

FRANCISCO RUBIO ROYO
CATEDRÁTICO DE ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
DIRECTOR DEL DEPARTAMENTO DE FÍSICA
UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA

FÍSICA

CONCEPTOS BÁSICOS



EDITORIAL INTERINSULAR CANARIA, S. A.

EDITORIAL INTERINSULAR CANARIA, S. A.

GARCILASO DE LA VEGA, 15
SANTA CRUZ DE TENERIFE
(CANARIAS)

PRIMERA EDICION, 1980

SEGUNDA EDICION, 1984

TERCERA EDICION, 1985

3.ª EDICION. 1.ª REIMPRESION, 1988

Imprime: LITOGRAFIA A. ROMERO, S. A.
Avda. Angel Romero, s/n.
Santa Cruz de Tenerife (España)
ISBN 84-85543-17-3
ISBN 84-85543-19-X (Tomo II)
Depósito Legal: TF. 596-1980

Esta obra quiere ser una aportación del Departamento y del Seminario Permanente de Física de la Universidad de La Laguna, al desarrollo del país canario, cooperando a la formación humana y científica de las jóvenes generaciones...

*A Constanza, Ignacio,
Gustavo y Almudena
A mis padres*

INDICE GENERAL

CAPITULO XII CAMPO ELECTROSTATICO

§ 12.1	Propiedades fundamentales de la carga eléctrica	188
	Conservación de la carga	188
	Cuantificación de la carga	188
§ 12.2	Caracterización del campo electrostático ..	189
	Ecuaciones fundamentales del campo ..	191
§ 12.3	Propiedades de los conductores en equilibrio	195
§ 12.4	Capacidad de un conductor	198
§ 12.5	Condensadores	198
	Energía almacenada en un capacitor	201
	Cuestiones	203
	Problemas	204

CAPITULO XIII CORRIENTE ELECTRICA

§ 13.1	Magnitudes características: densidad e intensidad de corriente	208
	Ecuación de continuidad	209
§ 13.2	Ley de Ohm	210
§ 13.3	Concepto de fuerza electromotriz	213
§ 13.4	Conservación de la energía en los circuitos eléctricos	216
	Cuestiones	220
	Problemas	220

CAPITULO XIV MAGNETOSTATICA

§ 14.1	Vector inducción magnética	224
§ 14.2	Acciones mecánicas de un campo magnético sobre un circuito	227
§ 14.3	Campo magnetostático creado por un circuito	230
§ 14.4	Ecuaciones fundamentales del campo magnetostático	235
	Teorema de Ampère	236
	Cuestiones	238
	Problemas	239

CAPITULO XV CAMPO ELECTROMAGNETICO

§ 15.1	Fenómeno de inducción electromagnética: Ley de Faraday-Lenz	241
	Campos magnéticos variables en el tiempo	247
§ 15.2	Coefficientes de inducción	248
	Energía almacenada en un inductor	249
	Coefficientes de inducción mutua	250
§ 15.3	Principio de funcionamiento de los generadores de tensiones alternas sinusoidales ...	251
	Caracterización de las señales alternas ..	253

§ 15.4	Comportamiento de los elementos básicos de circuito	254
§ 15.5	Ecuaciones fundamentales del campo electromagnético	255
	Cuestiones	259
	Problemas	260

CAPITULO XVI ONDAS

§ 16.1	Concepto de onda: parámetros característicos	263
§ 16.2	Tipos de ondas	267
§ 16.3	Energía transportada por una onda	269
§ 16.4	Fenómenos asociados a las ondas	270
	Reflexión y refracción	270
	Interferencias	273
	Difracción	277
	Polarización	278
	Cuestiones	280
	Problemas	281

CAPITULO XVII ONDAS SONORAS Y ONDAS ELECTROMAGNETICAS

§ 17.1	Naturaleza de las ondas sonoras	282
	Espectro de ondas mecánicas longitudinales	284
§ 17.2	Características del sonido	285
§ 17.3	Naturaleza de las ondas electromagnéticas	286
	Teorema de conservación de la energía electromagnética	288
§ 17.4	Espectro de ondas electromagnéticas	288
§ 17.5	Introducción al estudio de los fenómenos luminosos	292
	Optica	294
	Cuestiones	295
	Problemas	296

CAPITULO XVIII NATURALEZA DE LA LUZ

§ 18.1	Etapa precientífica	297
§ 18.2	El siglo XVII: Newton y Huygens	299
§ 18.3	El siglo XIX	
	Teoría ondulatoria de la luz	302
	Teoría electromagnética	304
	Crisis de la Física a finales del siglo XIX	305
§ 18.4	Teoría de la relatividad especial	305
	Principales resultados	307
§ 18.5	Teoría cuántica de la luz	308
	Efecto fotoeléctrico	308
	Cuestiones	310

CAPITULO XIX INTRODUCCION A LA FISICA DEL ATOMO

§ 19.1	Dualidad onda-corpúsculo. Ondas de materia	311
	Principio de incertidumbre	313
§ 19.2	Emisión y absorción de radiación electromagnética por los átomos	314
§ 19.3	Resumen de las teorías y propiedades del átomo	315
	Modelo de Bohr	316
§ 19.4	Espectros atómicos	318
	Cuestiones	320
	Problemas	320

CAPITULO XX INTRODUCCION A LA FISICA DEL NUCLEO

§ 20.1	Propiedades básicas del núcleo	323
	Defecto de masa	324
	Estabilidad de los núcleos	325
§ 20.2	Desintegraciones nucleares	326
	Ley de la desintegración radiactiva	
	Desintegración alfa	328
	Desintegración beta	329
	Desintegración gamma	329
§ 20.3	Reacciones nucleares	331
	Fisión nuclear	332
	Fusión nuclear	333
§ 20.4	Partículas elementales	334
	Clasificación de las partículas elementales	335
	Cuestiones	335
	Problemas	336

CAPITULO XXI INTRODUCCION ELEMENTAL A LA ELECTRONICA

§ 21.1	Características generales de los semiconductores	337
	Semiconductores extrínsecos	339
§ 21.2	Sistemas electrónicos. Diagramas funcionales	340
§ 21.3	Funciones básicas de la Electrónica Analógica	343
	Amplificación	343
	Generación de señales	347
	Suministro de energía	347
§ 21.4	Funciones básicas de la Electrónica Digital combinacional	351
	Circuitos puerta	351
	Puerta O	351
	Puerta Y	351
	Puerta inversora	352
	Puerta NO Y (NAND)	352
	Puerta NO O (NOR)	352

CAMPO ELECTROSTATICO

En este capítulo estudiaremos otro campo de fuerzas centrales con simetría esférica: el campo electrostático. Ahora bien, toda su formalización ya la tenemos establecida, puesto que es un *desarrollo paralelo* a (§ 11.2) y (§ 11.3). Por consiguiente, sólo haremos hincapié en el significado físico de las ecuaciones del campo (§ 12.2) y en las diferencias con lo tratado en el capítulo anterior.

Con este capítulo iniciamos el estudio de la interacción electromagnética, que es otra de las fundamentales de la Naturaleza (§ 5.3). Su importancia es extraordinaria, tanto a nivel de formación del alumno, como de sus aplicaciones prácticas. A su estudio dedicamos cuatro capítulos.

Pretendemos familiarizarnos con las características y propiedades de los fenómenos electromagnéticos, así como con los conceptos físicos asociados a ellas. El estudio lo haremos a partir de hechos y leyes experimentales y no de forma axiomática, como ocurrió con las leyes clásicas del movimiento. La justificación es que los alumnos están más familiarizados con las cuestiones del movimiento, que con las eléctricas y magnéticas. De esta forma llegaremos a la formulación integral de las ecuaciones del campo electromagnético o **ecuaciones de Maxwell** (§ 15.5).

Las leyes fundamentales de la electricidad y el magnetismo fueron descubiertas por científicos experimentales que no conocían la teoría moderna de la estructura atómica de la materia. Por lo tanto, es posible presentarlas en un libro desde un punto de vista exclusivamente macroscópico, desarrollándolas casi en el orden histórico en que fueron descubiertas.

Tradicionalmente en el estudio de los «fenómenos eléctricos y magnéticos» se distinguen distintas situaciones. Los debidos a configuraciones de cargas eléctricas en reposo, cuyo objetivo constituye la **Electrostática**. Los asociados con los flujos de cargas o corrientes, en los cuales según el descubrimiento de W. Oersted (1820) junto con el aspecto eléctrico del fenómeno hay que considerar el magnético ya que *toda corriente crea un campo magnético*, siendo imposible

por lo tanto estudiar de forma completa las corrientes, considerando únicamente los campos eléctricos. Sin embargo, para no complicar en principio el análisis de los fenómenos, se suelen considerar —antes de estudiar las interacciones magnéticas— **corrientes que varían muy lentamente con el tiempo**, las cuales se suele suponer que dependen por completo de los campos eléctricos presentes. De ese modo, se estudian los siguientes aspectos de las corrientes estacionarias: intensidad de la corriente, concepto de fuerza electromotriz, ley de Ohm, circuitos de corriente continua, etc. Posteriormente se tratan las interacciones magnéticas entre corrientes estacionarias, cuyo objetivo constituye la **Magnetostática** y que forma básicamente el apartado conocido por el alumno bajo el nombre de magnetismo.

Por último, se aborda el caso general de los fenómenos pertenecientes a situaciones en que no se pueden separar sus aspectos eléctricos y magnéticos, objetivo del **Electromagnetismo**. En él no se pueden tratar por separado —como ocurre en las situaciones anteriores— el campo eléctrico y el magnético, sino que uno genera al otro y viceversa: existe un *campo electromagnético*.

Todas estas situaciones las estudiaremos *en el vacío*, es decir sin la presencia de medios materiales entre conductores cargados o la acción de campos magnéticos sobre la materia. De ese modo, podremos llegar a la comprensión de los conceptos básicos relacionados con los fenómenos eléctricos y magnéticos, sin la dificultad adicional que significa el estudio de la polarización e imanación de la materia. Desde un punto de vista metodológico, creemos que el estudio de las propiedades eléctricas y magnéticas de la materia, tanto a nivel macroscópico como microscópico, debe quedar para una etapa posterior. Nosotros en relación con estas cuestiones sólo trataremos, en el capítulo siguiente, la conducción eléctrica; lo haremos a un nivel elemental e incidiendo sobre todo en el análisis de los circuitos recorridos por corrientes estacionarias.

Nuestro estudio se limita al **Electromagnetismo Clásico**, que considera las cargas y corrientes eléctricas —así como sus interacciones— como si todas las magnitudes que intervienen en este estudio pudiesen medirse con precisión ilimitada; la palabra clásico significa, pues, no cuántico (§ 4.1). La descripción clásica del Electromagnetismo es de gran importancia en la Física Moderna. En primer lugar, porque la teoría de la Relatividad Especial (§ 4.1) no tuvo necesidad de revisarlo; históricamente ésta se desarrolló a partir de experimentos electromagnéticos, y las ecuaciones de Maxwell demostraron ser compatibles con la teoría de la Relatividad. En segundo lugar, las modificaciones de la teoría Cuántica a las fuerzas electromagnéticas han resultado ser muy pequeñas, aún a distancias del orden de 10^{-10} cm; por lo tanto, se pueden describir las interacciones electromagnéticas dentro del átomo, mediante las leyes macroscópicas del Electromagnetismo.

Comenzaremos el capítulo estudiando las propiedades fundamentales de las cargas eléctricas (§ 12.1), que son los agentes sensibles y la causa del campo electrostático. Posteriormente, trataremos las propiedades de los conductores en equilibrio (§ 12.3), el concepto de capacidad (§ 12.4) y el de condensador (§ 12.4). A partir de los condensadores, deduciremos una expresión alternativa para la energía electrostática en función de E .

Suponemos que los alumnos conocen los experimentos elementales sobre electrización por frotamiento y por contacto, así como el fenómeno de inducción electrostática en conductores y aislantes. Estas cuestiones se encuentran en los libros elementales que han utilizado. También suponemos que tienen una idea elemental acerca de la naturaleza eléctrica de la materia.

Recomendaríamos repasar § 5.3, § 11.2 y § 11.3 antes de iniciar el estudio de este capítulo.

§ 12.1 PROPIEDADES FUNDAMENTALES DE LA CARGA ELECTRICA

Comenzaremos resumiendo las propiedades fundamentales de las cargas eléctricas, que *son las causas o fuentes del campo electrostático*. Lo mismo hicimos con las del campo gravitatorio: las masas (§ 5.2).

La carga eléctrica es una magnitud física que se introduce para caracterizar de forma objetiva y medible los fenómenos eléctricos. Su propiedad fundamental es la existencia de *dos variedades*, que desde hace tiempo (B. Franklin, 1706–1790) se llaman *positiva* y *negativa*. Hoy en día los físicos tienden a considerar esta cuestión como una manifestación más de las simetrías en la Naturaleza; la Física de las partículas elementales (§ 20.4) está ayudando a descifrar el significado de las mismas y su relación con la existencia de leyes con validez universal.

Hay que insistir que *la asignación de los adjetivos: «negativa» y «positiva» es totalmente arbitraria*. Así, por ejemplo, la carga del electrón que decimos que es negativa, lo mismo podríamos haberla llamado positiva; ya que no tiene nada intrínsecamente negativo en sí. Un número entero negativo, difiere de uno po-

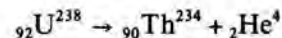
sitivo en que su cuadrado es un entero de signo contrario; el producto de dos cargas no es una carga (?), por lo tanto no pueden compararse.

Otras dos propiedades observadas de la carga eléctrica son esenciales en el estudio de la estructura de la materia: la carga se conserva y la carga está cuantificada.

CONSERVACION DE LA CARGA ELECTRICA

Esta propiedad se puede enunciar diciendo: «*La carga eléctrica total de un sistema aislado se conserva*». Por carga total entendemos la suma algebraica de las cargas positivas y negativas; por conservarse, que dicha suma es la misma en cualquier instante que la consideremos, independientemente de las transformaciones que sufra el sistema aislado.

Esta propiedad se introduce como postulado o hipótesis, en el sentido de que hasta el momento actual no se ha observado ningún fenómeno, tanto a escala macroscópica como microscópica, que la viole. Ejemplos de aplicación, los trataremos en el capítulo XX al considerar las partículas elementales, las desintegraciones radiactivas y las reacciones nucleares. Adelantemos algunos resultados para entender cómo se aplica este postulado. Supongamos un núcleo de uranio 238, que contiene 92 protones ($Z = 92$), que se desintegra espontáneamente, convirtiéndose en un núcleo de torio 234, que contiene 90 protones ($Z = 90$). El principio de conservación de la carga exige que en el proceso se emita una partícula α (núcleo de helio, ${}_2\text{He}^4$, $Z = 2$):



ya que entonces será la misma la carga total del sistema, antes y después de la desintegración ($92 = 90 + 2$).

CUANTIFICACION DE LA CARGA

La teoría atómica de la materia establece que los cuerpos no son continuos —a escala microscópica—, sino que están compuestos por átomos. Por lo tanto, no es de extrañar que *la carga eléctrica sólo puede aparecer en la Naturaleza en cantidades que sean múltiplos enteros de la carga del electrón* ($e = 1,602 \times 10^{-19}$ C).

Cuando una magnitud física sólo puede tomar ciertos valores discretos, en vez de presentar una variación continua, se dice que está cuantificada. En el ejercicio 6.3 ya indicamos que el momento angular, como la energía, son magnitudes que, en la Mecánica

Cuántica, se encuentran cuantificadas. En el capítulo XIX trataremos nuevamente estas cuestiones.

El cuanto elemental de carga (e) es tan pequeño, que no se manifiesta la cuantificación de la carga en los experimentos a nivel macroscópico. Por consiguiente, ignoraremos la cuantificación de la carga en el tratamiento de los fenómenos eléctricos —y de hecho el alumno siempre lo ha tomado así— y actuaremos como si la carga puntual o la de un cuerpo, pudiese tener cualquier valor. Sin embargo, conviene recordar que no podemos esperar que al actuar de esta forma podamos explicar las propiedades submicroscópicas de la materia o la estructura de las partículas elementales.

Esta propiedad de la carga fue detectada experimentalmente por el físico americano R. A. Millikan (1868–1953), mediante el conocido experimento de la gota de aceite (Problema 1).

La cuantificación de la carga se admite como postulado fundamental, en el sentido de que hasta este momento no se ha observado ningún proceso físico —a nivel submicroscópico— en el que la carga no aparezca como múltiplo entero de la del electrón. Es decir, *por el momento no existen* partículas elementales cuya carga sea $1/3 e$ ó $2/3 e$, por ejemplo.

§ 12.2 CARACTERIZACION DEL CAMPO ELECTROSTATICO

La fuerza que origina la interacción electrostática viene dada por la ley de Coulomb (5.15); se trata, también, de una fuerza central con simetría esférica. Las expresiones de las cuatro magnitudes que caracterizan al campo electrostático las recordamos a continuación:

$$\mathbf{F}_e = K_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{u}_r \quad (12.1)$$

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_e}{q_2} = K_e \frac{q_1}{r^2} \mathbf{u}_r \quad (12.2)$$

$$U_P = K_e \frac{q_1 q_2}{r} \quad (12.3)$$

$$V_P = K_e \frac{q_1}{r} \quad (12.4)$$

¿Cuáles son las dimensiones y unidades de cada una de estas cuatro magnitudes? ¿Qué representan físicamente (12.2) y (12.4)? Hay que recordar que en las expresiones anteriores hay que introducir, en cada

caso, los signos correspondientes a las cargas que interaccionan, o el de la carga que crea el campo, (12.2) y (12.4). En el caso del campo gravitatorio no tiene sentido hacer esta advertencia, ¿por qué?

Si los fenómenos electrostáticos los estudiamos *en el vacío*, el campo verifica el principio de superposición:

$$\mathbf{F}_{\text{TOTAL}} = \sum_i \mathbf{F}_i \quad , \quad \mathbf{E}_{\text{TOTAL}} = \sum_i \mathbf{E}_i \quad (12.5)$$

En presencia de medios materiales, dicho principio puede no verificarse si el medio es no lineal o anisótropo (cuestión 5).

También se verifica (7.33) y (7.32):

$$\mathcal{J}_{A-B} = -[U_B - U_A] = -\frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0} [1/r_B - 1/r_A] \quad (12.6)$$

La energía potencial de una carga q_2 situada en un punto P de un campo electrostático, a una distancia r_{12} de una carga q_1 que lo crea valía (7.39):

$$U(r_{12}) = \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0 r_{12}} \quad (12.7)$$

¿Cuál es el significado físico de (12.7)?, recuerda el ejercicio 7.2.

La energía potencial de una distribución discreta de cargas se formula, por analogía con (11.36), mediante la expresión:

$$U = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \quad (12.8)$$

Interpreta físicamente la expresión anterior (§ 11.2).

Con la salvedad hecha, el potencial electrostático verifica el principio de superposición (11.37):

$$V_P = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \quad (12.9)$$

¿Qué representa (12.9)? Teniendo en cuenta (12.9), (12.8) se puede escribir:

$$U = 1/2 \sum_{j=1}^n q_j V_j \quad (12.10)$$

No creemos necesario resolver ningún ejercicio que implique la aplicación de las expresiones anteriores a distribuciones discretas de cargas. Todos ellos se re-

suelven siguiendo la pauta indicada en el ejercicio 11.3.

En el caso de distribuciones continuas de cargas se sigue, también, la pauta indicada en (§ 11.2). Las magnitudes que caracterizan a la distribución son las **densidades de carga**; dependiendo del número de dimensiones significativas de la distribución, se definen las densidades volúmica, superficial o lineal:

$$\rho_c = \frac{dQ}{d\tau}, \quad \sigma_c = \frac{dQ}{dS}, \quad \lambda_c = \frac{dQ}{dl} \quad (12.11)$$

¿cuáles son sus dimensiones y unidades? (cuestión 6). Si se trata de una distribución volúmica de cargas negativas (Fig. 11.12), para calcular el campo total que *crean* en un punto arbitrario P , se comienza eligiendo un elemento de volumen $d\tau$, de forma adecuada a la simetría que presenta la distribución. Este elemento contiene una carga (12.11): $dQ = \rho_c d\tau$ y crea un campo en P dado por:

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2} \mathbf{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho_c d\tau}{r^2} \mathbf{u}_r \quad (12.12)$$

El campo electrostático total en P se obtiene integrando la expresión anterior para toda la distribución. Se trata, como ya dijimos, de un problema de matemática aplicada que en general es complicado. Ilustremos el procedimiento, una vez más, para una distribución que no dé lugar a excesivos problemas matemáticos.

* Ejercicio 12.1

Una carga positiva se distribuye uniformemente por todo el plano XY (lámina plana e indefinida); la carga, por unidad de superficie, es σ . Calcular el campo electrostático en un punto arbitrario P , Fig. 12.1.

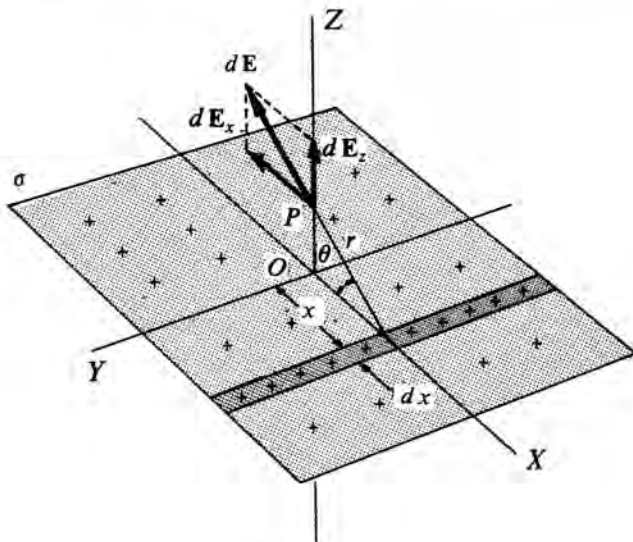


FIG. 12.1

Solución:

Se trata de una distribución continua caracterizada por su densidad superficial σ . En ella una dimensión es despreciable frente a las

otras dos: la altura de la distribución (dimensión a lo largo del eje OZ), es despreciable frente a sus dimensiones lineales, tanto a lo largo del eje OX , como del OY .

Hay que comenzar por elegir el elemento de superficie (dS) adecuado a la simetría que presenta la distribución. Al ser una lámina plana e indefinida, sólo existe una única dirección asociada con ella para cada punto del espacio: la de la normal trazada por el punto de que se trata. Como el campo creado por la distribución debe estar definido de forma unívoca en cada punto del espacio, su dirección sólo puede ser la de la perpendicular a la lámina, ¿por qué? El sentido de \mathbf{E} en cada punto es hacia el plano determinado por la distribución. También a causa de la simetría, el campo debe tener el mismo módulo y sentidos contrarios en dos puntos P y P' , equidistantes de la lámina en lados opuestos. Justifícalo.

Para calcular el módulo del campo en P , consideramos la lámina formada por infinitas «líneas de carga», cada una de ellas de longitud también infinita, Fig. 12.1. Estas líneas las elegimos, por ejemplo, paralelas al eje OY ; tomemos una cualquiera de ellas, la situada a una distancia genérica x del eje OY y cuya anchura sea dx . El procedimiento a seguir será: calcular primero la contribución de cada «línea de carga», y luego considerar las infinitas «líneas de carga» que forman la lámina. El problema inicial bidimensional lo hemos descompuesto, por consiguiente, en dos problemas unidimensionales, ¿por qué?

a) **Campo creado por una línea de carga de longitud infinita**, Fig. 12.2. Subdividimos, imaginariamente, la línea en elementos de longitud dy ; suponemos que su densidad lineal —también homogénea— sea λ . La carga del elemento de longitud será: $dQ = \lambda dy$; esta carga creará en P un campo $d\mathbf{E}$, Fig. 12.2:

$$d\mathbf{E} = \frac{\lambda dy}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r} \quad (12.13)$$

¿por qué éste es el valor de $d\mathbf{E}$? Ahora bien, todo elemento dy tiene otro simétrico respecto de la perpendicular a la «línea de carga» (eje OZ). Los campos elementales creados por *cada par* de elemen-

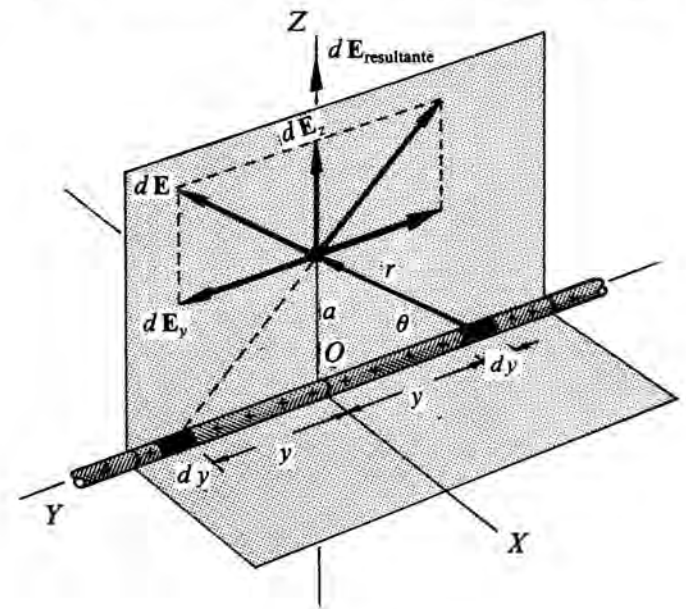


FIG. 12.2

tos simétricos se suman vectorialmente, dando un campo resultante en la dirección OZ :

$$dE_z = dE \cos\theta$$

Si el punto P lo hubiésemos elegido sobre el eje OX , la componente del campo a lo largo de dicha dirección sería nula, ¿por qué?. Luego, es evidente que E , en *cualquier punto* del espacio se encuentra en el plano determinado por la «línea» y el punto, dirección la radial (¿qué entendemos por radial en este caso?) y sentido alejándose de la «línea»; su módulo es el indicado en (12.14).

b) **Campo debido a las infinitas «líneas de carga» que forman la lámina**, Fig. 12.1. Tenemos que relacionar λ , que no es un dato de nuestro problema, con la densidad superficial σ . Para ello, suponemos por un momento que la longitud de cada «línea de carga» sea L ; el área de un elemento de anchura dx será: $L dx$, y su carga: $dQ = \sigma L dx$. La carga por unidad de longitud valdrá:

$$d\lambda = dQ/L = \sigma dx \quad (12.15)$$

Por lo tanto, el campo creado por la «línea de carga» mostrada en la Fig. 12.1 será (12.14):

$$dE = \frac{\sigma dx}{2\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r} \quad (12.16)$$

Aquí también ocurre que toda «línea de carga» tiene otra simetría respecto del eje OZ (Fig. 12.1). Los campos elementales creados por cada par de «líneas» simétricas se suman vectorialmente, dando un campo resultante en la dirección OZ . Luego hemos demostrado por un procedimiento más evidente, pero también tedioso, que el campo total es perpendicular a la lámina de carga. Este tipo de razonamiento suele ser «más claro» para los alumnos, que el basado en consideraciones de simetría de la distribución. Por lo tanto,

$$dE_z = dE \sin \theta$$

$$E_z = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \theta dx}{r}$$

mediante relaciones trigonométricas sencillas (Fig. 12.1), la integral anterior se puede expresar en función de una única variable:

$$E_z = \frac{\sigma a}{2\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} (a^2+x^2)^{-1/2} dx = \frac{\sigma a}{2\pi\epsilon_0} [1/a \arctg x/a]_{-\infty}^{+\infty}$$

luego el campo total en P vale: $E = (\sigma/2\epsilon_0) \mathbf{k}$ (12.17)

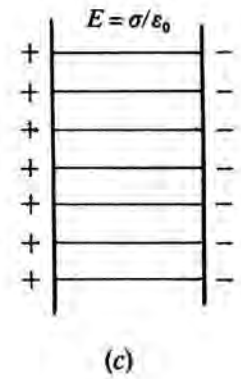
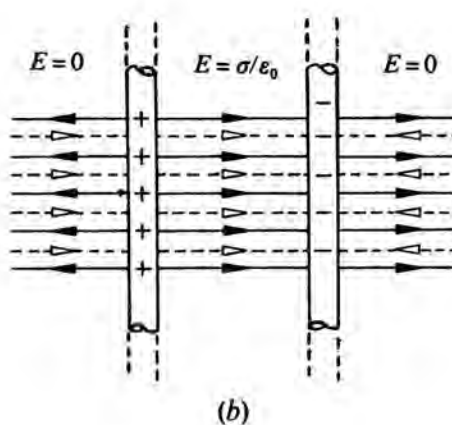
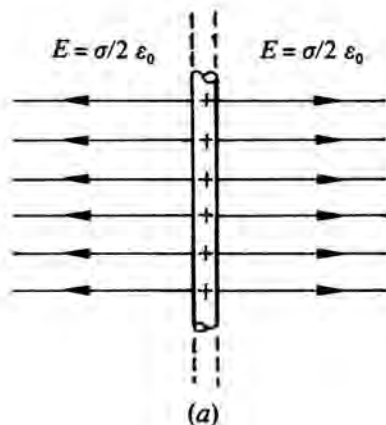


FIG. 12.3

Estamos en una situación formalmente análoga a la resuelta en el ejercicio 11.4, luego:

$$E_z = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \theta}{r^3} dy =$$

$$= \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \int_{\pi}^0 \sin \theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$$

$$E_{\text{línea carga}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \mathbf{k}, \quad E \propto 1/a \quad (12.14)$$

Si la lámina es *indefinida*, el campo es constante e independiente de la distancia a que se encuentra del mismo el punto P (!). Desde luego, una lámina infinita de carga no puede existir físicamente; no obstante, el cálculo realizado es útil puesto que (12.17) da resultados suficientemente correctos para láminas reales de carga, *si consideramos sólo puntos no cercanos a los bordes y cuya distancia a la lámina sea pequeña comparada con las dimensiones lineales de ésta*.

En la Fig. 12.3a se representa esquemáticamente el resultado a ambos lados de la lámina; en dicha figura se han dibujado algunas líneas de campo correspondientes a dicha distribución.

Si ahora consideramos dos láminas indefinidas paralelas, con densidades superficiales de cargas *opuestas e iguales*, Fig. 12.3b, el campo resultante entre las láminas tiene de módulo: $E = \sigma/\epsilon_0$; fuera de esta región la superposición de los campos debidas a las dos láminas se cancela y $E = 0$, Fig. 12.3c, ¿por qué?. El campo entre las láminas es homogéneo, ¿qué significa esto?. De estos resultados haremos uso en § 12.5.

* ECUACIONES FUNDAMENTALES DEL CAMPO

La caracterización del campo electrostático mediante su circulación y su flujo (§ 11.3) es inmediata.

En efecto, por tratarse de un campo conservativo (7.28):

$$\oint \mathbf{F}_e \cdot d\mathbf{r} = 0 \quad , \quad \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = 0 \quad (12.18)$$

A partir de (11.61) y (11.62) se verifica:

$$\mathbf{F}_e = -\text{grad } U_e \quad , \quad \mathbf{E} = -\text{grad } V_e \quad (12.19)$$

como se trata de una fuerza central, \mathbf{F}_e sólo tiene componente radial, luego:

$$F_e(r) = - \frac{dU_e}{dr} \quad (12.20)$$

Estas relaciones son especialmente útiles, ya que en la mayoría de los problemas es más fácil calcular de forma directa el potencial que el campo, como ya hemos indicado y posteriormente a partir de (12.19) determinar el campo.

Cuando una partícula se encuentra sometida exclusivamente a fuerzas electrostáticas, conserva su energía mecánica (§ 7.4) por tratarse de fuerzas conservativas.

Con objeto de ilustrar el movimiento de cargas eléctricas en el seno de campos electrostáticos, resolveremos el ejercicio 12.2. El problema del movimiento corresponde, realmente, a los contenidos que estudiamos en § 6.1, sin más que tener en cuenta que la fuerza que ejerce el campo sobre la carga es:

$$\mathbf{F} = q \mathbf{E} \quad (12.21)$$

En el ejercicio 3.2 ya abordamos esta problemática, que no encierra ninguna dificultad. Sólo debemos recordar que la trayectoria que describe la carga depende de la dirección relativa de su velocidad inicial respecto de la del campo.

Ejercicio 12.2

Entre dos placas uniformemente cargadas, con densidades de signo contrario, existe un campo electrostático uniforme. Un electrón abandona, partiendo del reposo, la placa cargada negativamente y choca con la positiva que dista 2 cm de la anterior, al cabo de $1,5 \times 10^{-8}$ s. Calcular la intensidad del campo electrostático, así como la velocidad cuando llega a la segunda placa.

$$e/m_e = 1,76 \times 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$$

Solución:

Se trata del movimiento de un electrón en un campo electrostático; su energía total debe conservarse:

$$E = U + E_C = \frac{1}{2} m_e v^2 + e V$$

Entre las placas existe un campo en el sentido indicado en la (Fig.12.4), por lo tanto, el electrón ($e < 0$) será acelerado en sentido contrario por una fuerza $e \mathbf{E}$. ((12.21); la podemos escribir, referida a ambas placas:

$$\frac{1}{2} m_e v_2^2 - \frac{1}{2} m_e v_1^2 = e (V_1 - V_2)$$

Al tener el electrón una carga negativa, aumenta su energía cinética al moverse desde un potencial inferior (V_1) a uno superior (V_2). Como parte del reposo:

$$v_1 = 0; \quad |V_1 - V_2| = \Delta V,$$

diferencia de potencial entre las placas

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = |e| \Delta V \quad (12.22)$$

De este principio hacen uso todos los *aceleradores electrostáticos de partículas*.

Para calcular la intensidad del campo tenemos en cuenta:

$$F = e E = m_e a \quad , \quad a = \frac{e}{m_e} E \quad (12.23)$$

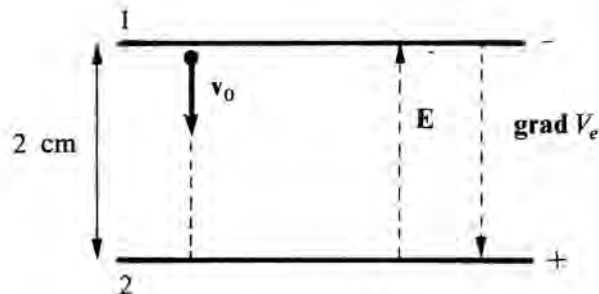


FIG. 12.4

el electrón se mueve con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, ¿por qué?. Por tanto:

$$e = 1/2 at^2 \quad a = 2 d/t^2 = 1,78 \times 10^{14} \text{ m s}^{-2}$$

A partir de (12.23) calculamos la intensidad del campo:

$$E = ((m_e)/e) a = 1,01 \times 10^3 \text{ N C}^{-1} \quad (12.24)$$

La diferencia de potencial entre las placas valdrá, puesto que se trata de un problema unidimensional (12.19), ¿por qué?

$$E = - \frac{dV}{dx}$$

¿Qué significa el signo menos?. Como \mathbf{E} es uniforme:

$$\Delta V = E d \quad (12.25)$$

donde d es la distancia entre las placas: $\Delta V = 20,2 \text{ V}$. A partir de (12.22),

$$v = (e m_e 2 \Delta V)^{1/2} = 26,67 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$$

El **teorema de Gauss** para el campo electrostático se enuncia de forma análoga a (11.66), teniendo en cuenta la diferencia de expresión de la fuerza electrostática (12.1) y la gravitatoria (11.29). Se demuestra, siguiendo la pauta de § 11.3, que: *el flujo de \mathbf{E} a través de una superficie arbitraria cerrada e imaginaria es igual a:*

$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 1/\epsilon_0 (q_{\text{total}})_{\text{encerrada}} \quad (12.26)$$

donde $(q_{\text{total}})_{\text{encerrada}}$ es la suma algebraica de las cargas encerradas por la superficie a través de la cual se calcula el flujo. ¡Recomendaríamos al alumno que repasase todas las puntualizaciones que se hicieron en § 11.3 sobre este teorema!

En el caso del campo electrostático hay que resaltar, además, otras características:

- El flujo puede ser cero y existir cargas encerradas por la superficie, ¿por qué?
- En la deducción de (12.26) se comprueba la simplificación que se obtiene en la expresión del flujo al utilizar los sistemas de unidades racionalizados (§ 5.3) ¿Qué forma tomaría (12.26) si se arrastrase la constante K_e en la expresión del campo?
- Conviene resaltar que aunque el teorema de Gauss se ha introducido para situaciones estáticas, también es válido en situaciones dinámicas, cuando las cargas se encuentran en movimiento. La expresión (12.26) constituye una de las **ecuaciones fundamentales del electromagnetismo**, enunciada en forma integral; es la primera **ecuación de Maxwell**. A lo largo de este libro iremos enunciando las tres restantes, para disponer de las **ecuaciones de Maxwell**, que constituyen el soporte formal en el que se basa la interpretación de todos los fenómenos electromagnéticos.

La ecuación (12.18) sin embargo, no es válida en situaciones dinámicas, como tendremos ocasión de comprobar al estudiar el fenómeno de la inducción electromagnética; por lo tanto, *no constituye una ecuación fundamental del electromagnetismo*.

Veamos algunas aplicaciones del teorema de Gauss al cálculo del campo creado por una distribución. Ya sabemos que sólo se puede utilizar para estos cálculos, cuando la distribución presenta **simetrías**. En estos casos es posible determinar a priori la dirección del campo, por meras consideraciones físicas basadas en la simetría existente.

En primer lugar, es evidente que los resultados obtenidos en el ejercicio 11.5 son aplicables al campo

electrostático; por lo tanto: *el campo creado por una esfera uniformemente cargada, en un punto exterior a la misma, es el mismo que crearía una carga puntual situada en el centro de la esfera, y cuyo valor fuese igual al de la carga total de la distribución* (Figs. 11.26 y 11.29). Este resultado es válido tanto si se trata de una distribución volúmica, como si la esfera es hueca y sólo tiene una distribución superficial de carga. Indicaremos, sin demostrarlo, que también es válido sea cual fuere la forma concreta de la distribución esférica, con tal de que ρ_c presente simetría esférica, ¿qué significa esto?. Para los puntos interiores de la distribución, los resultados son análogos a los obtenidos en el ejercicio 11.5 (Figs. 11.28 y 11.29).

Ejercicio 12.3

Resolver el ejercicio 12.1 aplicando el teorema de Gauss.

Solución:

No hemos de asustarnos si nos piden que resolvamos de nuevo dicho ejercicio; efectivamente el cálculo en 12.1 fue excesivamente largo y pesado.

La distribución presenta una simetría plana, ¿por qué?; a partir de las consideraciones que hicimos en 12.1 sobre dicha simetría, sabemos que el campo en cada punto del espacio tiene una dirección perpendicular a la lámina y sentido alejándose de ella. ¿Podrías justificarlo de nuevo?. Como a priori conocemos la dirección, podemos aplicar el teorema de Gauss para calcular el módulo de \mathbf{E} .

Elegimos, como superficie a través de la cual calcular el flujo, un cilindro de área de la base S y altura $2r$, colocado atravesando la lámina de carga (Fig. 12.5)

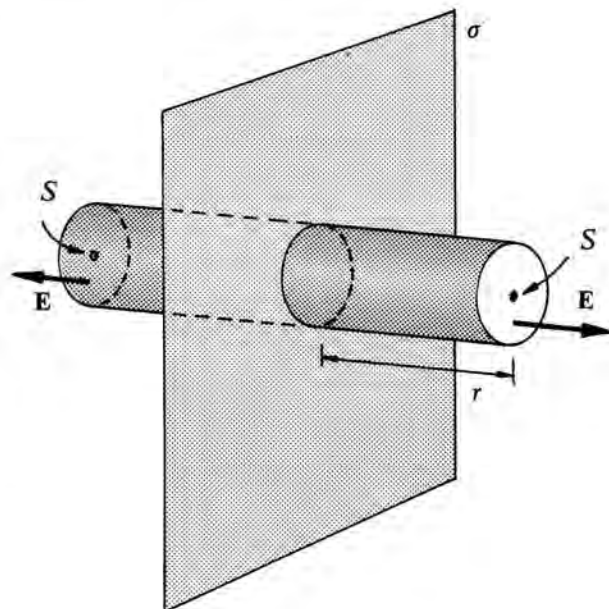


FIG. 12.5

El único flujo no nulo de E a través del cilindro, es por sus bases, ¿por qué?. Por consiguiente, aplicando el teorema de Gauss (12.26) y teniendo en cuenta que el flujo sale por las dos bases del cilindro:

$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 2 E S = \sigma S / \epsilon_0 \rightarrow E = \sigma / 2 \epsilon_0$$

El ejercicio lo tenemos resuelto (!). ¿Simplifica los cálculos el teorema de Gauss o no?, la pena es que no sea útil en todos los casos, ¿verdad?.

Ejercicio 12.4

Sea una distribución lineal homogénea de cargas positivas de densidad λ ; su longitud es infinita. Calcular por integración directa el potencial electrostático en un punto A que dista r_a de la misma (Fig. 12.6). Aplicando el teorema de Gauss calcular E en cualquier punto del espacio.

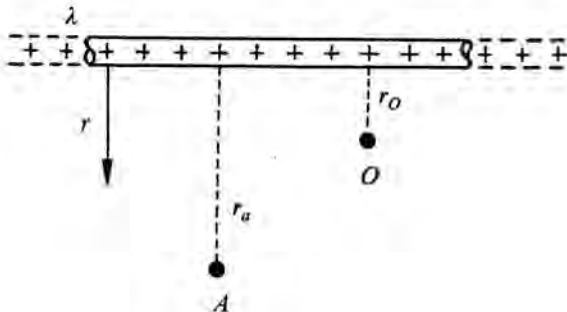


FIG. 12.6

Solución:

Es un ejercicio semejante al 11.4, con las diferencias de tratarse ahora de una distribución lineal de cargas y no de masas; y, sobre todo, de tener la distribución una longitud infinita, en vez de $2a$. Si se calcula el campo de forma análoga a como se hizo en el 11.4 ahora cambiaría el límite de integración, serían: $-\pi/2$ y $+\pi/2$. Para el módulo del

campo se obtendría: $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r_a}$, ¿por qué no depende de

r_a^{-2} ? Su sentido es contrario al obtenido en el ejercicio anterior. ¿Por qué?. ¿Te das cuenta que es el problema resuelto en el apartado a del ejercicio 12.1?

Con un razonamiento semejante al que seguimos para E (12.12), el potencial debido a una distribución continua de cargas, caracterizada por una densidad volumétrica ρ , es:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho d\tau}{r} \quad (12.27)$$

Particularizando (12.27) para una distribución lineal:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r}$$

¿qué representa dV ?

El potencial total en A será:

$$V_A = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_a}^{\infty} \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \frac{\infty}{r_a} = \infty \quad (12.28)$$

Luego, el potencial en cualquier punto del espacio es infinito (!). La dificultad surge porque, en este caso, no se puede tomar como origen de potenciales el de un punto situado en el infinito. Hay que tomar el de un punto cualquiera, situado a una cierta distancia de la distribución, por ejemplo el de O (Fig. 12.6).

Si calculamos la diferencia de potencial entre dos puntos A y O que distan r_a y r_o de la recta, respectivamente:

$$V_A - V_o = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_o}{r_a} \quad (12.29)$$

Tomando el origen de la forma indicada es cuando se obtiene la (12.29). Este ejemplo es ilustrativo sobre el hecho de que no siempre es posible tomar como referencia el potencial de un punto del infinito. ¿Por qué en este caso no es posible la elección de este origen de potenciales?; justificarlo físicamente. De (12.29) se deduce que en, este caso, las superficies equipotenciales son cilindros que tienen como eje la recta que define a la distribución.

Cálculo del campo: la distribución presenta simetría cilíndrica y el campo tiene la dirección radial, como ya argumentamos en el apartado a del ejercicio 12.1. Podemos calcular el campo aplicando el teorema de Gauss. Como superficie elegimos un cilindro de radio de la base r y altura l (Fig. 12.7).

El flujo a través de las bases del cilindro es nulo, ¿por qué?; a través de la superficie lateral vale:

$$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E \int dS = E 2\pi r l$$

según el teorema de Gauss (12.26);

$$2\pi r l E = \lambda l / \epsilon_0 \rightarrow E = \lambda / 2\pi\epsilon_0 r \quad (12.30)$$

Comparar este procedimiento con el seguido en el ejercicio 12.1, ¿cuál es más cómodo y simple?.

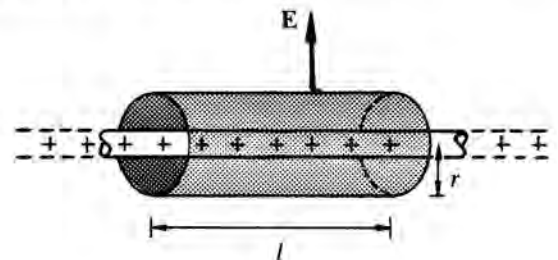


FIG. 12.7

* § 12.3 PROPIEDADES DE LOS CONDUCTORES EN EQUILIBRIO

Desde tiempos muy antiguos, los hombres conocían que los cuerpos sólidos se diferenciaban entre sí por su capacidad para electrizarse –por ejemplo, mediante frotamiento– y mantenerse en dicho estado. Unos no podían electrizarse de esta manera o no mantenían este estado, si lo habían adquirido; otros lo podían conseguir de forma fácil. Entre los primeros se encontraban el cobre, la plata, la Tierra, el cuerpo humano, etc.; entre los segundos el vidrio, el caucho, etc.

En el momento actual, una vez conocida la estructura atómica de la materia, la clasificación de las sustancias –en cuanto a su comportamiento eléctrico se refiere– se establece entre materiales **conductores** eléctricos y materiales **aislantes** eléctricos. En los primeros existen cargas eléctricas (electrones) que pueden moverse libremente a través del material; en los aislantes, también llamados **dieléctricos**, no existen electrones libres. Aunque no existen ni aislantes ni conductores perfectos, es cierto que hay enormes diferencias entre la capacidad aislante de unas sustancias frente a otras; así, por ejemplo, el cuarzo fundido tiene una capacidad aislante que es cerca de 10^{25} veces mayor que la del cobre, por lo tanto, para muchas aplicaciones prácticas se comporta como si fuese un aislante perfecto.

Los *conductores por excelencia son los metales*. Su estructura atómica está formada por los núcleos y las capas electrónicas profundas, que ocupan lugares fijos en su red cristalina; y los electrones de la capa más externa (capa de valencia), que no pertenecen a ningún átomo en particular, sino al cristal como un todo. Estos electrones se pueden mover libremente en el interior del cristal y reciben el nombre de *electrones libres*. Es decir, el metal no ofrece «resistencia» al movimiento de estos electrones, por lo que bajo la acción de cualquier campo exterior se desplazarán.

En circunstancias normales un conductor está *descargado*, es decir, en cualquier pequeño volumen del mismo, existen el mismo número de cargas positivas que negativas, de modo que la carga neta media es nula. Cuando decimos que está *cargado*, queremos indicar que en ciertas regiones existen mayor número de cargas de un signo que de otro.

En los aislantes los electrones, aún los pertenecientes a las capas de valencia, se encuentran fuertemente ligados a sus átomos y no pueden moverse libremente en el interior del cristal. Aunque toda la discusión la hemos hecho para los sólidos, conviene indicar que los gases en general son buenos aislantes, a menos que se encuentren a temperaturas elevadas.

La importancia tecnológica e industrial de los conductores y aislantes es conocida por el alumno, aunque sólo sea como producto de su propia experiencia

cotidiana. ¿Por qué las herramientas que se utilizan para trabajar en los circuitos eléctricos tienen los mangos de plástico?

Además de los conductores y aislantes, existen otras sustancias que presentan un comportamiento –en cuanto a la conducción eléctrica se refiere– intermedio entre la de los anteriores. Son los llamados **semiconductores**, que tan importantes son en la tecnología electrónica actual (§ 21.1). Estos elementos presentan a temperaturas muy bajas, un comportamiento semejante al de los aislantes; al elevar su temperatura conducen cada vez más, pero sin llegar nunca al grado de los conductores. Su capacidad de conducción también depende en gran manera de los átomos de impureza que se añadan deliberadamente a la sustancia semiconductor. Entre los elementos típicos de este grupo figuran, el silicio, el germanio, el arseniuro de galio, etc.

Una vez sabemos lo que es un conductor, especificaremos lo que se entiende por *equilibrio*, como cuestión previa para estudiar las propiedades de los conductores en equilibrio. Un conductor se dice que está en equilibrio *cuando no existe movimiento macroscópico de cargas en el mismo*. Aunque esto no quiere decir que se encuentren en reposo, puesto que están sometidas a la agitación térmica; sin embargo, *no existirá un movimiento neto de estas en ninguna dirección*. Si imaginamos una superficie en el interior del conductor, ésta es atravesada –por término medio– por el mismo número de electrones en uno y otro sentido.

El indicar que estamos interesados en las propiedades en condiciones de equilibrio, es equivalente a afirmar que queremos estudiar sólo las *propiedades estáticas de los materiales*, ya que en estas circunstancias: a) si depositamos cargas en la superficie de un aislante, éstas permanecen en el lugar donde se colocaron, b) si se trata de un conductor, la carga se redistribuirá «inmediatamente» de modo que no exista campo en el interior del conductor.

Supongamos un conductor de *forma arbitraria* (Fig. 12.8). Si el conductor está en equilibrio, no existe movimiento neto de cargas, por lo tanto *sobre sus electrones libres no actuará ninguna fuerza neta*. Si no actúa ninguna fuerza neta sobre los electrones, como el conductor en sí no ejerce ninguna, quiere decir que no existe ninguna fuerza procedente del exterior; por consiguiente, *el campo electrostático en el interior del conductor es nulo*. De lo contrario, los electrones tenderían a moverse en sentido contrario al campo existente, en contra de la hipótesis inicial de que se encuentra en equilibrio.

Como consecuencia, y teniendo en cuenta (12.19) *todos los puntos del interior del conductor deben estar al mismo potencial; Todo el conductor es una superficie, o un volumen, equipotencial*. El potencial ha de ser una magnitud continua, ya que lo contrario im-

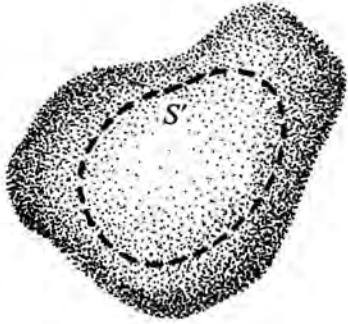


FIG. 12.8

plicaría un valor infinito del campo ($E = dV/dn$) lo cual es físicamente imposible; luego, los puntos de la superficie del conductor, forman también una superficie equipotencial.

Si aplicamos el teorema de Gauss a una superficie arbitraria S' , situada en el interior del conductor (Fig. 12.8), el flujo del campo electrostático debe ser nulo, al serlo éste; por lo tanto, (12.26), en el interior de la superficie no puede existir ninguna acumulación neta de carga: $Q = \sum q_i = 0$. Como esta superficie la podemos llevar tan cerca como queramos de la del conductor, concluimos que en el interior del conductor no puede existir carga neta. Si dicha superficie, por el contrario, la hacemos tan pequeña como queramos, hasta que llegue a «encerrar a un sólo punto»: $\rho = 0$, es decir, no puede existir tampoco ninguna densidad volúmica de carga.

Si cargamos el conductor, al cabo de un cierto tiempo —el necesario para que alcance el equilibrio— todo el exceso de carga se distribuirá en su superficie.

En el caso de un conductor cargado en equilibrio, el campo en su superficie no es nulo, ya que en la misma existirá, según acabamos de demostrar, una densidad superficial de carga. Calculemos \mathbf{E} para este conductor aplicando el teorema de Gauss; elijamos como superficie un cilindro colocado atravesando la dimensión lineal de su base. Las bases del cilindro son paralelas a la superficie del conductor. (Fig. 12.9)

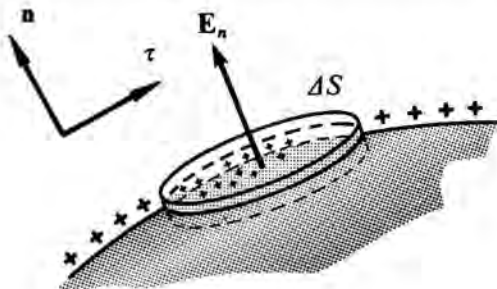


FIG. 12.9

Para poder aplicar el teorema de Gauss al cálculo del módulo del campo, hay que conocer previamente su dirección. El campo debe de tener, en cada punto, una dirección normal a la superficie. Si tuviese cualquier otra dirección, siempre se podría descomponer en una componente tangencial y otra normal. Pero la componente tangencial podría originar un desplazamiento de las cargas sobre la superficie, lo cual estaría en contra de la hipótesis inicial de que el conductor se encuentra en equilibrio. Luego: $\mathbf{E} = E_n \mathbf{n}$.

Apliquemos el teorema de Gauss a la superficie elegida. El flujo total es igual a la suma de los flujos a través de la superficie lateral y de las dos bases. El flujo lateral es nulo por ser perpendiculares \mathbf{E} y $d\mathbf{S}$; el flujo a través de la base que se encuentra en el interior del conductor lo es también, al serlo \mathbf{E} . El flujo total es el que atraviesa la superficie exterior al conductor, por lo tanto:

$$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = E_n \Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0}, \quad E_n = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (12.31)$$

ya que ΔS es el área de la superficie a través de la cual calculamos el flujo y $\sigma \Delta S$ es la carga total encerrada por toda la superficie cerrada. Resaltamos que la expresión (12.31) es válida tanto si la carga se distribuye homogéneamente sobre la superficie, como si no lo hace, ¿por qué? Tengamos en cuenta que el cálculo anterior se puede hacer igualmente para una superficie infinitesimal. El sentido del campo es hacia el exterior de la superficie si su carga es positiva; o hacia el interior, si es negativa.

Supongamos ahora que tenemos un conductor con una cavidad en el interior (Fig. 12.10). Ya sabemos que el campo en el conductor es nulo, pero ¿qué ocurre en la cavidad? Demostraremos que si en la cavidad no hay ninguna carga no hay campo en su interior, cualquiera que sea la forma de la cavidad o del conductor y cualesquiera que sean las cargas que existan en puntos exteriores al conductor.

Consideremos una superficie arbitraria S' (Fig. 12.10), situada toda ella en el conductor y que encie-

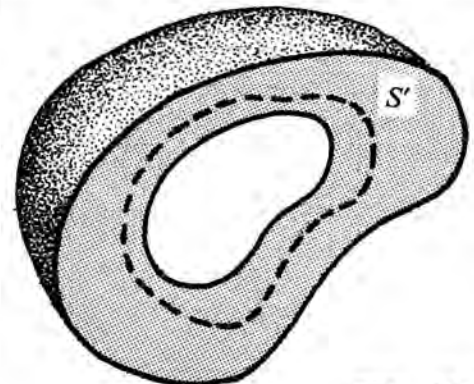


FIG. 12.10

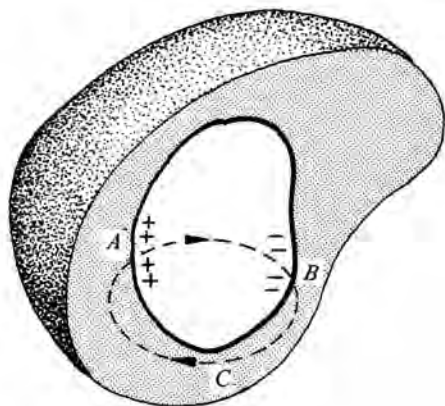


FIG. 12.11

re a la cavidad. En todo punto de S' el campo es cero, y por lo tanto el flujo (12.26), y la carga total encerrada por S' es nula. Lo único que podemos afirmar es que encierra el mismo número de cargas positivas que negativas en el interior de la superficie del conductor; podría darse la distribución indicada en la Fig. 12.11, sin que se violase el teorema de Gauss, pero una distribución de este tipo no sería compatible con el hecho de que el campo electrostático sea conservativo (12.18). En efecto: elijamos una línea c a lo largo de la cual calculamos la circulación de \mathbf{E} ; esta línea supongamos que coincida con una línea del campo en el interior de la cavidad, es decir, que parta de una carga positiva y llegue a una negativa.

La integral $\int_{A-B} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ en el interior de la cavidad será distinta de cero; a través del conductor será nula, al serlo el campo. Luego:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \neq 0 \quad (12.32)$$

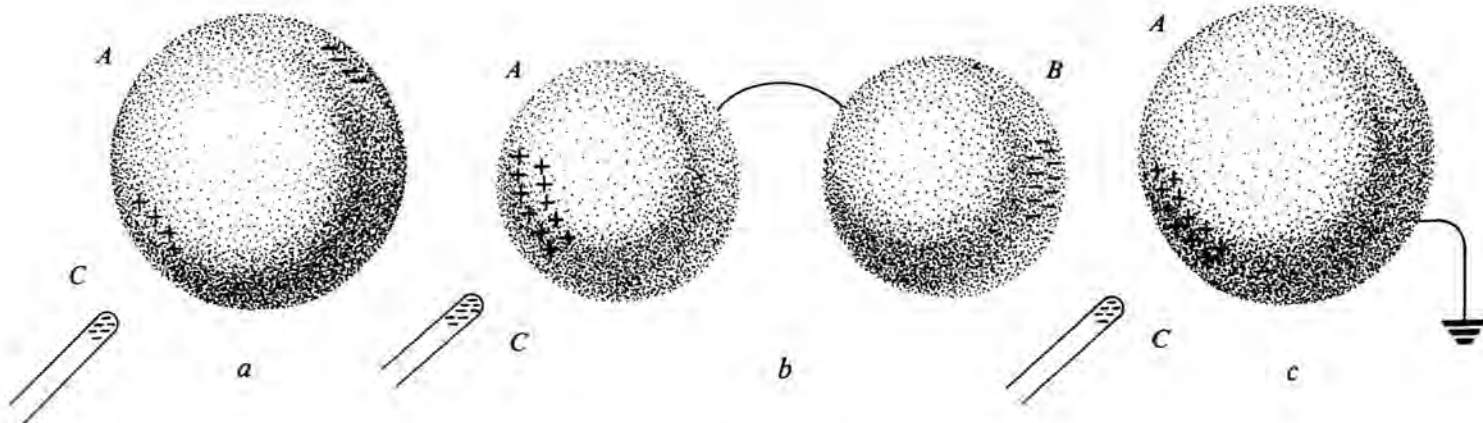


FIG. 12.12

Este resultado está en contradicción con una de las ecuaciones fundamentales de la Electroestática (12.18). Luego, si la cavidad se encuentra vacía no puede existir campo alguno en su interior, ni tampoco cargas en la superficie interna del conductor.

Si dentro de la cavidad se colocan cargas, existe un campo en la misma, pero esto no está en contradicción con los resultados anteriores, porque ahora la cavidad no se encuentra vacía (cuestión 15).

Si el campo en la cavidad sólo depende de las cargas que existen en ella, ¿qué efecto producen las posibles cargas existentes fuera del conductor, por ejemplo en el punto P de la Fig. 12.10?

Estos resultados son el principio en que se basa el «apantallamiento» o «blindaje» de los equipos eléctricos, que se consigue encerrándolos dentro de una habitación de estructura totalmente metálica. Hay que tener en cuenta que el apantallamiento funciona en los dos sentidos: ninguna distribución estática de cargas en el


$\left\{ \begin{array}{l} \text{interior} \\ \text{exterior} \end{array} \right\}$ de la cavidad puede producir

campos en el $\left\{ \begin{array}{l} \text{interior} \\ \text{exterior} \end{array} \right\}$

En Electroestática –pero no en situaciones dinámicas– los campos en los dos lados de una caja conductora son completamente independientes. Ver cuestiones 15 y 16.

Un concepto muy importante en el estudio del comportamiento eléctrico de los conductores es el de «tierra» o «masa». Para introducir esta noción imaginemos un conductor A descargado al que le acercamos otro conductor C cargado, por ejemplo, negativamente (cuestión 17). En la superficie de A más próxima a C aparecerá, por influencia, una carga negativa; mientras que en la parte más alejada de A aparecerá un exceso de cargas positivas, Fig. 12.12a.

Ahora unimos A con otro conductor B inicialmente descargado, mediante un hilo metálico muy largo, Fig. 12.12b. Los electrones libres de A tenderán a desplazarse lo más lejos posible de dicho conductor, debido a su interacción repulsiva con el conductor cargado C . Este desplazamiento resulta factible físicamente, debido a

la presencia del hilo metálico. Por lo tanto, algunos electrones libres se desplazarán desde el conductor A al B ; cuando esto ocurre se dice que el conductor A , que se ha cargado positivamente aunque retiremos el conductor C (!), ha sido *unido a tierra*. Por supuesto, esto ocurre siempre que el conductor B esté lo suficientemente alejado, como para que su carga no influya en la situación establecida en las proximidades de A . El símbolo () se utiliza para indicar que un conductor está unido o conectado a tierra (Fig. 12.12c).

La Tierra es un buen conductor, debido a su elevada composición en elementos metálicos y a la existencia de sales disueltas en los océanos. Además, debido a su inmenso tamaño, comparado con los conductores usuales, se puede considerar como una fuente infinita, así como un sumidero de cargas; es por lo tanto, una verdadera «tierra» o «masa». Realmente la nomenclatura utilizada desde el principio significa literalmente conectar un conductor, mediante un hilo metálico, a la Tierra. Podemos pensar que el conductor B en la Fig. 12.12b es la Tierra, entonces la carga negativa que aparece en él se encontrará siempre muy lejos de A , aunque el hilo metálico no sea muy largo, ¿por qué? Como no existe interacción entre A y B , el potencial de un conductor conectado a tierra se toma siempre como cero (7.40). ¿Podrías justificarlo?

§ 12.4 CAPACIDAD DE UN CONDUCTOR

El problema fundamental de la Electroestática consiste en calcular el potencial $V_e(x, y, z)$ debido a unas ciertas cargas, que satisfaga a (12.26) y (12.18) para superficies y líneas pequeñas alrededor de cada punto del espacio. El potencial debe cumplir, además, unas ciertas condiciones en los límites; normalmente éstas son que el potencial se anule para los puntos del infinito, si la distribución está acotada. Luego a partir de (12.19), se calcula el campo.

Muchas veces se plantea el problema inverso, que es más fácil de resolver: conocido el potencial, como una función empírica a partir de datos experimentales, calcular el sistema de cargas que lo originan.

Si se conoce la densidad de cargas en todos los puntos del espacio, y no existen en él superficies conductoras, (12.27) es la solución unívoca al problema del potencial, y no es preciso utilizar las ecuaciones anteriores. Estos son los casos que hemos tratado en los diferentes ejercicios sencillos resueltos en este capítulo. Cuando hay conductores presentes, sin embargo, surgen complicaciones debido a que la distribución de cargas en los mismos no se conoce inicialmente; sólo sabemos que la carga debe distribuirse sobre su superficie, de forma que todo el conductor tenga el mismo potencial (§ 12.3). La solución de estos tipos de problemas no es directa, ni simple. Consideremos con más detalle este punto, para ser conscientes de la dificultad del problema.

Normalmente las situaciones reales, como hemos dicho, no son tan simples, ya que no se conoce inicialmente la distribución de todas las cargas que dan lugar al potencial existente en el medio. Una situación típica que puede ilustrarlo, es la presencia simultánea en un medio, de cargas libres y de conductores. Sea por ejemplo el sistema formado por una carga puntual y un plano conductor unido a tierra. No intentamos resolver el problema, tan sólo poner de manifiesto la dificultad que se presenta. El potencial en el medio es debido tanto a la carga puntual, como a la inducida en el plano conductor por la presencia de aquélla. La densidad superficial $\sigma(x, y)$ de carga inducida no se conoce a priori, por lo tanto no es posible aplicar (12.27). Hay que tener en cuenta que ésta es la situación más sencilla que se puede presentar.

Para resolver este y otros tipos de problemas, el análisis matemático ha desarrollado toda una teoría, conocida con el nombre de *teoría del potencial*. Esta permite resolver, de forma analítica, sólo unas pocas configuraciones estandar; en muchas ocasiones, la resolución analítica en forma cerrada no es posible y hay que recurrir a soluciones aproximadas de tipo numérico. Pero éstos son ya problemas que escapan al nivel de este libro, y las dejamos como cuestiones abiertas para estudios posteriores.

Vamos a estudiar el comportamiento de un conductor aislado y, posteriormente, de dos conductores

(§ 12.5). Son dos situaciones que pueden ser abordadas con los conceptos introducidos y que además, presentan un gran interés práctico, como tendremos ocasión de comprobar.

En todo conductor aislado, sea cual fuere su forma geométrica, existe proporcionalidad entre la carga que adquiere y el potencial a que se encuentra como consecuencia de la carga: $V \propto Q$. Esta carga, si el conductor se encuentra en equilibrio, se distribuirá en su superficie y todo él se encontrará al mismo potencial (§ 12.3).

Por definición, a la constante de proporcionalidad entre la carga y el potencial en un conductor se le denomina **capacidad**:

$$C = Q / V \quad (12.33)$$

Es un parámetro que sólo depende de las características geométricas del conductor (de su forma y tamaño), pero no de las condiciones eléctricas en que se encuentre. Sus dimensiones en el SI son:

$$[L]^2 [M]^{-1} [T]^4 [A]^2$$

y su unidad CV^{-1} , que recibe el nombre de **faradio** (F), en honor de M. Faraday.

Si el conductor es de forma esférica y radio R : $C = 4\pi\epsilon_0 R$, ¿por qué?. Para este caso particular hemos comprobado que Q y V son proporcionales, y además cuánto vale la constante de proporcionalidad. La demostración se puede hacer en el caso general, pero no lo consideramos ni adecuado, ni fundamental.

En el caso de un único conductor alejado de otros cuerpos cargados, las líneas de carga que salen de él terminan en los cuerpos que le rodean y que están en el infinito.

§ 12.5 CONDENSADORES

El caso siguiente en complejidad sería considerar un sistema aislado formado por dos conductores en equilibrio. Podemos pensar que se trata de dos conductores A y B , lo suficientemente cerca el uno del otro para que al conductor original A sólo lo influya el B , de manera que todas las líneas del campo que parten de A acaben en B . Las *cargas* en los conductores han de ser *iguales y opuestas*, como si A se cargara de B , Fig. 12.13; por ahora no nos interesa considerar el procedimiento para que se lleve a cabo esta «carga». A un sistema de conductores con estas características se le llama **condensador** o **capacitor**.

Existe una controversia sobre el uso de estas dos palabras para designar el sistema de conductores. La terminología más moderna, universalmente aceptada y estricta, sería utilizar la denominación

de capacitor para el sistema físico y de capacitancia (C), para el parámetro que la caracteriza. Sin embargo, en la mayoría de países de habla hispana se sigue utilizando la terminología antigua de: condensador y capacidad, respectivamente. Nosotros a lo largo de esta obra, iremos introduciendo la nueva nomenclatura, tanto para éste como para los resistores e inductores.

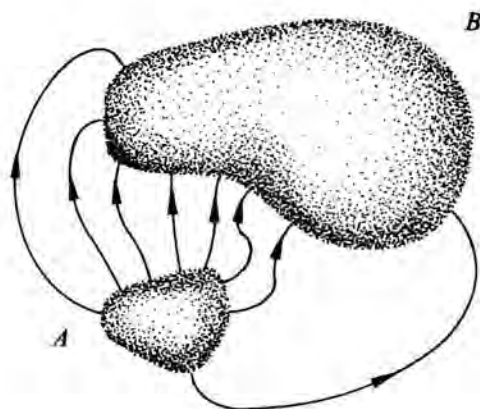


FIG. 12.13

En este caso también existe proporcionalidad entre la carga transferida de uno al otro, Q , y la diferencia de potencial existente entre ambos conductores: $V_A - V_B \propto Q$.

La diferencia de potencial entre los conductores es el trabajo (7.45) realizado para llevar la unidad de carga desde un conductor al otro; este parámetro es el que es proporcional a la carga Q que tiene cada uno de ellos. Para justificarlo basta hacer uso del principio de superposición. La constante de proporcionalidad recibe el nombre de **capacidad** o **capacitancia**:

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} \quad (12.34)$$

y caracteriza completamente, desde el punto de vista eléctrico, al sistema de los dos conductores. Es un parámetro que depende exclusivamente de las propiedades geométricas del mismo, es decir, de la forma y tamaño de los conductores, así como de sus posiciones relativas. La constancia de C descansa en gran parte en la ley de Coulomb, aunque esto es una idea que no podemos desarrollar aquí.

Como es evidente, su unidad en el SI es el **faradio** (F); como esta unidad corresponde a una capacitancia muy elevada, se emplean en la práctica unos submúltiplos:

1 microfaradio = $1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{F}$; 1 nanofaradio = $1\text{nF} = 10^{-9}\text{F}$; 1 picofaradio = $1\text{pF} = 10^{-12}\text{F}$.

La mejor manera de realizar un condensador ideal es encerrar un conductor dentro de otro, por ejemplo colocando el A dentro de una cavidad practicada en el B, pero esta disposición no es conveniente a causa

de la inaccesibilidad del conductor interior. ¿Por qué ésta sería una configuración para un condensador ideal?

Si los dos conductores tienen la misma forma geométrica y ésta es sencilla, se puede calcular fácilmente el valor de su capacitancia. Estos casos sencillos son que sean planos, cilindros coaxiales o esferas concéntricas; cada uno de los conductores que forman el capacitor recibe el nombre de **placa** o **armadura**. Como ninguna de estas geometrías asegura que «no se pierdan» líneas de campo (¿qué significa esta expresión un tanto coloquial?), por el momento sólo trataremos condiciones ideales y supondremos que no hay pérdidas.

Para el estudio concreto de un tipo de condensador, utilizaremos el que presenta la geometría más simple. Nuestro modelo será el de un condensador formado por dos planos paralelos separados por una distancia muy pequeña, comparada con las dimensiones lineales del plano. Un sistema aislado de estas características geométricas recibe el nombre de **capacitor plano** (Fig. 12.14a). Su símbolo como elemento de circuito se presenta en la Fig. 12.14b.

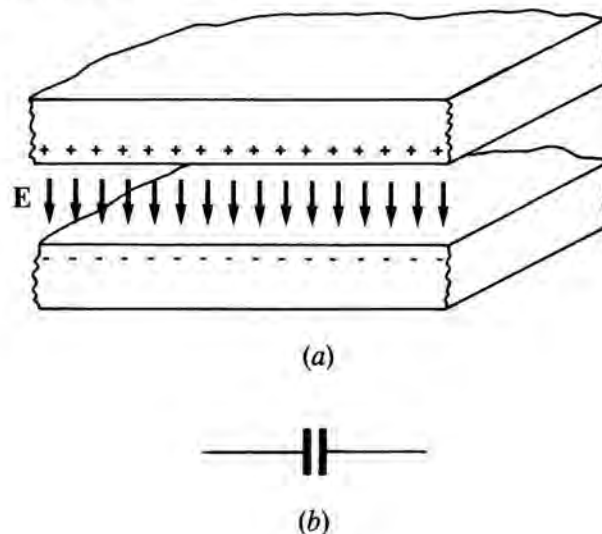


FIG. 12.14

Analicemos sus características eléctricas con cierto detalle: sean $+q$ y $-q$ las cargas respectivas que hay en cada una de las placas del capacitor plano (Fig. 12.15). Sea d la separación entre las placas y S su superficie. Como consecuencia de la influencia mutua (atracción electrostática), las cargas se distribuirán uniformemente en la superficie interna de las placas, ¿por qué? Esta distribución se puede caracterizar mediante sus densidades superficiales respectivas (12.11): $+\sigma$ y $-\sigma$. El campo electrostático entre sus placas será uniforme, es decir, tendrá el mismo valor en todos los puntos (Fig. 12.3c). Dicho valor será igual (Ejercicio 12.1) a: $E = \sigma / \epsilon_0$ y su dirección la in-

dicada en la Fig. 12.15 ó en la 12.3c. Despreciando los efectos de bordes, el campo fuera de este región es nulo, ¿por qué?

Teniendo en cuenta (12.19), el potencial, o diferencia de potencial, para ser más estrictos, entre las placas será igual, por ser E constante, a:

$$V_A - V_B \equiv V = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = \frac{d}{\epsilon_0 S} Q \quad (12.35)$$

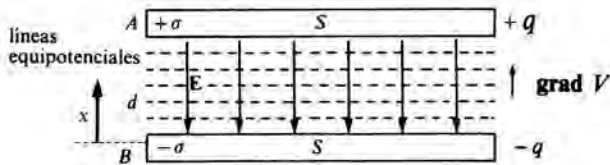


FIG. 12.15

donde hemos hecho uso del valor del campo, de la definición de densidad superficial y de que ambos son uniformes. La variación del potencial entre las placas es fácil de calcular (Fig. 12.15):

$$E = \frac{dV}{dx}, \quad V = \int E dx + \text{cte}, \quad V(x) = Ex + V_B$$

$V = Ex$. El potencial entre las placas varía linealmente, creciendo con la distancia a la placa negativa. Para $x = d$, obtenemos la relación: $V_A - V_B = Ed$, utilizada anteriormente. Las superficies equipotenciales son, en este caso, planos paralelos a las placas.

Si comparamos (12.35) con (12.34), se obtiene para la capacidad de un capacitor plano:

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d} \quad (12.36)$$

donde vemos, para este caso particular, que se trata de un parámetro que sólo depende de la geometría del sistema de conductores. A partir de (12.36) observamos la razón por la cual las unidades de ϵ_0 , permitividad del vacío, son $F m^{-1}$, que ya utilizamos en § 5.3.

Esta expresión de la capacidad es sólo aproximada, ya que en la deducción hemos supuesto que el campo es uniforme entre las placas, ahora bien, esta condición no se verifica en los bordes de la misma (Fig. 12.16). La densidad de carga en los bordes es ligeramente superior a la supuesta y la capacidad real es algo mayor que la calculada. Este efecto es tanto menor cuanto más pequeña sea la separación entre las placas frente a sus dimensiones lineales.

Los capacitores son unos elementos de gran interés práctico. Sirven, si su capacidad es muy elevada, para almacenar grandes cantidades de carga, que dan lugar

a pequeñas variaciones en la diferencia de potencial. En la práctica se suele aumentar la capacitancia, colocando entre sus placas un material dieléctrico.

Como luego veremos con más detalle, *el capacitor es un elemento que almacena energía eléctrica entre sus placas.*

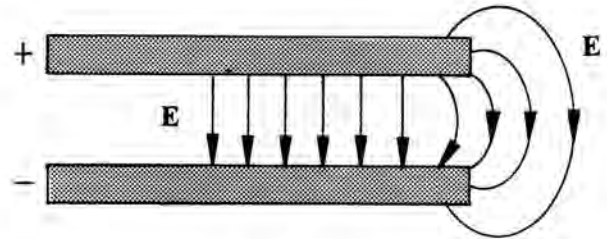


FIG. 12.16

Como consecuencia de este principio básico, los capacitores encuentran grandes aplicaciones en Electrónica, como filtros y en general, para conformar una señal dada de la forma deseada. Aunque con lo dicho anteriormente están incluidas todas sus aplicaciones conviene resaltar, ya que el alumno no domina aquella nomenclatura, su importancia como elementos bloqueadores (es decir, que impiden el paso) de las corrientes continuas, ¿por qué? También en los circuitos resonantes que tanta importancia tienen en los sistemas de comunicación.

No creemos interesante entrar en detalles sobre los diferentes tipos de capacitores que existen en el mercado, ni la forma de construirlos; sin embargo sería conveniente que el alumno se familiarizase con ellos en el laboratorio, para que pasase de estas consideraciones teóricas a conocer, por lo menos, el aspecto físico que presentan. Si queremos, no obstante, indicar que desde el punto de vista de su utilización el capacitor viene caracterizado por dos parámetros: su capacitancia y la máxima tensión que puede soportar entre sus placas sin que se perfora. Hemos indicado que normalmente se coloca entre las placas de un capacitor un dieléctrico, con objeto de aumentar su capacidad sin que sea necesario hacerlo con su tamaño. Al existir un dieléctrico entre sus placas, o el vacío, la corriente eléctrica continua no pasa a través de sus placas. No obstante si se aumenta mucho (dependiendo de las características del dieléctrico) la diferencia de potencial aplicada, el campo electrostático se hace muy intenso y algunos electrones de los átomos del dieléctrico se pueden convertir en libres, en cuyo caso deja pasar la corriente eléctrica a su través y pierde toda su efectividad como capacitor; cuando esto ocurre se dice que el capacitor se ha perforado y resulta inútil como tal.

El alumno puede comprobar que cualquier capacitor comercial tiene marcados los valores que corresponden a estos dos parámetros.

El alumno ha estudiado en los cursos anteriores las asociaciones de capacitores, y sin lugar a dudas es de

las cosas que todavía recuerda. No obstante, resumimos las principales características de dichas asociaciones (Fig. 12.17). (Ver cuestiones 22 y 23).

