴. En la Tabla 4.17, se muestra, además, la RSME de todas las combinaciones de las variables latentes, la variación del PIB retardada y los índices compuestos.

²¹ En el Anexo C, se muestran los resultados del ajuste de las variables latentes, la variación del PIB retardada y los índices compuestos sobre el periodo de entrenamiento.

²² Téngase en cuenta que se pretende predecir la variación del PIB trimestral al siguiente trimestre ($h=1$), la variación del PIB semestral al siguiente semestre ($h=2$), la variación del PIB en tres trimestres a los siguientes tres trimestres ($h=3$), y finalmente, la variación del PIB anual al siguiente año ($h=4$).

²³ Si no existe información en la Tabla 4.16 sobre la predicción querrá decir que en ese horizonte no existía relación de cointegración, ver Anexo E para comprobarlo.

²⁴ Ver las variables escogidas por GASIC en cada horizonte h entre los apartados 4.5.1.1 y 4.5.1.4.

MODELO	h	Media	Desviación Típica	Correlación	RSME	MAE
TIPO A CORTO PLAZO (BENCHMARK)	1	0.0046	0.0148	0.9615	0.0153	0.0103
	2	0.0031	0.0160	0.7794	0.0160	0.0113
	3	-	-	-	-	-
	4	-	-	-	-	-
NIVEL DE LA ETTIDE ESPAÑA	1	0.0062	0.0143	0.9647	0.0153	0.0105
	2	0.0051	0.0158	0.7901	0.0163	0.0112
	3	0.0054	0.0157	0.9689	0.0163	0.0112
	4	-	-	-	-	-
VARIABLE TIPO PENDIENTE	1	0.0047	0.0148	0.9621	0.0152	0.0103
	2	0.0031	0.0161	0.7756	0.0161	0.0113
	3	-0.0011	0.0142	0.9729	0.0140	0.0105
	4	-	-	-	-	-
VARIABLE TIPO CURVATURA	1	0.0048	0.0112	0.9791	0.0120	0.0083
	2	0.0050	0.0150	0.8160	0.0155	0.0105
	3	-0.0009	0.0142	0.9728	0.0140	0.0105
	4	-	-	-	-	-
VARIABLES ESCOGIDAS POR GASIC	1	0.0092	0.0217	0.9127	0.0232	0.0179
	2	-0.0110	0.0149	0.8138	0.0183	0.0146
	3	-	-	-	-	-
	4	-1.82E-05	0.0218	0.5674	0.0214	0.0154

Tabla 4.16. Resultados de la bondad predictiva de los modelos con las características de la ETTI de la Deuda Pública de España, el tipo a corto plazo (*benchmark*) y los modelos óptimos extraídos por GASIC, concretamente, media de las diferencias entre la variación en un horizonte h del PIB real y el PIB predicho, Desviación Típica de las diferencias Predicho-Real, Correlación Predicho-Real, RSME y MAE para el periodo de predicción.

Nº	Variables x_i	RSME ($h = 1$)	RSME ($h = 2$)	RSME ($h = 3$)	RSME ($h = 4$)
1	Nivel España-Nivel EEUU-Nivel Europa	0.0530	0.0227	0.0572	0.0244
2	Nivel España-Nivel EEUU	0.0529	0.0230	0.0579	0.0273
3	Nivel España-Nivel Europa	0.0532	0.0266	0.0594	0.0288
4	Nivel España	0.0531	0.0267	0.0600	0.0309
5	Pendiente España-Pendiente EEUU-Pendiente Europa	0.0528	0.0232	0.0562	0.0237
6	Pendiente España-Pendiente EEUU	0.0529	0.0256	0.0586	0.0283
7	Pendiente España-Pendiente Europa	0.0527	0.0236	0.0566	0.0234
8	Pendiente España	0.0527	0.0258	0.0587	0.0271
9	Curvatura España-Curvatura EEUU-Curvatura Europa	0.0532	0.0247	0.0587	0.0271
10	Curvatura España-Curvatura EEUU	0.0530	0.0245	0.0585	0.0272
11	Curvatura España-Curvatura Europa	0.0529	0.0266	0.0593	0.0288
12	Curvatura España	0.0528	0.0266	0.0592	0.0286
13	Nivel-Pendiente-Curvatura (España)	0.0534	0.0268	0.0598	0.0295
14	Nivel-Pendiente-Curvatura (España-EEUU-Europa)	0.0557	0.0219	0.0576	0.0234
15	<i>Spain, Composite Leading Indicators, Amplitude Adjusted</i>	0.0526	0.0241	0.0578	0.0287
16	<i>Spain, Composite Leading Indicators, Trend</i>	0.0534	0.0265	0.0602	0.0314
17	<i>Spain, Composite Leading Indicators, Amplitude Adjusted and Trend</i>	0.0534	0.0249	0.0592	0.0311
18	Variación h del PIB en $(t - h)$	0.0249	0.0254	0.0387	0.0266
19	Indicador compuesto avanzado España	0.0526	0.0234	0.0572	0.0277

Tabla 4.17. Resultados del RSME de la predicción entre la variación en un horizonte h del PIB real y el predicho por los modelos con las variables latentes, la variación del PIB retardada y los indicadores compuestos sobre el periodo de predicción, 2003-2009.

Tras analizar las Tablas 4.16 y 4.17, podemos afirmar que la variable *proxy* de la curvatura de la ETTI de España con ECM es el mejor predictor de las variaciones del PIB a precios constantes en todos los horizontes en los que existe una relación de cointegración entre la variación del PIB y aquella. Concretamente, el modelo de cointegración de Engle y Granger que incluye a los tipos de interés a tres meses, a dos años y a diez años de España, predice mejor en los horizontes de $h = \{1,2,3\}$ trimestres, coincidiendo como mejor predictor con la variable *proxy* de la pendiente en la variación del PIB en $h = 3$ ²⁵. Por otro lado, el modelo óptimo con la variable *indicador de clima económico de España* seleccionada por GASIC es el que mejor predice la variación anual ($h = 4$) del PIB a precios constantes. Sin embargo, no existe ninguna variable latente, ni variación del PIB retardada, ni índice compuesto que mejore a las predicciones realizadas por los modelos ECM.

Este resultado es muy interesante, ya que hemos encontrado que una combinación de los tipos de interés a corto, a medio y a largo de la Deuda Pública de España, que es lo que representa la curvatura, es mejor predictor de la variación del PIB a precios constantes en los horizontes $h = \{1,2,3\}$ trimestres que el empleo de sólo el tipo de interés a corto plazo. En cambio, las variables *proxy* de la curvatura y de la pendiente de la ETTI pierden poder predictivo al horizonte anual, puesto que no existe ninguna relación de cointegración entre ellas y la variación anual del PIB.

Este resultado contradice el obtenido por Ang, Piazzesi y Wei (2006) para el caso español. Además, hemos encontrado que la variable *proxy* de la curvatura es mejor predictor del incremento del PIB que la variable *proxy* de la pendiente de la ETTI en el horizonte trimestral ($h = 1$) y semestral ($h = 2$), compartiendo poder predictivo a un horizonte de tres trimestres ($h = 3$). Dado nuestro conocimiento, este resultado es desconocido en la literatura.

²⁵ Los signos de los parámetros que representan a lo que se ha denominado como la *proxy* de la curvatura en la ecuación que caracteriza a la relación a largo plazo entre ésta y la variación del PIB en un horizonte de tres trimestres ($h=3$), no cumplen con lo esperado como para considerarla como tal. Es decir, ésta debe tener signos negativos en los parámetros que acompañan a los tipos de interés a corto y a largo plazo, más un signo positivo en el parámetro que acompaña al tipo de interés a medio plazo (Diebold, Rudebusch y Aruoba, 2006). Por otra parte, dichos signos y los valores de los parámetros son muy similares a los obtenidos en la ecuación que representa la relación a largo plazo con la *proxy* de la pendiente a $h=3$. Por dicha razón ambas *proxies* obtienen el mismo valor del RSME en $h=3$, ver las Tablas E.III.5 y E.IV.5 en el Anexo E, y en la Tabla 4.16.

Nuestra variable *proxy* de la curvatura mejora también a todas las variables latentes²⁶, a la variación del PIB retardada y al índice compuesto. Otro resultado novedoso de nuestro estudio es que hemos realizado un análisis más completo y exhaustivo de la metodología de cointegración para predecir diferentes variaciones del PIB a precios constantes de España.

Por otra parte, nuestros resultados matizan la forma en que deberían actuar las autoridades monetarias sobre los tipos de interés. Así, Fuhrer and Moore (1995) sugirieron que las autoridades monetarias deben enfocar sus actuaciones sobre los tipos de interés a corto plazo. En cambio, nuestros resultados apuntan a que las autoridades monetarias deberían enfocar sus políticas sobre tres zonas diferenciadas. Concretamente, éstas deberían fijar sus miras sobre el tipo de interés a corto (tres meses), el tipo de interés a medio plazo (dos años) y el tipo de interés a largo plazo (diez años), ya que estos tres tipos de interés conjuntamente incorporan más información sobre la evolución económica que sólo el tipo de interés a corto plazo, teniendo presente la dificultad de actuar sobre los tipos de interés a largo plazo en la práctica²⁷. No obstante, estas conclusiones deben tomarse con cautela, ya que durante el período objeto de análisis se registra un importante cambio institucional (el nacimiento del euro en enero de 1999 del que España formó parte como socio fundador), de manera que el Banco de España cedió protagonismo al Banco Central Europeo (BCE), asumiendo este último la responsabilidad de definir la política monetaria en la nueva Unión Económica y Monetaria europea (UEM). En este sentido cabe recordar que las decisiones relativas a la política monetaria única están encaminadas a lograr la estabilidad de precios en la zona euro y deben tomarse de forma que reflejen las condiciones prevalecientes en su totalidad, y no las relativas a áreas regionales o nacionales específicas.

Por último, se representan entre las Figuras 4.1 y 4.4, la predicción de la variación del PIB con los mejores modelos resaltados en la Tabla 4.16 y el dato real para unos horizontes de $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres hacia adelante, respectivamente.

²⁶ Como esta reflejado en la introducción, existe una amplia gama de trabajos que afirman que el mejor predictor de la variación del PIB es la pendiente (o *spread*) de la Deuda Pública, sólo Mönch (2006) había encontrado que un crecimiento inesperado de la curvatura, que no fuera acompañado por cambios simultáneos en el nivel o la pendiente, parecían anunciar descensos económicos.

²⁷ Véase como ejemplo los problemas con la prima de riesgo española en el año 2012.

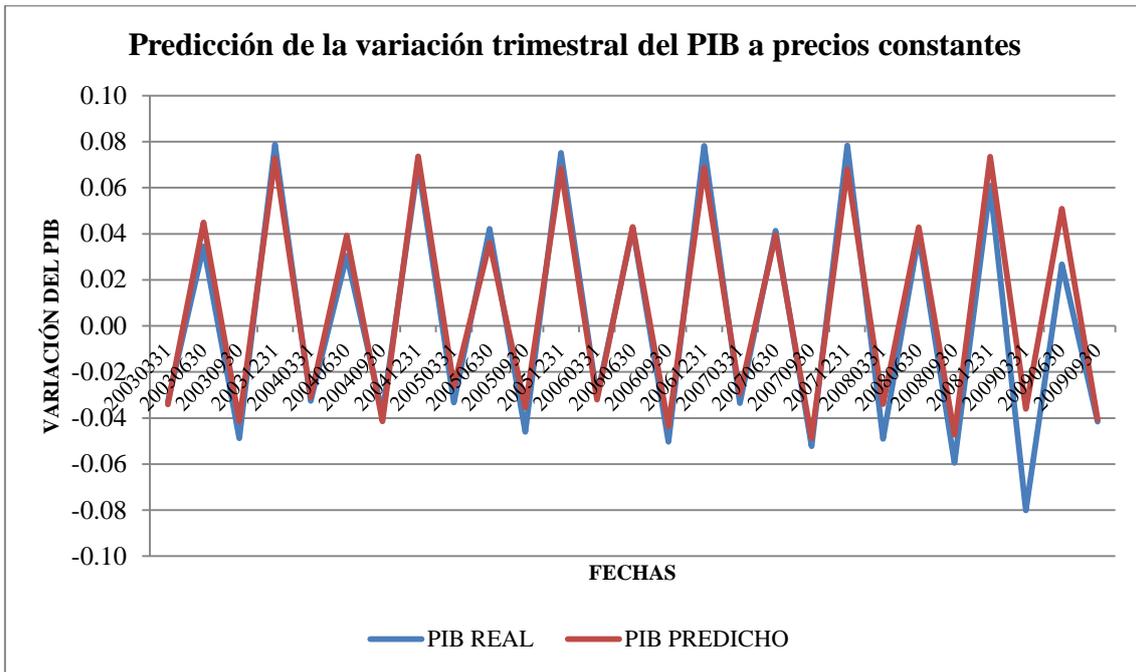


Figura 4.1. Variación trimestral real del PIB a precios constantes de España y la predicción de la variación trimestral del PIB entre el primer trimestre del 2003 y el tercer trimestre del 2009 con el modelo que utiliza la variable *proxy* de la curvatura de la Deuda Pública de España.

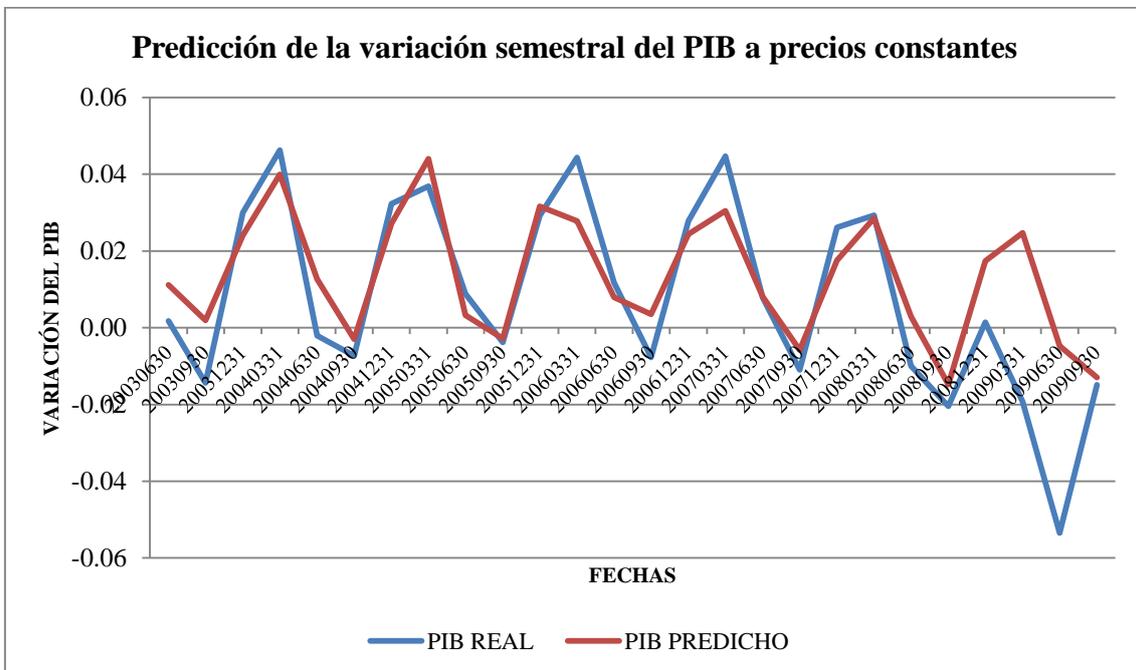


Figura 4.2. Variación semestral real del PIB a precios constantes de España y la predicción de la variación semestral del PIB entre el segundo trimestre del 2003 y el tercer trimestre del 2009 con el modelo que utiliza la variable *proxy* de la curvatura de la Deuda Pública de España.

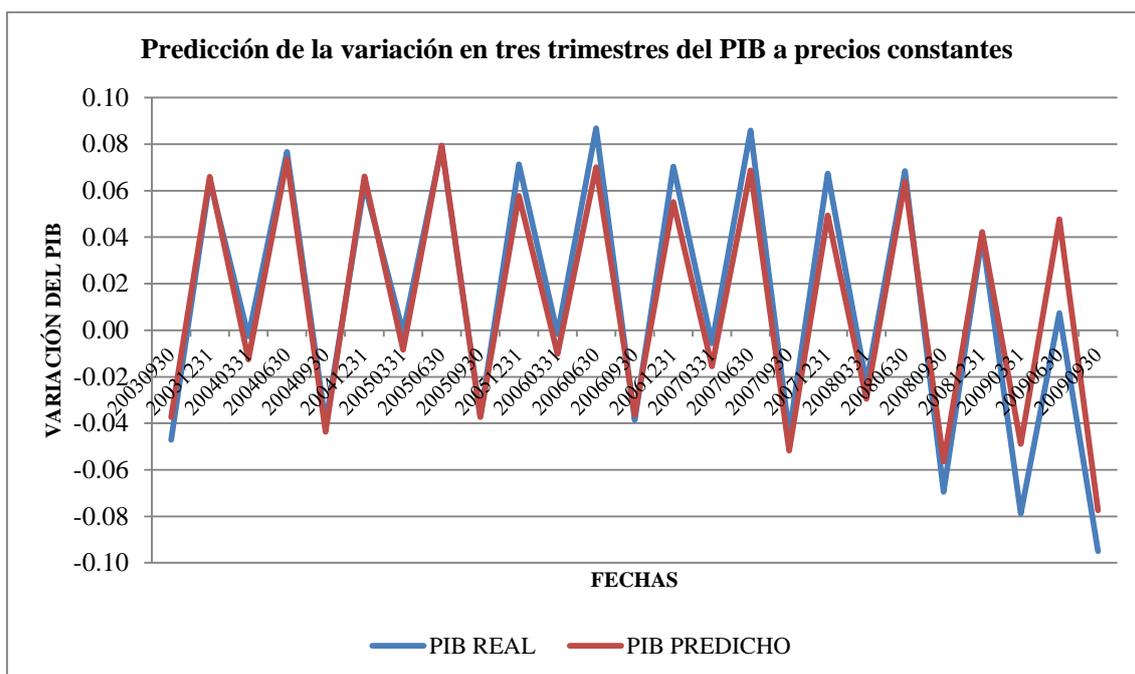


Figura 4.3. Variación en tres trimestres real del PIB a precios constantes de España y la predicción de la variación en tres trimestres del PIB entre el tercer trimestre del 2003 y el tercer trimestre del 2009 con el modelo que utiliza la variable *proxy* de la curvatura de la Deuda Pública de España.

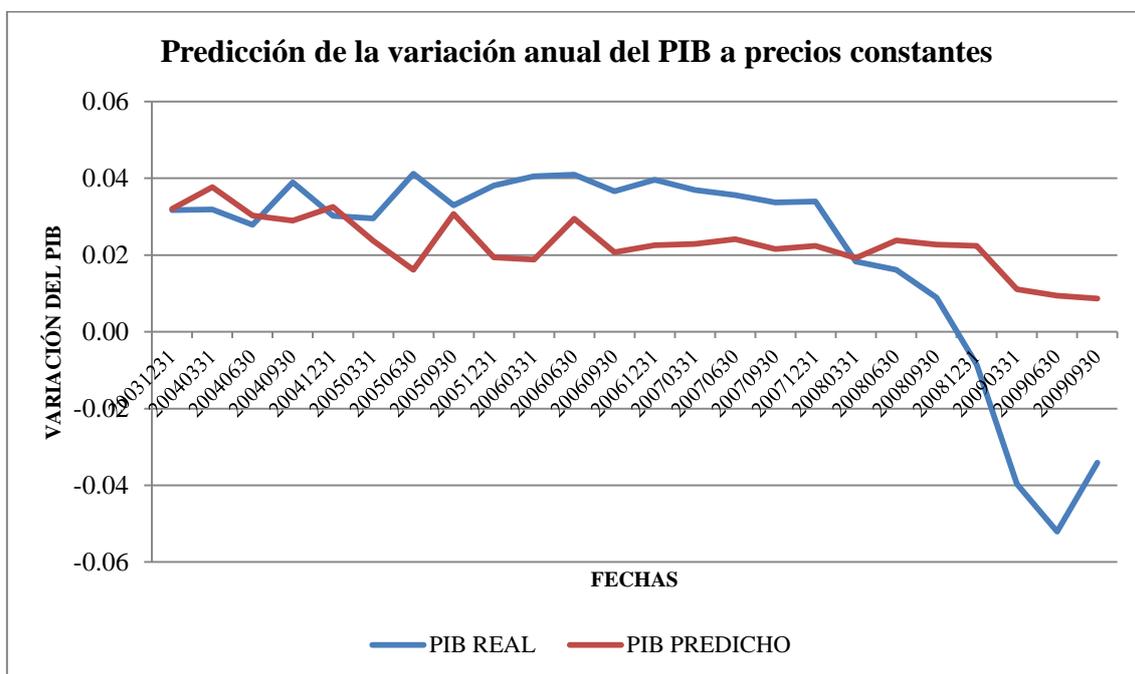


Figura 4.4. Variación anual real del PIB a precios constantes de España y la predicción de la variación anual del PIB entre el cuarto trimestre del 2003 y el tercer trimestre del 2009 con la variable *indicador de clima económico de España*, es decir, el modelo óptimo seleccionado por GASIC en un horizonte $h = 4$.

4.7 Conclusiones.

En este Capítulo IV hemos utilizado la metodología de la cointegración en dos etapas de Engle y Granger (1987) para predecir la variación del PIB a precios constantes de España en el horizonte trimestral, semestral, en tres trimestres y anual. Inicialmente, hemos separado las series en un periodo de entrenamiento formado entre el primer trimestre de 1988 y el cuarto trimestre del 2002, sobre el que ajustamos los modelos, y un periodo de predicción formado entre el primer trimestre de 2003 y el tercer trimestre del 2009, sobre el que predecimos la variación del PIB en varios trimestres.

Con el fin de seleccionar el mejor conjunto de variables explicativas de la variación del PIB, hemos aplicado un algoritmo de selección de modelos llamado GASIC. Para los diferentes modelos potencialmente óptimos aplicamos varios contrastes de cointegración sobre las series integradas de orden uno $[I(1)]$, trabajando finalmente con el modelo óptimo cointegrado seleccionado por GASIC para cada horizonte temporal de $h = \{1,2,3,4\}$ trimestres hacia adelante. Alternativamente, hemos analizado la metodología de Engle y Granger (1987) sobre cuatro modelos que emplean: sólo el tipo de interés a corto plazo (tres meses), que ha sido el *benchmark* considerado; el que tiene como variable explicativa el nivel; aquél únicamente con la variable *proxy* de la pendiente (tipos de interés a tres meses y diez años); y el último que contiene la variable *proxy* de la curvatura (una combinación de los tipos de interés a tres meses, a dos años y a diez años) de la ETTI de España.

En nuestro análisis hemos dispuesto de ambas variables *proxy* porque las series de la pendiente y de la curvatura de la ETTI de España son estacionarias $[I(0)]$. Por tanto, no podrían emplearse en el Mecanismo de Corrección del Error (ECM) sin violar la teoría de la cointegración. Además, comparamos las predicciones de los modelos ECM con otro tipo de modelos predictivos como son varias combinaciones de variables latentes, la variación del PIB retardada y varios índices compuestos, sin tener presente la teoría de la cointegración.