	Q	V	C _{equivalente}
Serie	Todos los capacitores tienen la misma carga	$V_{TOTAL} = \sum_i V$ entre las placas de cada uno de ellos	$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$
Paralelo	$Q_{TOTAL} = \sum_i Q$ cada uno de ellos	Todos los capacitores tienen la misma diferencia de potencial entre sus placas	$C = \sum_i C_i$

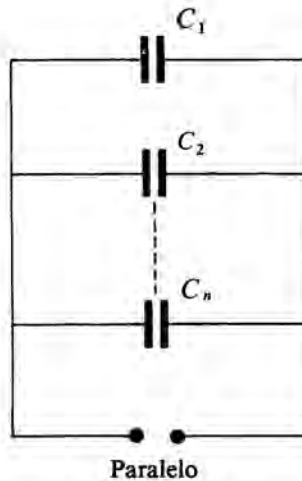
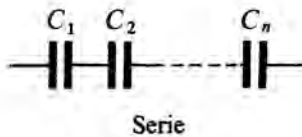


FIG. 12.17

Quizá lo que nunca se haya preguntado es para qué se asocian, o se conectan, los capacitores en serie, en paralelo o en una combinación mixta. En el mercado no se fabrican capacitores de todas las capacidades posibles, ni de todas las tensiones de ruptura, tan sólo de un cierto número de valores estándar, que son perfectamente conocidos por los profesionales que se dedican a estas actividades. En Ingeniería Eléctrica, cuando se diseña un circuito puede necesitarse un capacitor de un cierto valor, o que tenga una determinada tensión de ruptura, que no se encuentre en el mercado. En estas ocasiones es necesario acudir a una conexión paralelo para obtener la capacidad deseada, o serie para que soporte la tensión que existe entre los puntos del circuito donde se quiere conectar, y que supera a la máxima que uno de ellos puede soportar sin perforarse.

Hay que hacer notar que en muchos sistemas electrónico aparecen capacidades parásitas, es decir, no deseadas, debido a que cualquier par de conductores separados por un dieléctrico constituyen un capacitor; este problema es especialmente grave en los circuitos que trabajan con señales de radio-frecuencia (§ 17.4) o en algunos sistemas de instrumentación. En tales casos hay que prever su existencia e intentar neutralizar sus efectos. También en los sistemas biológicos, por ejemplo una célula, la membrana tiene asociada

una cierta capacidad, ya que es una «pared» que separa dos medios líquidos conductores; un valor típico de su capacitancia, por unidad de superficie, es $1 \mu\text{F cm}^{-2}$. Su influencia en la respuesta dinámica de estos sistemas es considerable, como bien saben los fisiólogos.

ENERGÍA ALMACENADA EN UN CAPACITOR

Supongamos un capacitor inicialmente descargado, es decir, que cada uno de los conductores que lo forman tiene una carga neta nula. Si entre sus placas se aplica una diferencia de potencial (por ejemplo, una batería) sabemos por experiencia que el capacitor se carga, o sea, que en cada placa aparece una carga igual y de signo contrario a la del otro. Físicamente lo que ocurre es que a expensas de la energía suministrada por la batería se «traslada» una carga dQ de la placa negativa a la positiva (Fig. 12.18):

$$d\mathcal{F} = VdQ = \frac{Q}{C}dQ \quad (12.37)$$

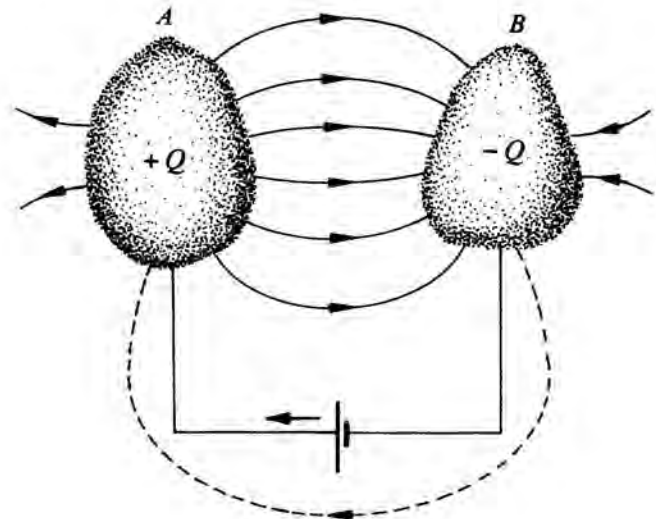


FIG. 12.18

En este proceso suponemos que la carga de cada una de las placas va variando de $\pm Q$ a $\pm(Q + dQ)$, en pequeños incrementos dQ ; durante el mismo, la diferencia de potencial entre las placas variará continuamente (12.34). La energía total suministrada por la batería para aumentar la carga de cada una de las placas desde 0 hasta Q_0 será:

$$\mathcal{F} = \int_{Q=0}^{Q=Q_0} \frac{Q}{C} dQ = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \quad (12.38)$$

haciendo uso de (12.34) se puede escribir de forma alternativa:

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} Q_0 (V_B - V_A) = \frac{1}{2} C (V_B - V_A)^2 \quad (12.39)$$

La energía suministrada por la batería para cargar el capacitor queda almacenada entre sus placas en forma de energía eléctrica o electrostática, que podemos asociar al campo eléctrico o electrostático existente entre las mismas. Se trata de una energía potencial, ¿por qué? En función del campo dicha energía se puede expresar:

$$U = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} d\tau \quad U_E(12.40)$$

En efecto, consideremos el caso del capacitor plano, cargado con Q_0 culombios en cada placa; sustituyendo en (12.40) la expresión del campo (12.35):

$$U_E = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \frac{Q_0^2}{\epsilon_0^2 S^2} d\tau = \frac{Q_0^2}{2 \epsilon_0 S^2} \int_V d\tau$$

donde la integral se extiende a toda la región del espacio en que está definido el campo; en este caso el volumen encerrado entre las placas del capacitor, vale: Sd , por lo tanto:

$$U_E = \frac{Q_0^2}{2 \epsilon_0 S^2} Sd = \frac{Q_0^2}{2 C}$$

Luego vemos que, *por lo menos para este caso particular*, (12.40) y (12.38) coinciden.

La expresión (12.40) es totalmente general: «En toda región del espacio donde existe un campo electrostático, creado por una cierta distribución de cargas, hay una energía almacenada cuyo valor viene dado por dicha expresión»; esta energía procede de la que se invirtió en formar dicha distribución, a expensas de una fuente de energía exterior. (12.40) y (12.38) son dos formas alternativas de expresar la energía potencial asociada a un campo, la primera lo hace en función del campo y la segunda de las fuentes de éste. Sobre estas consideraciones energéticas generales volveremos en (§ 17.3) al considerar las situaciones dinámicas, que es donde realmente tiene significado e interés localizar la energía en la región donde se encuentra el campo.

A partir de (12.40) se puede definir una **densidad de energía electrostática**,

$$u_E = \frac{dU_E}{d\tau} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} \quad (12.41)$$

¿qué significado físico tiene esta magnitud?

Ejercicio 12.5

Calcular la capacidad equivalente del circuito de la Fig. 12.19, $C_1 = C_2 = 2\mu\text{F}$, $C_3 = 6\mu\text{F}$. Si se aplica al conjunto una diferencia de potencial $V_0 = 10\text{V}$, calcular: a) la carga de C_1 , b) diferencia de potencial a través de C_1 , c) la carga de C_2 y C_3 .

Se elimina del circuito el capacitor C_2 , quedando sólo C_1 y C_3 en serie; al conjunto de ellos se le aplica una diferencia de potencial $V_0 = 10\text{V}$. d) ¿Qué energía se almacena en cada capacitor? Supongamos que se desconectan de la

fuerza V_0 y se vuelven a conectar los capacitores en paralelo, e) ¿Qué carga final adquiere cada uno de ellos?, f) ¿Qué energía está almacenada, en esas circunstancias, en cada capacitor? g) Comparar las respuestas obtenidas en los apartados d) y f) y dar una interpretación, desde el punto de vista físico, de las diferencias que puedan existir.

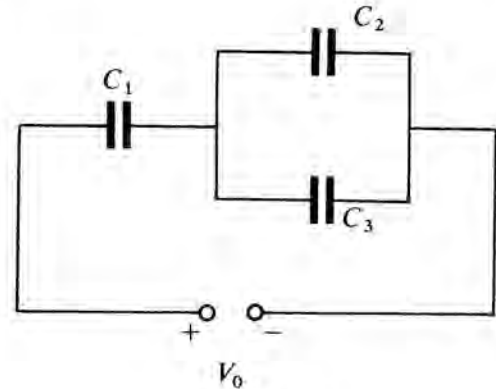


FIG. 12.19

Solución:

Se trata de una asociación de capacitores en las que dos (C_2 y C_3) se encuentran en paralelo y el tercero (C_1) en serie con el capacitor equivalente a aquéllos. Por lo tanto, la capacitancia equivalente del sistema será:

$$C'_{\text{equivalente}} = C_2 + C_3 = 8\mu\text{F} \quad (12.42)$$

$$C_{\text{equivalente total}} = \frac{C'_{\text{equiv.}} C_1}{C'_{\text{equiv.}} + C_1} = 1,6\mu\text{F}$$

a) Al aplicar una diferencia de potencial de 10V y una vez los capacitores se han cargado al valor final que pueden adquirir con dicha diferencia de potencial y en la conexión en que se encuentran; es decir, cuando el circuito ha adquirido su régimen estacionario: $Q_1 = Q'_{\text{equiv.}}$

, por estar en serie

$$V_0 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q'_{\text{equiv.}}}{C'_{\text{equiv.}}} = Q_1 \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'_{\text{equiv.}}} \right) = Q_1 \frac{C'_{\text{equiv.}} + C_1}{C_1 C'_{\text{equiv.}}}$$

En la última expresión hemos hecho uso de que V_0 es igual a la diferencia de potencial entre los extremos de C_1 más la que existe entre los de $C'_{\text{equiv.}}$. Sustituyendo los valores numéricos dados: $Q_1 = 16\mu\text{C}$.

b) La diferencia de potencial a través de C_1 vale:

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{16}{2} = 8\text{V} \quad (12.43)$$

¿por qué no es necesario transformar los μC en C y los μF en F, para obtener V_1 en voltios?

c) La suma de las cargas de C_2 y C_3 es igual a $16\mu\text{C}$, ¿por qué? Como ambos tienen entre sus placas la misma diferencia de potencial, al estar conectados en paralelo (Fig. 12.19):

$$\left. \begin{aligned} Q_2 + Q_3 &= 16 \\ V = Q_2/C_2 = Q_3/C_3 \end{aligned} \right\} Q_2 = 4\mu\text{C}, Q_3 = 12\mu\text{C}$$

d) Al eliminar del circuito C_2 , la energía almacenada en cada capacitor (12.38) vale:

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C_1}, \quad U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_3^2}{C_3}, \quad \text{con } Q_1 = Q_3$$

Para calcular Q_1 ó Q_3 , determinamos previamente la capacidad equivalente en este caso:

$$C_{\text{equiv}}^* = \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} = 1,5 \mu\text{F}$$

$$Q_1 = C_{\text{equiv}}^* V_0 = 1,5 \times 10 = 15 \mu\text{C}$$

Por lo tanto: $U_1 = 56,25 \times 10^{-6} \text{ J}$, $U_2 = 18,75 \times 10^{-6} \text{ J}$

(12.44)

e) Al desconectarlos de la fuente V_0 y conectarlos entre sí según se indica en la Fig. 12.20, lo que hemos hecho estrictamente es unir las placas del mismo signo de cada uno

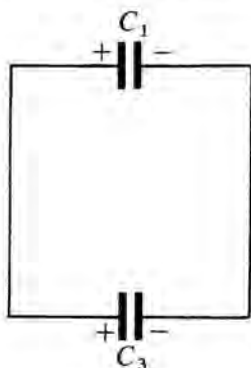


FIG. 12.20

de ellos entre sí, más que conectarlos en paralelo o en serie (Cuestión 25), ¿por qué? Al hacer esta nueva conexión, es evidente que la diferencia de potencial entre los extremos de uno es igual a la que existe entre las placas del otro.

$$\frac{Q_1^*}{C_1} = \frac{Q_3^*}{C_3}, \quad \frac{Q_1^*}{Q_3^*} = 1/3$$

pero además la carga se ha de conservar respecto de la situación anterior:

$$Q_1^* + Q_3^* = 2 Q_1 = 30 \mu\text{C}$$

por lo tanto: $Q_1^* = 7,5 \mu\text{C}$, $Q_3^* = 22,5 \mu\text{C}$

f) La energía almacenada en cada uno de los capacitores será ahora:

$$U_1^* = \frac{1}{2} \frac{Q_1^{*2}}{C_1} = 14,06 \times 10^{-6} \text{ J} , \quad U_2^* = 42,19 \times 10^{-6} \text{ J}$$

(12.45)

g) Comparando (12.44): $U_1 + U_2 = 75 \times 10^{-6} \text{ J}$ con (12.45): $U_1^* + U_2^* = 56,25 \times 10^{-6} \text{ J}$, se observa que la energía almacenada por el sistema de capacitores ha disminuido al pasar de encontrarse C_1 y C_3 unidos a la batería, a estar co-

nectados entre sí Fig. 12.20. La energía no puede desaparecer, sólo se puede transformar de una forma en otra; no es posible que se haya disipado en forma de calor, al producirse la redistribución de cargas en los capacitores como consecuencia de la conexión 12.20, ya que hemos supuesto implícitamente que no existen elementos resistivos en el circuito. Con esta hipótesis la única posibilidad es que la diferencia de energías potenciales entre ambas configuraciones, se haya transferido en forma de radiación electromagnética (§ 17.3) al medio que rodea al circuito. En la realidad siempre existen elementos resistivos y por tanto una cierta disipación de energía en forma de calor, al producirse el reajuste de carga en los condensadores; pero además existe el mecanismo de radiación para transferir parte de estas diferencias de energía al medio, en donde aparece en forma de energía asociada a una onda electromagnética (§ 17.3).

CUESTIONES

1. ¿Qué dimensiones tiene la carga eléctrica? ¿Qué se entiende por el vacío?
2. ¿Cuándo se dice que una magnitud física: «se conserva» y que «está cuantificada»?
3. Comprobar que los siguientes procesos de desintegración son consistentes con la conservación de la carga:

$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$	ν : neutrino
${}_z X^A \rightarrow {}_{z+1} Y^A + e^- + \bar{\nu}$	e^- : electrón
$p + e^- \rightarrow n + \nu$	p : protón
$p \rightarrow n + e^+ + \nu$	n : neutrón
	ν : antineutrino
	e^+ : positrón

¿Qué carga deben tener el positrón, neutrino y el antineutrino?

4. En una reacción nuclear se bombardean núcleos de Ca^{44} ($Z=20$) con protones acelerados mediante un ciclotón; como consecuencia aquéllos núcleos se transforman en núcleos de escandio, Sc^{44} ($Z=21$) y se desprende una partícula elemental: $\text{Ca}^{44} + p \rightarrow \text{Sc}^{44} + ?$ ¿Cuál es ésta, de las tres que conoce el alumno? Razonarlo.
- * 5. Un medio, conductor o aislante, se dice que es *lineal* cuando la magnitud física que lo caracteriza (susceptibilidad eléctrica y conductividad, respectivamente) no depende del campo E aplicado. Un medio *anisótropo* es aquél cuyas magnitudes características son tensores (§ 1.1). Justificar cualitativamente que para estos medios el principio de superposición no es válido. ¿Tiene sentido hacer estas precisiones para ?
6. ¿Cómo se determina el sentido del campo creado por una carga en un punto, según ésta sea positiva o negativa?
- * 7. La densidad volúmica de carga se define como:

$$\rho_c = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta\tau} = \frac{dQ}{d\tau}$$

Si ρ_c es una magnitud macroscópica, ¿qué hipótesis implícita se hace respecto de $\Delta\tau$? ¿cómo se compagina dicha hipótesis con el hecho de que, a nivel microscópico, la carga se encuentra cuantificada?

- * 8. Justificar que la ley de Coulomb se puede deducir a partir del teorema de Gauss y de ciertas consideracio-

nes de simetría. Para hacerlo, aplicar el teorema a una carga puntual y colocar una segunda carga q_0 a una distancia r de la primera.

9. Definir la diferencia de potencial entre dos puntos de un campo electrostático.
10. Significado físico de la energía potencial electrostática asociada a una distribución discreta de cargas.
11. Justificar razonadamente, desde el punto de vista físico, porqué en el ejercicio 12.4 no es posible tomar como origen de potenciales el correspondiente a un punto situado en el infinito.
12. Una partícula cargada positivamente penetra en una región donde existe un campo electrostático uniforme. Describir el movimiento de la partícula si la velocidad inicial está dirigida en: a) la dirección y sentido del campo, b) en sentido opuesto, y c) formando un cierto ángulo con el campo.
13. ¿Cuándo se dice que un aislante o un conductor son «perfectos»? Citar ejemplos de cuerpos aislantes y de conductores.
14. ¿Cuánto vale el campo en la superficie y en el interior de un conductor en equilibrio: a) si está cargado, b) si se encuentra descargado?
15. En el interior de la cavidad de un conductor hueco, existe una carga $+q_1$. El conductor se encuentra descargado. Dibujar la distribución de cargas en el conductor y determinar el campo en el exterior del conductor.
- *16. Repetir el caso anterior, pero considerando ahora que la carga q_1 se encuentra en el exterior del conductor y que la cavidad está vacía. ¿Cuánto vale el campo en el interior de la cavidad? ¿Cuál es la distribución de cargas en el conductor? ¿Qué ocurre si q_1 se encuentra en el conductor?
17. Indicar una serie de procedimientos para cargar un conductor.
- *18. ¿Cómo se puede hacer en la práctica una conexión a tierra?
- *19. ¿Por qué es más sencillo plantear el problema fundamental de la Electrostatica en términos del potencial y luego calcular ϵ (12.19), que hacerlo a la inversa?
20. Definir el faradio. Calcular las dimensiones de ϵ_0 .
21. ¿Qué implica físicamente que los dos conductores que forman el sistema llamado capacitor estén aislados?
22. Definir lo que se entiende por capacidad equivalente de un sistema de capacitores.
23. Justificar que en una asociación serie de capacitores todos ellos tienen la misma carga.

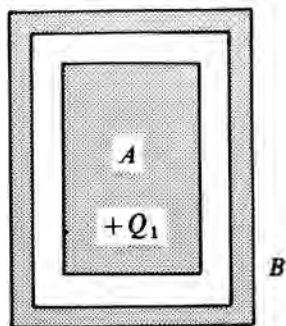


FIG. 12.21

- *24. Todo par de conductores, independientemente de su forma y posición relativa, puede considerarse un capacitor. Dado el sistema de la Fig. 12.21, formado

por un conductor A completamente rodeado por otro B , se carga el conductor interior (A) con una carga total $+Q_1$. Calcular las cargas que se pueden distinguir en este sistema (§ 12.3) y el valor de su capacidad en función de Q_1 y de V_1 y V_2 .

- *25. Si dos capacitores cargados se conectan de modo que sus placas positivas están unidas entre sí, y lo mismo ocurre con las negativas ¿están asociados en serie o en paralelo? Razonar la respuesta.
- *26. Repetir la cuestión anterior, pero suponiendo que ahora la positiva de cada uno de ellos se conecta a la negativa del otro.
27. Entre las placas de un capacitor plano se introduce una lámina metálica (Fig. 12.22). ¿Qué le ocurre a la capacidad del capacitor?
28. ¿Cómo se puede comprobar experimentalmente que un capacitor cargado tiene una energía almacenada entre sus placas?
- *29. Demostrar que (12.38) se puede deducir a partir de la expresión más general de la energía potencial (12.10).

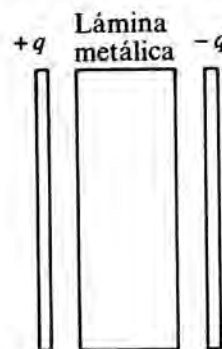


FIG. 12.22

PROBLEMAS

- * 1. R.A. Millikan montó un aparato, que esquemáticamente se representa en la Fig. 12.23, en el cual una gota de aceite, pequeña y cargada, se introduce en una región donde existe un campo eléctrico E . El valor de éste puede ajustarse hasta que la fuerza eléctrica sobre la gota se equilibre con su peso. Si el radio de la gota es de $1,64 \times 10^{-4}$ cm y el campo que equili-

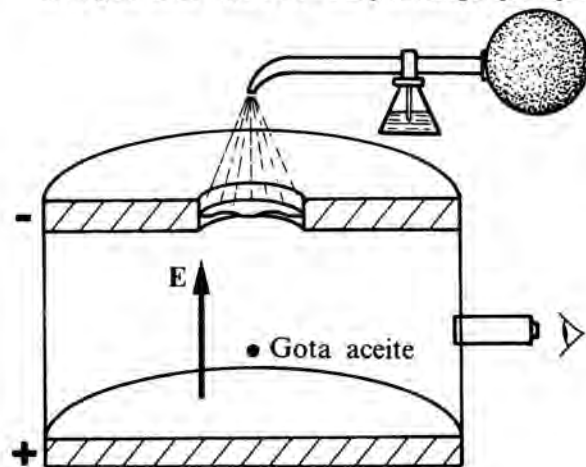


FIG. 12.23

bra el peso es $1,92 \times 10^5 \text{ N C}^{-1}$ a) ¿Qué carga contiene la gota? b) ¿Por qué Millikan no trató directamente de equilibrar electrones, con su aparato, en vez de hacerlo con gotas de aceite? Densidad del aceite: $0,851 \text{ g cm}^{-3}$.

Millikan midió de este modo, por vez primera, la carga del electrón. El radio de la gota lo midió observando la velocidad límite o estacionaria (es decir, uniforme) que adquiría la gota en el aire de la cámara, cuando el campo no estaba aplicado. Las gotas de aceite las cargaba irradiándolas con rayos X; también adquieren una carga adicional por efecto de fricción en la boca del pulverizador que las produce. Se supone despreciable la fuerza de empuje sobre la gota, debida al aire de la cámara (Principio de Arquímedes).

2. Dos esferas muy pequeñas, que pueden considerarse como puntuales, pesan 4 N cada una. Ambas cuelgan de un punto común, mediante hilos inextensibles de 5 cm de longitud. Cuando se suministra a las esferas una cantidad igual de carga negativa, se separan formando los hilos que las unen al punto común, un ángulo de 45° con la vertical. Calcular el valor de la carga.
- * 3. Una partícula de masa m y una carga $+q$ se encuentra en el punto medio entre dos cargas fijas de valor $+q$ cada una. Si la partícula se desplaza ligeramente de su posición de equilibrio, a lo largo de la línea que une las cargas, justificar que adquiere un movimiento armónico simple. calcular la frecuencia de dicho movimiento.
- * 4. Una varilla delgada de longitud $2l$ posee una carga λ por unidad de longitud. Calcular la fuerza que ejerce sobre una carga Q situada a una distancia r de la varilla a lo largo de la mediatriz. Particularizar la solución para $l=0$ y comprobar que equivale al resultado que se obtiene para dos cargas puntuales. ¿Cuánto vale la fuerza cuando $l \rightarrow \infty$?
5. Calcular el potencial electrostático en el centro de un triángulo equilátero de lado a , si en cada vértice existe una carga $+Q$. Calcular el trabajo (energía) que se realizó para formar la distribución, si inicialmente se encontraban infinitamente alejadas unas de otras.
6. Tres lados de un cuadrado de lado a tienen, cada uno de ellos, uniformemente distribuida una carga Q . Calcular el campo en el centro (Fig. 12.24).

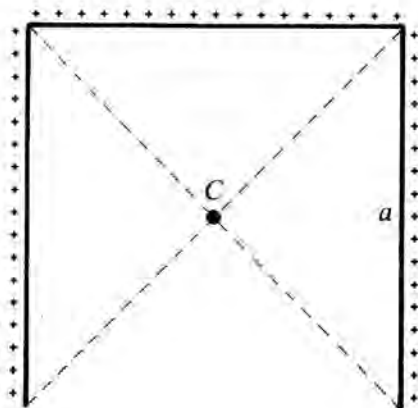


FIG. 12.24

7. Tres cargas de $1 \times 10^{-6} \text{ C}$, $-2 \times 10^{-6} \text{ C}$ y $1 \times 10^{-6} \text{ C}$, respectivamente, se encuentran situadas en tres vértices de un cuadrado de 3 cm de lado. determinar: a) el potencial en el cuarto vértice; b) el potencial en el centro del cuadrado, y c) el trabajo necesario para llevar una carga de $1,5 \times 10^{-6} \text{ C}$ desde el centro del cuadrado al cuarto vértice.
8. Una carga Q se encuentra uniformemente distribuida en una semicircunferencia de radio R . Calcular el campo electrostático en el centro.
9. Seis cargas iguales Q_0 se encuentran en los vértices de un exágono de lado a . Calcular el potencial electrostático: a) en el centro del exágono, b) en el punto medio entre las cargas que ocupan vértices consecutivos. Calcular el trabajo total necesario para formar la distribución anterior, supuesto que inicialmente estaban infinitamente alejadas entre sí.
- *10. El potencial electrostático en una cierta región del espacio viene dado por la función:

$$V = V_0 \ln\left(\frac{x^2 + y^2}{a}\right)$$

Calcular el módulo del campo eléctrico y el ángulo que forma con el eje x , en cualquier punto arbitrario (x, y) . Dibujar, aproximadamente, las líneas del campo.

11. En la Fig. 12.25 se representan cuatro superficies cerradas S_1, S_2, S_3 y S_4 junto con un conjunto de cargas: $+Q, +Q, -2Q$. Calcular el flujo del campo eléctrico a través de cada una de las superficies.

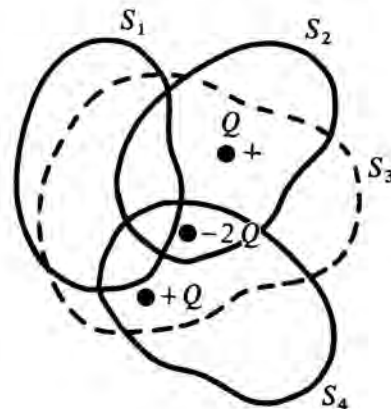


FIG. 12.25

- *12. Una esfera conductora hueca tiene un radio exterior $R_1 = 10 \text{ cm}$ y un radio interior $R_2 = 7 \text{ cm}$. Concéntrica con ella, y en su interior, se encuentra una esfera conductora maciza, de radio $R_3 = 5 \text{ cm}$. Las dos esferas tienen la misma carga total, $Q_0 = 10^{-8} \text{ C}$. Dibujar la distribución de cargas en cada una de las superficies de las esferas. Calcular $E(r)$ y $V(r)$, para todo el valor de r ; r representa la distancia al centro de las esferas, a que se encuentra un punto arbitrario P .
- *13. Una pequeña carga puntual ($Q = 10^{-6} \text{ C}$) se coloca en el centro de una esfera metálica hueca; la carga neta de ésta es nula, es decir, se encuentra descargada. Fuera de ella a una distancia $d = 1 \text{ m}$ de su centro, se coloca otra carga puntual de -10^{-9} C . Calcular la fuerza electrostática que actúa sobre cada carga.

- *14. Una esfera de radio $R_1 = 4$ cm tiene una carga de 5×10^{-10} C. Otra esfera de radio $R_2 = 6$ cm, muy alejada de la anterior que inicialmente se encuentra descargada, se une a la primera mediante un alambre muy largo que suponemos no almacena cargas. ¿Cuál es el potencial y la carga de cada una de las esferas cuando están unidas por este alambre? Posteriormente se corta el alambre y la de radio 4 cm se une a tierra; a continuación se desconecta de tierra y se vuelve a unir, mediante el mismo alambre, a la de radio 6 cm. ¿Cuál es el potencial y la carga de cada una de las esferas en este caso?
15. Un capacitor plano, cuyas placas tienen un área de 12 cm^2 y están separadas 2 mm, tiene una carga de 10^{-1} C, a) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre sus armaduras? b) Intensidad del campo electrostático existente entre sus placas. c) Energía electrostática almacenada.
16. Dado el sistema de la Fig. 12.26. Calcular: a) capacitancia equivalente del sistema, b) diferencia de potencial entre los extremos del capacitor C_4 , c) la carga de los capacitores C_1 y C_3 .

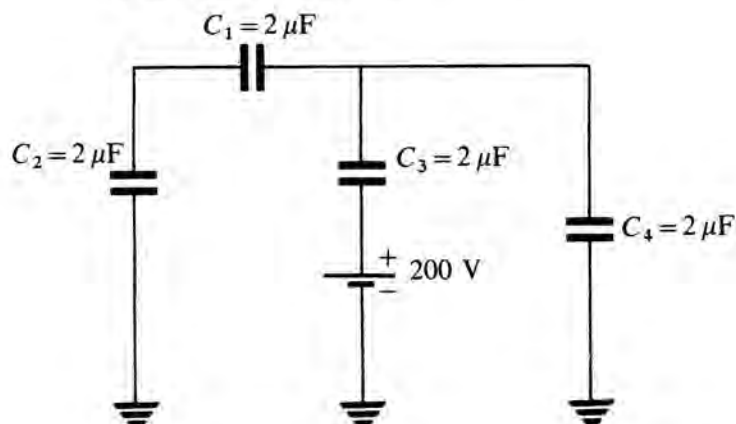


FIG. 12.26

17. Se dispone de ocho capacitores de capacitancias respectivas: 0,1; 0,1; 0,5; 1,1; 1,1; 2,2; 2,5; y 5 F. Utilizando como máximo cinco de ellos, ya que el tamaño del circuito no permite utilizar un número mayor, combinarlos de modo que se consiga una capacitancia equivalente lo más próxima posible a $2/3 \mu\text{F}$.
- * 18. Las armaduras de un capacitor plano tienen un área de 30 cm^2 y están separadas 5 mm. Se cargan a una diferencia de potencial de 1.000 V y se desconectan de la fuente. Posteriormente se introduce entre ellas una lámina de cobre de 3 mm de anchura (ver cuestión 27), sin que toque a ninguna de las placas. ¿Cuál es ahora la diferencia de potencial entre éstas?
19. Dada la asociación de capacitores de la Fig. 12.27, con $C_1 = 2 \mu\text{F}$, $C_2 = 4 \mu\text{F}$, $C_3 = 6 \mu\text{F}$, $C_4 = 8 \mu\text{F}$ y $C_5 = 10 \mu\text{F}$, calcular su capacitancia equivalente. Si se aplica a dicha asociación una diferencia de potencial $V_A - V_B = 100$ V. a) ¿Qué cantidad de carga total pasa a través del terminal positivo de la fuente de tensión? b) ¿Cuál es la carga en cada uno de los cinco capacitores? ¿Y la diferencia de potencial entre sus placas?

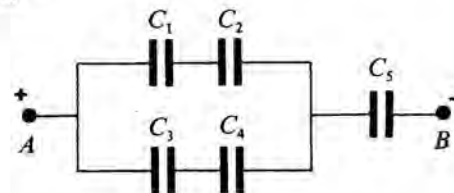


FIG. 12.27

- *20. Calcular la energía electrostática de una esfera conductora cargada de radio a y carga Q . Efectuar el cálculo por dos métodos, primero mediante (12.10) y después utilizando (12.40).
- *21. Calcular el trabajo mecánico necesario para doblar la distancia entre las placas de un capacitor plano. Una batería mantiene las placas a una diferencia de potencial constante V_0 , la superficie de éstos es S y su separación inicial x .

CORRIENTE ELECTRICA

En el capítulo anterior estudiamos los fenómenos asociados a cargas eléctricas estacionarias. También tratamos del movimiento de una carga en el seno de un campo electrostático: sobre ella actúa una fuerza (12.21) que la mueve en la dirección del campo. En este capítulo, vamos a abordar una introducción al estudio del movimiento macroscópico de un conjunto elevado de cargas eléctricas; este fenómeno recibe el nombre de **corriente eléctrica**.

Como ya indicamos en la introducción del capítulo XII, las corrientes eléctricas siempre crean un campo magnético y es imposible estudiarlas de forma completa considerando sólo los campos eléctricos. Ahora bien, antes de considerar las interacciones magnéticas (capítulo XIV) se suelen tratar —y eso es lo que nosotros vamos a hacer en este capítulo— las **corrientes que varían lentamente con el tiempo**; las cuales se puede considerar que *dependen exclusivamente de los campos eléctricos presentes*. Se trata, desde luego, de una aproximación, pero que resulta apropiada cuando se trata de campos eléctricos que varían con frecuencia muy baja.

En primer lugar, queremos caracterizar la corriente eléctrica mediante una serie de magnitudes microscópicas y macroscópicas (§ 13.1), así como relacionar fenomenológicamente la causa microscópica de la corriente (E) con una de las variables que la caracteriza a nivel microscópico (J) (§ 13.2). Para que en un medio exista una corriente, es necesario disponer de portadores móviles de carga y que actúe un campo sobre ellos; al elemento que lo crea se le llama normalmente *generador* (puede ser una pila seca, un acumulador, una dínamo, etc.). En (§ 13.3) tratamos de los dos parámetros que lo caracterizan, especialmente del llamado fuerza electromotriz.

Todas estas magnitudes características tienen una validez general, es decir no son específicas del medio material (sólidos, líquidos o gas) a través del cual tenga lugar la conducción de las cargas. Tampoco son exclusivas de las corrientes estacionarias (CC : corriente continua), sino que también se aplican a las

corrientes variables en el tiempo (CA : corriente alterna). No obstante, nos limitaremos, en este capítulo, a la *conducción en medios sólidos conductores y en condiciones estacionarias*; para que el tratamiento sea más sencillo, sin merma del contenido físico, los medios conductores serán —casi exclusivamente— filiformes.

No abordaremos el estudio microscópico de la corriente eléctrica, es decir, los diferentes modelos que se han elaborado para interpretar las magnitudes macroscópicas en función de su estructura atómica. Para nosotros, la corriente estará formada por los electrones libres del hilo metálico (§ 12.3), que se mueven en su seno como si fuese un gas en una tubería (modelo del gas de electrones libres). El tratamiento microscópico no es adecuado para este texto básico.

En este capítulo, tampoco nos interesa el principio físico de la «producción» práctica de corrientes estacionarias; mediante esta frase tan coloquial, queremos indicar que no es nuestro objetivo tratar del principio de interconversión energética que se produce en todo generador. En una pila, por ejemplo, la interconversión es de la energía química almacenada en energía eléctrica.

En la última parte del capítulo (§ 13.4), se aborda un problema práctico de gran interés: el análisis de circuitos de corriente continua (CC). El análisis se realiza a partir del teorema de conservación de la energía; se concluye con una serie de reglas prácticas que lo facilitan.

Los conceptos a desarrollar en este capítulo, se utilizarán en los dos siguientes y en el dedicado a la Electrónica.

Suponemos que los alumnos tienen algunas ideas muy elementales sobre las corrientes continuas (tales como, asociación de resistencias, efectos caloríficos, etc.) y los instrumentos utilizados para su medida (amperímetros y voltímetros); de todas formas incidiremos sobre su uso. Recomendáramos al alumno que antes de estudiar este capítulo repasase la primera parte de (§ 12.3).

* § 13.1 MAGNITUDES CARACTERISTICAS:
DENSIDAD E INTENSIDAD DE CO-
RRIENTE

Una corriente eléctrica es un *movimiento macroscópico neto de cargas en una dirección dada*; por consiguiente, cuando a través de un conductor pasa una corriente eléctrica, éste *no se encuentra en equilibrio* (§ 12.3). No nos importa, por ahora, la causa que da lugar a una corriente eléctrica, sino sólo definir los parámetros que la caracterizan. En primer lugar, hemos de recordar que sólo tiene sentido hablar de corriente eléctrica cuando existe un movimiento neto de cargas, por lo que usualmente no hay corriente a través de un aislante o dieléctrico, ¿por qué? También, que no necesariamente la corriente eléctrica hay que suponerla reducida al movimiento confinado de electrones libres en el seno de un conductor, como ocurre en un circuito eléctrico, sino que puede existir un flujo neto de cargas en una dirección dada del espacio, por ejemplo, una muestra radiactiva que emite partículas α o β (§ 20.2), una lámina que emite electrones al calentarla (efecto termoiónico) o incluso el flujo de iones en un fenómeno de electrólisis. Aunque realmente, el movimiento de cargas en el seno de un conductor es el caso más usual y de mayor importancia técnica.

Vamos a tratar exclusivamente el caso de **corrientes estacionarias**, es decir, el caso en que las diferentes magnitudes que las caracterizan no son función del tiempo.

Si en una región del espacio, o en el seno de un conductor, existe un movimiento macroscópico de cargas, se puede definir en cada punto del mismo una densidad volúmica de carga ρ (12.11), $\rho(x, y, z)$ y una función \mathbf{v} que representa la velocidad de las cargas en dichos puntos: $\mathbf{v}(x, y, z)$; se trata de dos magnitudes microscópicas, ¿por qué?

En un conductor $\rho_{TOTAL} = 0$, ya que existen el mismo número de cargas positivas o negativas por unidad de volumen. Ahora bien, las que contribuyen a la conducción sólo son las cargas negativas, ¿por qué?, y la ρ a la que nos referimos en el párrafo anterior es la correspondiente a estas cargas móviles negativas. Implícitamente suponemos que todas las cargas se mueven con la misma velocidad (Fig. 13.1). En esta región podemos definir un campo vectorial (§ 7.1), denominado de **densidad de corriente, J**:

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v} \quad (13.1)$$

Sus dimensiones y unidades en el SI serán, respectivamente: [A] [L]⁻² y Am⁻².

Sea una superficie abierta, S_a , ¿qué significa ésto? (cuestión 11.12), y calculemos la carga que la atraviesa por unidad de tiempo (Fig. 13.2). Tomemos un elemento diferencial de superficie, que lo caracteriza-

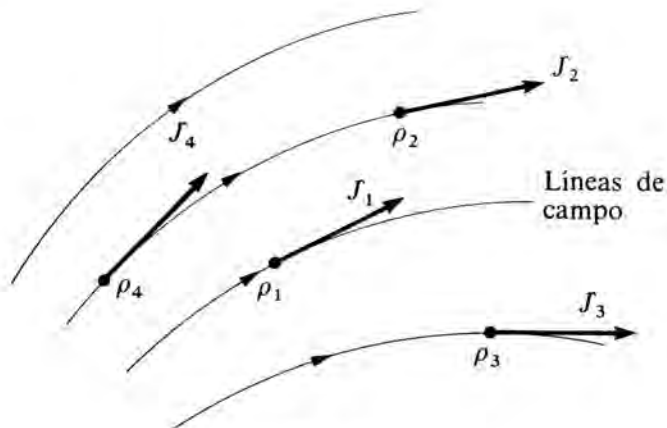


FIG. 13.1

mos con un vector, $d\mathbf{S}$, perpendicular a la misma y de módulo su área. El número de cargas que pasan a través de $d\mathbf{S}$ en el intervalo de tiempo dt serán las contenidas en un cilindro oblicuo, ¿por qué oblicuo?, cuya base sea $d\mathbf{S}$ y generatriz $\mathbf{v} dt$ (Fig. 13.2); es decir:

$$\underbrace{\rho(\mathbf{v} dt \cdot d\mathbf{S})}_{\text{volumen cilindro oblicuo}} = \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} dt \quad (13.2)$$

La carga total que pasa a través de S_a en el tiempo dt será:

$$dQ = \int_{S_a} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} dt \quad (13.3)$$

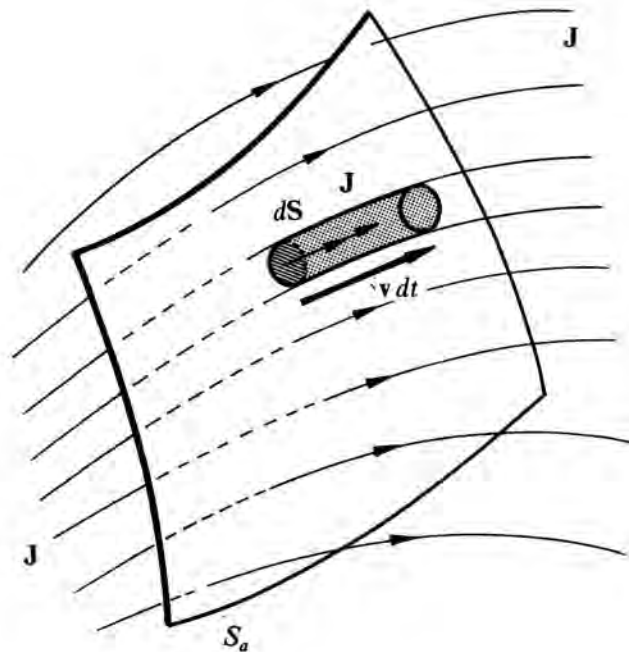


FIG. 13.2

y la carga por unidad de tiempo:

$$\frac{dQ}{dt} = \int_{S_a} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \equiv i \quad (13.4)$$

que por definición llamamos **intensidad de la corriente eléctrica**. Se trata de una magnitud macroscópica, ¿por qué?

La intensidad de corriente (i) es una magnitud física que se asocia a cualquier superficie abierta a través de la cual pasen cargas eléctricas. Representa la *carga por unidad de tiempo que atraviesa dicha superficie*; este es un punto en el que no se insiste en los textos elementales. Se trata de un escalar que se asocia a la superficie S_a , siendo ésta arbitraria; no se trata, por consiguiente, de un campo escalar (§ 7.1), ¿por qué? Las dimensiones de i son [A], ya que se trata de una magnitud fundamental en el SI y se mide en **amperios**, nombre dado en honor de A. M. Amperé. Este científico francés se distinguió por demostrar que los efectos magnéticos de cualquier distribución de corrientes, podían describirse cuantitativamente. Posteriormente (§ 14.3) definiremos esta unidad fundamental.

El alumno puede preguntarse que ocurre si la superficie en vez de ser abierta es cerrada; la pregunta tiene gran interés para *situaciones dinámicas* y la abordaremos a continuación. Ahora bien, tal como ha sido definida, i está relacionada exclusivamente con una superficie abierta.

ECUACION DE CONTINUIDAD

Ya indicamos (§ 12.1) que una de las propiedades fundamentales de la *carga eléctrica* es que *en todo sistema aislado se conserva*. Este principio se puede expresar matemáticamente de forma elegante mediante la ecuación de continuidad. Esta ecuación, que es típica en la descripción de los fenómenos físicos mediante la teoría de campos, se encuentra en otras partes de la Física; concretamente, en el estudio de los fluidos en movimiento, donde expresa la conservación de la masa de fluido en cualquier volumen del espacio ocupado por el mismo.

Supongamos una región del espacio donde existen, sin importarnos la causa, cargas en movimiento. Quizá sea una situación difícil de imaginar, ya que estamos acostumbrados a asociar el movimiento de cargas, y por lo tanto la corriente eléctrica, a un conductor. Pensemos, como indicamos anteriormente, en una fuente radiactiva que emite partículas cargadas, en una reacción nuclear que pudiese realizarse en el laboratorio, o en una válvula termoiónica en el espacio comprendido entre el cátodo y el ánodo. La situación también es más fácil de visualizar si pensamos en las partículas de un fluido en movimiento.

Caractericemos dicha región por el campo vectorial \mathbf{J} (13.1). Según la definición general de intensidad de corriente eléctrica (13.4): $d\mathbf{i} = \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$, ya que $\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}$ donde ρ representa la densidad volumétrica de carga y \mathbf{v} la velocidad de cada carga en el punto e instante considerado: $\mathbf{v}(x, y, z, t)$ (Fig. 13.3). La intensidad a través de una super-

ficie finita es (13.4): $i = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$, donde S representa en el caso general una superficie arbitraria, tanto abierta como cerrada.

Si consideramos la superficie S , que encierra a un volumen V , la intensidad de la corriente a través de la misma será:

$$i = \int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (13.5)$$

$d\mathbf{S} = \mathbf{n} dS$. Físicamente representa el flujo neto de cargas (11.46), por unidad de tiempo, a través de S . Por flujo neto entendemos las que salen del volumen menos las que penetran en él.

En el volumen V se puede almacenar, es una posibilidad que consideramos, una carga que valdrá Q_{dentro} . Dicha carga en el caso

más general variará con el tiempo: $\frac{dQ_{\text{dentro}}}{dt} \neq 0$

Para clarificar el razonamiento imaginemos la analogía siguiente: la masa de agua contenida en un depósito, con un orificio de entrada.

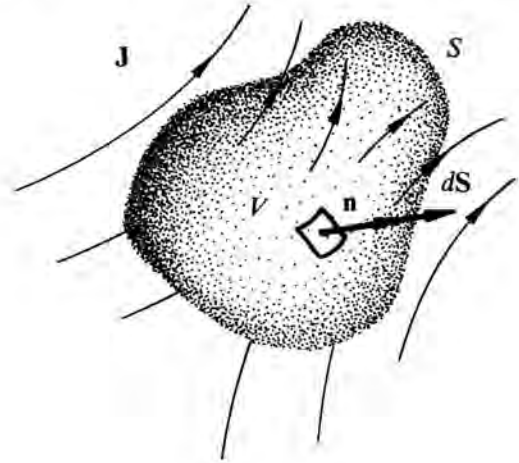


FIG. 13.3

y otro de salida, puede variar, aumentando o disminuyendo, ¿cuánto se presentará cada uno de estos casos?

En el caso más general en el volumen V se pueden generar F cargas por unidad de tiempo (en el interior del depósito, siguiendo con la analogía, puede haber una fuente) y desaparecer D cargas en la unidad de tiempo (puede también haber un desagüe o sumidero).

El principio de la conservación de la carga eléctrica nos indica que en el volumen V la carga ha de ser constante, es decir, «no pueden desaparecer cargas sin saber cómo». Si expresamos de forma matemática esta expresión, tendremos:

$$\frac{dQ_{\text{dentro}}}{dt} = - \left(\frac{dQ}{dt} \right)_{\substack{\text{neta que} \\ \text{sale a través} \\ \text{de } S}} + F - D \quad (13.6)$$

como fácilmente puede comprobar el alumno. En el caso del fluido, tendríamos:

$$\frac{dM_{\text{dentro}}}{dt} = - \left(\frac{dM}{dt} \right)_{\substack{\text{neta que} \\ \text{sale}}} + F' - D' \quad (13.7)$$

Que indica: «la masa neta de fluido que fluye hacia afuera de la superficie S , que encierra al volumen V , es igual a la disminución de la que queda en el interior más la neta que se genera, por haber manantiales y sumideros». Si la velocidad del fluido es \mathbf{v} la masa que fluye por unidad de tiempo y de superficie es: $\rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S}$, ¿por qué? donde ρ es la densidad volumétrica de masa (11.39).

Vamos a suponer que en el interior del volumen no existen ni fuentes, ni sumideros, que es la situación más usual, por lo menos en el caso eléctrico: $F=D=0$. Con esta hipótesis y teniendo en cuenta (13.5), (13.6) toma la forma:

$$\frac{dQ_{\text{dentro}}}{dt} = - \int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = i_{\text{neta a través de la superficie } S} \quad (13.8)$$

teniendo en cuenta que (12.11): $Q_{\text{dentro}} = \int_V \rho d\tau$, la ecuación anterior se puede escribir de forma más complicada, aunque físicamente indique lo mismo:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho d\tau = - \int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (13.9)$$

En el caso de un fluido, y con las mismas hipótesis, (13.7) se puede escribir:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho d\tau = - \int_S \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{S} \quad (13.10)$$

¿qué significa físicamente (13.10)?

La ecuación de continuidad (13.9) se puede escribir de otro modo, teniendo en cuenta el teorema de Gauss (12.26):

$$Q_{\text{dentro}} = \epsilon_0 \int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S},$$

por lo tanto (13.8):

$$\frac{dQ_{\text{dentro}}}{dt} = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = - \int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (13.11)$$

$$\int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

Hay que resaltar que el significado físico de las ecuaciones (13.8), (13.9) y (13.11) es el mismo; cada una de ellas expresa la conservación de la carga en función de diferentes variables. La utilización de una u otra de las expresiones depende del problema específico que se trate. De estos resultados haremos uso en § 15.5.

En **situaciones estáticas** las variables características del fenómeno no son función del tiempo, $Q, \rho, E \neq f(t)$. En este caso la ecuación de continuidad toma la forma:

$$i_{\text{neta a través de la superficie cerrada } S} = 0, \quad \int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (13.22)$$

Físicamente significa que en situaciones estáticas no varía la carga almacenada en cualquier volumen del espacio y, alternativamente, que la corriente neta a través de una superficie que encierre a dicho volumen es nula, ¿este resultado está en contradicción con (13.4)? De este resultado haremos uso en § 13.4.

§ 13.2 LEY DE OHM

Aunque existen muchas causas que puedan dar lugar a una corriente eléctrica: un campo eléctrico, un

campo magnético, un gradiente en la concentración de cargas eléctricas, etc., nos limitaremos a la más habitual: la existencia de un campo eléctrico. Este campo origina una fuerza sobre las cargas, que da lugar al movimiento neto de éstas en la dirección del campo aplicado.

Se ha encontrado experimentalmente que en muchos conductores, para una temperatura dada y campos eléctricos no muy intensos, se puede establecer una relación fenomenológica de proporcionalidad entre las variables microscópicas causa (\mathbf{E}) y efecto (\mathbf{J}):

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (13.23)$$

Esta relación establece el vínculo de unión entre la teoría del campo eléctrico y la teoría de las corrientes. Se trata de una relación que no tiene validez universal; sólo es válida, tal como ha sido enunciada, para ciertos materiales y aún en el caso de los que la verifican lo hacen para valores no muy elevados del campo.

El parámetro σ recibe el nombre de **conductividad** del medio, sus dimensiones son $[A]^2 [L]^{-3} [T]$ $[A^2 y se mide en \Omega^{-1} m^{-1}$. Su inversa, $1/\sigma \equiv \rho$ recibe el nombre de **resistividad** del medio, sus unidades son Ωm . ¡Cuidado que no representa a una densidad de carga!

Los medios conductores que verifican la relación de proporcionalidad (13.23) se denominan **medios lineales**, o **medios óhmicos** (ver cuestión 12.5). Para estos medios σ es su parámetro característico, en cuanto a la conducción eléctrica se refiere. El rango en el cual se verifica dicha ecuación se dice que corresponde al rango de comportamiento lineal de dicho medio; éste es bastante grande en los metales. Si el medio tiene una estructura cristalina con un grado de simetría muy pequeño, σ deja de ser un escalar constante, para convertirse en un tensor y el medio se denomina anisótropo. Esta es una situación que nosotros no podemos tratar por su complejidad y que a nivel elemental no presenta ningún interés, frente a la importancia práctica de los medios óhmicos.

Para el caso de un metal, (13.1) se puede escribir como:

$$\mathbf{J} = n e \mathbf{v} \quad (13.24)$$

donde n es el número de electrones libres por unidad de volumen y e es la carga de un electrón. Sustituyendo (13.23) en (13.24) y suponiendo el medio lineal, homogéneo e isótropo:

$$\sigma = J/E = \frac{n e v}{E} \quad (13.25)$$

En el estudio de las corrientes eléctricas, se suele introducir otra magnitud microscópica para caracterizarlas: la *movilidad* (μ) de un portador de carga. Se define, como el *cociente entre su velocidad de deriva*, debida a la presencia del campo, y la *intensidad de éste*; es decir,

$$\mu \equiv v/E \quad (13.24)$$

En el caso de un metal, los portadores de carga son los electrones, como ya indicamos. ¿Cuál es el significado físico de μ ? ¿Y sus dimensiones y unidades?

Sustituyendo (13.24) en (13.25):

$$\sigma = n e \mu \quad (13.25)$$

Si en el medio existe más de un tipo de portadores de carga (Por ejemplo en un proceso de electrólisis o en los semiconductores, § 21.1):

$$\sigma = \sum_i n_i q_i \mu_i \quad (13.26)$$

En (13.26) hay que incluir el signo de las cargas de que se trate.

La relación (13.23) es equivalente a la ley de Ohm, que el alumno ha estudiado en los cursos elementales. En efecto: supongamos un conductor óhmico de forma cilíndrica, cuya sección tenga un área S y su longitud sea l (Fig. 13.4). Entre sus extremos se aplica una diferencia de potencial constante e igual a $(V_A - V_B)$; como consecuencia existe un campo eléctrico uniforme en su interior (12.19), que origina una fuerza neta sobre los electrones (12.21), responsable del movimiento neto de éstos en la dirección y senti-

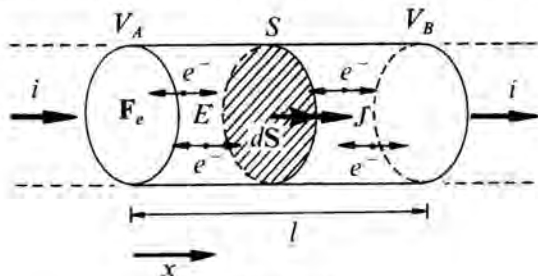


FIG. 13.4

do contrario del campo; a través del conductor circula, por consiguiente, una corriente eléctrica. Como se trata de un problema unidimensional, ¿por qué?, y al ser E constante (12.19):

$$E = - \frac{dV}{dx}, \quad E = \frac{V_A - V_B}{l} \quad (13.27)$$

Según (13.23):

$$J = \sigma E = \sigma \frac{V_A - V_B}{l} \quad (13.28)$$

ya que al tratarse de un problema unidimensional, la misma relación que hay entre los vectores se verifica entre sus módulos.

La corriente asociada a una superficie abierta (Fig. 13.2), valdrá (13.4):

$$i = \int_{S_o} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = J \int_{S_o} dS = JS \quad (13.29)$$

por lo tanto, sustituyendo (13.29) en (13.28):

$$\frac{i}{S} = \sigma \frac{V_A - V_B}{l}, \quad i \frac{l}{\sigma S} = V_A - V_B \quad (13.30)$$

A la magnitud:

$$\frac{l}{\sigma S} = \rho \frac{l}{S} \equiv R \quad (13.31)$$

se le denomina **resistencia eléctrica del conductor**; es un parámetro que depende exclusivamente de las características geométricas del conductor y del material de que está constituido. Las dimensiones de este parámetro son: $[L]^2 [M] [T]^{-3} [A]^{-2}$; su unidad es el **ohmio** (Ω); nombre dado en honor de G. S. Ohm, físico alemán que formuló, en el siglo XIX (~ 1827), la ley que se conoce con su nombre.

Introduciendo (13.31) en (13.30):

$$i R = V_A - V_B \quad (13.32)$$

que es la expresión conocida como ley de Ohm en los textos elementales; se trata de una relación entre variables microscópicas y por lo tanto comprobable experimentalmente. Creemos interesante insistir en su significado físico: si entre los extremos de un conductor se aplica una diferencia de potencial –por ejemplo, mediante una pila (§ 13.3)– la corriente que lo atraviesa es proporcional a la misma; la constante de proporcionalidad es un parámetro característico del conductor, que recibe el nombre de resistencia. Para una diferencia de potencial dada, cuanto mayor sea la resistencia del conductor sobre el que se le aplica, menor es la corriente que lo atraviesa. Análogamente, dado un conductor (R fija) cuanto mayor es la diferencia de potencial que se le aplica, mayor es la corriente que lo recorre. En la Fig. 13.5 se representan las características de un conductor que verifica la ley de Ohm y de otro que no la cumple, ¿qué diferencias hay entre ellas?

La inversa de la resistencia se denomina **conductancia**, $G \equiv 1/R$; su unidad en el SI es el **siemens** (S), nombre dado en recuerdo de E. W. von Siemens (1816 – 1892), ingeniero eléctrico alemán que se distinguió en sus trabajos en el desarrollo de los generadores electromecánicos (§ 15.3).

Hemos indicado que todo conductor tiene asociada una cierta resistencia eléctrica de la cual no puede prescindir. En muchas aplicaciones industriales se hace uso de esta característica de los conductores, por ejemplo, en los hornos eléctricos o en los circuitos electrónicos. En estas casos es conveniente, sobre

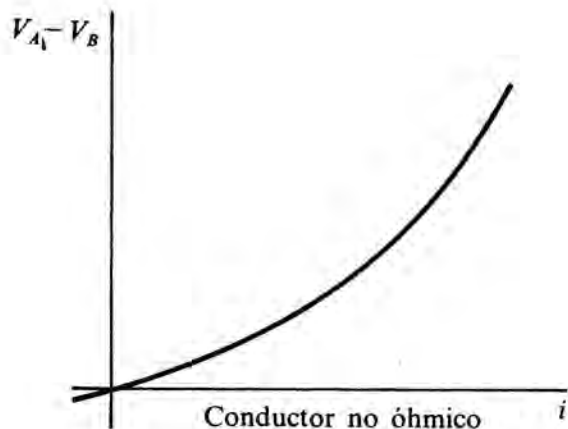
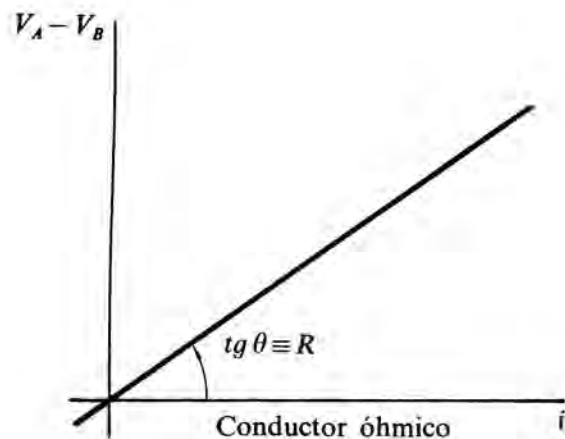


FIG. 13.5

todo en Electrónica, tener un conductor de resistencia perfectamente determinada y constante, para lo cual se fabrican dichos conductores con este fin y se utilizan como elementos de circuito; en este tipo de aplicaciones se les denomina **resistores**. Este hecho resulta cuanto menos curioso, todo conductor se caracteriza por permitir el paso de la corriente eléctrica a su través; sin embargo, en muchas ocasiones se aprovecha su carácter resistivo, es decir, la mayor o menor dificultad que presentan al paso de la corriente.

Creemos que es interesante hacer la distinción en-

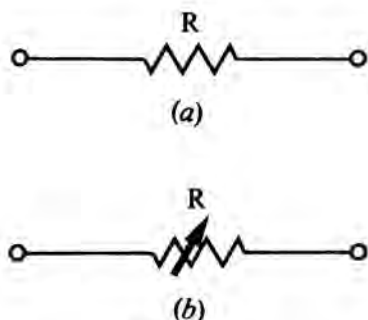


FIG. 13.6

tre la propiedad física (*resistencia*) y los elementos de circuito que hacen uso de ella (*resistores*); esta distinción —que es usual en los libros de texto anglosajones— no es demasiado utilizada en los de habla hispana, a pesar de las recomendaciones internacionales que se han hecho en este sentido. El símbolo de resistor como elemento de circuito se representa en la Fig. 13.6, en la (a) el correspondiente a uno de valor constante y en (b) de valor variable, pero perfectamente controlado.

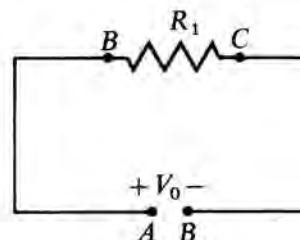


FIG. 13.7

Los conductores que se utilizan exclusivamente para unir unas partes de un circuito con otras, y que hacen posible el paso de la corriente entre ellas, se fabrican de cobre y normalmente su resistencia se considera despreciable frente a la que presentan los resistores. Por ejemplo, en el circuito de la Fig. 13.7, la resistencia entre los puntos A y B ó C y D se considera nula para los cálculos teóricos; toda la resistencia se considera localizada en el resistor R_1 .

En la práctica los resistores se fabrican exclusivamente para ciertos valores estandar, por lo que tiene sentido como lo que ocurre con los capacitores, que se estudien las diversas formas de asociación. En el cuadro siguiente resumimos las propiedades de las formas elementales de asociación, que ya conoce el alumno (ver cuestión 6), Fig. 13.8.

	i	v	$R_{\text{equivalente}}$
SERIE	Todos los resistores recorridos por la misma corriente	$v_{\text{total}} = \sum_i v_{\text{entre los extremos de cada uno de ellos}}$	$R = \sum_i R_i$
PARALELO	$i_{\text{total}} = \sum_i i_{\text{a través de cada uno de ellos}}$	Todos los resistores tienen la misma diferencia de potencial entre sus extremos	$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$

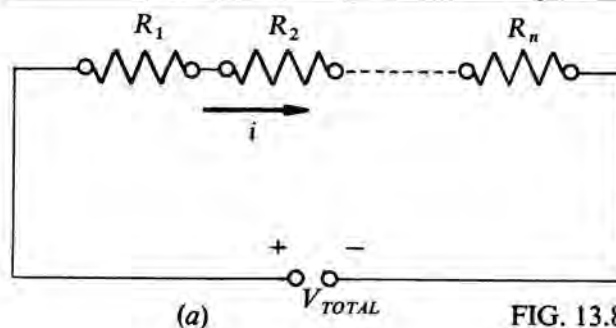


FIG. 13.8

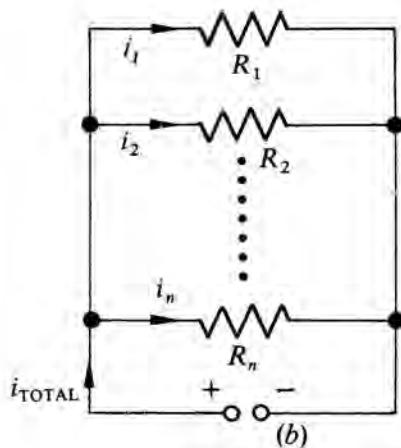


FIG. 13.8

Todo resistor está caracterizado por dos parámetros: su resistencia y la máxima potencia que es capaz de disipar (§ 13.4) sin llegar a quemarse, ¿por qué puede llegar a quemarse un conductor, como consecuencia de la corriente que lo atraviesa? El alumno puede comprobar en el laboratorio que resistores de una misma resistencia se suelen fabricar, y tienen diferentes tamaños e incluso estructura física, para distintas capacidades de disipación de potencia: 0,25 W, 0,5 W, 1 W, 2 W, ..., hasta 300 ó 400 W, aunque los más comunes son los dos primeros. Sería conveniente que el alumno se familiarizase en el laboratorio con los diferentes tipos de resistores que existen en el mercado e incluso que conociese la estructura física de algunos de ellos.

Hay que resaltar que, *el concepto de resistencia sólo tiene sentido para un flujo de corriente bien definido*; en el caso de un hilo conductor este concepto se establece de forma clara y sin ambigüedades (13.31), ¿por qué? En el de una distribución espacial de corrientes, ¿qué significan estas palabras?, no se puede hablar de resistencia del medio si no se localizan las regiones por donde entra y sale la corriente. A estas regiones se les llama **electrodos**, y el alumno habrá oído hablar de ellos al estudiar, por ejemplo, la electrólisis en Química.

Ejercicio 13.1

Tres bombillas iguales de 60 W–120 V se conectan en serie a una tensión de 120 V. a) ¿Qué resistencia presenta cada una de ellas?. b) Corriente que las recorre. c) Potencia disipada en cada una.

Repetir el ejercicio si las bombillas se conectan en paralelo a la misma tensión de 120 V.

Solución:

1) El sistema es el representado en la Fig. 13.8a, donde cada bombilla se simboliza mediante una resistencia. La expresión de la potencia disipada o consumida en un elemento de resistencia R es:

$$\mathcal{P} = i(V - V') = i^2 R = (V - V')^2 / R \quad (13.33)$$

¿por qué? (cuestión 18). En (13.33), i representa la corriente que atraviesa al elemento y $V - V'$ la diferencia de potencial entre sus extremos.

Como todos sabemos por experiencia, ¿quién no ha comprado una bombilla alguna vez?, este elemento se caracteriza por la máxima potencia que puede disipar, así como por la diferencia de potencial que hay que aplicarle entre sus extremos para que disipe dicha potencia. Cuando se le aplica su diferencia de potencial característica, la bombilla luce con su máxima luminosidad; con una menor luce menos. Estas características definen su resistencia (13.33), que es un parámetro intrínseco de la misma, independiente de la diferencia de potencial que se le aplique.

Cada bombilla tiene una resistencia de (13.33): $R = 249 \Omega$. ¡Cuidado porque 120 V no es el potencial aplicado a cada una de ellas!

Como están en serie y al conjunto de las tres se le aplican 120 V, según (13.32):

$$120 = 3 R i \quad , \quad i = 0,17 \text{ A}$$

La potencia disipada en cada una será (13.33): $P = 6,80 \text{ W}$. Las bombillas lucirán muy por debajo de su brillo normal, ¿por qué?

2) Al conectarlas en paralelo (Fig. 13.8b), la resistencia de cada bombilla sigue siendo 240Ω , ¿por qué?. Cada una de ellas, en esta conexión, tiene aplicada una tensión de 120 V; luego, lucirán con su brillo normal, ¿por qué?

Según (13.32) y teniendo en cuenta que están conectadas en paralelo: $120 = 240 i$, $i = 0,50 \text{ A}$; cada bombilla está recorrida por una corriente de 0,50 A. La potencia que disipará cada una será de 60 W, ¿por qué? El sistema en conjunto, consume más potencia en el segundo tipo de conexión que en el primero; si se utilizase un acumulador, por ejemplo, para proporcionar los 120 V, se agotaría antes en el segundo caso que en el primero; pero presenta otras ventajas la conexión en paralelo frente a la serie, ¿no?. Justifica todas estas afirmaciones.

§ 13.3 CONCEPTO DE FUERZA ELECTROMOTRIZ

Hasta ahora no nos hemos preocupado de la causa que origina el paso de corriente a través de un conductor, sino tan solo de caracterizar a la corriente eléctrica (i , \mathbf{J}) y al medio (ρ , \mathbf{R}). En este apartado queremos estudiar las causas que las originan. Todos los alumnos tienen la experiencia de que sólo se puede lograr una corriente estacionaria (es decir que pase durante periodos «largos» de tiempo) a través de un conductor, conectándolo a una batería o pila; ésta es la experiencia cotidiana. Una corriente que circule durante un breve intervalo de tiempo, anulándose a continuación, se puede conseguir, por ejemplo, al descargarse un capacitor a través de un circuito (ver problema 11).

Queremos investigar las razones desde el punto de vista de la Física, y por tanto conceptuales, por la que al conectar una pila a los extremos de un circuito, circula corriente por él. La corriente es un movimiento macroscópico de cargas en una dirección dada; si el medio es un metal éstas son electrones.

Para que exista este movimiento neto de cargas, sobre ellas debe actuar una fuerza, por lo tanto el conductor no se encontrará en equilibrio. Si actúa una fuerza es porque existe un campo eléctrico en el interior del conductor (12.21); hasta aquí el razonamiento creemos que es convincente. Analicemos las conclusiones.

Este campo no puede ser de naturaleza electrostática, ya que circula una corriente y la situación no es de equilibrio. En efecto, si \mathbf{E} fuese electrostático (12.18):

$$\oint \mathbf{E}_{\text{electrostático}} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (13.34)$$

donde la integral se extiende a lo largo de todo el contorno definido por el circuito, *incluyendo la pila* (Fig. 13.9). Ahora bien si el medio es óhmico (13.23):

$$\oint \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \cdot d\mathbf{l} = 0, \quad \oint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (13.35)$$

lo cual es imposible, ya que la integral anterior aplicada a una línea de corriente no puede ser nula, ¿por qué? (cuestión 19). Luego una fuerza electrostática no puede producir una corriente que circule en el mismo

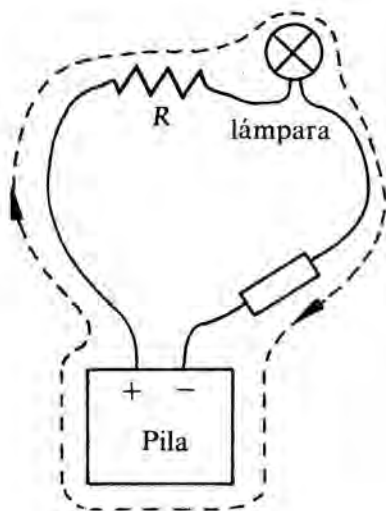


FIG. 13.9

sentido por todo el circuito. Si el medio no es óhmico se llega al mismo resultado, pero el argumento es un poco más complicado. En otras palabras, **una corriente estacionaria no puede ser mantenida por fuerzas exclusivamente electrostáticas**. Por eso anteriormente ya hablamos de campo eléctrico y no de electrostático.

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \neq 0 \quad (13.36)$$

La fuente de este campo debe ser la pila, o cualquier otro generador, que se conecte al circuito, ya que en ausencia de ella no circula una corriente estacionaria. Se define la fuerza electromotriz, \mathcal{E} , del generador como:

$$\mathcal{E} \equiv \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \neq 0 \quad (13.37)$$

indudablemente se trata de un parámetro que lo caracteriza, ¿Por qué?

La expresión (13.37) representa un **trabajo realizado por unidad de carga**; indica la energía por unidad de carga, que el generador suministra para que sea posible el paso de una corriente estacionaria a lo largo del circuito. El generador suministra esta energía a partir de la que tiene almacenada (caso de una pila) o transformando cualquier tipo de energía que se le provea (mecánica, térmica, etc.) en energía eléctrica (este es el caso de las dinamos, generadores térmicos, etc.).

A partir de estas consideraciones, la fuerza electromotriz también se puede definir como:

$$\mathcal{E} = \frac{d\mathcal{F}}{dq} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (13.38)$$

esta es la definición que se suele dar en cursos elementales, pero creemos que ahora estamos ya en condiciones de relacionar dicho parámetro (\mathcal{E}) con la causa física (\mathbf{E}) que origina que las cargas tengan un movimiento macroscópico.

A partir de (13.38) resulta evidente (7.45) que la fuerza electromotriz tiene las mismas dimensiones que la diferencia de potencial y por lo tanto, que se mide en voltios en el SI. Cuidado que a pesar de su nombre no es ninguna fuerza, ni tiene dimensiones de tal.

Veamos con cierto detalle la naturaleza del campo eléctrico que aparece en (13.38). En general, las cargas en el conductor se encontrarán sometidas a fuerzas de naturaleza muy diversa: magnéticas, químicas, mecánicas, etc., y por supuesto electrostáticas. El campo en (13.38) es la fuerza total —debida a todas las fuerzas que pueden existir— que actúa por unidad de carga, y que podemos llamar **campo efectivo** ($\mathbf{E}_{\text{efectivo}}$); representa la causa o «fuerza» motora de la corriente como suma de un **campo electrostático** (fuerzas electrostáticas por unidad de carga) y un **campo electromotor** (fuerzas no electrostáticas por unidad de carga), éste incluye a todos los de naturaleza no electrostática, incluso a los producidos por inducción magnética (§ 15.1)

$$\mathbf{E}_{\text{efectivo}} = \mathbf{E}_{\text{electrostático}} + \mathbf{E}_{\text{electromotor}} \quad (13.39)$$

Resulta evidente que $\mathbf{E}_{\text{efectivo}}$ *no es conservativo*, ¿por qué? Según (13.23):

$$\frac{\mathbf{J}}{\sigma} = (\mathbf{E}_{\text{electrostático}} + \mathbf{E}_{\text{electromotor}})$$

Multiplicando escalarmente por $d\mathbf{l}$ e integrando esta expresión a lo largo de **todo** el circuito (Fig. 13.10):

$$\mathcal{E} = \oint_{\sigma} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{l} = \oint \mathbf{E}_{\text{electromotor}} \cdot d\mathbf{l} + \oint \mathbf{E}_{\text{electrostático}} \cdot d\mathbf{l} = \oint \mathbf{E}_{\text{efectivo}} \cdot d\mathbf{l} \quad (13.40)$$

En esta figura hemos considerado un circuito de estructura un tanto extraña para el alumno. Se ha hecho de esa manera para poder visualizar la curva a lo largo de la cual vamos a calcular la circulación del campo eléctrico. Por lo demás, el circuito tiene una estructura clásica, con una región (ab) donde se encuentra localizada la fuerza electromotriz, es decir, la pila, o batería causa material de que circule una corriente estacionaria por el circuito. El resto es un medio conductor caracterizado por una resistividad ρ .

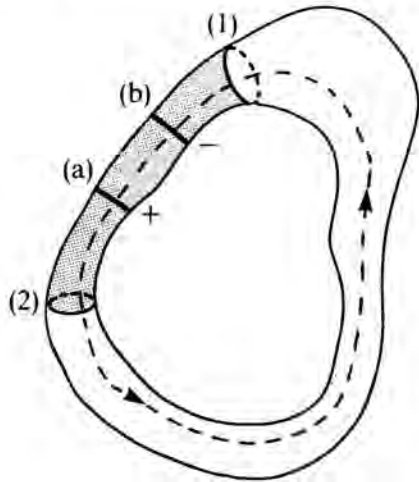


FIG. 13.10

En (13.40) desaparece, al integrar sobre todo el circuito, la parte conservativa de $\mathbf{E}_{\text{efectivo}}$, ¿por qué?; lo cual significa que la corriente es debida **completamente** a fuerzas no conservativas, aunque es influenciada por las características (ρ) y geometría del medio. Si \mathbf{J} es constante sobre el camino de integración, como ocurre frecuentemente:

$$i = \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = JS, \quad \mathcal{E} = i \oint \frac{d\mathbf{l}}{\sigma S} = i R_T \quad (13.41)$$

Expresión bajo la cual también le han presentado al alumno la ley de Ohm; esta expresión es útil para el análisis de circuitos y nosotros la consideramos en el apartado siguiente.

Si en vez de integrar (13.39) a lo largo de todo el circuito, lo hacemos a través de una parte de él (entre los puntos (1) y (2) de la Fig. 13.10):

$$\int_1^2 \mathbf{E}_{\text{electrostático}} \cdot d\mathbf{l} + \int_1^2 \mathbf{E}_{\text{electromotor}} \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \cdot d\mathbf{l} \quad (13.42)$$

La primera integral representa, con signo menos, la diferencia de potencial entre los puntos (1) y (2), ¿por qué?; la segunda, la fuerza electromotriz existente entre dichos puntos (\mathcal{E}_{12}), ¿cómo es posible esta afirmación, si su definición es (13.38), donde \mathbf{E} representa el campo efectivo? La última integral representa simplemente el producto de la intensidad de la corriente por la resistencia existente entre los puntos (1) y (2): $i R_{12}$. Por lo tanto (13.42) se puede escribir:

$$V_2 - V_1 = \mathcal{E}_{12} - i R_{12} \quad (13.43)$$

Relación de gran utilidad en el análisis de los circuitos de CC, pero que ahora estamos considerando nosotros desde el punto de vista estrictamente conceptual, no de sus aplicaciones. Analicemos la parte del circuito en las que no existen fuerzas electromotrices: $\mathcal{E}_{12} = 0$ (por supuesto si no existe en esta porción deben de estarlo en otras, de lo contrario no circularía ninguna corriente).

$$V_1 - V_2 = i R_{12} \quad (13.44)$$

A cada parte del circuito caracterizada por $\mathcal{E}_{12} = 0$ y que verifica (13.44) se le llama **elemento pasivo**; si $\mathcal{E}_{12} \neq 0$, el **elemento es activo**. Si por el circuito no pasa corriente ($i = 0$), es decir, está abierto y la región es tal que $\rho \neq 0$:

$$V_2 - V_1 = \mathcal{E}_{12} \quad (i = 0) \quad (13.45)$$

Desde el punto de vista de los campos (13.42) implica:

$$\mathbf{E}_{\text{electromotor}} = -\mathbf{E}_{\text{electrostático}} \quad (13.46)$$

en este caso no hay movimiento de cargas; físicamente significa que éstas se han distribuido en el generador para dar lugar a un campo electrostático que compense al electromotor, que es característico de todo generador. De esta manera las cargas existentes en él se pueden encontrar en equilibrio (Fig. 13.11). Esta interpretación es importante, ya que nos permite establecer la diferencia, desde el punto de vista físico, entre \mathcal{E}_{12} y $V_1 - V_2$, a pesar de la igualdad en-

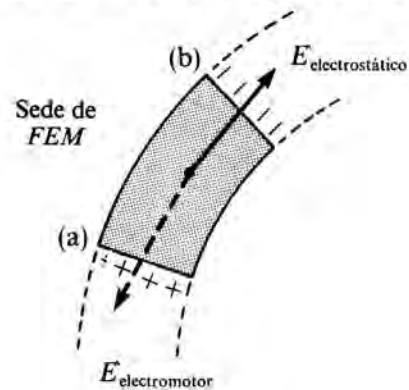


FIG. 13.11

tre ambos (13.45), en circuito abierto. La primera representa el trabajo realizado por unidad de carga, a costa de la energía interna almacenada en la batería; mientras que la segunda es la diferencia de potencial entre las terminales de ésta, debida a la separación entre las cargas.

Normalmente la fuerza electromotriz se encuentra localizada en una cierta región del circuito (en los fenómenos de inducción electromagnética (§ 15.1) no se da esta circunstancia), por ejemplo, la comprendida entre (a) y (b) en la Fig. 13.10. En estos casos (13.42) se puede escribir:

$$\int_a^b \mathbf{E}_{\text{electromotor}} \cdot d\mathbf{l} = \int_b^a \mathbf{E}_{\text{electromotor}} \cdot d\mathbf{l} = i(R + r_i)$$

donde la resistencia total R_T la hemos descompuesto entre la resistencia de la parte exterior del circuito a (a) y (b): R , y en la existente entre (a) y (b) o resistencia interior del generador: r_i . Por lo tanto (13.38):

$$\mathcal{E} = i(R + r_i)$$

que es otra expresión alternativa de la ley de Ohm, muy utilizada en el análisis de circuitos.

§ 13.4 CONSERVACION DE LA ENERGIA EN LOS CIRCUITOS ELECTRICOS

En el apartado anterior hemos abordado, desde el punto de vista conceptual, los aspectos más significativos del comportamiento de los circuitos eléctricos. En éste los trataremos nuevamente, pero con una orientación eminentemente práctica. Indudablemente este tratamiento le va a resultar al alumno mucho más fácil y asequible que el anterior, ya que en estos aspectos son los que –en mayor o menor grado– ha tratado en cursos anteriores. Queremos dar unas definiciones generales y la técnica adecuada para el análisis de circuitos eléctricos, específicamente de corriente continua (CC). Los de corriente alterna (§ 15.4) se tratan, como ya indicaremos, de una manera formalmente análoga.

Para que una corriente estacionaria pase a través de un circuito, es necesario que se le aplique un generador, batería o pila. Es decir, cualquier dispositivo que transforme una energía de cierta naturaleza en energía eléctrica. Un generador de CC (es decir, aquel en que la tensión eléctrica que produce no es función del

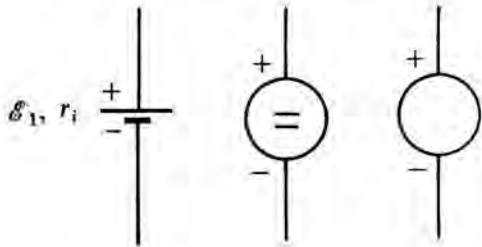


FIG. 13.12

tiempo) se representa mediante cualquiera de los símbolos indicados en la Fig. 13.12.

Desde el punto de vista de su utilización, un generador se caracteriza por su fuerza electromotriz y su resistencia interna: \mathcal{E} , r_i . Que estos parámetros los caracterizan, significa que los mismos son específicos del generador y que su valor no depende de lo que se conecte al mismo, es decir, del circuito. La corriente que suministra el generador no es una característica del mismo, ya que su valor depende de las resistencias que se le conecten, ¿puedes justificar esta afirmación?

Antes de considerar el método de análisis de los circuitos de CC, creemos que debemos resumir brevemente los principales efectos de la corriente eléctrica, de los que el alumno ya ha tenido conocimiento en cursos anteriores:

- a) *Efectos caloríficos*: un conductor (R) recorrido por una corriente (i) durante un tiempo t , se calienta disipándose la energía eléctrica en forma de calor. Este fenómeno es conocido como calentamiento por **efecto Joule** (1841):

$$\text{Energía disipada} = i^2 R t \quad (13.47)$$

Para ciertas aplicaciones esta transformación es el objetivo primario, como ocurre con los hornos o las calefacciones eléctricas. Es otras es un efecto no deseado, y que da como resultado una pérdida de energía en el proceso de transporte o de transformación de la energía eléctrica: pérdidas por **efecto Joule**. Para reducir estas pérdidas se transporta la corriente eléctrica con hilos conductores de resistencia baja (por ejemplo, cobre) y con el menor valor posible de la corriente, para la potencia de trabajo que se necesita.

- b) *Efectos químicos*: Un conductor líquido (por ejemplo, una sal disuelta en un medio acuoso) se descompone al paso de una corriente eléctrica: **ley de Faraday** para la electrólisis (1834). Es un efecto que se estudia normalmente en Química.
- c) *Efectos magnéticos*: Un conductor recorrido por una corriente eléctrica crea un campo magnético en el espacio que le rodea (Oersted, 1820). Por otra parte, si en un campo magnético se coloca un conductor recorrido por una corriente eléctrica, aparece sobre él una fuerza (Oersted y Davy, 1821). El estudio de estos efectos lo haremos en el capítulo siguiente.

Existen otros efectos, en que se combinan fenómenos de naturaleza eléctrica, magnética, térmica y óptica, que no creemos adecuado desarrollar para el nivel de este curso.

El **análisis de circuitos**, en este caso de CC, consiste en *dado un circuito* (sus componentes y la forma en que se encuentran conectadas), *calcular las corrientes y tensiones en las diferentes partes del mismo*. En ocasiones, se conoce la estructura y la corriente o tensión en algunos elementos o puntos del mismo y hay que calcular el valor de los elementos desconocidos, así como el resto de corrientes y tensiones. Aunque existe toda una técnica para dicho análisis, a nuestro nivel podemos indicar que *es suficiente aplicar el teorema de conservación de la energía* a las diferentes partes que lo constituyen, *para calcular los parámetros y magnitudes desconocidas*.

Supongamos una parte de un circuito, en lenguaje de teoría de circuitos se le denomina **rama**, recorrido por una misma corriente i . Podemos suponer que la acción debida al resto del circuito sobre esta rama equivalente a crear entre sus extremos una diferencia de potencial $V_A - V_B$ (Fig. 13.13) y como consecuen-

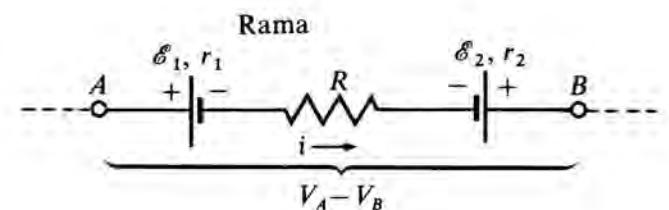


FIG. 13.13

cia, que pase una corriente i . Esta corriente es debida al circuito completo, incluyendo los elementos que forman la rama. Creemos que la composición de este rama es lo suficientemente compleja como para poder incluir cualquier circuito de CC que se pueda presentar en la práctica.

La energía, por unidad de tiempo, suministrada por el resto del circuito será:

$$(V_A - V_B) i: \text{Potencia suministrada} \quad (13.48)$$

¿por qué ésta es la potencia suministrada?. La pila (\mathcal{E}_2, r_2) tiende a suministrar una energía por unidad de tiempo ($\mathcal{E}_2 i$) en el mismo sentido que la que llega del resto del circuito, puesto que la corriente i le entra por el terminal (-) y le sale por el (+). En cambio (\mathcal{E}_1, r_1) tiende a consumir una potencia $\mathcal{E}_1 i$ por la razón opuesta. Cuando un elemento está conectado, respecto del sentido de la corriente que circula por el circuito, como la pila 1, se dice que actúa como **motor** o **receptor de energía**, transforma la energía eléctrica que toma ($\mathcal{E}_1 i$) en otras formas de energía, normalmente en energía mecánica; si lo está como la 2, se dice que actúa como **generador** o **fuerza de energía eléctrica**. El fundamento físico de los generadores y motores electromagnéticos los estudiaremos en § 15.3. Aquí no tiene demasiada importancia la distinción que hemos hecho, ya que sólo nos preocupa el análisis del circuito.

En la rama se consume también energía calorífica por efecto Joule, ésta tiene lugar en la resistencia R y en las resistencias internas r_1 y r_2 .

Según el teorema de conservación de la energía o de la potencia (energía por unidad de tiempo),

$$(V_A - V_B)i + \mathcal{E}_2 i = \mathcal{E}_1 i + i^2 R + i^2 r_1 + i^2 r_2 \quad (13.49)$$

expresión que indica simplemente que la potencia suministrada por el resto del circuito a la rama y por los elementos activos de la misma, que cooperan a dicho suministro (¿cuáles son?), es igual a la potencia consumida por efecto Joule y por conversión en otras formas de energía. Dividiendo por i los dos miembros de (13.49):

$$V_A - V_B = -\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1 + i(R + r_1 + r_2) \quad (13.50)$$

$$V_A - V_B = \sum_i \mathcal{E}_i + i \sum_i (R + r_i) \quad (13.51)$$

Veamos algunos casos particulares que el alumno debe analizar directamente aplicando el teorema de conservación de la energía (13.49):

a) Si $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 0, r_1 = r_2 = 0$. Es decir, la rama está formada por un único resistor:

$$V_A - V_B = i R \quad (13.52)$$

expresión que coincide con la ley de Ohm (13.32) aplicada a un resistor.

b) Si $\mathcal{E}_1 = 0, r_1 = 0$

$$V_A - V_B = -\mathcal{E}_2 + i(R + r_2) \quad (13.53)$$

que coincide con (13.43).

c) Si $\mathcal{E}_1 = 0, r_1 = 0, R = 0$. Rama compuesta exclusivamente por un generador:

$$V_A - V_B = -\mathcal{E}_2 + i r_2 \quad (13.54)$$

$$V_B - V_A = \mathcal{E}_2 - i r_2$$

En estas expresiones comprobamos, que la diferencia de potencial entre los extremos de un generador no coincide con su fuerza electromotriz:

$$V_B - V_A \neq \mathcal{E}_2$$

a menos que el generador sea ideal ($r_2 = 0$), cosa que jamás ocurre en la práctica, o que no pase corriente por él ($i = 0$, **circuito abierto**), que es el caso que tiene interés práctico. ¿Cómo se podría medir la fuerza electromotriz de una pila?

d) Si $\mathcal{E}_2 = 0, r_2 = 0, R = 0$

$$V_A - V_B = \mathcal{E}_1 + i(R + r_1) \quad (13.55)$$

si además $R = 0$:

$$V_A - V_B = \mathcal{E}_1 + i r_1 \quad (13.56)$$

El alumno no debe aprenderse estas expresiones de memoria, sino dominar el argumento que hemos utilizado para calcular (13.50) o cualquiera de sus aplicaciones particulares; lo más adecuado es aplicar el teorema de conservación de la energía para analizar cualquier rama que contenga generadores o motores, ya que de lo contrario es fácil equivocarse con los signos de los diferentes sumandos. Si la rama está compuesta sólo por resistores, es más sencillo y cómodo aplicar directamente la ley de Ohm (13.52).

En muchos libros se presentan como método general para analizar circuitos eléctricos, tanto de CC como CA , las **leyes de Kirchhoff**. Realmente no hace falta aplicarlas a no ser que se trate de circuitos realmente complicados, con los que el alumno no se encontrará jamás, a no ser que se especialice en Ingeniería Eléctrica. Por otra parte, dichas leyes ya son conocidas por nosotros; en efecto:

a) Si en (13.51) suponemos que consideramos todo el circuito en vez de sólo la rama indicada, $V_A - V_B = 0$ y queda:

$$\sum_i \mathcal{E}_i = \sum_i i R_i \quad (13.57)$$

«La suma algebraica de las fuerzas electromotrices de un circuito, al partir de un punto del mismo y volver a él después de haber pasado por todos los elementos. (en nomenclatura técnica a este conjunto se le llama **malla**), es igual a la suma de las caídas de tensión ($i R$) en todos sus elementos resistivos.» En la

suma de fuerzas electromotrices se consideran como positivas aquellas que al recorrer el circuito en el sentido de la corriente, son atravesadas del terminal (-) al (+) y negativas las que son del (+) al (-). Compruebe el alumno que esto ocurre en la Fig. 13.13 con $A \equiv B$. Esta ley tiene interés cuando el circuito está compuesto por dos o más mallas. No creemos interesante seguir insistiendo en este punto.

- b) El punto de un circuito donde están conectados tres o más elementos se denomina **nudo** (Fig. 13.14). «La suma algebraica de corrientes en un nudo es nula.»

$$\sum_i i_i = 0 \quad (13.58)$$

Ahora bien, esta ley es una simple consecuencia de la conservación de la carga eléctrica (13.22), ¿no?

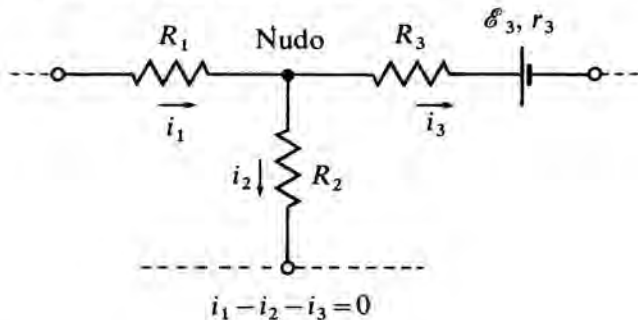


FIG. 13.14

Ejercicio 13.2

En el circuito de la Fig. 13.15 el voltímetro V_1 , que se considera ideal, marca 12 V cuando el interruptor está abierto y 10 V cuando está cerrado. En estas situaciones, la corriente a través del resistor $R_3 = 2 \Omega$ vale 0,5 A. Se pide: a) ¿Qué significa que el voltímetro es ideal? ¿Qué condición debe verificar en la práctica un voltímetro para que pueda ser considerado como ideal? b) ¿Por qué cambia la lectura del voltímetro al cerrar el interruptor? c) Calcular la corriente a través del resistor R_2 , cuya resistencia es de 6Ω . d) Resistencia del resistor R_1 . e) Resistencia equivalente del circuito. f) Resistencia de la pila. g) Potencia suministrada por la pila al circuito. h) Energía disipada en R_2 durante 10 s.

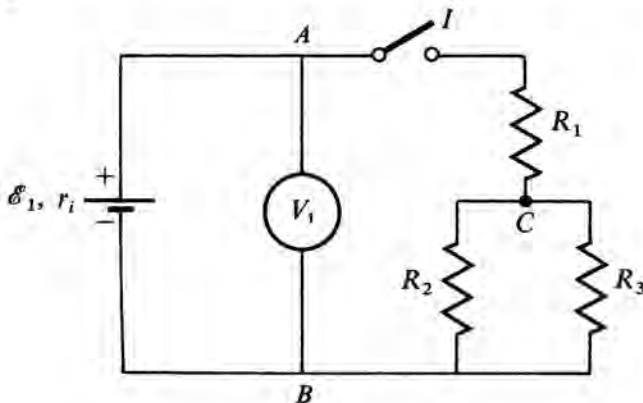


FIG. 13.15

Solución:

- a) Un aparato de medida es ideal cuando su uso no altera el valor de la magnitud que se desea medir. Al conectar un voltímetro entre los extremos de un elemento cuya diferen-

cia de potencial se desea medir, en principio siempre alterará la medida (Fig. 13.16, a y b), puesto que el aparato tendrá una cierta resistencia interna R_v , como consecuencia de los elementos materiales que lo forman.

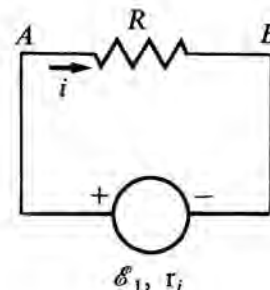
$$i = \frac{\mathcal{E}}{R + r_i}, \quad i' = \frac{\mathcal{E}}{\frac{R R_v}{R + R_v} + r_i}, \quad i \neq i'$$

$$V_A - V_B = \frac{\mathcal{E}}{1 + r_i/R}, \quad (V_A - V_B)' =$$

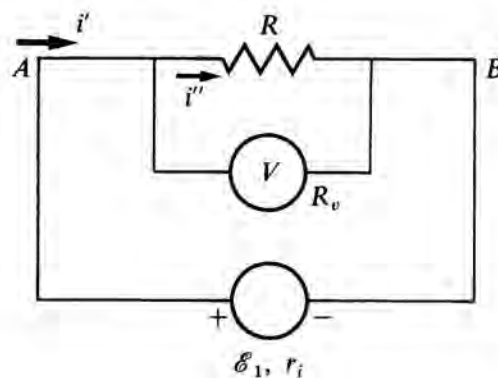
$$= \frac{\mathcal{E}}{1 + (1 + R/R_v) r_i/R}, \quad (V_A - V_B)' \neq (V_A - V_B)$$

Para que no se altere la medida: $V_A - V_B = (V_A - V_B)'$, no tiene que pasar corriente a través del voltímetro, lo que ocurre si $R_v = \infty$ (13.59). Por lo tanto, un *voltímetro ideal es aquel que tiene una resistencia interna infinita*. Ahora bien, esta condición es imposible de alcanzar en la práctica; un voltímetro real se acercará tanto más a uno ideal, cuanto mayor sea R , frente a R_v . Si $R_v \gg R$ en (13.59):

$$(V_A - V_B)' \approx \frac{\mathcal{E}}{1 + r_i/R} = (V_A - V_B);$$



(a)



(b)

FIG. 13.16

mayor significa, desde un punto de vista práctico, exceder por lo menos en un orden de magnitud, es decir, es un factor diez. En el ejercicio propuesto ha de verificarse, por consiguiente,

$$R_v \gg R_{\text{equivalente}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

al calcular en el apartado e) el valor de esta resistencia equivalente ya veremos cuál debe ser R_v , para poder considerar al voltímetro como ideal.

b) Un voltímetro siempre mide la diferencia de potencial que existe entre los puntos donde se conecta. Cuando el interruptor está abierto la diferencia de potencial entre los extremos de la pila es *numéricamente igual* a su fuerza electromotriz, (13.45) ó (13.54). Al cerrarlo marca la diferencia de potencial existente entre dichos extremos (13.54). Por lo tanto: $\mathcal{E}_1 = 12 \text{ V}$ y $V_A - V_B = 10 \text{ V}$, cuando el interruptor está cerrado.

$$c) \quad \left. \begin{aligned} V_C - V_B &= i_3 R_3 = 1 \text{ V} \\ V_C - V_B &= i_2 R_2 \end{aligned} \right\} i_2 = 1/6 \text{ A}$$

Por lo tanto, la corriente total a través del circuito, que es la que pasa por R_1 , es:

$$i = i_2 + i_3 = \frac{2}{3} \text{ A}$$

d) La diferencia de potencial entre los extremos de R_1 será:

$$V_A - V_C = (V_A - V_B) - (V_C - V_B) = 9 \text{ V}$$

por lo tanto:

$$V_A - V_C = i R_1 \quad , \quad R_1 = \frac{27}{2} \Omega$$

e) Los resistores R_2 y R_3 se encuentran en paralelo y el conjunto de ellos en serie con R_1 , por lo tanto la resistencia equivalente vale: 15Ω .

Luego, volviendo al apartado a), $R_v > 150 \Omega$; este resultado es bastante teórico ya que en la práctica los resistores tienen, por lo general, valores mayores. Un voltímetro estándar suele tener una resistencia interna del orden de los cientos o miles de $k \Omega$.

f) Haciendo uso de (13.54), se obtiene $r_i = 3 \Omega$. El resultado es un tanto absurdo, ya que las resistencias internas suelen ser mucho más bajas, mientras que en este problema, por los valores elegidos sale del orden de las resistencias exteriores (!). Los valores típicos suelen encontrarse entre las décimas y las unidades de ohmio.

g) La potencia que suministra realmente la pila al circuito, en el sentido de que es la que éste puede aprovechar, vale:

$$\mathcal{P} = (V_A - V_B) i = 20/3 \text{ W}$$

La que se disipa en su resistencia interna es: $4/3 \text{ W}$, ¿cómo

se calcula este valor?; para el ejercicio propuesto esta pérdida de energía es considerable:

$$\frac{\mathcal{P}_i}{\mathcal{P}} = \frac{4/3}{20/3} = 0,2 = 20 \%$$

Se trata de una pila no muy considerable, ya que su rendimiento en la transformación de energía química en eléctrica es bajo.

h) Energía disipada en R_2 durante 10 s vale (13.47): $E = 5/3 \text{ J}$.

* Ejercicio 13.3

En el circuito de la Fig. 13.17 calcular $V_A - V_B$ cuando el interruptor I está abierto. ¿Cuánto vale la corriente a través del interruptor cuando se encuentra cerrado? Resistencia equivalente del circuito: c) cuando el interruptor está abierto; d) cuando está cerrado.

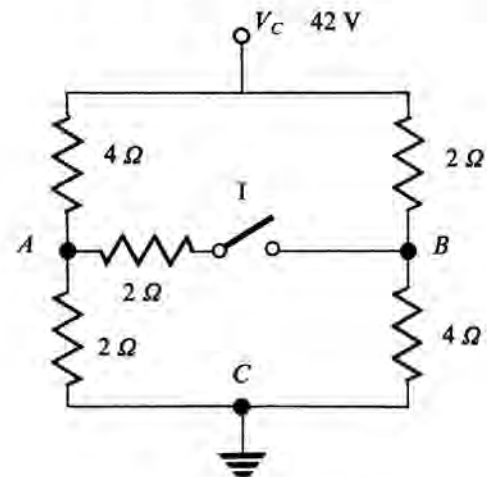


FIG. 13.17

Solución:

El esquema del circuito utilizado es un tanto nuevo, los 42 V son debidos a una pila –no dibujada– cuyo terminal positivo está conectado a C y el negativo a tierra (§ 12.3).

Hay que tener en cuenta que al abrir o cerrar el interruptor, cambia la estructura del circuito, ¿por qué?

a) *Supongamos que I está abierto*: No pasa corriente a través de la rama central, ¿por qué? Al estar abierto, la resistencia de la misma es infinita, no cero (!).

En estas circunstancias, los resistores de 4 y 2 Ω están en serie entre sí, y el conjunto en paralelo. La corriente que los recorre es la misma, ya que en las dos ramas hay la misma resistencia total, ¿por qué? Luego, la intensidad en cada rama vale: $i = 7 \text{ A}$; $V_A - V_B = (V_B - V_D) + (V_D - V_B) = 14 + (-28) = -14 \text{ V}$. ¿Qué significa el signo menos?

La resistencia equivalente total, como están en paralelo los dos resistores equivalentes de 6 Ω , vale: $R_{\text{TOTAL}} = 3 \Omega$.

b) *Interruptor cerrado*: Pasa corriente a través de la rama central; el circuito es un tanto complejo ya que está compuesto por tres mallas, ¿cuál es la tercera? Para calcular la corriente a través de cada una de ellas aplicamos las leyes de Kirchhoff (13.57 y 13.58). Comenzamos por asignar una corriente, en el sentido de las agujas del reloj por ejemplo, a cada malla y aplicamos (13.57).

Malla 1: Compuesta por la pila y los resistores de 4 y 2 Ω que tienen el punto *A* común.

$$42 = 4I_1 + 2I_1 - 4I_2 - 2I_3$$

ya que el resistor de 4 Ω pertenece, también, a la malla 2, recorrida por I_2 ; y el de 2 Ω a la 3, recorrida por I_3 .

Malla 2 (ABC):

$$0 = 2I_2 + 2I_2 + 4I_2 - 4I_1 - 2I_3$$

Malla 3 (ABD):

$$0 = 4I_3 + 2I_3 + 2I_3 - 2I_1 - 2I_2$$

Resolviendo el sistema se obtiene: $I_1 = 15$ A, $I_2 = 9$ A, $I_3 = 6$ A.

La forma más cómoda de calcular $V_A - V_B$ es a través de la rama central, ¿por qué en el caso anterior no pudimos hacerlo de la misma manera?

$$V_A - V_B = (i_3 - i_2) R_{AB} = -6 \text{ V} \quad , \quad V_B - V_A = 6 \text{ V}$$

El cálculo de la resistencia equivalente no se puede hacer utilizando las reglas estudiadas en § 13.2; los diferentes resistores no se encuentran ni en serie, ni en paralelo entre sí, ¿es consciente el alumno de ello? Para realizar el cálculo, hemos de acudir a la definición de *resistencia equivalente entre los puntos C y D*, (Fig. 13.17, cuando el interruptor está cerrado):

$$R_{\text{equivalente}} = \frac{V_C - V_D}{I_1} \quad (13.60)$$

¿podrías definirla? (Cuestión 8). Por lo tanto:

$$R_{\text{equivalente}} = 2,80 \Omega.$$

CUESTIONES

1. ¿Por qué para que exista corriente estacionaria en un medio material no basta con aplicar un campo eléctrico? Ahora bien, sea cual fuere el medio si no se aplica un campo no hay corriente. Justificarlo.
2. Razonar si \mathbf{v} , \mathbf{j} ρ (§ 13.1) son campos en el sentido definido en (§ 7.1).
3. A partir de (13.4) definir el culombio.
- * 4. La ecuación de continuidad es la expresión matemática de que en todo sistema se conserva la carga eléctrica o la masa de fluido. ¿Se podría hablar de la misma manera de una «ecuación de continuidad» para la energía, momento lineal y momento angular?
5. ¿Qué forma toma (13.9) para un fluido incomprensible, $\rho = \text{cte}$, que se mueve en régimen estacionario: $\mathbf{v} = \mathbf{f}(x, y, z)$, $\mathbf{v} \neq \mathbf{f}(t)$?
6. ¿Qué significa que un medio conductor es óhmico? Dado un medio óhmico, ¿lo es para todos los valores del campo eléctrico aplicado?
7. ¿Qué corriente circula a través de un resistor de 10 Ω que está conectado en paralelo con otro de 5 Ω , si por éste pasa una corriente de 1 A?
- * 8. ¿A qué se denomina resistencia equivalente de una asociación de resistores? Doce resistores R_c se encuentran conectados de forma que cada uno de ellos es el lado de un cubo, ¿cuántas resistencias equivalentes se pueden definir para esta asociación?

9. Se conecta un conductor a uno de los terminales de una batería, mientras que su otro extremo permanece sin conectar. ¿Pasa corriente a través del conductor? Razonar la respuesta.
10. Razonar por qué en el interior de un conductor recorrido por una corriente, no puede ser nulo el campo eléctrico ¿está esto en contradicción con lo que se afirmó en § 12.3?
11. Diferencia, desde el punto de vista físico, entre f.e.m. y d.d.p. entre los extremos de una batería; tanto en circuito abierto como en circuito cerrado.
12. ¿Qué es un generador ideal? Características de un generador.
- *13. Explicar físicamente el significado de la primera ley de Kirchhoff. Aplicarla a un circuito formado por dos mallas.
14. Comentar brevemente los efectos de las corrientes eléctricas.
15. La relación (13.32), ¿a qué tipo de medios se aplica?
- *16. ¿Qué características debe tener: a) un hilo metálico que se usa para calefacción; b) uno para utilizarlo como fusible?
- *17. Describir un método para medir la f.e.m. y la resistencia interna de una pila.
18. Demostrar (13.33) a partir de la definición general de trabajo y potencia.
- *19. ¿Cuáles son las ecuaciones fundamentales del campo vectorial \mathbf{J} ? ¿por qué, a partir de la teoría de campos, el flujo de una densidad estacionaria de corriente no puede ser nulo?
- *20. ¿Cómo es posible hablar de diferencia de potencial en un conductor recorrido por una corriente, si \mathbf{E} no es conservativo?
- *21. ¿La diferencia de potencial «suministrada» por un generador a un circuito es constante? Suponer un circuito formado por un resistor variable (R) y una pila (\mathcal{E} , r), ¿en qué condiciones la d.d.p. entre los extremos del resistor será prácticamente constante e independiente del valor de la resistencia?

PROBLEMAS

- * 1. Un conductor de resistividad ρ tiene la forma indicada en la Fig. 13.18. El radio de la circunferencia exterior es b , el de la interior a y la altura d . Entre ambas circunferencias se aplica, una diferencia de potencial V_0 . Calcular la corriente que recorre el conductor, resistencia que presenta y el campo eléctrico existente en el mismo, de forma que el borde interior sea positivo respecto del exterior.

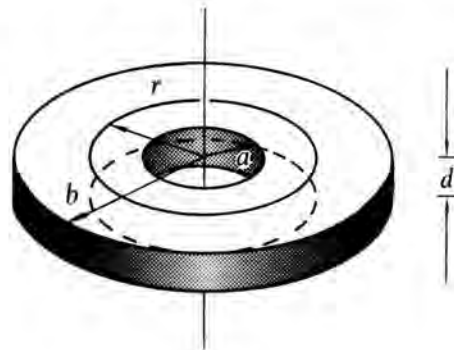


FIG. 13.18

donde $q(t)$ es el valor instantáneo de la carga en las placas del capacitor. Comprobar que la solución de la ecuación anterior, con la condición inicial supuesta, es:

$$q(t) = \mathcal{E} C (1 - e^{-t/RC}) \quad (13.62)$$

Representar gráficamente $q(t)$ e $i(t)$, para: a) RC muy grande, b) RC muy pequeño. Comprobar que RC tiene dimensiones de tiempo. ¿Qué significado físico tiene RC , que por cierto se llama *constante de tiempo del circuito*? Comentar, a partir de las gráficas, el comportamiento de un capacitor en un circuito de CC.

- *11. En el circuito de la Fig. 13.23 se elimina el generador, quedando únicamente el capacitor y el resistor. El capacitor tiene una carga q_0 en el instante inicial; en un momento determinado se cierra el interruptor

1. Escribir la ecuación diferencial que rige, en este caso, el comportamiento del circuito. Comprobar que su solución es:

$$q(t) = q_0 e^{-t/RC} \quad (13.63)$$

Representarla gráficamente y repetir los diferentes apartados indicados en el problema anterior.

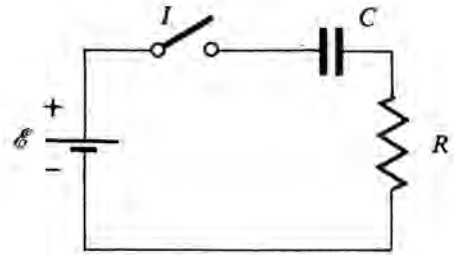


FIG. 13.23

MAGNETOSTATICA

En este capítulo estudiaremos los efectos magnéticos asociados a las *corrientes eléctricas estacionarias*. Su contenido se conoce en los textos elementales bajo el epígrafe poco preciso de magnetismo. Una vez caracterizadas las corrientes (§ 13.1), estamos en condiciones de tratar este nuevo tipo de interacción (§ 5.3).

Recordemos que el estudiar en primer lugar situaciones estacionarias se hace sólo por razones metodológicas. En dichas situaciones las ecuaciones fundamentales de los campos \mathbf{E} (§ 12.2) y \mathbf{B} (§ 14.4), forman dos pares independientes, es decir, sin interconexión entre ellas; sin embargo, en situaciones dinámicas sus ecuaciones no son independientes, sino que ambos campos aparecen en la misma ecuación (§ 15.1 y 15.5). Esto significa que *la electricidad y el magnetismo son fenómenos distintos mientras las cargas y las corrientes son estáticas*. Sólo cuando hay variaciones suficientemente rápidas, de modo que no son despreciables las derivadas temporales que aparecen en las ecuaciones de Maxwell (§ 15.5), \mathbf{E} y \mathbf{B} dependen uno de otro; esto es lo que entendemos por fenómenos distintos.

La interacción magnética entre corrientes y entre cargas eléctricas en movimiento, se pueden interpretar también mediante el concepto de campo (§ 7.1); para ello, se introduce el vector inducción magnética \mathbf{B} (§ 14.1). El tratamiento formal de este campo no es adecuado hacerlo, a nuestro nivel, siguiendo el mismo orden que en el caso de \mathcal{S} (§ 11.2) o de \mathbf{E} (§ 12.3). Por esta razón, hemos titulado el capítulo magnetostática y no campo magnetostático.

Para no llevar a cabo un tratamiento análogo, existe una razón de tipo matemático: la ley de fuerzas entre circuitos recorridos por corrientes, aún estacionarias, es mucho más compleja que las leyes de fuerzas para \mathcal{S} (§ 5.1) y para \mathbf{E} (§ 5.3); estas leyes fueron el punto de partida para la caracterización de dichos campos. Pero además, hay una razón de tipo físico más profunda que la anterior: *las fuentes del campo magnético son las densidades de corriente* (§ 14.4), *no existiendo el equivalente al concepto de carga puntual*; a veces la analogía se establece utilizando la noción de polo magnético (que el alumno conoce en relación con los imanes permanentes), con lo cual se logra una analogía formal entre las ecuaciones de los respectivos campos. Ahora bien, su uso presenta serias limitaciones ya que no existen, por lo menos hasta el momento actual, polos magnéticos libres (monopolos). No obstante, a niveles elevados se suele

establecer una analogía formal entre el problema electrostático y el magnetostático, sin necesidad de utilizar la noción de polo; aquí no creemos conveniente ni siquiera sugerirla, ya que ocasionaría una gran confusión en los alumnos.

Nos interesa considerar sobre todo la fenomenología de la interacción magnética, más que llegar a una formalización de la misma. Se trata de una parte de la Física difícil para el alumno y que para la mayoría, es completamente nueva; esta razón y la que anteriormente expusimos son las que nos han decidido a presentar este capítulo bajo el aspecto indicado.

El planteamiento de las diferentes cuestiones a tratar no lo haremos, normalmente, en el caso general; así, no consideraremos circuitos de forma arbitraria, sino de geometría simple y usual, que faciliten al máximo el tratamiento matemático. Para estos circuitos específicos, introduciremos y aplicaremos los conceptos básicos, que después generalizaremos a circuitos de forma arbitraria.

En la presentación de este capítulo no seguiremos el desarrollo histórico. Los alumnos saben que la primera percepción que tuvo el hombre de estos fenómenos, fue a través de la piedra imán; durante muchos siglos se mantuvo la creencia de que los imanes permanentes eran la única fuente de fenómenos magnéticos. Desde 1820, y gracias a los trabajos de H. Ch. Oersted, se sabe que toda corriente eléctrica crea un campo magnético. Si la corriente es estacionaria, es decir, i no es función del tiempo, el campo creado se denomina **magnetostático**. En los capítulos XV y XVII abordaremos el estudio del magnetismo en situaciones dinámicas, en las cuales los campos eléctricos y magnético, que caracterizan a los fenómenos que tienen lugar, están relacionados dando lugar al llamado **campo electromagnético**.

Esta interpretación de los fenómenos magnéticos, que por supuesto no es moderna, ya que data de principios del s. XIX, le sorprenderá un poco al alumno, que está acostumbrado a asociar dichos fenómenos a la existencia de imanes. El estudio de los efectos magnéticos producidos por imanes es mucho más com-

plejo que el debido a las corrientes; ya que el primero corresponde al tratamiento de las propiedades magnéticas de la materia, mientras que en el segundo caso se supone que los conductores no se encuentran en el seno de un medio material, sino en el vacío. Es la misma distinción que hicimos al estudiar los fenómenos eléctricos debidos a cargas eléctricas en reposo (capítulo XII). Desde el punto de vista metodológico es conveniente estudiar los fenómenos primero en el vacío y luego en presencia de medios materiales. Este segundo tratamiento, no lo consideramos adecuado en los primeros contactos serios del alumno con la Física, ya que primero debe tener claros los conceptos relativos al campo electromagnético en el vacío. No obstante, hay que indicar que el origen del magnetismo de la materia son las «corrientes microscópicas» que existen en su interior, equivalentes a las partículas elementales «en movimiento» que la forman. Por lo tanto, nuestro tratamiento considera la única fuente de campo magnético: las corrientes eléctricas, entendidas éstas en un sentido amplio.

Estamos asociando los fenómenos magnéticos a las corrientes eléctricas; desde luego una *carga eléctrica en movimiento* también es un agente adecuado para los mismos. Sin embargo, y aunque parezca paradójico, es mucho más difícil y complicado (tanto a nivel físico como matemático) estudiar los fenómenos magnéticos asociados a una carga en movimiento (por ejemplo un electrón) que a un circuito eléctrico. Si una carga tiene un movimiento uniforme, normalmente su velocidad es tan elevada (por ejemplo por tratarse de una partícula procedente de un acelerador) que el problema es de *electrodinámica relativista* (!); si la velocidad no es tan elevada (por ejemplo, rayos cósmicos que atraviesan una cámara de nieblas o los electrones de conducción en un hilo metálico) la expresión de los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} que crean es complicada, puesto que hay que tomar en consideración la velocidad (c) con que se propaga la perturbación producida por la carga (!). Si la carga se encuentra acelerada, el problema es todavía más complejo, puesto que radia energía electromagnética (§ 17.3); la expresión de los campos que crea todavía es más difícil que en el caso anterior tanto para altas como para bajas velocidades. Todas estas cuestiones están, por supuesto, fuera de nuestro alcance; sólo hemos querido apuntar las dificultades que plantea un problema en apariencia tan sencillo, como una carga en movimiento.

Comenzaremos el capítulo definiendo el campo \mathbf{B} , y el efecto de un campo magnético sobre una carga en movimiento y sobre un conductor (§ 14.1 y § 14.2). A continuación, tratamos el campo magnetostático creado por diferentes circuitos de geometría sencilla, recorridos por corrientes estacionarias (§ 14.3). Por último, abordamos las ecuaciones fundamentales del campo magnetostático (§ 14.4).

Las consideraciones energéticas relacionadas con el campo magnético, las trataremos, fundamentalmente, en el capítulo siguiente.

Suponemos que los alumnos tienen nociones experimentales acerca del comportamiento de los imanes permanentes, de lo que es un polo norte y un polo sur, de la interacción entre imanes y corrientes (experimento de Oersted, Fig. 15.1) y de que la Tierra se

comporta como un imán de tamaño gigantesco, es decir que alguna vez han manejado una aguja imanada (brújula).

§ 14.1 VECTOR INDUCCION MAGNETICA

En general, la fuerza sobre una carga eléctrica no depende sólo del punto del espacio en que se encuentra, sino que puede depender también de la velocidad con que se desplaza. Todo punto del espacio, donde se presenten estos fenómenos, está caracterizado por dos magnitudes vectoriales que determinan la fuerza total sobre la carga. La primera es la *fuerza eléctrica* que da una componente de la fuerza que es independiente del movimiento de la carga (12.21). La segunda es una componente adicional, llamada *fuerza magnética*, que depende de la velocidad de la carga. Por supuesto, en ciertos casos puede existir una y no la otra. Las características de la fuerza eléctrica ya las conocemos (§ 12.2), investigemos ahora la fuerza magnética.

Supongamos un gran imán permanente que tiene paralelas las caras de sus polos (Fig. 14.1). Sabemos que una aguja imanada o un conductor recorrido por una corriente colocados entre sus polos, o una carga eléctrica que se mueva entre ellos, se encuentran sometidos a una fuerza. Entre los polos del imán, donde se manifiesta una fuerza sobre los agentes sensibles adecuados, decimos que existe un campo (§ 7.1) magnético; en la Fig. 14.1 hemos representado las líneas de campo correspondientes. Al ser, las caras del imán muy grandes frente a su separación, podemos suponer que dicho campo es uniforme.

Estudiemos las características de esta fuerza magnética sobre una partícula cargada (se puede hacer de forma práctica acercando un imán a un tubo de rayos

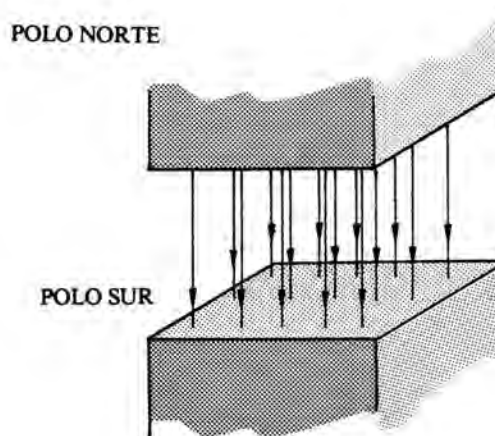


FIG. 14.1

catódicos. Ejercicio 3.2, por ejemplo). Experimentalmente se encuentra que el módulo de dicha fuerza es proporcional a la velocidad de la partícula (v), a su carga (q) y al seno del ángulo que forman los vectores v y \mathbf{B} (Fig. 14.2). Estos resultados se pueden resumir mediante la relación:

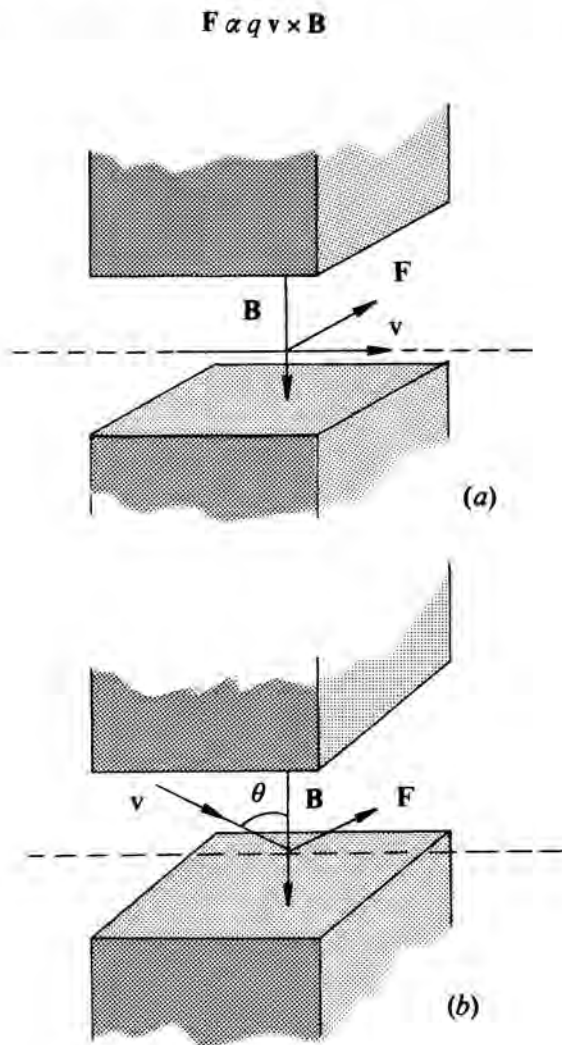


FIG. 14.2

Las dimensiones del vector inducción magnética (\mathbf{B}), se definen de manera que la constante de proporcional sea igual a la unidad, por lo tanto:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (14.1)$$

La expresión (14.1) la tomamos, en nuestro enfoque del magnetismo, como la de definición de \mathbf{B} . ¿Podrías definirlo? La dirección de la fuerza la ilustramos en la Fig. 14.3; las dimensiones de \mathbf{B} en el SI son: $[M] [T]^{-2} [A]^{-1}$ y su unidad el tesla (T), nombre dado en honor del ingeniero yugoslavo, nacionalizado en los Estados Unidos, N. Tesla (1856–1943), que se distinguió por

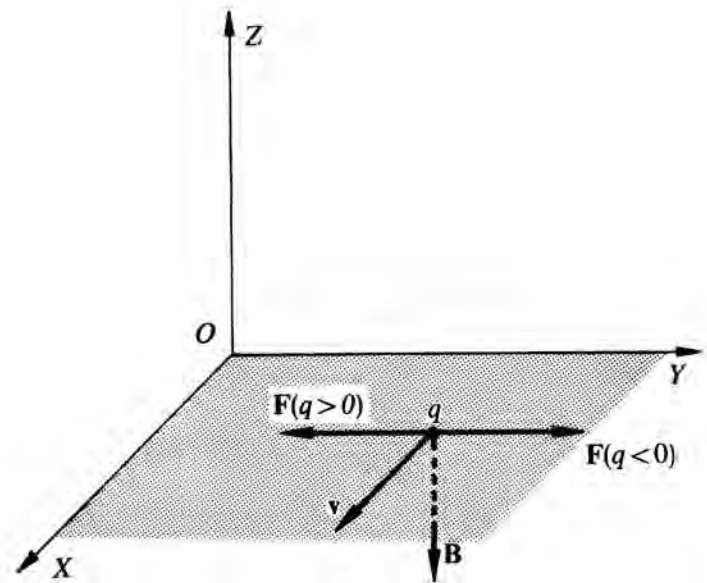


FIG. 14.3

sus investigaciones sobre los transformadores. Como el tesla es una unidad demasiado grande para medir los campos usuales en los laboratorios, también se utiliza el gauss (G), que no pertenece al SI (!); la relación entre ambas unidades es: $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$.

Un campo magnético de un gauss es comparable al campo magnético terrestre; los electroimanes típicos de núcleo de hierro suelen producir campos estacionarios de hasta 2 T. En la escala microscópica, se han detectado campos del orden de 10^4 T (!) en las proximidades del núcleo de ciertos átomos.

Si además del campo \mathbf{B} se encuentra presente un campo eléctrico \mathbf{E} , la fuerza total sobre la partícula es:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (14.2)$$

expresión que ya citamos en § 5.3

La expresión (14.1) es, además, la fundamental para estudiar el movimiento de partículas cargadas en el seno de un campo magnético. En el ejercicio 14.1 tendremos ocasión de comprobarlo.

El estudio del movimiento de partículas cargadas en el seno de un campo magnético tiene un gran interés teórico y práctico. Es una herramienta poderosa para investigar, en la cámara de niebla o de burbujas, ciertas propiedades de las partículas elementales (§ 20.4). Por otra parte, es el fundamento básico de los espectrómetros de masas (problema 3) y de los aceleradores de partículas (problema 4), dispositivos fundamentales en la Física Experimental de Altas Energías.

Ejercicio 14.1

Una partícula de masa m y carga eléctrica $+q$ penetra, con una velocidad \mathbf{v}_0 , en una región del espacio en la que

existe un campo magnético uniforme de inducción \mathbf{B} . La dirección inicial de movimiento de la carga es perpendicular a la de \mathbf{B} (Fig. 14.4).

Calcular: a) Trabajo infinitesimal efectuado por la fuerza. Energía cinética de la partícula. b) Aceleración de la partícula. c) Movimiento que lleva la partícula en el seno de la región donde existe el campo magnético. Indicar las características del mismo.

Se supone despreciable el peso de la partícula frente a la fuerza magnética. Comprobar la validez de esta hipótesis para el caso de un electrón y $v_0 = 10^6 \text{ m s}^{-1}$, $B = 2 \text{ T}$.

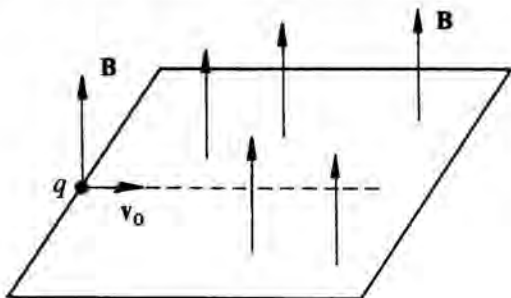


FIG. 14.4

Solución:

Se trata del problema 8 propuesto en el capítulo VI, por lo tanto estrictamente es un ejercicio de Mecánica. La razón para resolverlo en éste es que aquí hemos introducido la ley de fuerzas (14.1) que rige el movimiento de la partícula. Calculemos la fuerza sobre la partícula (14.1): aplicando la definición de producto vectorial de dos vectores, la fuerza tiene de módulo: $F = q v_0 B$, ya que la *dirección inicial* de movimiento de la carga y B son perpendiculares; su dirección y sentido se indican en la Fig. 14.5. Se puede pensar que esta expresión de la fuerza es la que corresponde al instante de penetrar la carga en la región donde existe el campo, ya que en ella se ha considerado v_0 como la velocidad de la carga. Sin embargo, al existir una fuerza cabe esperar que la velocidad varíe, puesto que la carga será acelerada por el campo. Ahora bien, \mathbf{F} y \mathbf{B} siempre serán perpendiculares (¿por qué?), como la dirección de \mathbf{B} es fija y \mathbf{v} debe ser también perpendicular a \mathbf{F} , \mathbf{v} y \mathbf{F} estarán siempre en el mismo plano; este plano contiene a la trayectoria. Por lo tanto, la expresión del módulo de la fuerza siempre será de la forma: $F = q v B$, si la carga penetra perpendicular al campo. En el módulo hemos escrito v y no v_0 para indicar que *en principio* cabe esperar que varíe la velocidad de la carga. Posteriormente volveremos a considerar este punto.

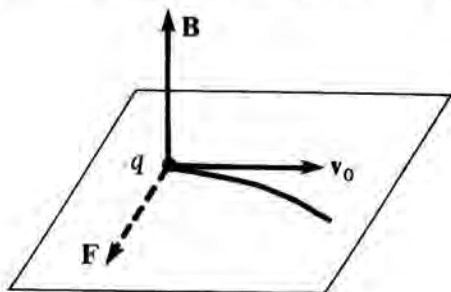


FIG. 14.5

a) Según (6.29) el trabajo infinitesimal realizado por la fuerza (14.1) vale:

$$d\mathcal{T} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dt = 0 \quad (14.3)$$

Este resultado es, pues, una propiedad general que se cumple en cualquier punto de un campo magnético. En principio, lo único que podemos decir es que la trayectoria de la carga será curvilínea y plana, al actuar sobre ella la fuerza \mathbf{F} .

Si aplicamos el teorema del trabajo-energía cinética (6.52): $\Delta E_c = 0$; luego, la energía cinética de la carga permanece constante. Por lo tanto, el módulo de la velocidad de la partícula no varía. ¿Por qué? Su valor será igual a $1/2 m v_0^2$.

b) La partícula tendrá una aceleración, ya que sobre ella actúa una fuerza $\mathbf{F} = m \mathbf{a}$. Según hemos visto el módulo de la velocidad permanece constante, por lo tanto la velocidad debe variar en dirección, ya que de lo contrario la aceleración sería nula, en contra del Segundo Principio de la Mecánica. La partícula sólo posee aceleración normal, siendo la aceleración tangencial nula. ¿Por qué?

$$F = m a_n \quad , \quad q v_0 B = m a_n \quad (14.4)$$

La fuerza es de módulo constante, al serlo q , B y v . B es, ya que el campo magnético es uniforme, es decir, tiene la misma dirección e intensidad en todos los puntos de la región. La velocidad es de módulo constante según hemos justificado en el apartado anterior.

Si la fuerza es constante, también lo será la aceleración normal de la partícula (2.16). Por lo tanto, el radio de curvatura de la trayectoria es constante: $\rho = R$; la partícula tiene un *movimiento circular uniforme*. (Fig. 14.6).

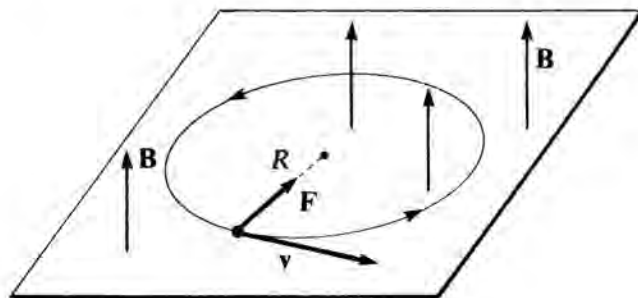


FIG. 14.6

c) El radio de la trayectoria, (14.4) y (2.16) es:

$$R = \frac{m v_0}{q B} \quad (14.5)$$

Su velocidad angular:

$$\omega = \frac{v_0}{R} = \frac{q B}{m} \quad (14.6)$$

y la frecuencia:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{q B}{2\pi m} \quad (14.7)$$

Según esta expresión ν no depende de la velocidad de la partícula: las más rápidas describirán circunferencias de radio mayor que las más lentas (14.5), pero todas ellas tardarán el mismo tiempo en recorrer sus correspondientes circunferencias.

En el enunciado del ejercicio se indica que se considera despreciable el peso de la partícula, frente a la fuerza de origen magnético; vamos a comprobar ambas para el caso de un electrón:

$$P = m_e g = 9,11 \times 10^{-31} \times 10 = 9,11 \times 10^{-30} \text{ N}$$

$$F = e v_e B = 1,60 \times 10^{-19} \times 10^6 \times 2 = 3,20 \times 10^{-13} \text{ N}$$

Luego, para valores usuales de las diferentes magnitudes físicas, el peso es despreciable frente a la fuerza debida al campo magnético.

Si v_0 no es perpendicular a B , el movimiento se analiza siguiendo la pauta indicada en el ejercicio 3.2 (principio de la independencia de los movimientos, § 3.1); la trayectoria es una hélice (problema 5).

§ 14.2 ACCIONES MECANICAS DE UN CAMPO MAGNETICO SOBRE UN CIRCUITO

Sea un conductor, de forma arbitraria y sección recta S , recorrido por una corriente estacionaria i que se encuentra en una región del espacio donde existe un campo magnético B (Fig. 14.7). Este campo está originado por unas fuentes que por el momento no es necesario especificar. Como la corriente eléctrica consiste en un movimiento macroscópico de cargas (§ 12.1) en el interior del mismo, es indudable que sobre cualquier elemento $d\mathbf{r}$ ó $d\mathbf{l}$ actuará una fuerza neta, como consecuencia de las fuerzas (14.1) que actúan sobre las cargas eléctricas, que en cada momento hay en él.

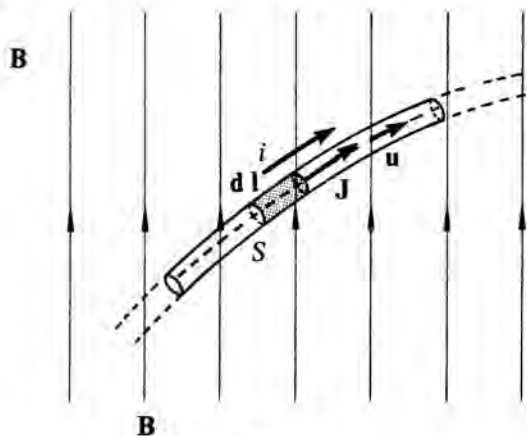


FIG. 14.7

Si existen n portadores de carga por unidad de volumen, y suponemos que todos ellos se mueven con la misma velocidad v , debida al campo eléctrico aplicado entre los extremos del conductor (§ 12.1), el número de cargas que atraviesan la unidad de superficie por unidad de tiempo vendrá dado por (13.24).

Si S es el área de la sección del conductor, que es perpendicular a J (Fig. 14.6), la corriente asociada a la superficie S será (13.29):

$$i = JS = n e v S$$

Al estar en el interior de un campo magnético, actuará una fuerza por unidad de volumen (14.1):

$$\mathbf{f} = n e \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (14.8)$$

y la fuerza total sobre un elemento de volumen $d\tau$ será: $d\mathbf{F} = \mathbf{f} d\tau = \mathbf{J} \times \mathbf{B} d\tau$. Ahora bien: $d\tau = S dl$, por otra parte los vectores \mathbf{J} y $d\mathbf{l}$ tienen la misma dirección y sentido (Fig. 14.6), por tratarse de un conductor unidimensional; sea \mathbf{u} un vector unitario en dicha dirección: $\mathbf{J} = J\mathbf{u}$, $d\mathbf{l} = dl\mathbf{u}$,

$$\mathbf{F} = \int_{\text{Todo el conductor}} (\mathbf{J} \mathbf{u}) \times \mathbf{B} S dl = \int_{\text{Todo el conductor}} (JS)\mathbf{u} \times \mathbf{B} dl =$$

$$= i \int_{\text{Todo el conductor}} (d\mathbf{l} \mathbf{u}) \times \mathbf{B} = i \int_{\text{Todo el conductor}} d\mathbf{l} \times \mathbf{B} \quad (14.9)$$

donde i sale fuera del signo integral al tratarse de una corriente estacionaria.

La expresión (14.9) hay que aplicarla a cada circuito en particular; dependiendo de la geometría de éste puede ser más o menos complicado calcular la fuerza neta que actúa sobre él. Se trata ya, por consiguiente, de un problema exclusivamente matemático.

Ejercicio 14.2

Un conductor rectangular de lados a y b , recorrido por una corriente estacionaria i se encuentra en una región donde existe un campo uniforme B . La posición relativa del conductor y del campo es la indicada en la Fig. 14.8. Calcular la acción mecánica que el campo B ejerce sobre el conductor.

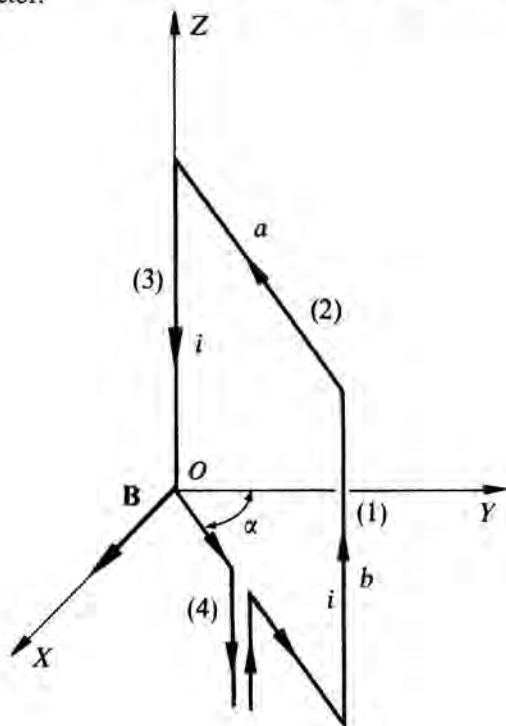


FIG. 14.8

Solución:

Sobre cada lado del conductor actuará una fuerza dada por (14.9); calculemos dichas fuerzas. Sobre los lados (2) y (4) actuarán sendas fuerzas del mismo módulo y dirección, pero de sentidos contrarios (Fig. 14.9), como el alumno puede comprobar sin más que aplicar la definición vectorial anterior, a dichos lados del conductor.

$$F_4 = -i a B \cos \alpha \mathbf{k} \quad , \quad F_2 = i a B \cos \alpha \mathbf{k} \quad (14.10)$$

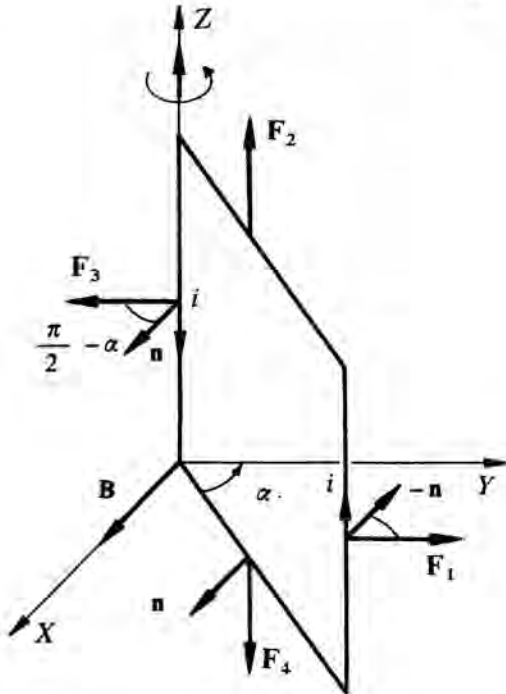


FIG. 14.9

Estas fuerzas tienen la misma línea de acción, el eje OZ. Análogamente, sobre los lados (2) y (4) actuarán dos fuerzas del mismo módulo, dirección y distinto sentido, pero que ahora tienen diferente línea de acción (Fig. 14.8), ¿por qué?

$$F_1 = b B \mathbf{j} \quad , \quad F_3 = -i b B \mathbf{j} \quad (14.11)$$

Luego la fuerza neta que actúa sobre el conductor es nula:

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 0$$

Este resultado es completamente general; sobre cualquier circuito cerrado que se encuentre en el interior de un campo magnético uniforme no actúa ninguna fuerza neta.; por consiguiente, no es arrastrado por el campo, ¿por qué? Esto no es cierto si el campo no es uniforme.

Ahora bien, las fuerzas F_1 y F_3 dan lugar a un par, no así F_2 y F_4 , ¿por qué? Este par tiende a hacer girar al conductor, si las ligaduras mecánicas se lo permiten, de manera que se oriente su normal (\mathbf{n}) perpendicularmente al campo (14.8). Calculemos el momento que caracteriza a este par; para simplificar el cálculo consideremos el conductor visto desde el eje OZ (Fig.14.10). Tomando momentos respecto del punto O (6.,18):

$$M = F_1 a \sin \alpha \mathbf{k} = i b a B \sin \alpha \mathbf{k} \quad (14.12)$$

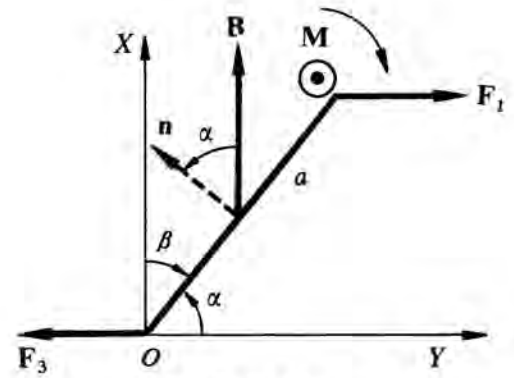


FIG. 14.10

Luego, aunque no es arrastrado, el campo uniforme le produce un par que tiende a alinear el conductor (a su normal) en la dirección del campo. Este resultado es válido tanto si el campo es uniforme, como si no lo es, aunque varía la expresión concreta del momento (14.12), ya que cada lado del conductor se encuentra sometido a una fuerza diferente, ¿por qué?

Como consecuencia, las fuerzas F_1 y F_3 realizan un trabajo elemental que hace girar al circuito (9.15):

$$d\mathcal{T} = M d\beta = i a b B \cos \beta d\beta$$

Este trabajo lo hemos expresado en función del ángulo β ($\alpha + \beta = \pi/2$), para que al girar el circuito aumente el ángulo en vez de disminuir, con lo cual evitamos incluir un signo menos en la expresión anterior. El trabajo finito para girar desde una posición inicial β_0 hasta una final β vale:

$$\mathcal{T}_{\beta - \beta_0} = i a b B (\sin \beta - \sin \beta_0)$$

Teniendo en cuenta (7.33) y eligiendo el origen de energía potencial en $\beta_0 = 0$:

$$U = -i a b B \sin \beta = -i a b B \cos \alpha \quad (14.13)$$

¿Cómo definirías esta energía potencial (7.36)? Significado físico.

Las consecuencias extraídas de este ejercicio son el fundamento físico de la mayor parte de los aparatos de medidas eléctricas existentes en el laboratorio (galvanómetros, voltímetros, amperímetros, etc.); una vista interna y esquemática de los mismos se muestra en la Fig. 14.11, que creemos no es necesario comentar adicionalmente. ¿Se da cuen-

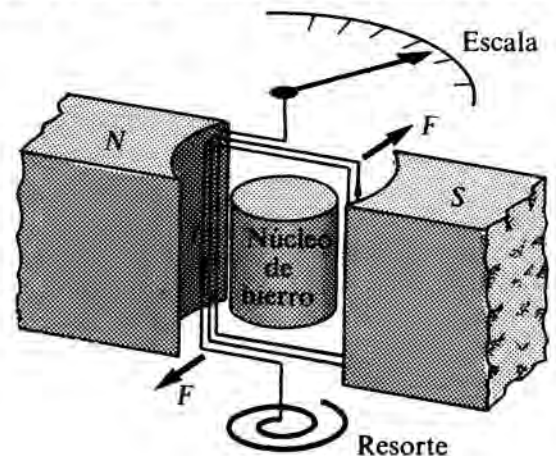


FIG. 14.11

ta el alumno que según esto, todos los aparatos de medida miden realmente corrientes eléctricas (i)? También esta acción es el fundamento de los motores eléctricos (§ 15.3).

Una magnitud que se suele introducir para caracterizar a un circuito eléctrico recorrido por una corriente eléctrica, es el **momento dipolar magnético**: μ (Fig. 14.12),

$$\mu \equiv i S \mathbf{n} = i dS \quad (14.14)$$

Sus dimensiones en el SI son $[A][L]^2$ y se mide en Am^2 . Si el circuito está formado por N vueltas de hilo conductor, $\mu = N i dS$. Es una magnitud muy importante en la interpretación de las propiedades magnéticas de los medios materiales.

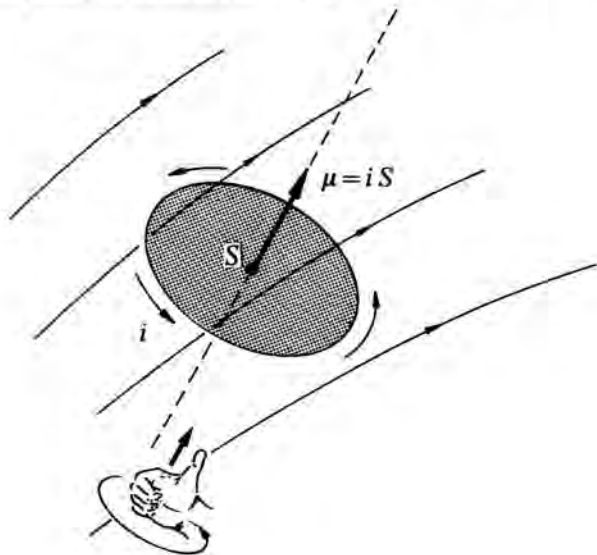


FIG. 14.12

A un circuito de dimensiones lineales pequeñas, frente a las distancias a que se consideran sus efectos se le denomina **dipolo magnético**. Aplicando los resultados del ejercicio anterior, vemos que al situar un dipolo en el interior de un campo magnético actúa sobre él un par, que tiende a alinear a su momento magnético en la dirección del campo. El valor del momento de este par, llevando (14.14) a (14.12), es:

$$\mathbf{M} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \quad (14.15)$$

y la energía potencial del dipolo en el campo magnético (14.13):

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \quad (14.16)$$

Ahora bien, este concepto de dipolo magnético no tiene demasiado interés a nuestro nivel.

* Ejercicio 14.3

Spongamos un electrón, en el átomo de hidrógeno por ejemplo, en su movimiento orbital alrededor del núcleo. Sea R el radio de la órbita, que consideramos circular, y v la velocidad lineal con que se mueve. Justificar que el movimiento orbital del electrón se puede considerar como una corriente eléctrica, calcular el valor de la intensidad de dicha corriente, el momento magnético dipolar y su relación con el momento angular orbital.

Solución:

Estamos considerando un modelo clásico para el átomo de hidrógeno. El electrón describe una órbita circular, y por lo tanto cerrada; en estas condiciones al tener una carga eléctrica e y estar en movimiento constituye una corriente eléctrica, por definición de ésta. Sea ν la frecuencia del movimiento orbital del electrón:

$$\nu = \frac{v}{2\pi R} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (14.16)$$

La corriente en cualquier punto de su órbita será:

$$i = e \nu$$

ya que ν representa el número de veces por segundo que el electrón e pasa por el mismo punto de la órbita; por lo tanto, $e \nu$ es la carga total que pasa a través de dicho punto por unidad de tiempo. Esta corriente lleva sentido contrario al de movimiento del electrón (Fig. 14.13).

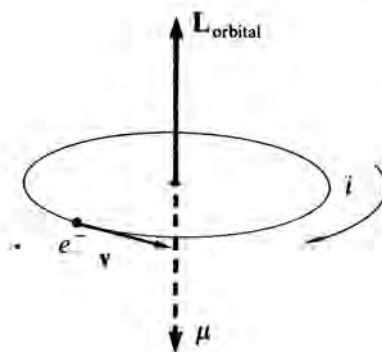


FIG. 14.13

Aplicando (14.14):

$$\mu = (e \nu) (\pi R^2) = 1/2 e \omega R^2 \quad (14.17)$$

su dirección, según la regla dada anteriormente, es la indicada en la Fig. 14.12.

El momento angular orbital vale (6.23):

$$l_{\text{orbital}} = m v R = m \omega R^2 \quad (14.18)$$

su sentido es el indicado en la Fig. 14.12. Comparando esta expresión con (14.17) se obtiene en forma vectorial:

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{e}{2m} l_{\text{orbital}} \quad (14.19)$$

Luego, a un electrón en su movimiento orbital se le puede asociar un momento magnético que está relacionado con el angular, mediante (14.19). También a su «movimiento» de spin se le puede asociar un μ_{spin} que está relacionado con l_{spin} por una expresión semejante a (14.19), aunque la constante de proporcionalidad es diferente; y no se puede deducir por consideraciones clásicas, sino que necesita un trata-

miento cuántico. El momento dipolar magnético total del electrón es:

$$\mu = \mu_{\text{orbital}} + \mu_{\text{spin}}$$

Del mismo modo se puede asociar un momento dipolar magnético a los nucleones, a pesar de que los neutrones no tienen carga eléctrica (!). Estos conceptos ya son muy complicados y no vale la pena que sigamos con ellos.

Las propiedades magnéticas que presentan los imanes se consideran debidas a estas «corrientes microscópicas» a que equivale, sobre todo, el movimiento orbital y de spin de los electrones, también hay una cooperación, aunque es mucho más pequeña, de los momentos magnéticos nucleares.

§ 14.3 CAMPO MAGNETOSTÁTICO CREADO POR UN CIRCUITO

Vamos a tomar como postulado experimental en el que basar nuestro estudio de la magnetostática, la ecuación deducida por J. B. Biot (1774 – 1862) y F. Savart (1791 – 1841) en 1820. El campo magnetostático caracterizado por $\mathbf{B}(x, y, z)$ creado por un circuito de forma arbitraria (Fig. 14.14), recorrido por una corriente estacionaria i , en un punto de coordenadas (x, y, z) , vale:

$$\mathbf{B} = K_m \int_{\text{Todo el circuito}} \frac{i \, d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (14.20)$$

La integral se extiende a todo el contorno del circuito. K_m es una constante cuyo valor depende del sistema de unidades utilizado; en el SI racionalizado: $K_m = 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$. Por razones prácticas y tradicionales K_m se suele expresar de la forma:

$$K_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \quad (14.21)$$

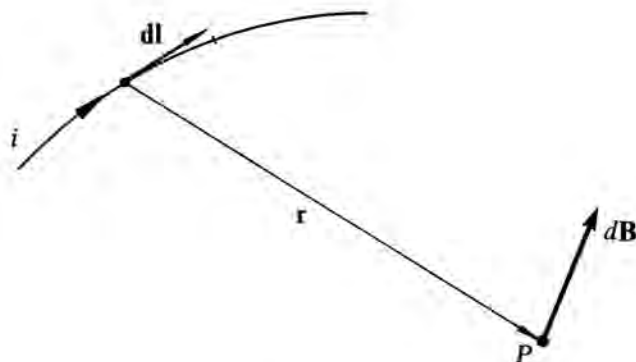


FIG. 14.14

donde μ_0 es la llamada **permeabilidad del vacío**, su valor es:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1} \quad (14.22)$$

Para extraer toda la información que contiene (14.20) hay que aplicarle la definición de producto vectorial de dos vectores.

La expresión (14.20) para el campo magnetostático es la equivalente a la (12.12) para el electrostático.

Realmente la expresión estrictamente equivalente sería la que da la inducción magnética debida a una distribución de corriente:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{r}}{r^3} d\tau$$

pero es una expresión demasiado complicada para utilizarla a nuestro nivel.

Tanto (14.20) como (12.12) permiten calcular el campo si se conocen todas las fuentes que lo crean. Una vez más, observamos la complejidad mayor que presentan, desde el punto de vista matemático, las expresiones correspondientes al campo magnetostático frente al electrostático.

Veamos a través de unos ejercicios sencillos la forma de aplicar (14.20) a la determinación del campo magnetostático creado por los circuitos de geometría más simples, y que al mismo tiempo encuentran una mayor aplicación práctica. Creemos que más que seguir con detalle el desarrollo matemático de los diferentes ejercicios, es más interesante conocer el resultado final y analizarlo desde el punto de vista físico.

Ejercicio 14.4

Calcular el campo magnetostático creado por un conductor rectilíneo indefinido, recorrido por una corriente estacionaria i en un punto P que dista d del conductor.

Solución:

Este ejercicio presenta una cierta analogía formal con el (12.1a y el 12.4). Como hicimos allí comenzaremos por dividir el conductor en elementos infinitesimales de longitud $dl = dx$ (Fig. 14.15). El campo creado por el mismo en el punto P valdrá:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \, d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

Su dirección es perpendicular al plano determinado por $d\mathbf{l}$ y \mathbf{r} , y sentido el indicado por la regla de la mano derecha: la del eje OZ . Si elegimos un elemento simétrico a dx respecto de la perpendicular al conductor por P , éste crea un campo elemental en la misma dirección y sentido que el anterior. Esto no ocurría en el caso de los campos electros-

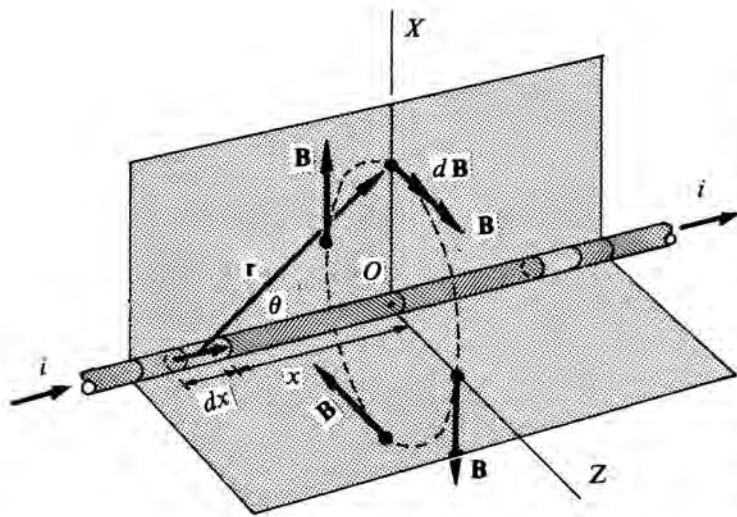


FIG. 14.15

tático y gravitatorio, ¿por qué?
Su módulo será:

$$dB = \frac{\mu_0 i dl}{4\pi r^2} \sin \theta = \frac{\mu_0 i dx}{4\pi r^2} \sin \theta \quad (14.23)$$

Para tener dB en función de una única variable, tenemos en cuenta las siguientes relaciones trigonométricas (14.14):

$$d = r \sin \theta, \quad x = -d \cot \theta, \quad dx = d \frac{1}{\sin^2 \theta} d\theta$$

con lo que (14.23) se transforma en:

$$dB = \frac{\mu_0 i \sin \theta}{4\pi d} d\theta$$

El campo creado por todo el conductor será:

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi d} \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} \quad (14.24)$$

Los límites de integración son los valores de θ correspondientes a $x = -\infty$ y $x = +\infty$, como se puede comprobar fácilmente.

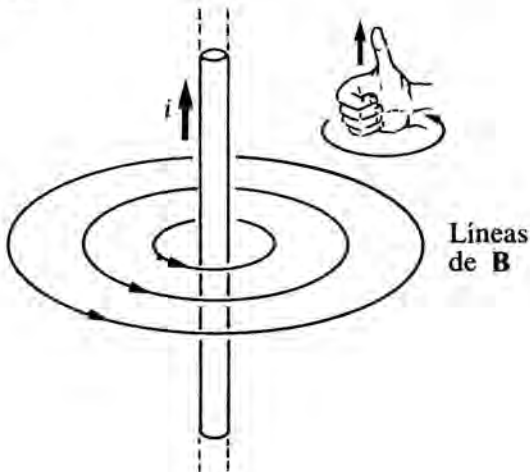


FIG. 14.16

Luego, el campo creado por un conductor rectilíneo indefinido es *inversamente proporcional a la distancia d* ; las líneas de campo son circunferencias concéntricas al conductor, que se encuentran en planos perpendiculares al mismo (Fig. 14.16). Como regla práctica para determinar el sentido de \mathbf{B} se puede aplicar la regla de la mano derecha como se indica en la citada figura.

Como aplicación de los resultados obtenidos en este ejercicio, podemos calcular la interacción que existe entre dos circuitos rectilíneos indefinidos, recorridos respectivamente por dos corrientes i_1 e i_2 , que circulan en el mismo sentido (Fig. 14.17). La discusión cualitativa del fenómeno que tiene lugar es sencilla: al pasar una corriente i_1 por el conductor (1), crea en el espacio que le rodea un campo magnético \mathbf{B}_1 (14.24); por estar recorrido el (2) por la corriente i_2 y estar en el seno del campo magnético creado por (1), actúan sobre él una fuerza (14.9). Análogamente se razona para el conductor (1)

$$i_1 \rightarrow \mathbf{B}_1 \rightarrow i_2 \rightarrow \mathbf{F}_{21}$$

$$i_2 \rightarrow \mathbf{B}_2 \rightarrow i_1 \rightarrow \mathbf{F}_{12}$$

Aplicando las expresiones de \mathbf{B}_1 (14.24) y de \mathbf{F}_{21} y \mathbf{F}_{12} (14.9), como puede comprobar el alumno que las fuerzas son atractivas cuando las corrientes circulan en el mismo sentido y repulsivas en caso contrario. Este resultado se verifica sea cual fuere la forma de los conductores.

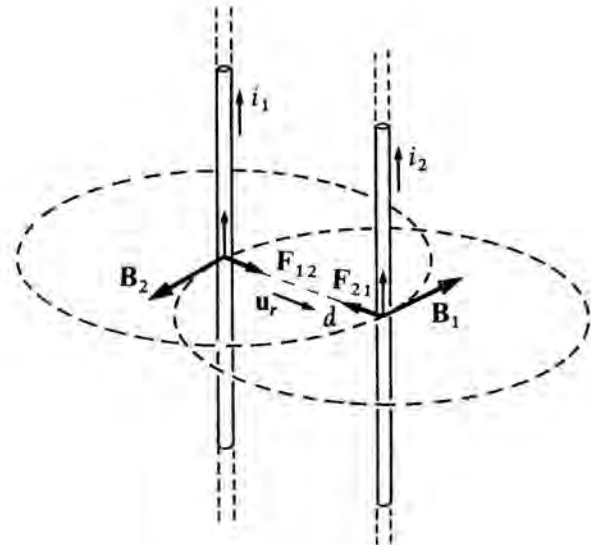


FIG. 14.17

Calculemos el valor de dichas fuerzas (14.9):

$$\mathbf{F}_{21} = i_2 \int d\mathbf{l}_2 \times \mathbf{B}_1$$

con:

$$\mathbf{B}_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} \boldsymbol{\tau}$$

por lo tanto:

$$\mathbf{F}_{21} = -i_2 \int \frac{\mu_0 i_1 d\mathbf{l}_1}{2\pi d} \mathbf{u}_r = -\mathbf{u}_r \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} L$$

donde \mathbf{u}_r es un vector unitario dirigido desde el conductor (1) al (2); $\mathbf{u}_r \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$. En la expresión anterior hemos calculado la fuerza que actúa sobre una longitud L del conductor (2). Análogamente se calcula \mathbf{F}_{12} .