Los resultados presentados en este capítulo señalan que la variable *proxy* de la curvatura de la ETTI de la Deuda Pública de España es el mejor predictor de las variaciones del PIB a precios constantes en todos los horizontes en los que existe una relación de cointegración entre la variación del PIB y los tipos de interés a tres meses, a dos años y a diez años de España. Concretamente, ésta predice mejor en las variaciones de $h = \{1,2,3\}$ trimestres, coincidiendo con la variable *proxy* de la pendiente para $h = 3$. El modelo óptimo con la variable *indicador de clima económico de España* seleccionada por GASIC es el que mejor predice la variación anual ($h = 4$) del PIB a precios constantes. En cambio, las variables *proxy* de la curvatura y de la pendiente de la ETTI pierden poder predictivo en el horizonte anual, debido a que no existe una relación de cointegración entre cada una de esas *proxies* y la variación anual del PIB. Por otro lado, no existe ninguna variable latente, ni variación del PIB retardada, ni índice compuesto que mejore a las predicciones realizadas por los modelos ECM.

Estos resultados señalan, igualmente, que los tipos de interés a corto, a medio y a largo plazo de la Deuda Pública de España son mejores predictores de la variación del PIB a precios constantes que el tipo de interés a corto plazo y que la variable *proxy* de la pendiente de la ETTI. Hasta el momento ningún trabajo que conozcamos de la literatura ha demostrado empíricamente que la curvatura tiene más poder predictivo que la pendiente. Otro resultado novedoso en nuestro estudio es que hemos aplicado un análisis más completo y exhaustivo de la metodología de cointegración.

Los resultados de este capítulo sugieren que las autoridades monetarias deberían enfocar sus políticas sobre el tipo de interés a corto (tres meses), a medio (dos años) y a largo plazo (diez años), ya que estos tres tipos de interés conjuntamente incorporan más información sobre la futura evolución económica que sólo el tipo de interés a corto plazo.

ANEXOS

ANEXO A

CONTRASTES DE RAÍCES UNITARIAS.

Siguiendo a Uriel y Peiró (2000), el estudio de la estacionariedad de las series económicas debe ser el elemento inicial de cualquier análisis empírico sobre las mismas. Puesto que en la realidad el análisis de la estacionariedad en sentido estricto es complejo, en la práctica, se emplean los momentos de primer orden (media) y segundo orden (varianza) para definir la estacionariedad en sentido amplio. En este segundo caso, la media y la varianza permanecen invariantes a lo largo del tiempo. Lamentablemente, la mayoría de las series económicas no satisfacen la propiedad de estacionariedad. Por lo tanto, un investigador debe tener en cuenta dicho problema a la hora de desarrollar sus modelos econométricos. No obstante, una serie no estacionaria puede transformarse en estacionaria simplemente aplicando d diferencias sucesivas, tal como discutieron Box y Jenkins (1970).

En la literatura se han desarrollado varios contrastes estadísticos de raíces unitarias, mediante los cuales es posible contrastar el orden de integración de las series temporales. El contraste más comúnmente usado en la práctica es el contraste de Dickey-Fuller (DF, en adelante), propuesto por Dickey y Fuller (1979). Éstos consideran tres procesos generadores de datos diferentes:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma_0 y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (\text{A.1})$$

$$\Delta y_t = \alpha + \gamma_0 y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (\text{A.2})$$

$$\Delta y_t = \gamma_0 y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (\text{A.3})$$

siendo t y α la tendencia y constante determinística respectivamente. Este test DF contrasta si el proceso que genera los datos es un $AR(1)$ puro, con la parte determinística que se evalúe. En caso contrario, el proceso sigue un camino aleatorio, de forma que la hipótesis nula dice que el proceso es integrado de orden d . Frente a ella, la hipótesis alternativa dice que el proceso es integrado de orden $(d - 1)$.

Formalmente, esto se contrasta con el estadístico t sobre el parámetro γ_0 ,

$$H_0: \gamma_0 = 0 \Leftrightarrow I(d)$$

$$H_1: \gamma_0 < 0 \Leftrightarrow I(d - 1)$$

Bajo la hipótesis nula, este contraste no sigue la distribución t estándar. Por este motivo, Dickey y Fuller (1979) simularon los valores críticos para diferentes tamaños muestrales. Estos autores diferencian los valores críticos para el caso en el que exista constante y tendencia determinística [CT], que se corresponde con la ecuación (A.1), en el caso de que sólo exista constante [C], que se corresponde con la ecuación (A.2), y el caso en el que no exista ni constante, ni tendencia [NC], que se corresponde con la ecuación (A.3). Posteriormente, Mackinnon (1991²⁸, 1994, 1996) amplió los valores críticos para un mayor tamaño muestral²⁹.

En el contraste DF, se ha asumido que el proceso generador de los datos es un $AR(1)$ puro. Por lo que, si las series están correlacionadas en un retardo superior, el uso del DF viola el supuesto de que el término de error ε_t sea ruido blanco. Por todo ello, Dickey y Fuller (1979) argumentaron sus modelos aplicándoles p retardos:

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + \gamma_0 y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (A.4)$$

$$\Delta y_t = \alpha + \gamma_0 y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (A.5)$$

$$\Delta y_t = \gamma_0 y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (A.6)$$

Este contraste se conoce como Dickey-Fuller Aumentado (ADF) y vuelve a contrastar si el proceso que genera los datos es un $AR(p)$ frente a un *camino aleatorio*. Puesto que la distribución del estadístico t es independiente del número de retardos escogidos (p), en el contraste ADF se emplean los mismos valores críticos que para el DF.

Un problema práctico importante se produce en la elección del retardo óptimo p en el contraste ADF. Si elegimos un p muy bajo, la correlación serial de los errores sesgará el contraste. Si por el contrario p es muy grande, entonces la potencia del contraste se resentiría. Por tanto, la longitud del retardo p debe ser lo suficientemente grande como para eliminar la correlación serial en los residuos.

²⁸ El artículo de Mackinnon (1991) aparece en Engle y Granger (1991).

²⁹ Utilizamos los valores críticos propuestos por Hamilton (1994) debido a que el software matemático MATLAB trabaja con éstos.

En la literatura existen diferentes metodologías para la elección del retardo óptimo p en el contraste ADF, que se resume a continuación:

Ng y Perron (1995) fijan un retardo máximo $p = p_{max}$ ³⁰ y estiman la regresión del ADF como en (A.4), (A.5) ó (A.6). Si el estadístico t sobre el parámetro que acompaña al máximo retardo (γ_p) es significativo, entonces hemos obtenido el retardo óptimo, y podemos aplicar el contraste ADF. En caso contrario, habría que repetir el proceso con un retardo $p = p_{max} - 1$, y así sucesivamente. Otro procedimiento consiste simplemente en dar *ex-ante* el número de retardos. Usualmente, se utiliza $p = 4$ para datos trimestrales y $p = 12$ para datos mensuales (ver Novales, 1993). Una metodología alternativa muy utilizada en la práctica, consiste en aplicar diferentes retardos p en la regresión del ADF (A.4), (A.5) ó (A.6), y seleccionar aquél retardo p que minimiza algún criterio de información. Nosotros hemos decidido emplear esta última metodología haciendo uso del criterio de información de Schwarz.

En la literatura, existen otros contrastes sobre la raíz unitaria de las series temporales como pueden ser: el contraste propuesto por Phillips (1987) y de Phillips y Perron (1988), el contraste KPSS de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992), los contrastes IOM y AOM de Perron (1989, 1997). Nosotros, dispusimos del contraste ADF para contrastar el orden de integración de las series temporales.

Para contrastar la parte determinística hemos hecho uso del procedimiento de contrastación de las raíces unitarias propuesto por Dolado, Jenkinson y Sosvilla-Rivero (1990). Éstos van desde un proceso general a uno específico contrastando, en el caso de que exista raíz unitaria, la significación individual de la parte determinística.

³⁰ Comúnmente se utiliza un $p_{max} = \left[c \cdot \left(\frac{T}{100} \right)^{1/4} \right]$ con $c = \{4,12\}$, según se trabaje con datos trimestrales o mensuales, respectivamente, y siendo T la longitud de la serie, Schwert (1989).

ANEXO B

DERIVACIÓN DE LAS SERIES TRIMESTRALES DEL PIB A PRECIOS CONSTANTES.

Tal como señala Sosvilla y Manrique (2010), el crecimiento económico consiste en un aumento sostenido de la producción agregada real a lo largo del tiempo, ya que a medida que se incrementa dicha producción agregada, se expande el volumen de bienes y servicios disponibles para la sociedad, elevando el bienestar de sus ciudadanos.

El indicador más comúnmente utilizado para medir la producción agregada es el Producto Interior Bruto (PIB) que ofrece el valor, a precios de mercado, de los bienes y servicios finales producidos en el interior de las fronteras de una economía durante un período de tiempo determinado. El PIB constituye el indicador más ampliamente utilizado para medir el bienestar económico de la sociedad, pero no es un indicador perfecto ya que no incluye conceptos que contribuyen a una vida mejor como el ocio o la calidad del medio ambiente. Además, no tiene en cuenta la producción de bienes y servicios que no pasan por el mercado, tales como los realizados por las amas de casa, el voluntariado o la economía sumergida o ilegal. Por último, la producción de ciertos servicios públicos (tales como la justicia, la defensa y la policía) se valoran a coste de factores, por no existir un mercado del que se puedan tomar los precios.

Si al comparar un año con otro el PIB ha crecido, dado que para cada año el PIB es la suma de una serie de productos de cantidades físicas producidas de los distintos bienes ese año por su precio ese mismo año, no podemos saber a ciencia cierta si el incremento que observamos se debe a que han crecido las cantidades de un año a otro, que los precios se han incrementado o, finalmente, a que ambos (precios y cantidades) hayan aumentado. Lo más que podemos afirmar es que el valor de la producción agregada ha aumentado, hablando entonces de crecimiento nominal.

Pero el verdadero crecimiento económico hace referencia a una expansión de la capacidad productiva de la sociedad, por lo que se dará cuando se detecte un aumento en las cantidades físicas producidas en esa economía. A este tipo de crecimiento lo denominamos crecimiento real o, en términos más precisos, en volumen.

Esta necesidad estadística y analítica ha dado lugar a dos tipos de medida que aíslan los efectos de las variaciones en las cantidades de las de los precios en el PIB: estimaciones a precios constantes y medidas de volumen encadenadas. En las primeras, se elige un año de referencia (denominado “año base”) para congelar los precios y se multiplican las cantidades físicas producidas cada año por los precios vigentes de dicho año de referencia. Sin embargo, este procedimiento implica que, en la medida en que la estructura de intercambios del año base se va modificando con el paso del tiempo, la evaluación correspondiente va perdiendo relevancia y significación, tanto económica como estadística, lo que implica la necesidad de realizar periódicamente cambios de base. Alternativamente, se puede revisar la base con la misma frecuencia con la que se realiza la estimación. Desde esta perspectiva, el crecimiento no se calcula referido a un año base fijo, sino que la referencia pasa a ser el año precedente (base móvil), por lo que el crecimiento de cada período se encadena con los de los ejercicios anteriores, formando una serie temporal de medidas de volumen encadenadas, que se presenta bajo la forma de números índices. Estos índices encadenados proporcionan una estimación más precisa del fenómeno económico asociado a la producción e intercambio de cantidades de productos por lo que el Instituto Nacional de Estadística (INE), siguiendo las recomendaciones de los principales instituciones estadísticas internacionales, ha adoptado este sistema de medida en la compilación de las Cuentas Nacionales con la Contabilidad Nacional de España base 2000 (CNE-2000).

Veamos con detalle cómo se calcula el PIB a precios corrientes y a precios constantes. Para ello supondremos que existen n bienes finales en la economía y representaremos al año base como año 0. El PIB del año t a precios corrientes de ese año (PIB_t^t) se calcularía de la siguiente forma:

$$PIB_t^t = \sum_{i=1}^n P_{it} Q_{it}$$

donde P_{it} es el precio del bien final i en el año t y Q_{it} es la cantidad producida del bien final i en el año t . Observar que el superíndice de la variable PIB_t^t hace referencia al año que utilizamos para medir los precios y el subíndice alude al año que utilizamos para medir las cantidades.

De igual forma, el PIB del año $t - 1$ a precios corrientes de ese año (PIB_{t-1}^{t-1}) vendría dado por la expresión:

$$PIB_{t-1}^{t-1} = \sum_{i=1}^n P_{it-1} Q_{it-1}$$

donde P_{it-1} es el precio del bien final i en el año $t - 1$ y Q_{it-1} es la cantidad producida del bien final i en el año $t - 1$. A partir de estas dos variables, podemos definir la tasa de crecimiento nominal del PIB ($\eta_{t-1 \rightarrow t}$) entre $t - 1$ y t de la siguiente manera:

$$\eta_{t-1 \rightarrow t} = \left(\frac{PIB_t^t - PIB_{t-1}^{t-1}}{PIB_{t-1}^{t-1}} \right) \cdot 100$$

Como puede observarse, esta tasa de crecimiento nominal del PIB nos ofrece la variación porcentual entre un período y el siguiente del PIB a precios corrientes, constituyendo por tanto un indicador de la variación porcentual en el valor de la producción entre esos dos períodos de tiempo.

Por su parte, el PIB del año t a precios constantes de año base (PIB_t^0) se obtendría a partir de la siguiente fórmula:

$$PIB_t^0 = \sum_{i=1}^n P_{i0} Q_{it}$$

donde P_{i0} es el precio del bien final i en el año base y Q_{it} es la cantidad producida del bien final i en el año t . El PIB del año $t - 1$ a precios constantes de año base (PIB_{t-1}^0) podría calcularse de forma similar:

$$PIB_{t-1}^0 = \sum_{i=1}^n P_{i0} Q_{it-1}$$

donde P_{i0} es el precio del bien final i en el año base y Q_{it-1} es la cantidad producida del bien final i en el año $t - 1$. A partir de estas dos variables, podemos definir la tasa de crecimiento real del PIB entre $t - 1$ y t ($\rho_{t-1 \rightarrow t}$):

$$\rho_{t-1 \rightarrow t} = \left(\frac{PIB_t^0 - PIB_{t-1}^0}{PIB_{t-1}^0} \right) \cdot 100$$

Así pues, la tasa de crecimiento real del PIB nos ofrece la variación porcentual entre un período y el siguiente del PIB a precios constantes, constituyendo por tanto un indicador de la variación porcentual en la cantidad producida entre esos dos períodos de tiempo.

Alternativamente, podemos aislar el efecto cantidades, con el fin de evaluar la evolución de los precios en la economía. Para ello se calcula, para cada año, el denominado deflactor implícito del PIB a partir del cociente entre el valor del PIB a precios corrientes y el valor del PIB a precios constantes. De esta forma, el deflactor implícito del PIB en el año $t - 1$ y t ($DPIB_{t-1}$ y $DPIB_t$, respectivamente) vendrán dado por las siguientes expresiones:

$$DPIB_{t-1} = \left(\frac{PIB_{t-1}^{t-1}}{PIB_{t-1}^0} \right) \cdot 100$$

$$DPIB_t = \left(\frac{PIB_t^t}{PIB_t^0} \right) \cdot 100$$

Una vez que tenemos el deflactor para los años $t - 1$ y t , podremos analizar la evolución del nivel de precios de la economía, calculando la tasa de inflación entre ambos períodos ($\pi_{t-1 \rightarrow t}$):

$$\pi_{t-1 \rightarrow t} = \left(\frac{DPIB_t - DPIB_{t-1}}{DPIB_{t-1}} \right) \cdot 100$$

La Contabilidad Nacional de España base 2000 (CNE-2000) introduce un importante cambio en la presentación de sus cuentas anuales y trimestrales, en referencia a la medición del crecimiento de los agregados contables en términos reales o, hablando con mayor propiedad, en volumen. En la CNE-2000, este crecimiento no está referido a un año base fijo, tal y como era habitual en la base 1995 y anteriores de la Contabilidad Nacional de España, sino que la referencia es el año precedente (base móvil). De esta manera, el crecimiento de cada período se encadena con los de los ejercicios anteriores, formando una serie temporal de medidas de volumen encadenadas, que se presentan bajo la forma de números índices (*chain-linked index*).

El empleo de la metodología de mediciones de volumen encadenadas, supone que la estimación del crecimiento en volumen de un agregado entre $t - 1$ y t se realizará valorando dicho agregado con los niveles de precios de $t - 1$ (base móvil), lo que permite que las estructuras de precios estarán completamente actualizadas en cada ejercicio y la estimación de crecimiento sea más precisa. Esta estimación constituirá el eslabón de una cadena que, después de repetir el mismo procedimiento para todos los años, determinará una serie temporal en forma de números índices encadenados.

ANEXO C

RESULTADOS DE LOS AJUSTES INTRAMUESTRALES DE LAS VARIABLES LATENTES, VARIACIÓN DEL PIB RETARDADA Y LOS ÍNDICES COMPUESTOS

Nº	$h = 1$	Cte	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	R^2	\bar{R}^2
1	Parámetros	0.0027	-0.0015	0.0030	0.0001	-	-	-	-	-	-	0.0071	-0.0470
1	t-test (Newey-West)	(0.1649)	(-0.3565)	(1.1880)	(0.0214)	-	-	-	-	-	-	-	-
2	Parámetros	0.0029	-0.0014	0.0030	-	-	-	-	-	-	-	0.0071	-0.0283
2	t-test (Newey-West)	(0.2559)	(-2.1845)	(1.2813)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	Parámetros	0.0153	-0.0001	-0.0008	-	-	-	-	-	-	-	0.0025	-0.0331
3	t-test (Newey-West)	(1.9132)	(-0.0304)	(-0.1460)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	Parámetros	0.0142	-0.0006	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0024	-0.0151
4	t-test (Newey-West)	(3.3003)	(-1.1978)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	Parámetros	0.0067	0.0055	0.0010	-0.0100	-	-	-	-	-	-	0.0218	-0.0316
5	t-test (Newey-West)	(1.2953)	(0.9327)	(0.4379)	(-1.4734)	-	-	-	-	-	-	-	-
6	Parámetros	0.0111	-0.0007	0.0018	-	-	-	-	-	-	-	0.0023	-0.0334
6	t-test (Newey-West)	(2.3300)	(-0.2742)	(0.7884)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	Parámetros	0.0049	0.0055	-0.0103	-	-	-	-	-	-	-	0.0212	-0.0137
7	t-test (Newey-West)	(2.2398)	(0.9517)	(-1.5691)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	Parámetros	0.0079	-0.0009	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0005	-0.0170
8	t-test (Newey-West)	(2.4064)	(-0.3187)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	Parámetros	0.0097	-0.0019	0.0030	0.0012	-	-	-	-	-	-	0.0034	-0.0510
9	t-test (Newey-West)	(2.9587)	(-0.6722)	(0.5778)	(0.2921)	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla C.1.a. Resultados del ajuste de las variables latentes, R^2 y \bar{R}^2 para $h = 1$. Numeración de los modelos como en la Tabla 4.17.

Nº	$h = 1$	Cte	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	R^2	\bar{R}^2
10	Parámetros	0.0086	-0.0015	0.0029	-	-	-	-	-	-	-	0.0029	-0.0327
10	t-test (Newey-West)	(5.7055)	(-0.6371)	(0.5880)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	Parámetros	0.0098	-0.0017	0.0011	-	-	-	-	-	-	-	0.0017	-0.0339
11	t-test (Newey-West)	(2.9518)	(-0.5783)	(0.2830)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	Parámetros	0.0088	-0.0012	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0013	-0.0163
12	t-test (Newey-West)	(5.5689)	(-0.5291)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
13	Parámetros	0.0131	-0.0005	-0.0003	-0.0002	-	-	-	-	-	-	0.0025	-0.0519
13	t-test (Newey-West)	(1.2228)	(-0.5356)	(-0.1118)	(-0.0684)	-	-	-	-	-	-	-	-
14	Parámetros	-0.0643	-0.0087	0.0070	-0.0036	0.0103	0.0036	-0.0229	0.0121	-0.0195	0.0009	0.0471	-0.1280
14	t-test (Newey-West)	(-1.2289)	(-0.5832)	(0.9532)	(-0.7028)	(1.0291)	(0.4440)	(-1.2745)	(0.4487)	(-1.4448)	(0.0760)	-	-
15	Parámetros	-0.1048	0.0011	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0036	-0.0139
15	t-test (Newey-West)	(-0.8566)	(0.9300)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	Parámetros	-0.0153	0.0003	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0024	-0.0151
16	t-test (Newey-West)	(-0.7415)	(1.1916)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
17	Parámetros	-0.1090	0.0010	0.0002	-	-	-	-	-	-	-	0.0050	-0.0305
17	t-test (Newey-West)	(-0.9000)	(0.8116)	(1.0453)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	Parámetros	0.0139	-0.8078	-	-	-	-	-	-	-	-	0.6552	0.6491
18	t-test (Newey-West)	(6.29290)	(-15.495)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
19	Parámetros	-0.1109	0.0012	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0038	0.0137
19	t-test (Newey-West)	(-0.8820)	(0.9532)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla C.1.b. Resultados del ajuste de las variables latentes, R^2 y \bar{R}^2 para $h = 1$. Numeración de los modelos como en la Tabla 4.17

Nº	$h = 2$	Cte	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	R^2	\bar{R}^2
1	Parámetros	0.0014	0.0006	0.0076	-0.0052	-	-	-	-	-	-	0.1105	0.0610
1	t-test (Newey-West)	(0.1022)	(0.1489)	(2.9531)	(-1.0520)	-	-	-	-	-	-	-	-
2	Parámetros	-0.0074	-0.0029	0.0081	-	-	-	-	-	-	-	0.1012	0.0686
2	t-test (Newey-West)	(-0.7598)	(-3.0929)	(3.0683)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	Parámetros	0.0346	0.0040	-0.0077	-	-	-	-	-	-	-	0.0357	0.0006
3	t-test (Newey-West)	(4.1314)	(1.1593)	(-1.4813)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	Parámetros	0.0242	-0.0010	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0149	-0.0027
4	t-test (Newey-West)	(4.7090)	(-1.3865)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	Parámetros	0.0133	0.0026	0.0017	-0.0089	-	-	-	-	-	-	0.0671	0.0153
5	t-test (Newey-West)	(2.9450)	(0.4731)	(0.8166)	(-1.4425)	-	-	-	-	-	-	-	-
6	Parámetros	0.0172	-0.0028	0.0024	-	-	-	-	-	-	-	0.0261	-0.0093
6	t-test (Newey-West)	(3.3638)	(-1.0555)	(0.9722)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	Parámetros	0.0101	0.0027	-0.0092	-	-	-	-	-	-	-	0.0630	0.0289
7	t-test (Newey-West)	(3.7862)	(0.4873)	(-1.4824)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	Parámetros	0.0129	-0.0031	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0178	0.0002
8	t-test (Newey-West)	(3.5268)	(-1.1059)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	Parámetros	0.0145	-0.0049	0.0185	0.0000	-	-	-	-	-	-	0.1900	0.1450
9	t-test (Newey-West)	(5.1884)	(-2.0503)	(3.7889)	(0.0150)	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla C.2.a. Resultados del ajuste de las variables latentes, R^2 y \bar{R}^2 para $h = 2$. Numeración de los modelos como en la Tabla 4.17.