La fuerza por unidad de longitud será:

$$\frac{F_{21}}{L} = \frac{F_{12}}{L} = \mu_0 \frac{i_1 i_2}{2\pi d} \quad (14.25)$$

Estas interacciones entre corrientes tienen una gran importancia práctica en los motores y generadores eléctricos (§ 15.3). Experimentalmente, se puede medir la fuerza de interacción entre dos conductores paralelos mediante una balanza electrodinámica o balanza de corrientes (Fig. 14.18). Si se realiza el experimento con gran precisión, y como pasa la misma corriente por los dos conductores:

$$\frac{F}{L} = 2 \times 10^{-7} \frac{i^2}{d} \quad (14.26)$$

Luego: si ambos conductores están situados a la distancia de 1 m, cuando pase por ellos la corriente de 1 A se repelerán o atraerán —dependiendo de la forma como estén montados los dos circuitos (es decir, del sentido relativo de las corrientes en ambos) —con una fuerza por unidad de longitud de $2 \times 10^{-7} \text{ N m}^{-1}$. Esta es la definición de amperio, adoptado desde 1960

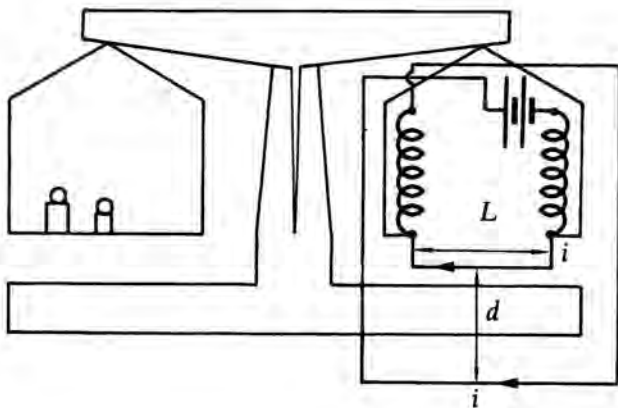


FIG. 14.18

como unidad fundamental. Una vez definido el amperio, el culombio es la cantidad de carga que fluye a través de cualquier sección recta de un conductor en un segundo, cuando la corriente es de un amperio. La razón por la que se ha establecido el amperio como unidad fundamental, en vez del culombio, es que es más fácil preparar un patrón de corrientes y medir la fuerza entre dos conductores, que prepararlo de carga y medir la fuerza entre dos cargas. Sin embargo, desde el punto de vista físico es más fundamental el concepto de carga que el de corriente.

Simplemente como información, y para que el alumno sea consciente de la complejidad, indicaremos la expresión general de la fuerza de interacción magnética entre dos circuitos de forma arbitraria, recorridos por corrientes estacionarias i_1 e i_2 , respectivamente. Dicha fuerza vale:

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 i_2 \oint_{(1)} \oint_{(2)} \frac{d\mathbf{r} \times (d\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_{12})}{r_{12}^3} \quad (14.27)$$

el significado de cada símbolo se indica en la Fig. 14.19. Creemos que sobra cualquier comentario; (14.27) es la expresión formalmente equivalente a la ley de Coulomb (!).

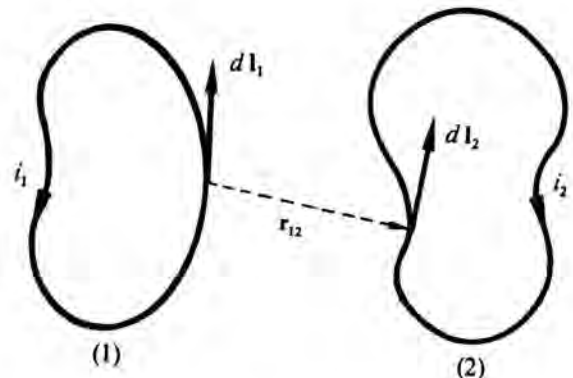


FIG. 14.19

Para resumir las características de la interacción magnética sugerimos consultar la cuestión 6.

Ejercicio 14.5

Calcular el campo magnetostático creado por un conductor circular de radio a , recorrido por una corriente estacionaria i , en un punto cualquiera del eje perpendicular al mismo y que pasa por el centro de la circunferencia del conductor.

Solución:

Elegimos un elemento $d\mathbf{l}$ del conductor (Fig. 14.19). El campo $d\mathbf{B}$ creado por el mismo en un punto P del eje del conductor circular será:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{d\mathbf{l}}{r^2} \quad (14.28)$$

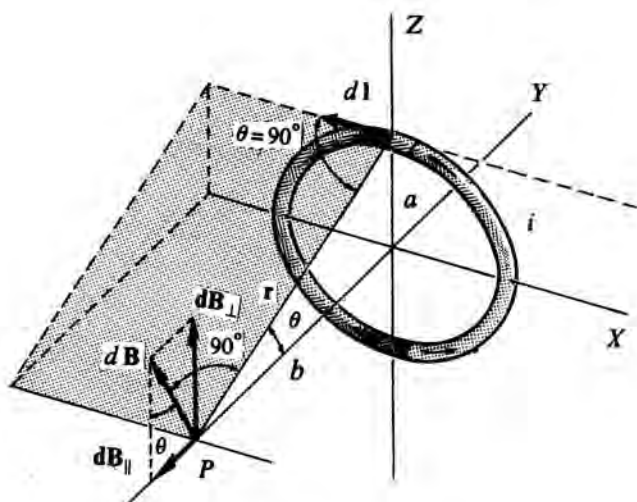


FIG. 14.20

Este vector es perpendicular al plano formado por $d\mathbf{l}$ y \mathbf{r} (Fig. 14.19). Siempre se puede descomponer en un vector en la dirección del eje, $d\mathbf{B}_{\parallel}$, y otro en la perpendicular, $d\mathbf{B}_{\perp}$. Ahora bien, a todo elemento $d\mathbf{l}$ le corresponde otro situado en la posición opuesta, de tal manera que las componentes $d\mathbf{B}_{\perp}$ correspondientes a ambos, se anulan (Fig. 14.19). Por lo tanto, el campo resultante \mathbf{B} será la suma de todas las componentes $d\mathbf{B}_{\parallel}$ y por lo tanto tendrá la dirección del eje.

El módulo del campo será:

$$dB_{\parallel} = dB \sin \theta = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dl}{r^2} \sin \theta$$

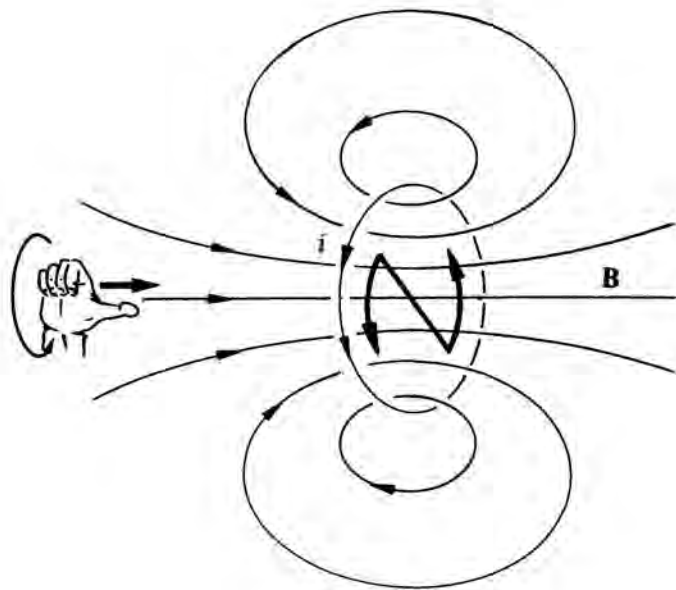
$$B = \oint dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\sin \theta}{r^2} \oint dl$$

¿por qué θ y r son constantes para todos los elementos del conductor? La integral anterior es inmediata; teniendo en cuenta: $a = r \sin \theta$ y $r^2 = a^2 + b^2$, queda:

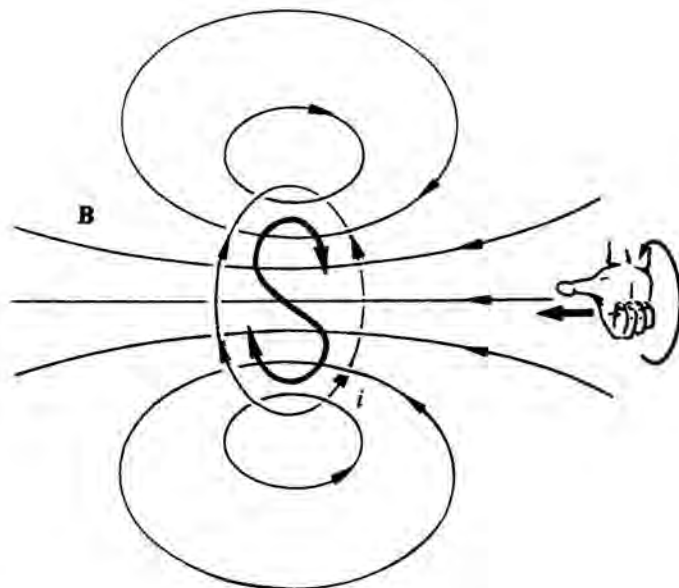
$$B = \frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2 + b^2)^{3/2}} \quad (14.29)$$

Ya hemos indicado que su dirección es perpendicular al plano del conductor y sentido el dado por la regla de la mano derecha (Fig. 14.21 a y b). En esta figura se representan también algunas líneas de campo correspondientes a este conductor. Estas líneas, aunque en la figura no se aprecia, también son cerradas.

Particulariza (14.29) para puntos muy alejados del conductor ($b \gg a$) y para el centro del circuito ($b = 0$). ¿Qué conclusiones deduces?



(a)



(b)

FIG. 14.21

Si se considera el campo producido por el conductor circular, también llamado *espira*, en un punto de su eje (Fig. 14.21), vemos que crea el mismo campo, en cuanto a dirección y sentido que un imán colocado a lo largo de dicho eje, con el polo norte situado

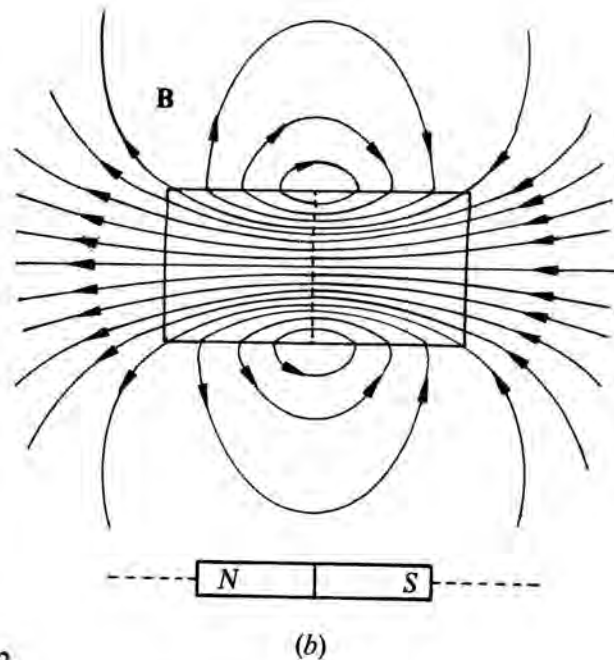
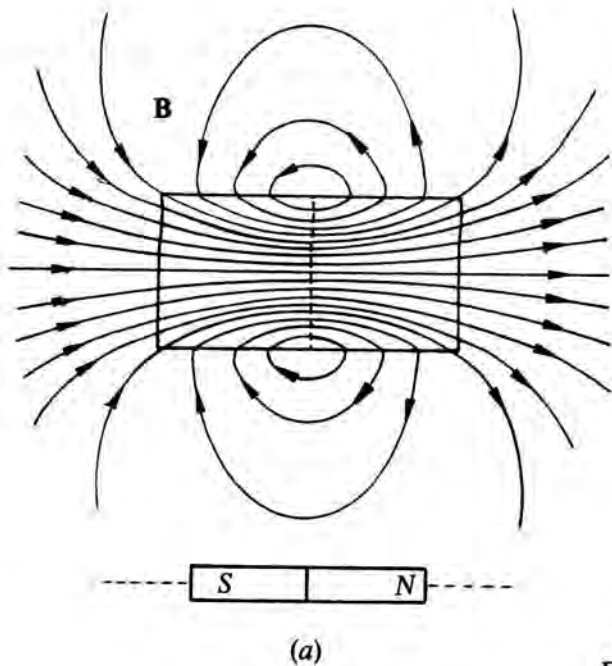


FIG. 14.22

hacia la derecha y el sur hacia la izquierda (Fig. 14.22). Por esa razón, se dice que la espira actúa como un imán con su polo norte en la superficie de la misma; si se invierte el sentido de la corriente, es como si se girase 180° el imán, la espira actúa como si fuera un polo sur. Esta *analogía entre imanes y espiras* se suele utilizar en ocasiones para hacerle ver al alumno que no existe una disociación entre un magnetismo debido a imanes, tal como aprendió en los primeros cursos, y el debido a corrientes, que desde el punto de vista físico es la causa de la existencia del campo magnético. Ver cuestión 17. En § 15.1 volveremos sobre este punto.

Ejercicio 14.6

Un **solenoides** es un hilo conductor largo arrollado en forma de hélice, por el que pasa una corriente i . La hélice es muy larga comparada con su diámetro, de tal forma que se puede considerar formado por muchas espiras, situadas una al lado de otra, siendo despreciable el paso de la hélice, es decir lo que se dobla cada espira en cada una de las vueltas del conductor (Fig. 14.23) *a* y *b*).

Calcular para un solenoide que tiene una longitud l y n espiras por unidad de longitud, cada una de radio a y que está recorrido por una corriente estacionaria i , el campo magnetostático que crea en los puntos del eje del mismo. ¿Cuál es el campo que crea, si se considera que el solenoide es de longitud indefinida?

Solución:

El campo magnetostático creado se puede calcular sumando los debidos a cada una de las espiras que forman el

solenoides. Si el solenoide tiene una longitud l y n es el número de espiras o de vueltas por unidad de longitud, en una sección de longitud dx existirán $n dx$ espiras (Fig. 14.24). Podemos calcular el campo producido por cada espira en un punto P del eje utilizando (14.29); el campo debido a las espiras localizadas en un elemento dx será:

$$dB = \frac{\mu_0 i a^2}{2 [a^2 + (y-x)^2]^{3/2}} n dx$$

ya que en este caso $b = y - x$. Su dirección será la del eje del solenoide y sentido el dado por la regla de la mano derecha. El campo total tendrá por módulo:

$$B = \frac{\mu_0 i a^2 n}{2} \int_0^l \frac{dx}{[a^2 + (y-x)^2]^{3/2}} = \frac{\mu_0 i n}{2} \left[\frac{l-y}{[a^2 + (l-y)^2]^{1/2}} + \frac{y}{[a^2 + y^2]^{1/2}} \right] \quad (14.30)$$

En la Fig. 14.22 se verifica:

$$\cos \alpha_1 = \frac{l-y}{[a^2 + (l-y)^2]^{1/2}} \text{ y } \cos \alpha_2 = \frac{y}{[y^2 + a^2]^{1/2}},$$

por lo tanto (14.30), se puede escribir alternativamente:

$$B = \frac{\mu_0 n i}{2} [\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2] \quad (14.31)$$

En la Fig. 14.25 se representan algunas de las líneas del campo creado por el solenoide.

Si el solenoide es indefinido, o si $l \gg a$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ y (14.31) se reduce a:

$$B = \mu_0 n i \quad (14.32)$$

Luego un *solenoides ideal* se puede utilizar para crear un campo magnetostático uniforme entre sus espiras; tal como

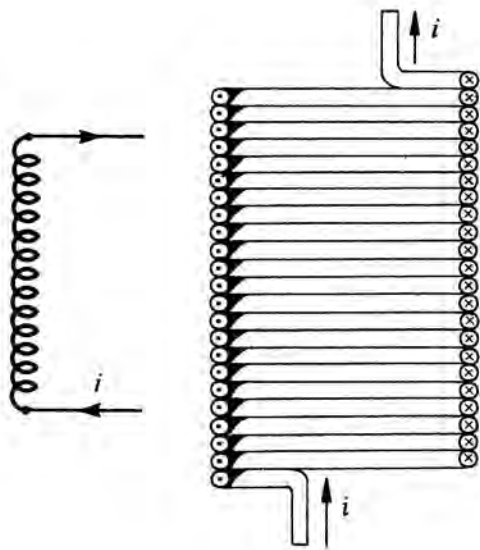


FIG. 14.23

ocurría con un condensador (§ 12.5) cuando se despreciaban los efectos de los bordes. En un solenoide ideal el campo creado en los puntos exteriores del mismo es nulo. Estas suposiciones son correctas en la práctica si $l \gg a$ y consideramos puntos interiores del solenoide localizados lejos de sus extremos (Fig. 14.26). Todas las consideraciones que hicimos respecto a los capacitores (§ 12.5), son aplicables a los solenoides o inductores; en § 15.2 estudiaremos la forma de caracterizarlos.

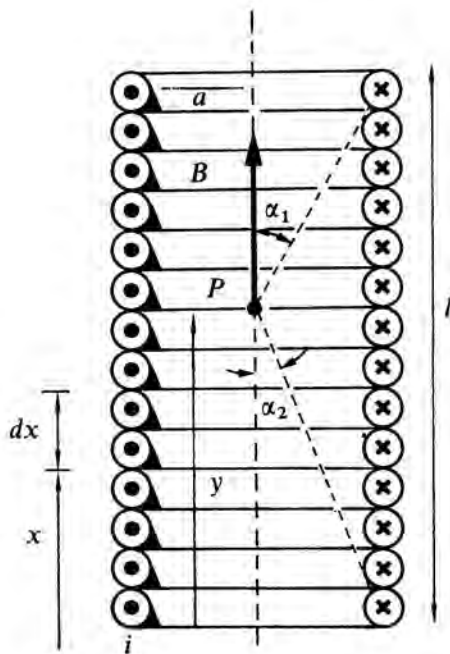


FIG. 14.24

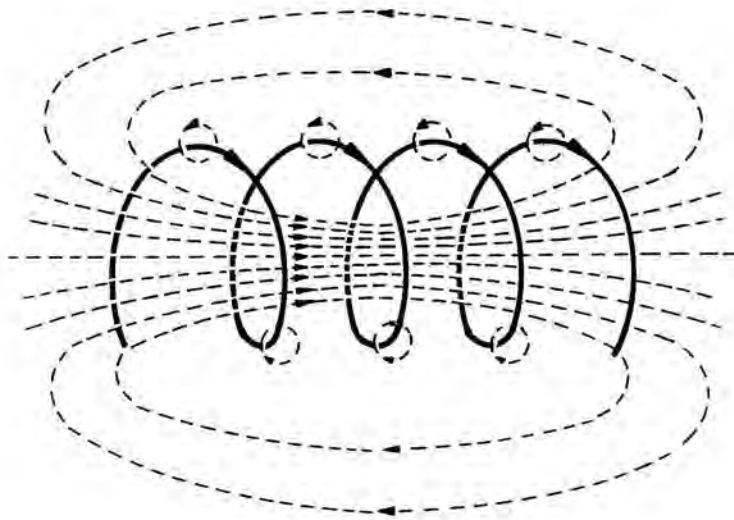


FIG. 14.25

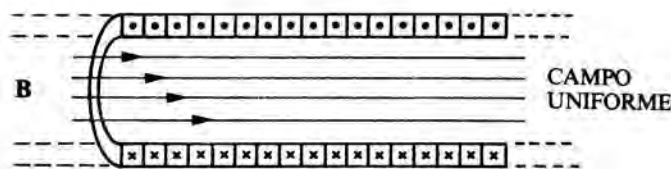


FIG. 14.26

§ 14.4 ECUACIONES FUNDAMENTALES DEL CAMPO MAGNETOSTATICO

La caracterización de \mathbf{B} no es posible hacerla como en el caso del campo electrostático o del gravitatorio. No es posible definir un agente sensible, tal que permita definir al vector característico \mathbf{B} como fuerza (14.27) dividida por dicho agente, tal como hicimos en (11.29) o (12.1). Por otra parte, como veremos, tampoco es un campo conservativo, con lo cual no se puede definir –por lo menos de la forma que se hizo para \mathcal{G} y para \mathbf{E} – una función escalar (U ó V) que lo caracterice.

Sabemos (§ 11.3) que la caracterización de cualquier campo vectorial, tanto si es conservativo como si no lo es, se hace a través de su flujo y su circulación. Las expresiones de estas dos operaciones vectoriales constituyen las ecuaciones fundamentales del campo, en la formulación integral.

El flujo del campo magnético a través de una superficie abierta se define de la forma ya conocida (11.46):

$$\Phi_B = \int_{S_{\text{abierta}}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (14.33)$$

Esta magnitud tiene dimensiones de $[L]^2 [M] [T]^{-2} [A]^{-1}$ y se mide, en el SI, en **weber** (Wb),

nombre dado en honor del físico alemán W. E. Weber (1804 – 1891). En muchos libros se suele expresar B en Wb m^{-2} (14.33), pero como indicamos a esta unidad se le llama tesla.

Las líneas B correspondientes a todos los circuitos que hemos resuelto como ejercicios, presentan una propiedad que es común a cualquier circuito o distribución de corrientes: *las líneas del campo B son continuas*. Al contrario de las líneas del campo electrostático, las de B no tienen ni principio ni fin. Esto significa que no existen «cargas magnéticas» libres o «polos magnéticos» libres; esta propiedad tiene una gran importancia en el Electromagnetismo. Expresemos este hecho experimental en forma matemática adecuada (11.46).

Sea una superficie cerrada S alrededor de un cierto volumen V ; como las líneas de B son continuas, el mismo número de ellas que entren en el volumen V , saldrán de él, luego:

$$\int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (14.34)$$

Esta es una de las ecuaciones fundamentales del campo electromagnético o **ecuación de Maxwell**, enunciada en forma integral, válida tanto en situaciones estacionarias como dinámicas.

La demostración de (14.34) es complicada y no creemos adecuado darla a este nivel. Es más importante comprobar que se verifica para ciertos casos particulares, por ejemplo en el ejercicio 14.4, y sobre todo extraer de la misma todo el contenido físico que encierra. Insistimos de nuevo en su significado físico (14.34).

Comparando (14.34) con la correspondiente al campo eléctrico (12.26) se deduce que *no existen monopolos magnéticos libres, es decir «cargas magnéticas» libres*. Quizás la actitud más abierta sería decir que por el momento no se han descubierto. Como consecuencia, las líneas del campo B , siempre son cerradas, en el ejercicio 14.4 ésto resulta evidente, en los siguientes no lo parece, pero es que para no complicar el dibujo sólo se han dibujado una parte de las líneas de fuerza, además que algunas de ellas se cierran por el infinito. Realmente las líneas de campo deben ser cerradas ya que toda línea debe ser continua, en una región libre de cargas, ¿por qué?, y al no existir monopolos magnéticos libres no pueden tener ni principio ni fin. Las de campo electrostático salen de las cargas positivas y terminan en las negativas.

TEOREMA DE AMPERE

Para tener completamente caracterizado al campo magnetostático, necesitamos conocer la circulación de B a lo largo de una línea cerrada. La expresión que

nos da dicha circulación se conoce con el nombre de **teorema de Ampère**.

Vamos a deducirlo para un caso particular y posteriormente generalizaremos el resultado. Nos interesa más estudiar su significado y consecuencias, que demostrarlo de forma rigurosa para el caso general, ya que dicha demostración no se encuentra al alcance de un alumno del nivel a que va dirigido este texto.

Consideremos el caso particular estudiado en el ejercicio 14.4: un conductor rectilíneo indefinido recorrido por una *corriente estacionaria* i . Calculemos la circulación de B a lo largo de una circunferencia de radio r centrada en el conductor (Fig. 14.27).

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint B \, dl = B \oint dl = B \, 2 \pi r$$

si sustituimos B por su valor (14.24):

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i \quad (14.35)$$

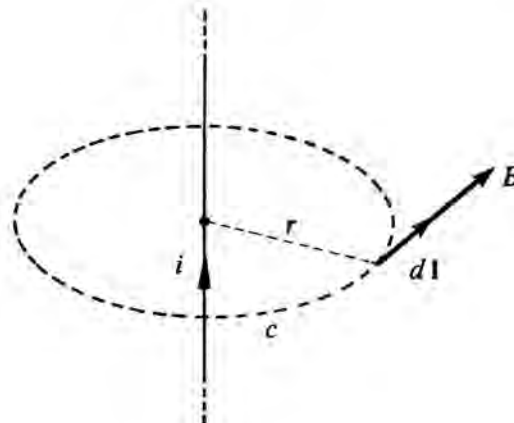


FIG. 14.27

Esta ecuación, válida para cualquier curva c sobre la que se calcule la circulación y para cualquier geometría del conductor, se conoce con el nombre de **Teorema de Ampère** e indica: «La circulación del campo magnetostático a lo largo de una curva arbitraria, que encierre a un conjunto de corrientes, es igual a μ_0 por la suma algebraica de las intensidades de corrientes encerradas por la misma» (Fig. 14.28).

Para introducir el signo de cada una de las corrientes se puede aplicar la regla de la mano derecha: con los dedos de dicha mano se indica el sentido en que se toma la circulación, las corrientes que llevan el sentido del dedo pulgar son positivas, las otras negativas. Vemos que sólo cooperan a la circulación las corrientes encerradas por la curva c , sin embargo al valor del campo B en los puntos de dicha curva y fuera de ella, cooperan todas; es lo mismo que ocurría con el teorema de Gauss con las cargas encerradas por la

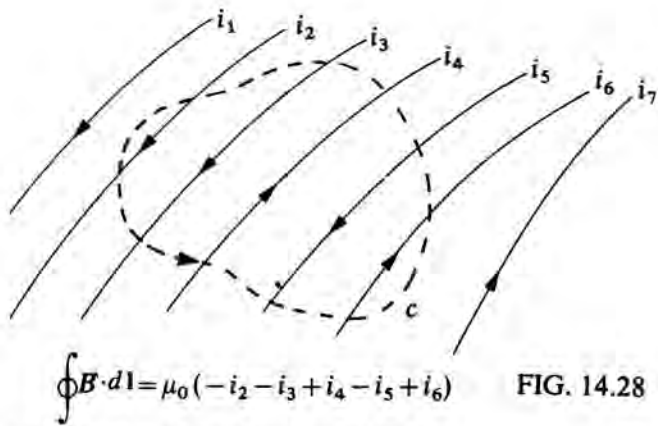


FIG. 14.28

superficie y las que estaban fuera de ella.

Desde el punto de vista de la teoría de campos, (14.35) indica que *el campo magnetostático no es conservativo, ¿por qué?* Y que *las fuentes escalares de dicho campo son las corrientes eléctricas*, como ya sabíamos.

El teorema de Ampère expresado según (14.35) sólo es válido en situaciones estáticas, por lo tanto no es una de las ecuaciones fundamentales del campo electromagnético. En (§ 17.3) estudiaremos como hay que modificar su enunciado para que sea válido en situaciones dinámicas.

Tenemos que resaltar, una vez más, que para poder conocer el campo magnetostático creado por una distribución de corrientes, hay que resolver simultáneamente —con las condiciones de contorno adecuadas— (14.34) y (14.35). No obstante, en muchos libros elementales se suele indicar que a partir del Teorema de Ampère (14.35) —y como una de sus principales aplicaciones— es posible calcular el campo creado por una distribución. Entre ambas afirmaciones no existe contradicción alguna, ya que la segunda es cierta cuando la distribución presenta simetrías que nos permiten determinar a priori la dirección del campo, por meras consideraciones físicas basadas en la simetría existente; posteriormente, a partir de (14.35) se calcula el módulo de campo.

Los ejercicios anteriores se pueden resolver de forma mucho más simple aplicando el teorema de Ampère, que de la manera que se han resuelto a partir de la definición de **B** (14.20).

Una duda importante que puede asaltar al alumno es: *¿Cómo hemos hablado de energía potencial en (14.13) si el campo magnético no es conservativo?* Analicemos la cuestión en situaciones estáticas; en las dinámicas, el argumento que se puede utilizar es el mismo, pero aplicado al Teorema de Ampère generalizado (15.54), en vez

de hacerlo al Teorema de Ampère. Según éste: $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 i$. Si elegimos la curva *c*, a lo largo de la cual se calcula la circulación, de manera que no encierre a ningún conductor: $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0$, que no

implica que no existan las corrientes (ya que de ser así no se crearía campo alguno), sino simplemente que la curva *c* no encierra a las fuentes del campo magnetostático. Luego en aquellas regiones del

espacio en los que no se encuentren las fuentes de **B**, se puede definir una energía potencial magnética, ya que en las mismas la circulación de **B** a lo largo de cualquier curva *c* es nula. Pero no podremos caracterizar al espacio mediante el campo escalar *U*, ¿por qué?

*** Ejercicio 14.7**

Un cable coaxial está formado por un conductor cilíndrico de radio R_1 rodeado por otro conductor, también cilíndrico, cuyo radio interior es R_2 y el exterior R_3 (Fig. 14.29). Ambos conductores están recorridos por corrientes estacionarias iguales y de sentidos contrarios. La densidad de corriente se considera uniforme en ambos conductores. Calcular la inducción magnética **B** para todo valor de *r*, *r* es una variable que expresa la distancia de cualquier punto del espacio al centro del cable coaxial. Dibujar *B*(*r*).

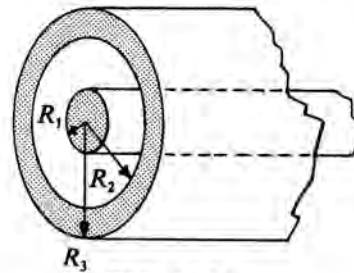


FIG. 14.29

Solución:

Representemos una sección recta del cable coaxial (Fig. 14.30). Se trata de un ejercicio en el que dada la simetría existente, las líneas de **B** deben ser circunferenciales centradas a lo largo del eje cilíndrico, el campo presenta simetría radial: *B*(*r*). Es uno de los casos en que el módulo de *B* se puede calcular a partir del teorema de Ampère.

El valor de **B** para las diferentes regiones que se pueden distinguir para *r*, dada la estructura del sistema, es:

a) $r < R_1$. Dada la simetría del campo, elegimos como curva para calcular la circulación, una circunferencia de radio *r* concéntrica con la corriente.

$$\oint_{c_1} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B \oint_{c_1} dl = B \cdot 2\pi r \quad (14.36)$$

Esta circulación es igual al producto de μ_0 por la corriente encerrada por la curva *c*₁. Como la densidad de corriente es uniforme,

$$i = \int_{S_x} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int_{S_x} J dS = J \int_{S_x} dS = J S \quad \mathbf{J} = \frac{i}{S} = \frac{i'}{S'} \quad (14.37)$$

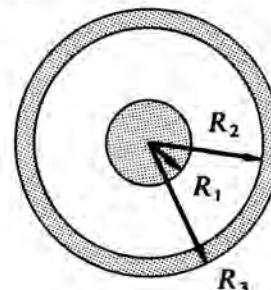


FIG. 14.30

S' representa el área encerrada por la curva c_1 y S la correspondiente al contorno del conductor interior. Por lo tanto:

$$i' = \frac{\pi r^2}{\pi R_1^2} i = \left(\frac{r}{R_1}\right)^2 i \quad (14.38)$$

Sustituyendo (14.36), (14.37) y (14.38) en (14.35):

$$B = \frac{\mu_0 r i}{2\pi R_1^2} \quad (14.39)$$

su dirección, como ya indicamos, es tangente a las circunferencias concéntricas que constituyen sus líneas de fuerza; el sentido viene determinado por la regla de la mano derecha.

b) $R_1 < r < R_2$. Aplicando el teorema de Ampère a la curva c_2 ,

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 i, \quad (14.40)$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

que coincide con el valor encontrado anteriormente para un conductor rectilíneo indefinido, recorrido por una corriente estacionaria i . Luego para los puntos de la región que nos ocupa, el campo magnético es el mismo que se crearía si toda la corriente se encontrara concentrada a lo largo del eje del conductor cilíndrico.

c) $R_2 < r < R_3$. Aplicamos de nuevo el teorema de Ampère a una circunferencia concéntrica, c_3 , con el eje del cable.

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 i^* \quad (14.41)$$

i^* es la corriente encerrada por la curva c_3 : $i^* = i''$, donde i'' representa la parte de corriente encerrada correspondiente al conductor cilíndrico exterior. $i'' < i$, ¿por qué el signo menos?; i'' se calcula del mismo modo que hicimos con i en el apartado a):

$$i'' = \frac{\pi(r^2 - R_2^2)}{\pi(R_3^2 - R_2^2)} i$$

por lo tanto:

$$i^* = i \left[1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} \right] = \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2} i \quad (14.42)$$

Sustituyendo (14.42) en (14.41):

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \frac{R_3^2 - r^2}{R_3^2 - R_2^2} i \quad (14.43)$$

d) $r < R_3$. La inducción magnética es nula, puesto que la corriente encerrada por la circunferencia c_4 lo es, al ser iguales y de sentido contrario las corrientes que atraviesan los dos conductores que forman el cable coaxial.

En la Fig. 14.31 representamos $B(r)$.

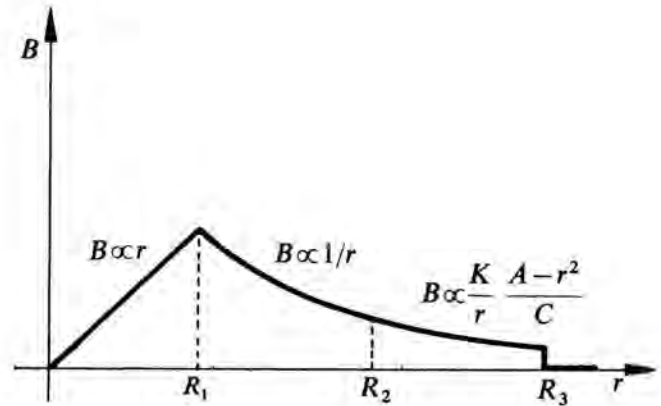


FIG. 14.31

CUESTIONES

1. Citar diferentes casos en que una carga en movimiento se puede encontrar sometida a una fuerza magnética y no a una eléctrica, y viceversa.
2. ¿Cuáles son los agentes sensibles para \mathbf{B} ?
3. Significado físico de \mathbf{B} . Recordar la cuestión 7.3.
- *4. Una carga eléctrica negativa se mueva con velocidad v_0 , paralelamente a un conductor rectilíneo por el que circula una corriente i . Interpretar cualitativamente el fenómeno de interacción entre ambos con respecto de dos SRI : a) uno fijo respecto al conductor y b) otro que se mueva con la carga.
5. ¿Por qué si \mathbf{B} no es conservativo, el trabajo de la fuerza magnética es nulo a lo largo de cualquier trayectoria cerrada?
6. Justificar las siguientes características generales de la interacción magnética: a) No son fuerzas centrales, b) No son conservativas, c) Son fuerzas muy pequeñas comparadas con las eléctricas.
- *7. La expresión (14.27) parece indicar que la interacción magnética viola el principio de acción y reacción, sin embargo no es así. Justificarlo razonadamente.
8. Justificar que para un circuito plano (14.12) se puede escribir también como: $\mathbf{M} = i \Delta \mathbf{S} \times \mathbf{B}$; $\Delta \mathbf{S}$ es el área encerrada por el circuito.
- *9. En la expresión (14.12), \mathbf{B} es el campo exterior presente en el medio antes de que pase corriente por el circuito. Sin embargo, al pasar corriente por éste, el campo total ya no es aquél, ¿por qué? Justificar que el campo creado por la corriente que recorre el circuito, no produce ni fuerza, ni momento neto sobre éste; por lo tanto, se puede tomar \mathbf{B} como el campo total existente en el medio.
10. ¿Qué le puede ocurrir a un átomo al situarlo en el interior de un campo magnético uniforme? Razonarlo elementalmente a partir de los conceptos desarrollados en § 14.2.
- *11. ¿Qué efectos mecánicos le produce un campo magnético no uniforme a un circuito recorrido por una corriente?
- *12. Justificar que dos espiras paralelas recorridas por corrientes en el mismo sentido se atraen de la misma forma que dos imanes situados en las proximidades uno de otro, pero con el polo norte de uno enfrentado al sur del otro. ¿Qué ocurre si las corrientes van en sentidos contrarios?

13. ¿Qué es un solenoide ideal? ¿Cuáles son las características del campo magnético que crea?
14. Diferencias y analogías entre el campo electrostático y el magnetostático. Comentarlas razonadamente.
- *15. Una corriente de $20/4\pi$ A, circula por un conductor rectangular. Calcular la circulación de \mathbf{B} a lo largo de cada una de las curvas indicadas en dicha figura.
- *16. Se desea cambiar la dirección de movimiento de un haz de protones en un ángulo de 60° . Suponiendo que todos los protones tienen la misma energía, indicar un procedimiento experimental para lograr la citada deflexión del haz.
17. ¿Qué base física existe para afirmar que una espira recorrida por una corriente es equivalente a un imán?

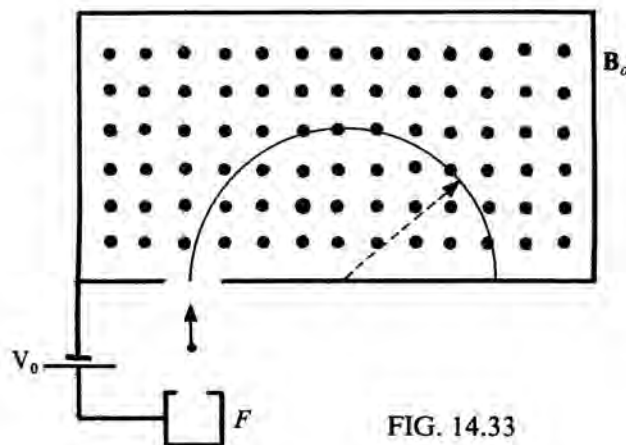


FIG. 14.33

PROBLEMAS

- *1. Un protón y una partícula α se desplazan en direcciones paralelas con la misma velocidad. En un cierto momento penetran en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme, dirigido perpendicularmente a la dirección de desplazamiento de las partículas. Calcular el cociente entre: a) los radios de las órbitas que describe cada una de ellas, b) sus frecuencias y c) sus energías.
2. Un campo magnético tiene la dirección del eje OY (14.31). Calcular la fuerza \mathbf{F} que produce sobre una carga q , $q > 0$, cuya velocidad instantánea es \mathbf{v} , para cada una de las direcciones de movimiento de ésta, indicadas en la Fig. 14.32

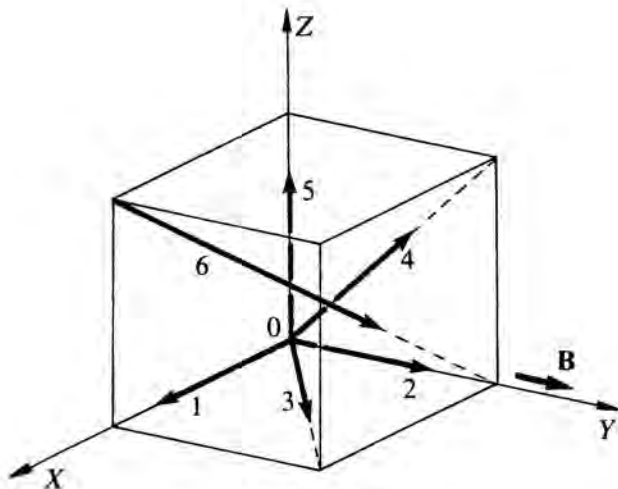


FIG. 14.32

- *3. El **espectrómetro de masas** es un dispositivo para separar isótopos; en la Fig. 14.33 se representa esquemáticamente uno de ellos. Los iones son emitidos por una fuente F y acelerados por el potencial V_0 (ejercicio 12); posteriormente penetran en una región donde existe un campo magnético uniforme \mathbf{B}_0 , perpendicular a la hoja y saliendo de ella. Justificar su principio de funcionamiento. Calcular la distancia a que se encuentran los trazos dejados sobre la placa fotográfica, por dos isótopos de un mismo elemento. Aplicar los resultados al caso de los isótopos del Zn: ^{68}Zn y ^{70}Zn .

- *4. El ciclotrón es un acelerador de partículas (protones, partículas α , deuterones, etc.) inventado por E. O. Lawrence (1901–1958) en 1931. Fundamentalmente, consta de una cavidad cilíndrica conductora dividida en dos mitades en forma de D_1 y D_2 , que se colocan en el seno de un campo magnético B creado por un potente electroimán; el campo es paralelo al eje de la cavidad (Fig. 14.34). En el interior de las D se crea un grado de vacío elevado, para impedir que las partículas colisionen con las moléculas de aire. Las dos cavidades se encuentran aisladas eléctricamente entre sí. Una fuente de iones F , o de partículas, se coloca en el centro de las D . A estas se le aplica una diferencia de potencial alterna: $V_0 \sin \omega_{ost}$.
 - a) Razonar el principio básico de funcionamiento de este acelerador.
 - b) Suponiendo conocidos \mathbf{B} , q , m , calcular la frecuencia angular (ω_{ost}) de la tensión alterna aplicada para asegurara un funcionamiento correcto.
 - c) Si R es el radio del ciclotrón, calcular la velocidad y energía máximas con que salen las partículas.
 - d) ¿Cuántas vueltas completas deben de dar las partículas en el interior de las D para que salgan con dicha energía, si la amplitud de la tensión aplicada es V_0 ? Se desprecian las correcciones relativistas, es decir, a pesar de su elevada velocidad, se considera que la masa de las partículas permanece constante.
- *5. Repetir el ejercicio 14.1 suponiendo que la partícula penetra en la región donde existe \mathbf{B} con una velocidad v_0 que forma un ángulo θ con la dirección del campo. Razonar cualitativamente que ocurre si el campo no es uniforme.
- *6. Por un conductor rectilíneo indefinido circula una corriente estacionaria i ; en sus proximidades, a una distancia a , se encuentra un conductor rectangular de

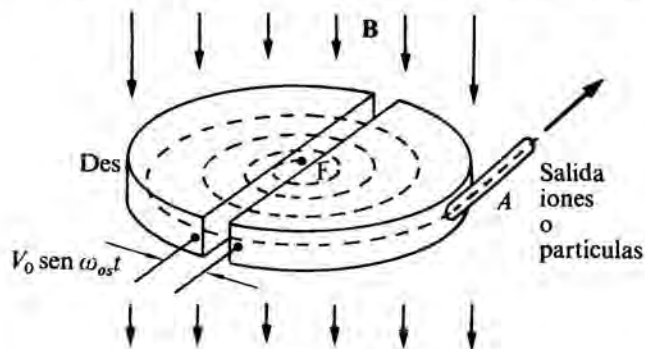
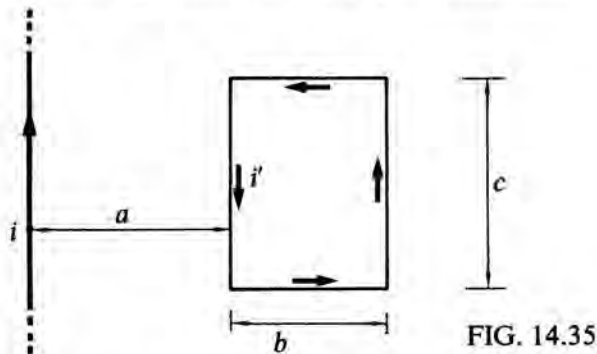
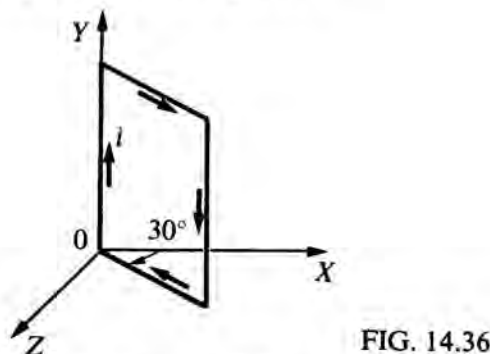


FIG. 14.34

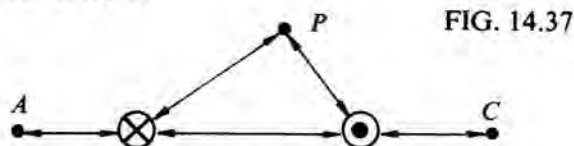
dimensiones $b \times c$, recorrido por una corriente estacionaria i' (Fig. 14.35). Calcular la fuerza neta y el momento que actúa sobre este segundo conductor.



- *7. Una espira de 10 cm de radio y 150 vueltas es recorrida por una corriente de 10^{-2} A. ¿Cuál es el momento máximo que puede actuar sobre ella, al colocarla en el seno de un campo magnético uniforme de 0,2 T?
- *8. Un circuito rectangular (Fig. 14.36), puede girar alrededor del eje OY . Dicho circuito es recorrido por una corriente de 10 A en la dirección indicada. a) Si el conductor se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme de 0,2 T paralelo al eje OX , calcular la fuerza que actúa sobre cada lado del circuito, así como el momento del par necesario para mantenerlo en la posición mostrada en la figura. b) Repetir el apartado anterior, pero suponiendo ahora que el circuito se encuentra en una posición paralela al eje OZ . c) ¿Qué momento se necesitaría aplicar si el circuito pudiese girar alrededor de un eje que pasase por su centro y fuese paralelo al eje OY ?

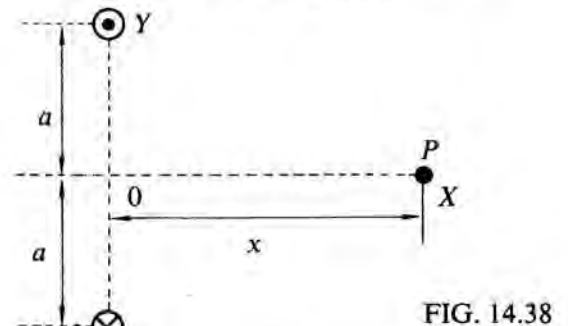


- *9. Se dispone de dos conductores rectilíneos paralelos e indefinidos, separados 100 cm (Fig. 14.37). El conductor superior es recorrido por una corriente -que penetra en el plano de la figura- de 6 A. a) ¿Cuál debe ser la magnitud y sentido de la corriente en i_2 , para que sea nulo el campo magnético resultante en P ? b) En este caso, ¿cuánto vale el campo B en los puntos A y C ?

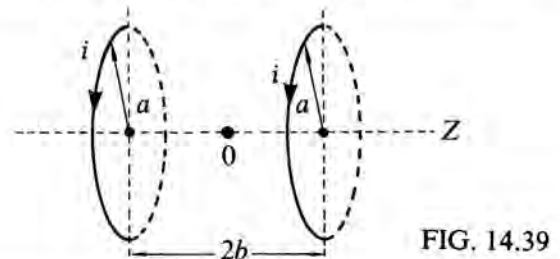


10. En la Fig. 14.38 se representa n, en sección, dos conductores paralelos indefinidos perpendiculares al pla-

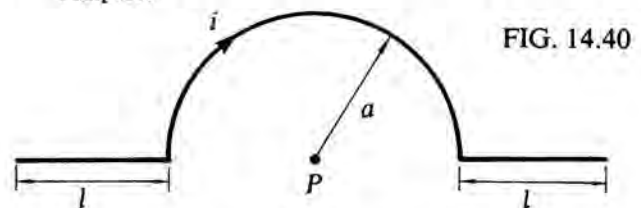
no XY , cada uno de ellos lleva una corriente i , pero circulan en sentido contrarios. a) Calcular el campo B existente en el punto P . b) Dibujar $B(x)$, para cualquier punto P situado sobre el eje OX . c) ¿Para qué valor de x dicho campo es máximo? d) Repetir el problema para los puntos del eje OY .



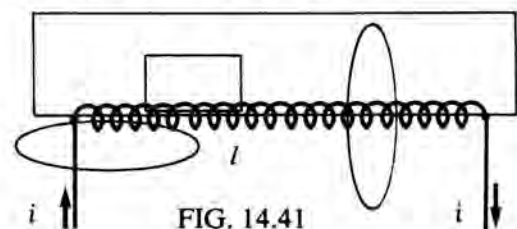
- *11. Dos espiras de radio a recorridas por sendas corrientes i , iguales y en el mismo sentido (Fig. 14.39), se encuentran separadas una distancia $2b$. Calcular el campo que crean en el punto medio, si $a=2b$. Este dispositivo se denomina **carretes de Helmholtz** y se utiliza en el laboratorio para obtener un campo magnético uniforme en una pequeña región del espacio.



12. Calcular el campo creado en el punto P por un conductor de la geometría indicada en la Fig. 14.40 por el que pasa una corriente i .
13. Resolver el ejercicio 14.4 utilizando el teorema de Ampère.
14. Resolver el ejercicio 14.6 utilizando el teorema de Ampere.



- *15. Dado un solenoide (Fig. 14.41) de N espiras y longitud l , por las que circula una corriente i , de forma que el campo creado va en el sentido positivo del eje OZ . Calcular la circulación de B para cada una de las curvas indicadas en la figura.



CAMPO ELECTROMAGNETICO

Hasta ahora, hemos considerado fenómenos eléctricos asociados a cargas en reposo y fenómenos magnéticos debidos a corrientes estacionarias. Ya nos encontramos, pues, en condiciones de abordar el caso general de situaciones dinámicas. En ellas, las diferentes magnitudes que caracterizan a los fenómenos son función del tiempo, además sus variaciones son lo suficientemente rápidas, como para que no se puedan despreciar sus derivadas temporales. Comprobaremos que en estas situaciones los fenómenos eléctricos y magnéticos no son separables, al contrario de lo que ocurría en las estáticas; los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} dependen uno de otro, por ello se habla de campo electromagnético.

Nos interesa tratar sólo los aspectos conceptuales básicos, relacionados con los fenómenos electromagnéticos. Por ello, incidiremos muy poco en las aplicaciones de los mismos, a pesar de que tienen gran importancia práctica; pero creemos que para un texto de conceptos básicos como éste, son menos relevantes.

Queremos que el alumno llegue a captar el significado físico de los fenómenos más característicos, por ello no nos interesa demasiado presentar un elevado grado de formalización. Introduciremos los conceptos mediante sencillos experimentos o mediante razonamientos aplicados a situaciones particulares, luego extenderemos su validez –sin demostrarlo– a casos completamente generales. Las razones para seguir este enfoque son las mismas que indicamos en la introducción del capítulo anterior.

El objetivo más importante que nos proponemos es llegar a entender bien el fenómeno de la inducción electromagnética (§ 15.1) y quizás un poco menos, el teorema de Ampère generalizado (§ 15.5), ya que se trata de un fenómeno más difícil de visualizar. De ese modo, dispondremos de la formulación integral de las ecuaciones de Maxwell (§ 15.5), que son las fundamentales del campo electromagnético. Como ya hemos indicado varias veces, estudiamos los fenómenos en el vacío, no en presencia de medios materiales.

También caracterizaremos a las bobinas, que al considerarlas como elemento de circuito se denominan **inductores**, mediante unos coeficientes de inducción (§ 15.2). Estos nos permitirán establecer una analogía formal con el tratamiento desarrollado para los capacitores (§ 11.5). Las cuestiones energéticas relacionadas con el campo magnético las trataremos de forma análoga a las del campo electrostático, aunque somos conscientes de su mayor dificultad.

Como aplicación de (§ 15.1) estudiaremos el principio básico de funcionamiento de los generadores eléctricos convencionales (§ 15.3), así como la manera de caracterizar a una tensión o corriente (señal) variable con el tiempo. También como aplicación de diferentes conceptos estudiados en capítulos anteriores y en éste, trataremos el comportamiento de los elementos básicos de circuito (resistores, capacitores e inductores), ante señales alternas sinusoidales (§ 15.4).

Queremos resaltar que no consideramos fundamental el análisis de circuitos de corriente alterna. Dicho análisis no presupone ningún concepto básico nuevo, ya que es una pura técnica de cálculo sin grandes dificultades. Cuando los alumnos necesiten utilizarla la pueden aprender rápidamente, consultando cualquier texto de Ingeniería Eléctrica.

Suponemos al desarrollar este capítulo, que los alumnos no tienen ningún conocimiento previo sobre él; simplemente que han estudiado los tres anteriores de este texto.

Los resultados de este capítulo los utilizaremos al considerar las Ondas Electromagnéticas (capítulo XVII) y la Electrónica (capítulo XXI).

§ 15.1 FENOMENO DE INDUCCION ELECTROMAGNETICA: LEY DE FARADAY – LENZ

Creemos que es interesante para la formación del alumno, comenzar con un breve desarrollo histórico sobre la evolución de los conocimientos acerca de los fenómenos eléctricos y magnéticos.

Hasta el s. XIX, los conocimientos que se tenían acerca

de los fenómenos eléctricos y magnéticos eran completamente fragmentados (no se relacionaban entre sí) y en cierto modo constituían una actividad recreativa más que científica. El único conocimiento al que se le había buscado una aplicación práctica era a la brújula, usada por los navegantes para su orientación. En el s. XIX, los trabajos de M. Faraday (1791–1867) fueron la base que dieron lugar a la invención de los generadores y motores eléctricos, a vislumbrar las posibilidades de las ondas de radio, y a hacer evidentes la importancia de las fuerzas y las cargas eléctricas en la Química.

En un principio Faraday se había dedicado a la Química, donde hizo grandes aportaciones (por ejemplo, el estudio cuantitativo de la electrólisis). En 1820, la atención del mundo científico fue captada por el fenómeno del electromagnetismo. El físico danés H. Ch. Oersted (1777–1851), al realizar una demostración experimental en clase, observó que una brújula era desviada al encontrarse en las proximidades de un conductor, por el que pasaba una corriente; la brújula tendía a ponerse perpendicularmente al conductor (Fig. 15.1). Este experimento tan simple, y casual, permitió descubrir, como ya dijimos, la primera conexión entre la electricidad y el magnetismo: *los fenómenos magnéticos son producidos por las corrientes eléctricas, o sea, por las cargas en movimiento*. Hasta entonces se pensaba que los fenómenos magnéticos eran debidos exclusivamente a los imanes.

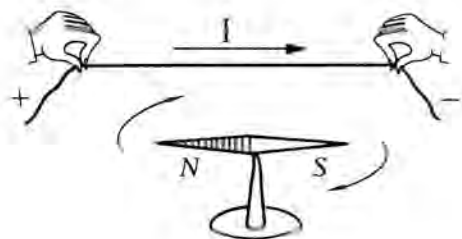


FIG. 15.1

Los efectos magnéticos de las corrientes eléctricas fueron estudiados por los físicos franceses J. B. Biot (1774–1862) y F. Savart (1791–1841), así como por A. M. Ampère (1775–1836). M. Faraday se interesó por esta clase de fenómenos. Su manera de pensar en términos de campos magnéticos, líneas de campo y flujo magnético resultaron revolucionarias, y de una gran visión científica, pues aún permanecen como la forma más elegante y moderna (§ 7.1) de abordar los fenómenos físicos en general. Según Faraday, Oersted *había descubierto que una corriente eléctrica crea un campo magnético en el espacio que le rodea*. La fuerza sobre la brújula es debida al campo que existe en la región donde ésta se encuentra; la fuerza tiende a alinearla con este campo magnético.

El día de Navidad de 1821, Faraday demostró experimentalmente que un campo magnético ejerce una fuerza sobre un conductor recorrido por una corriente. Esta fuerza siempre era perpendicular al conductor y al campo magnético (14.9). Utilizando esta fuerza, Faraday demostró que se puede hacer girar a un circuito cerrado (espira) recorrido por una corriente al situarlo entre los polos de un imán: éste es el fundamento de todos los motores eléctricos.

Oersted había demostrado que una corriente eléctrica da lugar a un campo magnético. Quizá también existiese el efecto contrario: un imán (es decir, un campo magnético) podría dar lugar a una corriente eléctrica. Faraday comenzó en 1824 a trabajar en este tema, pero no detectó ningún

efecto, al situar un conductor estacionario en las proximidades de un imán que estuviese quieto.

En 1831, observó una desviación transitoria de la aguja de su detector de corriente (un galvanómetro) mientras ocurría un *cambio* o *variación*. La existencia de un cambio era la base para que apareciesen *FEM* (fuerzas electromotrices) inducidas y como consecuencia corrientes inducidas.

Al mismo tipo de experimentos se dedicaron el científico alemán, que trabajaba en Rusia, H. F. E. Lenz (1804–1865) y el maestro americano J. Henry (1797–1878), que no alcanzaron ni la gloria, ni la relevancia científica de M. Faraday.

Vamos a describir con cierto detalle, los experimentos que permitieron a Faraday y Lenz, por separado, enunciar la ley que lleva su nombre y que resume el fenómeno de la inducción electromagnética. Estos experimentos los puede realizar el alumno en el laboratorio, bajo la dirección del profesor, y pensamos que sería la mayor aportación a su formación, más que limitarse a oírlos en clase y a tomar una serie de fórmulas de la pizarra.

a) Supongamos que disponemos de un imán y de una bobina (un hilo de cobre de 1 m de longitud, por ejemplo, arrollado de manera que le demos 20 vueltas), conectada a un galvanómetro (aparato para detectar el paso de corrientes pequeñas) (Fig. 15.2; en esta figura, para facilitar el dibujo, sólo se ha representado una espira).

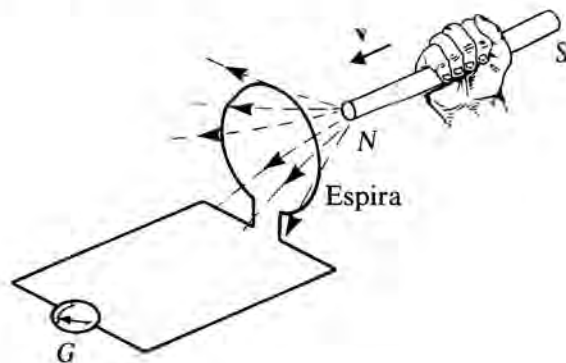


FIG. 15.2

En principio, no podemos pensar que se mueva la aguja del galvanómetro, indicando el paso de corriente, ya que no existe ninguna batería o pila en el circuito (§ 13.3), o dicho de manera más formal no existe una *FEM*, en el mismo.

Movamos el imán de forma que la bobina corte el mayor número posible de líneas de fuerza del campo creado por aquél, ¿en qué dirección habrá que moverlo? Se observa que *mientras, el imán se encuentre en movimiento*, la aguja del galvanómetro se desvía, indicando el paso de corriente por el circuito. Si deja de moverse el imán, la aguja no se desvía.

Al realizar el experimento es interesante comprobar cómo depende la desviación de la aguja de: a) la velocidad con que se mueve el imán; b) del número de vueltas que tenga la bobina, y c) de la intensidad del imán. Fijémonos que *en ningún instante existe contacto físico entre la bobina y el imán.*

Si realizamos el experimento, llegaremos a las siguientes conclusiones: 1ª) A medida que movamos más aprisa el imán, tanto acercándolo como alejándolo de la bobina, la *FEM* inducida (indicada por la desviación de la aguja) es mayor. 2ª) Para una cierta velocidad de movimiento del imán, la *FEM* inducida es mayor cuantas más vueltas tenga la bobina. 3ª) Para una velocidad determinada, y una cierta bobina, la *FEM* es independiente de la intensidad del imán, es decir, del campo magnético que éste crea. ¿Qué diferencia se observa, si a igualdad de todas las demás variables se aleja el imán, en vez de acercarlo? Al mismo resultado se llega si se mantiene fijo el imán y se mueve el conductor. Como la causa de que circule una corriente por un circuito, siempre es la presencia en el mismo de una *FEM* (§ 13.3), decimos que *como consecuencia del movimiento relativo de la bobina y el imán, se induce en aquélla una FEM.*

b) Coloquemos dos circuitos, uno en las proximidades de otro. En uno de ellos hay una pila –por lo tanto una *FEM*–, un interruptor y una resistencia (simplemente para proteger al circuito y evitar que se queme como consecuencia del calor disipado por efecto Joule). El otro simplemente está unido a un galvanómetro; el montaje se representa esquemáticamente en la Fig. 15.3. Cuando el interruptor está abierto, no circula corriente por ninguno de los dos circuitos. Al cerrar el interruptor en el (1) se aprecia una *desviación momentánea* en el galvanómetro, que cesa cuando la corriente en (1) ha alcanzado su valor estacionario: $i = \mathcal{E} / R + r$. Al abrir el interruptor y cesar la corriente en (1), se observa también una desviación en el galvanómetro, pero en sentido contrario al caso anterior.

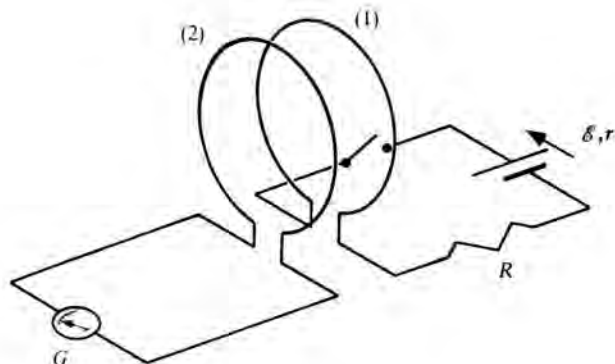


FIG. 15.3

El experimento nos indica que *se ha inducido una FEM en el circuito (2), mientras ha estado variando la corriente en el (1).* De nuevo el parámetro significativo es la velocidad con que varía la corriente al abrir o cerrar el interruptor, no su mayor o menor intensidad.

c) Otro experimento que podemos realizar consiste en disponer también de dos circuitos como en el caso anterior, pero el (1) sin el interruptor, por lo tanto por él pasa una corriente que no varía con el tiempo. El circuito (2) es exactamente el mismo que en la experiencia anterior. Si mediante algún procedimiento movemos el circuito (1) respecto al (2) se observará una desviación permanente en el galvanómetro, *mientras se está acercando*, que es tanto mayor cuanto más grande sea la velocidad de aproximación. Esta desviación no depende del valor de la corriente constante (1) y es tanto mayor cuantas más espiras tiene el circuito (2).

Si en vez de acercarse se aleja, la desviación en el galvanómetro tiene lugar en sentido contrario. Esta experiencia se ha ilustrado en la Fig. 15.4, en la que se ha representado también el sentido de la corriente inducida, en cada uno de los dos casos.

Intentemos analizar todas estas experiencias con objeto de llegar a una ley que las explique, y lo que es más importante, nos permita predecir fenómenos análogos. En todas ellas existe un flujo de campo magnético (14.33), a través de la bobina o del circuito (2), es decir, de una superficie abierta. En los experimentos (a) y (c) esta variación del flujo (de las líneas del campo **B** que atraviesan el circuito) es debida al movimiento del imán o del circuito (1); esto se ve claramente en la Fig. 15.4, en la que se han dibujado las líneas del campo **B**, creado por la espira (1) (Fig. 14.20, a). En el experimento (b) la variación del flujo es debida a la existencia de un **B**(*t*), creado por la corriente estacionaria, al variar desde *i* hasta cero (lo que ocurre al abrir el interruptor), o desde cero hasta *i*, sobre este punto más difícil para el alumno, le sugerimos que consulte el problema 16. El circuito en el que se induce la *FEM* no distingue la causa de variación del flujo, sólo que éste cambia en el tiempo. Luego, podemos formular el valor de la magnitud de la *FEM* inducida:

$$\mathcal{E} = \frac{d(N \Phi_B)}{dt} \quad , \quad \Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (15.1)$$

Superficie abierta limitada por el contorno del circuito.

donde *N* es el número de espiras del circuito donde se induce la *FEM*. En la expresión matemática del flujo (15.1) hemos indicado explícitamente que dicha magnitud hay que calcularla a través de la superficie abierta limitada por el circuito, o para ser precisos (§ 15.5) a través de cualquier superficie abierta que se

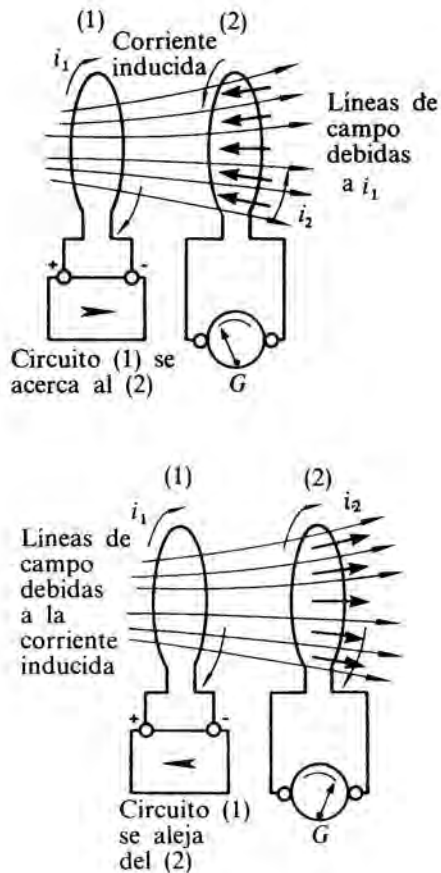


FIG. 15.4

apoye en el contorno del circuito. Insistimos en que la superficie es abierta porque sabemos (14.34) que el flujo Φ_B a través de una superficie cerrada siempre es nulo, y que ésta es una de las ecuaciones fundamentales del electromagnetismo.

La expresión (15.1) se conoce con el nombre de **ley de Faraday de la inducción electromagnética**. Tal como la hemos enunciado sólo nos da el valor de la *FEM* inducida, no su sentido o polaridad. Vamos a exponer cómo se puede calcular éste, para ello seguiremos el enunciado de H. F. Lenz, ya que aunque Faraday también determinó el sentido, no lo hizo de la forma simple y precisa de Lenz.

El enunciado de Lenz, sobre el sentido de la *FEM* inducida, es un ejemplo del teorema de conservación de la energía (cuestión 2). Según Lenz, *la FEM inducida tiene un sentido tal que tiende a oponerse a las causas que la ocasionan* (es decir, al movimiento relativo de los circuitos, del imán y del circuito o la variación del campo magnético con el tiempo).

Consideremos el experimento de la Fig. 15.2 en el que acercamos a la bobina el polo norte de un imán, ¿cuál es el sentido de la *FEM* inducida? Según la ley de Lenz, la *FEM* originará una corriente inducida en la bobina en un sentido tal que de lugar a su vez a un

campo magnético, que se oponga a la causa (acercamiento del imán) que la ha creado. La *FEM*, y por lo tanto la corriente, debe oponerse a que se acerque el imán, para lo cual la bobina debe comportarse como un «imán» —recordar la equivalencia entre imanes y corrientes, Fig. 14.22— que le presente su «polo» norte al imán que se acerca, de esa manera se repelerán y se opondrá a la causa que la produce (Fig. 14.22 a). Por lo tanto, se induce una *FEM* que da lugar a una corriente que circula en el sentido contrario a las agujas de un reloj. Si alejamos el imán, con su polo norte hacia la bobina, el sentido de la corriente inducida se invierte y la bobina se comporta como un «polo» sur, ¿por qué? (Fig. 14.22 b).

Otra forma de aplicar la ley de Lenz, más gráfica, consiste en considerar las líneas de campo debidas al imán $B_{\text{imán}}$. En esta interpretación, *la causa que produce la FEM inducida, es el aumento de flujo magnético a través de la superficie limitada por el contorno del circuito, al acercar el imán*. La *corriente inducida se opone a esta causa* creando a su vez otro campo magnético, B_{bobina} , cuyas líneas de fuerza vayan en sentido contrario a las debidas a $B_{\text{imán}}$ de esta forma se opone a que aumente el flujo a través de la bobina. Por lo tanto, el B_{bobina} debe ser perpendicular a la bobina, en su centro, y sentido hacia la derecha (Fig. 15.5); la corriente que da lugar a un campo en este sentido, circula en el contrario a las agujas de un reloj.

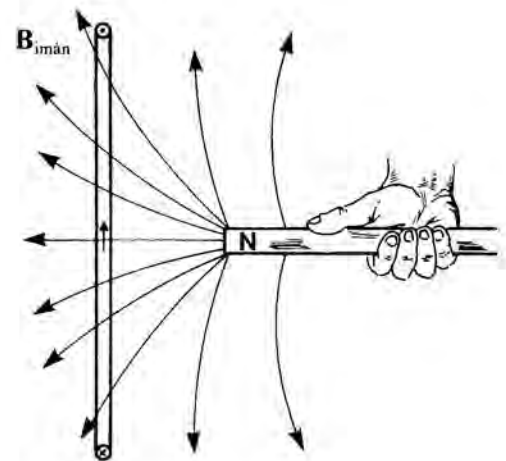


FIG. 15.5

Los enunciados de Faraday y Lenz se suelen incorporar en una única expresión que se denomina **ley de Faraday-Lenz**:

$$\mathcal{E} = - \frac{d(N \Phi_B)}{dt} \quad (15.2)$$

donde el signo menos sólo significa que la *FEM* inducida se *opone* a la causa que la produce; Φ_B representa el flujo que atraviesa una espira.

Hasta ahora sabíamos que para que circulase corriente a través de un circuito debía de existir en el mismo un generador (batería o pila), que caracterizábamos mediante su *FEM* (§ 13.3) y su resistencia interna: la *FEM* estaba localizada en el generador. Según el fenómeno de inducción electromagnética, puede circular corriente por un circuito sin que exista un generador en el mismo, pero aún en este caso *la existencia de la corriente la asociamos a una FEM inducida, que se encuentra distribuida por todo el circuito.*

* Ejercicio 15.1

Una varilla conductora de masa $m = 10$ g, longitud $l = 20$ cm y resistencia $R = 10 \Omega$, baja deslizándose por unos carriles conductores paralelos que forman un ángulo $\theta = 30^\circ$ con la horizontal. Los carriles se cierran por su parte inferior por un conductor paralelo a la varilla, tal como se indica en la Fig. 15.6. En esta región existe un campo magnético uniforme, perpendicular al plano horizontal sobre el que se apoyan los carriles. La inducción magnética B de dicho campo es igual a 1 T. El movimiento, primer es acelerado, convirtiéndose posteriormente en uniforme. Razónese físicamente porqué ocurre esto. Calcúlese la velocidad de la varilla, la *FEM* inducida en sus extremos y la corriente que pasa por el circuito cuando el movimiento de la varilla es uniforme. Se desprecia el rozamiento entre la varilla y los carriles y la resistencia eléctrica de éstos y del conductor inferior.

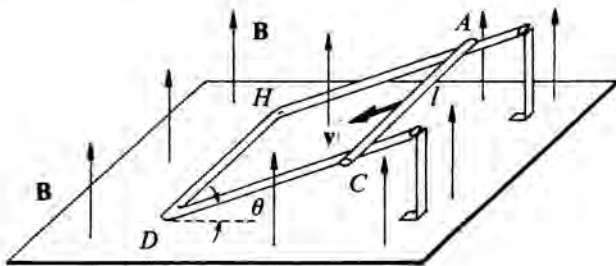


FIG. 15.6

Solución:

Analicemos en primer lugar el fenómeno físico que tiene lugar en este ejercicio. El problema no es simple de resolver, pero creemos que explicándolo detallada y razonadamente, puede estar al alcance del alumno y le servirá para comprender una serie de conceptos físicos importantes que incluye.

Nos indican que el movimiento de la varilla es inicialmente acelerado, veamos cómo puede ser esto. Que el movimiento sea acelerado significa que su aceleración no es constante y por lo tanto que tampoco lo es la fuerza neta que actúa sobre la varilla. Las fuerzas que actúan sobre la varilla son su peso, P , y la fuerza que ejercen los carriles sobre ella, N . En el instante en que se pone en movimiento la varilla no actúan más fuerzas. Al comenzar a deslizarse, el

circuito rectangular $ACDH$ disminuye la superficie que encierra; dicha superficie es atravesada por las líneas de fuerza del campo magnético B , por lo tanto varía el flujo encerrado por el circuito, a pesar de ser uniforme el campo. Esta era una causa de variación de Φ_B , que no habíamos considerado en la teoría anterior, pero que sirve para insistir en que (15.2) es válida sea cual fuere la causa que produce la variación de Φ_B .

Al variar el flujo, se induce una *FEM* cuyo sentido nos da la Ley de Lenz. La causa que la ocasiona es la disminución de Φ_B ; luego, *la corriente inducida debe tener un sentido tal que el campo que cree $B_{inducido}$ vaya en el mismo sentido que B , para que no disminuya el flujo a través de $ACDH$.* Luego, el sentido es $AHDC$, es decir el contrario de las agujas de un reloj. En la varilla conductora circulará en el sentido de C a A . Como ésta bajaba con movimiento acelerado, la variación de Φ_B respecto al tiempo será —en principio— cada vez mayor.

Ahora bien, al comenzar a circular una corriente, actuarán sobre las distintas partes del circuito una fuerza magnética, (14.9). La fuerza que actúa sobre la varilla —sobre el resto del circuito no tienen ninguna influencia al ser rígidas e inmóviles— tiene una componente que va en sentido contrario a la del peso que la hace deslizar (Fig. 15.7). La ecuación de movimiento de la varilla será:

$$\begin{aligned} P \sin \theta - F_B \cos \theta &= ma \\ N - P \cos \theta - F_B \sin \theta &= 0 \end{aligned} \quad (15.3)$$

Analicemos la primera de estas ecuaciones: F_B es una fuerza que en los «primeros instantes» es variable; aumenta en el transcurso del tiempo. En efecto:

$$\begin{aligned} d\Phi_B &= \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = B dS \cos \theta \\ \mathcal{E} &= B \cos \theta \frac{dS}{dt} = B \cos \theta l \frac{dx}{dt} \end{aligned} \quad (15.4)$$

donde x es la distancia a que se encuentra la varilla, en cada instante, del conductor paralelo HD por el que se cierran los carriles conductores paralelos; dx/dt representa la velocidad con que desciende la varilla, ¿por qué? Como el único tramo del circuito que tiene una resistencia no despreciable, es la varilla móvil: $i = \mathcal{E}/R$.

$$i = \frac{B}{R} \cos \theta l \frac{dx}{dt} \quad (15.5)$$

¿se complicaría mucho el ejercicio, si se tuviese en cuenta la resistencia de los carriles paralelos? Por tanto i es función del tiempo; y también lo será la fuerza magnética:

$$dF_B = i dl B, \quad F_B(t) = l B i(t) \quad (15.6)$$

Es decir, la fuerza magnética va aumentando con el tiempo, por lo menos al principio del movimiento de la varilla. Llevando (15.5) y (15.6) a (5.3) se obtiene:

$$P \sin \theta - \frac{B^2}{R} l^2 \cos^2 \theta \frac{dx}{dt} = ma \quad (15.7)$$

Esta ecuación nos indica que a medida que transcurre el tiempo crece el segundo sumando del primer miembro, lo cual hace que a su vez sea menor la aceleración, ¿por qué? Llegará un momento en que ésta se anule y el movimiento se hará uniforme, como se indica en el enunciado.

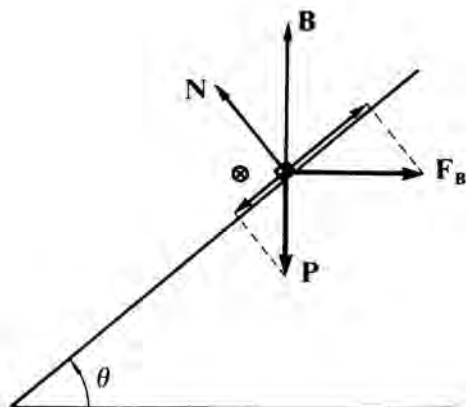


FIG. 15.7

A partir de dicho instante la velocidad será constante y valdrá, haciendo $a = 0$ en (15.7),

$$v = \frac{mg R \operatorname{sen} \theta}{B^2 l^2 \cos^2 \theta}, \quad (15.8)$$

A partir de este instante la *FEM* inducida y la intensidad permanecen constantes, ¿cómo se puede interpretar esto físicamente? Con el nivel de conocimiento matemáticos del alumno no se puede resolver la ecuación diferencial (15.7); de haberlo hecho se obtendría directamente (15.8), al alcanzar la varilla el estado estacionario. La *FEM* y la corriente inducida ya las calculamos en el transcurso de la resolución del ejercicio: (6.4) y (6.5); si las particularizamos para el estado estacionario:

$$\mathcal{E} = B l v \cos \theta = \frac{mg R}{Bl} \operatorname{tg} \theta$$

$$i = \frac{mg}{Bl} \operatorname{tg} \theta$$

Sustituyendo los valores numéricos, se obtiene:

$$v = 16,35 \text{ ms}^{-1} \quad \mathcal{E} = 2,83 \text{ V} \quad i = 0,283 \text{ A}$$

La *FEM* inducida en el circuito del ejercicio anterior, podemos pensar que se concentra en la varilla conductora *AC*. Esta interpretación resulta útil para abordar problemas en los que un conductor se mueve en el interior de un campo magnético (Fig. 15.8). En la figura se representa la componente de **B** normal al plano inclinado y sólo la parte móvil del circuito. Al ser un conductor tiene electrones libres; por moverse la varilla, estas cargas se encuentran sometidas a fuerzas del tipo: $d\mathbf{F} = dq(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$, de forma que los electrones se desplazan hacia el extremo *C* de la misma, apareciendo un exceso de cargas negativas en dicho extremo y un defecto de la misma en el otro, *A*. A medida que se produce este desplazamiento de cargas se origina un «campo eléctrico equivalente», que hace que sobre los electrones actúe una fuerza eléctrica: $d\mathbf{F} = dq \mathbf{E}_{\text{equivalente}}$. El equilibrio se alcanzará cuando

do ambas fuerzas sean iguales, es decir:

$$\mathbf{E}_{\text{equivalente}} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (15.9)$$

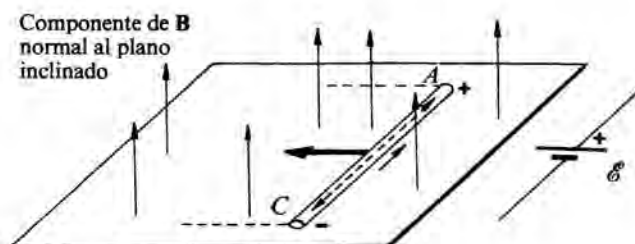


FIG. 15.8

expresión que nos indica que *siempre que existe un conductor moviéndose en el interior de un campo magnético, se crea un «campo eléctrico equivalente»*.