Nº	$h = 2$	Cte	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	R^2	\bar{R}^2
10	Parámetros	0.0144	-0.0049	0.0185	-	-	-	-	-	-	-	0.1900	0.1606
10	t-test (Newey-West)	(8.4038)	(-2.1296)	(3.8483)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	Parámetros	0.0157	-0.0033	-0.0003	-	-	-	-	-	-	-	0.0273	-0.0080
11	t-test (Newey-West)	(4.7039)	(-0.9202)	(-0.0866)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	Parámetros	0.0160	-0.0034	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0273	0.0099
12	t-test (Newey-West)	(6.7612)	(-1.0659)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
13	Parámetros	0.0130	0.0001	-0.0025	-0.0032	-	-	-	-	-	-	0.0385	-0.0149
13	t-test (Newey-West)	(1.0693)	(0.0573)	(-0.8646)	(-0.7031)	-	-	-	-	-	-	-	-
14	Parámetros	0.0145	0.0044	0.0034	-0.0072	0.0033	-0.0061	0.0237	-0.0085	0.0032	0.0038	0.2302	0.0858
14	t-test (Newey-West)	(0.3484)	(0.4712)	(0.7304)	(-2.0211)	(0.4365)	(-1.2160)	(1.4071)	(-0.5386)	(0.4066)	(0.5337)	-	-
15	Parámetros	-0.2048	0.0022	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0363	0.0191
15	t-test (Newey-West)	(-1.5401)	(1.6624)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	Parámetros	-0.0185	0.0004	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0128	-0.0049
16	t-test (Newey-West)	(-0.6713)	(1.3060)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
17	Parámetros	-0.2082	0.0020	0.0003	-	-	-	-	-	-	-	0.0415	0.0067
17	t-test (Newey-West)	(-1.5843)	(1.5544)	(1.2328)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	Parámetros	0.0277	-0.7833	-	-	-	-	-	-	-	-	0.6239	0.6172
18	t-test (Newey-West)	(6.4349)	(-11.248)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
19	Parámetros	-0.2177	0.0023	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0386	0.0214
19	t-test (Newey-West)	(-1.6064)	(1.7261)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla C.2.b. Resultados del ajuste de las variables latentes, R^2 y \bar{R}^2 para $h = 2$. Numeración de los modelos como en la Tabla 4.17.

Nº	$h = 3$	<i>Cte</i>	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	R^2	\bar{R}^2
1	Parámetros	0.0199	0.0022	0.0069	-0.0081	-	-	-	-	-	-	0.0467	-0.0073
1	t-test (Newey-West)	(0.9844)	(0.3628)	(2.4306)	(-0.9469)	-	-	-	-	-	-	-	-
2	Parámetros	0.0063	-0.0033	0.0076	-	-	-	-	-	-	-	0.0387	0.0031
2	t-test (Newey-West)	(0.5256)	(-2.9663)	(2.5723)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	Parámetros	0.0506	0.0052	-0.0103	-	-	-	-	-	-	-	0.0253	-0.0108
3	t-test (Newey-West)	(3.5004)	(0.9010)	(-1.1318)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	Parámetros	0.0369	-0.0015	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0122	-0.0058
4	t-test (Newey-West)	(5.7383)	(-1.6841)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	Parámetros	0.0242	0.0047	0.0041	-0.0122	-	-	-	-	-	-	0.0477	-0.0062
5	t-test (Newey-West)	(3.5697)	(0.6908)	(1.3580)	(-1.7393)	-	-	-	-	-	-	-	-
6	Parámetros	0.0297	-0.0028	0.0052	-	-	-	-	-	-	-	0.0204	-0.0159
6	t-test (Newey-West)	(4.3180)	(-0.8470)	(1.4377)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	Parámetros	0.0167	0.0047	-0.0131	-	-	-	-	-	-	-	0.0398	0.0043
7	t-test (Newey-West)	(4.4827)	(0.7196)	(-1.8536)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	Parámetros	0.0206	-0.0034	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0077	-0.0103
8	t-test (Newey-West)	(4.2552)	(-1.0123)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	Parámetros	0.0220	-0.0052	0.0183	-0.0005	-	-	-	-	-	-	0.0691	0.0164
9	t-test (Newey-West)	(4.6623)	(-2.1705)	(3.3219)	(-0.1070)	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla C.3.a. Resultados del ajuste de las variables latentes, R^2 y \bar{R}^2 para $h = 3$. Numeración de los modelos como en la Tabla 4.17.

Nº	$h = 3$	Cte	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	R^2	\bar{R}^2
10	Parámetros	0.0224	-0.0054	0.0183	-	-	-	-	-	-	-	0.0690	0.0346
10	t-test (Newey-West)	(10.6347)	(-2.3891)	(3.3312)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	Parámetros	0.0234	-0.0038	-0.0007	-	-	-	-	-	-	-	0.0133	-0.0232
11	t-test (Newey-West)	(4.0842)	(-1.0015)	(-0.1431)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	Parámetros	0.0240	-0.0040	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0132	-0.0047
12	t-test (Newey-West)	(7.4014)	(-1.1487)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
13	Parámetros	0.0268	-0.0006	-0.0024	-0.0027	-	-	-	-	-	-	0.0191	-0.0365
13	t-test (Newey-West)	(1.9737)	(-0.4427)	(-0.7084)	(-0.5783)	-	-	-	-	-	-	-	-
14	Parámetros	0.0314	-0.0006	0.0065	-0.0066	-0.0046	0.0034	0.0241	0.0042	-0.0068	0.0000	0.0802	-0.0959
14	t-test (Newey-West)	(0.4610)	(-0.0274)	(0.9387)	(-1.6952)	(-0.3975)	(0.2643)	(1.1432)	(0.1048)	(-0.4826)	(0.0007)	-	-
15	Parámetros	-0.2537	0.0028	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0200	0.0022
15	t-test (Newey-West)	(-1.7327)	(1.9027)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	Parámetros	-0.0366	0.0007	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0135	-0.0044
16	t-test (Newey-West)	(-1.0183)	(1.7623)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
17	Parámetros	-0.2558	0.0023	0.0005	-	-	-	-	-	-	-	0.0270	-0.0091
17	t-test (Newey-West)	(-1.7866)	(1.6358)	(1.6068)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	Parámetros	0.0408	-0.7398	-	-	-	-	-	-	-	-	0.5177	0.5089
18	t-test (Newey-West)	(6.0729)	(-9.1819)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
19	Parámetros	-0.2754	0.0030	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0222	0.0044
19	t-test (Newey-West)	(-1.8522)	(2.0192)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla C.3.b. Resultados del ajuste de las variables latentes, R^2 y \bar{R}^2 para $h = 3$. Numeración de los modelos como en la Tabla 4.17.

Nº	$h = 4$	Cte	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	R^2	\bar{R}^2
1	Parámetros	0.0417	0.0064	0.0069	-0.0155	-	-	-	-	-	-	0.5743	0.5497
1	t-test (Newey-West)	(3.5847)	(2.0818)	(4.6523)	(-3.3364)	-	-	-	-	-	-	-	-
2	Parámetros	0.0165	-0.0040	0.0081	-	-	-	-	-	-	-	0.3766	0.3530
2	t-test (Newey-West)	(1.6293)	(-3.7331)	(3.3333)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	Parámetros	0.0728	0.0092	-0.0175	-	-	-	-	-	-	-	0.4321	0.4107
3	t-test (Newey-West)	(6.4954)	(2.3096)	(-2.7785)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	Parámetros	0.0500	-0.0022	-	-	-	-	-	-	-	-	0.1754	0.1601
4	t-test (Newey-West)	(7.2877)	(-2.2956)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	Parámetros	0.0369	0.0032	0.0074	-0.0100	-	-	-	-	-	-	0.4164	0.3827
5	t-test (Newey-West)	(8.3220)	(1.0666)	(3.0739)	(-2.9200)	-	-	-	-	-	-	-	-
6	Parámetros	0.0416	-0.0029	0.0085	-	-	-	-	-	-	-	0.2928	0.2661
6	t-test (Newey-West)	(9.67420)	(-1.3419)	(2.6722)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
7	Parámetros	0.0234	0.0033	-0.0118	-	-	-	-	-	-	-	0.2505	0.2222
7	t-test (Newey-West)	(4.5161)	(1.2091)	(-2.7099)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	Parámetros	0.0269	-0.0040	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0720	0.0549
8	t-test (Newey-West)	(4.8794)	(-1.3592)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	Parámetros	0.0253	-0.0036	0.0174	-0.0042	-	-	-	-	-	-	0.4718	0.4413
9	t-test (Newey-West)	(5.99760)	(-2.3188)	(5.3230)	(-1.7513)	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla C.4.a. Resultados del ajuste de las variables latentes, R^2 y \bar{R}^2 para $h = 4$. Numeración de los modelos como en la Tabla 4.17.

Nº	$h = 4$	Cte	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	R^2	\bar{R}^2
10	Parámetros	0.0292	-0.0053	0.0173	-	-	-	-	-	-	-	0.4338	0.4124
10	t-test (Newey-West)	(10.7175)	(-3.5519)	(4.5753)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	Parámetros	0.0271	-0.0024	-0.0042	-	-	-	-	-	-	-	0.1313	0.0985
11	t-test (Newey-West)	(4.5764)	(-0.8324)	(-1.1624)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	Parámetros	0.0309	-0.0041	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0937	0.0770
12	t-test (Newey-West)	(7.7629)	(-1.5201)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
13	Parámetros	0.0435	-0.0017	-0.0025	-0.0010	-	-	-	-	-	-	0.2034	0.1574
13	t-test (Newey-West)	(5.1223)	(-2.0859)	(-1.0454)	(-0.3710)	-	-	-	-	-	-	-	-
14	Parámetros	0.0729	0.0139	0.0007	-0.0031	0.0055	-0.0025	0.0076	-0.0273	0.0044	0.0070	0.6308	0.5586
14	t-test (Newey-West)	(2.7505)	(2.3274)	(0.2814)	(-1.9604)	(1.3657)	(-0.5862)	(1.3411)	(-2.3740)	(1.2407)	(1.4488)	-	-
15	Parámetros	-0.2954	0.0032	-	-	-	-	-	-	-	-	0.1836	0.1685
15	t-test (Newey-West)	(-3.3412)	(3.6959)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
16	Parámetros	-0.0528	0.0010	-	-	-	-	-	-	-	-	0.1706	0.1552
16	t-test (Newey-West)	(-1.3564)	(2.2432)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
17	Parámetros	-0.2881	0.0025	0.0008	-	-	-	-	-	-	-	0.2734	0.2460
17	t-test (Newey-West)	(-3.3967)	(2.9537)	(2.0390)	-	-	-	-	-	-	-	-	-
18	Parámetros	0.0195	0.3449	-	-	-	-	-	-	-	-	0.1289	0.1128
18	t-test (Newey-West)	(3.2128)	(2.7359)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
19	Parámetros	-0.3074	0.0034	-	-	-	-	-	-	-	-	0.1890	0.1740
19	t-test (Newey-West)	(-3.3757)	(3.7215)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla C.4.b. Resultados del ajuste de las variables latentes, R^2 y \bar{R}^2 para $h = 4$. Numeración de los modelos como en la Tabla 4.17

ANEXO D

AJUSTE DE LOS TIPOS A TRES MESES DE EUROPA.

En nuestras bases de datos no hemos encontrado información entre el primer trimestre de 1988 y el cuarto trimestre de 1989 de los tipos de interés a tres meses de la Eurozona. Por tanto, si se pretende trabajar con ellos deben obtenerse a través de los tipos a tres meses de las cuatro economías más importantes de la Eurozona (Alemania, Francia, Italia y España). En nuestro caso, se dispone de información de los tipos a tres meses de la Eurozona y de Alemania, Francia, Italia y España entre el primer trimestre de 1990 y el cuarto trimestre de 1998, en consecuencia, ese será nuestro periodo de ajuste. La ecuación que regresamos por Mínimos Cuadrados ordinarios (MCO)³¹ es la siguiente:

$$tipo(3meses)_t^{Eurozona} = \alpha + \sum_{j=1}^4 \beta_{j,t} tipo(3meses)_t^j + \varepsilon_t$$

siendo $tipo(3meses)_t^j$ el tipo a tres meses de las cuatro economías anteriores, es decir, $j = \{Alemania, Francia, Italia, España\}$.

Una vez ajustada la ecuación anterior sobre el periodo compuesto entre el primer trimestre de 1990 y el cuarto trimestre de 1998, se obtienen los tipos de interés a tres meses de la Eurozona entre el primer trimestre de 1988 y el cuarto trimestre de 1989 usando los tipos de interés reales de Alemania, Francia, Italia y España sobre este último periodo. Finalmente, completamos la serie predicha de tipos de interés a tres meses de Europa entre el primer trimestre de 1988 y el cuarto trimestre de 1989, añadiéndole la información extraída de las bases de datos de estos tipos de interés entre el primer trimestre de 1990 y el tercer trimestre de 2009. A continuación, se muestra la ecuación ajustada entre el primer trimestre de 1990 y el cuarto trimestre de 1998 y el histograma de los errores³².

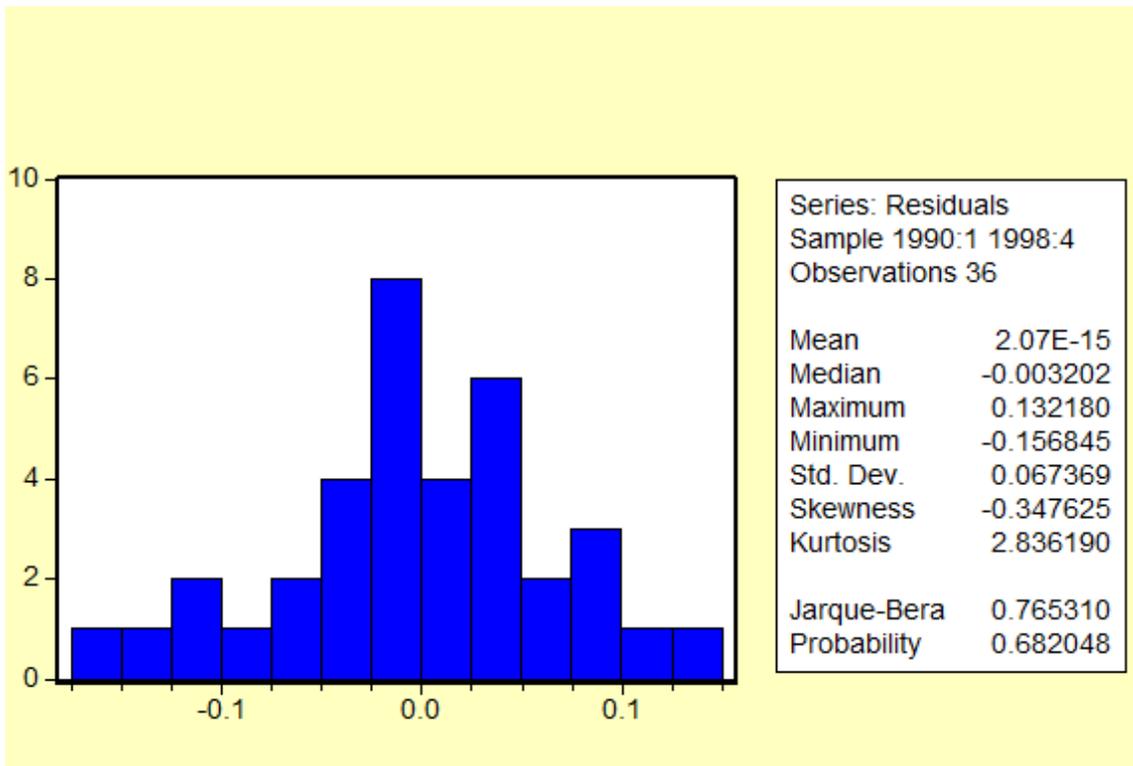
³¹ Todas las series son estacionarias, por tanto no existen problemas de regresiones espúreas.

³² Los resultados son obtenidos con el paquete econométrico E-Views.

Dependent Variable: EUR
 Method: Least Squares
 Date: 03/06/10 Time: 11:31
 Sample: 1990:1 1998:4
 Included observations: 36
 Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=3)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
FRANCE	0.235004	0.023119	10.16508	0.0000
GERMANY	0.426155	0.017383	24.51586	0.0000
ITALY	0.207910	0.015383	13.51526	0.0000
SPAIN	0.102924	0.016804	6.125042	0.0000
C	0.208540	0.067764	3.077435	0.0043

R-squared	0.999342	Mean dependent var	7.436667
Adjusted R-squared	0.999257	S.D. dependent var	2.626849
S.E. of regression	0.071584	Akaike info criterion	-2.307651
Sum squared resid	0.158851	Schwarz criterion	-2.087718
Log likelihood	46.53773	F-statistic	11775.08
Durbin-Watson stat	0.433143	Prob(F-statistic)	0.000000



ANEXO E

RESULTADOS DEL PROCEDIMIENTO EN DOS ETAPAS DE ENGLE Y GRANGER EN LOS MODELOS CON LAS CARACTERÍSTICAS DE LA ETTI DE LA DEUDA PÚBLICA ESPAÑOLA.

En este tipo de modelos, donde se fijan de antemano las variables sobre las que se busca la relación de cointegración, para que exista tal relación es necesario que el contraste KED acepte la existencia de cointegración. Si se acepta la existencia de cointegración con el CRADF pero ésta no se corrobora con el KED, entonces asumimos que no existe relación de cointegración. En cambio, si se rechaza la existencia de cointegración con el CRADF pero se acepta con el KED, entonces sí existe relación de cointegración. A continuación, se muestran los resultados del procedimiento en dos etapas de Engle y Granger (1987) en los modelos con las características de la ETTI de la Deuda Pública española (nivel, variables *proxy* de la pendiente y de la curvatura) y con el tipo de interés a corto plazo de España (*benchmark*).

I. *Benchmark*: Tipo de interés a corto plazo (tres meses) de España.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-2.3900	-3.4526	-2.8101	-2.4861
[C]	-3.6798	-4.0854	-3.4399	-3.1160
[CT]	-3.9702	-4.5959	-3.9426	-3.6164

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
3.50	0.39

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[CT]	-15.4812	-4.6268	-3.9609	-3.6300

Tabla E.I.1. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{1\}$ con el tipo de interés a tres meses de España.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-2.5704	-3.4526	-2.8101	-2.4861
[C]	-4.1998	-4.0854	-3.4399	-3.1160
[CT]	-19.4739	-4.5959	-3.9426	-3.6164

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
<i>1.89</i>	0.39

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[CT]	-7.3808	-4.6268	-3.9609	-3.6300

Tabla E.I.2. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{2\}$ con el tipo de interés a tres meses de España.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-1.1392	-3.4526	-2.8101	-2.4861
[C]	-1.8200	-4.0854	-3.4399	-3.1160
[CT]	-1.7794	-4.5959	-3.9426	-3.6164

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
<i>3.10</i>	0.39

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-0.2570	-3.4649	-2.8155	-2.4891

Tabla E.I.3. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{3\}$ con el tipo de interés a tres meses de España.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-1.7355	-3.4526	-2.8101	-2.4861
[C]	-2.6308	-4.0854	-3.4399	-3.1160
[CT]	-2.8559	-4.5959	-3.9426	-3.6164

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
0.41	0.39

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-1.4493	-3.4672	-2.8166	-2.4896

Tabla E.I.4. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{4\}$ con el tipo de interés a tres meses de España.

Relaciones a largo plazo	$h = \{1\}$	$h = \{2\}$	$h = \{3\}$	$h = \{4\}$
Tipo a tres meses España	-0.0014	-0.0028	-	-
t-test (Newey-West)	(-0.7151)	(-1.3887)	-	-
Tendencia	-0.0001	-0.0004	-	-
t-test (Newey-West)	(-0.2636)	(-1.0564)	-	-
Constante	0.0227	0.0507	-	-
t-test (Newey-West)	(0.7576)	(1.7878)	-	-
R^2	0.0059	0.0287	-	-

Tabla E.I.5. Resultado del ajuste de la relación a largo plazo para $h = \{1,2,3,4\}$ con el tipo de interés a tres meses de España.

$GASIC_{ECM}$	$h = \{1\}$	$h = \{2\}$	$h = \{3\}$	$h = \{4\}$
$Var_h PIB(t - h - 1)$	-0.3541	-	-	-
t-test (Newey-West)	(-7.8418)	-	-	-
$Var_h PIB(t - h - 2)$	-0.7736	0.4142	-	-
t-test (Newey-West)	(-9.9153)	(4.0493)	-	-
$Var_h PIB(t - h - 3)$	-0.2797	0.4364	-	-
t-test (Newey-West)	(-2.8694)	(6.0569)	-	-
z_{t-h}	-1.7108	-0.9160	-	-
t-test (Newey-West)	(-15.4812)	(-7.3808)	-	-
R^2	0.9793	0.8027	-	-
Criterio de Schwarz	-8.0629	-7.6385	-	-
Retardo óptimo	5	4	-	-
Jarque-Bera	13.7141	4.7247*	-	-
ARCH	0.4650*	4.1544*	-	-

Tabla E.I.6. Resultado del ajuste de la relación a corto plazo para $h = \{1,2,3,4\}$ con el tipo a tres meses de España. *Aceptan la H_0 .

II. Nivel de la ETTI de España.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-2.4945	-3.4526	-2.8101	-2.4861
[C]	-3.6959	-4.0854	-3.4399	-3.1160
[CT]	-3.6858	-4.5959	-3.9426	-3.6164

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
3.50	0.39

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[CT]	-13.4763	-4.6268	-3.9609	-3.6300

Tabla E.II.1. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{1\}$ con el nivel de la ETTI de España.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-2.6634	-3.4526	-2.8101	-2.4861
[C]	-4.1010	-4.0854	-3.4399	-3.1160
[CT]	-4.2513	-4.5959	-3.9426	-3.6164

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
1.87	0.39

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[CT]	-7.1946	-4.6268	-3.9609	-3.6300

Tabla E.II.2. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{2\}$ con el nivel de la ETTI de España.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-1.1423	-3.4526	-2.8101	-2.4861
[C]	-1.8364	-4.0854	-3.4399	-3.1160
[CT]	-1.7447	-4.5959	-3.9426	-3.6164

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
3.40	0.39

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[CT]	-4.6182	-4.6451	-3.9718	-3.6380

Tabla E.II.3. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{3\}$ con el nivel de la ETTI de España.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-1.7608	-3.4526	-2.8101	-2.4861
[C]	-2.6011	-4.0854	-3.4399	-3.1160
[CT]	-2.5837	-4.5959	-3.9426	-3.6164

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
0.44	0.39

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-1.3867	-3.4649	-2.8155	-2.4891

Tabla E.II.4. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{4\}$ con el nivel de la ETTI de España.

Relaciones a largo plazo	$h = \{1\}$	$h = \{2\}$	$h = \{3\}$	$h = \{4\}$
Nivel de la ETTI de España	-0.0008	-0.0019	-0.0033	-
t-test (Newey-West)	(-0.4182)	(-1.0496)	(-1.6213)	-
Tendencia	6.282E-06	-0.0003	-0.0005	-
t-test (Newey-West)	(0.0145)	(-0.7113)	(-1.3016)	-
Constante	0.0143	0.0398	0.0666	-
t-test (Newey-West)	(0.4823)	(1.4869)	(2.4408)	-
R^2	0.0043	0.01536	0.0141	-

Tabla E.II.5. Resultado del ajuste de la relación a largo plazo para $h = \{1,2,3,4\}$ con el nivel de la ETTI de España.