Recordando (13.38):

$$\mathcal{E} = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \quad (15.10)$$

Luego cuando *un conductor se mueve en el seno de un campo eléctrico se induce en sus extremos una FEM dada por (15.10)*. El sentido de la misma se deduce fácilmente a partir del «campo eléctrico equivalente». Esta interpretación es especialmente útil en muchas aplicaciones en las que no existe un circuito y por consiguiente no se puede hablar de flujo encerrado por él. En el apartado siguiente insistiremos sobre este punto.

* Ejercicio 15.2

- a) Una barra conductora de longitud *l* se mueve con velocidad uniforme *v*, en una dirección paralela a un conductor rectilíneo indefinido por el que circula una corriente constante *i* (Fig. 15.9). El extremo más próximo de la barra se encuentra a una distancia *d* del conductor. Calcular la *FEM* inducida entre los extremos del conductor móvil.

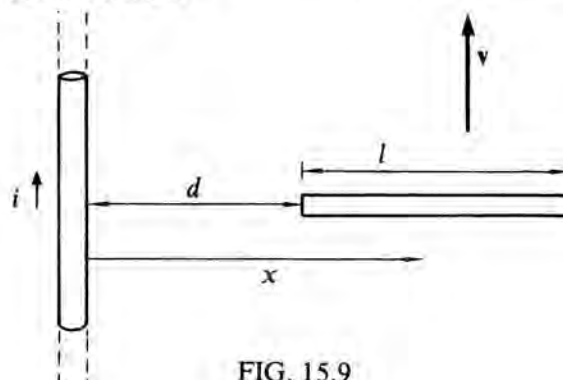


FIG. 15.9

Solución:

Se trata de un conductor moviéndose en el seno de un campo magnético, por lo tanto, se induce en sus extremos una FEM. El campo es el creado por el conductor rectilíneo indefinido (14.24). En este caso resulta cómodo utiizar (15.10) para calcular dicha FEM, ya que la expresión general (15.2) no es inmediata de aplicar; físicamente las líneas de fuerza que corta el conductor varían con el tiempo, como consecuencia de su movimiento.

El campo a que se encuentra sometida la barra es distinto para unos puntos de la misma que para otros, ya que la distancia de cada uno de ellos al conductor es diferente. Según (15.9) el sentido de la FEM inducida es tal que (Fig. 15.10) el extremo más cercano al conductor es positivo y el más alejado negativo. La magnitud de la FEM será:

$$\mathcal{E} = - \int v B dl \tag{15.11}$$

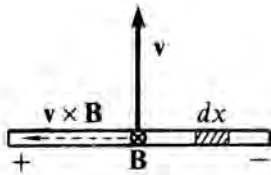


FIG. 15.10

ya que v y B son perpendiculares, y dl es paralelo y de sentido contrario al vector $v \times B$. Como v es constante, utilizando la variable x indicada en la Fig. 15.9:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -v \int_d^{d+l} \frac{\mu_0 i}{2\pi x} dx = -\mu_0 \frac{vi}{2\pi} \ln x \Big|_d^{d+l} \\ &= -\mu_0 \frac{vi}{2\pi} \ln \left(1 + \frac{l}{d} \right) \end{aligned} \tag{15.12}$$

El signo menos indica que el extremo más próximo al conductor se encuentra a un potencial mayor. ¿Cómo se hubiese resuelto el ejercicio a partir de la expresión general (15.2)?

En el caso de un conductor moviéndose en el seno de un campo magnético también se verifica, por supuesto, la ley de Lenz: «La FEM inducida es tal, que tiende a oponerse con sus efectos a la causa que la produce». En este caso la causa es el movimiento del conductor, y se opone induciendo una FEM con una polaridad tal que se oponga al movimiento relativo del conductor respecto del campo magnético.

CAMPOS MAGNETICOS VARIABLES EN EL TIEMPO

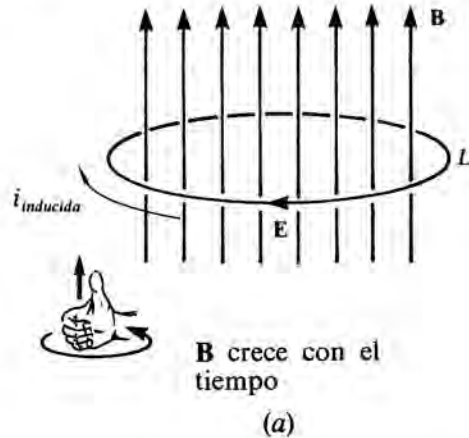
Hasta ahora hemos considerado situaciones físicas muy concretas, en las que existía un movimiento relativo entre imanes y bobinas, o entre conductores y circuitos recorridos por corrientes. Ahora abordaremos situaciones más abstractas para el alumno, pero que darán lugar a expresiones más generales que las anteriores, que quedarán como casos particulares de estas más abstractas.

La situación se refiere a la existencia, en una cierta región del espacio, de un campo magnético variable en el tiempo, $B(t)$. Este campo puede crearlo, por ejemplo, una corriente $i(t)$ que circule por un conductor. En este caso a través de una superficie imaginaria arbitraria S existirá un $\Phi_B(t)$, en dicha región del espacio se induce un campo eléctrico E , cuya circulación a lo largo de la línea que encierra a la superficie abierta S , es igual a menos la variación temporal del flujo magnético a través de S . Este resultado, que hemos introducido sin demostrar, se expresa matemáticamente según la relación:

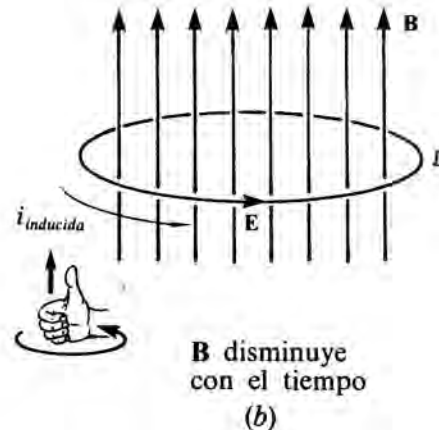
$$\oint E \cdot dl = - \frac{d}{dt} \int B \cdot dS \tag{15.13}$$

Esta expresión indica que: en toda región del espacio donde exista un $B(t)$ se induce un campo eléctrico que verifica (15.13). Hay que resaltar que la circulación ha de tomarse a lo largo de una curva sobre la que se apoye la superficie a través de la cual se calcula el flujo.

En las Figs. 15.11 a y b se indica simbólicamente, la relación que existe entre $B(t)$ y el campo eléctrico inducido. En ella imaginamos que la curva a lo largo de que se toma la circulación es una circunferencia L . ¿Puedes justificarlo aplicando la ley de Lenz?



B crece con el tiempo
(a)



B disminuye con el tiempo
(b)

FIG. 15.11

Comentemos brevemente algunas consideraciones físicas que se deducen de (15.13):

- a) Se trata de una de las ecuaciones, en forma integral, de Maxwell [§ 15.5]. Es la tercera a que hemos llegado, las otras dos

eran (12.26) y (14.34). Esta ecuación es válida tanto en situaciones dinámicas, como en estáticas. En situaciones estáticas:

$$\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0, \text{ y (15.13), se reduce a (12.18).}$$

- b) Indica que además de las cargas eléctricas (12.26), existen otras fuentes del campo eléctrico: los campos magnéticos variables en el tiempo. Aquellas fuentes son de naturaleza escalar y éstas, vectorial.
- c) El campo eléctrico en situaciones dinámicas, **no es conservativo!**, puesto que su circulación a lo largo de una trayectoria cerrada no es nula.
- d) En situaciones estáticas, como indicábamos en la introducción, las ecuaciones características de los campos se pueden separar en dos pares. Uno (12.18) y (12.26) en el que sólo interviene el campo eléctrico, denominado electrostático en dichas situaciones. El otro (14.34) y (14.35), en el que sólo interviene el campo magnetostático. La interdependencia entre \mathbf{E} y \mathbf{B} , campo electromagnético, sólo aparece cuando existen variaciones suficientemente rápidas para que las derivadas temporales que aparecen en las ecuaciones de Maxwell no sean despreciables. En este caso \mathbf{E} y \mathbf{B} dependen uno del otro; hasta ahora esta dependencia (15.13), sólo la hemos comprobado en un sentido: $\mathbf{B}(t) \rightarrow \mathbf{E}(t)$. En el sentido contrario: $\mathbf{E}(t) \rightarrow \mathbf{B}(t)$, la estudiaremos en § 15.5.
- e) Es evidente que (15.13) se reduce a (15.2) cuando la curva a lo largo de la cual se calcula la circulación coincide con el contorno de un circuito real. Justifícalo.

Antes de finalizar este apartado queremos hacer unas precisiones conceptuales sobre la Física de la inducción electromagnética. Faraday fue quien descubrió experimentalmente que la «regla del flujo» (15.2), es válida cualquiera que sea la causa por la que el flujo varía. Las fuerzas sobre las cargas eléctricas, en el caso más general, vienen dadas por (14.2). A partir de las observaciones de Faraday, se descubrió que los campos eléctricos y magnéticos están relacionados por una ley nueva: todo campo magnético variable en el tiempo genera un campo eléctrico. Este campo eléctrico es el que da lugar a una fuerza neta sobre los electrones de un conductor, y por lo tanto a que exista un movimiento neto de cargas a nivel macroscópico; es decir, una corriente eléctrica. Dicho campo es el responsable de la *FEM* inducida en un circuito estacionario, cuando existe un flujo del campo magnético variable en el tiempo. La expresión general de esta ley en forma integral es (15.13).

La «regla del flujo» sirve tanto si la variación del flujo se debe a la variación del campo, como si es debido al movimiento del circuito o a ambas causas a la vez. Dicha regla no distingue entre las diferentes posibilidades. No obstante, en nuestra interpretación de la regla hemos usado dos reglas completamente distintas para los dos casos: $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, (15.9), cuando «se mueve el circuito o un conductor» y (15.13), aplicada a superficies y líneas pequeñas, situadas alrededor de cada punto de la región del espacio, cuando «el campo varía».

Podemos interpretar la «regla del flujo» de la siguiente forma. En general, la fuerza por unidad de carga es $\mathbf{F}/q = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$. En el caso de conductores en movimiento, la fuerza proviene del segundo sumando. Si, además, el campo magnético es variable

en el tiempo, también existe un campo eléctrico y por lo tanto el primer sumando coopera a la fuerza total por unidad de carga. Ambos efectos son independientes, pero la *FEM* inducida en un circuito siempre es igual a la derivada, respecto del tiempo, del flujo magnético encerrado por el mismo.

La parte de *FEM* debida a \mathbf{E} no depende de la existencia física de un conductor, puede existir en cualquier punto del espacio. La curva a lo largo de la cual se calcula la circulación en (15.13) y la superficie que se apoya en ella, a través de la que se calcula el flujo, son imaginarias (en el sentido de que no tienen una realidad física).

* § 15.2 COEFICIENTES DE INDUCCION

El flujo magnético a través de un circuito depende del campo magnético existente en la región donde está localizado, de la forma del circuito, del estado de movimiento de éste y de las características del medio en que se encuentra inmerso. Esta última dependencia no la tomamos en consideración en nuestro estudio, puesto que ya hemos dicho que nos limitamos al estudio de los fenómenos electromagnéticos en el vacío. Con esta restricción, supongamos que el circuito sea de forma fija y que no se mueva. Si el circuito se encuentra aislado, en las condiciones anteriores, *el flujo a través de cualquier superficie que se apoye en su contorno, sólo podrá variar al hacerlo el propio campo que crea, es decir la corriente que circula por él*. Si Φ_B es el flujo total a través de cualquier superficie que se apoye en el contorno definido por el circuito:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d\Phi_B}{di} \frac{di}{dt} \quad (15.14)$$

Por definición, la variación que experimenta el flujo a través de un circuito debida a las variaciones de la corriente que lo atraviesa, le llamamos **coeficiente de autoinducción del circuito o inductancia, L** :

$$L \equiv \frac{d\Phi_B}{di} \quad (15.15)$$

Si estamos en el vacío como admitimos anteriormente, dicho coeficiente expresa la proporcionalidad entre el flujo que atraviesa un circuito y la corriente que da lugar al mismo:

$$\Phi_B = L i \quad (15.16)$$

en este caso se trata de una constante. En cualquier caso es un parámetro que *depende exclusivamente de*

las características geométricas del circuito; de forma análoga a la capacidad de un capacitor o la resistencia de un conductor, que sólo dependen de los parámetros que los definen geoméricamente.

La unidad de inductancia, en el SI, es el henrio (H): $1 \text{ H} = 1 \text{ Wb} \cdot \text{A}^{-1}$, y sus dimensiones son $[M][L]^2[T]^{-2}[A]^{-2}$. El nombre de esta unidad se propuso en honor del físico americano J. Henry quien, como dijimos, también trabajó en la caracterización experimental de los fenómenos de inducción electromagnética. Este parámetro caracteriza a una bobina a efecto de sus propiedades electromagnéticas: presencia de un campo electromagnético entre sus espiras; como C lo hace respecto de las propiedades de un capacitor: presencia de un campo eléctrico entre sus armaduras.

El henrio se define como el coeficiente de autoinducción de una bobina que al ser recorrida por una corriente de 1 A la atraviesa el flujo de 1 Wb.

Llevando (15.15) a (15.14), y teniendo en cuenta (15.2):

$$\frac{d(N\Phi_B)}{dt} = L \frac{di}{dt}, \quad \mathcal{E} = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad (15.17)$$

La FEM (15.17) recibe el nombre de *fuerza electromotriz de autoinducción*, obedece a la ley de Faraday como cualquier otra FEM inducida. Su sentido se puede calcular aplicando la ley de Lenz; en la Fig. 15.12 a se representa el correspondiente a una $i(t)$ que disminuye en el tiempo y en la Fig. 15.12 b a una que aumenta.

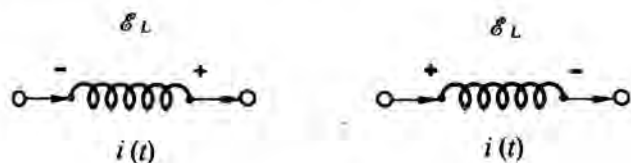


FIG. 15.12

La expresión (15.17) permite definir de otra manera la unidad de inductancia: el henrio es la inductancia de una bobina en la que se induce una FEM de 1 voltio al variar la corriente que la atraviesa en 1 amperio por segundo.

Para comprobar la validez de (15.17), resolvamos el siguiente ejercicio.

* Ejercicio 15.3

Calcular el coeficiente de autoinducción de una bobina rectilínea (solenoides) (Fig. 15.13), de longitud l , formada por N vueltas o espiras, cada una de ellas de radio R . Aplicación numérica: $l = 20 \text{ cm}$, $R = 1,27 \text{ cm}$, $N = 400$ espiras.

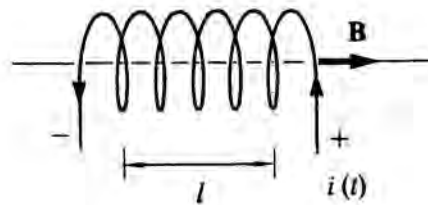


FIG. 15.13

Solución:

Según hemos definido, L es la constante de proporcionalidad entre el flujo que atraviesa la bobina y la corriente i que la recorre.

El campo creado en el interior de un solenoide ideal, o de uno real con $l \gg R$, lo calculamos en el ejercicio 14.6. Su módulo vale (14.32), su dirección y sentido se indica en la Fig. 15.13

El flujo que atraviesa el solenoide vale:

$$d\Phi = d(N\Phi_B) = N(\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}) = NB dS, \quad \Phi_B = NB \pi R^2$$

$$\Phi_B = \mu_0 \frac{N^2}{l} i \pi R^2 \quad (15.18)$$

Así pues, según (15.16):

$$L = \mu_0 \pi R^2 \frac{N^2}{l} \quad (15.19)$$

que nos confirma, por lo menos para este caso concreto, la afirmación general anterior: el coeficiente de autoinducción depende exclusivamente de las características geométricas del circuito.

También podríamos haber llegado al mismo resultado haciendo uso de (15.1)

$$\mathcal{E} = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} = -\mu_0 \frac{N^2}{l} \pi R^2 \frac{di}{dt}$$

y comparando esta expresión con (15.17).

Sustituyendo los valores numéricos: $L \approx 0,5 \text{ mH}$.

Los inductores son unos elementos de gran interés práctico. Sus aplicaciones son semejantes a las indicadas para los capacitores (§ 11.5). Como veremos a continuación, *el inductor es un elemento que almacena energía magnética entre sus espiras*. No creemos interesante entrar en detalles prácticos acerca de la construcción de inductores. En ocasiones, el hilo conductor que forma el solenoide se enrolla sobre un núcleo de material magnético (ferromagnético), con objeto de aumentar su inductancia sin que sea necesario hacerlo con su tamaño.

ENERGÍA ALMACENADA EN UN INDUCTOR

Supongamos el circuito de la Fig. 15.14, la ecuación diferencial que rige su comportamiento cuando

el interruptor se encuentra en la posición *a* es (problema 16):

$$\mathcal{E} = iR + L \frac{di}{dt} \quad (15.20)$$

Multiplicando cada miembro por *i*:

$$\mathcal{E}i = i^2R + Li \frac{di}{dt} \quad (15.21)$$

esta ecuación se puede interpretar como hicimos en (§ 13.4), desde el punto de vista del teorema de conservación de la energía que se verifica en todo el sistema aislado. $\mathcal{E}i$ representa la potencia –energía por unidad de tiempo– suministrada por el generador al circuito; i^2R la potencia disipada por efecto Joule en el resistor; luego la energía por unidad de tiempo restante debe almacenarse, por hipótesis, en el inductor en forma de energía magnética, debida al campo existente en su interior. Es algo análogo a la energía eléctrica almacenada entre las placas de un capacitor, como consecuencia del campo eléctrico existente entre las mismas. Por lo tanto:

$$\frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt} \quad (15.22)$$

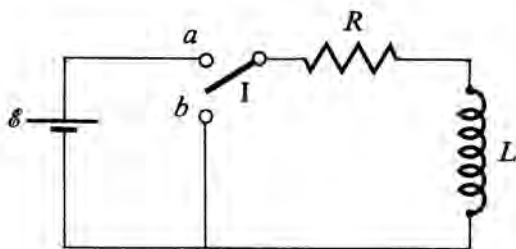


FIG. 15.14

Integrando esta ecuación se obtiene, considerando como condiciones iniciales que para $t=0$ no existía energía almacenada,

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \quad (15.23)$$

que es formalmente análoga a la que obtuvimos para un capacitor (12.38),

Esta energía, que queda almacenada en el inductor, es la que tuvo que aportar la fuente para que el campo magnético adquiriera el valor final que tiene cuando se ha alcanzado en el circuito el estado de equilibrio (problema 16).

Esta energía se puede expresar en función del campo:

$$U_B = 1/2\mu_0 \int \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} d\tau \quad (15.24)$$

Comprueba, para un solenoide, que a partir de (15.24) se obtiene (15.23).

A partir de (15.24) se puede definir una densidad de energía magnética:

$$u_B = \frac{dU_B}{d\tau} = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad (15.25)$$

¿qué significado físico tiene esta magnitud?

Esta expresión tiene una validez general que va más allá del caso particular para el que la hemos deducido: *en toda región donde existe un campo magnético hay almacenada una energía por unidad de volumen igual a $B^2 / 2\mu_0$* . Es análoga a la obtenida para un campo eléctrico (12.41). Esta interpretación, de asociar una energía a la región donde existe un campo eléctrico o magnético, es extremadamente útil en situaciones dinámicas, como veremos al tratar de la propagación de una onda electromagnética (§ 17.3).

La expresión de la energía magnética en función de las fuentes, tal como hicimos en el campo electrostático (12.10), es complicada. Hay que introducir una función vectorial equivalente al potencial electrostático en (12.10), que no es adecuado llevarlo a cabo en un texto básico de Física como es éste; su introducción crearía confusiones en los alumnos.

* COEFICIENTES DE INDUCCION MUTUA

Supongamos que el inductor que consideramos al principio de este apartado no se encuentra aislado, sino que en sus proximidades, y suficientemente cerca, hay otro. Para fijar la situación supongamos que ambas bobinas tienen el mismo eje, pero que son de diferente radio, que *tienen arrollados los conductores en el mismo sentido* y que su número de vueltas es distinto (Fig. 15.15). Si ambas son recorridas por corrientes variables en el tiempo, i_1 e i_2 y no cambian su posición relativa, el flujo que atraviesa a la bobina 1, debido a la corriente que circula por la 2, Φ_{12} , variará en función del tiempo. Este flujo conviene resaltar que no será el total que atraviesa al solenoide 1, ¿por qué? De forma análoga a (12.14) podremos escribir:

$$\frac{d\Phi_{12}}{dt} = \frac{d\Phi_{12}}{di_2} \frac{di_2}{dt} \quad (15.26)$$

y definir un **coeficiente de inducción mutua** entre la bobina 1 y 2, M_{12}

$$M_{12} \equiv \frac{d\Phi_{12}}{di_2} \quad (15.27)$$

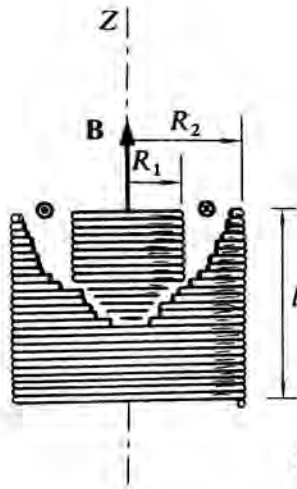


FIG. 15.15

Este coeficiente expresa, en las mismas condiciones que para una única bobina, la proporcionalidad entre el flujo que atraviesa al inductor 1 y la corriente que da lugar al mismo i_1

$$\Phi_{12} = M_{12} i_2 \quad (15.28)$$

en este caso se trata de una constante. Se mide también en henrios y sus dimensiones son las mismas que las de L .

Análogamente, el flujo que atraviesa al inductor 2 varía por efecto de la corriente que recorre al 1,

$$\frac{d\Phi_{21}}{dt} = \frac{d\Phi_{21}}{di_1} \frac{di_1}{dt} \quad (15.29)$$

$$\Phi_{21} = M_{21} i_1 \quad (15.30)$$

A partir de la (15.2) y de las definiciones anteriores:

$$\mathcal{E}_{12} = -M_{12} \frac{di_2}{dt}, \quad \mathcal{E}_{21} = -M_{21} \frac{di_1}{dt} \quad (15.31)$$

Dejamos como ejercicio para el alumno, que defina la unidad de inductancia mutua bien a partir de (15.27) ó (15.31).

La inductancia mutua depende exclusivamente de la forma de los inductores y de sus posiciones relativas. Para dos circuitos dados dichos coeficientes son simétricos, es decir, $M_{12} = M_{21} \equiv M$; los inductores se afectan mutuamente de manera totalmente simétrica. Esta propiedad es completamente general, no depende ni de la geometría particular elegida, ni de la posición específica de una bobina respecto de la otra. El valor de M sí que depende de la posición relativa de las dos bobinas, pero en cualquier caso $M_{12} = M_{21}$.

Esta propiedad de la inducción mutua es la base de muchas aplicaciones, ya que permite transferir energía eléctrica de un circuito a otro sin que exista contacto físico entre ellos. De ella se hace uso, por ejemplo, en los transformadores (problema 23).

La asociación de inductores no presenta tanto interés práctico como la de los capacitores, además el cálculo de la inductancia equivalente es complicado, ya que depende también de la forma cómo esté arrollado cada uno de los inductores.

*** Ejercicio 15.4**

Calcular la inductancia mutua entre los dos solenoides rectilíneos de la Fig. 15.15, suponiendo que una corriente $i_1(t)$ circula por el inductor (1). Repetir el ejercicio, suponiendo que sólo existe una corriente en el inductor (2), $i_2(t)$. Las corrientes, en ambos casos, son tales que crean un campo en el sentido indicado en la figura.

Solución:

Aunque el enunciado no lo indique suponemos que los solenoides son prácticamente indefinidos ($l \gg R_1, R_2$), de ese modo es despreciable –en primera aproximación– el campo magnético en la región existente entre los dos solenoides, ¿por qué? Suponemos $R_2 > R_1$. El campo creado por el inductor (1) vale (14.32):

$$B_1 = \mu_0 \frac{N_1}{l} i_1$$

El flujo a través de una espira del inductor (2) será:

$$\Phi_{21} = \pi R_1^2 B_1 = \mu_0 \pi R_1^2 \frac{N_1}{l} i_1$$

¿Por qué el área efectiva es πR_1^2 y no πR_2^2 ?

Si la corriente i_1 es variable, se inducirá en (2) una FEM (15.31):

$$\mathcal{E}_{21} = -\frac{d(N_2 \Phi_{21})}{dt} = -N_2 \mu_0 \pi R_1^2 \frac{N_1}{l} \frac{di_1}{dt}$$

comparando esta expresión con (15.31):

$$M_{12} = \mu_0 \pi R_1^2 \frac{N_1 N_2}{l} \quad (15.32)$$

Si consideramos ahora que la corriente circula exclusivamente por el inductor (2), en el mismo sentido que lo hacía en el (1), se crea un campo magnético, en el interior de la región ocupada por ambos inductores, que vale:

$$B_2 = \mu_0 \frac{N_2}{l} i_2$$

El flujo a través de una espira del (1), vale:

$$\Phi_{12} = \pi R_1^2 B_2 = \mu_0 \pi R_1^2 \frac{N_2}{l} i_2$$

el inductor (1) tiene un radio menor que el (2), por lo tanto, sólo el flujo a través del área πR_1^2 dará lugar a una FEM, si i_2 varía con el tiempo, por lo tanto, (15.2):

$$\mathcal{E}_{12} = -\frac{d(N_1 \Phi_{12})}{dt} = -N_1 \mu_0 \pi R_1^2 \frac{N_2}{l} \frac{di_2}{dt}$$

luego:

$$M_{21} = \mu_0 \pi R_1^2 \frac{N_2 N_1}{l} \quad (15.33)$$

Por lo tanto, para este caso particular y sin que queramos tomarlo como demostración general, hemos justificado la igualdad entre ambos coeficientes de inducción mutua.

*** § 15.3 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DE LOS GENERADORES DE TENSIONES ALTERNAS SINUSOIDALES**

La ley de Faraday –Lenz proporciona un medio para convertir energía mecánica en eléctrica, que es el fundamento de todos los generadores electromagnéticos de señales alternas sinusoidales. Trataremos brevemente sólo del principio de funcionamiento de estos generadores, en realidad se trata de un ejercicio de aplicación de § 15.1.

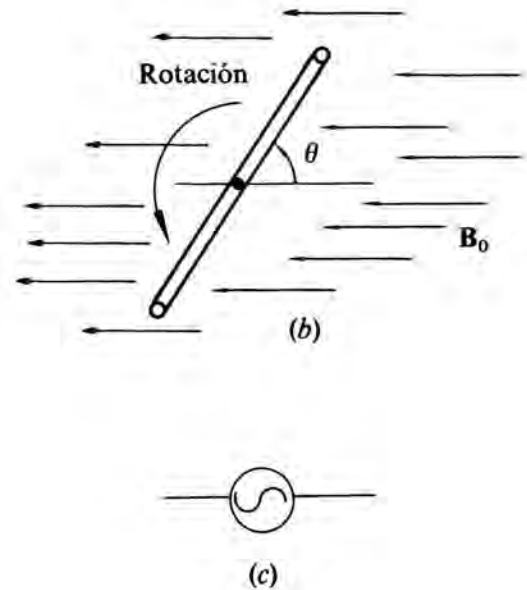
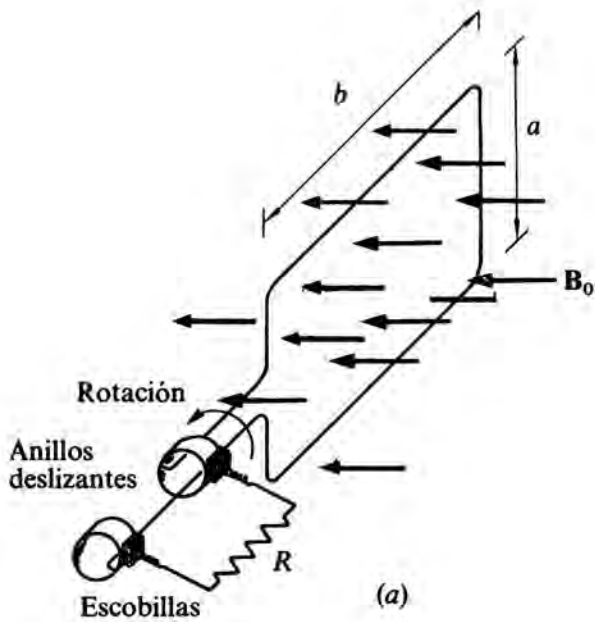


FIG. 15.16

El generador electromagnético consiste, básicamente, en una bobina rectangular que puede girar —mediante un dispositivo adecuado— alrededor de un eje, que es perpendicular a la dirección de un campo magnético creado por un cierto agente exterior, Fig. 15.16 a. En esta figura hemos dibujado la bobina constituida por una única espira.

Fijémonos que hay dos características esenciales: (a) *Debe existir un campo magnético* creado por un imán en el caso más simple, o por unos conductores arrollados a un núcleo de material ferromagnético, en los generadores reales. (b) *La bobina* —los conductores donde se va a inducir la FEM— *debe girar en el seno de aquel campo*. Es decir, hay que invertir una energía mecánica (hacer girar la espira) para obtener una energía eléctrica (corriente inducida que se aprovecha para los fines más diversos). Normalmente la bobina gira por la acción de un motor o de una turbina.

Al girar la bobina en el seno de un campo magnético B_0 , que supondremos uniforme, se induce en ella una FEM, según estudiamos en § 15.1. Para facilitar el tratamiento, dibujamos en la Fig. 15.16 b, una sección de la bobina, que permite visualizar cómo varía el ángulo θ que forma el plano de la espira con la dirección de B_0 . Sea A el área de una espira de la bobina, que suponemos formada por N espiras. El flujo del campo magnético a través de una espira valdrá:

$$\Phi = B_0 A \cos \varphi = B_0 A \sin \theta \quad (15.34)$$

donde φ es el ángulo que forma la normal al plano de la bobina con la dirección del campo; y θ el que forma, como ya indicamos, el plano de la bobina con el campo, por lo que ambos son complementarios. Ad-

mitamos que el giro de la espira es uniforme: $\theta = \omega t$ y que en el instante inicial $\theta_0 = 0$. Según (15.2), (15.34) y la expresión de θ :

$$\mathcal{E} = -\frac{d(N\Phi)}{dt} = -N A B_0 \omega \cos \omega t = -\mathcal{E}_0 \cos \omega t \quad (15.35)$$

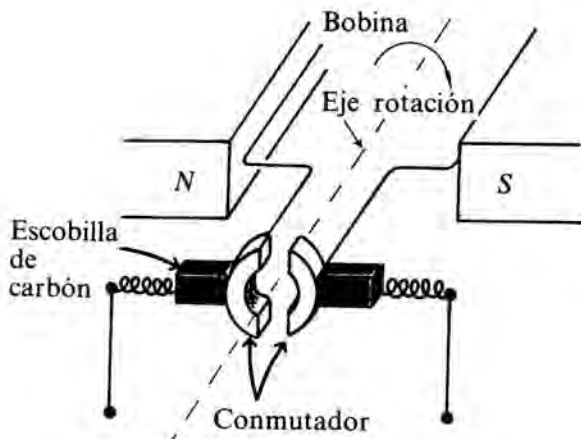
La FEM inducida varía periódicamente, de forma armónica con el tiempo. La amplitud o valor de pico, de la FEM inducida vale $\mathcal{E}_0 = N A B_0 \omega$ que se puede aumentar teniendo una bobina de muchas espiras, elevando su velocidad de rotación o/y también teniendo los conductores de la bobina arrollados sobre un núcleo ferromagnético. Todo este dispositivo de conductores arrollados en un núcleo recibe el nombre de **armadura**

Este es el fundamento básico de todos los generadores electromagnéticos de tensiones sinusoidales. En cada vuelta completa de la bobina se induce un ciclo completo de la señal: $\omega = 2\pi / T$. En la Fig. 15.16 c se incluye el símbolo utilizado para representar a un generador sinusoidal.

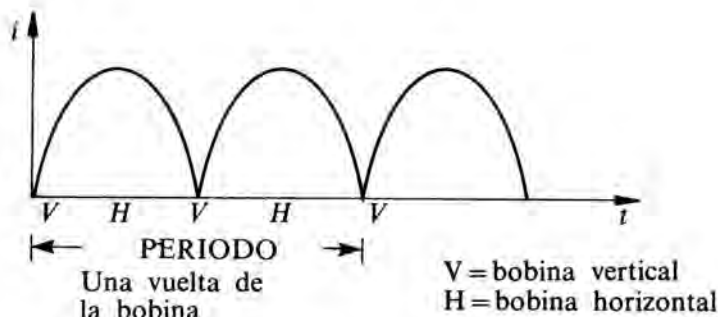
Esta FEM inducida se puede aprovechar uniendo los extremos de la bobina a una carga exterior: una resistencia, bombilla, receptor de radio o TV, etc. Esto se consigue uniendo cada extremo de la bobina a unos anillos, que deslizan sobre unos contactos de carbón denominados **escobillas**, tal como se indica con detalle en la Fig. 15.16 a.

Al unir los extremos de la bobina a una resistencia R , fluye una corriente y se obtiene una energía eléctrica.

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{N A B_0 \omega}{R} \cos \omega t \quad (15.36)$$



(a)



(b)

FIG. 15.17

donde hemos supuesto despreciable la resistencia interna de la bobina, es decir, del generador. La potencia disipada en la resistencia exterior vale:

$$\mathcal{P}_{\text{eléctrica}}(t) = i^2(t)R = \frac{N^2 A^2 B_0^2 \omega^2}{R^2} \cos^2 \omega t \quad (15.37)$$

aplicando el teorema del valor medio a esta función, queda:

$$\langle \mathcal{P}_{\text{eléctrica}} \rangle = \frac{1}{2} \frac{N^2 A^2 B_0^2 \omega^2}{R^2} = \frac{1}{2} \mathcal{P}_0$$

o sea la mitad del valor máximo o amplitud de la potencia alterna suministrada por el generador.

El principio de funcionamiento de los generadores electromagnéticos de CC es el mismo que acabamos de estudiar para los de CA. Para lograr una tensión continua a partir de la alterna obtenida, se une cada extremo de la bobina a medio anillo metálico, que desliza sobre las escobillas (Fig. 15.17 a). Al conjunto de los medios anillos, en nuestro modelo elemental son dos, se le llama **conmutador**; cada elemento del conmutador se encuentra aislado de los demás.

Con este dispositivo la tensión se sigue invirtiendo cada media vuelta, pero como cada escobilla entra en contacto con un extremo distinto de la bobina durante este tiempo, la polaridad de la FEM siempre es la misma para una escobilla. Es decir, la corriente siempre sale por una de ellas y se cierra por la otra; se trata de una señal que varía con el tiempo, aunque nunca cambia de dirección (Fig. 15.17 b): se trata de una CC *pulsante*. Si se aumenta el número de bobinas, de manera que unas se encuentren ligeramente desplazadas espacialmente respecto de otras, es posible obtener una tensión que se asemeje más a lo que entendemos por CC. Aumentando el número de segmentos (medios anillos) del conmutador es posible obtener una señal prácticamente continua, afectada sólo por un pequeño rizado. Este es el fundamento de las **dinamos** o generadores de CC.

* CARACTERIZACIÓN DE LAS SEÑALES ALTERNAS

La forma general de una señal alterna sinusoidal es (15.36): $y(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$, donde y es un símbolo

lo que representa una tensión, una corriente o una potencia. El significado de cada uno de los parámetros ya los conocemos (ejercicio 6.1).

La amplitud A_0 se suele denominar **valor máximo** o **de pico** de la magnitud correspondiente (I_{MAX} , V_{MAX} , \mathcal{P}_{MAX}). La **frecuencia** ω de la señal viene impuesta, en los circuitos lineales, por el generador que suministra la tensión al circuito; en las aplicaciones industriales y domésticas tiene un valor estándar de 50 Hz. φ_0 representa la **fase inicial**, que normalmente –de no indicarse lo contrario– se toma igual a cero para la señal aplicada al circuito. El alumno ya sabe que es indiferente expresar la señal alterna de la forma anterior o como $y(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$, ya que $\cos(\omega t + \varphi_0) = \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi/2) = \sin(\omega t + \varphi'_0)$.

El **valor medio** de una señal alterna sinusoidal siempre es cero: $\langle y(t) \rangle = 0$, ¿por qué? En el caso de la potencia:

$$\langle \mathcal{P}(t) \rangle = \langle v(t)i(t) \rangle \neq 0 \quad (15.38)$$

como estudiaremos posteriormente.

Un problema característico de las CA, que no se presenta con las CC, es: ¿qué significa realmente que una tensión, corriente o potencia tienen un cierto valor? Tengamos en cuenta que éste varía de unos instantes a otros. Podríamos pensar en caracterizarlas por su valor medio, pero éste es nulo, a excepción del correspondiente a la potencia. Para resolver el problema se pueden emplear ciertos «valores medios especiales», el utilizado internacionalmente es el denominado **valor eficaz de la señal**.

El valor eficaz de una señal alterna periódica, sinusoidal o no, se define como el *valor de una corriente o tensión que produce la misma disipación calorífica por efecto Joule en un resistor, que una corriente o tensión continua aplicada al mismo durante idéntico intervalo de tiempo*. Teniendo en cuenta (13.47) y la definición anterior:

$$\int_0^T i^2(t) R dt = I_{\text{eficaz}}^2 R T \quad (15.39)$$

$$I_{\text{eficaz}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad (15.40)$$

En el *caso particular* de magnitudes sinusoidales:
 $i = I_M \sin \omega t$

$$I_{\text{eficaz}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I_M^2 \sin^2 \omega t dt = \frac{I_M^2}{2}$$

ya que: $\langle \cos^2 \omega t \rangle = \langle \sin^2 \omega t \rangle = 1/2$. Por lo tanto:

$$I_{\text{eficaz}} = \frac{I_M}{\sqrt{2}} = 0,707 I_M \quad (15.41)$$

Hay que insistir que (15.40) es una expresión general, válida para cualquier señal periódica, mientras que (15.41) sólo es válida para señales sinusoidales. La definición (15.41) se aplica de la misma manera a las tensiones periódicas: $V_{\text{RMS}} = V_{\text{eficaz}} = 0,707 V_M$. Cuando decimos, por ejemplo, que una CA tiene un valor eficaz de 15 A, significa que produce el mismo calor en una estufa –por concretar un poco– que una CC de 15 A, aplicada a la misma durante el mismo periodo de tiempo. En adelante representaremos los valores eficaces por una letra mayúscula sin ningún subíndice: $I_{\text{eficaz}} \equiv I$; los valores máximos los seguiremos representando como hasta ahora: I_M y los instantáneos por letras **minúsculas**

Los aparatos de medidas utilizados en el laboratorio miden valores instantáneos, caso del osciloscopio; los voltímetros y amperímetros de CA, normalmente, tienen la escala calibrada en valores eficaces, y permiten determinar directamente estos valores.

* 15.4. COMPORTAMIENTO DE LOS ELEMENTOS BASICOS DE CIRCUITO

Una característica de los circuitos de CA, que no la presentan los de CC (§ 13.4), es el *desfase existente entre la tensión aplicada a un elemento y la corriente que lo atraviesa*. Por desfase se entiende que la tensión y la corriente no alcanzan, por ejemplo, su valor máximo o nulo en el mismo instante de tiempo.

Como consecuencia de este desfase, se ha desarrollado una técnica para analizar los circuitos de CA: la *técnica fasorial*, que consiste en asociar a cada señal un número complejo, de tal manera que la señal sea la parte real o imaginaria del mismo. Tal como indicamos en la introducción no desarrollaremos esta técnica, simplemente estudiaremos el comportamiento de los elementos básicos de circuito (resistor, capacitor e inductor) ante una tensión sinusoidal:
 $v(t) = V_M \cos \omega t$

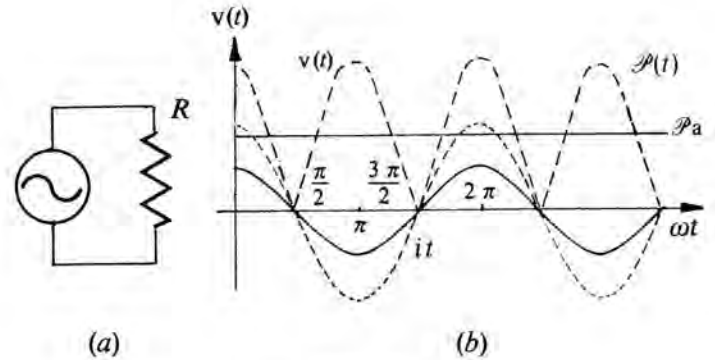


FIG. 15.18

Resistor: Sea el circuito de la Fig 15.18 a, la corriente que pasa por el resistor vale (13.32):

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_M}{R} \cos \omega t \quad (15.42)$$

la corriente y la tensión se encuentran en fase.

La potencia instantánea vale (15.42):

$$\mathcal{P}(t) = v(t) i(t) = i^2(t) R \quad (15.43)$$

y la potencia media:

$$\langle \mathcal{P}(t) \rangle = I^2 R \quad (15.44)$$

luego la potencia media siempre es positiva; *se disipa energía durante todo el ciclo de la señal*. A este tipo de potencia (15.44) se le denomina también **potencia activa**, \mathcal{P}_a . En la Fig. 15.8 b se representan $i(t)$, $v(t)$, $\mathcal{P}(t)$, \mathcal{P}_a

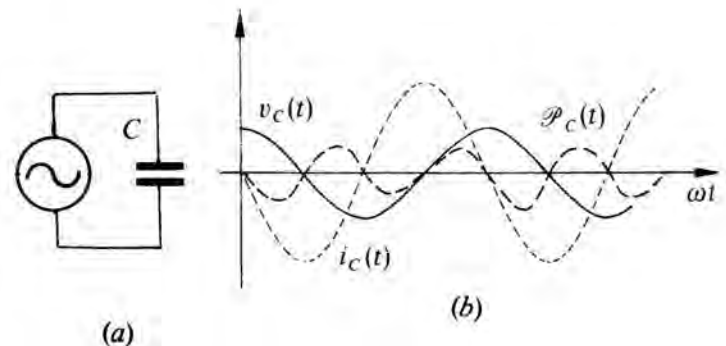


FIG. 15.19

Capacitor: Sea el circuito de la Fig. 15.19 a, la corriente que pasa por el capacitor vale, (12.34) y (13.4):

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} = C V_M \omega \cos(\omega t + \pi/2) \quad (15.45)$$

la tensión está retrasada 90° respecto de la corriente.

La magnitud:

$$X_C \equiv 1/\omega C \quad (15.46)$$

representa en (15.45) un papel formalmente análogo a la resistencia de un resistor en (15.42); su nombre es el de *reactancia capacitiva* y se mide en Ω .

La potencia instantánea vale:

$$\mathcal{P}_C(t) = v_C(t) i_C(t) = -V^2 C \omega \sin 2\omega t \quad (15.47)$$

en un *capacitor ideal* no se disipa energía, sólo la almacena entre sus placas, en forma del campo eléctrico existente. Al aumentar, por ejemplo, la tensión entre sus placas la energía eléctrica almacenada crece (12.39); al disminuir la tensión, esta energía es devuelta por el capacitor al generador. Luego, en cada semiciclo de $i_C(t)$ o de $V_C(t)$, la potencia se hace alternativamente positiva (la cedida por el generador) y negativa (la devuelta al generador), Fig. 15.19 b; *no existe*, por lo tanto, *una transferencia neta de energía por parte del generador* o dicho de otra manera, la potencia media consumida por el capacitor es nula, ¿qué significa ésto físicamente?

Sin embargo, sí que existe un almacenamiento periódico de energía durante un semiciclo de $i_C(t)$, que es devuelta al generador en el siguiente. La amplitud de las variaciones de esta potencia es:

$$\mathcal{P}_{RC} = I^2 (1/\omega C) = I^2 X_C \quad (15.48)$$

magnitud que recibe el nombre de **potencia reactiva**, debido a su semejanza formal con (15.44).

Inductor: Procediendo como en el caso del capacitor se llega a los siguientes resultados (Fig. 15.20 a y b):

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v(t) dt = \frac{1}{L} \int_0^t V_M \cos \omega t dt = \frac{V_M}{L\omega} \cos(\omega t - \pi/2) \quad (15.49)$$

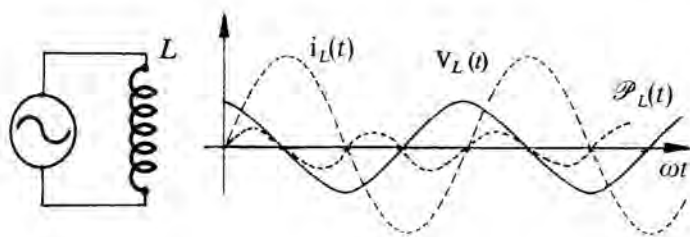


FIG. 15.20

la tensión está adelantada 90° respecto de la corriente.

La magnitud:

$$X_L \equiv L \omega \quad (15.50)$$

recibe el nombre de *reactancia inductiva*.

La *potencia instantánea* vale:

$$\mathcal{P}_L(t) = v_L(t) i_L(t) = I^2 \omega L \sin 2\omega t \quad (15.51)$$

tampoco existe una transferencia neta de energía por parte del generador, ¿por qué?.

La *potencia reactiva* es:

$$\mathcal{P}_{RL} = I^2 X_L \quad (15.52)$$

El estudio que acabamos de realizar, no nos permite abordar problemas en los que se presenten asociaciones de estos elementos básicos. Este tipo de problemas se resuelve mediante la aplicación de la técnica fasorial a la que antes aludimos.

*§ 15.5 ECUACIONES FUNDAMENTALES DEL CAMPO ELECTROMAGNETICO

Las ecuaciones fundamentales del campo electromagnético, en la formulación integral, serán (§ 11.3) las que nos den el flujo y la circulación de \mathbf{E} y \mathbf{B} . Hasta ahora hemos formulado tres de ellas: (12.26), (14.34) y (15.13); nos falta la que define la circulación de \mathbf{B} . Como indicamos, (14.35) sólo es válida en situaciones estacionarias; vamos a justificar, ahora, esta afirmación.

La ecuación de continuidad (13.9) expresa uno de los principios fundamentales de la Física, por lo tanto tiene una validez completamente general. Entre dicha ecuación y (14.35) hay una contradicción, por consiguiente hay que modificar (14.35) para que la misma desaparezca.

Veamos, en primer lugar, la contradicción. Según (13.9) el flujo de \mathbf{J} a través de una superficie cerrada sólo es nulo en situaciones estáticas, (13.22). En la ecuación (14.35) el segundo miembro es válido para cualquier superficie arbitraria que se apoye en la curva c , a lo largo de la cual se calcula la circulación de \mathbf{B} (esto se justifica mediante un argumento semejante al que hemos utilizado en (15.13)). Parece lógico pensar que la circulación disminuya, para un campo magnético dado, a medida que la curva c se haga más pequeña. En el límite, la curva se convertirá en un punto, la circulación se anulará y la superficie pasará a ser cerrada (Fig. 15.21). Este argumento es independiente de si la situación es estática o dinámica. Ahora bien, según la ecuación de continuidad, el flujo de \mathbf{J}

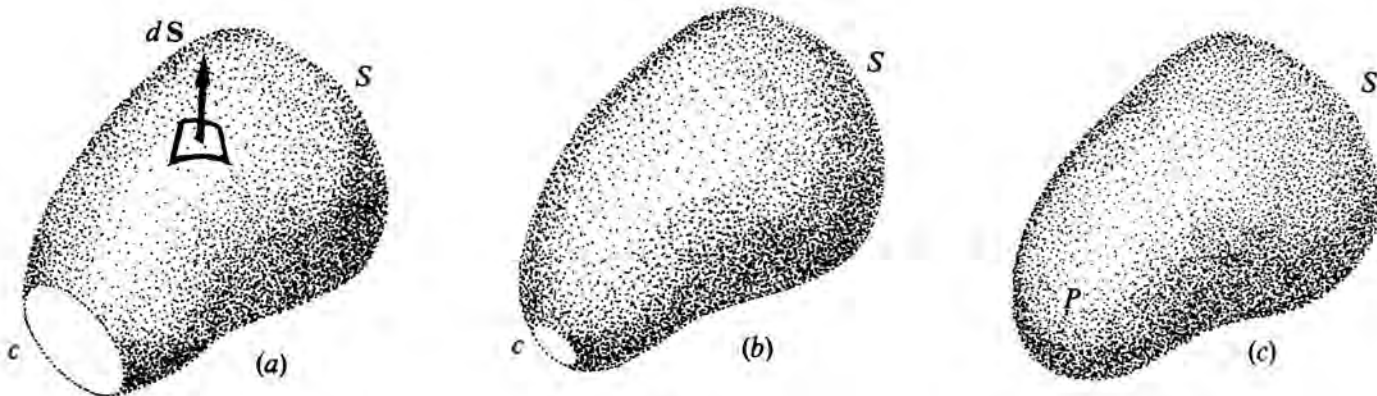


FIG. 15.21

sólo es nulo para campos estáticos. Luego *al aplicar* (13.9) y (14.35) *a campos estáticos se llega a la misma conclusión; pero en situaciones dinámicas, precocizan resultados contradictorios*, ya que (14.35) no contiene la dependencia temporal de \mathbf{E} , pues como indicamos anteriormente el Teorema de Ampère, enunciado de la forma (14.35), no es válido en situaciones dinámicas.

A esta conclusión llegó Maxwell en 1860 cuando propuso, por vez primera, la modificación del Teorema de Ampère. La solución propuesta por Maxwell fue correcta, aunque en su tiempo todavía no se tenía un conocimiento preciso acerca de la naturaleza de los fenómenos electromagnéticos. Se creía que los campos eléctricos y magnéticos eran simples manifestaciones de las deformaciones mecánicas del éter, una «sustancia elástica» que llenaba todo el espacio e incluso los cuerpos (§ 18.3).

En tiempos de Maxwell no se acostumbraba a interpretar los fenómenos en términos del concepto abstracto de campo. Maxwell basó su argumento en un modelo mecánico, que consideraba incluso al vacío como un sólido elástico («el éter»). Explicó el nuevo término, que incluyó en la ecuación (14.35), en función de este modelo. En su época hubo gran reticencia en aceptar su teoría, primero, a causa del modelo y, segundo, porque al principio no existía justificación experimental para el nuevo término. En la actualidad, sabemos que lo importante son las ecuaciones que caracterizan a un fenómeno, más que el modelo utilizado para obtenerlas. Gran número de experimentos confirmaron, posteriormente, las predicciones teóricas de Maxwell.

Veamos, pues, cómo hay que modificar (14.35) para eliminar la contradicción a la que antes aludíamos. Hay que añadir un término, \mathbf{X} , tal que en situaciones dinámicas (14.35) y (13.9) proporcionen resultados análogos:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_s (\mathbf{J} + \mathbf{X}) \cdot d\mathbf{S}$$

donde la magnitud desconocida \mathbf{X} tienen que ser tal que el flujo de $\mathbf{J} + \mathbf{X}$ a través de cualquier superficie cerrada sea nulo. Indudablemente esto se verifica si en (14.35) sustituimos el segundo miembro por la ecuación de continuidad expresada en la forma (13.11):

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \mu_0 \frac{d}{dt} \int_s \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (15.53)$$

Si tenemos en cuenta que los operadores derivada e integral son conmutables, ya que el primero actúa sobre la variable temporal y el segundo sobre las espaciales, (15.53) se puede escribir:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_s \left(\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad (15.54)$$

Analicemos el contenido físico de este teorema de Ampère generalizado o cuarta ecuación de Maxwell. Esta ecuación se reduce a (14.35) para situaciones estáticas. Nos indica que *las causas o fuentes de los campos magnéticos no sólo son las corrientes eléctricas, sino también los campos eléctricos variables en el tiempo*. La mejor prueba de la validez de esta ecuación, es que el conjunto de las cuatro de Maxwell describen de forma correcta el comportamiento de las ondas electromagnéticas (§ 117.3).

Si consideramos (15.54) en una región del espacio en la que no existan corrientes, $\mathbf{J} = 0$:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \epsilon_0 \int_s \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (15.55)$$

ecuación que presenta una gran analogía con la ley de Faraday (15.13). Ahora la simetría ya es completa: «*Todo campo magnético variable en el tiempo crea un campo eléctrico* (15.13); *pero también todo campo eléctrico variable induce un campo magnético*» (15.55). El sentido del campo magnético inducido viene dado por una regla análoga a la utilizada en la Fig. 15.11, para determinar el sentido del \mathbf{E} inducido, pero teniendo en cuenta que ahora la expresión (15.55) no incluye el signo menos.

Para hacer más ostensible la analogía, escribamos (15.55) de forma semejante a (15.2):

$$\mathcal{F} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (15.56)$$

donde a \mathcal{F} , circulación de \mathbf{B} le llamamos *fuerza magnetomotriz (FMM)*; sus dimensiones son: $[M] [T]^{-2} [A]^{-1} [L]$ y su unidad T m. Imaginemos un «conductor» circular en la región donde existe el campo eléctrico variable (Fig. 15.22). Como Φ_E a través de esta

superficie está $\left\{ \begin{array}{l} \text{aumentando} \\ \text{disminuyendo} \end{array} \right\}$, «la corriente» que se induzca

—como consecuencia de la *FMM*— tiende a reforzar esta variación, creando un campo $\mathbf{B}_{\text{inducido}}$ en un sentido tal que tienda a

$\left\{ \begin{array}{l} \text{reforzar} \\ \text{debilitar} \end{array} \right\}$ a \mathbf{E} . El sentido de \mathbf{B} —responsable

de la *FMM* y de la «corriente»— debe ser en sentido contrario a la agujas del reloj (Fig. 15.22), si \mathbf{E} au-

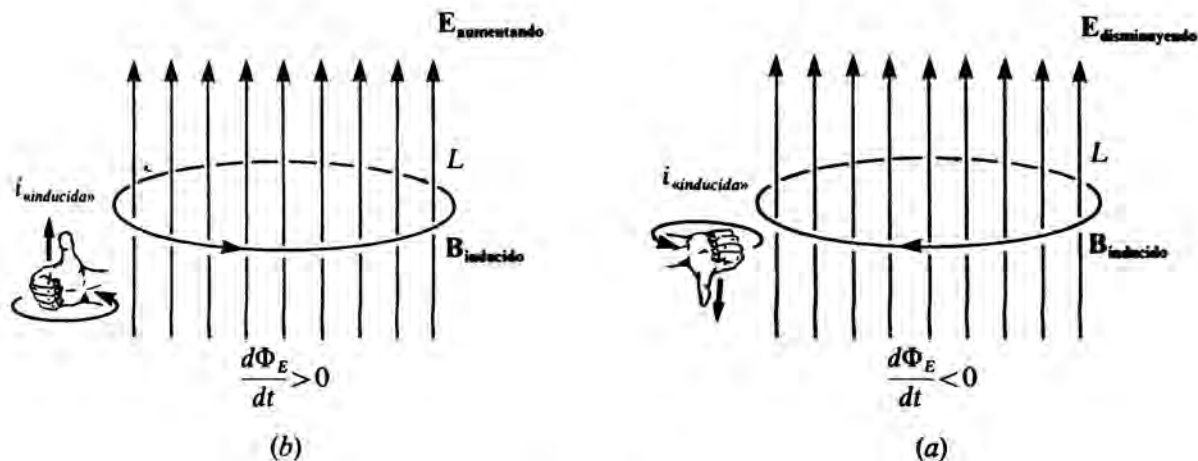


FIG. 15.22

menta con el tiempo; o en sentido contrario, si disminuye (Fig. 15.22).

A pesar de la analogía que estamos resaltando, entre (15.55) y (15.13) hay diferencias notables:

- En (15.54) hay un término correspondiente a la corriente eléctrica de conducción; en (15.13) no aparece. Este hecho lo podemos atribuir a que aparentemente en la Naturaleza no existen, o hasta el momento no se han descubierto, polos magnéticos libres.
- En (15.55) no aparece el signo menos de (15.14).

El alumno se puede preguntar, después de la interpretación dada a (15.54), ¿cómo estas dos causas pueden ser las únicas que den lugar a campos magnéticos? El sabe que los imanes crean también campos. Realmente esa es una tercera fuente de campos magnéticos, que nosotros no consideramos porque ya indicamos que en un primer estudio es conveniente tratar las propiedades del campo electromagnético en el vacío, sin complicarlas con la presencia de medios materiales. Cuando existan éstos, hay que añadir tanto a (12.26) como a (15.54) un nuevo sumando, que incorpore las fuentes de \mathbf{E} y \mathbf{B} , respectivamente, debidas a la presencia de medios materiales (fenómenos de polarización eléctrica y de imanación).

El nuevo término de (7.11): $\mathbf{X} \equiv \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ fue interpretado por Maxwell como una corriente adicional que llamó **corriente de desplazamiento**. Realmente no se trata de ninguna corriente de cargas, pero al no utilizar en su época el concepto de campo, hubo de buscar una sofisticada interpretación para el nuevo término, que encajase con el concepto que se tenía acerca de la naturaleza del campo electromagnético. Dentro de la teoría de campos el significado del nuevo término es claro y no necesita asociarse a ninguna corriente.

* Ejercicio 15.5

Un condensador plano de armaduras circulares de radio R y separación d , se carga con una corriente constante $I = dQ/dt$. Calcular el campo magnético inducido para puntos situados dentro de ($r < R$) y fuera ($r > R$) de la región cubierta por las armaduras. Valor de la corriente de desplazamiento. Valores numéricos: $r = 5$ cm, $I = 70$ mA.

Solución:

La corriente de conducción I que carga al condensador sólo circula a lo largo de los conductores que unen sus armaduras a la batería. Esta corriente no puede pasar de una armadura a otra, atravesando el espacio (vacío) que las separa. ¿Por qué? Por lo tanto (15.54) toma la forma (15.55) en el espacio comprendido entre las armaduras.

En la Fig. 15.23 representamos el campo eléctrico variable, en un plano paralelo a las armaduras y comprendido entre ellas; suponemos que la placa superior es positiva y la inferior negativa.

En primer lugar hemos de justificar que el campo eléctrico es variable, en efecto (12.35) y (12.19):

$$E = Q/\epsilon_0 A \quad (15.57)$$

luego si Q es función del tiempo, como ocurre por estar cargándose, $\mathbf{E}(t)$. El sentido y dirección del campo, que son constantes, se indica en la Fig. 15.23.

Calculemos el campo magnético inducido para los puntos $r \leq R$ (Fig. 15.23). Según (15.55), aplicada a una circunferencia de radio r ,

$$B 2\pi r = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} (E \pi r^2) = \epsilon_0 \mu_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt} \quad (15.58)$$

El sentido de \mathbf{B} se deduce fácilmente según indicamos en la Fig. 15.22 a. Despejando B de (15.58) y teniendo en cuenta (15.57):

$$B = \frac{1}{2} \epsilon_0 \mu_0 r \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \mu_0 r \frac{1}{\epsilon_0 A} \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{A} I r \quad (15.59)$$

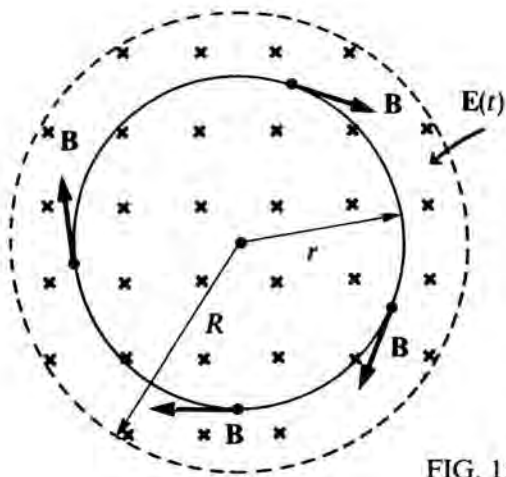


FIG. 15.23

Para los puntos $r \geq R$, procediendo de forma análoga:

$$B 2\pi r = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} (E\pi R^2) = \epsilon_0 \mu_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt} \quad (15.60)$$

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{I R^2}{A r}$$

Para $r=R$ (15.59) y (15.60) dan el mismo valor para B , indicando la continuidad del campo al pasar por una región a otra:

$$B_{(r=R)} = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{I R}{A} \quad (15.61)$$

El valor de la corriente de desplazamiento será:

$$J_D = \epsilon_0 \frac{dE}{dt} = \epsilon_0 \frac{I}{\epsilon_0 A} = \frac{I}{\pi R^2} \quad (15.62)$$

a partir de (15.62) vemos que se trata de una «densidad de corriente», por lo tanto, la «corriente total de desplazamiento» entre las placas del condensador será:

$$i_D = \int \mathbf{J}_D \cdot d\mathbf{S} = \frac{I}{\pi R^2} \pi R^2 = I \quad (15.63)$$

luego «la corriente total de desplazamiento» es numéricamente igual a la corriente que carga al condensador.

Sustituyendo los valores numéricos para (15.61) y (15.63):

$$B(r=R) = 28 \times 10^{-8} \text{ T} \quad , \quad i_D = 70 \text{ mA}$$

El valor tan pequeño obtenido para el campo magnético inducido, en este ejemplo, nos permite establecer una diferencia cuantitativa entre este fenómeno y el de inducción electromagnética. Son muchos más difíciles de detectar experimentalmente los campos magnéticos inducidos que los eléctricos. Esta diferencia se debe, en parte, a que las *FEM* inducidas se pueden «multiplicar» utilizando bobinas de muchas espiras; técnica que no tiene equivalente para los campos magnéticos inducidos. En los experimentos a frecuencias muy elevadas $\mathbf{B}_{\text{inducido}}$ puede tener valores grandes.

En la Tabla 15.1 resumimos las **ecuaciones fundamentales del campo electromagnético o ecuaciones de Maxwell, para situaciones dinámicas, en el vacío en su formulación integral**. En cursos superiores se estudiarán mediante una formulación más concisa, utilizando operadores vectoriales diferenciales (§ 7.1) pero su contenido físico es el que hemos expuesto a lo largo de los diferentes temas de este libro.

TABLA 15.1

$$1. \quad \int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q_{\text{encerrada}}}{\epsilon_0}$$

$$2. \quad \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_{S_{\text{abierta}}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$$3. \quad \int_{S_{\text{cerrada}}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$4. \quad \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int_{S_{\text{abierta}}} \left(\mathbf{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$$

Estas ecuaciones junto con:

$$5. \quad \mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$6. \quad \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

$$7. \quad \mathbf{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \mathbf{u}_r$$

todas ellas conocidas por el alumno, constituyen las leyes fundamentales de la Física Clásica. La (5) proporciona la fuerza electromagnética sobre una partícula cargada, y representa la conexión del Electromagnetismo con la Mecánica. La (6) es la ley fundamental del movimiento para una partícula y la (7) la ley de gravitación universal de Newton.

CUESTIONES

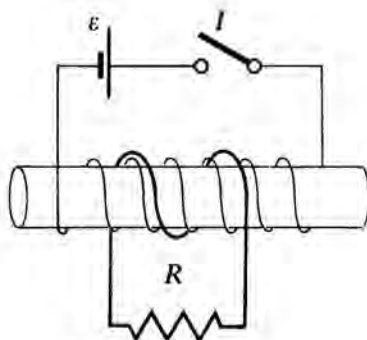


FIG. 15.25

1. Un imán se acerca, por su polo sur, a una bobina cuyos extremos se encuentran unidos a un galvanómetro. Razonar el sentido de la corriente inducida en la misma. ¿Y si se aleja el imán? ¿Cómo se afecta a dicha corriente si: a) se utiliza un imán más potente; b) se aumenta la velocidad con que el imán se aproxima a la bobina, y c) se aumenta el número de vueltas de la bobina?
- *2. Justificar la ley de Lenz a partir del teorema de conservación de la energía. Tomar en consideración todos los agentes que intervienen en el fenómeno, incluida (por ejemplo) la persona que acerca el imán a la bobina.
- *3. ¿Por qué si se produjese un «polo» norte, en la cara delantera de una bobina al acercarse el polo norte de un imán, se violaría el teorema de conservación de la energía?
- *4. Una lámina de cobre se encuentra en el seno de un campo magnético (Fig. 15.24). Si intentamos sacarla o introducirla, aparece una fuerza que se opone al desplazamiento. Esta fuerza es debida a la interacción entre las corrientes inducidas en la lámina y el campo magnético. Justificar el fenómeno físico expuesto. Estas corrientes son las denominadas de **Foucault**.

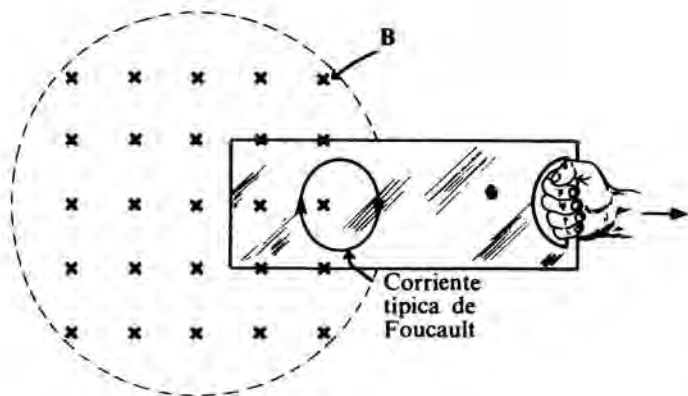


FIG. 15.24

5. ¿Cuál es el sentido de la corriente inducida, si existe, a través del resistor R en la Fig. 15.25, en cada uno de los casos siguientes: a) Inmediatamente después de cerrar el interruptor; b) cuando la corriente ha alcanzado su régimen estacionario; c) inmediatamente después de abrir el interruptor; d) cuando se mantiene cerrado el interruptor ¿qué extremo de la bobina actúa como polo norte?

6. ¿Cómo se puede crear un campo magnético? Citar distintos ejemplos de campos creados por diferentes fuentes.
- *7. Aplicar (15.13) a una región del espacio en la que existe $\mathbf{B}(t)$, eligiendo como línea que encierra a la superficie abierta, una circunferencia perpendicular a las líneas de campo magnético.
- *8. Supongamos una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme, en la dirección del eje OZ . Un observador que se mueve a lo largo de dicho eje, ¿detectará un \mathbf{E} ?; de existir, ¿cuál será su dirección y sentido?
- *9. Repetir la cuestión anterior, pero suponiendo ahora que el observador se mueve: a) a lo largo del eje OX positivo, b) a lo largo del eje OY positivo.
10. ¿Cuál es la FEM inducida en el segmento vertical de la espira de la Fig. 15.16 a, ¿y en los horizontales?
- *11. Explicar, desde el punto de vista físico, la aparición de una FEM inducida en los extremos de una varilla conductora, que se encuentra en una región donde exista un $\mathbf{B}(t)$.
12. ¿Por qué se habla de coeficiente de autoinducción de una bobina y no tiene sentido asociarlo a un conductor rectilíneo?
13. ¿Es posible que el coeficiente L de un inductor sea negativo? ¿Y el de inducción mutua entre dos inductores? Justifica la respuesta.
- *14. Explicar desde el punto de vista energético por qué no es posible modificar la corriente, de forma instantánea, en un circuito que contenga un inductor. ¿Qué aplicación práctica sugiere esta característica?
15. Justificar que el generador electromagnético estudiado en § 15.3 puede funcionar de forma reversible; es decir, si se le aplica una FEM exterior la bobina empieza a girar o sea el generador se convierte en un motor.
16. Justificar que el valor medio de una señal sinusoidal es nulo.
17. Representar gráficamente $i(t)$, $i^2(t)$, I_{eficaz} para una corriente sinusoidal.
18. Justificar que si $v(t)$, e $i(t)$ son sinusoidales, $P(t)$ es periódica. ¿Será sinusoidal? Indicar su período.
- *19. Razonar que en un circuito de CA la tensión eficaz entre los extremos de un capacitor y un resistor que se encuentran en serie, no es igual a la suma de la tensión eficaz entre los extremos del capacitor y la tensión eficaz entre los extremos del resistor.
20. Establecer la analogía formal de X_C con R . Dibujar $X_C = f(\omega)$. ¿Qué consecuencia física extraes?
21. Calcular las dimensiones y unidades de X_L . Dibujar $X_L = g(\omega)$.

- *22. La corriente de desplazamiento $\epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$, ¿qué dimensiones tiene?, ¿son de corriente? Significado físico de dicho término?
23. ¿A qué se reducen las ecuaciones 1, 2, 3 y 4 de la Tabla 15.1 para situaciones estáticas? Comprobar que en dichas situaciones los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} no aparecen en las mismas ecuaciones. ¿Qué consecuencia física se extrae de ello?
24. ¿A qué se reducen las ecuaciones de Maxwell en las regiones lejos de las fuentes, es decir en aquellas regiones del espacio en las que $\rho = 0$, $\mathbf{J} = \mathbf{0}$?

PROBLEMAS

- Una espira rectangular de dimensiones $4 \times 10^{-2} \text{ m}$ y $5 \times 10^{-2} \text{ m}$ se coloca en el interior de un campo magnético de $0,80 \text{ T}$, dirigido según el sentido negativo del eje OZ . Calcular el flujo magnético encerrado por el circuito cuando: a) el plano de la espira es horizontal, b) el plano de la espira es vertical.
- Si la espira del problema anterior se mantiene en un plano horizontal y se reduce el módulo del campo magnético desde $0,80$ a cero Teslas en $0,20 \text{ s}$. Calcular la magnitud y sentido de la FEM inducida.
- Una espira de 10 cm^2 de sección está situada en un campo magnético uniforme de inducción 4 T perpendicular al plano de la espira. Si bruscamente se la lleva a una región en la que el campo es nulo, durante esta acción $0,2$ segundos, ¿cuál es la FEM inducida media?
- Determinar la diferencia de potencial inducida entre el borde y el centro de un disco metálico de 15 cm de radio que gira con una velocidad de 400 rad s^{-1} , alrededor de un eje perpendicular al disco que pasa por su centro. El disco se encuentra en el interior de una región donde existe una inducción magnética uniforme, perpendicular al mismo de 2 T .
- En una región circular del espacio existe un campo magnético uniforme de $0,5 \text{ T}$ (Fig. 15.26). En su interior se encuentra un anillo conductor de 10 cm de radio. Si el campo magnético disminuye a una velocidad de $0,1 \text{ Ts}^{-1}$, calcular: a) Forma de las líneas del campo eléctrico inducido en la región. b) Valor de \mathbf{E} para los puntos del anillo, así como de la FEM inducida. c) Corriente que recorre al anillo, si su resistencia es de 2Ω . d) Diferencia de potencial entre dos puntos a y b del anillo. e) ¿Cómo se pueden hacer

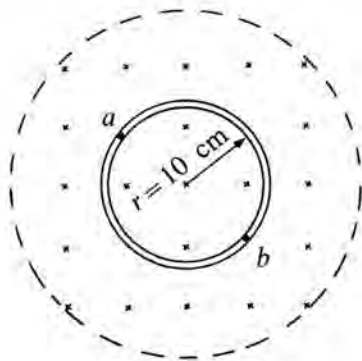


FIG. 15.26

compatibles las respuestas c) y d)? f) Si se abre el anillo y se separan ligeramente los dos extremos, ¿cuál será la diferencia de potencial entre ellos?

- Una bobina rectangular de dimensiones $3 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ se coloca entre los polos de un electroimán en una dirección que forma un ángulo de 45° con la definida por las piezas polares. Para una corriente de excitación del electroimán de 20 A , el campo magnético creado por éste es de 1 T . Calcular la FEM inducida en la bobina, en el instante $t = 2 \text{ s}$, si la corriente de excitación es $i(t) = I_0(1 - e^{-t/t_0})$, $I_0 = 15 \text{ A}$, $t_0 = 4 \text{ s}$.
- Una pequeña bobina tiene una resistencia de 10Ω y se necesita aplicarle una fuerza de $0,1 \text{ N}$ para que se mueva, con una velocidad de 2 m s^{-1} , en el interior de una región del espacio, donde existe un campo magnético no homogéneo. Si \mathbf{F} es paralela a \mathbf{v} : a) Potencia realizada por el agente exterior sobre la bobina. b) Corriente que circula por la bobina. c) FEM inducida en la bobina.
- Calcular la FEM inducida en un circuito rectangular de lados a y l que se mueve con una velocidad uniforme \mathbf{v} , perpendicularmente a un conductor rectilíneo e indefinido, por el que circula una corriente i (Fig. 15.27).

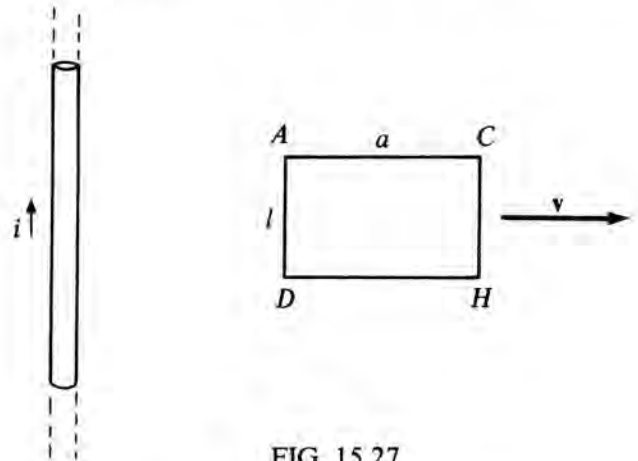


FIG. 15.27

- Un conductor rectilíneo indefinido es recorrido por una corriente: $i(t) = I_0 \sin \omega t$; en sus proximidades, a una distancia d , se encuentra un conductor rectangular estacionario de dimensiones $l \times a$ (Fig. 15.27). Calcular la FEM inducida en el conductor.
- Una varilla conductora de longitud l se coloca en las proximidades de un conductor rectilíneo indefinido, por el que circula una corriente i . La varilla forma un ángulo α respecto de la perpendicular al conductor. El extremo más cercano se encuentra a una distancia a de éste. Si se desplaza la varilla con una velocidad \mathbf{v} , paralela al conductor, calcular la FEM inducida entre sus extremos. Ver la figura 15.9.
- Si en el problema anterior se mueve la varilla con la misma velocidad, pero en una dirección perpendicular al conductor manteniendo sus posiciones relativas constantes, calcular la FEM inducida: $\mathcal{E}(t)$. Para $t = 0$ el extremo inferior de la varilla se encuentra a una distancia a del inductor.
- En el circuito de la Fig. 15.27, la corriente en el conductor varía de la forma $i(t) = i_0 - \beta t$, i_0 y β constantes positivas. a) Calcular la FEM inducida en el conductor rectangular. b) Si se abre el conductor, ¿cuál es la diferencia de potencial entre los dos extremos?