$GASIC_{ECM}$	$h = \{1\}$	$h = \{2\}$	$h = \{3\}$	$h = \{4\}$
$Var_h PIB(t - h - 1)$	-0.3459	-	-	-
t-test (Newey-West)	(-7.3497)	-	-	-
$Var_h PIB(t - h - 2)$	-0.7593	0.3893	0.9439	-
t-test (Newey-West)	(-9.0179)	(4.0397)	(15.9578)	-
$Var_h PIB(t - h - 3)$	-0.2564	0.4569	-	-
t-test (Newey-West)	(-2.3455)	(6.2927)	-	-
$Var_h PIB(t - h - 4)$	-	-	-0.1695	-
t-test (Newey-West)	-	-	(-2.4500)	-
Z_{t-h}	-1.6755	-0.8667	-0.4482	-
t-test (Newey-West)	(-13.4763)	(-7.1946)	(-4.6182)	-
R^2	0.9783	0.8004	0.9452	-
Criterio de Schwarz	-8.0154	-7.6268	-7.2179	-
Retardo óptimo	5	4	6	-
Jarque-Bera	10.4501*	2.1908*	0.7546*	-
ARCH	0.7185*	6.9703*	14.4252	-

Tabla E.II.6. Resultado del ajuste de la relación a corto plazo para $h = \{1,2,3,4\}$ con el nivel de la ETTI de España. *Aceptan la H_0 .

III. Variable tipo pendiente con los tipos de interés a corto (tres meses) y a largo plazo (diez años) de España.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-3.5033	-4.0359	-3.3884	-3.0633
[C]	-3.8109	-4.5434	-3.8859	-3.5565
[CT]	-4.0455	-4.9892	-4.3222	-3.9886

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
3.50	0.45

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[CT]	-15.4933	-5.0270	-4.3453	-4.0059

Tabla E.III.1. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{1\}$ con la variable *proxy* de la pendiente de la ETTI.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-3.4697	-4.0359	-3.3884	-3.0633
[C]	-4.3172	-4.5434	-3.8859	-3.5565
[CT]	-19.8508	-4.9892	-4.3222	-3.9886

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
1.89	0.45

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[CT]	-7.4768	-5.0270	-4.3453	-4.0059

Tabla E.III.2. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{2\}$ con la variable *proxy* de la pendiente de la ETTI.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-1.6548	-4.0359	-3.3884	-3.0633
[C]	-1.8041	-4.5434	-3.8859	-3.5565
[CT]	-1.8371	-4.9892	-4.3222	-3.9886

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
3.30	0.45

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-4.2144	-4.0676	-3.4050	-3.0742

Tabla E.III.3. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{3\}$ con la variable *proxy* de la pendiente de la ETTI.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-2.7647	-4.0359	-3.3884	-3.0633
[C]	-2.8136	-4.5434	-3.8859	-3.5565
[CT]	-3.0589	-4.9892	-4.3222	-3.9886

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
0.74	0.45

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-0.9766	-4.0522	-3.3969	-3.0689

Tabla E.III.4. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{4\}$ con la variable *proxy* de la pendiente de la ETTI.

Relaciones a largo plazo	$h = \{1\}$	$h = \{2\}$	$h = \{3\}$	$h = \{4\}$
Tipo a tres meses España	-0.0018	-0.0033	-0.0073	-
t-test (Newey-West)	(-0.5430)	(-1.0835)	(-2.3734)	-
Tipo a diez años España	0.0006	0.0008	0.0087	-
t-test (Newey-West)	(0.1716)	(0.3205)	(3.0381)	-
Tendencia	-0.0001	-0.0004	-	-
t-test (Newey-West)	(-0.2167)	(-1.0197)	-	-
Constante	0.0200	0.0468	-	-
t-test (Newey-West)	(0.6428)	(1.7234)	-	-
R^2	0.0061	0.0296	-0.0155	-

Tabla E.III.5. Resultado del ajuste de la relación a largo plazo para $h = \{1,2,3,4\}$ con la variable *proxy* de la pendiente de la ETTI de España.

$GASIC_{ECM}$	$h = \{1\}$	$h = \{2\}$	$h = \{3\}$	$h = \{4\}$
$Var_h PIB(t - h - 1)$	-0.3531	0.4214	0.9499	-
t-test (Newey-West)	(-7.8629)	(4.1139)	(17.3536)	-
$Var_h PIB(t - h - 2)$	-0.7736	0.4311	-	-
t-test (Newey-West)	(-9.7159)	(6.2672)	-	-
$Var_h PIB(t - h - 3)$	-0.2811	-	-0.1388	-
t-test (Newey-West)	(-2.8658)	-	(-1.9485)	-
z_{t-h}	-1.7112	-0.9295	-0.3747	-
t-test (Newey-West)	(-15.4933)	(-7.4768)	(-4.2144)	-
R^2	0.9791	0.8047	0.9432	-
Criterio de Schwarz	-11.9638	-11.5801	-11.0525	-
Retardo óptimo	5	4	6	-
Jarque-Bera	11.4722*	6.1834*	2.2906*	-
ARCH	4.4672*	3.0765*	9.1631*	-

Tabla E.III.6. Resultado del ajuste de la relación a corto plazo para $h = \{1,2,3,4\}$ con la variable *proxy* de la pendiente de la ETTI de España. *Aceptan la H_0 .

IV. Variable tipo curvatura con los tipos de interés a corto (tres meses), a medio (dos años) y a largo plazo (diez años) de España.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-3.4738	-4.5147	-3.8585	-3.5293
[C]	-3.8469	-4.9547	-4.2862	-3.9512
[CT]	-3.9095	-5.3574	-4.6768	-4.3366

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
3.47	0.55

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[CT]	-26.3500	-5.3943	-4.6998	-4.3541

Tabla E.IV.1. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{1\}$ con la variable *proxy* de la curvatura de la ETTI.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-3.4648	-4.5147	-3.8585	-3.5293
[C]	-4.7904	-4.9547	-4.2862	-3.9512
[CT]	-19.4775	-5.3574	-4.6768	-4.3366

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
1.91	0.55

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[CT]	-6.0495	-5.3943	-4.6998	-4.3541

Tabla E.IV.2. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{2\}$ con la variable *proxy* de la curvatura de la ETTI.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-1.6594	-4.5147	-3.8585	-3.5293
[C]	-2.0268	-4.9547	-4.2862	-3.9512
[CT]	-2.0302	-5.3574	-4.6768	-4.3366

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
3.30	0.55

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-4.2440	-4.5585	-3.8831	-3.5465

Tabla E.IV.3. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{3\}$ con la variable *proxy* de la curvatura de la ETTI.

(1) Estadístico CRADF con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-2.7659	-4.5147	-3.8585	-3.5293
[C]	-3.1900	-4.9547	-4.2862	-3.9512
[CT]	-3.3042	-5.3574	-4.6768	-4.3366

(2) Estadístico CRDW con valores críticos extraídos de Dolado (1990):

Valor estadístico DW	Valor crítico 5%
0.74	0.55

(3) Estadístico KED con valores críticos de Mackinnon (1996):

Parte determinística contrastada	Valor estadístico t	Valor crítico 1%	Valor crítico 5%	Valor crítico 10%
[NC]	-0.6894	-4.5422	-3.8740	-3.5401

Tabla E.IV.4. Resultados de los contrastes de cointegración para $h = \{4\}$ con la variable *proxy* de la curvatura de la ETTI.

Relaciones a largo plazo	$h = \{1\}$	$h = \{2\}$	$h = \{3\}$	$h = \{4\}$
Tipo a tres meses España	-0.0044	-0.0066	-0.0068	-
t-test (Newey-West)	(-1.1289)	(-1.6594)	(-1.1835)	-
Tipo a dos años España	0.0049	0.0063	-0.0007	-
t-test (Newey-West)	(0.6853)	(0.9875)	(-0.1014)	-
Tipo a diez años España	-0.0021	-0.0026	0.0090	-
t-test (Newey-West)	(-0.3583)	(-0.5758)	(2.3731)	-
Tendencia	-3.61E-05	-0.0003	-	-
t-test (Newey-West)	(-0.0783)	(-0.8190)	-	-
Constante	0.0207	0.0477	-	-
t-test (Newey-West)	(0.7005)	(1.8070)	-	-
R^2	0.0354	0.0439	-0.0154	-

Tabla E.IV.5. Resultado del ajuste de la relación a largo plazo para $h = \{1,2,3,4\}$ con la variable *proxy* de la curvatura de la ETTI de España.

$GASIC_{ECM}$	$h = \{1\}$	$h = \{2\}$	$h = \{3\}$	$h = \{4\}$
$Var_h PIB(t - h - 1)$	-0.2477	-	-	-
t-test (Newey-West)	(-5.9766)	-	-	-
$Var_h PIB(t - h - 2)$	-0.5659	0.4045	0.9497	-
t-test (Newey-West)	(-10.2475)	(3.8355)	(17.3287)	-
$Var_h PIB(t - h - 3)$	-	0.4503	-	-
t-test (Newey-West)	-	(5.8254)	-	-
$Var_h PIB(t - h - 4)$	-	-	-0.1387	-
t-test (Newey-West)	-	-	(-1.9666)	-
Tipo a diez años España ($t - h - 1$)	-0.0076	-	-	-
t-test (Newey-West)	(-3.3734)	-	-	-
Z_{t-h}	-1.3740	-0.8812	-0.3751	-
t-test (Newey-West)	(-26.3500)	(-6.0495)	(-4.2440)	-
R^2	0.9752	0.7900	0.9432	-
Criterio de Schwarz	-7.8912	-7.5998	-7.1814	-
Retardo óptimo	4	3	6	-
Jarque-Bera	14.6356	11.6155*	2.1943*	-
ARCH	0.0012*	0.4466*	9.2553*	-

Tabla E.IV.6. Resultado del ajuste de la relación a corto plazo para $h = \{1,2,3,4\}$ con la variable *proxy* de la curvatura de la ETTI de España. *Aceptan la H_0 .

CAPÍTULO V

Capacidad predictiva de la ETTI sobre el IBEX-35 en un entorno bajista

5.1. Introducción.

5.2. El modelo Probit.

5.3. Base de datos.

5.4. El algoritmo GASIC.

5.5. Evidencia empírica.

5.6. Estrategia de negociación.

5.7. Conclusiones.

5.1. Introducción.

En este Capítulo V se analiza la capacidad predictiva que tiene la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) sobre los futuros rendimientos bursátiles. Concretamente, se va a considerar dicha capacidad predictiva en el caso de mercados bajistas, y de modo particular, se estudiará el caso del IBEX35.

Existe una incipiente literatura que estudia la capacidad predictiva de la ETTI sobre el mercado bursátil. En primer lugar, cabría citar el trabajo de Siegel (1998) quien sugirió que si uno puede predecir correctamente los puntos de giro en el ciclo económico con cuatro meses de antelación, puede aplicar una estrategia de *market-timing* basada en cambiar acciones por *T-bills* de Estados Unidos cuatro meses antes de los picos, y cambiar *T-bills* por acciones cuatro meses antes de los valles de las cotizaciones. Sin embargo, para llevar adelante esta estrategia, es necesario disponer de un modelo capaz de utilizar la información disponible hoy para predecir los futuros cambios de tendencia en el mercado de acciones. En este sentido, Estrella y Mishkin (1996, 1998) hicieron uso de un modelo Probit para predecir si la economía de Estados Unidos entraría en recesión en un horizonte temporal de varios trimestres. Con este propósito, los autores emplearon variables financieras, variables macroeconómicas e indicadores económicos como candidatos para predecir dicha probabilidad. En este capítulo, al igual que hicieron en su trabajo Resnick y Shoemith (2002), se utilizará el modelo de Estrella y Mishkin para predecir la probabilidad de que el índice de acciones más importante de España (IBEX35) se encuentre en una tendencia bajista dentro de varios periodos.

El primer paso para predecir las tendencias bajistas en el Índice de Acciones IBEX35 requiere caracterizar los puntos de cambio de tendencia del mismo. No obstante, tal asunto es de gran complejidad, y como argumentó Candelon *et al.* (2008), no existe consenso en la literatura académica acerca de en qué situación se está en el momento actual, alcista o bajista. Por ello, para identificar los puntos de giro del mercado, se han propuesto en la literatura métodos paramétricos y no paramétricos. En este capítulo, hemos decidido, por su sencillez, emplear el algoritmo no paramétrico de Bry-Boschan (Bry y Boschan, 1971).

El objetivo de este capítulo será demostrar empíricamente si la pendiente de la Deuda Pública de España es el mejor predictor de una tendencia bajista en el IBEX35, frente a una combinación de variables latentes y del modelo óptimo seleccionado por el algoritmo GASIC (Acosta-González y Fernández-Rodríguez, 2007). Asimismo, para realizar un análisis más profundo, se tendrá en cuenta información de los tipos de interés de la Deuda Pública de las economías que más influyen en la economía española, y por consiguiente en el IBEX35¹.

El capítulo se organiza de la siguiente manera. En la sección 5.2 se expone el modelo Probit. En la sección 5.3 se presenta la base de datos utilizada. En la sección 5.4 se especifican las características del procedimiento GASIC para este estudio. En la sección 5.5 se muestran los ajustes intra y extra muestral de los diferentes modelos evaluados. En la sección 5.6 se ofrecen los resultados de la estrategia de negociación de todos los modelos considerados. Por último, la sección 5.7 recoge una serie de consideraciones finales.

¹ Se hará uso de una idea similar a la propuesta por Harvey (1997).

5.2. El modelo Probit.

El modelo que utilizamos es el sugerido por Estrella y Mishkin (1998), en el cual sus autores proponen el uso de un modelo Probit para cuantificar el poder predictivo de una serie de variables examinadas con respecto a recesiones futuras. Apoyándose en el modelo desarrollado por Estrella y Mishkin, Resnick y Shoesmith (2002) adaptan dicho modelo para obtener la probabilidad de las futuras tendencias bajistas en el S&P500. Así, en un modelo Probit, la probabilidad de que un mercado se encuentre dentro de h periodos en una tendencia bajista viene explicado por la siguiente ecuación,

$$P(R_{t+h} = 1) = \Phi\left(\alpha_0 + \sum_{i=1}^N \alpha_i X_{t,i}\right) \quad (5.1)$$

donde, $\Phi(\cdot)$ es la función de distribución normal estándar, $X_{t,i}$ son las variables explicativas utilizadas para predecir el mercado bajista, N es el número de variables a regresar y R_t es una variable binaria que codifica el mercado de acciones como una variable que puede tomar dos posibles valores,

$$R_t = \begin{cases} 1, & \text{el mercado de acciones en el instante } t \\ & \text{está en una tendencia bajista} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

El saber si el mercado está actualmente en una tendencia bajista o alcista no es algo trivial. Al no existir consenso en la literatura, se hayan desarrollado diferentes metodologías para definirlo. De entre todas ellas, en este apartado se utilizará la metodología no paramétrica expuesta en Candelon *et al.* (2008). La idea clave de esta metodología consiste en localizar los puntos de giro del mercado (picos y valles) que se corresponden con los máximos y mínimos locales en las series. Siguiendo a estos autores, un pico (valle) en el logaritmo de la serie del índice de acciones (p_t) ocurre cuando p_t alcanza un máximo (mínimo) local en una ventana de seis meses usando el algoritmo de Bry-Boschan (Bry y Boschan, 1971). Concretamente, el algoritmo de Bry-Boschan encuentra un pico si,

$$\begin{aligned} p_{t-i} < p_t, & \quad i = 1, \dots, 6, \text{ y} \\ p_{t+i} < p_t, & \quad i = 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

y un valle si,

$$\begin{aligned} p_{t-i} > p_t, & \quad i = 1, \dots, 6, \text{ y} \\ p_{t+i} > p_t, & \quad i = 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

Finalmente, se define como una tendencia bajista (alcista) el periodo que transcurre entre un pico (valle) y un valle (pico), que queda definido como $R_t = 1$ ($R_t = 0$). Una vez definida la variable R_t , el modelo Probit se estima mediante el procedimiento de máxima verosimilitud, con la función de verosimilitud definida como,

$$L = \prod_{R_{t+h}=1} P(R_{t+h} = 1) \prod_{R_{t+h}=0} [1 - P(R_{t+h} = 1)], \quad (5.2)$$

donde a la función (5.2) se le aplica un logaritmo antes de maximizarla.

En la literatura se han desarrollado diversas metodologías para comprobar la bondad del ajuste de los modelos Probit. Aquí, se hará uso del *pseudo-R²* propuesto por Estrella (1998). Ésta es una medida simple de bondad del ajuste que se basa en la idea del estadístico R^2 usado en las regresiones lineales. Este *pseudo-R²* se define como sigue,

$$pseudo-R^2 = 1 - \left(\frac{L_u}{L_c}\right)^{-(2/T)L_c} \quad (5.3)$$

donde, L_u es el valor máximo que toma el logaritmo de la función de verosimilitud (5.2), L_c es el valor máximo que toma el logaritmo de la función de verosimilitud bajo la hipótesis de que todos los parámetros del modelo, excepto la constante, son nulos y T es el tamaño muestral. El *pseudo-R²* toma valores entre 0 y 1, siguiendo la misma interpretación que el R^2 de un modelo lineal.

Para resolver el problema de existencia de correlación serial en los términos de error, Estrella y Mishkin (1998) proponen el uso de las desviaciones estándar de los parámetros, empleando para ello el procedimiento de Newey y West (1987). En Estrella y Rodrigues (1997) se muestra la expresión de la matriz de varianzas y covarianzas de los parámetros estimados que proporciona estimaciones consistentes de las desviaciones de los mismos para el caso de un modelo Probit, incluso en presencia de dicha correlación serial en los errores.

5.3. Base de datos.

En este capítulo, se ha trabajado con diferentes series económicas mensuales que se pueden clasificar en tres grupos: tipos de interés de la Deuda Pública, características de la ETTI (nivel, pendiente y curvatura) y series macroeconómicas e indicadores económicos. Todas las series cubren el período muestral comprendido entre Febrero de 1991² y Diciembre de 2009.

Las series económicas³ empleadas son las siguientes:

² Las bases de datos comienzan en Febrero de 1991 porque algunas series no disponen de datos continuos para fechas anteriores.

³ No se tiene en cuenta el orden de integración de las series para aplicar el modelo Probit. En este sentido, cabe señalar que es bien conocido que cuando los regresores son estacionarios y ergódicos el estimador máximo verosímil es $T^{1/2}$ consistente y se distribuye asintóticamente como una Normal. Sin embargo, Park y Phillips (2000) han demostrado que cuando todos los regresores son I(1), la estimación máximo verosímil de los coeficientes continúa siendo consistente pero muestra una tasa de convergencia dual: $T^{3/4}$ en una dirección que es ortogonal al del verdadero vector de coeficientes y una tasa $T^{1/4}$ en todas las otras direcciones. Además, la distribución límite es una distribución mixta de distribuciones Normales por lo que los métodos de inferencia habituales continúan siendo válidos.

a. Los tipos de interés de la Deuda Pública de España (entre uno y tres meses, entre uno y dos años, tres años, cinco años y diez años), Estados Unidos y Europa (ambas tres meses, dos años, tres años, cinco años y diez años⁴). Todos ellos son tipos de interés de mercado del último día de mes.

Series	Base de Datos
Tipos a tres meses España	Ecwin, Banco de España
Tipos a dos años España	Ecwin, Banco de España
Tipos a tres años España	Ecwin, Banco de España
Tipos a cinco años España	Ecwin, Banco de España
Tipos a diez años España	Ecwin, Banco de España
Tipos a tres meses EEUU	Reserva Federal
Tipos a dos años EEUU	Reserva Federal
Tipos a tres años EEUU	Reserva Federal
Tipos a cinco años EEUU	Reserva Federal
Tipos a diez años EEUU	Reserva Federal
Tipos a tres meses Europa	Ecwin, Eurostat
Tipos a dos años Europa	Ecwin, Eurostat
Tipos a tres años Europa	Ecwin, Eurostat
Tipos a cinco años Europa	Ecwin, Eurostat
Tipos a diez años Europa	Ecwin, Eurostat

Tabla 5.1. Tipos de la Deuda Pública escogidos y la base de datos de donde se extrajeron.

⁴ Se hace uso de la información de Estados Unidos y Europa por ser dos regiones económicas con mucha influencia sobre la economía española, y a su vez, sobre el Índice de Acciones IBEX35, es decir, se va a emplear una idea similar a la desarrollada en Harvey (1997).

b. A través de los tipos de interés de la Deuda Pública extraemos el nivel (media de todos los tipos), las pendientes (tipo a tres meses menos cada uno del resto de tipos) y la curvatura (dos veces el tipo a dos años, menos el tipo a tres meses y menos el tipo a diez años), ver Diebold, Rudebusch y Aruoba (2006).

Series
Nivel ETTI España
Pendiente ETTI España (3m-2a)
Pendiente ETTI España (3m-3a)
Pendiente ETTI España (3m-5a)
Pendiente ETTI España (3m-10a)
Curvatura ETTI España
Nivel ETTI EEUU
Pendiente ETTI EEUU (3m-2a)
Pendiente ETTI EEUU (3m-3a)
Pendiente ETTI EEUU (3m-5a)
Pendiente ETTI EEUU (3m-10a)
Curvatura ETTI EEUU
Nivel ETTI Europa
Pendiente ETTI Europa (3m-2a)
Pendiente ETTI Europa (3m-3a)
Pendiente ETTI Europa (3m-5a)
Pendiente ETTI Europa (3m-10a)
Curvatura ETTI Europa

Tabla 5.2. Características de la ETTI extraídas de los tipos de la Deuda Pública según Diebold, Rudebusch y Aruoba (2006).

c. Las series macroeconómicas e Indicadores Económicos de España.

Series	Base de datos
IBEX-35 en logaritmos	Ministerio de Economía
IPC en logaritmos	Ministerio de Economía
Tasa de paro en logaritmos	Ministerio de Economía
Sociedades mercantiles constituidas. Número en logaritmos	Ministerio de Economía
Matriculación de automóviles. Total (CVE) (unidades) en logaritmos	Ministerio de Economía
Indicador confianza de los consumidores	Ministerio de Economía
Indicador renta salarial real	Ministerio de Economía
Exportaciones totales. Precios constantes (CVE) en logaritmos	Ministerio de Economía
Importaciones totales. Precios constantes (CVE) en logaritmos	Ministerio de Economía
Precios importación de petróleo crudo (dólares) en logaritmos	Ministerio de Economía
Indicador de clima económico (CVE)	Ministerio de Economía
Cartera de pedidos total industria manufacturera (CVE)	Ministerio de Economía
<i>Spain, Composite Leading Indicators, Amplitude Adjusted</i>	Ecwin
<i>Spain, Composite Leading Indicators, Trend⁵</i>	Ecwin
Índice de Producción Industrial, IPI. Base 2005 en logaritmos	Ministerio de Economía
Tipo de cambio EUR/USD	Ministerio de Economía
Tipo de interés fondos federales EEUU	Ministerio de Economía
Índice Dow Jones en logaritmos	Ministerio de Economía
Índice NASDAQ en logaritmos	Ministerio de Economía
EOE. Número viviendas obra nueva. Total (enlazada) en logaritmos	Ministerio de Economía
Nivel cartera de pedidos sector construcción. Subsector vivienda	Ministerio de Economía

Tabla 5.3. Series macroeconómicas e indicadores económicos y la base de datos de donde se extrajeron. CVE hace referencia a series corregidas por valores estacionales.

⁵ Las series *Composite Leading Indicators* fueron proporcionadas por Ecwin usando la metodología de Stock y Watson (1989).

La serie sobre la que se pretende inferir si está en un mercado bajista o alcista es el logaritmo del IBEX35. En la siguiente Figura 5.1, se muestra la evolución de la misma en el periodo muestral objeto de estudio. Además, el área sombreada representa la variable binaria que define a las tendencias bajistas (R_t) empleada como variable dependiente en el modelo Probit (5.1). Dicha variable toma valor 1 cuando detecta una tendencia bajista, y 0 en caso contrario.