13. Un solenoide indefinido tiene 2 cm de diámetro y 40 espiras por cm a) Coeficiente de autoinducción por m de solenoide. b) Si lo recorre una corriente de 1,5 A, ¿cuál es el flujo magnético que atraviesa una de sus espiras? c) Flujo total a través de las espiras en 0,5 m de solenoide.
- *14. En el plano de un cuadro rectangular de lados a y b y paralelamente al lado de longitud b , se encuentra situado un alambre rectilíneo indefinido a una distancia d del lado del cuadro más próximo al alambre. Determinar la expresión del coeficiente de inducción mutua entre ambos circuitos.
- *15. Una bobina rectangular de una espira y dimensiones l y $(d-2a)$ se encuentra en el plano definido por dos conductores rectilíneos indefinidos, que pueden considerarse parte de un mismo circuito, recorridos por lo tanto por corrientes iguales y de sentidos contrarios. La distancia entre los conductores es d y la de cada extremo de la bobina al conductor más próximo a . Calcular el coeficiente de inducción mutua entre ambos circuitos.
- *16. En el circuito de la Fig. 15.14 justificar que la ecuación diferencial que rige su comportamiento, cuando el interruptor se encuentra en la posición a , es (15.20). Comprobar que la solución de dicha ecuación es:

$$i(t) = \mathcal{E}/R (1 - e^{-(R/L)t}) \quad (15.64)$$

Representar gráficamente $i(t)$; comprobar que L/R tiene dimensiones de tiempo, este cociente se denomina *constante de tiempo de dicho circuito*. Comentar, a partir de los resultados, el comportamiento de un inductor en un circuito de CC.

- *17. En el circuito de la Fig. 15.14, el interruptor se cambia de la posición a a la b ; por lo tanto, en el instante inicial pasa una corriente por el inductor: $i(0) = \mathcal{E}/R$. Escribir la ecuación diferencial que rige, en este caso el comportamiento del circuito. Comprobar que su solución es:

$$i(t) = \mathcal{E}/R e^{-(R/L)t} \quad (15.65)$$

Representarla gráficamente para: a) L/R muy grande, b) L/R muy pequeña. Repetir los apartados del problema anterior.

18. La pila de la Fig. 15.14 a tiene una FEM de 20 V y una resistencia interna de 5Ω la resistencia externa y 25 mH el coeficiente de autoinducción de la bobina. Determinar la energía suministrada por la pila, la energía disipada en calor en la resistencia externa y la energía almacenada en la autoinducción al cabo de

un tiempo (después de poner el interruptor en la posición a) igual a la constante de tiempo del circuito.

19. En el circuito de la Fig. 15.14 a la FEM de la pila es de 30 V y su resistencia interna despreciable, siendo 200Ω y 50 mH los valores de R y L , respectivamente. Una vez que la corriente en el circuito ha alcanzado su valor estacionario después de cerrar el interruptor, se pasa el interruptor a la posición b . ¿Cuál es la energía almacenada en la autoinducción en el momento de poner la pila en cortocircuito?, ¿y al cabo de $5 \cdot 10^{-4}$ s? ¿Qué ha ocurrido con la diferencia entre ambas energías?
20. Un generador está formado por una bobina circular de 20 espiras y radio 20 cm. ¿A qué velocidad debe girar para proporcionar una FEM cuyo valor de pico sea 160 V, si el campo magnético es de 0,2 T? (Fig. 15.16 a).
- *21. A un resistor R se le aplica una tensión periódica rectangular de amplitud A y período T . Calcular la intensidad eficaz y media de la corriente que atraviesa el resistor.
- *22. Calcular las intensidades eficaz y media de una corriente dada por $i(t) = I_1 + I_2 \cos \omega t$, en la que I_1 e I_2 son constantes.
- *23. Un **transformador** es una máquina electromagnética estática que transforma energía eléctrica en energía eléctrica. *Permite convertir la tensión y corriente a través de un circuito llamado primario, en otra tensión y corriente en otro circuito (secundario) aislado eléctricamente del primero, pero de tal manera que la potencia es prácticamente la misma en ambos circuitos*. Su símbolo como elemento de circuito se representa en la Fig. 15.28. Si se le aplica una tensión

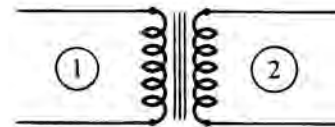


FIG. 15.28

$v_1(t)$ al primario, justificar que se induce una tensión en el secundario, $v_2(t)$. Demostrar que se verifican las siguientes relaciones:

$$V_2/V_1 = I_1/I_2 = N_2/N_1 \quad (15.65)$$

donde N_2 y N_1 son el número de espiras del primario y secundario, respectivamente. ¿Qué hipótesis hay que hacer para obtener 15.65)?

ONDAS

A lo largo del texto hemos estudiado, básicamente, la caracterización del movimiento, las leyes que lo rigen en la aproximación clásica y dos de las interacciones (causa del movimiento) fundamentales de la Naturaleza: la gravitatoria y la electromagnética.

Sabemos, aunque no lo hayamos resaltado hasta ahora, que los movimientos se pueden clasificar en dos grandes categorías: a) **Movimientos periódicos**, y b) **Movimientos no periódicos**. En los primeros, el movimiento presenta a intervalos regulares de tiempo las mismas características, se trata de movimientos rítmicos de los que la Naturaleza se encuentra llena. Son, por ejemplo, los que tiene el ala de un pájaro o de un insecto mientras vuelan; el nivel del agua de una costa, como consecuencia de las mareas; el de una partícula suspendida de un resorte; un péndulo; un columpio; una varilla metálica sujeta a un punto; el corazón humano, etc. Los movimientos no periódicos ocurren una vez y no se vuelven a presentar ya con las mismas características. En los capítulos anteriores, hemos tenido ocasión de estudiar movimientos de las dos clases.

Un aspecto del movimiento que no nos había preocupado hasta ahora, es su posible influencia en el medio que le rodea. En este capítulo el problema que queremos abordar es: si se produce una perturbación periódica o no periódica, en un punto del espacio, *esta perturbación o estado dinámico ¿se transmite de unos puntos del espacio a otros?* La experiencia nos dice que sí: por ejemplo, al arrojar una piedra en un estanque, encender una bombilla, tocar un timbre o una sirena, etc. Todos estos ejemplos, aunque de naturaleza física diferente, tienen de común el *que una cierta propiedad que varía en el tiempo* (desplazamiento de las partículas de agua, un campo electromagnético, la presión en los diferentes puntos del medio, etc.) *se transmite de un lugar a otro de una cierta región, a través de un medio soporte* luego especificaremos con mayor precisión este punto, *pero de forma tal que el medio en sí no es transportado. Existe una transmisión de energía y de momento lineal de unos*

puntos a otros, por efecto de este fenómeno; y un retardo entre el instante en que se produjo la perturbación en un cierto punto (la causa) y el instante en que ésta alcanza a otro punto del medio (el efecto). *Este retardo depende de las propiedades del medio.*

Este tipo de fenómenos recibe el nombre de **movimientos ondulatorios** o más brevemente de **ondas**, el estudio de sus características y manifestaciones más importantes constituye el objetivo de este capítulo. En el siguiente consideraremos, a nivel elemental, dos de las ondas que más importancia tienen: las sonoras y las electromagnéticas. El término onda, como tendremos ocasión de comprobar, se refiere a un **modelo matemático**, es decir a una teoría formulada matemáticamente, que sirve para interpretar de manera análoga **fenómenos físicos de naturaleza muy diferente**. Por ejemplo: la propagación del sonido producido por una campana, el programa emitido por una estación de radio o de TV, los rayos X, las ondas marinas, la presión de las compresiones y extensiones en un resorte, etc. En este capítulo, estudiaremos la caracterización y los fenómenos generales que presentan las ondas, sin profundizar en ningún tipo concreto de ellas. Se trata de que el alumno se percate que este modelo se aplica a fenómenos de naturaleza física muy diferente.

A pesar de tratarse de un modelo matemático, no creemos oportuno llegar a una formalización excesiva de los conceptos; más bien incidiremos en el significado físico de los mismos y en la descripción de las características de las ondas. El modelo formal se debe abordar en un nivel superior al que va dirigido este libro.

Tanto por la orientación que la damos al capítulo, como por sus propios contenidos, no tiene demasiado sentido resolver muchos ejercicios, ni plantear gran número de problemas. Más bien queremos afianzar una serie de conceptos físicos básicos, por eso haremos más énfasis en el planteamiento de cuestiones. En el capítulo siguiente aplicaremos algunos de los conceptos desarrollados en éste; sin embargo, por la

complejidad de los propios contenidos, tampoco podremos abordar la resolución de ejercicios, tal como hicimos en Mecánica o en Electroestática y Magnetostática.

Comenzaremos el capítulo caracterizando a una onda (§ 16.1), es decir definiendo los parámetros representativos de la misma; luego tratamos de los diferentes tipos de ondas que pueden existir (§ 16.2). En (§ 16.3) analizamos el hecho característico de que toda onda transporta energía y momento lineal, y no materia. El tratamiento cualitativo, es decir a nivel del concepto físico sin la formulación matemática correspondiente de los fenómenos característicos de toda onda los tratamos en (§ 16.4).

Para abordar los contenidos de este capítulo, consideramos que los alumnos no tienen conocimientos previos; no obstante, pensamos que alguna vez han visto una cubeta de ondas. Recomendáramos, para su estudio, repasar el ejercicio 6.1.

Los resultados de este capítulo los utilizaremos en los cuatro siguientes; se trata de un tema fundamental en la Física.

§ 16.1 CONCEPTO DE ONDA: PARAMETROS CARACTERISTICOS

Ya hemos indicado que diferentes fenómenos físicos, que en principio parecen no tener ninguna relación entre sí, por ser de distinta naturaleza admiten un tratamiento formalmente análogo. *En todos ellos existe una magnitud física o un campo, que se transmite de unos puntos del espacio a otros, cumpliendo una cierta ecuación (16.16).* La precisión última es importante, puesto que no toda perturbación que se propaga lo hace en forma de onda; pensemos, por ejemplo, en las balas disparadas por una ametralladora o en la propagación del calor a lo largo de una barra.

Concretemos el concepto anterior: la perturbación producida en el extremo de un resorte o de un alambre tenso, se transmite a todos los puntos del mismo, en este caso la magnitud física representativa es el desplazamiento de cualquier sección del resorte o alambre. Si en un punto del espacio ocurre una ex-

plosión, la perturbación origina una serie de compresiones y expansiones de la masa gaseosa que se encuentra en sus alrededores, que dan lugar a la sensación de audición en personas alejadas del lugar donde se produjo la explosión; en este caso la variable física significativa es la presión, el desplazamiento de las moléculas gaseosas o la densidad. Al encender una luz, la perturbación producida llega a lugares lejanos; en este caso lo que se transmite es un campo eléctrico y magnético, que en cualquier punto del espacio son perpendiculares entre sí. Análogamente ocurre con los ultrasonidos o con las ondas sísmicas. Y también con las ondas marinas, que aunque en el lenguaje coloquial son las más representativas de las «ondas» u «olas», son mucho más complejas y, por lo tanto, difíciles de tratar que los ejemplos citados anteriormente. En todos estos casos decimos que *existe una onda que transmite la perturbación de unos puntos del espacio a otros.*

Una vez citados estos ejemplos concretos, pasemos a caracterizar matemáticamente a una onda o movimiento ondulatorio. Supongamos una **perturbación unidimensional** caracterizada por una magnitud física arbitraria, la adecuada para cada caso concreto, es decir $\psi = f(x)$ (Fig. 16.1); ψ representa un desplazamiento de las partículas del medio, una presión, una densidad, un campo eléctrico, un campo magnético, etc.; x la posición del punto del espacio, respecto del lugar donde se produjo la perturbación, en el que estamos considerando el valor de la magnitud característica.

Si esta perturbación se transmite a lo largo del eje OX , decimos que se trata de una **perturbación progresiva o viajera**. Supongamos que *se propaga sin distorsionarse*, es decir sin cambiar su forma o perfil, entonces:

$$\psi(x, t) = f(x + vt), \quad \psi(x, t) = f(x - vt) \quad (16.1)$$

Matemáticamente las expresiones anteriores representan un desplazamiento o traslación de la función $\psi = f(x)$ en el sentido negativo y positivo del eje de las x , respectivamente (Fig. 16.1). Físicamente repre-

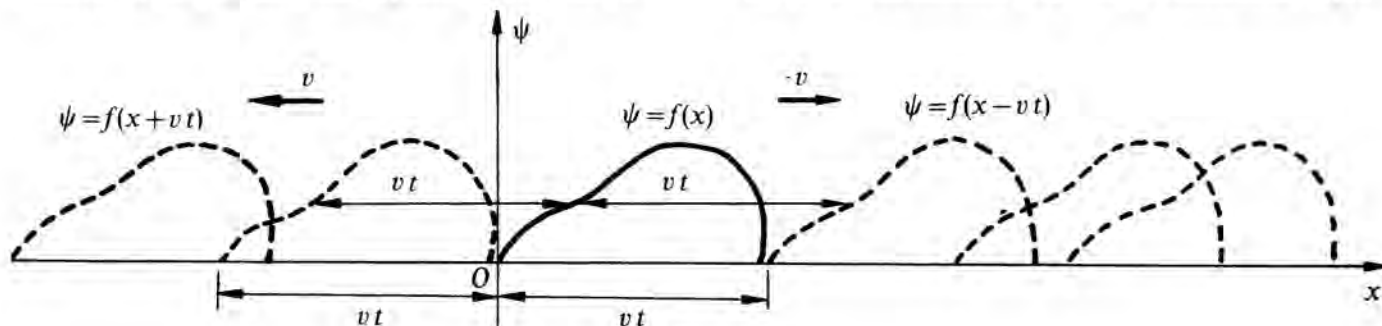


FIG. 16.1

sentan una propagación, en el sentido indicado, de la magnitud caracterizada por ψ . Dicha propagación tiene lugar sin que se distorsione la perturbación y con una velocidad v .

De forma alternativa (16.1), que, como hemos dicho, *representa una perturbación que se propaga sin deformarse a lo largo del eje X con una velocidad bien definida v* , se puede escribir:

$$\psi(x, t) = f(t \pm x/v) \quad (16.2)$$

como el alumno puede comprobar sin más que tener en cuenta que v es una constante característica del medio, como justificaremos más adelante, tanto (16.1), como (16.2) verifican la ecuación de ondas (16.16), como luego indicaremos, por lo tanto, *toda magnitud física que sea función del argumento $(x \pm vt)$ representa una onda*.

El parámetro v representa la **velocidad de fase de la perturbación**. Consideremos una cierta fase (argumento) de una onda que se propaga en el sentido positivo del eje de abscisas (Fig. 16.1): $x - vt = cte$, siendo x y t variables. Derivando esta expresión respecto del tiempo: $d(x - vt)/dt = 0$; luego v es la velocidad de la fase de la onda: la perturbación al cabo de un tiempo t se encuentra en una distancia vt , a la derecha o izquierda, del punto considerado inicialmente; y tiene el mismo valor que en este, ¿por qué? La **velocidad de propagación de una onda es independiente de la que lleve la fuente que la emita**, dicha velocidad **depende exclusivamente de las características del medio**. (Tabla 16.1).

Hay que resaltar que *una onda unidimensional es una función de dos variables (x, t)* ; sobre este punto volveremos a insistir al tratar de las ondas armónicas.

La función f en (16.1) o (16.2) puede tener cualquier expresión matemática, que hasta ahora no hemos especificado. Consideremos las ondas a las que corresponde la forma de f más simple: aquéllas cuyo perfil puede representarse mediante una función coseno o seno. Estas ondas se denominan ondas sinusoidales, ondas armónicas simples o sencillamente **ondas armónicas**. Su importancia radica en que cualquier onda periódica se puede expresar mediante suma de ondas armónicas de diferentes amplitudes y frecuencias (**teorema de Fourier**).

La forma general de una onda armónica es:

$$\psi(x, t) = \psi_0 \operatorname{sen} \kappa(x \pm vt) \quad (16.3)$$

posteriormente comprobaremos que (16.3) es solución de la ecuación diferencial de ondas, y que por lo tanto, representa una onda. Veamos el significado fi-

sico de cada uno de sus parámetros, κ es una constante positiva, que recibe el nombre de **número de propagación** o **número de ondas**. $2\pi/\kappa$ representa un «período espacial»; en efecto, si en (16.3) reemplazamos x por $x \pm 2\pi/\kappa$, se obtiene para $\psi(x, t)$ el mismo valor: $\psi(x, t) = \psi(x \pm 2\pi/\kappa, t)$, como fácilmente puede comprobar el alumno, sin más que aplicar las transformaciones de la trigonometría elemental (Fig. 16.2).

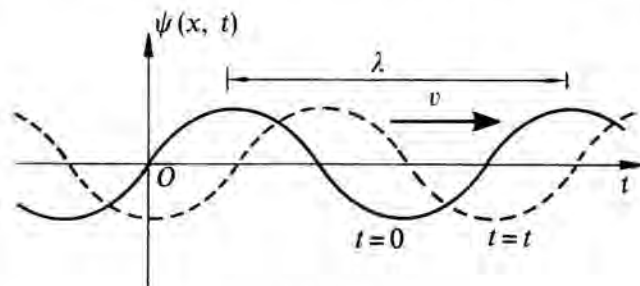


FIG. 16.2

Es decir, cada $2\pi/\kappa$ metros la curva (onda) se repite a sí misma. Hay que hacer constar que en la figura anterior $\psi(x, t)$ se representa en función de x , para diferentes instantes de tiempo, lo que nos permite apreciar —además— cómo avanza la onda.

El período espacial de la onda recibe el nombre de **longitud de onda (λ)** , por lo tanto:

$$\lambda \equiv 2\pi/\kappa \quad (16.4)$$

físicamente $1/\lambda$ o $\kappa/2\pi$ representa el número de longitudes de onda por unidad de longitud. Recíprocamente, κ representa el número de longitudes de onda u ondas completas, que caben en una distancia de 2π metros. Las dimensiones de λ y κ son, respectivamente, $[L]$ y $[L]^{-1}$ y en el SI se miden en m y m^{-1} .

Sustituyendo (16.4) en (16.3),

$$\psi(x, t) = \psi_0 \operatorname{sen} 2\pi/\lambda (x \pm vt) \quad (16.5)$$

De forma análoga se puede definir para la onda, un «período temporal», T . Representa, físicamente, el tiempo que tarda en pasar una longitud de onda, es decir, una onda completa, por delante de un observador estacionario, situado en un punto del medio (Fig. 5.3). En la misma se ha representado el estado de la perturbación en cinco instantes de tiempo, desde $t = t_1$ hasta $t = t_2 + T$, donde t_1 es un instante arbitrario. Se pone de manifiesto que *en un intervalo $t = T$, pasa por delante de un observador situado en un punto arbitrario del medio, por ejemplo el x_0 , una onda com-*

pleta. La onda se propaga hacia la derecha, avanzando una distancia λ en el tiempo T . ¿Cuál de los dos signos en (16.3) o (16.5) es el que representa a esta onda? Así pues,

$$\psi(x, t) = \psi(x, t \pm T) \quad (16.6)$$

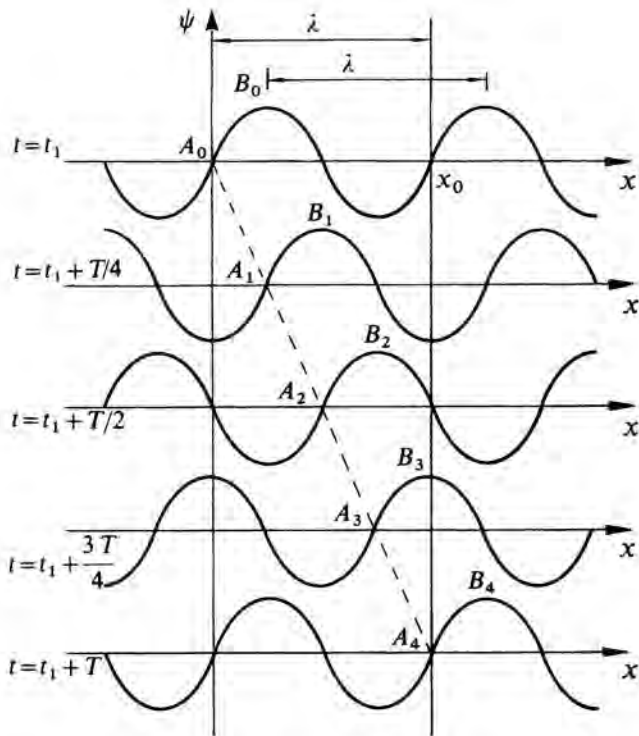


FIG. 16.3

Teniendo en cuenta (16.3), (16.6) y las reglas de la trigonometría elemental:

$$xv T = 2\pi \quad , \quad T = \lambda/v \quad (16.7)$$

Expresión que confirma la afirmación anterior de que la onda avanza una distancia λ en el tiempo T .

El período T (Fig. 16.4), para un punto del medio

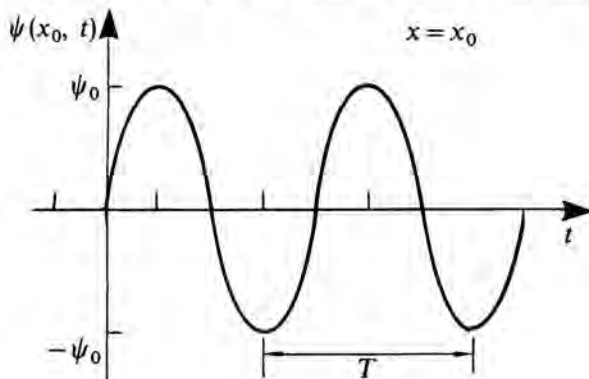


FIG. 16.4

($x = x_0$), representa el intervalo de tiempo que debe transcurrir para que la magnitud física característica vuelva a tomar el mismo valor (16.6). Las dimensiones del período son $[T]$ y se mide en s.

La inversa del período recibe el nombre de **frecuencia**, ν . Representa el número de ondas que pasan por un punto dado en la unidad de tiempo; sus dimensiones son $[T]^{-1}$ y la unidad es el hertz (Hz).

$$T \equiv 1/\nu \quad (16.8)$$

por lo tanto, llevando (16.8) a (16.7)

$$\lambda \nu = v \quad (16.9)$$

Otra magnitud que se utiliza a menudo para caracterizar a las ondas, es la **frecuencia angular** (ω):

$$\omega \equiv 2\pi/T \quad (16.10)$$

sus dimensiones son $[T]^{-1}$ y las unidades rad s^{-1} .

Como el seno varía entre $+1$ y -1 , el máximo valor de $\psi(x)$, para un instante de tiempo dado, es ψ_0 . Este valor máximo de la perturbación recibe el nombre de **amplitud de la onda**. Sus dimensiones y unidades son las correspondientes a la magnitud física que caracteriza a la perturbación.

El argumento de la función seno recibe el nombre de **fase**, φ , de la onda: $\varphi \equiv x(x - vt)$. En ocasiones, la magnitud física φ tiene un cierto valor para $x = t = 0$, distinto de cero, en cuyo caso: $\psi(0,0) = \psi_0 \text{ sen } \varphi_0$, φ_0 recibe el nombre de **fase inicial**. En estos casos (16.3) se escribe:

$$\psi(x, t) = \psi_0 \text{ sen } (x - vt + \varphi_0) \quad (16.11)$$

donde hemos hecho uso de (16.7) y (16.10).

La fase inicial representa la contribución constante a la fase por parte del generador de la perturbación; es independiente, φ_0 , de la distancia que ha avanzado la onda o del tiempo transcurrido desde que se produjo, sólo depende del punto desde donde empezamos a contar x y del instante desde que empezamos a contar t , es decir, la fase tiene un valor absoluto, pero no x , t ni φ .

La longitud de onda, el período, la frecuencia, frecuencia angular y el número de onda son los parámetros utilizados para describir el **carácter doblemente periódico** de las ondas. Estos conceptos se aplican tanto a las ondas armónicas como a las que no lo son,

con tal que tengan carácter periódico.

A partir de los diferentes parámetros introducidos, las ondas armónicas (16.3) se pueden escribir de diferentes formas alternativas:

$$\psi(x, t) = \psi_0 \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T} \right) \quad (16.12)$$

$$\psi(x, t) = \psi_0 \operatorname{sen} (\kappa x \pm \omega t) \quad (16.13)$$

$$\psi(x, t) = \psi_0 \operatorname{sen} 2\pi v \left(\frac{x}{v} \pm t \right) \quad (16.14)$$

el alumno puede comprobar la equivalencia entre las diferentes expresiones anteriores.

Conviene llamar la atención al alumno sobre la relación que existe entre una onda armónica (6.11) y el MAS (ejercicio 6.1). Supongamos que se trata de una onda armónica que se propaga a lo largo de una cuerda; la magnitud física significativa en este caso es el desplazamiento de cada sección de la cuerda: $\psi(x, t) = y(x, t)$. Si nos fijamos en un punto del medio, $x = x_1$,

$$y(x_1, t) = A_0 \operatorname{sen} (\kappa x_1 - \omega t + \varphi_0) = A_0 \operatorname{sen} (\theta - \omega t)$$

resulta que éste, que es arbitrario, tiene un MAS, ¿por qué? La función anterior sólo depende de la variable t . Luego en cada punto de un medio en el que se propaga una onda armónica, la magnitud física característica varía de forma armónica; si se trata de un desplazamiento, cada punto del medio tiene un MAS.

Hasta ahora hemos considerado ondas unidimensionales, que se propagaban a lo largo del eje OX . A continuación justificaremos que (16.3) representa también a las ondas tridimensionales de expresión más simple: **las ondas armónicas planas**. En tres dimensiones, un concepto importante es el de **frente de onda** o **superficie de onda**, que es el lugar geométrico de todos los puntos del espacio para los cuales la fase, en un instante dado, es constante. Es decir, una superficie que pasa por todos los puntos del medio en los que la perturbación, en dicho instante, toma el mismo valor. Es costumbre representar una onda en tres dimensiones, dibujando los frentes de onda que corresponden a un valor de la magnitud física característica igual a la amplitud.

En un instante dado, los frentes de onda verifican la condición: $x - vt = cte \rightarrow x = cte$. O sea, forman una familia de planos, todos ellos perpendiculares a la dirección de propagación, que es el eje OX . El estudio de este tipo de ondas es importante, ya que en los dispositivos ópticos es fácil obtenerlas de forma aproximada.

Como hemos indicado $x = x_1 = cte$ representa un plano perpendicular al eje OX . Por lo tanto en tres dimensiones (16.1) representa una onda plana que se propaga a lo largo del eje OX .

El movimiento de los frentes de onda se suele caracterizar mediante unas líneas llamadas rayos. El **rayo** es una línea que corresponde a la dirección en que fluye la energía que transporta la onda. Es una entidad matemática más que física. Si el medio tiene las mismas propiedades en todas las direcciones, los rayos son normales a los frentes de onda, Fig. 16.5

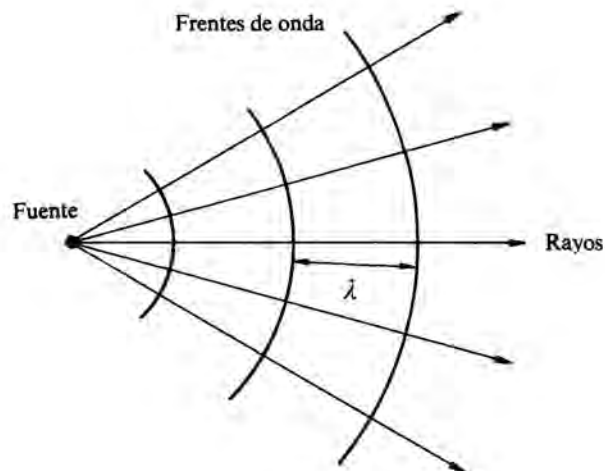


FIG. 16.5

En todo este capítulo no consideraremos el caso de ondas no periódicas, ya que su tratamiento formal es de gran complejidad. Piense el alumno que en ellas no tiene sentido hablar de λ , ni de T . Sin embargo, a nivel práctico es extraordinariamente sencillo producir ondas no periódicas o **pulsos**; pensemos en una cuerda o un resorte largo («slinky») al que se le da una única sacudida en un extremo.

Ejercicio 16.1

Dadas las ondas armónicas:

$$\psi_1 = 4 \operatorname{sen} 2\pi(0,2x - 3t) \quad , \quad \psi_2 = \frac{1}{2,5} \operatorname{sen} (7x + 3,5t)$$

calcular para cada una de ellas: (a) la frecuencia, (b) longitud de onda, (c) periodo, (d) amplitud, (e) velocidad de fase y (f) sentido del movimiento. En las expresiones anteriores t se expresa en segundos y ψ y x en metros.

Solución:

La onda ψ_1 tiene la forma de la (16.12), comparando ambas se obtiene:

$$\psi_{01} = 4 \text{ m}, \quad \lambda_1 = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ m}, \quad T_1 = \frac{1}{3} = 0,33 \text{ s}, \quad \nu_1 = 3 \text{ Hz}, \quad \omega_1 = 18,8 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

según (16.9): $\nu_1 = \lambda_1 \nu_1 = 15 \text{ m s}^{-1}$. La onda se propaga, según indicamos en (16.9), en el sentido positivo del eje OX . ¿Por qué?

La onda ψ_2 se expresa según (16.13), comparando ambas:

$$\psi_{02} = \frac{1}{2,5} \text{ m}, \quad \kappa_2 = 7 \text{ m}^{-1}, \quad \lambda_2 = \frac{2\pi}{\kappa_2} = 0,90 \text{ m}, \quad \omega_2 = 3,5 \text{ rads}^{-1},$$

$$T_2 = 1,80 \text{ s}, \quad \nu_2 = 0,56 \text{ Hz}, \quad v_2 = \lambda_2 \nu_2 = 0,50 \text{ m s}^{-1}.$$

La onda se propaga, según (16.1) en el sentido negativo del eje OX .

Ejercicio 16.2

A lo largo de un resorte se manda de forma continua, mediante un vibrador, una onda. La frecuencia de la fuente es de 25 Hz y la distancia entre compresiones sucesivas del resorte de 25 cm. Calcular la velocidad de propagación de la onda.

Si el máximo desplazamiento longitudinal de una sección del resorte es de 3 cm y la onda, supuesta armónica, se propaga a lo largo del sentido negativo del eje X , escribir la ecuación de la onda. Supóngase que la fuente se encuentra en la posición $x=0$ y que el desplazamiento en $x=0$, $t=0$, es cero. ¿Cómo se modifica el resultado si el desplazamiento, para $x=0$, $t=0$, fuese de 0,5 cm?

Solución:

Una onda armónica se puede escribir, por ejemplo, de la forma (16.12);

$$\chi = \chi_0 \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} \right)$$

ya que la variable significativa es, en este caso, el desplazamiento (χ) de cualquier sección del resorte en la dirección en que se propaga la perturbación (a este tipo de ondas les llamaremos, § 16.2, longitudinales). Si la distancia entre compresiones sucesivas es de 25 cm, significa que ésa es su longitud de onda, según la definición del citado parámetro: $\lambda = 25 \times 10^{-2}$ m. La frecuencia es de 25 Hz. Como el máximo desplazamiento longitudinal del alambre es de 3 cm, significa que ésa es su amplitud: $\chi_0 = 3$ cm.

La ecuación de la onda será:

$$\chi = 3 \times 10^{-2} \operatorname{sen} 2\pi(4x + 25t) \quad (16.15)$$

La velocidad de propagación (16.9): $v = \lambda \nu = 6,25 \text{ m s}^{-1}$. La ecuación (16.15) cumple las condiciones iniciales: $\chi = 0$, para $x=t=0$.

Si para $x=t=0$, $\chi = 0,5$ cm, hay que incluir una fase inicial en la ecuación (16.11):

$$\chi = \chi_0 \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T} + \varphi_0 \right)$$

por lo tanto $\varphi_0 = 0,03$ rad.

La ecuación de la onda será en este caso:

$$\chi = 3 \times 10^{-2} \operatorname{sen} 2\pi(4x + 25t + 0,03)$$

§ 16.2 TIPOS DE ONDAS

Hasta ahora hemos hablado de diferentes clases de ondas, diferenciándolas según su propiedad física más característica. Así hemos citado: ondas sonoras, lumi-

nosas, ondas en el agua, ondas elásticas en un alambre, resorte o cuerda, ondas sísmicas (características de los terremotos) e incluso las «ondas de materia», utilizadas en la Física Cuántica y cuya amplitud está relacionada con la probabilidad de encontrar a una partícula, de las que constituyen la materia, en algún lugar del espacio. En la pregunta anterior, independientemente de la clase de ondas de que se tratase, hemos definido los parámetros que las caracterizan.

No obstante, las ondas pueden clasificarse atendiendo a otros aspectos. En primer lugar podemos hablar de **ondas elásticas** o **mecánicas**, que son aquellas en que la perturbación producida en un punto del espacio se transmite a los restantes debido a las *propiedades elásticas del medio*. La presencia de éste es imprescindible para que tenga lugar la propagación de la perturbación y por lo tanto para que exista la onda. Aunque el medio se ponga en movimiento, al ser alcanzado por la perturbación, *éste no se mueve en conjunto*. Como ejemplo claro podemos observar el movimiento de una boya en un puerto, que al ser alcanzada por las olas marinas, describe una trayectoria aproximadamente elíptica (!), pero que en conjunto no se desplaza; sin embargo, las ondas avanzan continuamente a lo largo de la superficie del agua. Este hecho es el que nos ha servido ya de base para afirmar que las ondas transmiten energía desde unos lugares a otros (§ 16.3). En el caso de las ondas armónicas, cada partícula del medio tiene un *MAS*. Se desplaza alrededor de su posición de equilibrio, pero en valor medio no se mueve respecto de esta posición. Las fuerzas elásticas entre las partículas que forman el medio son las responsables, para este tipo de ondas, de la transmisión de la perturbación.

Las ondas más familiares al alumno pertenecen a esta clase. Son las únicas que se pueden «visualizar» a través del medio soporte que hace posible su transmisión. El sonido es una onda elástica, ya que necesita de un medio –por ejemplo, el aire– para transmitirse. Si ponemos una cajita de música en el interior de una campana de vidrio y se le extrae a ésta el aire mediante una bomba de vacío, como probaremos que llega un momento en que la música no se oye. Esto ocurre cuando «no existe» *prácticamente* el medio soporte que se utilizaba para su transmisión. En los otros ejemplos citados: ondas en un alambre, resorte o cuerda, ondas en la superficie de un líquido y ondas sísmicas, es evidente también la necesidad del medio para que se propague la onda. En todos estos casos la velocidad de propagación depende de las propiedades elásticas del medio y de su densidad (Tabla 15.1).

Sin embargo, para la transmisión de las ondas electromagnéticas, la luz es una de ellas, no es necesario disponer de un medio soporte, se trata de **ondas no mecánicas**. Por eso se afirma que *la luz se propaga en el vacío*, como puede fácilmente comprobarse pensando que la luz pasa a través del espacio, casi vacío,

que hay entre las estrellas. Esto no quiere decir que una onda electromagnética no pueda propagarse a través de un medio material, experimentalmente sabemos que sí, sino que la existencia de éste no es imprescindible para asegurar su propagación.

También se pueden clasificar las ondas por la relación que existe entre el desplazamiento de las partículas del medio y el de propagación de la onda.

Supongamos una cuerda con un extremo fijo en una pared, y con la mano empezamos a darle sacudidas periódicas verticales; cualquier sección de la cuerda se desplaza en una *dirección perpendicular a la de propagación de la perturbación*. Si a la misma cuerda le damos sacudidas periódicas de forma que la mano describa circunferencias u otra curva (¿por qué no lo pruebas?), cualquier sección se desplaza también en una *dirección perpendicular a la propagación de la perturbación*. ¿Qué diferencia hay entre los dos casos? Cuando una onda presenta esta característica se dice que es **transversal**.

Si ahora disponemos de un resorte largo y empezamos a darle sacudidas periódicas en la dirección definida por él, cualquier sección del resorte se desplaza en una *dirección que coincide con la de propagación de la onda*. A estas ondas se les llama **longitudinales**.

Los ejemplos elegidos nos han permitido establecer de forma clara y gráfica esta clasificación de las ondas; pero indudablemente sólo es válida cuando la magnitud característica del fenómeno que se propaga es un desplazamiento. Por lo tanto hemos de adoptar un criterio más general para caracterizar a estos dos tipos de ondas.

Una onda transversal es aquella en que la propiedad física que se propaga varía en una dirección perpendicular a la de propagación de la onda; mientras que en la longitudinal, lo hace en la dirección de propagación. En el caso del sonido (§ 17.1), las variaciones de presión o de densidad de la masa de fluido tienen lugar en la dirección de propagación de la onda, se trata por consiguiente de ondas longitudinales. Las electromagnéticas son transversales, ya que los campos eléctricos y magnéticos que las caracterizan son, en cada punto, perpendiculares a su dirección de propagación (§ 17.3).

En ciertos casos no es posible establecer de forma nítida esta clasificación, ya que las ondas no son ni totalmente longitudinales, ni completamente transversales. Un ejemplo típico son las ondas superficiales en el agua; sus partículas se mueven tanto hacia arriba y abajo (carácter transversal), como hacia adelante y hacia atrás (carácter longitudinal), describiendo trayectorias elípticas a medida que son alcanzadas por la perturbación. Esta es la razón por la que afirmamos anteriormente que la boya tiene un movimiento aproximadamente elíptico y no «sólo» en sentido vertical.

Posteriormente veremos (§ 16.4) que el fenómeno de polarización permite establecer de forma unívoca el carácter transversal o longitudinal de una onda, ya que sólo las primeras lo presentan.

Otras clasificaciones de las ondas no presentan el interés físico de estas dos últimas. Se pueden clasificar también por el número de variables necesarias para caracterizar la magnitud o propiedad física que se propaga. En este sentido se habla de ondas **unidimensionales**, **bidimensionales** o **tridimensionales**. ¿Podría el alumno citar ejemplos de cada una de ellas? La onda que se propaga sobre la superficie de un tambor, al producir una percusión en uno de sus puntos, ¿de qué tipo es?

También se pueden clasificar como dijimos en el apartado anterior, en periódicas y en aperiódicas. Por la forma del frente de ondas en: **planas**, **esféricas**, **cilíndricas**, etc. Las ondas esféricas son las más comunes en tres dimensiones; se presentan cuando el foco o fuente que las produce es puntual y el espacio tiene las mismas propiedades en todos los puntos (homogéneo) y en todas las direcciones (isótropo). A medida que los frentes de ondas esféricas se propagan su radio va creciendo; para puntos suficientemente alejados de la fuente, una pequeña área del frente de onda se asemeja a una porción de una onda plana.

Otra clasificación que se puede establecer es la de considerar **ondas escalares** y **ondas vectoriales**, según la naturaleza de la magnitud física significativa.

Hemos estudiado ya cómo caracterizar a un fenómeno físico, representado por una cierta magnitud, que se propaga de unos puntos del espacio a otros en forma de onda. Incluso hemos tratado de las diferentes clasificaciones que se pueden establecer para las ondas. La pregunta que sería interesante abordar ahora: ¿cómo determinar si un cierto campo o magnitud física, dependientes del tiempo, se propagan como una onda? O en otras palabras: cualquier magnitud física, que varía de unos puntos a otros de un medio, ¿se puede representar mediante una onda?

Realmente existe una ecuación diferencial que verifican todos los fenómenos que tienen carácter ondulatorio. A pesar de la dificultad matemática que implica, la introduciremos como información general para el alumno, sin intentar en ningún caso resolverla; esta ecuación es más difícil de resolver, en general, que las expuestas en capítulos anteriores (!). Su importancia, desde el punto de vista físico, es realmente notable; ya que, si al analizar un fenómeno a partir de las *leyes dinámicas correspondientes* (segunda ley de Newton para las ondas elásticas o ecuaciones de Maxwell para las electromagnéticas), *la magnitud física característica verifica una ecuación del tipo indicado, podemos asegurar sin lugar a dudas que la propagación tiene lugar en forma de onda*.

Si la magnitud física significativa es $\psi(x, y, z)$, la **ecuación diferencial de ondas** en el caso tridimensional:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (16.16)$$

donde v representa la velocidad de propagación de la onda en el medio. ¿A qué se reduce en el caso unidimensional?

Se puede demostrar que la solución general, sea cual fuere la función ψ , de una ecuación de ondas unidimensional es de la forma:

$$\psi(x, t) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt) \quad (16.17)$$

Físicamente indica que la solución general se puede escribir como **superposición** de dos ondas que se propagan en sentidos opuestos. Si el problema físico es de índole tal que la onda sólo puede propagarse en un sentido, sólo aparece en la solución de la ecuación

(16.17) una de las funciones. Esto fue lo que admitimos, sin hacerlo explícito, en (16.1).

Como aplicación comprobaremos que la función armónica (16.3) es solución de la ecuación de ondas unidimensional. En efecto:

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial x} \right)_{t=\text{cte}} = \kappa \psi_0 \cos \kappa(x - vt),$$

$$\left. \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right)_{t=\text{cte}} = -\kappa^2 \psi_0 \sin \kappa(x - vt),$$

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)_{x=\text{cte}} = -\kappa v \psi_0 \sin \kappa(x - vt),$$

$$\left. \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \right)_{x=\text{cte}} = -\kappa^2 v^2 \psi_0 \sin \kappa(x - vt)$$

luego toda magnitud física que varíe espacial y temporalmente de la forma (16.3) es una onda, ya que verifica a la ecuación general de ondas.

§ 16.3 ENERGÍA TRANSPORTADA POR UNA ONDA

En una onda se propaga, como sabemos, una propiedad física, caracterizada por una cierta magnitud ψ , que se genera en un cierto lugar y que, como consecuencia de la naturaleza del fenómeno, se transmite a otras regiones del espacio o del medio. Todos los ejemplos citados tienen de común que en ellos se propaga un estado de movimiento de las partículas que forman el medio, por lo tanto una energía, como decíamos en la introducción de este capítulo. Este argumento sobre la propagación del estado de movimiento en el medio, es evidente para las ondas elásticas, pero no es válido en el caso de las electromagnéticas o de las «ondas de materia».

Experimentalmente podemos comprobar que **toda onda, sea cual fuere su naturaleza transporta energía** de unas regiones a otras. Al colocar un pequeño montoncillo de polvo fino en las proximidades de un altavoz, se esparce al emitir éste sonidos. Si colocamos un vibrador en el extremo de una cubeta de ondas alargada, observamos como una boya situada en la cubeta se pone en movimiento al ser alcanzada por la perturbación. La luz procedente de un foco o del sol es capaz de impresionar una placa fotográfica o de quemar un objetivo, como se comprueba concentrando —por ejemplo— la luz del sol sobre un papel, mediante una lupa. La luz procedente de un laser (fuente de luz monocromática) es capaz de perforar un objeto duro. Las ondas de radio o TV de accionar un altavoz y producir una sensación sonora.

Cuando se trata de ondas mecánicas esta energía que se propaga adquiere la forma de energía cinética y

potencial. La energía potencial está asociada a las deformaciones elásticas que sufre el medio, al ser alcanzado por la perturbación.

Para las ondas electromagnéticas no es posible utilizar un modelo tan gráfico, ya que se pueden propagar en el vacío; simplemente diremos que en toda la región del espacio —por ejemplo en la atmósfera— donde se propaguen ondas electromagnéticas, existe una energía almacenada en el medio. Esta interpretación de ubicar la energía en la región donde están definidos los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} , y no en las fuentes que los producen, es propia de la teoría de campos (§ 7.1) y de gran utilidad al considerar el teorema de conservación de la energía electromagnética (§ 17.3).

La velocidad con que se transporta la energía coincide con la de propagación de la onda, si el medio no es dispersivo (§ 17.5).

Una **onda también transporta momento lineal** como cabía esperar, ya que se propaga el estado de movimiento de la materia (medio). El momento y la energía son las magnitudes físicas para caracterizar el estado dinámico de una partícula (§ 6.2 y § 8.3). Si una onda transporta momento cabe esperar que al incidir sobre un objeto, que la refleja o absorba, ejerza sobre el mismo una fuerza, como así ocurre. El tratamiento analítico de estos problemas, es complejo y no lo abordamos en este libro.

Aunque seamos reiterativos queremos insistir en que **un movimiento ondulatorio no implica transporte de materia**, es decir las partículas del medio no sufren un desplazamiento neto, al ser alcanzadas por la onda. ¿Podría el alumno citar algún ejemplo en el que se ponga en evidencia esta afirmación?

Para caracterizar el transporte de energía por una onda se introducen dos magnitudes: la **densidad de energía** ρ_E , y la **intensidad de la onda** I . La densidad de energía se define como la *energía contenida por unidad n-dimensional de volumen*. Es decir, si se trata de una cuerda, resorte o alambre ($n=1$) I será la energía por unidad de longitud; para las ondas superficiales en una membrana o en el agua, $n=2$; y para ondas acústicas o electromagnéticas $n=3$. ¿Cuáles son sus dimensiones y unidades en el SI, para cada uno de los casos?

La intensidad de la onda se define como la *energía que fluye por unidad de tiempo, a través de un «área» unidad colocada perpendicularmente a la dirección de propagación de la onda*. La palabra *área* la hemos enmarcado, para significar que se trata —según el número de dimensiones que sean significativas para el fenómeno en estudio— de energía que fluye en un punto ($n=1$, alambre), a través de una línea ($n=2$, membranas, ondas superficiales) o a través de una superficie ($n=3$, sonido y ondas electromagnéticas).

Para obtener la expresión de I en función de v y ρ_E , utilizamos un razonamiento análogo al de (§ 13.1). Si v es la velocidad de propagación de la onda,

y el medio tridimensional no es dispersivo (§ 17.5), según la definición de intensidad se verifica:

$$I = \frac{1}{S \Delta t} \frac{\Delta E}{S \Delta t} = \frac{\rho_E \Delta t S v}{S \Delta t} = v \rho_E \quad (16.18)$$

sus dimensiones son: $[T]^{-3} [M]$ y las unidades: $J s^{-1} m^{-2}$, que representa una potencia por unidad de superficie, ¿por qué?

Frecuentemente, ya que ρ_E no es constante, se suele definir la **densidad media de energía**, $\langle \rho_E \rangle$, como el *valor medio que toma ρ_E en una región del tamaño de la longitud de onda de la perturbación en un período de tiempo*:

$$\langle \rho_E \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho_E(t) dt \quad (16.19)$$

que no es más que la definición de valor medio de ρ_E , ¿no?

Como dijimos anteriormente, la energía que transporta la onda procede de la fuente que produce la perturbación. Si queremos calcular *la potencia media necesaria para mantener la onda en el medio*, es decir, la energía media, por unidad de tiempo que la fuente suministra al medio, tendremos según esta definición y (16.18):

$$P \equiv \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = \langle I \rangle S = v \rho_E S \quad (16.20)$$

expresión que evidentemente tiene dimensiones de potencia, como puede comprobar el alumno.

Las aplicaciones de estas magnitudes hay que hacerlas, para que tengan realidad física, con relación a las ondas acústicas y electromagnéticas. Ambas son el objetivo del próximo capítulo, pero creemos que no tiene sentido realizarlas tampoco allí, ya que este es un texto de conceptos básicos; además los cálculos implican unos desarrollos matemáticos previos, que no son adecuados para los alumnos a los que va dirigido este libro.

§ 16.4 FENOMENOS ASOCIADOS A LAS ONDAS

Estudiaremos los principales fenómenos que pueden presentar las ondas, *independientemente de la naturaleza de éstas*. Algunos de ellos son comunes a todo tipo de ondas, otros a ondas que sean bidimensionales (ondas en un estanque) o tridimensionales

(sonido y ondas electromagnéticas). Algunos de estos fenómenos son típicos, es decir específicos, de las ondas; de tal modo que si un fenómeno físico los presenta, podemos afirmar sin lugar a dudas que posee carácter ondulatorio. De esta propiedad haremos uso en los capítulos XVIII y XX cuando estudiemos la naturaleza dual de la luz y de las partículas elementales, respectivamente.

El tratamiento lo haremos a nivel cualitativo, sin ninguna consideración formal, que alargaría innecesariamente el tema y no aportaría demasiado significado físico adicional. Nos preocuparemos de los conceptos fundamentales que encierra cada uno de estos fenómenos, de describirlos e indicar la forma y condiciones en que pueden producirse. No profundizaremos en las razones por las cuales se presenta cada uno de ellos ni en su interpretación. Supondremos que las ondas son esféricas o planas. En general, cuando sea posible, los expondremos para cualquier tipo de ondas, sin hacer referencia específica a ninguna en particular. En el capítulo siguiente haremos hincapié en las ondas sonoras y luminosas por ser las que tienen más aplicaciones prácticas y mayor transcendencia para el hombre y los seres vivos en general.

Recomendaríamos que este apartado se desarrollase sobre todo a nivel práctico, en el sentido de que los alumnos observasen los fenómenos en el laboratorio; la forma más sencilla es mediante una cubeta de ondas, de la cual disponen prácticamente todos los centros. También son fáciles de realizar con cuerdas y alambres largos, por supuesto aquellos fenómenos que no necesiten de un medio bi o tridimensional. Muchos de estos fenómenos se pueden observar en la Naturaleza, especialmente en un estanque o en un puerto de mar, al fin y al cabo éstos no son más que grandes cubetas naturales de ondas, ¿no? Las relacionadas con la luz y el sonido son, normalmente, los más difíciles de observar; no obstante, indicaremos la forma elemental en que se pueden poner de manifiesto.

REFLEXION Y REFRACCION

Sabemos que la velocidad es uno de los parámetros adecuados para caracterizar al medio en que se propaga una onda. Supongamos dos medios de características diferentes; el concepto de «diferentes» es relativo, ya que *depende de la naturaleza de la onda que se considere* (Tabla 16.1). Así por ejemplo, se puede tratar de dos cuerdas o alambres de distinto material, dos medios fluidos o sólidos distintos, dos regiones de una cubeta de ondas de diferente profundidad, etc. Como consecuencia de la existencia de dos medios diferentes, la velocidad de propagación de la onda es diferente en cada uno de ellos.

Analicemos por separado cada uno de los fenóme-

nos anteriores, aunque en general se presentarán juntos. Se entiende por **reflexión** el *cambio en la dirección de propagación que experimenta una onda al encontrarse con un obstáculo adecuado a su naturaleza y de tamaño mucho mayor que su λ* ; en esta caso la onda se encuentra siempre en el mismo medio. Veamos algunos ejemplos concretos: una cuerda unida a una pared o a una barra vertical, con el extremo fijo o no (Fig. 16.6 *a* y *b*), por la que se manda una perturbación periódica producida en el extremo libre. En este caso la dirección de propagación de la onda es normal al obstáculo.

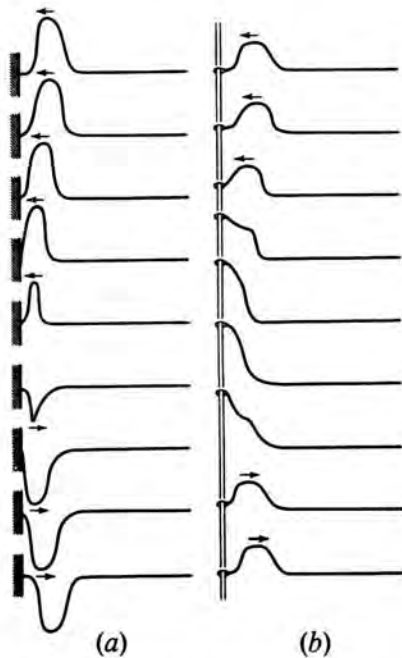


FIG. 16.6

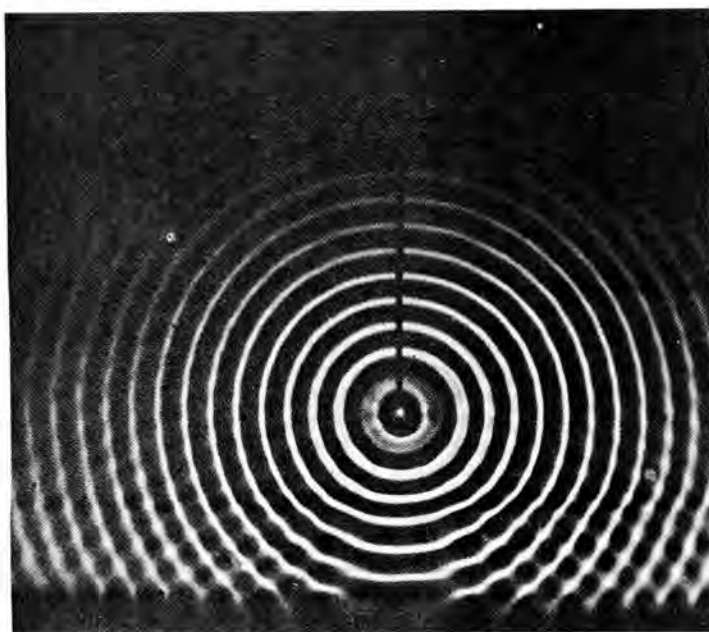
Otro ejemplo, bidimensional, es el de una cubeta de ondas; en este caso el obstáculo es una pieza plana de plástico. En la Fig. 16.7 se reproducen dos fotografías obtenidas en una cubeta; la *a* corresponde a ondas circulares y la *b* a planas, como fácilmente se percibe. El obtener unas u otras sólo depende de la forma física del foco que produce la perturbación, ¿qué forma tiene el que produce las ondas planas? ¿y el que produce las circulares?

La analogía de la foto 16.7 *a* con la correspondiente a la reflexión de la luz en un espejo plano es completa, ¿no? (Ver cuestión 18). La reflexión no es un fenómeno exclusivo de las perturbaciones de naturaleza ondulatoria, una partícula también lo presenta. ¿Puedes ponerlo de manifiesto?

Un caso interesante, en la reflexión, es cuando el obstáculo forma un ángulo distinto de 90° con la dirección de la onda, ya que entonces se observa que la onda incidente *cambia su dirección de propagación* al chocar con el obstáculo (onda reflejada). Fig. 16.7 *b*; en la Fig. 16.7 *c* se representa esquemáticamente el fenómeno, caracterizando a las ondas por sus rayos.

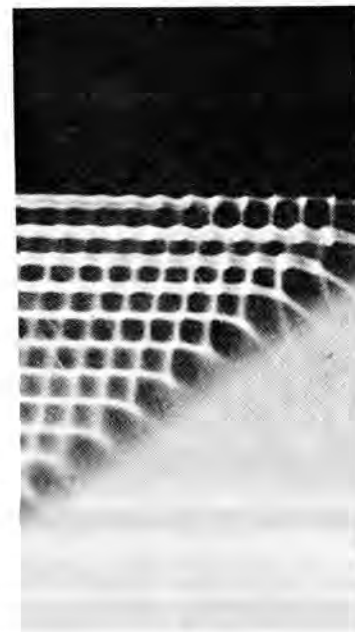
Como ejemplo típico de ondas tridimensionales se puede citar el de la luz, cuando se utiliza como obstáculo un espejo plano o esférico. También son frecuentes los fenómenos de reflexión de sonidos en edificios, salas, montañas, etc. En la Fig. 16.7 *b* se representan algunos de los frentes de ondas correspondientes a la fotografía de la Fig. 16.7 *a*.

Conviene resaltar que la reflexión de las ondas en una cuerda, cuando tiene lugar sobre un extremo fijo en una pared (Fig. 16.6 *a*), va acompañada de un cambio de fase de π radianes entre la onda incidente y la reflejada. Mientras que cuando el extremo es móvil (Fig. 16.6 *b*), no tiene lugar dicho cambio de fase. ¿Podría justificar



(a)

FIG. 16.7



(b)

el alumno, a la vista de dichas figuras, la razón de dicho cambio de fase en un caso y no en el otro? También en el caso de la luz, existe un cambio de fase de π radianes en la reflexión cuando incide desde un medio dieléctrico de menor índice de refracción en otro de mayor (§ 17.5).

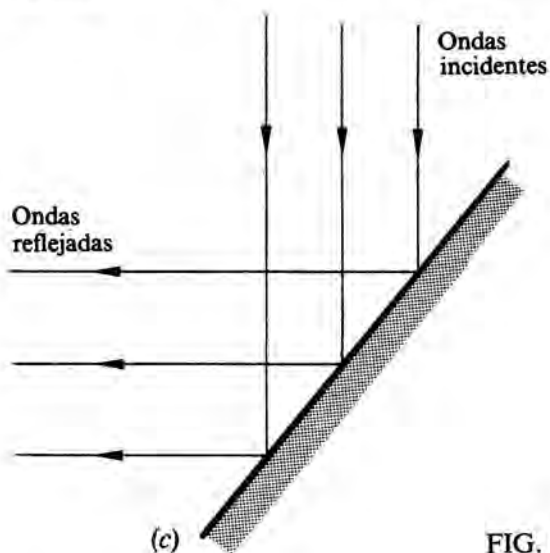


FIG. 16.7

Por **REFRACCION** se entiende el conjunto de fenómenos o de cambios que experimenta una onda al pasar de un medio a otro de propiedades diferentes.

Como consecuencia de tener los medios propiedades diferentes o ser de distinta estructura, la velocidad de propagación de la onda es distinta en cada uno de ellos. Este cambio de velocidad se traduce en los casos bi y tridimensionales en una variación de la dirección de propagación de la onda.

En el caso unidimensional el fenómeno se presenta al tener unidas dos cuerdas de diferente densidad lineal de masa (11.39) (Fig. 16.8). En la figura se observa que la perturbación incide –por su complejidad se ha dibujado un pulso en vez de una onda periódica– se divide en una reflejada y otra transmitida o refractada. En la misma se observa que la onda refractada siempre se encuentra en fase con la incidente. También se resalta que la energía de la onda transmitida es menor que la transportada por la onda incidente.

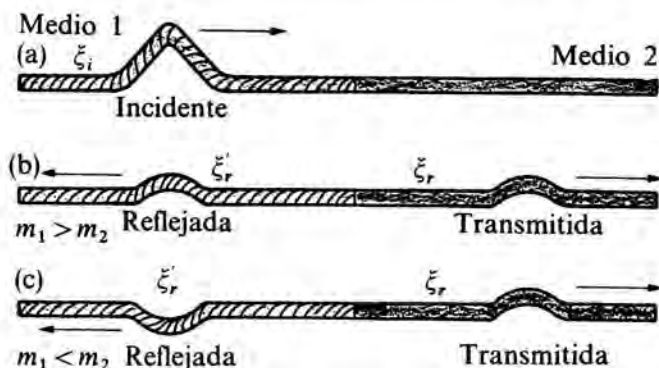


FIG. 16.8

En una cubeta de ondas se puede observar el fenómeno disponiendo de dos regiones de diferente profundidad (Tabla 16.1): para lo cual basta con poner en el fondo de la cubeta una lámina delgada de plástico (~ 4 mm). Su efecto sobre un tren de ondas planas que se desplazan desde la región de mayor profundidad a la de menor se representa en la Fig. 16.9. Si los frentes de onda son paralelos al borde recto que separa las dos regiones de la cubeta, las ondas no cambian su dirección de propagación, pero se reduce su longitud de onda.

Los fenómenos de reflexión y de refracción se pueden explicar considerando que la velocidad de propagación es diferente en los dos medios, y que los diferentes puntos del frente de onda –para incidencia no

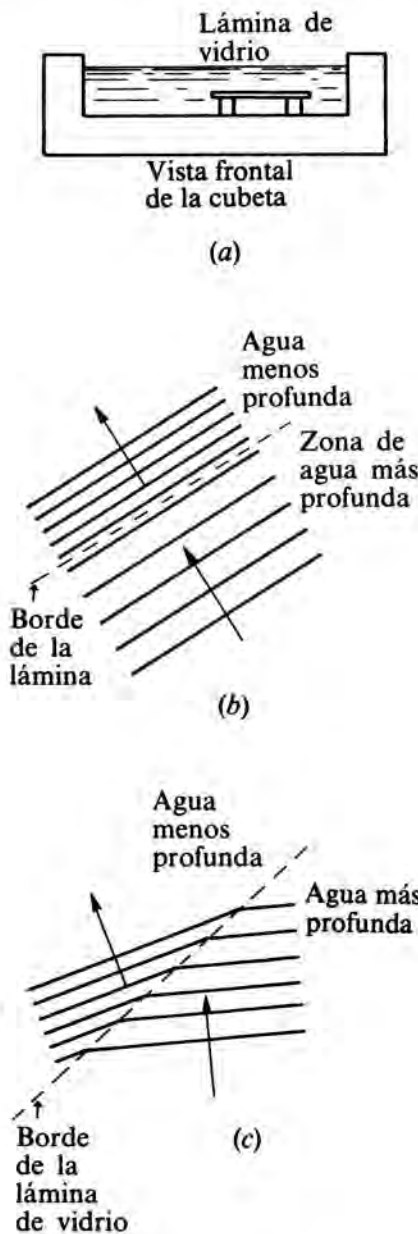


FIG. 16.9

normal en el caso de ondas planas— alcanzan la superficie de separación en instantes diferentes de tiempo. De esta propiedad se hace uso para explicar las leyes que rigen estos fenómenos en el caso de la luz (principio de Huygens, § 18.2).

La refracción no es exclusiva de los fenómenos de naturaleza ondulatoria, los de naturaleza corpuscular también la presentan. El fenómeno para el caso de una partícula se puede visualizar de la siguiente forma: supongamos una partícula material que desliza por un plano inclinado θ , al llegar a un cierto punto se encuentra con otro plano inclinado β ($\beta > \theta$), su trayectoria se desvía. ¿Podrías justificarlo?

Hay una diferencia importante, no obstante, entre las características de la refracción para los fenómenos de naturaleza ondulatoria y para los de naturaleza corpuscular. En los primeros, al pasar a un medio en que la velocidad de propagación es mayor, la desviación que sufre es menor; mientras que en los segundos —según las leyes de la Mecánica— debe ser mayor. Este hecho desempeñó, como veremos en el capítulo XVIII, un papel crucial en la controversia sobre la naturaleza de la luz, durante los s. XVII al XIX.

INTERFERENCIAS

En el fenómeno que se presenta cuando *en una región del espacio se encuentran, bajo ciertas condiciones, dos o más ondas*. Físicamente se caracteriza porque en dicha región existe una *distribución de la intensidad de la onda resultante*, es decir, *varía de unos puntos a otros: no es uniforme ni igual a la suma de las intensidades de las ondas que se superponen*. Esta distribución de intensidades recibe el nombre de **figuras de interferencia**. La forma que adoptan depende de la naturaleza de las ondas. Analicemos brevemente el carácter que presenta para los diferentes tipos de ondas.

El fenómeno se puede visualizar en una cubeta de ondas, colocando en el vibrador dos pequeñas esferitas, en vez de la varilla de madera o acero, que hacen de focos para las dos ondas superficiales que se van a superponer. Por la forma de producir las ondas, ambas tienen *la misma frecuencia, amplitud y fase*. Estas son las condiciones para que tenga lugar —en este caso— el fenómeno de interferencias. Las figuras de interferencias consisten en una distribución de la perturbación de las partículas de agua; en unas regiones aparecen crestas pronunciadas (interferencia constructiva) en otras parecen estar en calma (interferencia destructiva). La situación de no movimiento en estas regiones puede ser total, si las dos ondas tienen exactamente la misma amplitud. Realizada esta demostración en el laboratorio se observa que la separación angular entre regiones donde el agua se encuentra en calma depende de la longitud de onda, que a su vez viene impuesta por la frecuencia del vibrador. En la fotografía de la Fig. 16.10 *a* se muestran las figuras de interferencia correspondientes a una cubeta de ondas. En ella, las líneas en negro indican los lugares en que el agua está en calma; fijémonos que se encuentran rodeados por crestas de agua pronunciadas (regiones en blanco). En la Fig. 16.10 *b*, se reproduce la fotografía correspondiente a la interferencia de ondas de agua en un estanque, producidas al lanzar simultáneamente dos piedras sobre la superficie en reposo del mismo.

En el caso del sonido se puede observar el fenómeno montando dos diapasones (fuentes de sonidos armónicos o «puros») en los extremos de una pequeña varilla horizontal, que pueda girar alrededor de un eje vertical. Los diapasones deben producir un sonido de 1.000 Hz, aproximadamente, y estar separados alrededor de 1,5 m. Las figuras de interferencia, región donde el sonido es amplificado y atenuado alternativamente, se encuentran en un plano horizontal. La

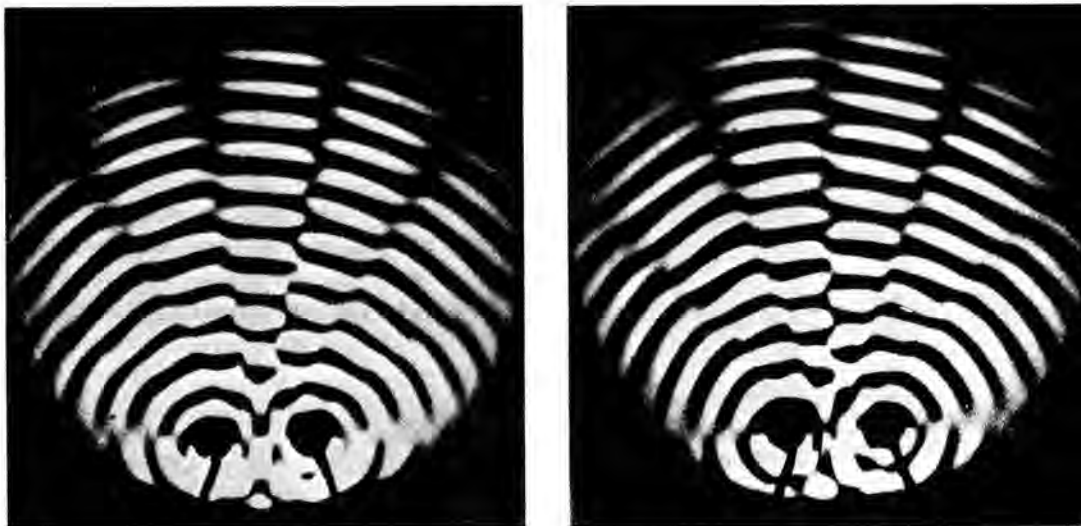
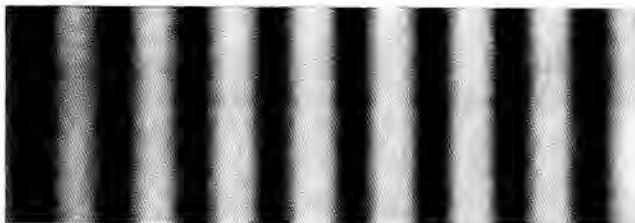


FIG. 16.10

anchura de estas regiones alternativas es de casi 1 m a una distancia de 5 a 6 metros de los diapasones. La forma de obtenerlas es haciéndolos sonar y girando lentamente la varilla; de esta manera las regiones en las que el sonido es amplificado y atenuado pasan periódicamente por el observador, que las percibe claramente. El experimento se percibe más claramente si nos tapamos con la mano uno de los oídos; también es conveniente realizar la experiencia en una sala grande y con pocos obstáculos, para evitar que las ondas reflejadas perturben el fenómeno de interferencias.

Las ondas electromagnéticas también presentan este fenómeno; nos centraremos brevemente en la región visible (§ 17.3) de las mismas: la luz. En este caso, las figuras de interferencia consisten en una distribución espacial de intensidades luminosas; éstas toman la forma de franjas o de círculos, alternativamente claros y oscuros, dependiendo del procedimiento práctico utilizado para obtenerlas. En las Fig. 16.11 *a* y *b* se reproducen estos dos tipos de figuras de interferencia.



(a)



(b)

FIG. 16.11

La experiencia nos indica que no siempre que en una región del espacio se encuentran haces luminosos procedentes de dos fuentes de luz, se presentan figuras de interferencia: en una habitación iluminada por dos o más lámparas la intensidad luminosa está distribuida más o menos uniforme. Por lo tanto, hemos de establecer claramente las condiciones que deben cumplir las ondas luminosas, y en general cualquier tipo de ondas, para que existan interferencias estables:

- Proceder de focos que sean **coherentes**, es decir, que las fuentes de luz tengan una diferencia de fase en la emisión que sea constante en el tiempo. Normalmente las fuentes ordinarias de luz no son coherentes, ya que aunque están compuestas, cada una de ellas, por la misma clase de átomos (lo cual hace que la luz emitida sea de la misma frecuencia), no efectúan las oscilaciones (transiciones de los electrones a niveles menos energéticos) en fase, es decir al mismo tiempo. La forma normal de superar este problema, con fuentes ordinarias, es utilizar una única fuente para obtener, mediante dos pequeñas aberturas por ejemplo, dos fuentes coherentes secundarias; una solución mejor es utilizar un **laser** como fuente de luz. En el caso de una cubeta, esta condición se cumple siempre si ambas fuentes de perturbación están unidas por una varilla horizontal, ¿no?
- Ser de **frecuencia iguales o muy próximas**, ya que diferencias apreciables en la frecuencia dan lugar a diferencias de fase que varían con el tiempo y por lo tanto a figuras no estables.
- Que las **amplitudes sean parecidas**, para que las figuras de interferencia que aparezcan sean muy definidas.

Las interferencias son un fenómeno exclusivo de las perturbaciones de naturaleza ondulatoria. Si dos haces de partículas coinciden en un punto del espacio, sus trayectorias se perturban y no siguen las que llevarían de existir cada uno de ellos por separado. En el caso de las ondas, por el contrario, si se encuentran en una región del espacio se superponen sin modificarse; una vez rebasada la región en que coinciden, las ondas siguen con las mismas características que presentaban antes de la superposición. Como consecuencia el principio de superposición (16.22), base del tratamiento de las interferencias, no es aplicable en el caso de fenómenos de naturaleza corpuscular.

Vamos a analizar cuantitativamente el fenómeno de interferencias, para dos ondas cualesquiera (superficiales en el agua, sonoras, o electromagnéticas). Sean dos focos emisoros de ondas F_1 y F_2 (Fig. 16.12), que se encuentran separados una distancia a . A una distancia d de los mismos se encuentra un plano (o una línea) en el

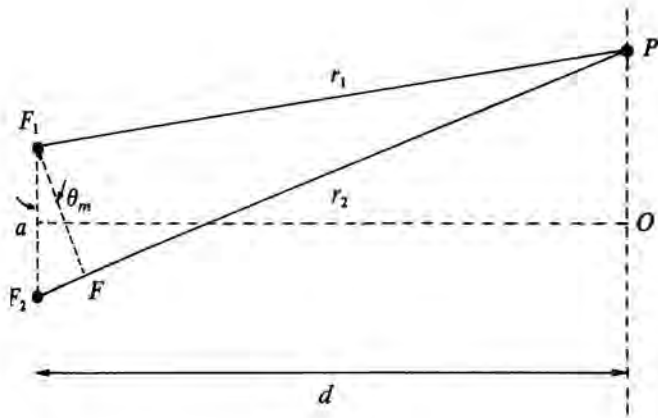


FIG. 16.12

que se quieren estudiar las figuras de interferencias debidas a la superposición de las ondas procedentes de las fuentes. Las ondas emitidas se suponen armónicas, y de la misma amplitud y frecuencia. Calculemos el valor de la perturbación resultante en cualquier punto del plano y la distribución de intensidades en el mismo.

Supongamos que las ondas emitidas por cada uno de los focos son:

$$\psi_1 = \psi_0 \sin(xr_1 - \omega t + \varepsilon_1), \quad \psi_2 = \psi_0 \sin(xr_2 - \omega t + \varepsilon_2) \quad (16.21)$$

r_1 y r_2 son las distancias respectivas a un punto genérico P del plano; ε_1 y ε_2 son las fases iniciales de cada una de las ondas. En general, ε_1 y ε_2 variarán con el tiempo de forma totalmente aleatoria (sobre todo en el caso de fuentes luminosas); si $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ es constante, independientemente de su valor, las ondas se denominan *coherentes*. Para simplificar la deducción, y sin perder contenido físico, supondremos que la fase inicial de cada onda es nula, por lo tanto las fuentes son coherentes, ¿por qué?. Téngase en cuenta que si $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ no es constante, no sería posible llegar a los resultados que obtendremos en nuestro cálculo.)

Aunque las ondas que emiten los focos son esféricas, podemos considerarlas, en primera aproximación, como planas si $d \gg a$; y las figuras de interferencia como franjas, si nos limitamos a una pequeña región del plano, en las proximidades del punto O .

La perturbación resultante en P será:

$$\psi = \psi_1 + \psi_2 = \psi_0 [\sin(xr_1 - \omega t) + \sin(xr_2 - \omega t)] \quad (16.22)$$

Utilizando la expresión correspondiente a la suma de dos senos,

$$\psi = 2\psi_0 \sin\left[\frac{x(r_1 + r_2)}{2} - \omega t\right] \cos\left[\frac{x(r_2 - r_1)}{2}\right] \quad (16.23)$$

La onda resultante tiene la misma frecuencia que las ondas superpuestas, ¿por qué?; pero su amplitud es:

$$A_0 = 2\psi_0 \cos\left[\frac{x(r_2 - r_1)}{2}\right] \quad (16.24)$$

Como ya indicamos, la intensidad de una onda es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda (§ 16.3), por lo tanto:

$$I \propto 4\psi_0^2 \cos^2\left[\frac{x(r_2 - r_1)}{2}\right] \quad (16.25)$$

Prescindiendo de la constante de proporcionalidad, tendremos una intensidad relativa y podemos tomar (16.25) como la expresión de dicha magnitud física.

Observamos que el valor de la intensidad en el plano es diferente para cada punto t . Existe, por lo tanto, una *distribución espacial de intensidades*; puesto que $r_2 - r_1$ toma un valor diferente para cada punto. Para alguno de ellos I será máxima:

$$x(r_1 - r_2) = 2\pi m, \quad r_1 - r_2 = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (16.26)$$

para otros I será nula:

$$x(r_1 - r_2) = (2m + 1)\pi, \quad r_1 - r_2 = (m + 1/2)\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (16.27)$$

Cada una de estas ecuaciones definen una familia de hiperboloides de revolución cuyos vértices están separados por distancias iguales al miembro de la derecha de (16.26) y (16.27). En el plano, para el caso de la luz, se observarán unas zonas brillantes y oscuras, que son las denominadas franjas de interferencia (Fig. 16.11 a). Como la λ de la luz es muy pequeña ($3,90 - 7,80 \times 10^{-7}$ m) existirá un gran número de superficies correspondientes a los valores más pequeños de m , a uno y a otro lado de $m = 0$. En la pantalla aparecerá una serie de franjas paralelas en las proximidades del punto O .

La diferencia de caminos recorridos por los rayos F_1P y F_2P es F_1B , ya que $d \gg a$; $F_2B = r_2 - r_1$. Continuando con esta aproximación del triángulo PF_1B es casi isósceles; el ángulo θ_m , es muy pequeño, t g $\theta_m \approx \theta_m$, por lo tanto: $y_m = d \theta_m$

$$r_1 - r_2 = S_1B = a \theta_m = \frac{a}{d} y_m \quad (16.28)$$

Los puntos de la pantalla en los que exista un **máximo de intensidad**, $I = 4 I_0$, serán aquellos cuya ordenada sea, (16.26) y (16.28)

$$y_m)_{\text{MAX}} = \frac{d}{a} m \lambda \quad (16.29)$$

m da el orden de la franja brillante de que se trate, $m = 0$ la franja de orden cero, $m = 1$ la de primer orden, etc; a estos puntos las ondas llegan **en fase**, ¿por qué? La posición de las franjas oscuras, (16.27) y (16.28):

$$y_m)_{\text{MIN}} = \frac{d}{a} (m + 1/2) \lambda \quad (16.30)$$

a estos puntos las ondas llegan **en oposición de fase**, ¿no? Y la distancia entre dos franjas brillantes consecutivas:

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{d}{a} (m + 1) \lambda - \frac{d}{a} m \lambda = \frac{d}{a} \lambda \quad (16.31)$$

La distribución de intensidades luminosas sobre la pantalla, (16.25) y (16.28), será:

$$I = 4 I_0 \cos^2 \frac{y a \pi}{d \lambda} \quad (16.32)$$

que se representa gráficamente en la Fig. 16.13. ¿Podrías interpretar ahora las líneas en negro que aparecen en la Fig. 16.10?

De forma práctica, se pueden observar franjas de interferencia haciendo dos pequeños agujeros —con una aguja de coser— en una cartulina, muy cercanos el uno al otro y observando una farola de la calle, que se encuentre a una distancia de unos pocos cientos de metros. Esta sirve como fuente de ondas planas. Colocando la car-

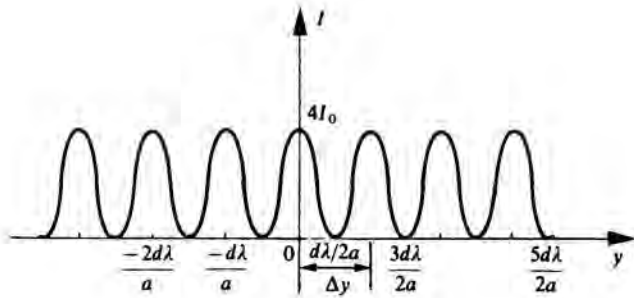


FIG. 16.13

tulina muy próxima al ojo, aparecen las franjas perpendiculares a la línea que une los agujeros.