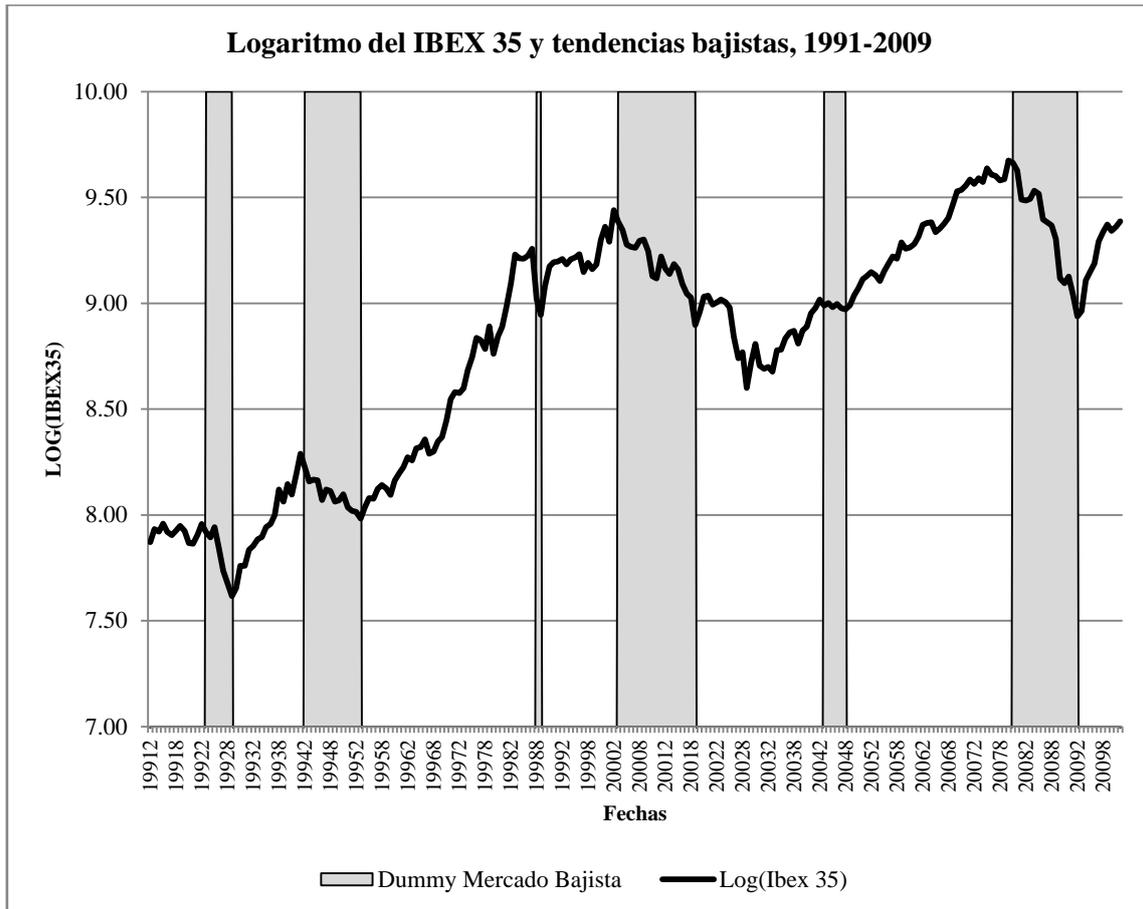


Figura 5.1. Evolución del logaritmo del IBEX35 [$Log(Ibex 35)$] y la variable binaria (*Dummy Mercado Bajista*) que define a las tendencias bajistas (R_t) entre 1991 y 2009.

5.4. El algoritmo GASIC.

En este capítulo, se van a emplear 53 series económicas (sin incluir el logaritmo del IBEX35) sobre las que se pretende ajustar la probabilidad de que exista una tendencia bajista en el IBEX35 el próximo mes, por lo que existen $2^{53} = 9,007,199,254,740,990$ posibles modelos a elegir. Al igual que ocurriera en el capítulo anterior, el número de modelos hace intratable la evaluación de cada uno de ellos por el elevado coste que supondría en términos de los tiempos de computación. Por ello, se empleará de nuevo la metodología de selección de modelos econométricos basada en el algoritmo GASIC (Acosta-González y Fernández-Rodríguez, 2007).

Tal como se señaló en el Capítulo IV, al hacerse uso de un criterio de información como función de pérdida en el algoritmo GASIC, se evita la sobreparametrización, es decir, el modelo óptimo seleccionado por GASIC suele tener un número reducido de variables explicativas. De esta forma se aseguran las propiedades de congruencia y parametrización escueta deseables en todo modelo econométrico (Hendry, 2001). En este capítulo, se va a hacer uso del mismo GASIC que se empleó en el Capítulo IV, con la salvedad de que aquí se dispone de un modelo Probit, siendo su función objetivo la siguiente,

$$\text{Min}_{x_i} \left[\log \left(\frac{SCE}{N} \right) + 2 \cdot \left(\frac{k}{N} \right) \cdot \log(N) \right]$$

donde SCE es la suma del cuadrado de los errores del modelo Probit, N es el tamaño muestral y k es el número de variables explicativas del modelo Probit.

Finalmente, trabajamos con aquel modelo que GASIC seleccione como modelo óptimo que compararemos con varios modelos formados por una serie de combinaciones de variables latentes típicas en la literatura, tal como hacen Chen (2009), Resnick y Shoesmith (2002), Estrella y Mishkin (1998) ó Pons Novell (2002)⁶, entre otros.

⁶ Estrella y Mishkin (1998) y Pons Novell (2002) predicen recesiones económicas.

5.5. Evidencia empírica.

Con el fin de evaluar la bondad de los resultados intra y extra muestrales, se han dividido las series en un periodo de entrenamiento y un periodo de predicción. El periodo de entrenamiento se extiende entre febrero de 1991 y enero de 2003. Por otra parte, el periodo de predicción incluye la información de las series entre febrero de 2003 y diciembre de 2009. En los siguientes apartados se presentarán los resultados intramuestrales (en el periodo de entrenamiento) y los resultados extramuestrales (en el periodo de predicción) de la predicción de la probabilidad de que exista un mercado bajista durante el mes siguiente.

5.5.1. Resultados intramuestrales.

En este apartado se presentan, en primer lugar, los resultados del modelo óptimo seleccionado por GASIC de entre las variables que aparecen en las Tablas 5.1, 5.2 y 5.3. Las variables seleccionadas por dicho algoritmo, de entre las 53 variables explicativas disponibles, se muestran en la siguiente Tabla 5.4,

x_i	Variables seleccionadas
x_1	Tipos a cinco años España
x_2	Tipos a cinco años EEUU
x_3	Tipos a dos años Europa
x_4	Tipos a diez años Europa
x_5	IPC
x_6	Importaciones
x_7	Cartera de pedidos total industria manufacturera
x_8	<i>Composite Leading Indicators (Amplitude Adjusted)</i>
x_9	<i>Composite Leading Indicators (Trend)</i>
x_{10}	Índice Dow Jones
x_{11}	Índice NASDAQ
x_{12}	Nivel cartera de pedidos s. construcción
x_{13}	Pendiente ETTI España (3m-2a)

Tabla 5.4. Variables seleccionadas por el algoritmo GASIC.

En la siguiente Tabla 5.5 se muestran los valores ajustados de los parámetros de GASIC y del estadístico t de significación individual corregido por Newey-West, el *pseudo* – R^2 y el estadístico SIC (*Schwarz Information Criterion*) para el modelo óptimo seleccionado por GASIC en el periodo de entrenamiento.

Como puede observarse, las variables tipos de interés a cinco años España (x_1) y cartera de pedidos total industria manufacturera (x_7) no son significativas individualmente, ni tan siquiera al 10%. Aun así, las incluimos en el modelo final porque, aunque individualmente no sean significativas, globalmente aportan información al modelo y contribuyen a que SIC sea mínimo, (ver Acosta-González y Fernández-Rodríguez, 2007). Por dicha razón, GASIC las incluyó en su modelo óptimo. De cualquier forma, resulta muy sencillo comprobar que el SIC del modelo que incluye dichas variables no significativas es inferior (y por tanto mejor) que el SIC del modelo que no las contiene. En este sentido, el SIC del modelo reducido, eliminando las variables no significativas, resulta ser igual a -2.9256, cuyo valor es superior al ofrecido por GASIC (-3.3738). En consecuencia, se hará uso del modelo seleccionado por GASIC, sin eliminar las variables no significativas. En cuanto al *pseudo*- R^2 , puede comprobarse como el modelo óptimo extraído de GASIC logra una bondad de ajuste muy alta (0.9576). Éste resultado es muy superior a los *pseudo*- R^2 típicos en la literatura, ver Resnick y Shoesmith (2002).

	Parámetros	Estadístico t
Constante	-2941.8607	(-2.5563)
x_1	2.5265	(0.6026)
x_2	10.8189	(2.4749)
x_3	27.8519	(2.4077)
x_4	-29.3281	(-2.5793)
x_5	577.6639	(2.4945)
x_6	27.6054	(1.7289)
x_7	-0.0926	(-1.1095)
x_8	6.7425	(2.5546)
x_9	-5.2106	(-2.3410)
x_{10}	-39.0760	(-2.4325)
x_{11}	10.5320	(2.0797)
x_{12}	0.0689	(2.2976)
x_{13}	5.4807	(1.9293)
<i>pseudo-R²</i>	0.9576	
<i>SIC</i>	-3.3738	

Tabla 5.5. Valores de los parámetros y del estadístico t corregido por Newey-West, el *pseudo* – R^2 y el criterio de Información de Schwarz (SIC) para el modelo óptimo seleccionado por GASIC en el periodo de entrenamiento.

El análisis de los parámetros del modelo óptimo no aporta información acerca del efecto individual de cada una de las variables sobre la probabilidad de que exista una tendencia bajista durante el mes siguiente, ya que al trabajar en una superficie de respuesta, el efecto de una variable frente a dicha probabilidad no es directo, sino que depende de la evolución del resto de ellas. En cambio, sí se puede hacer un análisis de los signos de las mismas. Así, las variables que reducen la probabilidad son: tipos a diez años Europa; *Composite Leading Indicators (Trend)*; Índice Dow Jones; y nivel cartera de pedidos s. construcción⁷.

Por el contrario, las variables que aumentan la probabilidad son: tipos a cinco años España; tipos a cinco años EEUU; tipos a dos años Europa; IPC; importaciones; cartera de pedidos total industria manufacturera⁸; *Composite Leading Indicators (Amplitude Adjusted)*; Índice NASDAQ; y pendiente ETTI España (3m-2a).

A excepción del Índice Dow Jones, las variables que influyen negativamente son indicadores de la fortaleza de la economía española (componente tendencial del *Composite Leading Indicator* o nivel cartera de pedidos sector construcción) o europea (Tipo a diez años Europa), que estarían recogiendo el potencial futuro de las empresas cotizadas en el IBEX35. Por su parte, las variables que afectan positivamente a la probabilidad de una fase bajista futura en el IBEX35 están en general relacionadas con las posibles desviaciones cíclicas de la economía (tipos de interés a medio plazo, componente ajustado por amplitud del *Composite Leading Indicator* o pendiente de la ETTI), con la debilidad del sector industrial (cartera de pedidos total industria manufacturera), con las tensiones inflacionistas (IPC) o con la sustitución de producción nacional por foránea (importaciones).

Resulta llamativo comprobar cómo el Índice Dow Jones tiene un efecto negativo sobre la probabilidad de que el IBEX35 sea bajista en el próximo mes, y en cambio, el Índice NASDAQ tiene un efecto positivo. Este resultado, lejos de ser contradictorio, encuentra su explicación en la gran multicolinealidad presentada por los datos, aunque podría ser explicado también por una posible relación de complementariedad entre el IBEX35 y el

⁷ Aunque la serie tenga un parámetro positivo el Ministerio de Economía de España la ofrece como una variable negativa.

⁸ Aunque la serie tenga un parámetro negativo el Ministerio de Economía de España la ofrece como una variable negativa.

Dow Jones (recogerían, *grosso modo*, el mismo tipo de sectores económicos) y de sustituibilidad entre el IBEX35 y el NASDAQ (al comprender el NASDAQ empresas de alta tecnología en electrónica, informática, telecomunicaciones, biotecnología, etcétera, menos representadas en el IBEX35).

En la Figura 5.2, se muestra la probabilidad de que exista una tendencia bajista en el IBEX35 durante el siguiente mes con el modelo óptimo seleccionado por GASIC. Además, en dicha figura, se representa la variable binaria R_t (área sombreada) que codifica al mercado de acciones real en bajista ($R_t = 1$) o alcista ($R_t = 0$) y el logaritmo del IBEX 35 sobre el periodo de entrenamiento.

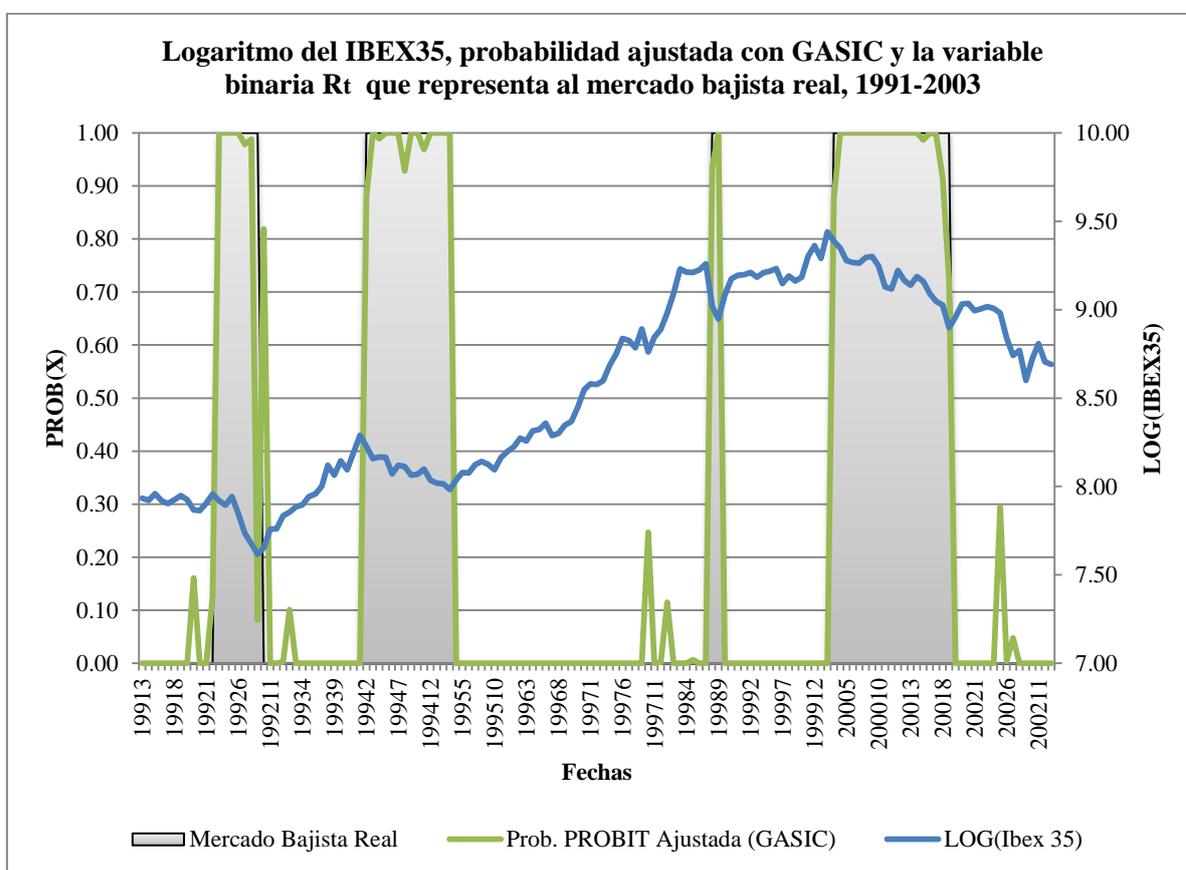


Figura 5.2. Probabilidad de que exista una tendencia bajista en el IBEX35 en el mes siguiente con el modelo seleccionado por GASIC, la variable binaria R_t que codifica al mercado de acciones real en bajista ($R_t = 1$) o alcista ($R_t = 0$) y el logaritmo del IBEX 35 sobre el periodo de entrenamiento.

5.5.1.1. Variables latentes.

En la literatura, se han analizado diferentes variables con el objetivo de comprobar cuál es la variable que aporta más información a la probabilidad⁹ de que haya una tendencia bajista en un mercado de acciones en un determinado horizonte temporal. Estos trabajos, entre los que se pueden citar a los realizados por Resnick y Shoesmith (2002) y Chen (2009), han llegado a la conclusión de que la pendiente de la ETTI de la Deuda Pública es la variable que mejor predice las tendencias bajistas en los mercados de acciones. En este capítulo, con el empleo del algoritmo GASIC, se ha encontrado la combinación más adecuada de variables capaz de explicar el mercado bajista en el IBEX35.

A continuación, se analiza la capacidad predictiva sobre las tendencias bajistas de las combinaciones de las diferentes características de la ETTI como son las combinaciones de niveles, pendientes¹⁰ y curvaturas de España, Estados Unidos y Europa. Finalmente, también se realizarán comparaciones con algunas de las variables que Chen (2009) empleó en su estudio, como pueden ser el Índice de Precios al Consumo (IPC), la tasa de desempleo (Tasa de paro) y el Índice de Producción Industrial (IPI), todas ellas variables macroeconómicas de España. Este autor encontró que las anteriores variables macroeconómicas, junto con la pendiente de la Deuda Pública de Estados Unidos, eran las que ofrecían un mayor poder predictivo de un mercado bajista en el S&P500.

En la siguiente Tabla 5.6 codificamos los 18 modelos extraídos de combinar el nivel, la pendiente y la curvatura de las ETTI de España, Estados Unidos y Europa, más los modelos con el IPC, la tasa de paro y el IPI, que vamos a evaluar. Para no confundir con las variables que GASIC seleccionó en el modelo óptimo, las cuáles hemos codificado como x_i , vamos a codificar a las variables de cada uno de los 18 modelos como z_i . En la Tabla 5.7 se muestran los valores del estadístico t de significación individual corregido por Newey-West, el *pseudo-R*² y el estadístico SIC para los diferentes modelos en el periodo de entrenamiento¹¹.

⁹ Ver Estrella y Mishkin (1998) para un ejercicio similar a la hora de analizar la probabilidad de recesión de una economía.

¹⁰ La pendiente será evaluada exclusivamente a través de la diferencia entre los tipos de interés a tres meses y a diez años.

¹¹ En el Anexo A, se muestran los parámetros de los ajustes realizados por el modelo Probit sobre los 18 modelos evaluados.

Modelo	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9
1	NIV ESP	NIV EEUU	NIV EUR	-	-	-	-	-	-
2	NIV ESP	NIV EEUU	-	-	-	-	-	-	-
3	NIV ESP	NIV EUR	-	-	-	-	-	-	-
4	NIV ESP	-	-	-	-	-	-	-	-
5	PEND ESP	PEND EEUU	PEND EUR	-	-	-	-	-	-
6	PEND ESP	PEND EEUU	-	-	-	-	-	-	-
7	PEND ESP	PEND EUR	-	-	-	-	-	-	-
8	PEND ESP	-	-	-	-	-	-	-	-
9	CURV ESP	CURV EEUU	CURV EUR	-	-	-	-	-	-
10	CURV ESP	CURV EEUU	-	-	-	-	-	-	-
11	CURV ESP	CURV EUR	-	-	-	-	-	-	-
12	CURV ESP	-	-	-	-	-	-	-	-
13	NIV ESP	PEND ESP	CURV ESP	-	-	-	-	-	-
14	NIV ESP	PEND ESP	CURV ESP	NIV EEUU	PEND EEUU	CURV EEUU	NIV EUR	PEND EUR	CURV EUR
15	NIV ESP	CURV ESP	NIV EEUU	CURV EEUU	NIV EUR	CURV EUR	-	-	-
16	IPC	-	-	-	-	-	-	-	-
17	TASA PARO	-	-	-	-	-	-	-	-
18	IPI	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla 5.6. Enumeración de las variables utilizadas en los diferentes modelos, donde NIV hace referencia al nivel, PEND a la pendiente, CURV a la curvatura de la ETTI de España (ESP), Estados Unidos (EEUU) y Europa (EUR), además, del índice de precios (IPC), de la tasa de paro y del Índice de Producción Industrial (IPI).

Valores del estadístico t de significación individual corregido por Newey-West, el <i>pseudo-R</i> ² y el estadístico SIC.											
Modelo	<i>z</i> ₁	<i>z</i> ₂	<i>z</i> ₃	<i>z</i> ₄	<i>z</i> ₅	<i>z</i> ₆	<i>z</i> ₇	<i>z</i> ₈	<i>z</i> ₉	<i>pseudo-R</i> ²	SIC
1	-4.0390	2.4987	4.0010	-	-	-	-	-	-	0.1773	-1.4623
2	-0.9049	2.5474	-	-	-	-	-	-	-	0.0492	-1.4068
3	-3.8619	4.0257	-	-	-	-	-	-	-	0.1315	-1.4870
4	0.2515	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0004	-1.4345
5	-4.2172	1.0610	4.2825	-	-	-	-	-	-	0.1530	-1.4451
6	-1.4875	0.0400	-	-	-	-	-	-	-	0.0165	-1.3819
7	-4.1696	4.1655	-	-	-	-	-	-	-	0.1453	-1.5095
8	-1.5157	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0165	-1.4514
9	1.1466	1.6623	3.9211	-	-	-	-	-	-	0.2779	-1.5968
10	4.1866	2.0614	-	-	-	-	-	-	-	0.1526	-1.5511
11	0.9757	4.0558	-	-	-	-	-	-	-	0.2591	-1.6265
12	4.1055	-	-	-	-	-	-	-	-	0.1226	-1.5699
13	-2.5271	0.1944	4.3565	-	-	-	-	-	-	0.1764	-1.5055
14	0.1096	-1.0134	1.4238	0.8175	-0.7323	0.6581	-0.4974	2.0000	1.6926	0.3292	-1.2324
15	-0.1855	1.7716	0.3043	0.5012	-0.0834	2.3577	-	-	-	0.2986	-1.4078
16	0.4138	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0012	-1.4353
17	-1.0799	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0082	-1.4448
18	0.4403	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0014	-1.4357

Tabla 5.7. Valores del estadístico *t* de significación individual corregido por Newey-West, el *pseudo-R*² y el estadístico SIC para los diferentes modelos en el periodo de entrenamiento.

En general, el análisis del ajuste sobre el periodo de entrenamiento de las variables latentes muestra los siguientes resultados:

- a.** Los modelos resultantes de las combinaciones de las curvaturas de España, Europa y Estados Unidos (que se corresponden a los modelos 9, 10, 11 y 12) son los que ofrecen una mejor bondad de ajuste según el estadístico SIC.

- b.** La pendiente de España siempre contribuye negativamente a la probabilidad de que el IBEX35 se encuentre en un mercado bajista en el siguiente mes. En cambio, las pendientes de Estados Unidos y Europa tienen un efecto positivo sobre dicha probabilidad. Recordar que las pendientes están formadas por la diferencia entre el tipo de interés a tres meses y el tipo de interés a diez años.

- c.** Ninguna de las variables IPC, tasa de paro e IPI son estadísticamente significativas.