Un caso particular de interferencias, fáciles de tratar matemáticamente y de gran importancia son las que se producen al superponerse *dos ondas armónicas unidimensionales de la misma amplitud y frecuencia, que se propagan en la misma dirección, pero en sentidos contrarios*. Sean estas ondas:

$$\psi_1 = \psi_0 \text{ sen } (xx - \omega t) \quad \psi_2 = \psi_0 \text{ sen } (xx + \omega t)$$

la perturbación será:

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_1 + \psi_2 = \psi_0 [\text{sen } (xx - \omega t) + \text{sen } (xx + \omega t)] \\ &= 2\psi_0 \text{ sen } xx \text{ cos } \omega t \end{aligned} \quad (16.33)$$

Evidentemente la onda resultante no es progresiva o viajera, (16.1), ¿por qué? Su amplitud no es constante, ya que varía de unos puntos a otros al ser función de x y su perfil no se desplaza en el espacio. Por esta razón a este tipo de perturbaciones se les llama **ondas estacionarias** (Fig. 16.14 a). Estudiemos algunas características de estas ondas, especialmente la dependencia de la amplitud con la abscisa x del punto considerado:

$$\psi_0 = 2\psi_0 \text{ sen } xx \quad (16.34)$$

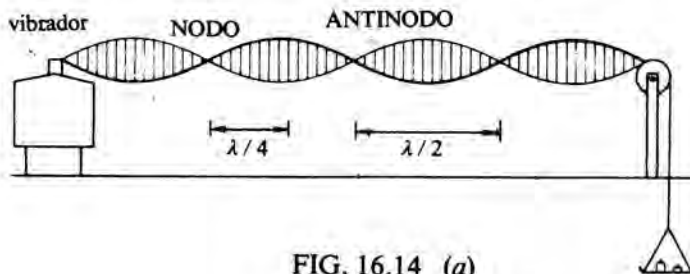


FIG. 16.14 (a)

- a) Para un punto dado, $x = \text{cte}$, la amplitud es constante y su movimiento es un MAS:

$$\psi = \psi'_0 \text{ cos } \omega t.$$

- b) Para ciertos puntos del medio unidimensional, la amplitud es nula:

$$xx = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad x_n = n \lambda/2 \quad (16.35)$$

Estos puntos que no se mueven se llaman **nodos**. La distancia entre dos nodos consecutivos es: $\lambda/2$. Este parámetro viene determinado por la frecuencia y la velocidad de propagación de la onda: $\lambda = v/v$.

- c) Otros puntos presentan una amplitud máxima:

$$xx = n \frac{\pi}{2}, \quad n = 1, 3, 5, \dots, \quad x_n = n \lambda/4 \quad (16.36)$$

estos puntos se denominan **antinodos**. La distancia entre dos antinodos consecutivos es: $\lambda/2$.

- d) En este caso no existe un transporte de energía en el medio. La energía permanece estacionaria, ya que no puede pasar a través de los nodos. La energía —en el caso de un alambre, por ejemplo— alterna entre energía cinética vibracional y energía potencial elástica.

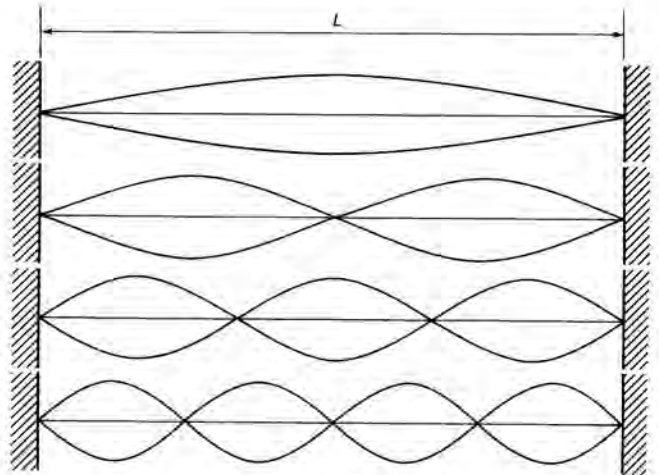


FIG. 16.14 (b)

Estas ondas se pueden presentar en una, dos o tres dimensiones y cualquiera que sea la naturaleza de la perturbación. Las más fáciles de conseguir son con un alambre o cuerda (Fig. 16.14 a), que tenga uno de sus extremos fijo. En este caso la onda incidente, y la reflejada son las que se superponen. Si el extremo es fijo, en él habrá un nodo; si el extremo es libre es un antinodo (Fig. 16.6).

Cuando el alambre se encuentra fijo en ambos extremos, se presenta un nuevo fenómeno: *sólo pueden existir, como ondas estacionarias, aquellas cuya semilongitud de onda sea un múltiplo entero de la longitud del alambre*. Otras λ no son posibles ya que no pueden dar lugar a nodos simultáneos en sus dos extremos; esta condición se debe cumplir siempre, ¿por qué? La condición se expresa formalmente:

$$n(\lambda/2) = L, \quad \lambda = 2L/n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Las frecuencias permitidas serán:

$$v = v/\lambda = n v/2L$$

la correspondiente a $n = 1$ se denomina **frecuencia fundamental**; las que se obtienen para valores superiores de n , reciben el nombre de **armónicos**. En la Fig. 16.14 b se representan los λ permitidas para un alambre de longitud L , cuando $n = 1, 2, 3$ y 4.

En el caso del sonido, la producción de ondas estacionarias también es simple y se utiliza en el laboratorio como un método para la medida de la velocidad de propagación del sonido en diferentes gases (§ 17.1).

Para las ondas electromagnéticas, la luz por ejemplo, los experimentos son mucho más delicados de realizar. En 1890, O. Wiener

fue el primero que demostro la existencia de ondas luminosas estacionarias. Hertz en sus experimentos históricos midiendo las distancias entre los nodos de las ondas estacionarias, calculó la λ de las ondas electromagnéticas.

Al considerar la estructura del átomo (§ 19.3) consideraremos las ondas estacionarias que «deben existir» en las órbitas electrónicas de un átomo estable.

DIFRACCION

Es el fenómeno que se presenta siempre que una onda se encuentra con un obstáculo, o una abertura, de dimensiones comparables a su longitud de onda. El obstáculo puede ser una casa, un poste, un disco, una varilla, etc; la abertura, un pequeño orificio o rendija en una pantalla, las plumas de un ave, etc. En ambos casos se bloquea el paso de una parte del frente de onda. Físicamente se caracteriza porque la onda parece bordear los obstáculos, en vez de propagarse rectilíneamente (Fig. 16.15).

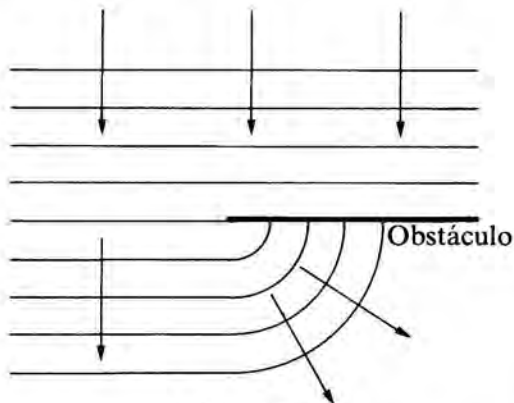


FIG. 16.15

En una cubeta de ondas es un fenómeno que se observa fácilmente; en las Fig. 16.16 *a*, *b* y *c* se muestran fotografías del fenómeno y en la Fig. 16.17 *a*, *b* y *c* la representación simbólica del mismo. En ambas se aprecia, que a medida que se hace menor el obstáculo (parte *a* de las figuras) las ondas que lo rebasan son prácticamente circulares; tienen el mismo aspecto que las procedentes de una fuente puntual que se encontrase en el centro del orificio, la onda se propaga



FIG. 16.16 (*d*)

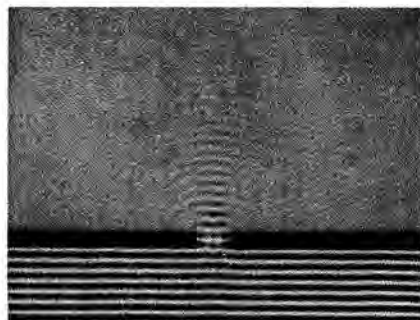
«por detrás» del obstáculo. Cuando el orificio se hace un poco mayor (*b*, corresponde a una anchura \sim de 3λ), las ondas que lo rebasan son prácticamente planas a una distancia aproximadamente igual a la anchura del orificio; no «bordean» el obstáculo. Se presenta una ligera curvatura en los extremos y fenómenos de interferencias.

Al hacer el orificio todavía mayor (*c*), las ondas no presentan prácticamente fenómeno de difracción; la curvatura en los extremos es cada vez menos importante, las ondas se propagan en línea recta y su comportamiento se asemeja al de un haz de partículas, ¿por qué?

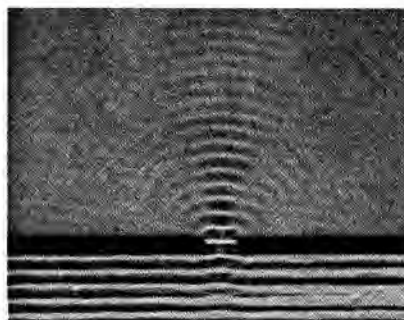
En la Fig. 16.16 *d*, se reproduce una fotografía de una situación real, en la que se pone de manifiesto el fenómeno de la difracción; la foto corresponde al rompeolas de un puerto.

Si el obstáculo tiene dos orificios, el dispositivo se comporta como dos fuentes puntuales (Fig. 16.18), produciéndose unas figuras de interferencia análogas a las obtenidas en el caso de dos vibradores (Fig. 16.10).

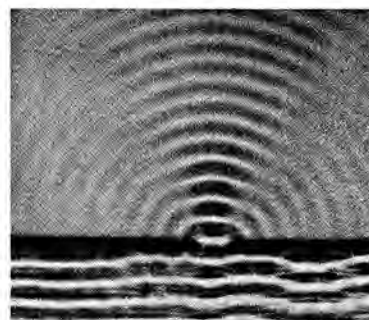
El mismo experimento se puede realizar colocando un obstáculo en el camino de propagación de la onda, en vez de una barrera con un orificio. Discutir



(*a*)



(*b*)



(*c*)

FIG. 16.16

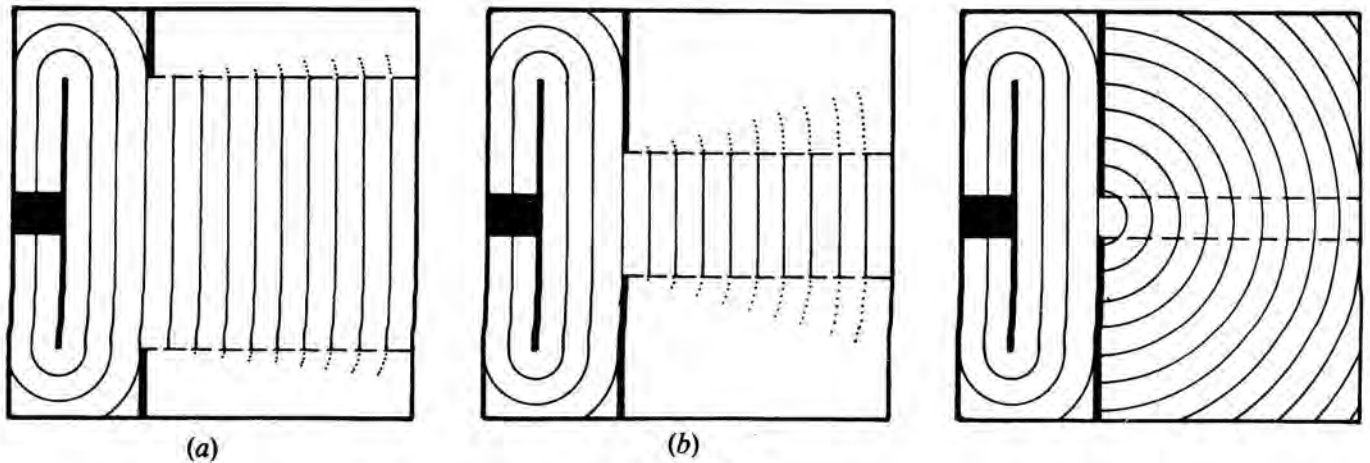


FIG. 16.17

cualitativamente las «figuras de difracción» que se obtendrían.

En la difracción se observa que la distribución de energía no es uniforme, la mayor parte se propaga en la dirección de las ondas incidentes; si nos fijamos con atención en una onda difractada particular, también se observa que la amplitud del rizado no aumenta simplemente de forma continua desde la izquierda hasta el centro y luego decrece hacia la derecha, sino que varía a través de una serie de máximos y mínimos. El máximo central es, de forma clara, el mayor de todos.

Este fenómeno también se puede observar en las ondas sonoras, aunque teniendo en cuenta su diferente longitud de onda (33,7 cm – 337cm, § 17.1), hay que utilizar obstáculos mayores que los del caso anterior. Es un fenómeno que todos hemos percibido, aunque no nos hayamos percatado: la posibilidad de oír en una esquina sonidos procedentes de una fuente sonora, que se encuentra fuera de nuestra vista.

En el caso de las *OEM* también se presenta, por su importancia conceptual y práctica lo trataremos de forma específica en § 17.5, especialmente en los aspectos relativos a la luz.

De todo lo expuesto, se deduce que la difracción sólo la presentan los fenómenos de naturaleza ondulatoria, ¿por qué?

POLARIZACION

Como los dos anteriores es un fenómeno específico de las ondas, sea cual fuere su dimensión; pero a diferencia de aquéllos sólo lo presentan las ondas transversales. El sonido (§ 17.1), por lo tanto, no lo presenta. Es el fenómeno que permite decidir si una onda es transversal o longitudinal.

En las transversales, la propiedad física que se propaga (desplazamiento, campo **E**, **B**, etc) lo hace en una dirección que es perpendicular a la de la onda. Ahora bien, direcciones que cumplan esta condición hay infinitas: todas las que se encuentren en un plano perpendicular a la dirección de propagación de la onda. En general, la dirección de variación de la magnitud física o del campo –siendo perpendicular– variará al azar de unos puntos del medio a otros, cuando esto ocurre se dice que la **onda transversal no está polarizada**. En la Fig. 16.19 se representa la situación para el caso de una cuerda, la forma global que toma ésta –como resultado de la perturbación– es muy compleja, aparece retorcida. Esta onda es la que se produce, por ejemplo, al agitar periódicamente una cuerda sujeta por un extremo, de forma que la mano describa una curva arbitraria.

Cuando, mediante algún procedimiento, se consigue que la magnitud que se propaga –el desplazamiento de las distintas secciones de la cuerda, en el ejemplo que estamos tomando– lo haga siempre en la misma dirección, se dice que la onda se encuentra **linealmente polarizada** (Fig. 16.20). El plano en que queda confinada la onda recibe el nombre de plano de vibración. A partir de esta definición cualquier onda transversal se puede considerar formada por la combinación de dos ondas linealmente polarizadas en direcciones perpendiculares. Existen otros tipos de



FIG. 16.18

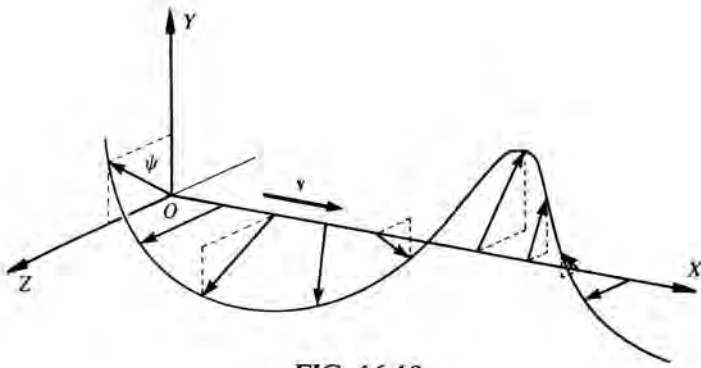


FIG. 16.19

polarización (circular y elíptica) que no juzgamos adecuados al nivel de este texto.

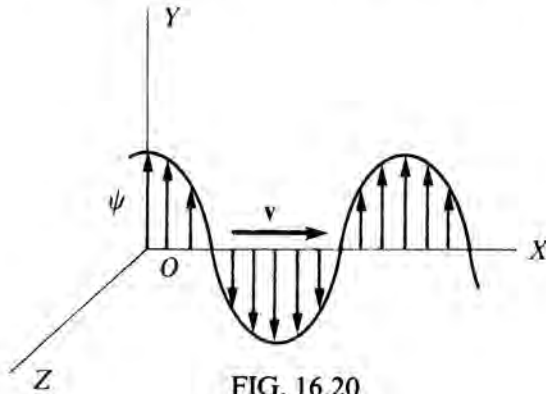


FIG. 16.20

Para ayudar a aclarar los conceptos fundamentales del fenómeno de la polarización, consideramos con mayor detalle las analogías mecánicas representadas en la Fig. 16.20. Supongamos unas ondas transversales en un alambre (Fig. 16.20 a); si el alambre pasa a través de un agujero practicado en una lámina metálica L_1 , por ejemplo, las ondas que se propagan a lo largo de él, desaparecen al llegar al obstáculo, ya que el alambre a través del agujero no puede vibrar. Si se reemplaza el agujero por una rendija vertical (Fig. 16.20 b), las vibraciones del alambre que sean verticales pueden atravesarla sin modificarse, mientras que las vibraciones en otras direcciones no pueden (Fig. 16.20 c). Esta es una forma de determinar si una determinada serie de ondas están polarizadas o no; la rendija actúa como un polarizador lineal, en la dirección vertical.

Si se disponen de dos rendijas verticales sucesivas (Fig. 16.20 d), las ondas que atraviesan la primera, también atraviesan la segunda; la primera actúa como «polarizador» y la segunda como «analyzer», en este caso las direcciones de polarización son paralelas. Si se gira el analizador 90° , de modo que las direcciones de polarización de ambas láminas sean perpendiculares, las ondas que atraviesan la primera, no pasan por la segunda (Fig. 16.20 e). Si se trata de un resorte, y las ondas son longitudinales, éstas atraviesan la rendija sea cual fuere la posición relativa de L_1

y L_2 (Fig. 16.20 f y g). Las amplitudes pueden disminuir al atravesar cada rendija, pero la posición de las rendijas no impiden su transmisión. ¿Por qué para poner los ejemplos (f) y (g) hemos cambiado el alambre por un resorte?

En la Fig. 16.20 se esquematiza la forma de decidir si una onda mecánica está polarizada o no; o también la forma de polarizar una onda que inicialmente no lo esté: basta utilizar rendijas, orientadas en una dirección u otra, para lograr ondas linealmente polarizadas. También resulta evidente la razón por la cual no tiene sentido hablar de polarización para las ondas longitudinales (Fig. 16.20 e y f): el desplazamiento sólo puede tener lugar en una dirección. ¿Por qué no se puede poner de manifiesto la polarización en las ondas superficiales en un líquido?

El concepto de polarización para las OEM es también el que acabamos de exponer; ahora bien, debido a su naturaleza no se puede realizar una descripción tan gráfica como la llevada a cabo para cuerdas y alambres. En § 17.5 indicaremos algunas características y aplicaciones de la luz polarizada.

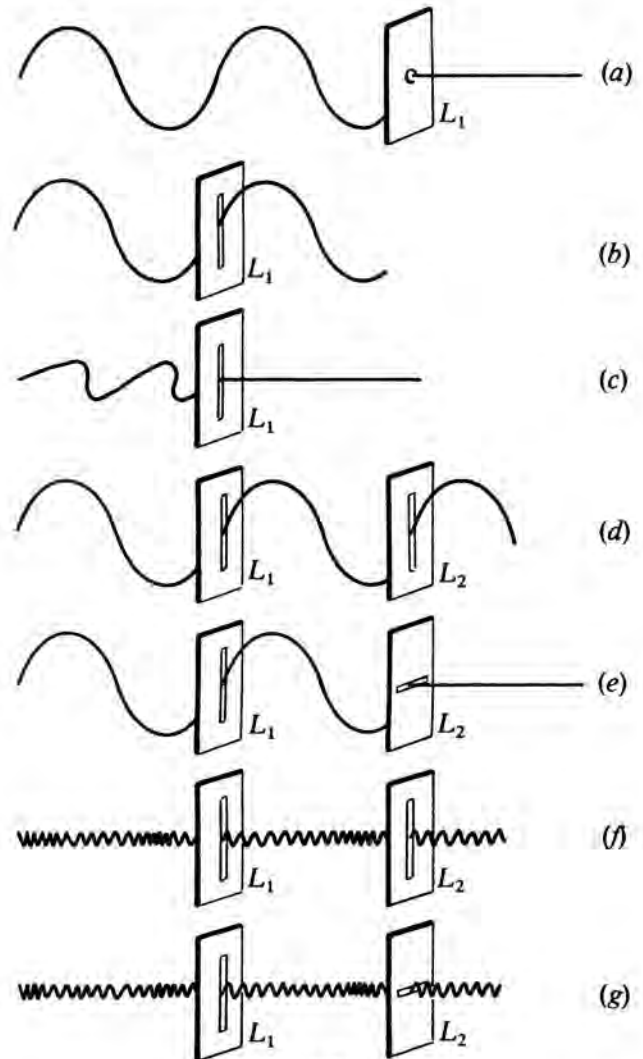


FIG. 16.21

TABLA 16.1

VALOR DE LA VELOCIDAD PARA DIFERENTES TIPOS DE ONDA

Ondas elásticas longitudinales en una barra	$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$	Y: módulo de Young, característico del material. Es una de sus componentes elásticas; ρ : densidad.
Ondas elásticas en un resorte	$v = \sqrt{\frac{kL}{m}}$	L: longitud del resorte en equilibrio; m, masa; k, constante recuperadora.
Ondas de presión en una columna gaseosa	$v = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}}$	K: módulo de elasticidad en volumen; ρ_0 : densidad del gas en equilibrio.
Ondas transversales en un alambre o cuerda	$v = \sqrt{\frac{T}{m}}$	T: tensión a que se encuentra sometido el alambre por sus extremos; m, masa por unidad de longitud.
Ondas transversales en una barra	$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$	G: módulo de cizalladura, característico del material, otra de sus constantes elásticas; ρ : densidad.
Ondas superficiales en un líquido	$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\tau}{\rho\lambda}} \operatorname{tgh} \frac{2\pi h}{\lambda}$	ρ : densidad del líquido; τ : coeficiente de tensión superficial; g: aceleración de la gravedad; λ : longitud de onda; h: profundidad del líquido.
Ondas electromagnéticas	$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$	μ : permeabilidad del medio; ϵ : permitividad del medio.

CUESTIONES

1. Citar ejemplos de movimientos periódicos, distintos de los indicados en el texto. Procurar que algunos de ellos estén relacionados con fenómenos biológicos y otros con las máquinas. Ejemplos de movimientos no periódicos.
2. Definir los siguientes movimientos: periódico, oscilatorio y vibratorio. Citar ejemplos de cada uno de ellos.
3. Citar ejemplos de ondas de distinta naturaleza, indicando en cada caso cual es la magnitud física representativa para caracterizar el fenómeno. ¿Existen «ondas escalares» y «ondas vectoriales»? Razonar la respuesta.
4. ¿A qué valores de t corresponden los puntos más característicos del eje de abscisas en la Fig. 16.4?
- * 5. Dibujar diferentes ondas no armónicas unidimensionales.
- * 6. Indicar de las siguientes funciones cuáles pueden representar a una onda progresiva o viajera:
 - $\psi(z, t) = A \operatorname{sen}(az^2 - bt^2)$;
 - $\psi(x, t) = A \operatorname{sen} 2\pi(x/a + t/b)^2$;
 - $\psi(x, t) = 2 \psi_0 \operatorname{sen} \pi x \cos \omega t$;
 - $\psi(z, t) = A \cos^2 2\pi(t - z)$.
7. Dada una onda armónica. ¿Cuánto avanza en un período? ¿Qué tiempo tarda en avanzar una longitud de onda?
8. Deducir (16.12), (16.13) y (16.14) a partir de (16.3).
9. Analogías y diferencias entre las ondas longitudinales y transversales. Citar ejemplos de cada una de ellas. ¿Podría idear el alumno algún experimento que pudiese de manifiesto que la luz no es una onda elástica o mecánica?
10. Enumerar diferentes fenómenos físicos, ya tratados en este libro, cuya evolución temporal esté caracterizada por una ecuación diferencial.
- *11. Comprobar que (16.17) es la solución general de la ecuación de ondas unidimensionales (16.16).
12. ¿Un MAS es una onda? Razonar la contestación.
13. ¿Cómo se puede definir la intensidad de una onda de desplazamiento que se propaga a lo largo de una cuerda?, ¿y la densidad de energía? Unidades de cada una de estas magnitudes en el SI.
- *14. ¿Cómo se podría demostrar experimentalmente que una onda transporta energía?
15. De los diferentes tipos de fenómenos expuestos, indicar cuáles son característicos de las ondas, cuáles son propios de las ondas en dos o tres dimensiones y los específicos de las transversales o longitudinales.
- *16. La energía se puede transmitir tanto por medio de partículas como por medio de ondas. ¿Cómo podríamos distinguir experimentalmente entre estos dos métodos de transmisión de energía?

Razonar la respuesta.

17. Citar diferentes tipos de obstáculos, adecuados para la reflexión y refracción de las distintas clases de ondas.
18. ¿Cómo se puede lograr una analogía entre los fenómenos de reflexión en una cubeta y los luminosos en un espejo esférico?
- *19. ¿Cómo se establece la condición de coherencia para las ondas emitidas por dos focos?
- *20. ¿A qué equivale dicha condición en el caso de una cubeta? ¿Cómo se podría obtener perturbaciones no coherentes?
21. Justificar la afirmación que se hace en los estudios elementales, cuando se tratan las interferencias: luz + luz = luz, luz + luz = oscuridad.
- *22. La distribución espacial de intensidades, de forma que en general en un punto: $I_T \neq I_1 + I_2$, ¿implica una violación del teorema de conservación de la energía?. Razonar la respuesta.
23. ¿Por qué no se perciben efectos de interferencia entre los haces luminosos emitidos por dos linternas o entre los sonidos producidos por dos violines?
24. ¿Qué diferencias existen entre una onda progresiva o viajera y una onda estacionaria?
25. Justificar que las ondas estacionarias se pueden producir tanto con ondas longitudinales como con transversales.
26. ¿Por qué no tiene sentido hablar de polarización para un fenómeno de naturaleza corpuscular.
27. ¿Cómo se puede producir una onda linealmente polarizada en una cuerda?

PROBLEMAS

1. La ecuación de cierta onda armónica es: $\psi = 2 \text{ sen } 2\pi (0,5x - 10t)$, donde ψ y x se expresan en metros y t en segundos. Calcular: a) la amplitud, b) la longitud de onda, c) la frecuencia, d) la velocidad de propagación de la onda. Realizar un dibujo de la onda, indicando su amplitud y longitud de onda. Dibujar el desplazamiento ψ , a lo largo de varias longitudes de onda, para los instantes $t=0$ y $t=0,03$ s. Repetir la cuestión para $\psi = 2 \text{ sen } 2\pi (0,5x + 10t)$. Comparar los resultados.
2. Una onda armónica se propaga a lo largo del eje X ,

en el sentido negativo del mismo. Su amplitud es de 0,010 m, su frecuencia 550 Hz, y su velocidad de propagación 330 m s^{-1} . Escribir la ecuación de la misma.

3. A lo largo de un resorte se manda, de forma continua, una onda longitudinal, mediante un vibrador unido al mismo. La frecuencia de la fuente es de 25 Hz y la distancia entre compresiones sucesivas del resorte es de 25 cm. Calcular la velocidad de propagación de la onda.
4. Si el máximo desplazamiento longitudinal de una partícula del alambre es de 3 cm y la onda se propaga a lo largo del eje X , en su sentido negativo, escribir la ecuación de la onda. Supóngase que el desplazamiento en $(x=0, t=0)$ es nulo.
- * 5. Una onda cuya frecuencia es 20 Hz tiene una velocidad de propagación de 80 m s^{-1} . a) ¿Qué distancia existe entre dos puntos cuyos desplazamientos se encuentran desfasados 30° ? b) En un punto dado, ¿qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en intervalos de tiempo separados por 0,01 s?
6. Se observan dos puntos de un resorte, a través del cual se propaga una onda armónica transversal. Los puntos tienen de abscisas $x_1=0$ y $x_2=2$ m, respectivamente. Su movimiento transversal se puede caracterizar mediante las ecuaciones: $y_1=0,2 \text{ sen } 3\pi t$, $y_2=0,2 \text{ sen } (3\pi t + \pi/8)$. ¿Cuál es la frecuencia?, ¿la longitud de onda?, ¿con qué velocidad se propaga la onda?, ¿cómo se propaga la onda? Indicar cómo se llega a esta conclusión. ¿Existen ambigüedades por la información limitada que se proporciona?
- * 7. Un alambre vibra según la ecuación: $y(t) = \text{sen } 0,33\pi x \cos 40\pi t$ donde x e y se expresan en cm y t en segundos. a) ¿Cuál es la amplitud y velocidad de las ondas componentes, cuya superposición da lugar a esta vibración? b) ¿Qué distancia hay entre dos nodos? c) ¿Cuál es la velocidad de una partícula del alambre que se encuentra en la posición $x=1,5$ cm en el instante $t=9/8$ s?
- * 8. La ecuación de una onda transversal que avanza por una cuerda está dada por: $y(t) = 60 \cos 0,5\pi (0,0050x - 8t - 0,57)$; x y y se expresan en centímetros y t en segundos. Escribir la ecuación de la onda que, al combinarla con la dada, produzca ondas estacionarias en la cuerda.

ONDAS SONORAS Y ONDAS ELECTROMAGNETICAS

Vamos a aplicar los conceptos desarrollados en el capítulo anterior, a dos tipos específicos de ondas: el *sonido* y las *OEM*. Se trata de fenómenos cuya importancia rebasa incluso el ámbito de la Física, ya que tienen una incidencia considerable en la vida que existe sobre la Tierra. Ahora bien, desde el punto de vista de conceptos fundamentales este capítulo es menos básico que el anterior.

Sus contenidos tradicionales son difíciles, tanto por el desarrollo matemático que conllevan, como por implicar conceptos abstractos –sobre todo en el caso de las *OEM*– que son incomprensibles para los alumnos todavía no formados. Por ello, enfocaremos este capítulo considerando tan sólo los conceptos más básicos relacionados con ambos tipos de ondas; al mismo tiempo, le daremos al alumno una información general que le abra perspectivas para sus estudios futuros. Esta es la razón por la que se incluyen tantas nociones a nivel superficial en este capítulo.

Comenzaremos describiendo la naturaleza y propiedades del sonido (§ 17.1), así como sus características objetivas más relevantes (§ 17.2).

Las *OEM* las trataremos con un poco más de énfasis, debido a su enorme incidencia sobre la vida en la Tierra (§ 17.4). Enunciaremos su naturaleza y una serie de propiedades básicas (§ 17.3), haciendo hincapié en los aspectos de transporte de energía. Por último (§ 17.5), centraremos nuestra atención en la zona visible del espectro de *OEM*: la *luz*; plantearemos cómo se aborda su estudio en la parte que la Física le dedica: la *Óptica*. En este apartado, también expondremos cómo se pueden poner de manifiesto –con material elaborado por los propios alumnos– los fenómenos característicos (§ 16.4) de las ondas luminosas así como sus aplicaciones. Dedicaremos especial atención al fenómeno de la difracción, por la importancia teórica y práctica que tiene.

Por el enfoque dado, no tiene demasiado sentido plantear ni ejercicios, ni problemas para resolver; es mucho más adecuado proponer cuestiones, para que el alumno compruebe si ha captado las nociones más importantes.

No abordamos las cuestiones relacionadas con la generación y recepción de ondas sonoras y electromagnéticas. Tampoco, los aspectos más prácticos como pueden ser los instrumentos musicales o los ópticos.

Suponemos que los alumnos tienen conocimientos elementales sobre construcción de imágenes en sistemas ópticos centrados (dioptrios, espejos y lentes), y que están familiarizados con los fenómenos más simples de reflexión y refracción de la luz. Esperamos que después del estudio de este capítulo, adquieran una visión más amplia para enmarcar los conocimientos citados anteriormente.

Antes de abordar este capítulo, es imprescindible haber estudiado el anterior. El capítulo siguiente complementa el último apartado de éste.

* § 17.1 NATURALEZA DE LAS ONDAS SONORAS

Vamos a resumir en este apartado la naturaleza y propiedades de las **ondas mecánicas longitudinales**; la zona audible de su espectro es la que recibe el nombre de **sonido**.

Para interpretar de forma elemental las propiedades de este tipo de ondas, se suele establecer como modelo un gas encerrado en un cilindro indefinido en uno de sus extremos; en el otro tiene un émbolo que puede oscilar bajo la acción de una perturbación exterior.

Vamos a describir el fenómeno físico que tiene lugar a lo largo de la columna gaseosa, cuando el émbolo se acciona de forma *rápida* y *periódica*. En situación de equilibrio la presión y densidad del gas son respectivamente, p_0 y ρ_0 . El cilindro se considera indefinido por uno de sus extremos, para que no tenga lugar la formación de ondas estacionarias (§ 16.4).

Supongamos el gas dividido en una serie de pequeñas porciones o secciones, cada una de las cuales contiene, en equilibrio, la misma masa de fluido (Fig. 17.1). En esta figura, las diferentes secciones se representan mediante líneas verticales, que se han dibujado igualmente espaciadas, cuando el gas se encuentra en equilibrio.

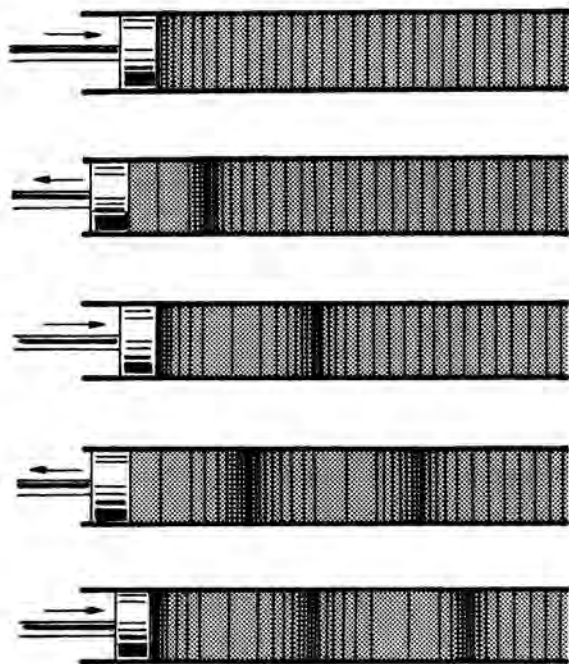


FIG. 17.1

Al mover el émbolo hacia la derecha (Fig. 17.1) cabe esperar que se produzca un cambio de presión en el gas. Si el movimiento es lento, el gas simplemente fluye en el interior del cilindro; si es rápido no «hay tiempo suficiente» para este flujo, además, en estas condiciones el proceso será *adiabático* (cuestión 10.23). El gas de las secciones más próximas al émbolo se comprimirá, produciéndose un cambio de presión y de densidad, que aumentarán respecto a sus valores de equilibrio. El gas comprimido se desplaza y comprime a su vez a las secciones que se encuentran a continuación. Esta variación de presión, o de densidad, se propaga a lo largo de la columna gaseosa. En la Fig. 17.1 esta variación se ha representado dibujando más juntas las líneas correspondientes a las secciones que son alcanzadas por la perturbación; al mismo tiempo se han caracterizado por un sombreado más intenso.

Cuando el émbolo se mueve hacia la izquierda, el gas que se encuentra próximo se expande. La presión y densidad, en estas secciones, disminuyen respecto a los valores de equilibrio. Esta expansión se propaga del mismo modo que lo hace la compresión a lo largo de toda la columna de gas. En la figura se caracteriza mediante líneas verticales que se encuentran más separadas que en la situación de equilibrio, o mediante un sombreado más claro. *Estas compresiones y expansiones del gas se propagan, en forma de una onda longitudinal.* Este es el fenómeno físico que tiene lugar.

Veamos las magnitudes físicas que son significativas para caracterizar al fenómeno. Parece razonable que conozcamos cuánto se ha movido el gas, por lo tanto el *desplazamiento* (χ) del aire contenido en una sección arbitraria del cilindro, será una de ellas. Al variar la *presión* (p) del gas, y por ser este un fluido compresible, cabe esperar que también varíe su *densidad* (ρ), a medida que se desplace el gas. Estas son otras dos variables significativas para el problema. Al ser el cilindro muy largo, comparado con su dimensión transversal, los frentes de ondas serán prácticamente planos. El desplazamiento χ sólo será función de x y t .

Considerando que el gas es ideal y aplicando las leyes de la Mecánica (§ 4.4) se llega, por un procedimiento largo y complejo que a nosotros no nos interesa, a que las variaciones de presión (p) y de intensidad (ρ) en las diferentes secciones del gas, así como sus desplazamientos (χ), verifican las ecuaciones siguientes:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\rho_0}{K} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad , \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = \frac{\rho_0}{K} \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} \quad , \quad \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} = \frac{\rho_0}{K} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} \quad (17.1)$$

Por lo tanto, en el caso de una columna de gas, podemos hablar –indistintamente– de una onda de desplazamiento, de densidad o de presión, ya que las ecuaciones (17.1) corresponden a la ecuación de ondas en una dimensión (16.16). La onda asociada con la variable χ es longitudinal, ya que el desplazamiento del gas contenido en un pequeño elemento de volumen es paralelo a la dirección de propagación de la perturbación. Las tres ondas asociadas a este fenómeno son escalares y se propagan con la misma velocidad:

$$v = (K/\rho_0)^{1/2} \quad (17.2)$$

La constante K se denomina: *módulo de elasticidad en volumen*, y se define como,

$$K \equiv \rho_0 \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\rho = \rho_0} \quad (17.3)$$

¿qué significa físicamente?

Luego, el **sonido es una onda mecánica longitudinal, comprendida en el rango de frecuencias desde 20 Hz a 20.000 Hz, que se puede propagar en los gases, líquidos y sólidos, pero no en el vacío; su velocidad de propagación es $(K/\rho_0)^{1/2}$.** El sonido consiste en una onda de presión, densidad o desplazamiento de las masas materiales del medio, producidas en el lugar donde se encuentre localizada la fuente sonora, que al llegar al oído de los seres vivos, penetra en el canal auditivo y actúa sobre la membrana del tímpano, produciendo en el área cerebral correspondiente, la percepción del sonido; de todo el espectro de ondas mecánicas, sólo el rango de frecuencias anteriormente citado es capaz de ser percibido por el cerebro humano. El sonido cuya forma de onda no es periódica se percibe como un **ruido**.

Aunque el modelo sólo lo hemos establecido para propagación en gases, daremos la velocidad de propagación en diferentes medios. La velocidad de propagación es mayor cuando mayor es su módulo de elasticidad y menor su densidad; en general *se propaga más rápidamente en los sólidos y líquidos, que en los gases.*

TABLA 5.2

Aire (0° C)	0,331 km s ⁻¹
Oxígeno (0° C)	0,317 "
Hidrógeno (15° C)	1,286 "
Agua (20° C)	1,45 "
Plomo (20° C)	1,23 "
Cobre (20° C)	3,56 "
Aluminio (20° C)	5,10 "
Hierro (20° C)	5,13 "
Granito (20° C)	6,0 "

En esta tabla hemos especificado la temperatura para cada medio, ya que la velocidad del sonido es

función directa de este parámetro (Ver problemas 2 y 3). En el aire, a temperaturas normales, la velocidad crece $0,6 \text{ m s}^{-1}$ por cada grado de aumento de la temperatura. Ver problemas 3 y 4.

La velocidad del sonido en un medio puede determinarse mediante medidas directas o por métodos experimentales indirectos; o puede calcularse mediante procedimientos puramente teóricos.

En el ejercicio 17.1 indicaremos un procedimiento tradicional, no demasiado preciso, para medir su velocidad. En la actualidad con el desarrollo de la instrumentación electrónica existen procedimientos de medida mucho más precisos.

Ejercicio 17.1

En la Fig. 17.2 se presenta un tubo de vidrio dentro del cual se deposita polvo de un material ligero. En uno de sus extremos existe un vibrador unido a un disco D y un émbolo P en el otro extremo. Al producir vibraciones longitudinales mediante el vibrador, se mueve el émbolo hasta que se forma la configuración de partículas de polvo indicada en la figura. Si se conoce la frecuencia ν de las vibraciones longitudinales y se mide la distancia media d entre antinodos sucesivos, calcular la velocidad de propagación del sonido en el gas que llena el tubo. Este es el fundamento del *metodo de Kundt* para determinar la velocidad del sonido en diferentes gases.

Solución:

Físicamente el fenómeno que tiene lugar en el interior del tubo, es la formación de ondas estacionarias (§ 16.4) al reflejarse en el émbolo móvil las producidas por la vibración del disco. El émbolo se mueve hasta que la longitud del tubo sea igual a un múltiplo entero de longitudes de onda y se deja fijo en dicha posición.

Recordando las características de las ondas estacionarias, la configuración que adoptan las partículas de polvo es debido a la existencia de nodos y antinodos. Las partículas se amontonan, una vez alcanzado el estado estacionario, en las posiciones correspondientes a los antinodos, ¿por qué? Como la distancia media entre antinodos, fácilmente medible, es d y, teniendo en cuenta (16.35) o (16.36), la distancia entre dos de ellos consecutivos es $\lambda/2$, por lo tanto: $d = \lambda/2$. Por otra parte $\lambda = v/\nu$, por consiguiente: $2 d\nu = v$. Con lo cual se puede determinar, mediante procedimiento indirecto, la velocidad de propagación del sonido en el gas que llena el tubo ya que ν es conocida y d se puede medir directamente.

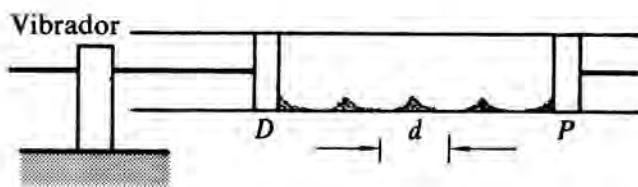


FIG. 17.2

ESPECTRO DE ONDAS MECANICAS LONGITUDINALES

Las ondas mecánicas consisten en vibraciones de las partículas del medio en el cual se propagan. Son ondas que presentan un amplio rango de frecuencias, como indicamos en la Fig. 17.3, donde resumimos su espectro. Hay que resaltar que las ondas, tanto las mecánicas como las electromagnéticas, **hay que caracterizarlas por su frecuencia, ya que λ depende del medio en el que se propaga** (16.9). Por otra parte, en cada región del espectro las ondas se generan de manera diferente y son detectadas de forma distinta; también sus aplicaciones son diferentes. Todas ellas, sin embargo, tienen la misma naturaleza.

Comentemos brevemente el espectro y sus características más importantes.

Por debajo de las frecuencias audibles se encuentran los **infrasonidos**, que son ondas mecánicas de grandes longitudes de ondas. En general, son generadas por fuentes emisoras muy extensas. Entre las ondas más representativas de este rango se encuentran las sísmicas de los terremotos y las ondas de presión de baja frecuencia, que se producen en la boca de las piezas de artillería. Hasta el momento este tipo de ondas han sido muy poco estudiadas. Su estudio se suele hacer en el laboratorio, utilizando modelos a escala.

Por encima de las frecuencias audibles se encuentran los **ultrasonidos**, cuyas λ pueden llegar a ser tan cortas como las correspondientes a la luz, $\lambda \sim 6 \times 10^{-7} \text{ m}$ (luz naranja). No son percibidos por el oído humano, aunque sí por algunos animales como los perros y los murciélagos.

Estas frecuencias elevadas se pueden producir, por ejemplo, mediante vibraciones elásticas de un cristal de cuarzo, inducidas por resonancia por un campo eléctrico aplicado (**efecto piezoeléctrico**).

En nuestros días, el uso de ultrasonidos encuentra grandes aplicaciones en diferentes campos de la actividad humana. Se utilizan en el **sonar** (**sound navigation and ranging**) para detectar submarinos, bancos de pesca y medir profundidades marinas. También se utilizan para comunicaciones submarinas de barco a barco.

En la industria se utilizan para soldar plásticos, obteniéndose soldaduras fuertes y estables casi instantáneamente. También se utilizan para limpieza de aparatos pequeños y de formas complejas, como son los usados en los laboratorios químicos y en medicina. Esta limpieza es efectiva, sobre todo para frecuencias comprendidas entre 20.000 y 30.000 Hz. El procedimiento es tan efectivo para eliminar gran cantidad de bacterias, que se utiliza como sistema de esterilización.

Otro capítulo muy importante de aplicaciones son las médicas. Mandando un ultrasonido a través del

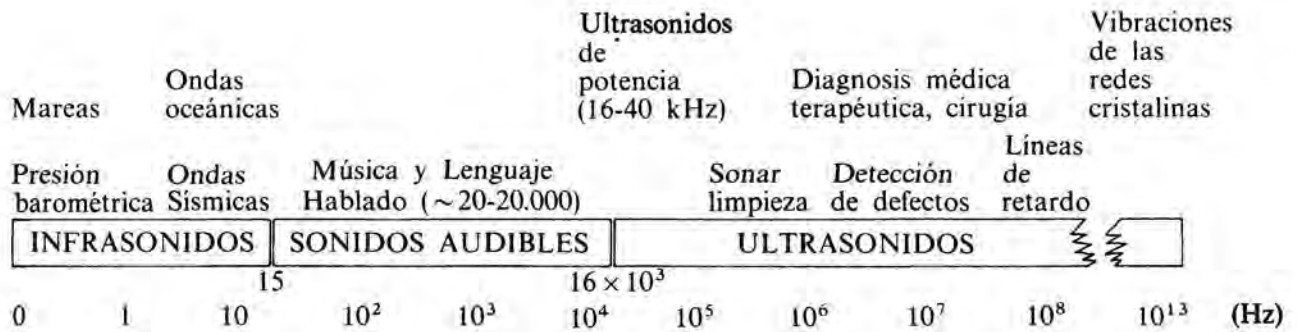


FIG. 17.3

cuerpo humano, y observando su transmisión o reflexión se puede utilizar como método para diagnosticar o pronosticar la estructura interna del cuerpo. Son mucho más sensibles que los rayos X, que era el procedimiento utilizado hasta hace poco, para distinguir superficies de diferente densidad; también hay muchas sustancias que no son opacas a las ondas electromagnéticas, pero que pueden detectarse fácilmente mediante ultrasonidos: por ejemplo, es muy simple distinguir entre líquidos y tejidos humanos blandos, que puedan existir en el cuerpo. Se utilizan sobre todo, para seguir el desarrollo del feto en el seno materno, controlar la acción de la válvula mitral, localizar las estructuras medias del cerebro (ecoencefalografía), etc.

*** § 17.2 CARACTERÍSTICAS DEL SONIDO**

Entendemos por características del sonido, aquellas cualidades intrínsecas que permiten a un detector y a la persona humana, por supuesto, distinguir un sonido de otro. Estas cualidades son muy importantes en el tratamiento de los sonidos emitidos por los instrumentos musicales.

Las características más importantes del sonido son su **intensidad, tono y timbre**.

La **intensidad** ya la estudiamos al tratar de las propiedades generales de las ondas (§ 16.3); viene determinada por la amplitud de onda. La sensación fisiológica de audición del oído humano se encuentra íntimamente relacionada con la intensidad de la onda sonora incidente. La sensibilidad del oído es tal, que para cada frecuencia existe una intensidad mínima (**umbral de audición**), por debajo de la cual no se percibe el sonido. También existe una intensidad máxima (**umbral de sensación dolorosa**), por encima de la cual se produce una sensación de dolor (Fig. 17.4).

El nivel de intensidad sonora se suele expresar en **decibelios (db)** –nombre derivado del de A. Graham Bell, el inventor del teléfono– a partir de la relación:

$$N.I. \equiv 10 \log \frac{I}{I_0} \quad (17.4)$$

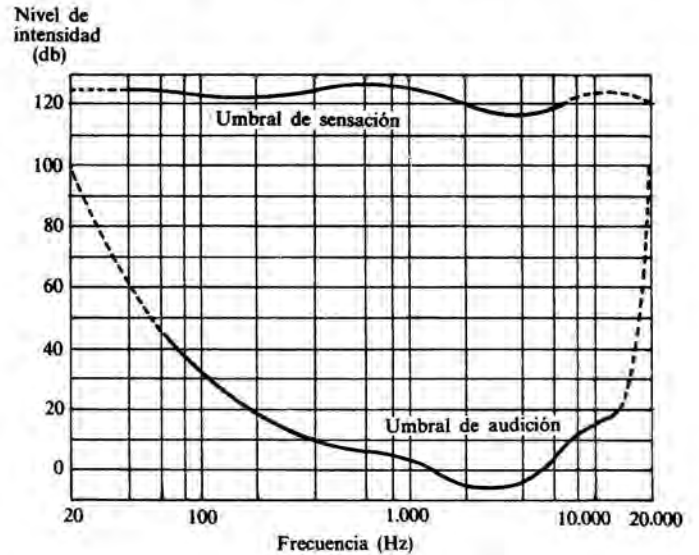


FIG. 17.4

donde I_0 es una intensidad que se toma como referencia. Para el sonido en el aire se ha elegido, arbitrariamente, igual a 10^{-12} Wm^{-2} , que corresponde a los niveles más bajos del umbral de audición (Fig. 17.4).

Ejercicio 17.2

Expresar la diferencia, en decibelios, entre los niveles de intensidad de dos ondas sonoras en los dos casos siguientes:
 a) La intensidad de una onda es el doble que la de la otra.
 b) La amplitud de la onda de presión es el doble en la una que en la otra.

Solución

a) El nivel de intensidad viene dado por (17.4). Supongamos dos ondas, una de intensidad I_1 y la otra I_2 , tales que: $I_2 = 2I_1$.

$$N.I.)_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \quad , \quad N.I.)_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$$

restándolos:

$$N.I.)_2 - N.I.)_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 3 \text{ db}$$

b) La intensidad de una onda es proporcional al cuadrado de su amplitud (§ 16.3), por lo tanto:

$$I_1 \propto \mathcal{P}_1^2, \quad I_2 \propto \mathcal{P}_2^2, \quad \text{y} \quad \mathcal{P}_2 = 2\mathcal{P}_1$$

$$\text{N.I.}_2 - \text{N.I.}_1 = 10 \log \frac{\mathcal{P}_2^2}{\mathcal{P}_1^2} = 20 \log 2 = 6 \text{ db}$$

El **tono** de un sonido viene determinado por su frecuencia. El oído humano puede distinguir los sonidos por su tono. Para disponer de un sonido puro, es decir, de una sola frecuencia, hay que utilizar un diapasón; dependiendo de su tamaño produce sonidos de mayor o menor frecuencia.

Si la perturbación sonora no es armónica, es decir, contiene ondas de más de una frecuencia, presenta otra característica, el **timbre**, que también puede ser distinguida por el oído. Esta característica depende del *contenido en armónicos* de una cierta onda sonora. Por armónicos se entienden las ondas de frecuencia múltiplo de la fundamental: $2\omega_0, 3\omega_0, 4\omega_0, \dots$

El timbre permite distinguir dos sonidos de la misma intensidad y tono, producidos por diferentes instrumentos: flauta, clarinete, oboe... (Fig. 17.5). Desde el punto de vista musical esta característica es muy importante, porque la frecuencia fundamental no proporciona un sonido interesante, sino que son los *sobretonos* (los armónicos) los que le proporcionan «carácter» a una composición musical.

No tratamos la percepción del sonido, ni sus cualidades subjetivas (aspectos fisiológicos del sonido); estos aspectos tan importantes, en cuya línea de trabajo destacó H.L.F. von Helmholtz (182 – 1894), creemos que no deben formar parte de un curso de introducción a la Física.

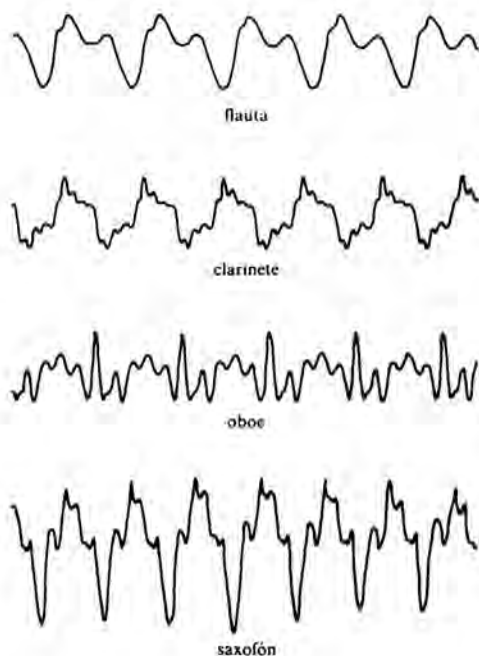


FIG. 17.5

Para finalizar este apartado, queremos hacer unos comentarios sobre los fenómenos característicos de las ondas (§ 16.4) en el caso del sonido.

En el caso de las ondas sonoras, la reflexión da lugar al fenómeno del **eco**; el estruendo producido por los truenos tiene el mismo origen. Siempre que una onda se refleja en una superficie, se atenúa, es decir, parte de la energía de la onda incidente es absorbida por el obstáculo. Las ondas sonoras, por ejemplo, son mejor reflejadas por superficies duras (plásticos, maderas, etc.) que por blandas (cortinas, alfombras, etc.). Por otra parte, un sonido nunca cesa instantáneamente al dejar de emitir la fuente que lo origina; se atenúa gradualmente dando la sensación de un sonido continuo, cuya intensidad disminuye poco a poco. Este fenómeno se conoce con el nombre de **reverberación**, y se debe a las sucesivas reflexiones del sonido en las paredes de una sala. Es muy acusado en las salas vacías, y hay que tenerlo en cuenta en el diseño de lugares que deban reunir cualidades acústicas especiales, por ejemplo las salas destinadas a conciertos o a conferencias.

Las leyes de la reflexión para el sonido son las mismas que para la luz (§ 17.5).

Las ondas sonoras también se pueden refractar; las leyes de la refracción son las mismas que para la luz (17.13). Este fenómeno explica la razón por la que se puede oír mejor en la noche que en el día. Durante el día las capas altas del aire están más frías que las próximas a la superficie terrestre; las ondas son refractadas, como consecuencia, hacia las capas altas, disminuyendo la intensidad del sonido para un observador terrestre. Durante la noche la situación de las capas de aire se invierte. ¿Podrías justificar el hecho experimental que indicamos al comienzo del párrafo?

Por la misma razón un observador distante de un foco sonoro, lo oye más fácilmente si el viento sopla hacia él, que si lo hace en sentido contrario. ¿Por qué?

Las interferencias sonoras se pueden poner de manifiesto conectando dos altavoces en paralelo a un generador de audiofrecuencia; moviéndolos en una dirección perpendicular a la definida por ellos, se oyen alternativamente sonidos reforzados (interferencia constructiva) y debilitados (interferencia destructiva). La interpretación se hace aplicando el cálculo desarrollado en § 16.4.

Ejemplos de difracción del sonido ya los indicamos en § 16.4.

* § 17.3 NATURALEZA DE LAS ONDAS ELECTROMAGNETICAS

Ya hemos estudiado las ecuaciones fundamentales del campo electromagnético (§ 15.5). A partir de ellas se puede demostrar que **E** y **B** verifican la ecuación de ondas (16.16), por lo tanto, *se propagan como una onda electromagnética*. Ahora bien, no es posible hacer dicha demostración, en el caso general, a partir de la formulación integral de las ecuaciones del campo, por lo que las estableceremos directamente:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (17.5)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}$$

A partir de las ecuaciones de Maxwell (§ 15.5) se puede justificar cualitativamente la existencia de **OEM**. El razonamiento cualitativo es simple: todo campo magnético variable con el tiempo induce un

campo eléctrico, que en general también variará con el tiempo. Este campo induce a su vez un campo magnético; el proceso se repite indefinidamente en el tiempo y el espacio, así por ejemplo, las OEM que nos llegan desde el relativamente cercano centro de nuestra galaxia, han estado propagándose durante 30.000 años, desde que fueron emitidas. *Un campo electromagnético se propaga a lo largo de grandes distancias en forma de onda (OEM).*

Vamos a resumir, sin demostrar, las principales características de las OEM en su propagación en el espacio libre lejos de las fuentes, es decir, de las corrientes y las cargas que crean a los campos. No consideramos los fenómenos de interacción con la materia, por lo que no es necesario tomar en consideración su carácter corpuscular (§ 18.5).

La existencia de ondas electromagnéticas había sido prevista por J.C. Maxwell (1831 – 1879), al desarrollar teóricamente las ecuaciones del campo electromagnético. A finales del siglo XIX, el físico alemán H. Hertz (1857 – 1894) demostró experimentalmente algunas de las propiedades más relevantes de estas ondas; estos experimentos marcaron el comienzo de las comunicaciones sin hilos.

Características de las OEM:

- a) En cada punto del espacio los campos **E** y **B** son perpendiculares. El elevado grado de simetría de las ecuaciones de Maxwell sugiere que la perturbación debe propagarse en una dirección, que sea simétrica tanto respecto de **E** como de **B**. Esto implica que una OEM no puede ser longitudinal, ya que los campos no son paralelos. De hecho se trata de una onda transversal (Fig. 17.6).
- b) La velocidad de propagación de las OEM en el vacío, según (17.5), es:

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \equiv c \quad (17.6)$$

sustituyendo los valores de ϵ_0 y μ_0 se obtiene para $c \approx 300.000 \text{ km s}^{-1}$. Se trata de una constante universal (§ 18.4).

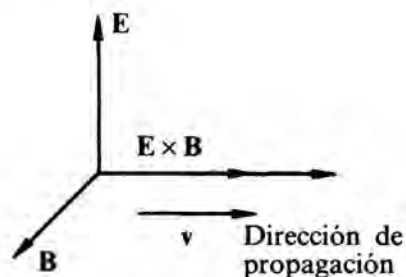


FIG. 17.6

- c) La velocidad de propagación de una OEM en cualquier medio es menor que en el vacío

$$v = c / (\mu_r \epsilon_r)^{1/2} \quad (17.7)$$

donde μ_r y ϵ_r son, respectivamente, la permeabilidad y permitividad del medio. En cociente entre ambas velocidades se define como **índice de refracción absoluto del medio**:

$$n \equiv c/v, \quad n \leq 1 \quad (17.8)$$

y es el parámetro que caracteriza un medio en el que se propaga una OEM.

- d) **E** y **B** se encuentran en fase en todos los puntos del espacio (Fig. 17.7). Sus módulos están relacionados de forma que existen densidades iguales de energía eléctrica y magnética (17.12) en cada punto: $E/B = c$.

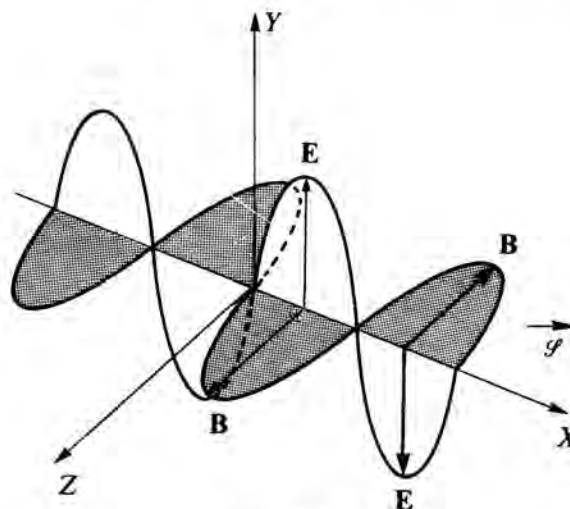


FIG. 17.7

- e) La dirección de propagación de la onda está definida por el vector $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Por definición, a:

$$g \equiv c^2 \epsilon_0 (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = 1 / \mu_0 (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) \quad (17.9)$$

se le llama **vector de Poynting**; su significado físico lo discutiremos al tratar del teorema de conservación de la energía. Sus dimensiones son $[M] [T]^{-3}$ y sus unidades W m^{-2} .

En ocasiones, se suele utilizar la expresión **radiación electromagnética**, en vez de OEM. La palabra radiación, como dijimos en la introducción del Capítulo VII, implica una forma de transferencia de energía. Se suele aplicar a cualquier fenómeno que se disperse (§ 17.5) a partir de un punto. En la práctica se aplica, casi de forma exclusiva, a las OEM y no, por ejem-

plo, a las ondas superficiales en un líquido. La denominación de *OEM* y la de radiación electromagnética se refieren al mismo fenómeno físico. La única diferencia reside en que se utiliza la palabra radiación cuando el aspecto de transferencia de energía es más significativo que el ondulatorio.

* TEOREMA DE CONSERVACION DE LA ENERGIA ELECTROMAGNETICA

En (§ 7.5) y (§ 10.4) estudiamos el teorema de conservación de la energía; demostramos que en un sistema aislado, o en todo el Universo, se conserva. Ahora podemos extender este concepto, indicando con detalle cómo se conserva la energía; en la nueva formulación expresaremos que si de una región del espacio sale energía, es porque la misma fluye a través del contorno que la delimita. Una formulación de este tipo ya la utilizamos para expresar el principio de conservación de la carga eléctrica (§ 13.1). Esta nueva formulación, denominada de **conservación local**, implica que la energía sólo puede ir de un lugar a otro, si sucede algo en el espacio intermedio; para describirla no sólo necesitamos conocer la densidad de energía u , sino el vector \mathcal{S} que nos indicará, como veremos, el flujo de energía del campo.

Enunciada de este modo, la conservación de energía implica: *en un cierto volumen del espacio el flujo neto de energía electromagnética a través de la superficie que lo limita es igual a la variación de energía electromagnética almacenada en su interior.*

Formulado matemáticamente, el teorema de conservación de la energía electromagnética, se expresa mediante:

$$\int_V \frac{du}{dt} d\tau = \int_S \mathcal{S} \cdot d\mathbf{S} \quad (17.10)$$

donde u es la densidad de energía electromagnética: $u = \epsilon_0/2 (\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}) + 1/2\mu_0 (\mathbf{B} \cdot \mathbf{B})$; S la superficie que limita a un cierto volumen V del espacio y \mathbf{S} el vector de Poynting. Siguiendo un procedimiento análogo al llevado a cabo en (§ 13.1) para expresar la conservación de la carga, (17.10) se puede transformar en:

$$\frac{dU}{dt} = \int_S \mathcal{S} \cdot d\mathbf{S} \quad (17.11)$$

que expresa: *el flujo del vector de Poynting a través de una superficie S es igual a la energía electromagnética que sale a través de la misma por unidad de tiempo.*

Si en vez del vacío se trata de un medio lineal, homogéneo e isotrópico, caracterizado por una conductividad σ , una permeabilidad μ y una permitividad ϵ , hay que añadir en (17.10) un término que tenga en cuenta la energía disipada por efecto Joule en dicho volumen. En este caso (17.10) toma la forma:

$$-\int_S \mathcal{S} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{\epsilon}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu} B^2 \right) d\tau + \sigma \int_V E^2 d\tau \quad (17.12)$$

Tanto (17.10) como (17.12) son una formulación integral del teorema de conservación de la energía. Para expresar la conservación local, es decir en cada punto de la región de interés, hay que transformarlas en las correspondientes ecuaciones diferenciales (§ 11.3); pero esto ya se encuentra fuera del nivel de este libro, como hemos indicado en varias ocasiones. A partir de la formulación diferencial de las ecuaciones de Maxwell, se llega de forma directa a (17.11) y (17.12).

Ahora podemos comprender la razón de ubicar la energía en aquellas regiones del espacio donde existen campos \mathbf{E} y \mathbf{B} variables en el tiempo, es decir *OEM*, y no en las fuentes que los crean. También podemos advertir que en situaciones estáticas no hay manera de decir donde se encuentra ubicada la energía, porque no hay nada que fluya; toda la interpretación anterior carece de sentido. No obstante, en el caso estático (12.40) y (15.24), la energía se sigue localizando en el campo, aunque no tenga el significado concreto y útil que tiene en las situaciones dinámicas.

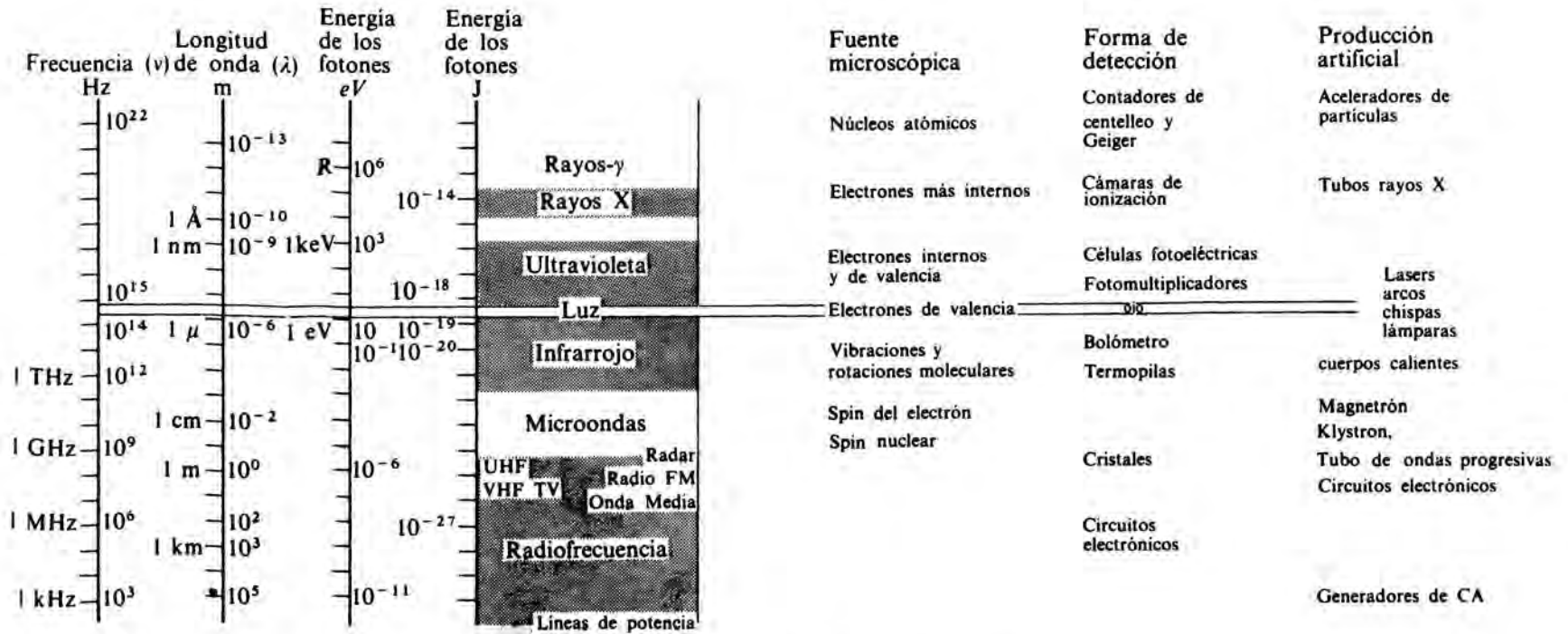
§ 17.4 ESPECTRO DE ONDAS ELECTROMAGNETICAS

Las ondas electromagnéticas cubren un rango de frecuencia extraordinariamente elevado: desde unos pocos Hz hasta más de 10^{22} Hz. Su generación, detección y aplicaciones, son diferentes según el rango de frecuencias de que se trate. El conjunto de frecuencias cubierto por las *OEM* recibe el nombre de **espectro de ondas electromagnéticas**; éste es tan ancho que realmente no parece existir un límite superior, ni inferior, a las posibles frecuencias. En el espectro, se distinguen diversos rangos en los cuales reciben nombres específicos, que comentaremos a continuación. La separación entre los distintos rangos no es nítida, ya que diferentes tipos de fuentes pueden generar ondas en rangos de frecuencias que se solapan.

Conviene insistir una vez más, que *a las ondas conviene caracterizarlas por su frecuencia, más que por la longitud de onda*, ya que ésta es función del medio en que se propagan; así por ejemplo, la λ de la luz naranja es $\sim 6 \times 10^{-7}$ m en el aire y $\sim 4 \times 10^{-7}$ m en el vidrio. A menudo, sin embargo, se suele hacer al revés, por lo que hay que tener la precaución anteriormente citada.

En la Tabla 17.2 se representa esquemáticamente el espectro de *OEM*, indicando las características

TABLA 17.2.



Espectro de ondas electromagnéticas
(Hecht & Zajac, Optics, Addison Wesley, 1974)

de las diferentes regiones que lo componen.

El Sol *emite radiación electromagnética* en un amplio rango de frecuencias; su máxima intensidad de emisión se encuentra en la región visible y en el infrarrojo.

Comentaremos brevemente las diferentes regiones del espectro:

a) **Ondas de radio y TV:** Se extienden hasta 10^9 Hz, aproximadamente. Su longitud de onda en el vacío y en el aire es prácticamente la misma; varían desde unos pocos km hasta 0,3 m. Estas ondas se generan mediante generadores de CA (§ 15.3) o mediante circuitos electrónicos; los detectores son también circuitos electrónicos. Sus aplicaciones más importantes se encuentran en las redes de distribución de energía eléctrica y en los sistemas de comunicación: radio y TV.

Las ondas de radio VLF (Very High Frequency) se utilizan para ayudas de navegación; esta banda también es usada por la policía, radio taxis, ambulancias, bomberos, etc., cada uno de estos servicios tiene su propia banda de frecuencias para la emisión.

b) **Microondas:** Ocupan un rango de frecuencias que se extiende desde 10^9 Hz hasta 3×10^{11} Hz. Sus fuentes artificiales son unos generadores especiales (klystron, magnetron, etc.).

En la actualidad se usan, en algunos países, para transmitir mensajes telefónicos entre grandes ciudades, en vez de utilizar las redes de cables tradicionales. Una aplicación doméstica de las microondas, bastante reciente, es su uso en hornos para calentar alimentos. Estos hornos son muy rápidos, permiten calentar el alimento de forma uniforme, es decir, no a partir de su parte exterior, y no se malgasta energía, puesto que no se eleva la temperatura del horno, ya que las microondas son reflejadas por sus paredes metálicas y no absorbidas por ellas.

La aplicación de las microondas al radar (Radio detecting and ranging) es conocida por todos los alumnos. El **radar** es en la actualidad parte fundamental de los sistemas de comunicación. En los de defensa se utiliza para detectar aviones, barcos o misiles enemigos; en los aeropuertos y grandes puertos para regular el tráfico en sus proximidades; incluso los mismos barcos y aviones lo llevan. En los laboratorios meteorológicos se utiliza para detectar tormentas, que se aproximan a una cierta región. Una aplicación, que seguramente todos hemos sufrido, es para medir la velocidad de un vehículo; la policía la utiliza para controlar la velocidad en ciertos tramos de las carreteras.

c) **Espectro infrarrojo:** Cubre el rango de frecuen-

cias comprendido entre 3×10^{11} Hz y 4×10^{14} Hz. Recibe este nombre porque corresponde a las frecuencias que se encuentran por debajo del extremo rojo del espectro visible. Estas radiaciones son emitidas por vibraciones y rotaciones moleculares, y por los cuerpos que se encuentran a temperaturas elevadas.

Las radiaciones infrarrojas son invisibles para el ojo humano, pero pueden detectarse mediante películas fotográficas especiales o materiales sensibles al calor. Sus principales aplicaciones son como «detectores», puesto que todos los cuerpos las emiten debido a la temperatura que poseen. Una aplicación espectacular es para detectar y seguir cohetes espaciales, lo cual se consigue uniendo el detector de infrarrojos a una computadora.

Como los seres vivos y las máquinas se encuentran a temperaturas superiores a las del medio, emiten más radiación infrarroja que éste; mediante el uso de sensores adecuados se puede detectar su presencia. Esta aplicación se utiliza mucho para fines militares, ya que detecta los objetos aunque se encuentren camuflados, y para fotografía nocturna.

Sensores de esta radiación colocados en un avión, por ejemplo, son capaces de detectar diferencias de temperatura muy pequeñas existentes en distintos lugares de la Tierra; o también, en los mares, estuarios y océanos. Son capaces de localizar las fronteras marinas entre zonas cálidas y frías, e indicar a las flotas pesqueras donde es más probable que se encuentren los bancos de peces.

También se ha utilizado esta radiación para comprobar la autenticidad de las obras de arte y como control de calidad de las estufas y planchas eléctricas.

La frecuencia de las radiaciones emitidas por un cierto elemento son características del mismo (§ 19.2). La mayor parte de los elementos las emiten en la región infrarroja o en la visible. Esta propiedad se puede utilizar para determinar los elementos que se encuentran en una cierta sustancia. De modo análogo, las moléculas o radicales químicos emiten frecuencias características, que se encuentran en la región del infrarrojo, lo cual hace posible su identificación. Esta técnica de análisis, llamada **espectrometría infrarroja**, se usa en la industria química.

Al hacer pasar la radiación a través de un gas, un líquido, un sólido o una disolución, ciertas longitudes de onda son absorbidas (por ejemplo, los alcoholes la presentan para un rango muy estrecho, localizado en $\lambda \sim 2,7 \times 10^{-6}$ m). Cada enlace químico tiene su longitud de onda de absorción característica. Por lo tanto, diferentes compuestos presentan distintos espectros infrarrojos de absorción; en una mezcla se pueden identificar sus elementos o radicales constituyentes. También en una molécula se pueden distinguir los átomos o grupos de átomos que la constituyen. Estos espectros son, en general, muy complejos y para analizarlos es necesario el uso de una computadora.

d) **Espectro visible o luz:** Es un estrecho rango de frecuencias comprendidas entre 4×10^{14} Hz y

8×10^{14} Hz. La fuente microscópica de luz es el reagrupamiento interno de los electrones más periféricos de los átomos y moléculas. Las fuentes macroscópicas son los cuerpos incandescentes, y el laser (light amplification by stimulated emission of radiation). La luz producida por él es mucho más intensa, direccional, monocromática y coherente que la emitida por cualquier otra fuente ordinaria.

La luz produce diferentes sensaciones en los seres vivos, llamadas **colores**, que dependen de la frecuencia de la *OEM* y que corresponden a los siguientes rangos:

Color	$\lambda_{\text{vacío}}$ (nm)	ν (THz)
Rojo	780-622	384-482
Naranja	622-597	482-503
Amarillo	597-577	503-520
Verde	577-492	520-610
Azul	492-455	610-659
Violeta	455-390	659-769

e) **Luz ultravioleta (UV):** Cubre una región de frecuencias comprendida entre 8×10^{14} Hz y 3×10^{17} Hz. Esta radiación se produce por los átomos y moléculas en las descargas eléctricas; como fuente artificial de luz UV se utilizan ciertas lámparas especiales. El Sol la emite también; la energía que transporta esta parte de la radiación solar es tan elevada que es capaz de ionizar los átomos de la alta atmósfera y formar la capa denominada ionosfera, que tanta importancia tiene para la transmisión de señales de radio. En la ozonosfera, el ozono (O_3) absorbe parte de esta radiación, que de otra manera sería letal al incidir sobre la superficie terrestre.

Puede detectarse mediante placas fotográficas o mediante dispositivos electrónicos, tales como fotomultiplicadores y células fotoeléctricas.

Estas radiaciones tienen aplicaciones biológicas importantes, ya que son capaces de eliminar bacterias y otros microorganismos, como consecuencia de las reacciones químicas que se producen al absorber éstos la radiación y disociarse e ionizarse las moléculas. Por ello, se utilizan para esterilizar instrumentos y en otras aplicaciones médicas. También pueden dañar los tejidos humanos, sobre todo la retina, por eso hay que tener cierta precaución al exponer el cuerpo a la luz UV.

Los rayos UV de la radiación solar, que alcanzan la superficie terrestre, son los responsables del bronceado que todos tratamos de conseguir en los meses de verano. El tono moreno de la piel es consecuencia de la activación de ciertos pigmentos que se encuentran en ella.

f) **Rayos X:** Esta parte del espectro de *OEM* ocupa el rango de frecuencias comprendido entre 3×10^{17} Hz y 5×10^{19} Hz. Los rayos X son emitidos por las transiciones de los electrones más profundos de los átomos. También se generan al hacer variar la trayectoria de una partícula cargada de alta energía, y por lo tanto emitir una radiación; por ejemplo, al incidir un haz de electrones sobre un blanco de tungsteno. Este es el principal mecanismo mediante el que se producen en los tubos de rayos X, utilizados en las aplicaciones físicas, médicas e industriales.

Son radiaciones, como las UV, ionizantes, es decir, debido a su largo contenido energético son capaces de disociar los átomos y moléculas, si se hacen pasar a través de las sustancias que las contienen.

Los rayos X pueden detectarse mediante placas fotográficas o pantallas fluorescentes especiales que emiten luz al incidir los rayos sobre ella.

Pueden atravesar, en mayor o menor grado, todas las sustancias, dependiendo la penetración de la densidad y naturaleza de éstas. Las partes del cuerpo humano ocupadas por tejidos blandos transmiten más radiación que las ocupadas por los huesos; de ahí su uso en **radiografías** de los huesos para determinar fracturas y malformaciones. Su uso en medicina y odontología es conocido por todos. En el uso de los rayos X, hay que tomar ciertas medidas de seguridad, debido al carácter ionizante de la radiación.