- d.** En términos del SIC, la bondad del ajuste obtenido por el modelo óptimo seleccionado por GASIC (-3.3738) es muy superior al mejor ajuste de las variables latentes (-1.6265), siendo este último el modelo 11.

5.5.2. Resultados extramuestrales.

Para determinar si resulta beneficioso desde el punto de vista económico el uso del modelo Probit, se debe evaluar su bondad sobre el periodo de predicción. En este capítulo, dicho periodo de predicción transcurre entre febrero de 2003 y diciembre de 2009. El objetivo de este apartado será, por tanto, aplicar los modelos ajustados en el periodo de entrenamiento sobre el periodo de predicción, y comprobar así, cuál es el mejor modelo extramuestralmente.

El procedimiento de predicción no es tan trivial, como cabría pensar a primera vista, ya que dada la forma en la que se han definido los puntos de giro del índice IBEX35 (picos y valles), en la fecha de comienzo de la predicción no se sabe si el mercado está realmente en una tendencia bajista o alcista. Por ello, vamos a definir el proceso de predicción en los siguientes pasos:

1. Ajustar el modelo Probit con la información desde el primer dato de la muestra hasta la fecha $t - 6$, siendo t la fecha final del periodo de entrenamiento. Con la base de datos, ajustar con la información existente hasta febrero de 2003, siendo la fecha actual agosto de 2003. En realidad, entre marzo de 2003 y agosto de 2003 no se sabe en qué tendencia está el mercado (bajista ó alcista).
2. Predecir la probabilidad, con el modelo ajustado hasta $t - 6$, de una tendencia bajista para $t - 5$, $P(\hat{R}_{t-5} = 1)$, y discretizar la probabilidad predicha de esta forma:

$$\hat{R}_{t-5} = \begin{cases} 1 & \Leftrightarrow P(\hat{R}_{t-5} = 1) \geq 50\% \\ 0 & \Leftrightarrow P(\hat{R}_{t-5} = 1) < 50\%, \end{cases} \quad (5.4)$$

siendo \hat{R}_{t-5} la probabilidad predicha para $t - 5$ discretizada para que sea cero o uno, tal como se señala en (5.4). De forma que si $P(\hat{R}_{t-5} = 1) \geq 50\%$ entonces suponemos que $\hat{R}_{t-5} = 1$, y cero en caso contrario. Siguiendo con el caso anterior, con el modelo ajustado hasta febrero de 2003, predecir la probabilidad de una tendencia bajista en marzo de 2003, que posteriormente será discretizada a cero o uno.

3. Repetir recursivamente los dos pasos anteriores hasta que se discretice \hat{R}_t , es decir, ajustar con las probabilidades $R_t = [R_1, R_2, \dots, R_{t-6}, \hat{R}_{t-5}]$ y predecir el valor de $P(\hat{R}_{t-4} = 1)$, y así sucesivamente hasta obtener $P(\hat{R}_t = 1)$. En el caso que nos ocupa, ajustaríamos un modelo Probit con la información hasta marzo de 2003, siendo el dato de marzo de 2003 el predicho y discretizado en el paso 2, para predecir la probabilidad de recesión en abril de 2003, y continuaríamos hasta agosto de 2003.

4. Predecir la probabilidad de que en $t + 1$ haya una tendencia bajista $P(\hat{R}_{t+1} = 1)$, con el modelo ajustado hasta t , es decir, la probabilidad que realmente se quiere predecir. Así, con la información hasta agosto de 2003 predecimos la probabilidad de que el mercado en septiembre de 2003 se encuentre en una tendencia bajista.

5. Incrementar recursivamente el periodo de ajuste utilizado en el paso 1. Una vez predicha la probabilidad de septiembre de 2003 se añaden los datos reales del mes siguiente de todas las variables, para posteriormente volver a repetir secuencialmente todos los pasos anterior. Así, se predice la probabilidad de octubre de 2003 con un periodo de ajuste que finaliza en septiembre de 2003. Todo ello hasta que hayamos predicho la probabilidad de que haya una tendencia bajista en el IBEX35 en diciembre de 2009.

A continuación, utilizamos la metodología expuesta para predecir la probabilidad de que haya una tendencia bajista en el IBEX35 en el mes siguiente con el modelo óptimo seleccionado por GASIC (ver las variables escogidas en la Tabla 5.4) y con las combinaciones de variables latentes (ver los modelos en la Tabla 5.6).

Con el fin de evaluar la bondad de predicción de los diferentes modelos, se emplean tres estadísticos: la raíz del error cuadrático medio (RSME), la puntuación de probabilidad cuadrática (*Quadratic Probability Score*, QPS) de Diebold y Rudebush (1989) y el *pseudo-R²*, en este caso aplicado extramuestralmente.

El QPS toma la siguiente forma,

$$QPS = T^{-1} \sum_t 2[P(\hat{R}_{t+1} = 1) - R_{t+1}]^2 \quad (5.5)$$

donde, T es la longitud de la muestra, $P(\hat{R}_{t+1} = 1)$ es la probabilidad predicha por los modelos de que haya una tendencia bajista en el mes siguiente y R_{t+1} es la variable binaria real que codifica al mercado bajista en el mes siguiente. Este QPS se sitúa entre 0 y 2, siendo 0 una aproximación perfecta a la probabilidad realmente observada.

Por su parte, el *pseudo-R²* extramuestral se interpreta de la misma forma que intramuestralmente, aunque ahora no se garantiza que se sitúe entre 0 y 1. En los casos en los que éste sea un valor negativo, implicará una bondad de ajuste extramuestral muy pobre. En la siguiente Tabla 5.8, se ofrecen los resultados de la bondad de predicción para todos los modelos evaluados. En dicha Tabla se presentan los estadísticos RMSE, QPS y *pseudo-R²* sobre el periodo de predicción.

Modelo	RSME	QPS	<i>pseudo-R²</i>
GASIC	0.8593	1.4767	-0.1E20
1	0.4783	0.4575	-0.2003
2	0.5059	0.5120	-0.3628
3	0.4377	0.3831	0.1035
4	0.4655	0.4333	-0.0290
5	0.4128	0.3409	0.1457
6	0.4686	0.4391	-0.0379
7	0.4101	0.3364	0.1864
8	0.4679	0.4379	-0.0380
9	0.5480	0.6007	-0.5772
10	0.4926	0.4853	-0.2326
11	0.5369	0.5765	-0.4580
12	0.4743	0.4499	-0.0843
13	0.4968	0.4936	-0.1898
14	0.4467	0.3992	-0.1078
15	0.4728	0.4471	-0.1636
16	0.4852	0.4709	-0.1580
17	0.4637	0.4301	-0.0149
18	0.4673	0.4368	-0.0350

Tabla 5.8. Resultados de la bondad de predicción con los estadísticos RMSE, QPS y *pseudo-R²* sobre el periodo de predicción.

Los resultados de la bondad de predicción indican lo siguiente:

- a. La predicción con el modelo óptimo seleccionado por GASIC es muy pobre. Quizás puede ser debido al procedimiento de predicción utilizado o al sobreajuste muestral sobre el periodo de entrenamiento que, por definición, define al algoritmo GASIC.
- b. Sólo los modelos que utilizan las pendientes de la ETTI (modelos 5 y 7) y el que utiliza los niveles de España y Europa (modelo 3) obtienen un *pseudo-R²* positivo, siendo el resto de ellos negativos.
- c. El modelo que mejor predice es el modelo que utiliza la pendiente de España y Europa (modelo 7).

En resumen, la combinación de pendientes (modelos 5 y 7) predice la probabilidad de un IBEX35 bajista en el próximo mes mejor que utilizando únicamente la variable de la pendiente de España. Éste es un resultado novedoso, ya que en la literatura se ha defendido que la pendiente de la Deuda Pública es el mejor predictor de tendencias bajistas en los mercados de acciones. Así, nuestros resultados amplían dicha afirmación al señalar que la predicción de la probabilidad mejora al combinar la pendiente de España con las pendientes de sus mayores socios comerciales (Estados Unidos y Europa). Por lo tanto, hemos demostrado que las pendientes de Estados Unidos y Europa aportan una información sobre la probabilidad de un IBEX35 bajista en la predicción del siguiente mes, que no está implícita en la pendiente de la Deuda Pública de España.

5.6. Estrategia de negociación.

En este apartado se analiza si el hecho de predecir una tendencia bajista en un mercado de acciones al horizonte temporal de un mes es beneficioso desde el punto de vista de una estrategia de negociación activa. Para ello, se ha implementado una sencilla estrategia de contratación derivada de la desarrollada por Resnick y Shoemith (2002), sobre todo el periodo de predicción. En esta estrategia activa, cada mes se toman las posiciones para el mes siguiente tal y como sigue:

Si $P(\hat{R}_{t+1} = 1) \geq \text{Límite de la estrategia} \Leftrightarrow$ Invertir en el activo libre de riesgo.

Si $P(\hat{R}_{t+1} = 1) < \text{Límite de la estrategia} \Leftrightarrow$ Invertir en el Índice de acciones IBEX35.

donde $P(\hat{R}_{t+1} = 1)$ es la probabilidad predicha de que el IBEX35 tenga una tendencia bajista el próximo mes y el activo libre de riesgo es el tipo de interés de la Deuda Pública a tres meses de España, y como límites de la estrategia se aplica un 30%, 40% y 50%. Además, cada vez que se cambie de posición se aplican unos costes de transacción del 0.20%. Finalmente, como estrategia de comparación (*benchmark*) se va a emplear la estrategia de “comprar y mantener” a la que se hará referencia por sus iniciales en lengua inglesa B&H¹².

El desempeño o *performance* de la estrategia para los diferentes modelos va a ser evaluado con la ratio de Sharpe (Sharpe, 1966, 1994) y con el M^2 de Modigliani y Modigliani (1997). La ratio de Sharpe ajusta la rentabilidad de la cartera por el riesgo total soportado, definiéndose como el exceso de rentabilidad sobre el activo libre de riesgo por unidad de riesgo:

$$\text{Sharpe} = \frac{\bar{R}_P - \bar{R}_f}{\sigma_P} \quad (5.6)$$

donde, \bar{R}_P es la rentabilidad media de la estrategia, \bar{R}_f es la rentabilidad media del activo libre de riesgo y σ_P es la volatilidad de la estrategia. En la práctica se puede desechar la rentabilidad del activo libre de riesgo, \bar{R}_f , puesto que, al aplicar el mismo para todas las estrategias, éste no añade ninguna información adicional.

¹² La estrategia B&H consiste en tomar una posición larga en el IBEX35 en el inicio del periodo de predicción (nótese que éste se corresponde con septiembre de 2003, tal como hemos definido el proceso de predicción en el apartado anterior), y vender al final del mismo, aplicándole dos costes de transacción que se corresponden con la transacción inicial y final. Observar que la rentabilidad del B&H se considera como la rentabilidad del mercado.

El valor que ofrece la ratio de Sharpe, por sí misma, no aporta ninguna idea sobre cuál es la mejor estrategia, es decir, sólo sirve para compararla con las ratios de diferentes estrategias. Para mejorar dicha medida de *performance*, Modigliani y Modigliani (1997) desarrollaron una medida conocida como M^2 . El cálculo de esta medida se basa en el siguiente razonamiento (García Boza, 2007):

Se forma una cartera mixta, o “cartera ajustada”, de rentabilidad media tal que tenga el mismo riesgo que la cartera del mercado (σ_M),

$$\sigma_{P^*}^2 = \sigma_M^2$$

Dicha cartera ajustada se forma invirtiendo en la cartera a evaluar y en el activo libre de riesgo, en las proporciones respectivas p y $(1 - p)$. Se tendrá, por tanto,

$$\bar{R}_{P^*} = p \cdot \bar{R}_P + (1 - p) \cdot \bar{R}_f = \bar{R}_f + (\bar{R}_P - \bar{R}_f) \cdot p \quad (5.7)$$

$$\sigma_{P^*}^2 = p^2 \cdot \sigma_P^2 = \sigma_M^2 \Leftrightarrow \sigma_M = p \cdot \sigma_P \quad (5.8)$$

siendo, \bar{R}_{P^*} la rentabilidad media de la cartera mixta, \bar{R}_P la rentabilidad media de la cartera conformada por nuestra estrategia, \bar{R}_f la rentabilidad media del activo libre de riesgo y σ_P es la volatilidad de la cartera conformada por nuestra estrategia. Al combinarse (5.7) y (5.8) se obtiene la medida M^2 .

$$M^2 = \bar{R}_f + \frac{(\bar{R}_P - \bar{R}_f)}{\sigma_P} \cdot \sigma_M \quad (5.9)$$

La ventaja de la medida M^2 frente a la ratio de Sharpe estriba en que su rentabilidad es comparable directamente con la rentabilidad del mercado¹³ (es decir, con la rentabilidad que proporciona la estrategia B&H). Si dicha medida supera a la rentabilidad del mercado, representada ésta por la rentabilidad de la estrategia del B&H, la evaluación de la cartera es positiva, siendo negativa en el caso contrario. En la fórmula (5.9), se introducen las rentabilidades anualizadas de la estrategia y del activo libre de riesgo, siendo éste último el tipo de la Deuda Pública a tres meses de España.

En la siguiente Tabla 5.9, se muestran los resultados de las rentabilidades anualizadas, la ratio de Sharpe y la medida M^2 de los diferentes modelos, incluida la estrategia B&H, todo ello en tantos por uno para el periodo de predicción, septiembre 2003¹⁴-diciembre 2009, con los límites del 30%, 40% y 50%¹⁵.

¹³ Ambas rentabilidades deben estar expresadas en las mismas unidades (anual, mensual, etc.).

¹⁴ Nótese que el primer mes del periodo de predicción en las estrategias se corresponde con septiembre de 2003, tal como se ha definido en el proceso de predicción del apartado anterior.

¹⁵ En la estrategia B&H no se aplican los límites, por eso, en todos ellos se obtiene el mismo valor.

Modelo	<30%	<40%	<50%
Rentabilidad (1)	0.0738	0.0812	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.1215	0.1321	0.1321
M^2	0.0744	0.0812	0.0812
Rentabilidad (2)	0.0812	0.0812	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.1321	0.1321	0.1321
M^2	0.0812	0.0812	0.0812
Rentabilidad (3)	0.1429	0.0835	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.2934	0.1359	0.1321
M^2	0.1739	0.0835	0.0812
Rentabilidad (4)	0.0812	0.0812	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.1321	0.1321	0.1321
M^2	0.0812	0.0812	0.0812
Rentabilidad (5)	0.1464	0.1702	0.1394
<i>Sharpe</i>	0.4285	0.3672	0.2721
M^2	0.2436	0.2177	0.1623
Rentabilidad (6)	0.0471	0.0812	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.0919	0.1321	0.1321
M^2	0.0515	0.0812	0.0812
Rentabilidad (7)	0.1747	0.1816	0.1097
<i>Sharpe</i>	0.4559	0.4566	0.1893
M^2	0.2653	0.2671	0.1149
Rentabilidad (8)	0.0072	0.0812	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.0141	0.1321	0.1321
M^2	0.0036	0.0812	0.0812
Rentabilidad (9)	0.0430	0.0398	0.0428
<i>Sharpe</i>	0.0741	0.0685	0.0723
M^2	0.0441	0.0406	0.0435
Rentabilidad (10)	0.0440	0.0812	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.0746	0.1321	0.1321
M^2	0.0448	0.0812	0.0812

Rentabilidad (11)	0.0440	0.0398	0.0576
<i>Sharpe</i>	0.0759	0.0685	0.0967
M^2	0.0451	0.0406	0.0587
Rentabilidad (12)	0.0632	0.0812	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.1118	0.1321	0.1321
M^2	0.0666	0.0812	0.0812
Rentabilidad (13)	0.0371	0.0607	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.0653	0.1002	0.1321
M^2	0.0381	0.0613	0.0812
Rentabilidad (14)	0.0962	0.1149	0.0981
<i>Sharpe</i>	0.3093	0.2869	0.2211
M^2	0.1658	0.1631	0.1263
Rentabilidad (15)	0.1043	0.1207	0.1081
<i>Sharpe</i>	0.3714	0.2307	0.1870
M^2	0.1987	0.1375	0.1134
Rentabilidad (16)	0.0503	0.0812	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.0848	0.1321	0.1321
M^2	0.0512	0.0812	0.0812
Rentabilidad (17)	0.0693	0.0812	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.1163	0.1321	0.1321
M^2	0.0632	0.0812	0.0812
Rentabilidad (18)	0.0703	0.0812	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.1157	0.1321	0.1321
M^2	0.0712	0.0812	0.0812
Rentabilidad (B&H)	0.0812	0.0812	0.0812
<i>Sharpe</i>	0.1321	0.1321	0.1321
Rentabilidad (GASIC)	-0.0065	-0.0105	-0.0105
<i>Sharpe</i>	-0.0186	-0.0298	-0.0298
M^2	-0.0301	-0.0369	-0.0369

Tabla 5.9. Rentabilidades anualizadas, la ratio de Sharpe y la medida M^2 de los diferentes modelos, incluido el B&H, en el periodo de predicción para unas estrategias de negociación que se activan cuando las probabilidades de tendencia bajista son inferiores al 30%, 40% y 50% respectivamente, todos ellos en tantos por uno.

Los resultados de las estrategias obtenidos en la Tabla 5.9 pueden resumirse de la siguiente manera:

- a. La rentabilidad y las medidas del *performance* del modelo óptimo seleccionado por GASIC son bastantes pobres, llegando a ser el único modelo con rentabilidad negativa para todos los límites.

- b. La mayoría de los modelos evaluados obtienen la misma rentabilidad que el *benchmark* (0.0812). Esto quiere decir que estas estrategias no fueron capaces de predecir ninguna tendencia bajista en el IBEX35 sobre el periodo de predicción.

- c. Las combinaciones de pendientes que mejor predicen (modelos 5 y 7) son las que obtienen las mayores rentabilidades.

- d. Los límites que ofrecen mayores rentabilidades son del 30% y el 40%.

En conclusión, hemos demostrado empíricamente que para predecir la probabilidad de una tendencia bajista en el IBEX35 durante el siguiente mes, una combinación de las pendientes de España, Estados Unidos y Europa (modelo 5) ó de España y Europa (modelo 7) son las que ofrecen una mejor bondad de predicción. Además, si utilizamos tales predicciones para aplicar una sencilla estrategia de negociación sobre el IBEX35, se obtienen unos beneficios anormales sobre la rentabilidad del mercado dada por la estrategia de comprar y mantener (B&H).

Por último, en la Figura 5.3 se muestra la evolución de la predicción de la probabilidad de un IBEX35 bajista en el próximo mes con el mejor modelo extramuestral (Modelo 7: pendiente de España y pendiente de Europa) y el logaritmo del IBEX35 para todo el periodo de predicción septiembre 2003-diciembre 2009. Además, el área sombreada representa la variable binaria R_t que codifica al mercado de acciones real en bajista ($R_t = 1$) o alcista ($R_t = 0$).

Como se observa en la Figura 5.3, el modelo 7 es capaz de predecir la tendencia bajista prolongada a lo largo del 2008. Concretamente, este modelo capta todo el periodo de bajada con el límite del 30%. En cambio, dicho modelo no fue capaz de predecir la tendencia bajista que se produce entre marzo y agosto de 2004. Sin embargo, si se

profundiza en esta tendencia bajista no predicha por el modelo 7, se puede observar cómo dicha tendencia bajista es muy ligera, suficiente para que el algoritmo de Bry-Boschan la clasifique como bajista, pero casi plana. Por lo tanto, se podría decir que el algoritmo de Bry-Boschan predice erróneamente, y no nuestro modelo 7, una tendencia bajista que, en realidad, es prácticamente plana.

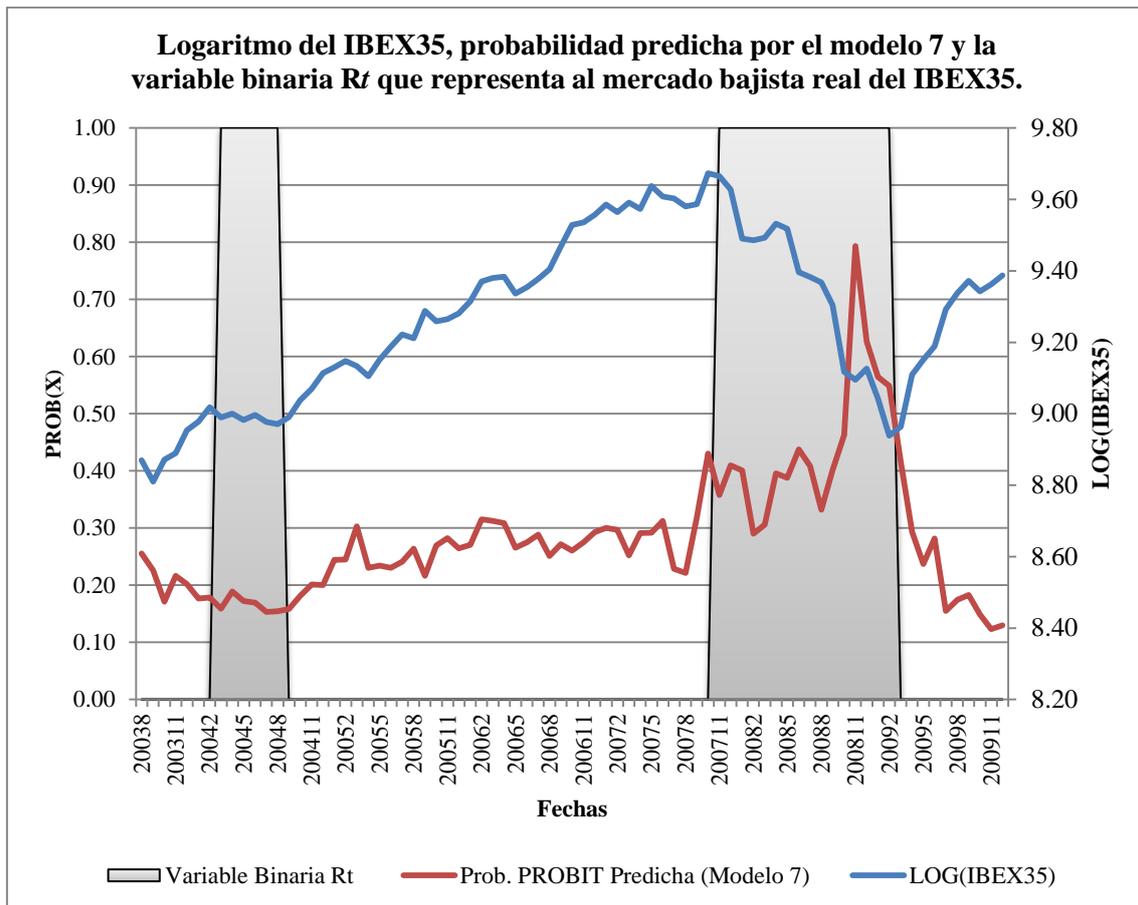


Figura 5.3. Evolución de la predicción de la probabilidad de un IBEX35 bajista en el próximo mes con el mejor modelo extramuestral (Modelo 7: pendiente de España y pendiente de Europa), la variable binaria R_t que codifica al mercado de acciones real en bajista ($R_t = 1$) o alcista ($R_t = 0$) y el logaritmo del IBEX35 para todo el periodo de predicción 2003-2009.

5.7. Conclusiones.

En este capítulo se ha empleado la metodología Probit propuesta por Estrella y Mishkin (1998) para predecir la probabilidad de que el Índice de Acciones IBEX35 se encuentre en una tendencia bajista durante el siguiente mes. Con tal propósito, por un lado, se ha utilizado el algoritmo GASIC para seleccionar el modelo óptimo sobre el periodo de entrenamiento (febrero 1991-enero 2003), para posteriormente predecir el periodo febrero 2003-diciembre 2009. Por otro lado, se han evaluado combinaciones de variables latentes como el nivel, pendiente y curvatura de la ETTI de España, Estados Unidos y Europa, junto con algunas variables empleadas por Chen (2009), como fueron el IPC, la Tasa de paro y el Índice de Producción Industrial de España.

El modelo GASIC obtuvo la mejor bondad de ajuste sobre el periodo de entrenamiento, en cambio, es el que obtiene la peor bondad de predicción. En este sentido, los modelos que obtienen mejor bondad de predicción son las combinaciones de las pendientes de España, Estados Unidos y Europa (modelo 5), y las pendientes de España y Europa (modelo 7). Adicionalmente, se ha hecho uso de una sencilla estrategia de negociación basada en las predicciones de una tendencia bajista en el IBEX35 para el mes siguiente, ofrecidas por los diferentes modelos. De nuevo, los modelos que mejor desempeño o *performance* obtuvieron han sido las combinaciones de pendientes anteriores.

En conclusión, la combinación de pendientes (modelos 5 y 7) predice la probabilidad de un IBEX35 con tendencia bajista en el siguiente mes mejor que aquel modelo que emplea sólo como variable la pendiente de España. Éste es un resultado novedoso, ya que en la literatura se ha defendido que la pendiente de la Deuda Pública es el mejor predictor de las tendencias bajistas en los mercados de acciones. Sin embargo, nuestros resultados apuntan a que la predicción de la probabilidad mejora al combinar la pendiente de España con las pendientes de sus mayores socios comerciales (Estados Unidos y Europa). Así, hemos demostrado que las pendientes de Estados Unidos y Europa aportan una información sobre la probabilidad de un IBEX35 bajista en el siguiente mes que no está implícita en la pendiente de la Deuda Pública de España. Además, hemos demostrado empíricamente que si se utilizan tales predicciones para aplicar una estrategia de negociación sencilla sobre el IBEX35, se obtienen unos beneficios anormales sobre la rentabilidad del mercado, medida ésta por la estrategia de comprar y mantener (B&H).

ANEXO

ANEXO A

PARÁMETROS DE LOS MODELOS AJUSTADOS.

Parámetros ajustados por el Probit									
Modelo	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9
1	-0.7714	0.3289	1.0650	-	-	-	-	-	-
2	-0.0349	0.3259	-	-	-	-	-	-	-
3	-0.7323	1.0798	-	-	-	-	-	-	-
4	0.0085	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-0.6219	0.1082	0.7998	-	-	-	-	-	-
6	-0.1259	0.0038	-	-	-	-	-	-	-
7	-0.6064	0.7538	-	-	-	-	-	-	-
8	-0.1265	-	-	-	-	-	-	-	-
9	0.1294	0.2484	0.8694	-	-	-	-	-	-
10	0.3851	0.2949	-	-	-	-	-	-	-
11	0.1084	0.9041	-	-	-	-	-	-	-
12	0.3694	-	-	-	-	-	-	-	-
13	-0.1393	0.0190	0.6015	-	-	-	-	-	-
14	0.0560	-0.2677	0.2158	0.3685	-0.2142	0.2308	-0.4504	0.7566	0.8136
15	-0.0650	0.2508	0.0660	0.1316	-0.0449	0.8893	-	-	-
16	0.4007	-	-	-	-	-	-	-	-
17	-0.5869	-	-	-	-	-	-	-	-
18	0.0037	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla A. Parámetros ajustados a través del Probit para los diferentes modelos en el periodo de entrenamiento.

CAPÍTULO VI

Principales resultados, conclusiones y líneas abiertas

6.1. Resumen de la Tesis Doctoral.

6.2. Principales resultados y conclusiones.

6.3. Líneas abiertas, posibles extensiones de la Tesis Doctoral.

6.1. Resumen de la Tesis Doctoral.

En esta Tesis Doctoral se ha estudiado la utilidad de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI) desde diferentes puntos de vista.

Desde un punto de vista microeconómico, se ha desarrollado una novedosa metodología de estimación de la ETTI (Método de Doble Penalización) que busca simultáneamente curvas *forward* y *spot* con mejores propiedades que las ofrecidas por los modelos más empleados por los Bancos Centrales. Nuestra metodología aplicada sobre la Deuda Pública española estima unas curvas más suaves y estables que las obtenidas por las metodologías no paramétricas, y similares a la metodología paramétrica de Nelson y Siegel (1987). Por otro lado, y siguiendo a Diebold y Li (2006), se ha hecho uso de diferentes modelos de predicción para estimar la evolución de los parámetros del modelo de Nelson y Siegel (1987). Estos parámetros tienen una relación directa con el nivel, la pendiente y la curvatura de la ETTI. Asimismo, se han desarrollado unas estrategias activas basadas en dichas predicciones. Nuestros resultados sugieren que las estrategias que apuestan por movimientos en la curvatura de la ETTI a un horizonte de un año son las mejores desde un punto de vista estadístico (mayor porcentaje de acierto en la dirección del movimiento del parámetro) y económico (mayores ratios de Sharpe).

Desde un punto de vista macroeconómico, se ha hecho uso de la ETTI para predecir, por un lado, la variación del PIB a precios constantes de España, y por otro lado, la probabilidad de que haya una tendencia bajista en el IBEX35. Nuestros resultados confirman que la ETTI contiene una información relevante, siendo la curvatura de la ETTI el mejor predictor de la variación del PIB, y una combinación de las pendientes de la ETTI de España, Estados Unidos y Europa el mejor predictor de una tendencia bajista en el IBEX35. Finalmente, se ha implementado una estrategia trivial haciendo uso de la predicción de la tendencia bajista del IBEX35 que mejora a la estrategia de comprar y mantener.

6.2. Principales resultados y conclusiones.

Los principales resultados y conclusiones obtenidos a lo largo de los Capítulos II, III, IV y V pueden resumirse en los siguientes apartados:

1. Desarrollo de una novedosa metodología de estimación de la ETTI que se ha denominado Método de Doble Penalización.

En el Capítulo II se ha desarrollado una metodología novedosa de ajuste de la ETTI, que se ha denominado como método de doble penalización. Este modelo consiste en aplicar una penalización sobre la curvatura de la función *forward*, y simultáneamente, otra penalización sobre la curvatura de la función *spot*, basándose en los modelos de *splines* suavizados de Fisher, Nychka y Zervos (1995), Waggoner (1997) y Anderson y Sleath (1999, 2001).

Los valores de ambas penalizaciones en el modelo de doble penalización se pueden optimizar de forma no restringida (a través de un algoritmo genético sin restricciones) o de forma restringida (a través de un algoritmo genético aplicando unas restricciones que permiten mejorar en bondad de ajuste, en curvatura *forward* y en curvatura *spot* al modelo de estimación de la ETTI que mejor se comporte a priori). De ambos procedimientos de búsqueda de las penalizaciones, se ha demostrado que el procedimiento restringido (doble penalización restringida) es el que mejor comportamiento ofrece, es decir, mejor compromiso entre bondad de ajuste a la información de precios realmente observada en el mercado, y menores curvaturas *forward* y *spot*.

Aunque este modelo de doble penalización restringido es muy similar al modelo de Nelson y Siegel (1987) para el mercado de Deuda Pública española, sin embargo, dado que utiliza polinomios a trozos (*splines*), permite obtener unas curvas *forward* y *spot* con mayor flexibilidad. Asimismo, éste es capaz de superar la falta de robustez de la metodología de Nelson y Siegel, concretamente el problema de que al cambiar un único activo cambia toda la curva de tipos de interés.

2. Predicción de la ETTI y aplicación de unas estrategias de negociación basadas en dichas predicciones.

En el Capítulo III hemos desarrollado diversas estrategias de gestión activa sobre carteras de Deuda Pública del mercado español. Siguiendo a Diebold y Li (2006), estas estrategias están basadas en apuestas sobre movimientos en la ETTI, usando para ello la predicción de los parámetros del modelo de estimación de la ETTI de Nelson y Siegel (1987), representando éstos el nivel, la pendiente y la curvatura. Dichos parámetros han sido predichos diariamente desde el 3 de Enero de 2003 hasta el 8 de Febrero de 2010, a un año y a un mes vista, empleando diversas técnicas de predicción de series temporales paramétricas y no paramétricas.

Nuestros resultados confirman que se pueden aprovechar las predicciones realizadas por diferentes modelos de predicción para tomar posiciones ventajosas sobre los activos de la Deuda Pública española. Concretamente, de todas las estrategias estudiadas para todo el periodo de predicción analizado, la estrategia de mejor desempeño o *performance* (mayor ratio de Sharpe) para un horizonte de planificación del inversor de un año fue el $VAR(1)$ que apuesta sobre la curvatura en ausencia de banda de negociación. Por su parte, la estrategia que obtuvo mejor *performance* para el horizonte de planificación del inversor de un mes fue la apuesta en nivel con el modelo de predicción $VAR(1)$ que minimiza el M-Absoluto, con duración igual al horizonte de planificación del inversor y para una banda del 5%.

Los resultados del Capítulo III pueden ser empleados para tomar decisiones sobre la evolución de los tipos a un horizonte temporal de un año y de un mes. Éstos pueden resultar útiles en la gestión de activos y pasivos de una entidad de crédito, la cobertura frente a la evolución en los tipos de interés, la especulación en el mercado *spot* o *forward*, etc. Además, hemos demostrado analíticamente que se pueden aplicar unas estrategias activas en mercados de renta fija tomando las posiciones en la cartera según las predicciones realizadas por modelos econométricos sobre los parámetros que caracterizan a la ETTI (nivel, pendiente y curvatura). Las estrategias diseñadas son más rentables para periodos a largo plazo, por ejemplo a un año vista, principalmente con aquéllas que apuesten sobre el futuro movimiento de la curvatura de la ETTI, mejorando así a la estrategia pasiva de la inmunización que ha sido utilizada como *benchmark*.

3. Predicción de la variación del PIB a precios constantes.

En el Capítulo IV, se ha hecho uso de la metodología de la cointegración en dos etapas de Engle y Granger (1987) para predecir la variación del Producto Interior Bruto (PIB) a precios constantes de España en varios horizontes.

A partir de un conjunto elevado de variables macroeconómicas e indicadores adelantados de España, y de tipos de interés y variables latentes de la ETTI (nivel, pendiente y curvatura) de España, Europa y Estados Unidos, hemos obtenido que una variable *proxy* de la curvatura de la ETTI de la Deuda Pública de España que hace uso del tipo a corto plazo (tipo de interés a tres meses), a medio plazo (tipo de interés a dos años) y a largo plazo (tipo de interés a diez años) es el mejor predictor de las variaciones del PIB a precios constantes en todos los horizontes en los que existe una relación de cointegración entre la variación del PIB y dichos tipos de interés. Concretamente, predice mejor en las variaciones del PIB trimestral, semestral y en tres trimestres, coincidiendo con la variable *proxy* de la pendiente (tipo de interés a tres meses y a diez años de España) para la variación del PIB en tres trimestres. Sin embargo, el modelo óptimo extraído del algoritmo GASIC de Acosta-González y Fernández-Rodríguez (2007), empleando únicamente la variable Indicador del Clima Económico de España, es el que mejor predice la variación anual del PIB a precios constantes. En cambio, las *proxies* de la curvatura y de la pendiente de la ETTI no obtienen ninguna relación de cointegración con la variación del PIB anual.

Por tanto, nuestros resultados sugieren que las autoridades monetarias deben enfocar sus políticas sobre el tipo de interés a corto (tres meses), a medio (dos años) y a largo plazo (diez años), porque conjuntamente aquéllos incorporan más información sobre la futura evolución económica que sólo el tipo de interés a corto plazo (Fuhrer y Moore, 1995; y Ang, Piazzesi y Wei, 2006). No obstante, estas conclusiones deben de tomarse con cautela, ya que durante el período objeto de análisis se registra un importante cambio institucional (el nacimiento del euro en enero de 1999 del que España formó parte como socio fundador), de manera que el Banco de España cedió protagonismo al Banco Central Europeo (BCE), asumiendo este último la responsabilidad de definir la política monetaria en la nueva Unión Económica y Monetaria europea (UEM).

4. Predicción de las tendencias bajistas en el Índice de acciones IBEX35.

En el Capítulo V, hemos aplicado la metodología Probit propuesta por Estrella y Mishkin (1998) para predecir la probabilidad de que el Índice de acciones IBEX35 se encuentre en una tendencia bajista en el próximo mes.

Tras analizar un conjunto amplio de variables macroeconómicas, indicadores adelantados, tipos de interés de la Deuda Pública y variables latentes de la ETTI (nivel, pendiente y curvatura) de España, Europa y Estados Unidos, nuestros resultados están en línea con la literatura demostrando que la pendiente de la ETTI es el mejor predictor de la probabilidad de un IBEX35 bajista al horizonte de un mes. Sin embargo, como resultado novedoso de esta Tesis Doctoral hemos encontrado que la predicción realizada por la pendiente de España puede ser mejorada al combinarla con las pendientes de sus mayores socios comerciales (Europa y Estados Unidos). Este resultado refleja que las pendientes de Europa y Estados Unidos aportan una información sobre la probabilidad de un IBEX35 bajista en el próximo mes que no está implícita en la pendiente de la Deuda Pública de España.

Finalmente, hemos demostrado empíricamente que si se aplica una estrategia de negociación sencilla, desarrollada por Resnick y Shoemith (2002), se obtienen unos beneficios anormales sobre la rentabilidad del mercado, medida ésta por la rentabilidad de la estrategia *Buy and Hold*. Dicha estrategia se basa en invertir en el activo libre de riesgo (Letra del Tesoro a tres meses) cuando la probabilidad del modelo Probit de un IBEX35 bajista el próximo mes es superior a un determinado límite e invertir en el propio IBEX35 cuando dicha probabilidad es inferior al límite, usando conjuntamente las pendientes de la ETTI de la Deuda Pública de España, Europa y Estados Unidos, o las pendientes de la ETTI de la Deuda Pública de España y Europa.

6.3. Líneas abiertas, posibles extensiones de la Tesis Doctoral.

Aunque esta Tesis Doctoral ha intentado dar respuesta a diversos problemas sin resolver en la literatura, aun quedan sin resolver muchas otras cuestiones que podrían desarrollarse como posibles extensiones de esta tesis. A continuación, vamos a señalar algunas de las posibles líneas de actuación.

- En primer lugar, se podrían desarrollar nuevos métodos de obtención de las dos penalizaciones en el modelo de doble penalización que logren reflejar la información, a priori, sobre las curvas *spot* y *forward* o que permitan que éstas varíen sobre diferentes vencimientos. Igualmente, se podría aplicar la metodología de doble penalización restringida o no restringida, según el caso, en trabajos de diversa índole donde se requiera estimar, a la vez, dos curvas que puedan estar interrelacionadas y donde se busque parsimonia en cada una de ellas. Asimismo, se podrían aplicar el modelo de doble penalización en mercados de Deuda Pública más amplios como el mercado estadounidense y comprobar si éste es capaz de mejorar a las metodologías empleadas por sus bancos centrales o autoridades monetarias.
- En segundo lugar, las estrategias activas basadas en la predicción de la ETTI propuestas en el Capítulo III podrían ser aplicadas sobre mercados de Deuda Pública como el estadounidense, así como emplear nuevos modelos de predicción que puedan mejorar a los empleados en esta Tesis Doctoral.
- En tercer lugar, resulta de interés confirmar si la variable *proxy* de la curvatura de la ETTI es también una variable significativa en la predicción de la variación del PIB a precios constantes en otras economías diferentes a la española.
- Por último, podría replicarse el análisis desarrollado en el Capítulo V sobre índices de acciones de diferentes países y así encontrar qué pendientes de la Deuda Pública son las más influyentes en la economía mundial o por diferentes regiones. Por ejemplo, comprobar si la pendiente de la Deuda Pública estadounidense es la más influyente a nivel mundial. Asimismo, si por ejemplo los mercados de acciones asiáticos están más influenciados por las pendientes de las economías de la región o si, en cambio, es la pendiente estadounidense la que ayuda en la predicción de dichos mercados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acosta-González, E., and Fernández-Rodríguez, F., 2007. "Model Selection via Genetic Algorithms Illustrated with Cross-Country Growth Data", *Empirical Economics*, 33, 313-337.

Ahrens, R., 1999. "Examining Predictors of U.S. Recessions: A Regime-Switching Approach", *Schweizerische Zeitschrift für Volkswirtschaft und Statistik*, 135, 1, 97-124.

Alonso, F., Ayuso, J., y Martínez, J., 2000. "El Contenido Informativo de los Tipos de Interés sobre la Tasa de Inflación Española", *Investigaciones Económicas*, 24, 455-471.

Anderson, N., Breedon, F., Deacon, M., Derry, A. and Murphy, G., 1996. *Estimating and Interpreting the Yield Curve*. John Wiley & Sons, New Jersey.

Anderson, N., and Sleath, J., 1999. "New estimates of the UK real and nominal yield curves", *Bank of England Quarterly Bulletin*, November, 384-92.

_____ 2001. "New Estimates of the UK Real and Nominal Yield Curves", *Bank of England Working Paper*.

Ang, A., Piazzesi, M., and Wei, M., 2006. "What does the Yield Curve Tell us about GDP Growth?", *Journal of Econometrics*, 131, 359-403.

Banerjee, A., Dolado, J.J., and Mestre, R., 1998. "Error-Correction mechanism tests in a single equation framework", *Journal of Time Series Analysis*, 19, 267-285.

Berge, T.J., and Jordà, O., 2011. "A chronology of turning points in economic activity: Spain, 1850-2011", *Research Working Paper 11-14, Federal Reserve Bank of Kansas City*, <http://www.kansascityfed.org/publicat/reswkpap/pdf/rwp11-14.pdf>

Berk, J.M., 1998. "The Information Content of the Yield Curve for Monetary Policy: a Survey", *De Economist*, 146, 2, 303-320.

Bernanke, B., and Blinder, A., 1992. "The Federal Funds Rate and the Channels of Monetary Transmission", *American Economic Review*, 82, 4, 901-921.

Bierwag, G.O., 1987. *Análisis de la Duración, la Gestión del Riesgo de Tipo de Interés*. Alianza Economía y Finanzas.

BIS, 2005. "Zero-Coupon Yield Curves: Technical Documentation", *Bank for International Settlements, Basle*.

Björk, T., and Christensen, B., 1999. "Interest Rate Dynamics and Consistent Forward Rate Curves", *Mathematical Finance*, 323–348.

Bliss, R.R., 1997. "Testing Term Structure Estimation Methods", *Advances in Futures and Options Research*, 9, 197–231.

Boor, C. de, 1978. *A Practical Guide to Splines*. Springer-Verlag, New York.

Box, G., and Jenkins, G., 1970. *Time series analysis: Forecasting and control*. Holden-Day, San Francisco.

Bradley, S.P., and Crane, D.B., 1973. "Management of Commercial Bank Government Security Portfolios: An Optimization Approach under Uncertainty", *Journal of Bank Research*, 4, 1, Spring.

Bradley, M.G., and Lumpkin, S.A., 1992. "The Treasury Yield Curve as a Cointegrated System", *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, 27, 449-463.

Breeden, D.T., 1979. "An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities", *Journal of Financial Economics*, 7, 265-296.

Brock, W.A., 1982. "Asset Prices in a Production Economy", *NBER Chapters, in: The Economics of Information and Uncertainty*, 1-46.

Bry, G., and Boschan, C., 1971. "Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs", *NBER*, New York.

- Campa, J.M., and Chang, P.H.K., 1995. "Testing the Expectations Hypothesis on the Term Structure of Volatilities in Foreign Exchange Options", *Journal of Finance*, 50, 2, 529-47.
- Campbell, J.Y., and Shiller, R.J., 1991. "Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird's Eye View", *Review of Economic Studies*, 58, 3, May, 495-514.
- Candelon, B., Piplack, J., and Straetmans, S., 2008. "On Measuring Synchronization of Bulls and Bears: The Case of East Asia", *Journal of Banking and Finance*, 32, 6, 1022–1035.
- Carleton, W.T., and Cooper, I.A., 1976. "Estimation and Uses of the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Finance*, 31, 4, 1067-1083.
- Chambers, D.R., Carleton, W.T., and Waldman, D.R., 1984. "A New Approach to Estimation of the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19, 3, September, 233-253.
- Chen, N.F., 1991. "Financial Investment Opportunities and the Macroeconomy", *Journal of Finance*, 46, 2, 529-54.
- Chen, S., 2009. "Predicting the Bear Stock Market: Macroeconomic Variables as Leading Indicators", *Journal of Banking & Finance*, 33, 211-223.
- Clinton, K., 1994. "The Term Structure of Interest Rates as a Leading Indicator of Economic Activity: A Technical Note", *Bank of Canada Review*, 1994/1995, 21–40.
- Corrales, A., y Taguas, D., 1989. "Series Macroeconómicas para el Período 1954-88. Un Intento de Homogeneización", *Monografía n 75. Madrid: Instituto de Estudios Fiscales*.
- Cox, J., Ingersoll, J., and Ross, S., 1985. "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica*, 53, 2, 385-407.

Cozier, B.V., and Rahman, A.H., 1988. “Stock Returns, Inflation, and Real Activity in Canada”, *Canadian Journal of Economics*, 21, 4, 759-74.

Culbertson, J.M., 1957. “The Term Structure of Interest Rates”, *Quarterly Journal of Economics*, 71, 4, 485-517.

Cwik, P.F., 2004. *An Investigation of Inverted Yield Curves and Economic Downturns*. Auburn, Alabama.

Deacon, M., and Derry, A., 1994. “Estimating the Term Structure of Interest Rates”, *Working Paper Series – Bank of England*, n°24.

Díaz-Pérez, A., González, M., Navarro, E., and Skinner, F.S., 2009. “An Evaluation of Contingent Immunization”, *Journal of Banking and Finance*, 33, 10, 1874-1883.

Díaz-Pérez, A., Jareño, F., and Navarro, E., 2011. “Term Structure of Volatilities and Yield Curve Estimation Methodology”, *Quantitative Finance*, 11, 4, 573-586.

Dickey, D.A., and Fuller, W.A., 1979. “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root”, *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.

Diebold, F.X., and Rudebusch, G.D., 1989. “Scoring the leading indicators”, *Journal of Business*, 62, 3, 369-391.

Diebold, F.X., and Li, C., 2006. “Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields”, *Journal of Econometrics*, 130, 337-364.

Diebold, F.X., Rudebusch, G.D., and Aruoba, S.B., 2006. “The Macroeconomy and the Yield Curve: a Dynamic Latent Factor Approach”, *Journal of Econometrics*, 131, 309-338.

Dolado, J.J., 1990. “Cointegración: Una Panorámica”, *Estadística Española*, 34, 124, Mayo-Agosto.

Dolado, J.J., Jenkinson, T., and Sosvilla-Rivero, S., 1990. "Cointegration and Unit Roots", *Journal of Economic Surveys*, 4, 249-273.

Domínguez, E., and Novales, A., 2001. "Dynamic Correlations among slopes in Eurocurrency markets", *International Journal of Finance*, 12, 3, 1807-1822.

Dorsey, R.D., and Mayer, J.M., 1995. "Genetic Algorithms for Estimation Problems with Multiple Optima, Nondifferentiability, and other Irregular Features", *Journal of Business & Economic Statistics*, 13, 1, 53-66.

Dotsey, M., 1998. "The Predictive Content of the Interest Rate Term Spread for Future Economic Growth", *Federal Reserve Bank of Richmond, Economic Quarterly*, 84, 3, 31-51.

Dueker, M., 1997. "Strengthening the Case for the Yield Curve as a Predictor of U.S. Recessions", *Federal Reserve Bank of St. Louis, Review*, 79, 2, 41-51.

Durbin, J., and Watson, G.S., 1950. "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression, I", *Biometrika*, 37, 409-428.

_____ 1951. "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression, II", *Biometrika*, 38, 159-179.

Echols, M.E., and Elliott, J.W., 1976. "A Quantitative Yield Curve Model for Estimating the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 11, 87-114.

Engle, R.F., and Granger, G., 1987. "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, 55, 251-276.

_____ 1991. *Long-Run Economic Relationships. Readings in Cointegration*. Oxford University Press, New York.

Ericsson, N.R., and MacKinnon, J.G., 1999. “Distribution of Error Correction Tests for Cointegration”, *Board of Governors of the Federal Reserve System. International Finance Discussion Papers N° 655*, Dic.

Estrella, A., 1997. “The Term Structure of Interest Rates and its Role in Monetary Policy for the European Central Bank”, *European Economic Review*, 41, 7, 1375-1401.

_____ 1998. “Predicting U.S. Recessions: Financial Variables as Leading Indicators”, *The Review of Economics and Statistics*, 80, 1, 45-61.

_____ 1998. “A New Measure of Fit for Equations with Dichotomous Dependent Variables”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 2, 198–205.

Estrella, A., and Hardouvelis, G., 1991. “The Term Structure as a Predictor of Real Economic Activity”, *Journal of Finance*, 46, 2, 555-576.

Estrella, A., and Mishkin, F., 1996. “The Yield Curve as a Predictor of U.S. Recessions”, Federal Reserve Bank of New York, *Current Issues in Economics and Finance*, 2, 7, 1-6.

_____ 1997. “The Term Structure of Interest Rates and its Role in Monetary Policy for the European Central Bank”, *European Economic Review*, 41, 7, 1375-1401.

_____ 1998. “Predicting U.S. Recessions: Financial Variables as Leading Indicators”, *Review of Economics and Statistics*, 80, 1, February, 45-61.

Estrella, A., Rodrigues, A.P., and Schich, S., 2003. “How Stable is the Predictive Power of the Yield Curve? Evidence from Germany and the United States”, *Review of Economics and Statistics*, 85, 3, 629–644.

Evans, M., 1987. “A Macroeconomic Model of the Term Structure of Interest Rates”, *New York University Salomon Brothers Center, Working Paper no. 445*, 29.

Evans, C., and Marshall, D., 1998. "Monetary Policy and the Term Structure of Nominal Interest Rates: Evidence and Theory", *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 49, 1, 53-111.

Fabozzi, E., 1993. *Bond Markets. Analysis and Strategies*, 2nd edition. Prentice Hall, New Jersey.

_____ 1997. *Managing Fixed Income Portfolios*. John Wiley & Sons, Pennsylvania.

_____ 1999. *Bond Markets, Analysis and Strategies*, 4th edition. Prentice Hall, New Jersey.

_____ 2001. *Bond Portfolio Management*, 2nd edition. John Wiley & Sons, New Jersey.

Fama, E.F., 1981. "Stock Returns, Real Activity, Inflation, and Money", *American Economic Review*, 71, 4, 545-65.

_____ 1986. "Term Premiums and Default Premiums in Money Markets", *Journal of Financial Economics*, 17, 175-196.

Fama, E.F., and Bliss, R.R., 1987. "The Information in Long-Maturity Forward Rates", *Center for Research in Security Prices Working paper series no. 170.*; Chicago: Graduate School of Business University of Chicago.

Favero, C.A., Niu, L., and Sala, L., 2012. "Term Structure Forecasting: No-Arbitrage Restrictions versus Large Information Set", *Journal of Forecasting*, 31, 124-156.

Ferguson, R., and Raymar, S., 1998. "A Comparative Analysis of Several Popular Term Structure Estimation Methods", *Journal of Fixed Income*, 7, 4, March, 17-32.

Fernández-Rodríguez, F., y García Artiles, M.D., 1997. “Sistemas Dinámicos Aplicados a la Economía”, *Actas V Jornadas ASEPUMA*.

Fernández-Rodríguez, F., Sosvilla-Rivero, S., and Andrada-Félix, J., 1999. “Exchange Rate Forecast with Nearest-Neighbour Methods: Evidence from the EMS”, *International Journal of Forecasting*, 15, 383-392.

Fernández-Rodríguez, F., 2006. “Interest Rate Term Structure Modeling Using Free-Knot Splines”, *The Journal of Business*, 79, 6, 3083-3099.

Ferreira, E., Martínez Serna, M.I., Navarro, E., and Gonzalo Rubio, I., 2008. “Economic Sentiment and Yield Spreads in Europe”, *European Financial Management*, 14, 2, 206-221.

Fisher, I., 1896. *Appreciation and Interest*. MacMillan, New York.

_____ 1907. *The Rate of Interest*. MacMillan, New York.

_____ 1930. *The Theory of Interest: As Determined by Impatience to Spend Income and Opportunity to Invest It*. MacMillan, New York.

Fisher, L., and Weil, R.L., 1971. “Coping with Risk of Interest Rates Fluctuation: Returns to Bond Holders from Naïve and Optimal Strategies”, *Journal of Business*, 44, 4, 111-118.

Fisher, M., Nychka, D., and Zervos, D., 1995. “Fitting the Term Structure of Interest Rates with Smoothing Splines”, *Finance and Economics Discussion Series – Federal Reserve Board*, n° 95-1.

Fong, H.G., and Vasicek, O.A., 1983. “The Trade-off between Return and Risk in Immunized Portfolio”, *Financial analysts journal*, 39, 5, sept-oct, 73-78.

_____ 1984. “A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization”, *Journal of finance*, 39, 5, 1541-1546.

Fong, H.G., and Fabozzi, F.J., 1985. *Fixed Income Portfolio Management*. Dow-Jones Irwin, Homewood, IL.

Fuhrer, J., and Moore, G., 1995. “Monetary Policy Trade-Offs and the Correlation Between Nominal Interest Rates and Real Output”, *American Economic Review*, 85, 1, 219-239.

Fuller, W., 1976. *Introduction to Statistical Time Series*. John Wiley & Sons, New York.

García Boza, J., 2007. *Gestión de Carteras de Renta Variable. Guía Didáctica*. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, Las Palmas de Gran Canaria.

Gimeno, R., and Nave, J.M., 2006. “Genetic Algorithm Estimation of Interest Rate Term Structure”, *Bank of Spain Working Paper No 0636*.

Hamilton, J. D., 1994. *Time Series Analysis*. Princeton University Press, Princeton, NJ.

Hansen, L.P., and Singleton, K.J., 1982. “Generalized Instrumental Variables Estimation of Non Linear Rational Expectations Models”, *Econometrica*, 50, 5, 1269-86.

Harvey, C., 1988. “The Real Term Structure and Consumption Growth”, *Journal of Financial Economics*, 22, 2, 305-333.

_____ 1989. “Forecast of Economic Growth from the Bond and Stock Markets”, *Financial Analysts Journal*, Sep-Oct, 38-45.

_____ 1997. “The Relation between the Term Structure of Interest Rates and Canadian Economic Growth”, *Canadian Journal of Economics*, 30, 1, 169-93.

Haubrich, J., and Dombrosky, A., 1996. “Predicting Real Growth Using the Yield Curve”, *Federal Reserve Bank of Cleveland, Economic Review*, 32, 1, 26–34.

Haupt, R. L., and Haupt, S.E., 1998. *Practical Genetic Algorithms*. John Wiley & Sons, New York.

Heath, D., Jarrow, R.A., and Morton, A., 1992. “Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation”, *Econometrica*, 60, 1, 77-105.

Hendry, D.F., 1995. *Dynamic Econometrics*. Oxford University Press, Oxford.

_____ 2001. *Econometrics: Alchemy or Science? 2nd Edition*. Oxford University Press, Oxford.

Hicks, J.R., 1939. *Value and Capital. An Inquiry into some Fundamental Principles of Economic Theory*. Clarendon Press, Oxford.

Ho, T.S.Y., and Lee, S.B., 1986. “Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims”, *Journal of Finance*, 41, 1011–1029.

Ho, T.S.Y., 1992. “Managing Illiquid Bonds and Linear Path Space”, *The Journal of Fixed Income*, 2, 1, June.

Holland, J., 1975. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. MIT Press, Cambridge, MA.

Hull, J., and White, A., 1990. “Pricing Interest-Rate Derivative Securities”, *Review of Financial Studies*, 3, 4, 573–592.

Ioannides, M., 2003. “A Comparison of Yield Curve Estimation Techniques Using UK Data”, *Journal of Banking and Finance*, 27, 1, 1-26.

Jarrow, R., Ruppert, D., and Yu, Y., 2004. “Estimating the Interest Rate Term Structure of Corporate Debt with a Semiparametric Penalized Spline Model”, *Journal of the American Statistical Association, American Statistical Association*, 99, January, 57-66.

Jeffrey, A., Linton, O., and Nguyen, T., 2000. "Flexible Term Structure Estimation: Which Method Is Preferred?", *Yale SOM Working Paper No. ICF-00-25*, Yale International Center for Finance.

Johansen, S., 1988. "Statistical Analysis of Cointegration Vector", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-254.

Johansen, S., and Juselius, K., 1990. "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration - With Applications to the Demand for Money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52, 169-210.

Jones, F.J., 1985. "Overview of Fixed Income Portfolio Management", in *Advanced Bond Portfolio Management*, ed. Fabozzi, F.J., Martellini, L., and Priaulet P., John Wiley & Sons.

_____ 1991. "Yield Curve Strategies", *The Journal of Fixed Income*, 1, 2, 43-48.

Jordan, B.D., Jorgensen R.D., and Kuipers, D.R., 2000. "The Relative Pricing of U.S. Treasury STRIPS: empirical evidence", *Journal of Financial Economics*, 56, 89-123.

Kanony, C., and Mokrane, M., 1992. "Reconstitution de la Courbe c Teurs d'Evolution et Couverture Factorielle", *Cahiers de la Caisse Autonome de Refinancement* 1, June.

Keen, H., 1989. "The Yield Curve as a Predictor of Business Cycle Turning Points", *Business Economics*, 24, 4, 37-43.

Kessel, R.A., 1965. "The Cyclical Behavior of the Term Structure of Interest Rates", *NBER, Occasional Paper no. 91*.

Koza, J.R., 1992. *Genetic Programming: On the Programming of Computers by Means of Natural Selection*. MIT Pres., Cambridge, Massachusetts.

Kremers, J.J., Ericsson, N.R., and Dolado, J.J., 1992. "The Power of Cointegration Tests", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, 325-348.

Kwiatkowski, D., Phillips, P.C.B., Schmidt, P., and Shin, Y., 1992. “Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root”, *Journal of Econometrics*, 54, 59-178.

Langetieg, T.C., and Smoot, S.J., 1981. “An Appraisal of Alternative Spline Methodologies for Estimating the Term Structure of Interest Rates“, *Working Paper, University of Southern California*.

_____ 1989. “Estimation of the Term Structure of Interest Rates”, *Research in Financial Services*, 1, 181-222.

Laurent, R.D., 1988. “An Interest-based Indicator of Monetary Policy”, *Federal Reserve Bank of Chicago, Economic Perspectives*, 12, 1, 3-14.

_____ 1989. “Testing the Spread”, *Federal Reserve Bank of Chicago, Economic Perspectives*, 13, 4, 22-34.

Levenberg, K., 1944. “A Method for the Solution of Certain Problems in Least-Squares”, *Quarterly Applied Math.* 2, 164–168.

Leybourne, S.J., and McCabe, B.P.M., 1993. “A Simple Test for Cointegration”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 55, 97-103.

Litterman, R.B., and Scheinkman, S., 1991. “Common Factors Affecting Bond Returns”, *Journal of Fixed Income*, 1, 1, 54-61.

Litterman, R.B., 2005. “Active Alpha Investing”, *Open Letter to Investors, Goldman Sachs Asset Management*.

Longstaff, F.A., 2000. “The Term Structure of very Short-Term Rates: New Evidence for the Expectations Hypothesis”, *Journal of Financial Economics*, 58, 3, December, 397–415.

Lucas, R.E., 1972. “Expectations and the Neutrality of Money”, *Journal of Economic Theory*, 4, 2, April, 103-124.

_____ 1978. "Asset Prices in an Exchange Economy", *Econometrica*, 46, 6, 1429-1445

Luenberger, D.G., 1997. *Investment Science*. Oxford University Press, USA.

Macaulay, F., 1938. *The Movements of Interest Rates. Bond Yields and Stock Prices in the United States since 1856*. National Bureau of Economic Research, New York.

MacKinnon, J.G., 1994. "Approximate Asymptotic Distribution Functions for Unit-Root and Cointegration Tests", *Journal of Business & Economic Statistics, American Statistical Association*, 12, 2, April, 167-76.

_____ 1996. "Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests", *Journal of Applied Econometrics*, 11, 6, Nov-Dec, 601-18.

Maddala, G.S., and Kim, I.M., 1998. *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*. Cambridge University Press, Cambridge.

Madura, J., 2010. *Mercados e Instituciones Financieras*. CENGAGE Learning, México.

Malkiel, B.G., 1966. *The Term Structure of Interest Rates: Expectations and Behavior Patterns*. Princeton University Press, New Jersey.

Markowitz, H., 1952. "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, 7, 1, March.

Marquardt, D., 1963. "An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters", *SIAM Journal Applied Math.*, 11, 431-441.

Martellini, F.J.L., Priaulet, L.P., and Priaulet, S., 2002. "Beyond Duration", *Journal of Bond Trading and Management*, 1, 2, 103-119.

_____ 2002a. "Understanding the Butterfly Strategy", *Journal of Bond Trading and Management*, 1, 1, 9-19b.

_____ 2003. *Fixed-Income Securities: Valuation, Risk Management and Portfolio Strategies*. John Wiley & Sons, England.

McCulloch, J.H., 1971. "Measuring the Term Structure of Interest Rates", *Journal of Business*, 44, 19-31.

_____ 1975. "The Tax-Adjusted Yield Curve", *Journal of Finance*, 30, 811-830.

Mehra, R., and Prescott, E.C., 1985. "The Equity Premium: A Puzzle", *Journal of Monetary Economics*, 15, March, 145-61.

Merton, R.C., 1973. "Theory of Rational Option Pricing", *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, 1, 141-183.

Michalewicz, Z., 1992. *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer Verlag, New York.

Modigliani, F., and Sutch, R., 1966. "Innovations in Interest Rate Policy", *American Economic Review, Papers and Proceedings Supplement*, 56, 178-197.

Modigliani, F., and Modigliani, L., 1997. "Risk-Adjusted Performance", *Journal of Portfolio Management*, 23, 2, Winter, 45-54.

Molinas, C., y Ballabriga, F.C., 1990. *MOISEES: Un Modelo de Investigación y Simulación de la Economía Española*. A. Bosch, Barcelona.

Mönch, E., 2006. "Term Structure Surprises: The Predictive Content of Curvature, Level, and Slope", *Manuscript, Federal Reserve Bank of New York*.

Moré, J.J., 1977. "The Levenberg-Marquardt Algorithm: Implementation and Theory", in *Numerical Analysis*, ed. G. A. Watson, *Lecture Notes in Mathematics* 630, Springer Verlag, 105-116.

Morini Marrero, S., 1998. *Estimación de la Estructura Temporal de Tipos de Interés. Propuestas Alternativas*. Tesis Doctoral, Universidad de La Laguna, España.

Muñoz Ciudad, C., 2008. *Las Cuentas de la Nación*. Cívitas, Madrid.

Muth, J.F., 1961. "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", *Econometrica*, 29, 3, 315-335.

_____ 1992. "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", *The new classical macroeconomics*, 1, 3-23.

Navarro, E., y Nave, G., 2001. *Fundamentos de Matemáticas Financieras*. A. Bosch, Barcelona.

Nawalkha, S.K., and Chambers, D.R., 1996. "An Improved Immunization Strategy: M-Absolute", *Financial analysts journal*, 52, 5, sept/oct, 69-76.

Nawalkha, S.K., Soto, G.M., and Beliaeva, N.A., 2005. *Interest Rate Risk Modeling. The Fixed Income Valuation Course*. John Wiley & Sons, New Jersey.

Nelson, C., and Siegel, A., 1987. "Parsimonious Modeling of Yield Curves", *Journal of Business*, 60, 4, October, 473-489.

Newey, W.K., and West, K.D., 1987. "A Simple, Positive Semi-definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica*, 55, 703-708.

Ng, S., and Perron, P., 1995. "Unit Root Tests in ARMA Models with Data-Dependent Methods for the Selection of the Truncation Lag", *Journal of the American Statistical Association*, 90, 429, 268-281.

Novalés, A., 1993. *Econometría, 2ª Edición*. McGraw-Hill, Madrid.

Park, J.Y., 1992. "Canonical Cointegration Regressions", *Econometrica*, 60, 119-143.

Park, J.Y., and Phillips, P.C.B., 2000. "Nonstationary Binary Choice", *Econometrica*, 68, 1249-1280.

Pérez-Rodríguez, J.V., Borrell-Vidal, M., y Torra-Porras, S., 2002. "El Ajuste a la Curva de Rendimientos o la Estimación de la Estructura Temporal", *Cuadernos de Economía*, 25, 69, 157-184.

Perron, P., 1989. "The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, 57, 6, November, 1361-1401.

_____ 1997. "Further Evidence on Breaking Trend Functions in Macroeconomic Variables", *Journal of Econometrics*, 80, 2, October, 355-385.

Pesaran, M.H., and Shin, Y., 1991. "An Autoregressive Distributed Lag Modelling Approach to Cointegration Analysis", en volumen 11 de *Econometrics and Economic Theory in the 20th Century: The Ragnar Frisch Centennial Symposium S. Strom* (ed.), Cambridge University Press, Cambridge.

Pesaran, M.H., Shin, Y., and Smith, R.J., 2001. "Bounds Testing Approaches to the Analysis of Level Relationships", *Journal of Applied Econometrics*, 16, 289-326.

Phillips, K., 1998-1999. "The Composite Index of Leading Economic Indicators: A Comparison of Approaches", *Journal of Economic and Social Measurement*, 25, 3-4, 141-162.

Phillips, P., 1987. "Time Series Regression with Unit Root", *Econometrica*, 55, 277-301.

Phillips, P., and Perron, P., 1988. "Testing for a Unit Root in Time Series", *Biometrika*, 75, 335-346.

Plosser, C., and Rouwenhorst, K.G., 1994. "International Term Structures and Real Economic Growth", *Journal of Monetary Economics*, 33, 1, 133-155.

Pons Novell, J., 2002. “Ciclo de la Economía Española y Contenido Informativo de los Tipos de Interés”, *Estudios de Economía Aplicada 20-III*, 583-598.

Priault, P., 1997. *Structure par Terme des Taux d’Intérêt: Reconstitution, Modélisation et Couverture*. Thèse de Doctorat en Sciences Economiques, Université Paris IX-Dauphine, Paris.

Redington, F.M., 1952. “Review of the Principles of Life Office Valuations”, *Journal of the Institute of Actuaries*, 78, 286-340.

Resnick, B.G., and Shoesmith, G.L., 2002. “Using the Yield Curve to Time the Stock Market”, *Financial Analysts Journal*, 58, 3, May – June, 82-90.

Rubinstein, M., 1976. “The Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options”, *Bell Journal of Economics*, 7, 2, Autumn, 407-425.

Salyer, K., 1994. “The Term Structure of Interest Rates within a Production Economy: A Parametric Example”, *Journal of Macroeconomics*, 16, 4, 729-734.

Schaefer, S.M., 1981. “Measuring a Tax-specific Term Structure of Interest Rates in the Market for British Government Securities”, *The Economic Journal*, 91, June, 415-438.

Schwarz, G., 1978. “Estimating the Dimension of the Model”, *Annals of Statistics*, 6, 461-464.

Schwert, G.W., 1989. “Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation”, *Journal of Business & Economic Statistics, American Statistical Association*, 7, 2, April, 147-59.

Sharpe, W.F., 1966. “Mutual Fund Performance”, *Journal of Business*, 39, 119-138.

_____ 1994. “The Sharpe Ratio”, *The Journal of Portfolio Management*, 21, Fall, 49-58.

Shea, G.S., 1984. "Pitfalls in Smoothing Interest Rate Term Structure Data: Equilibrium Models and Spline Approximations", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19, 3, September, 253-269.

_____ 1985. "Interest Rate Term Structure Estimation with Exponential Splines: A Note", *Journal of Finance*, 40, 1, March, 319-325.

Shikin, E.V., and Plis, A.I., 1995. *Handbook on Splines for the User, 1st edition*. CRC-Press.

Siegel, J.J., 1998. *Stocks for the Long Run, 2nd edition*. McGraw-Hill, New York.

Sosvilla-Rivero, S., and García, E., 2006. "Purchasing Power Parity Revisited", in Amalia Morales Zumaquero (ed.): *International Macroeconomics: Recent Developments* (New York: Nova Science Publishers), 1-37.

Sosvilla-Rivero, S., y Manrique, M., 2010. *Introducción a la Economía*. Editorial Garceta, Madrid.

Steeley, J.M., 1991. "Estimating the Gilt-Edged Term Structure: Basis Splines and Confidence Intervals", *Journal of Business Finance and Accounting*, 18, 4, 513-529.

Stock, J., and Watson, M., 1989. "New Indexes of Coincident and Leading Indicators", in Blanchard, Olivier, and Stanley Fischer (Eds.), *NBER Macroeconomic Annual*, 4, Cambridge, MIT Press, Massachusetts, 351-394.

_____ 1993. "A Simple Estimator of Cointegrating Vectors in Higher Order Integrated Systems", *Econometrica*, 61, 783-820.

Stokman, A.C.J., 1991. "Rentestructuur in Theorie en Empirie", *Maandschrift Economie*, 55, 114-129.

Svensson, L.E.O., 1994. “Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994”, *Seminar Paper – Institute for International Economic Studies – University of Stockholm*, n° 579.

_____ 1995. “Estimating Forward Interest Rates with the Extended Nelson & Siegel Method”, *Quarterly Review, Sveriges Riksbank*, 3, 13-26.

Uriel, E., y Peiró, A., 2000. *Introducción al Análisis de Series Temporales*, 1ª edición. Ed. AC, Madrid.

Waggoner, D.F., 1997. “Spline Methods for Extracting Interest Rate Curves from Coupon Bond Prices”, *Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper*, n° 97-10.

Vasicek, O.A., 1977. “An Equilibrium Characterization of the Term Structure”, *Journal of Financial Economics*, 5, 2, 177–188.

Vasicek, O.A., and Fong, H.G., 1982. “Term Structure Modeling Using Exponential Splines”, *Journal of Finance*, 37, 339-348.

Watkins, C., 1997. “The Term Structure of Interest Rates and Economic Activity: An Empirical Critique”, *Mathematics and Computers in Simulation*, 43, 3-6, 487-493.

Wood, J.H., 1983. “Do Yield Curves Normally Slope up? The Term Structure of Interest Rates, 1862–1982”, *Economic Perspectives*, Jul, 17-23.

Yallup, P.J., 2012. “Models of the Yield Curve and the Curvature of the Implied Forward Rate Function”, *Journal of Banking & Finance*, 36, 121–135.