En la industria se utilizan junto con la radiación UV y los rayos γ , en la comprobación no destructiva de materiales. Esta técnica permite asegurar que los equipos (por ejemplo, conducciones eléctricas, hidráulicas, oleoductos, planchas para barcos, etc.) no tienen defectos en su estructura, que luego den lugar a fallos de los mismos, con el consiguiente riesgo para las personas o grandes pérdidas económicas. Las técnicas que utilizan rayos X son

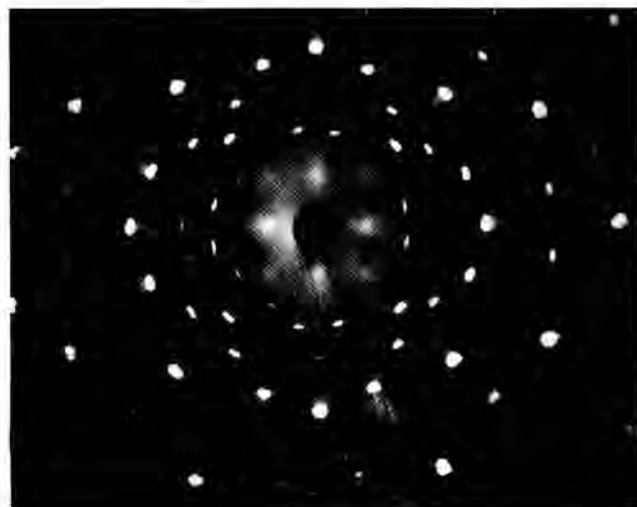


FIG. 17.8

muy similares a las utilizadas en medicina, aunque los haces son de mucha mayor intensidad.

Otra aplicación importante de los rayos X se encuentra en la determinación de la disposición interna de los átomos en un compuesto. El fundamento de esta técnica (**lauegrama**), reside en que las redes atómicas de un cristal, son las redes de difracción adecuadas —es decir, las «rendijas»— para producir el fenómeno de difracción de los rayos X; ya que éstos por su naturaleza ondulatoria presentan dicho fenómeno. Su longitud de onda es tan pequeña que sólo obstáculos de orden de 10^{-10} m son capaces de producir su difracción (§ 17.5); estas distancias son las que separan a los átomos o moléculas en una red cristalina. En la Fig. 17.8 reproducimos una foto de un lauegrama correspondiente al cloruro sódico; los puntos luminosos indican la posición de los átomos de cloro y sodio en la red cristalina.

g) Rayos gamma: Forman la parte superior del espectro de *OEM*, desde 3×10^{18} Hz hasta frecuencias superiores a los 3×10^{22} Hz. Estas ondas son de origen nuclear, es decir, son emitidas por las partículas que sufren transiciones en el interior del núcleo atómico. Los átomos de las sustancias radiactivas (§ 20.2) son inestables, sus núcleos se desintegran dando lugar a diferentes partículas y radiaciones electromagnéticas de muy alta frecuencia (rayos γ). Debido a su gran energía pueden ser detectados fácilmente. Por su pequeñísima longitud de onda ($\lambda \sim 10^{-10} - 10^{-14}$ m) es extraordinariamente difícil observar sus propiedades ondulatorias (§ 19.1).

Se pueden utilizar para destruir zonas cancerosas en el cuerpo, pero si no se tiene gran cuidado pueden dar lugar a su vez a células cancerosas, como le ocurrió a Marie Curie, pionera en el estudio experimental de la radiactividad, y que murió como consecuencia de las radiaciones del radio.

También se usan para inducir mutaciones en los genes de las plantas. Muchas mutaciones producen efectos nocivos, pero en unos pocos casos los resultados han sido útiles. Mediante selección adecuada de las plantas, se pueden desarrollar nuevas variedades de mayor rendimiento y resistencia a las enfermedades.

§ 17.5 INTRODUCCION AL ESTUDIO DE LOS FENOMENOS LUMINOSOS

Vamos a centrar nuestra atención en la parte visible del espectro de *OEM*: **la luz**; abordaremos exclusivamente los aspectos indicados en la introducción.

En primer lugar, consideremos los fenómenos característicos de las ondas (§ 16.4) para el caso de la luz.

La ley de la reflexión, que es la misma sea cual fuere la naturaleza de las ondas, es conocida desde los estudios primarios: *el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión*, ambos medidos respecto de la normal al obstáculo, en el punto de incidencia de la onda.

Este fenómeno, junto con el Principio de Fermat (17.15), es el responsable de que los rayos de Sol varíen de inclinación al pasar a través de las diferentes capas no homogéneas de la atmósfera para travesar las más bajas, que son las más densas, de la forma más rápida; por este motivo es posible ver el Sol aún después de haber desaparecido en el horizonte. Por la misma razón, si se mira el asfalto de una carretera bajo un ángulo rasante, aparecen reflejados en él los alrededores de la misma, como si ésta estuviese cubierta por una capa de agua. La explicación del fenómeno es que el aire en las proximidades del asfalto está más caliente que el que se encuentra más elevado. Los rayos de luz se curvan, muy gradualmente, hacia la carretera para conseguir el camino óptico mínimo; al hacerlo producen al observador la impresión de ser rayos reflejados en una superficie especular. El camino óptico (*CO*) es el producto del índice de refracción del medio por la distancia geométrica que la luz recorre en dicho medio.

En el caso de la luz, también existe un cambio de fase de π radianes cuando incide desde un medio de menor índice de refracción en otro de mayor.

La ley de refracción también es conocida:

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r \quad (17.13)$$

el significado de los diferentes parámetros se indican en la Fig. 17.9. Esta ley fue descubierta, de forma independiente por el holandés W. Snell (1580 – 1626) y el francés R. Descartes (1596 – 1650). Esta ley también la cumple el sonido cuando se refracta. ¿Por quién se sustituirá n en (17.13) para el caso del sonido?

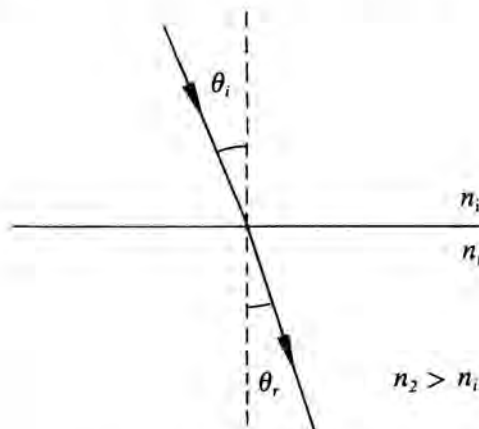


FIG. 17.9

En el caso de la luz el fenómeno de reflexión es la base de numerosos instrumentos de uso común e industrial: binoculares, periscopios de submarinos, fibras ópticas, etc. El de refracción interviene en prácticamente todos los instrumentos ópticos: microscopios, telescopios, lentes para corregir los defectos de visión, etc. También es el responsable de los efectos ópticos que todos hemos comprobado, por ejemplo, el parecer que una varilla parcialmente sumergida en un líquido está rota; el que una moneda situada en el fondo de un recipiente lleno de agua parezca encontrarse más cerca de la superficie de lo que en realidad está, etc.

El fundamento de las **interferencias** luminosas es el desarrollado en (§ 16.4). Las condiciones para interferencias constructivas y destructivas son, respectivamente, (16.29) y (16.30). Las figuras de interferencias las mostramos en la Fig. 16.11 *a* y *b*; en ocasio-

nes se pueden observar a simple vista y en otras se impresionan en una placa fotográfica. El dispositivo que sirve para obtenerlas en el laboratorio se llama **interferómetro**. El estudio cuantitativo desarrollado en (§ 16.4) corresponde el procedimiento más simple que existe para producir las: el *experimento de Young* o de la *doble rendija*. Para otro tipo de interferómetros hay que adaptar de forma adecuada las expresiones que allí se obtuvieron.

De forma práctica se pueden observar franjas de interferencia haciendo dos pequeños agujeros (p.e con una aguja de coser) en una cartulina, muy cercanos el uno al otro y observando una farola de la calle, que se encuentre a una distancia de unos cientos de metros. Esta sirve como fuente luminosa de ondas planas. Colocando la cartulina muy próxima al ojo, aparecen las franjas perpendiculares a la línea que une los agujeros.

Vamos a considerar el fenómeno de la **difracción** de la luz con cierto detalle, ya que en § 16.4 apenas lo tratamos y tiene una gran importancia.

Debido a que la λ de la luz es extraordinariamente pequeña ($\sim 10^{-7}$ m), los fenómenos de difracción no se pueden observar, normalmente, a simple vista, ya que la mayor parte de obstáculos son demasiado grandes para producirlo. No obstante, la distribución espacial de intensidades se puede observar mediante procedimientos simples: por ejemplo, mirando a través de una pluma de ave o de un peine con una inclinación adecuada, una fuente luminosa lejana. También mirando una vela encendida con el ojo semicerrado, y las pestañas haciendo de obstáculo; éste es un juego que todos hemos experimentado cuando, de pequeños entrábamos en una iglesia y nos divertíamos viendo las formas curiosas que tomaban las luces de los cirios, para diferentes posiciones e inclinaciones del ojo casi cerrado.

Extrapolando, para la luz, el resultado obtenido en la cubeta de ondas, podemos indicar que el **fenómeno de la difracción impide que se pueda materializar un rayo luminoso**. Intuitivamente podemos pensar que haciendo pasar un haz luminoso por un diafragma circular de diámetro variable, cada vez obtendremos un haz más estrecho y nos iremos acercando al concepto matemático de rayo. Al llegar a diafragmas de dimensiones comparables a la λ , aparece claramente el fenómeno de la difracción, que hace que sobre una pantalla, colocada detrás del diafragma, no se recoja un punto luminoso, sino una figura de difracción: es decir, una sucesión de discos brillantes y oscuros, Fig. 17.10; la a corresponde a un orificio de 2 mm de diámetro, la b de 4 mm. ¿Qué diferencias observas? La distribución de intensidades luminosas se representa gráficamente en la Fig. 17.11.

El tratamiento matemático de la difracción es un problema de gran complejidad; incluso no existe todavía un tratamiento riguro-

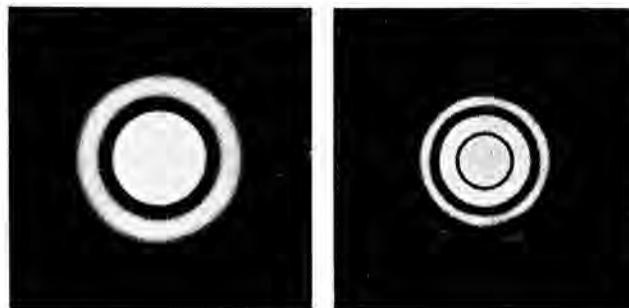


FIG. 17.10

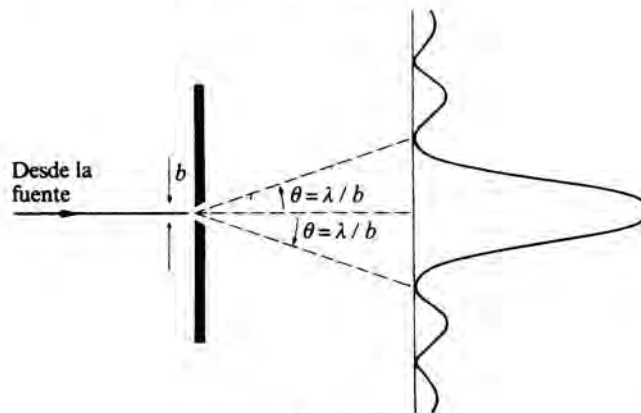


FIG. 17.11

so para aberturas de forma arbitraria. Normalmente el problema se aborda suponiendo que la difracción y las interferencias son fenómenos físicos entre los que no existe ninguna diferencia conceptual significativa. La costumbre ha dado en llamar interferencias cuando se trata de la superposición de las perturbaciones producidas por unas pocas fuentes, y de difracción cuando dicho número es elevado, prácticamente infinito. En la difracción se supone que cada punto del frente de onda limitado por el obstáculo actúa, según el Principio de Huygens (§ 18.2), como emisor secundario de ondas. Luego se superponen sobre la pantalla las infinitas ondas que llegan a cualquier punto de la misma, procedentes de los infinitos emisores diferenciales en que puede considerarse descompuesta la abertura.

El fenómeno de difracción impone una limitación a los objetos más pequeños que se pueden estudiar con el ojo desnudo o con un cierto instrumento óptico (telescopio o microscopio). La imagen dada por un sistema óptico con abertura circular, de un par de puntos luminosos (por ejemplo, dos estrellas) es un par de discos como los representados en la Fig. 17.10. Si éstos se encuentran separados, sus figuras de difracción permiten distinguirlos claramente. A medida que los puntos luminosos se van acercando, sus figuras de difracción se solapan cada vez más, llegando un momento en que sus imágenes ya no están separadas (o resueltas) por el instrumento y aparece como si sólo existiese un solo punto luminoso (Fig. 17.12 *a* y *b*). Por lo tanto, **la difracción limita el tamaño del objeto que puede observarse con un cierto instrumento óptico**, aunque éste sea técnicamente perfecto.

Existen diferentes criterios para definir cuándo las

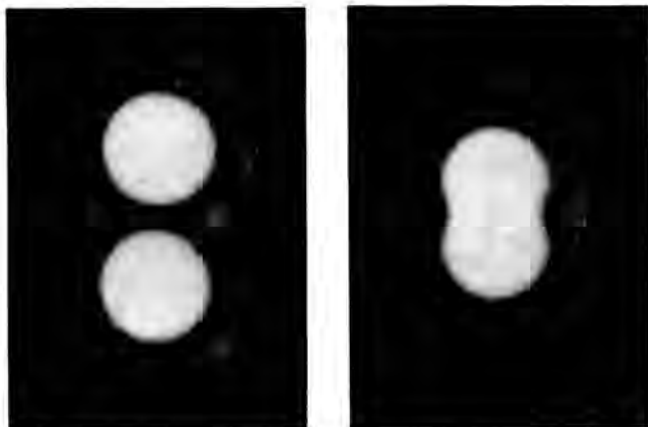


FIG. 17.12

imágenes de los puntos luminosos están justo resueltas, es decir, la mínima distancia a que se deben encontrar los mismos para que el sistema todavía nos dé dos imágenes diferenciadas: **poder de resolución del sistema óptico**. Entre ellos el más clásico es el **Rayleigh**, aunque no es el único. Este dice que *dos puntos luminosos se encuentran justo resueltos, cuando el centro de la figura de difracción de uno de ellos coincide con el primer mínimo de la figura de difracción correspondiente al otro punto* (Fig. 17.12 a). El poder de resolución angular se define como:

$$P.R. \equiv \frac{1}{(\Delta\theta)_{\min}} = \frac{b}{1,22 \lambda} \quad (17.14)$$

donde b es el diámetro del orificio.

A partir de esta expresión, se pueden deducir algunas conclusiones interesantes. Si se desea aumentar el poder de resolución de un microscopio, por ejemplo, debe disminuirse la λ utilizada para iluminar el objeto que se observa. Así, utilizando luz ultravioleta (§ 17.4) en vez de luz blanca se puede distinguir detalles más finos. El microscopio electrónico utiliza electrones en vez de luz para «iluminar» el objeto, su λ equivalente es del orden de 10^{-4} a 10^{-5} veces la de la luz; por lo tanto, se pueden percibir con este microscopio detalles tan pequeños, que con uno ordinario (óptico) serían oscurecidos por los efectos de difracción.

Por otra parte, el poder de resolución de un telescopio se puede mejorar aumentando el diámetro del objetivo o del espejo (17.14). El telescopio del Monte Palomar tiene un espejo de 5 m de diámetro; para $\lambda = 550$ nm tiene un límite de resolución angular de $2,8 \times 10^{-2}$ s de arco. El ojo humano tiene un diámetro de pupila variable, dependiendo de la intensidad luminosa; en condiciones de gran luminosidad su poder de resolución angular, teniendo en cuenta que $b \approx 2$ nm y con $\lambda = 550$ nm, es $(\Delta\theta)_{\min} \approx 1$ min de arco.

En el caso de la luz, el estudio de la **polarización** es

complejo, aunque los conceptos fundamentales son los presentados en (§ 16.4). Para la luz, los dispositivos que sirven para producir luz polarizada, a partir de la luz natural, se llaman **polarizadores**. Entre estos destacan las **láminas Polaroid**, descubiertas por E.H. Land en 1928, que consisten en dos láminas de plástico entre las cuales se encuentra una lámina delgada de una sustancia sintética. También existen una serie de sustancias naturales: cuarzo, calcita y turmalinas, todos ellos materiales anisótropos, que presentan esta propiedad. Cuando un haz de luz no polarizada incide en un cristal de estas sustancias, tallado de forma apropiada, sólo la atraviesan aquellas ondas cuyos planos de vibración son paralelos a un plano particular de la red cristalina de las mismas; las ondas restantes son absorbidas o reflejadas.

Con láminas Polaroid es muy fácil determinar si la luz se encuentra polarizada o no, para ello se colocan dos polaroides con sus ejes de polarización paralelos, toda la luz que atraviesa el primero, pasa por el segundo. Si se gira el segundo hasta que su eje sea perpendicular al del primero, la luz que atraviesa el primero es absorbida por el segundo.

Algunas sustancias presentan una propiedad interesante conocida con el nombre de **actividad óptica**: cambio del plano de polarización de la luz que pasa a su través; unas lo hacen girar en el sentido de las agujas del reloj (dextrógiras) y otras en el contrario (levógiras). Esta propiedad encuentra gran aplicación en Química Orgánica en el estudio de los estereoisómeros ópticos. También se utiliza en la determinación cuantitativa de la cantidad de sustancia, ópticamente activa, que se encuadra disuelta en agua u otro medio; por ejemplo, en la determinación del contenido de azúcar en el almíbar o en orina.

Otro fenómeno típico de las ondas, y especialmente de la luz, es el de la **dispersión**. En general, *el índice de refracción de un medio es función de la frecuencia de la onda luminosa que se propaga en él*: $n(\nu)$; por lo tanto, si la onda no es monocromática (p.e. luz blanca) cada componente (§ 17.4) se propagará con una velocidad diferente. Este efecto se presenta conjuntamente con los demás fenómenos estudiados; a nivel elemental, todos los alumnos lo conocen: la luz blanca al atravesar un prisma se descompone en los colores que la forman.

OPTICA

El hombre siempre ha estado interesado en el estudio y observación de los fenómenos luminosos (capítulo XVIII). Por esta razón, la Física dedica una de sus partes —en la división clásica— al estudio de las propiedades, efectos y aplicaciones de la luz: la **Óptica**.

Este estudio se plantea a diferentes niveles, que queremos puntualizar:

a) **Óptica Física**: Estudia la luz teniendo en cuenta

su naturaleza ondulatoria; en ella, no se puede describir su comportamiento mediante rayos, debido a la presencia del fenómeno de la difracción. Es el enfoque que nosotros le hemos dado en este capítulo.

- b) **Optica Geométrica:** En esta *aproximación*, se supone que las aberturas de los diferentes sistemas ópticos son muy grandes comparadas con la λ de la luz. Se supone que *la luz se propaga en línea recta y se representa mediante rayos, que obedecen a las leyes de la reflexión y refracción, despreciando los efectos de difracción*. Se trata de una idealización, que resulta útil, de la Optica Física. Este enfoque es el que han seguido los alumnos en sus primeros cursos de Física; a partir de construcciones geométricas con rayos, han calculado la formación de imágenes en diferentes sistemas ópticos.

Todas las leyes de la óptica geométrica o de rayos, están contenidas implícitamente en el **Principio de Fermat**: *La luz para propagarse de un punto a otro sigue el camino por el que tarda el menor tiempo*, aunque ello implique que éste no sea el más corto entre dichos puntos; es decir:

$$\delta \int_A^B \frac{ds}{v} = 0 \quad \longrightarrow \quad \delta \int_A^B n \, ds = 0 \quad (17.15)$$

donde ds es un elemento de longitud a lo largo de la trayectoria, v es la velocidad de la luz en el medio y n su índice de refracción. La notación utilizada en (17.15) es la característica del cálculo de variaciones, e indica que el tiempo invertido es mínimo. La verdadera utilidad de (17.15) es cuando el rayo de luz atraviesa distintos medios cuyos índices de refracción varían de forma prácticamente continua.

- c) **Optica Electromagnética:** En este enfoque se toma en consideración la naturaleza electromagnética de la luz; a partir de ella se explican sus propiedades. Es una descripción más completa que las anteriores, aunque también más compleja. Realmente se trata de una parte del Electromagnetismo.
- d) **Optica Cuántica:** Al estudiar los fenómenos de emisión y absorción de radiación electromagnética por la materia, es necesario tomar en consideración la cuantificación de la energía que transporta la luz (es decir, la luz «esta compuesta por fotones») (§ 18.5). A este nivel es donde se estudian, además de los fenómenos anteriores, la difracción de electrones, neutrones, etc. técnicas experimentales de gran importancia.
- e) **Optica Fisiológica:** estudia los aspectos relacionados con la sensación y percepción de la luz.

Con este esquema hemos querido dar al alumno una visión panorámica que le prepare para abordar, en niveles superiores, el estudio de la luz y en general de los *OEM*.

CUESTIONES

1. Citar diferentes fuentes de ondas sonoras. Indicar fuentes de ondas mecánicas no sonoras. ¿Qué tienen de común todas ellas?
2. ¿Qué es el espectro de ondas mecánicas longitudinales?
3. ¿Existen ondas mecánicas transversales? Razona la contestación.
4. Nombrar diferentes detectores de ondas sonoras.
5. ¿Cómo se puede generar una onda sonora armónica?
6. Justificar cómo se podrían hacer «espejos» para el sonido.
7. Citar experiencias habituales en las que se pongan de manifiesto el fenómeno de la difracción del sonido.
8. Comprobar que el segundo miembro de (17.2) tiene dimensiones de velocidad. Las ondas de presión en un gas, ¿son longitudinales?
9. ¿Qué propiedades físicas del sonido corresponden a las sensaciones de intensidad, tono y timbre?
- *10. Citar ejemplos de diferentes fuentes de ondas infrasonoras y ultrasonoras.
- *11. Todavía no están claramente establecidos los efectos nocivos para la salud, si existen, en la aplicación de los ultrasonidos al diagnóstico médico. Razonar qué tipos de efectos se podrían esperar.
- *12. En la sociedad actual se suele hablar de contaminación acústica, como uno de los males que afectan a las personas del mundo civilizado. ¿En qué crees que consiste?
13. ¿En qué se diferencian y en qué se parecen los fenómenos de interferencias producidos por las ondas sonoras y por ondas luminosas?
14. El intervalo de tiempo transcurrido entre el destello de un relámpago y el sonido de un trueno es de 10 s. Calcular la distancia a que se encuentra, aproximadamente, la tormenta.
15. ¿Por qué no se perciben efectos de interferencia entre los haces luminosos emitidos por dos linternas o entre los sonidos producidos por dos violines?
- *16. Justificar a partir de las ecuaciones de Maxwell y de las Figs. 15.11 y 15.22 la perpendicularidad de \mathbf{E} y \mathbf{B} en una *OEM*.
- *17. Justificar para una *OEM* armónica unidimensional la relación entre los módulos de los campos, en cada punto del espacio.
18. Deducir las dimensiones y unidades de \mathbf{S} .
- *19. Justificar que una *OEM* transporta un momento lineal: $\mathbf{p} = \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$.
20. ¿A qué λ en el vacío corresponden los extremos de la zona de luz UV en el espectro?
21. ¿Qué es un «espectro de infrarrojos»? ¿Para qué sirve?
22. ¿Por qué los rayos X se pueden difractar? ¿Se puede utilizar como obstáculo una rendija como en el caso de la luz? Razonar la respuesta.
23. Aplicaciones de la luz ultravioleta.
24. ¿Qué son las ondas de radio? ¿Para qué sirven?
25. ¿Qué aplicaciones de las microondas conoce el alumno?
26. ¿Qué es una *OEM*? ¿Qué fenómenos presenta?
- *27. Explicar el significado de cada una de las palabras utilizadas para caracterizar a luz láser en § 17.4 d.
28. Comparar las Figs. 16.14 y 17.11. Diferencias y analogías entre ellas.
29. Describir cualitativamente la figura de difracción que se obtiene al iluminar una abertura circular con luz blanca.

30. ¿Cómo se puede distinguir si un haz de luz se encuentra linealmente polarizado o no?
- *31. ¿Qué es un medio dispersivo?
- *32. ¿Por qué en las manchas de aceite lubricante que aparecen en el asfalto se observan una serie de colores?
- *33. ¿En qué sentido la Óptica Geométrica es una idealización de la Óptica Física?

PROBLEMAS

- Una onda sonora armónica plana, en el aire a 20°C y presión normal, tiene una frecuencia de 500 Hz y una amplitud de 10^{-8} m . a) Escribir la expresión de la onda de desplazamiento, b) dibujar la onda de desplazamiento para $t=0\text{ s}$, c) expresión de la onda de presión, c) dibujar la onda de presión y compararla con la b), d) expresar, en decibelios, el nivel de intensidad de esta onda.
- Demostrar que (17.2) se puede escribir como: $v = (\gamma RT/M)^{1/2}$, donde R es la constante de los gases y T la temperatura absoluta.
- A partir de los resultados del problema anterior, comprobar que la dependencia de la velocidad con la temperatura, para el caso del aire es de la forma: $v = 20,055 (T)^{1/2}\text{ m s}^{-1}$.
- Calcular la velocidad de propagación del sonido en el hidrógeno, oxígeno y nitrógeno a 0°C . Comparar los resultados con los obtenidos experimentalmente (Tabla 17.1). Supóngase $\gamma = 1,4$ para los tres gases. Utilizar los resultados obtenidos en los dos problemas anteriores.
- Calcular el cambio de velocidad de propagación del sonido en el aire a 27°C , por grado de variación de temperatura.
- Para determinar la profundidad del mar, por debajo de la quilla de un barco, se manda un tren corto de ultrasonidos. El tiempo que transcurre entre dicha emisión y el «eco» de la onda, después de reflejarse en el fondo, es de 0,150 s. La velocidad de las ondas sonoras en el agua es de $1,50 \times 10^3\text{ m s}^{-1}$. ¿Cuál es la profundidad del mar en dicho lugar?
- Una explosión atómica submarina es controlada desde un barco y un avión. Ambos se encuentran a 926 km del lugar de la explosión. Calcular las diferencias en tiempo entre estos tres sucesos: a) el piloto del avión ve el destello luminoso, b) el piloto oye la explosión, c) el capitán del barco detecta la explosión mediante el sonar. Justificar las hipótesis que se introduzcan para resolver el problema. Velocidad de sonido en el agua: 1.500 m s^{-1} .
- Una lámina de vidrio ($n = 1,6$) de caras paralelas tiene un espesor de 8 cm. Calcular el desplazamiento lateral de un rayo de luz, cuyo ángulo de incidencia es 45° . Dibujar la marcha de los rayos.
- Dos megáfonos, S_1 y S_2 , emiten uniformemente en todas direcciones, sonidos de la misma frecuencia, $\nu = 200\text{ Hz}$. La potencia acústica de S_1 es de $1,2 \cdot 10^{-3}\text{ W}$, y la de S_2 de $1,8 \cdot 10^{-3}\text{ W}$. S_1 y S_2 vibran en fase. Considérese un punto P que se encuentra a 4 m de S_1 y a 3 m de S_2 . a) ¿Cómo están relacionadas las fases de las dos ondas que llegan a P ? b) ¿Cuál es la intensidad del sonido en P cuando están emitiendo tanto S_1 como S_2 ? c) ¿Cuál es la intensidad del sonido en P si S_1 se desconecta (estando conectado S_2)? d) ¿Cuál

es la intensidad del sonido en P si se desconecta S_2 (estando conectado S_1)?

- Supóngase que en el experimento de Young la distancia entre las rendijas sea de 0,1 mm y la distancia entre el plano que las contiene y la pantalla de 50 cm. Calcular la distancia del máximo central a cada uno de los máximos de 1^{er} orden que se forman a cada lado. El experimento se realiza iluminando con luz violeta ($\lambda = 6,5 \times 10^{-7}\text{ m}$).
- Dos rendijas están separadas 1 mm, se iluminan con luz roja de longitud de onda $\lambda = 4,5 \times 10^{-7}\text{ m}$. Las franjas de interferencia se observan sobre la pantalla colocada a 1 m de las rendijas. a) Calcular la distancia entre dos franjas brillantes y entre dos franjas oscuras. b) Determinar la distancia entre la tercera franja oscura y la quinta brillante, contadas a partir de la central.
- Dos pequeños agujeros puntuales, practicados en una cartulina y separados 1,5 mm, se colocan enfrente de una fuente luminosa ($\lambda = 5,5 \times 10^{-7}\text{ m}$). Se observan a través de una lente que tiene un diafragma cuya abertura es de 4 mm. ¿Cuál es la máxima distancia a la cual pueden ser resueltos los dos agujeros puntuales?
- Los faros de un coche que se aproxima se encuentran separados una distancia de 130 cm. Calcular la distancia a la que los faros pueden ser resueltos por el ojo humano. Supóngase que la resolución del ojo viene limitada exclusivamente por la difracción, que $\lambda = 5,5 \times 10^{-7}\text{ m}$ y que el diámetro de la pupila del ojo es de 5 mm.
- Una onda monocromática transporta un flujo de energía medio de 12 W m^{-2} . a) ¿Cuál es el módulo del campo eléctrico asociado a esta onda? b) ¿Y el de \mathbf{B} ? c) Justificar, si a partir de los datos anteriores, se puede calcular la frecuencia de las *OEM*.
- Un conductor de cobre de resistividad $\rho = 1,7 \times 10^{-8}\ \Omega\text{ m}$ y 4 mm de diámetro, transporta una corriente de 10 A. a) ¿Qué energía se disipa en el conductor por metro de longitud y por unidad de tiempo? b) Calcular los módulos de los vectores \mathbf{E} y \mathbf{B} en la superficie del conductor. c) Módulo de \mathbf{E} y \mathbf{B} en un punto que dista 1 mm del eje del conductor. d) Calcular el vector de Poynting, \mathcal{S} , en cada uno de los casos anteriores. e) ¿Qué potencia por unidad de longitud se disipa en una sección cilíndrica central del conductor? f) ¿Qué potencia por metro suministra el campo electromagnético a todo el conductor?, ¿y a su porción central?
- Calcular las unidades y valor de $(\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$ en el SI.
- ¿Cuántas ondas completas de luz «amarilla» ($\lambda = 580\text{ nm}$) caben en un espacio igual al grosor de una hoja de papel ($\sim 0,00762\text{ cm}$)? ¿Sobre qué distancia se extenderían un número igual de microondas ($\nu = 10^{10}\text{ Hz}$)?
- La velocidad de la luz en el vacío es de $3 \times 10^8\text{ ms}^{-1}$. Calcular la longitud de onda de la luz roja de frecuencia $5 \times 10^{14}\text{ Hz}$. Compararla con la λ de una *OEM* de 60 Hz.
- Considerar una onda luminosa monocromática plana, cuya velocidad de fase sea $3 \times 10^8\text{ ms}^{-1}$ y frecuencia $6 \times 10^{14}\text{ Hz}$. ¿Cuál es la mínima distancia, a lo largo de la onda, entre cualquier par de puntos cuya diferencia de fase sea de 30° ? ¿Qué desfase presenta un punto arbitrario del medio, alcanzado por dicha onda, en 10^{-6} s ? ¿Cuántas ondas pasan por él, durante dicho intervalo de tiempo?

NATURALEZA DE LA LUZ

Después de los dos capítulos anteriores, tenemos una idea bastante clara acerca de ciertos aspectos de la naturaleza de la luz: la luz es una onda electromagnética transversal, comprendida en el rango de frecuencias que abarca desde los 384 THz hasta los 769 THz, y que se propaga en el vacío con la velocidad aproximada de 300.000 Kms⁻¹. En este tema estamos interesados en hacer un estudio crítico de la evolución de las teorías sobre la naturaleza de la luz, desde la Antigüedad hasta el momento actual.

El objetivo de esta presentación es mostrar cómo van surgiendo las teorías o modelos, universalmente aceptados, para la interpretación de los diferentes fenómenos físicos; así como para la previsión de otros aspectos de los mismos que todavía no son conocidos en el momento de elaborar aquéllas. Un enfoque desde esta perspectiva resulta extraordinariamente formativo y estimulante, ya que además de incluir aspectos de Historia de la Ciencia indica la forma de avanzar o de «construir» ésta, mostrando las características del método científico. Los libros de textos dan la sensación, casi generalmente, de que el contenido de la Ciencia está representado únicamente por las observaciones, leyes y teorías que se describen en sus páginas. Los aspectos de por qué el hombre y en qué momento descubrió o inventó cada hecho, ley o teoría de una cierta parcela del mundo científico, no se suelen incluir; como tampoco, el conjunto de errores, mitos y supersticiones que impidieron una acumulación más rápida de los diferentes conocimientos que forman el caudal científico moderno. De tal forma el alumno no llega a captar jamás el carácter dinámico y substancial de la Ciencia, ya que se le presenta como algo totalmente establecido, casi dogmático. Cuando en realidad la Ciencia es algo vivo, en constante evolución, que abre en cada momento nuevas fronteras al quehacer y a los conocimientos del hombre.

Comenzamos el capítulo desarrollando la etapa precientífica, en la que todavía no existía ninguna teoría sobre la naturaleza de la luz; esta etapa se extiende desde la antigüedad hasta el s. XVII (§ 18.1). Posteriormente estudiamos el s. XVII, en el que se establecen las bases de la ciencia moderna y las primeras teorías sobre la luz, representadas por sus promotores más caracterizados: Huygens y Newton (§ 18.2). El s. XIX (§ 18.3) marca el triunfo

de la teoría ondulatoria de la luz, tal como se conoce hoy en día, y el descubrimiento de su naturaleza electromagnética. También aparecen los primeros síntomas de la crisis, que daría lugar a principios del s. XX, a las dos grandes revoluciones de la Física en la época contemporánea.

En (§ 18.4) se citan los experimentos claves que, originados en las anomalías observadas en la propagación de la luz, dieron lugar a que Einstein en 1905 anunciase sus famosos postulados, que son el fundamento de la Teoría de la Relatividad Especial. También se resumen unas ideas básicas acerca de la Mecánica Relativista (§ 4.1).

La segunda de las revoluciones científicas: la Física Cuántica (§ 4.1), que dió origen a la denominada teoría cuántica de la luz, la tratamos en (§ 18.5). En este apartado estudiamos brevemente el efecto fotoeléctrico, cuya imposibilidad de interpretación dentro del marco de la Física Clásica desencadenó la crisis que dió lugar al establecimiento de la Física Cuántica. A continuación, establecemos la naturaleza dual de la luz. En (§ 19.1), extenderemos esta naturaleza dual a todas las partículas elementales (ondas de materia).

§ 18.1 ETAPA PRECIENTIFICA

Las propiedades ópticas de ciertos instrumentos y una incipiente tecnología óptica son conocidas desde la antigüedad. En los años 1900 y 1200 a.C. existen referencias históricas sobre el uso y construcción de espejos que en aquella época se fabricaban de cobre pulido, bronce y posteriormente de «espejulo», una aleación de cobre rica en estaño.

En las antiguas civilizaciones egipcias y griegas se conocían empíricamente tres propiedades de la luz: la *propagación rectilínea*, la *reflexión* y la *refracción*; de cada una de ellas hacían uso para ciertas aplicaciones prácticas.

Resumamos las principales contribuciones que la ciencia helénica hizo al conocimiento de la luz.

Para Homero (s. IX a. C.), «la luz es una forma de fuego»;

«la luz es lanzada como un proyectil por sus fuentes»; «se percibe a grandes distancias»; «los ojos de los seres vivos contienen una materia ígnea que se irradia en la mirada»; «la visión es fruto de la irradiación, siempre que los objetos que se han de percibir estén sumidos en la claridad del día o iluminados por los astros de la noche».

Hasta Aristóteles perdura la idea de Homero: *la luz es un fuego particularmente sutil*. Esta materia ígnea de la luz es continua según Heráclito (~ 500 a. C.) y Empédocles (~ 490-435 a.C.); para los atomistas (Leucipo, s. V a. C. y Demócrito ~ 460-360 a. C.) y para Platón (428-348 a. C.) tiene estructura granular. En la Física de Empédocles, la luz está formada por «efluvios» proyectados por las fuentes incandescentes y por los ojos, o desprendidos por los cuerpos visibles.

Para Demócrito, la luz consiste en unos corpúsculos redondos, indivisibles, exentos de toda propiedad sensible. Por otra parte, entre el objeto y el ojo se interpone siempre un fluido concretamente, para Demócrito, el aire. Así, la luz no estaba constituida por una sustancia específica, sino que resultaba de una acción específica. Correspondía a rarefacciones del aire producidas y transmitidas por acciones mecánicas plenamente corpusculares. Para Platón, que compartía esta teoría, el ojo emite un rayo que estaba formado por partículas mayores o menores que los corpúsculos emitidos por los objetos materiales. Tanto Platón como Demócrito pensaban que la luz se propaga con velocidad finita.

Aristóteles (384-322 a. C.) opone su teoría dinámica a esas representaciones corpusculares de la luz. Para él, la luz es una modificación puramente cualitativa del medio en el cual están situados la fuente y el sujeto que la percibe. «La luz es la acción del medio transparente cuando ha recibido un impulso por el fuego». Para Aristóteles, la luz se propaga con velocidad infinita. Esta teoría aristotélica de la acción del medio transparente, fue el primer intento en la Historia para explicar el fenómeno de la luz de un modo puramente dinámico, sin apelar a la imagen de partículas de fuego proyectadas por las fuentes de luz a través del espacio. Aristóteles utiliza la noción de rayo visual (que para él era una recta) en sus análisis de los fenómenos ópticos particulares.

Todas estas «teorías» acerca de la luz y de la visión, eran más filosóficas que científicas; desde nuestra perspectiva actual atendían más al proceso de la visión que a la naturaleza de la luz. Para el físico identificar la luz con el proceso de visión no es lo más relevante, ya que la luz también se puede detectar con una fotocélula o con una placa fotográfica. La visión, para el físico, simplemente es un ejemplo de la acción fotoquímica de la luz.

Con la muerte de Alejandro el Grande (323 a. C.) y hasta la caída del Imperio Romano (476 d. C.), con el que termina la Antigüedad, comienza el *periodo helenístico*. La conquista de Oriente por Roma no significó cambio alguno en la historia de la ciencia alejandrina; los romanos tendieron a dejar la Ciencia en manos de los griegos, ya que estaban más preocupados por la cultura literaria y la moral.

En esta época, las aportaciones más significativas las realizan Euclides (s. III a. C.), Herón (~ s. I d. C.) y Tolomeo (~ 90-168 d. C.). Para todos ellos, el ojo emite rayos visuales que se propagan en línea recta con gran velocidad. Sólo son visibles los cuerpos luminosos o iluminados por rayos de luz. Estos se propagan en línea recta como los visuales, pero no deben confundirse con ellos. Esta interpretación se suele conocer como **teoría táctil**; mientras que la realizada por Platón, los estoicos y los epicúreos —con sus diferentes variantes— recibe el nombre

de **teoría de emisión**.

Herón, y sobre todo Tolomeo, expone las leyes de la reflexión y la refracción; también explican la agudeza visual, o el poder separador del ojo.

Después de la caída del Imperio Romano, y durante mucho tiempo, no se hizo ninguna aportación importante. El mundo civilizado antiguo (Bretaña, Francia, las tierras del Rhin, España e Italia) sufre grandes cambios en su sistema político y económico, tiene lugar la transición al feudalismo; las invasiones de los bárbaros que acompañaron a este cambio, fueron más un resultado del mismo que su causa. La ciencia en general tuvo un desarrollo mínimo; el esfuerzo intelectual se dirigió en otras direcciones y sobre todo al servicio de una nueva característica de la civilización: las creencias religiosas organizadas. Entre los siglos III y VII se observa en todo el mundo conocido un aumento de la influencia y poder de las diferentes religiones: el cristianismo, el islamismo y el budismo, cada una de ellas con su propia zona de desarrollo.

Con la conquista de Alejandría por los árabes (642 d. C.) y la expansión posterior de su imperio por toda la costa africana del Mediterráneo, desde Persia hasta la Península Ibérica (finales del siglo VIII), el centro de las inquietudes culturales se desplazó desde la cultura cristiana grecoromana al mundo árabe.

La ciencia árabe permanece ligada a la filosofía. El sistema de Aristóteles, más o menos modificado por elementos platónicos o neoplatónicos, guía su concepción del mundo y sus conceptos fundamentales a los que se reduce, en último término, la explicación de los fenómenos. El principal estudioso de la Física fué el sabio egipcio Alhacén (~965-1039); su Tratado de la Óptica ejerció una gran influencia en el desarrollo de esta disciplina hasta el s. XVII. Alhacén considera que los rayos luminosos se propagan en línea recta desde el objeto hasta el ojo (teoría de emisión). La teoría táctil presentaba, desde sus comienzos, grandes dificultades para explicar ciertos fenómenos: por qué los objetos se pueden sentir (por el tacto) en la obscuridad, pero no se pueden ver y por qué los cuerpos al calentarlos se hacen visibles en la obscuridad.

Mientras en los Imperios Orientales (China e India) y en el Islam tiene lugar un brillante desarrollo cultural, la mayor parte de Europa sigue sufriendo la confusión en que la sumió la caída del Imperio Romano y las invasiones bárbaras. El sistema feudal suministró las bases económicas de toda la Edad Media; su expresión intelectual y administrativa la proporcionó la Iglesia. Su unidad y orden contrastaban con las tendencias anárquicas de los nobles, y proporcionó una base común de autoridad para toda la Cristiandad.

Hasta comienzos del s. XIII la Iglesia, a través de los clérigos y de los monjes, ejerció un monopolio sobre el mundo cultural. Su actitud hacia los problemas humanos estaba basada en la creencia de que este mundo era una mera preparación para la vida eterna en el cielo o en el infierno. Esta actitud se mantuvo prácticamente hasta el Renacimiento.

En el s. XIII tiene lugar un resurgir cultural en Europa. Los trabajos de Alhacén fueron traducidos al latín y se despertó un nuevo interés por la Óptica, gracias a la labor divulgadora de R. Grosseteste (1175-1253) y el matemático polaco Vitello. Sus trabajos llegaron a ser conocidos por R. Bacon (1215-1294), a quien muchos consideraban el primer científico que existió, en el sentido moderno de la palabra. Sin embargo, esta apreciación es demasiado aventurada, Bacon nunca puso en duda que la finalidad principal de la Ciencia fuese contribuir a dar consistencia a la revelación. La única diferencia con sus con-

temporáneos fue que buscó la confirmación de la revelación en la experiencia, en vez de hacerlo en la razón.

En este primer período de la Óptica, no se desarrolla ninguna teoría generalmente aceptada sobre la naturaleza de la luz. En vez de ello, había numerosas escuelas y subescuelas competidoras, la mayoría de las cuales aceptaban una u otra variante de la teoría epicúrea, aristotélica o platónica.

§ 18.2 EL SIGLO XVII: NEWTON Y HUYGENS

Desde mitad del s. XV, con el Renacimiento, hasta finales del XVII tiene lugar el nacimiento de la ciencia moderna. Realmente este período comprende la transformación de la economía feudal en la burguesa. El cambio de actitud e ideas en la Ciencia fue, durante este período crucial, mucho mayor que el que tuvo lugar en las ideas políticas y religiosas.

Desde Gilbert, Kepler y Galileo hasta Huygens, Leibnitz y Newton, pasando por Bacon, Harvey y Descartes, los científicos del s. XVII colocan los principios de la ciencia moderna.

Este desarrollo científico, con sus implicaciones tecnológicas, fue posible gracias al uso de nuevos métodos experimentales (máquinas para la construcción, uso de carbón y de hornos, lentes, el anteojo astronómico, el microscopio compuesto, etc.) y al establecimiento de unas ciertas formas de pensar, propias de la actividad científica.

Antes de continuar con la evolución de las teorías sobre la naturaleza de la luz, y para comprender las más importantes desarrolladas en el s. XVII, conviene indicar brevemente las características de la revolución científica que tiene lugar en este siglo. Se introduce la noción de *fenómeno* en su sentido moderno, como una abstracción cuantitativa que no es el todo de las cosas. Los fenómenos se describen mediante leyes, a menudo formuladas matemáticamente, no se explican ya mediante principios metafísicos. Empieza la era de las observaciones precisas; este espíritu nuevo maduró desde Descartes a Newton, quien volvió a ordenar los principios de la Física, teniendo en cuenta los nuevos datos producto de la observación.

Los científicos veían en la Naturaleza un prodigioso autómata regido por leyes mecánicas (mecanicismo positivista); se preguntaban de qué elementos está constituido el autómata.

La Mecánica es la verdadera ciencia del siglo y de los dos siguientes; es el prototipo de elaboración racional para la interpretación de fenómenos particulares y modelo que se utiliza para explicar todo tipo de fenómenos.

La obra de R. Descartes (1596–1650) domina todo el siglo hasta la publicación de los Principios de la Mecánica de Newton, y aún hasta más tarde. Su concepción del universo (*mecanicismo cartesiano*) tuvo una enorme influencia; en esta concepción, un mecanicismo universal explicaba todos los fenómenos de este mundo visible, sólo con ayuda de tres conceptos: extensión, figura y movimiento.

La extensión llena todo el espacio de modo continuo: no hay vacío, ni tampoco átomos. El mundo cartesiano es único; es indefinido, o sea, que no se le pueden asignar límites. El mundo visible está formado por tres elementos principales o éteres: las limaduras, que están muy divididas y animadas de movimientos rápidos; luego todo el resto de la

materia, cuyas partes son redondas y muy pequeñas; por último, los cuerpos que, debido a su tamaño y forma, no pueden ser movidos tan rápidamente. Las limaduras llenan los intersticios entre las partes redondas que forman la materia.

El espacio que existe alrededor de la Tierra, y entre los planetas, no es vacío; este medio que les rodea gira sin cesar, «igual que un *torbellino* que tuviera como centro el Sol».

Esta idea de una materia etérea que todo lo llenaba, se arrastraba desde la ciencia helénica y era producto, en cierto modo, del viejo mito del horror al vacío. En el Universo existían dos materias etéreas diferentes: una que transmite las acciones mecánicas, mientras que otra lo hace con las magnéticas.

Los progresos realizados en las técnicas ópticas experimentales permiten descubrir nuevas propiedades de la luz (difracción, dispersión, doble refracción, etc.) y formular matemáticamente las leyes que las rigen. En esta línea destacaron Galileo, Kepler, Snell, Descartes, Fermat, Grimaldi, Hooke, Huygens y Newton.

A finales del s. XVI, el problema de la naturaleza de la luz se planteaba ya en términos que implicaban, en gran parte, nuestras concepciones actuales. Para unos la luz es un cuerpo de la misma naturaleza que la materia, de la cual sólo difiere por las dimensiones; o también, que es de naturaleza especial, sin carácter común alguno con la materia, como no sea el carácter de realidad sustancial. Para otros, era el movimiento de ciertos medios sustanciales más sutiles que los medios materiales. En el s. XVII, hasta llegar a Newton, se desarrollan diversas teorías que implican una conjunción un tanto confusa de las nociones anteriores (teorías cinéticas). El progreso de éstas consistirá en gran parte, en precisar la naturaleza del movimiento del medio, que es muy diferente del desplazamiento global que puede sufrir un corpúsculo. Un progreso decisivo en las teorías cinéticas se realiza cuando se establece la analogía entre la luz y el sonido; éste, ya se sabía, es el efecto de vibraciones del aire. Galileo estableció explícitamente esta analogía.

Teoría de Descartes: «La luz no es otra cosa sino un cierto movimiento muy rápido y vivaz que pasa hacia nuestros ojos por medio del aire o de otros cuerpos transparentes, del mismo modo que el movimiento o la resistencia de los cuerpos que encuentra un ciego pasa hacia su mano por medio del bastón». Según Descartes, entre el Sol y el ojo se extiende una materia sutil, formada por corpúsculos muy juntos y de tamaño variable; corpúsculos más tenues y divisibles por choques tienden a escapar del Sol y de todos los cuerpos luminosos. Al no encontrar vacío alguno, no pueden hacer más que comprimir y enrarecer el medio intermedio; en dicho medio se ejerce pues una fuerza «como temblorosa», que «se duplica y relaja en pequeñas y diversas sacudidas». En la teoría de Descartes, el éter es muy material y transmite instantáneamente la presión ejercida por el cuerpo luminoso, permaneciendo él inmóvil. Dos predicciones realizadas a partir de esta teoría se revelaron muy pronto como erróneas: la medición de la velocidad de la luz

por Römer (1675) y el descubrimiento de la dispersión de la luz. A partir de este modelo, también sacó otro resultado erróneo: la velocidad de la luz es mayor en un medio más denso que en uno menos denso; habría que esperar hasta 1850 para que Foucault demostrase experimentalmente que ocurre justo al revés.

Teoría de Hooke: R. Hooke (1635–1703) realizó muchas contribuciones a la Física, entre las que caben destacar las relacionadas con el estudio de las propiedades elásticas de los cuerpos (§ 5.5). Hooke fue el mayor físico experimental que existió hasta llegar a Faraday; igual que a éste le faltaba la formación y habilidad matemática de I. Newton o de C. Maxwell. No obstante, elaboró una teoría sobre la naturaleza de la luz.

Para Hooke la luz era un movimiento vibratorio rápido y corto (un impulso como diríamos en el lenguaje científico actual), que se propaga a través de un medio homogéneo mediante líneas rectas con la misma velocidad en todas ellas, «siempre que sea necesario cada impulso o vibración del cuerpo luminoso genera una esfera» que aumenta continuamente, del mismo modo que lo hacen las ondas en el agua, alrededor del punto donde se produce la perturbación. El éter para él es un fluido material.

La distinción entre materia y luz la funda en la diferencia de las vibraciones que caracterizan sus partículas. Para Hooke, el agua puede transmitir la luz más fácilmente que el aire, ya que contiene menos «materia transparente para la naturaleza ondulatoria de la perturbación»; por lo tanto, como después afirmaría también Newton, la luz debe propagarse más rápidamente en el agua que en el aire.

El carácter ondulatorio de la propagación de la luz es provocado por la agitación del medio; esta agitación se propaga por medio de pulsaciones uniformes, *perpendiculares* a la dirección de propagación. Esta hipótesis, recogida por Fresnel (§ 18.3), se convertirá en la base de la teoría ondulatoria del s. XIX.

Teoría de Huygens: Ch. Huygens (1629–1695) fue un sabio holandés que había alcanzado ya un gran renombre en Europa por sus trabajos en Mecánica, antes de publicar en 1690 su «Tratado sobre la Luz». Para Huygens, «la luz consiste en un movimiento de la materia que se encuentra entre nosotros y el cuerpo luminoso»; precisa que la luz es análoga al sonido y se propaga en un medio necesariamente material, puesto que pone en movimiento otras sustancias materiales. Pero ese éter no está lanzado como una pelota, sino que es sede de verdaderos movimientos vibratorios. Utilizó como analogía una hilera de esferas duras y observó como se transmite el movimiento a partir de la primera.

Huygens se preocupa de determinar detenidamente

la estructura del éter, que supone de gran elasticidad y compuesto por pequeñas partículas muy duras. Esta elasticidad se debe a que existe probablemente otro medio más sutil aún, cuyas partículas, en rápido movimiento, atraviesan el primer medio y le confieren esa cualidad; en esto se nota una influencia de Descartes.

A cada partícula de éter se aplican las leyes de la percusión. Todos los puntos de una «onda» se convierten en centros emisores «de ondas secundarias»; su envolvente forma un «frente de onda» susceptible de propagarse hasta el infinito.

Huygens presentó sus ideas como una explicación posible de los fenómenos conocidos; sus ondas luminosas eran longitudinales, como las del sonido; y predijo, de forma acertada, que su velocidad de propagación era menor en el agua o en el vidrio que en el aire (§ 16.4) al contrario de las afirmaciones y justificaciones que en este sentido hicieron Descartes, Hooke y Newton.

Con la teoría de Huygens, y a partir de su Principio de construcción de los frentes de onda (Fig. 18.1) se explicaban los fenómenos conocidos de la reflexión, refracción, dispersión, interferencias y doble refracción (fenómeno por el cual un rayo de luz al atravesar ciertos cuerpos se descompone en dos) y el que la luz se propagase con velocidad finita. La propagación rectilínea de la luz no se explicaba de forma satisfactoria.

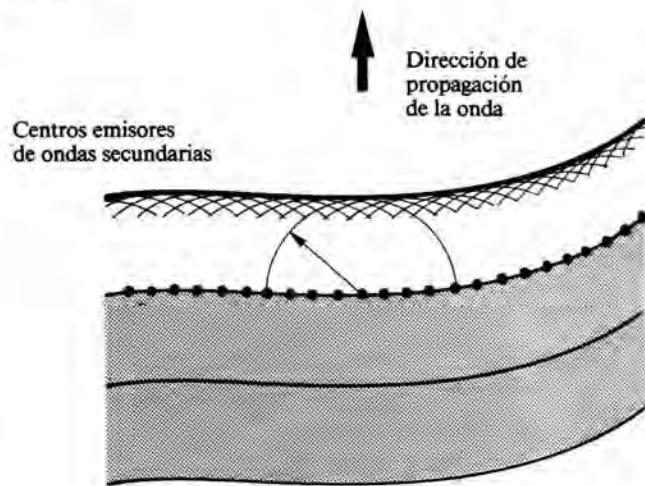


FIG. 18.1

Teoría de Newton: Hacia finales del s. XVII, I. Newton, el que formuló la ley de gravitación universal (§ 5.1), publicó su famoso Tratado de Optica con el propósito «no de explicar las propiedades de la luz mediante hipótesis, sino proponerlas y demostrarlas mediante razonamientos y experimentos». Su Optica representa, al contrario que los Principia, una obra experimental en proceso de construcción.

Newton considera la luz como una realidad sustancial y le atribuye una estructura corpuscular; sus afirmaciones se basan en razones tomadas de su teoría de los colores. Esta la desarrolló para explicar la dispersión (§ 17.5) de la luz blanca por un prisma de vidrio. Es muy poco preciso al afirmar en qué medida la luz es diferente de la materia. Las primeras publicaciones sobre el tema (1672) levantaron una serie de críticas por parte de Hooke y Huygens; irritado, Newton simuló entonces una premeditada reserva acerca de la naturaleza de la luz.

Además del fenómeno de la dispersión, Newton analizó los colores que se forman en láminas delgadas (p.e. una capa de aceite extendida en la superficie del agua o una capa delgada de aire limitada por dos trozos planos de vidrio), así como los que se producen en las burbujas. Presionando un prisma de vidrio contra una lente plano-cóncava, los colores aparecían formando círculos (figuras de interferencia llamadas anillos de Newton, Fig. 16). También reprodujo y amplió los experimentos que había descubierto Grimaldi sobre la difracción de la luz.

Curiosamente, los fenómenos en los que trabajó Newton eran del tipo en los que se manifiesta netamente el carácter ondulatorio de la luz y cuya interpretación mediante el concepto corpuscular es imposible. Buscó para tratar de interpretar el origen de los anillos coloreados que había descubierto, completar de un modo muy ingenioso la concepción corpuscular. Así, introducía una periodicidad en el recorrido de los corpúsculos; a lo largo de toda su trayectoria, el corpúsculo posee alternativamente «accesos» de fácil transmisión y «accesos» de fácil reflexión. Se reproducen periódicamente, y la longitud de acceso resuelta constante para un color determinado.

Las razones de esta periodicidad no las expone claramente. Pueden ser producidos por una falta de simetría en la forma o en las propiedades de los corpúsculos luminosos; se comprende que un corpúsculo elipsoidal, dotado a la vez de movimiento de rotación y de traslación pueda introducir alternancias a lo largo de su recorrido, según incida a lo largo de su eje mayor o del menor.

Puede también pensarse que los corpúsculos luminosos ejercen interacciones entre sí. Esas fuerzas, que pueden ser atractivas, producen vibraciones, que pueden anticiparse a esos corpúsculos y aumentar o disminuir su velocidad. Por ingeniosa que sea la teoría de los accesos no resiste la prueba experimental.

La doble refracción, que es básicamente un fenómeno de polarización, la explicó imaginando que los corpúsculos luminosos tenían «lados», de modo que sus propiedades dependen de su orientación respecto a la dirección de propagación; Newton indicaba, como analogía, que dichos corpúsculos son parecidos a pequeños imanes sensibles a las faltas de simetría del cristal que presentaba el fenómeno.

Las primeras teorías de Newton parecen resueltamente corpusculares, y hasta 1671 no se encuentra la palabra «éter» en sus escritos. Pero la polémica que entablará con Hooke lo orientó hacia la

hipótesis del éter, que la adoptó sin reservas. Esta conversión parcial de Newton se debió a: 1º) La teoría de los accesos parece exigir el transporte de una acción que reacciona sobre el movimiento de las partículas luminosas y puede modificarlo. Ese transporte exige la presencia de un éter. 2º) Los fenómenos de difracción parecen manifestar una acción a distancia de la pantalla. Esa acción, susceptible de influir en el recorrido de los rayos luminosos, recuerda las acciones gravitatorias (§ 5.1) y no puede propagarse sin la presencia de un medio. 3º) Newton estaba sin duda convencido de la importancia de la idea de éter en la Mecánica Celeste. La posibilidad de hallar un elemento común a la Óptica y a la gravitación no debió de ser extraña a su evolución.

Para Newton, debido a sus estudios sobre resistencia de materiales, el éter no puede ser un fluido corporal, como para Descartes; ya que por sutil que fuese presentaría una enorme resistencia al movimiento en su seno. Estas propiedades del éter difieren según que esté libre o en el interior de los cuerpos, y probablemente también según los cuerpos que lo contienen. Aunque los espacios celestes estén vacíos de fluidos corporales, Newton añade que acaso exista una excepción en favor de vapores muy sutiles y de los rayos luminosos.

Sin embargo, esta evolución de las ideas de Newton no le impulsó nunca a llegar más allá de una teoría mixta, que asocia los corpúsculos con un éter vibratorio, influyéndose mutuamente. La noción de éter no es una noción superficial para él, pero le parecía insuficiente para fundamentar en ella toda la Óptica.

Las principales críticas de Newton a las teorías vibratorias parecen bastante endebles:

- a) Una teoría vibratoria le parece difícilmente conciliable con la teoría de los accesos; sería necesario postular la existencia de dos éteres vibratorios. Las oscilaciones de uno se propagarían más rápidamente y modificarían el movimiento del otro.
- b) Su teoría, al contrario de la de Hooke o Huygens, explica de forma muy natural la propagación rectilínea de la luz. Ahora bien, no era capaz de explicar el fenómeno de la difracción, ni de interpretar la existencia de sombras.
- c) Las investigaciones mecánicas de Newton lo habían inclinado hacia las hipótesis atomistas. Si la luz está formada por corpúsculos materiales, las leyes de la Dinámica se aplican a ella de forma inmediata y facilitan una explicación sencilla de las propiedades más evidentes de la luz.
- d) Una última razón, puede ser de tipo psicológico: su oposición a Hooke que parecía el representante oficial de la «teoría ondulatoria», o más

propriadamente llamada del éter.

De todos, *la teoría de Newton* por su afán de ser positiva *era una combinación de vibraciones en el éter y de corpúsculos*.

Las principales objeciones de Huygens a la hipótesis de los corpúsculos luminosos de Newton estaban basadas, fundamentalmente, en dos puntos:

- 1º Debido a la velocidad de propagación extremadamente elevada de la luz, ¿cómo puede consistir ésta en un «transporte» de materia?
- 2º Puesto que los rayos procedentes de diferentes fuentes luminosas pueden «coincidir en una región del espacio sin influenciarse mutuamente» (es decir, se pueden presentar fenómenos de interferencias) ¿cómo pueden consistir en partículas?

De todas las aportaciones que se realizaron acerca de la naturaleza de la luz, sólo las de Huygens y Newton merecen el nombre de teorías científicas, por ello hemos centrado en ellas nuestra atención.

Muchos libros de texto han perpetuado el mito de que las diferencias entre las teorías de Newton y de Huygens, acerca de la naturaleza de la luz, eran evidentes y estrictas, asociando a Newton con una teoría corpuscular y a Huygens con una teoría ondulatoria. Realmente dichas teorías, como hemos visto, no representan concepciones antagónicas, ya que frecuentemente las ideas de Newton no han sido interpretadas de forma correcta.

En el s. XVIII, *el éxito de la Mecánica Celeste, la gran autoridad de Newton, y la interpretación incorrecta y dogmática que hicieron sus discípulos y seguidores, inclinaron la concepción acerca de la naturaleza de la luz hacia la teoría de Newton*.

Se abandonó la teoría de ondas longitudinales de Huygens, que sólo fue defendida por el gran matemático L. Euler (1707–1783), quien afirmaba: «del mismo modo que cuando oímos un violín que suena, no llegan a nuestros oídos pedazos de violín, así ocurre cuando vemos la luz del Sol que no llegan fragmentos del mismo a nuestros ojos. En el primer caso sólo hay vibración del aire, en el segundo vibración del éter».

En resumen, a finales del siglo XVII y durante todo el XVIII, la teoría de Newton presentaba ventaja sobre la ondulatoria en la interpretación total o parcial de los siguientes fenómenos: propagación rectilínea de la luz, reflexión, refracción, difracción, la formación de anillos coloreados y la polarización. Sólo en la dispersión y en la doble refracción la teoría ondulatoria ofrecía soluciones menos complicadas y sofisticadas que la teoría de los corpúsculos luminosos interactuando con el éter.

§ 18.3 EL SIGLO XIX

Durante el s. XIX tiene lugar una gran «actividad»

en la evolución del concepto que se tiene acerca de la naturaleza de la luz. Esta «actividad» se puede agrupar en tres grandes líneas de trabajos o de aportaciones:

- 1º) *El establecimiento «definitivo» de la teoría ondulatoria de la luz, tal como hoy la conocemos*. Esto fue obra de T. Young, A. Fresnel y D. F. Arago, fundamentalmente.
- 2º) *El postulado y posterior confirmación experimental de que la luz es una onda electromagnética*, teoría en la que destacaron los trabajos de M. Faraday, J. C. Maxwell y H. R. Hertz.
- 3º) *La percepción de las primeras anomalías, en forma de ciertos experimentos, que no «encajan» en el concepto que se tenía acerca de la naturaleza de la luz*. Estas anomalías darán lugar a las dos grandes crisis o revoluciones científicas de la Física a comienzos del siglo XX. El científico que resuelve ambas es A. Einstein.

Analicemos brevemente cada una de ellas.

Teoría ondulatoria de la luz

A comienzos del s. XIX, una serie de descubrimientos experimentales y de trabajos teóricos van a traer el triunfo de la teoría ondulatoria en la concepción que se tiene acerca de la naturaleza de la luz; esto no había sido posible anteriormente debido a la interpretación dogmática que se hizo de la teoría de Newton.

T. Young (1773–1829), científico inglés, publicó entre 1800 y 1804 cuatro trabajos. El primero, que es también el más interesante en muchos sentidos, revela el origen de sus sospechas, cada día más firmes, de la posibilidad de una teoría ondulatoria de la luz. Estas sospechas estaban basadas en ciertas críticas de la teoría corpuscular, y reforzadas por analogías observadas en sus propios experimentos derivadas de las propiedades direccionales de las ondas sonoras. En el segundo trabajo, propone una teoría ondulatoria detallada sobre la naturaleza de la luz, que incluye la primera referencia al principio de las interferencias ópticas para explicar el color de las láminas delgadas. En el tercero (1802), comienza con un enunciado muy claro del principio de interferencia, incluida la condición necesaria de coherencia (§ 16.4). Lo utiliza a continuación para explicar el color producido por un cabello y otros obstáculos delgados, demostrando que los resultados así obtenidos para la longitud de onda concuerdan con los que se obtienen a partir de los experimentos de Newton con láminas delgadas. En este trabajo también propone que la velocidad de la luz es menor en medios densos que en el vacío –lo que contradecía la opinión de Newton– y defiende la proposición de la pérdida en media longitud de onda

al reflejarse un rayo luminoso en la superficie de separación entre un medio denso y otro menos denso. El cuarto trabajo es interesante porque presenta un experimento crítico, en defensa del principio de interferencia basado en la desaparición (aparente) de la figura de difracción, detrás de un obstáculo delgado cuando se bloquea la luz en un lado de dicho obstáculo. Young utilizó para probar el carácter ondulatorio de la luz, un fenómeno que caracteriza de forma unívoca a las perturbaciones de esta naturaleza (§ 16.4): la posibilidad de presentar interferencias.

A. J. Fresnel (1788–1827), científico francés, sintetizó las teorías de Hooke y de Huygens con el principio de interferencia y fue con sus experiencias y trabajos teóricos el que llegó a explicar mediante la teoría ondulatoria todos los fenómenos que presentaba la luz.

Fresnel desarrolló e interpretó los experimentos de Young sobre las interferencias. Partiendo de la teoría de Huygens, que complementó, dió una interpretación adecuada para dichos fenómenos a partir de la teoría de ondas. Demostró que la propagación rectilínea de la luz, el gran obstáculo que había encontrado Newton para aceptar la teoría ondulatoria, es una consecuencia de la propia propagación de la onda. Según Fresnel una onda primaria se propagaba porque cada punto del frente de onda se convertía en foco de ondas esféricas secundarias, tal como decía el principio de Huygens, pero éstas se solapaban e interferían para reformar la onda primaria progresiva, y que tomase la forma con la que aparecía un instante posterior.

El principio de Huygens. (Fig. 18.1), para la interpretación geométrica de la propagación de la luz, *presentaba defectos importantes.* Uno de ellos es que según dicho principio deberían existir dos envolventes de las ondas secundarias, producidas por cada punto del frente de onda inicial; una fuera del frente de onda inicial (que representa la onda que avanza, δ^+) y otra dentro de dicho frente (representaría una onda que «retrocedería», δ^-), (Fig. 18.2).

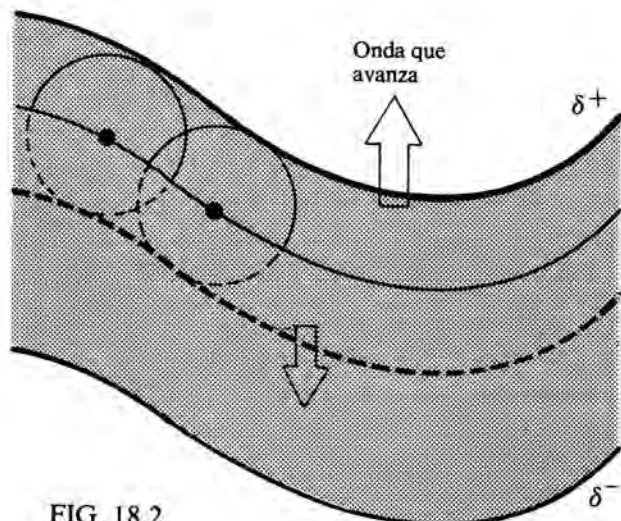


FIG. 18.2

Esta segunda no se presenta físicamente; para justificarlo Huygens ingenió unos argumentos muy rebuscados. Suponía que las partículas que se encuentran en la parte posterior del frente de onda inicial son de tamaños desiguales, y no dan lugar a una tangente común.

Por otra parte, Huygens ignoraba en su construcción geométrica que a medida que el frente de onda avanza se debilita, como consecuencia de que cada partícula comunica continuamente su movimiento a las que se encuentran a su alrededor. No creemos adecuado, para el nivel de este libro, detallar las modificaciones que introdujo Fresnel en el principio de Huygens.

En esta época, 1817, Fresnel pensaba que la luz era una onda elástica longitudinal por analogía con las ondas del sonido en el aire, caracterizada por una magnitud escalar, la «variable luz».

Con este modelo (**Teoría Escalar de Fresnel**) era capaz de interpretar los fenómenos de interferencia y difracción, característicos de la naturaleza ondulatoria, junto con otros que no son específicos de esta naturaleza, tales como: la propagación rectilínea, la reflexión y la refracción. Su interpretación es la que se encuentra prácticamente en todos los libros actuales de Óptica.

D. F. Arago (1786–1853) fue un colaborador y defensor de la teoría ondulatoria propuesta por Fresnel. Sus experimentos relacionados con la polarización de la luz fueron decisivos para que Fresnel pudiera establecer, unos años más tarde, el carácter transversal de las ondas luminosas.

A pesar de la evidencia de las teorías, basadas en los experimentos, propuestos por Young y Fresnel, encontraron grandes dificultades para que fuesen aceptadas por la mayoría de científicos de su tiempo. Esta es una característica general de la comunidad científica: la resistencia al cambio de las teorías establecidas.

Otro fenómeno que no había sido posible interpretar de forma correcta fue el de polarización de la luz (§ 16.4 y § 17.5). Este había sido descubierto accidentalmente, por Bartholin en 1660; Huygens lo encontró de nuevo en 1690 durante sus experimentos con el espato de Islandia. Sin embargo, no fue establecido definitivamente, hasta 1810, por Malus (1775 – 1812) al descubrir la polarización por reflexión y por reflexión. Resulta curioso que Malus fuese uno de los partidarios más firmes de la teoría corpuscular, y sin embargo descubriese y estudiase un fenómeno típico del carácter ondulatorio de la luz.

Young y Fresnel después de muchas pruebas experimentales, señalan que el fenómeno de polarización puede interpretarse si las *ondas luminosas son transversales*. En la Fig. 8.3 se indica esquemáticamente la producción de la luz polarizada, al pasar un haz de luz natural a través de un cristal de turmalina; el cual elimina las componentes horizontales de las «vibraciones», dejando sólo las verticales.

A estos fenómenos en que se manifiesta la polarización de la luz les podemos dar el nombre de **fenóme-**

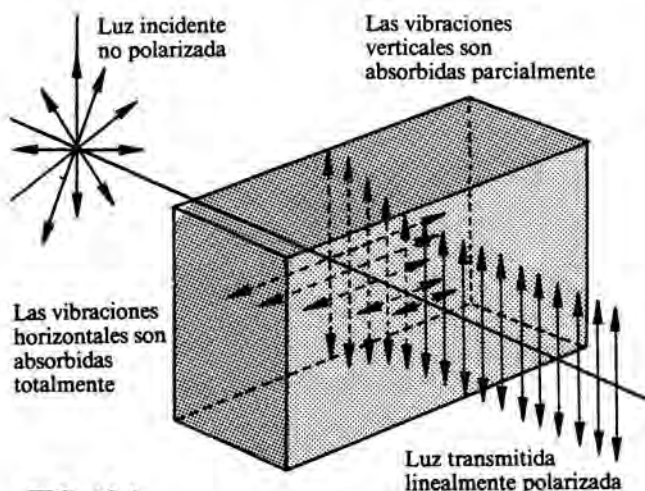


FIG. 18.3

nos luminosos «vectoriales». Fresnel introdujo el carácter vectorial en la teoría ondulatoria (**Teoría Vectorial de Fresnel**), atribuyendo a las ondas luminosas el carácter transversal y explicando completamente de esta forma los fenómenos de polarización.

La teoría ondulatoria vectorial de Fresnel representó una excelente síntesis, ya que era capaz de interpretar los fenómenos neutros (refracción, reflexión, etc.), los específicamente ondulatorios (interferencias y difracción) y los de polarización que exigían el carácter vectorial para la luz; es decir, prácticamente todos los fenómenos que se conocían respecto de la luz, hace siglo y medio. Hacia 1830 *la teoría ondulatoria acerca de la naturaleza de la luz se había impuesto*, y la corpuscular sólo tenía unos pocos, pero tenaces, defensores entre los que destacaban Malus, Biot y Brewster.

El admitir que la luz era una onda transversal dio lugar a nuevas dificultades, ya que las únicas ondas de este tipo conocidas por Young y Fresnel eran las que se propagaban en medio sólido (por ejemplo, un alambre o un resorte). Para que un medio fuese capaz de transmitir ondas transversales, se pensaba que debía ofrecer cierta resistencia a la deformación del mismo, implícitos a la propagación, así como la tendencia a volver a su «forma» original cuando cesase la deformación. Esto es cierto para los sólidos, pero no lo es, en general, para los líquidos y los gases. Parecía necesario suponer que el éter luminífero, que servía como soporte para la propagación de la luz y que se suponía ocupaba todo el espacio vacío, penetrase también en los medios materiales. Las vibraciones de éste se identificaban con las de las ondas luminosas, ise le trataba como a un sólido!

Por otra parte se conocía la expresión de la velocidad de propagación de una onda elástica en un sólido (Tabla 16.1) y se había determinado experimentalmente para la propagación del sonido en los sólidos, líquidos y gases y se pensaba que también se aplicaba a la luz. Ahora bien, como la velocidad de propagación de ésta era tan elevada, el éter debía presentar simultáneamente una gran elasticidad y una densidad extremadamente baja, lo cual es en cierto modo bastante contradictorio. *Para explicar las propiedades de la luz, los físicos del siglo XIX se encontraron forzados a suponer que todo el espacio se encontraba lleno de un sólido muy rígido y a la vez muy poco denso. ¿Por qué esto resul-*

ta, en general, contradictorio respecto de los sólidos conocidos?

Nos resulta inconcebible que pudiesen creer en la existencia de este éter, cuando se sabía que los planetas, por ejemplo, se podían mover libremente en el espacio, que no ofrecía apenas resistencia a su movimiento. Para los científicos del s. XIX, así como para los de siglos anteriores, acostumbrados a interpretar los fenómenos mediante modelos mecánicos, todas estas paradojas sólo les llevaban a modelos, dentro de la concepción mecanicista. Pero no se planteaban la imposibilidad de existencia de un medio con estas propiedades tan contradictorias. Para ellos las ondas luminosas tenían que explicarse por modelos mecánicos.

En esta época se realizan también las primeras determinaciones terrestres de la velocidad de la luz, por A. Fizeau (1849) y J. Foucault (1862). También Foucault demostró experimentalmente que la luz se propaga con mayor velocidad en el aire que en el agua, en contra de las previsiones de Newton; este experimento fue considerado como crucial en su época.

En definitiva, *hacia la mitad del siglo XIX, la Teoría Ondulatoria aparecía «triumfante» en el terreno experimental. Sin embargo, encontraba sus mayores dificultades en el dominio teórico, cuando se intentó desarrollar una teoría mecánica, completa y total, de las vibraciones del éter.*

TEORIA ELECTROMAGNETICA

Como acabamos de indicar, quedaba fuera de toda duda el hecho de que la luz era una onda. La única cosa que todavía se podía prestar a discusión era la naturaleza física de estas ondas.

Mientras todo esto ocurría en el campo que podríamos llamar de la Óptica, veamos lo sucedido en el estudio de los fenómenos eléctricos y magnéticos, a los que no se consideraba relacionados, en modo alguno, con los luminosos.

En 1846, M. Faraday (1791-1867), el físico experimental más grande que ha existido, descubrió el efecto que lleva su nombre. Cuando un haz de luz polarizada se propaga en un medio en el que existe un campo magnético, el plano de polarización de la luz sufre una rotación. Este descubrimiento tuvo una importancia capital en su tiempo ya que establecía el primer contacto entre los fenómenos electromagnéticos y los ópticos.

Unos pocos años más tarde J. Maxwell (1831-1879), estimulado por los trabajos de Faraday, desarrolló su famosa teoría electromagnética. Formuló las ecuaciones matemáticas (§ 15.5) que interpretaban todos los fenómenos eléctricos y magnéticos conocidos hasta el momento, así como predecían ciertas características de los mismos que no habían sido detectadas experimentalmente.

Maxwell, como todos los científicos de su tiempo, era incapaz de pensar en las ondas si no visualizaba un medio específico, que sirviera de soporte para su propagación. En su teoría introducía modelos mecá-

nicos, bastante complejos, acerca del éter. Maxwell propuso que el medio que servía de propagación de las perturbaciones electromagnéticas debía de transportar también las ondas luminosas y las ondas de calor.

Se le ocurrió la brillante idea de que la luz podía ser una perturbación electromagnética y que, de ser así, toda la Teoría de la Luz debía de estar contenida en las ecuaciones del campo electromagnético. Una de las primeras consecuencias de su gran intuición fue que la constante v (17.6) debía ser igual a la velocidad de propagación de la luz en el espacio libre c . Utilizando los valores conocidos en su época comprobó que eran aproximadamente iguales. Medidas más precisas de ambas magnitudes (c y v), realizadas mediante métodos completamente independientes, han proporcionado desde entonces una serie continuada de valores cada vez más convergentes, y con ello una confirmación de las ideas que Maxwell inicialmente intuyó.

H. Hertz (1857–1894) *demonstró experimentalmente la existencia de ondas electromagnéticas*, produciendo «luz invisible» de longitud de onda muy elevada (§ 17.4) mediante métodos puramente eléctricos. Estas ondas hertzianas, que tenían todas las características de la luz, excepto su visibilidad, fueron la base del desarrollo de la telegrafía sin hilos y de la telefonía, dando origen al desarrollo de las comunicaciones a distancia, tal como se entienden hoy en día.

CRISIS DE LA FÍSICA A FINALES DEL SIGLO XIX

Hacia finales del s. XIX se creía disponer de una teoría completa acerca de la naturaleza de la luz. Las únicas dificultades se encontraban en el terreno teórico, al intentar desarrollar una teoría mecánica sobre las vibraciones del éter. No es de extrañar, por lo tanto, que el esfuerzo de los científicos se dirigiese a determinar la naturaleza física de este medio hipotético.

Como hemos dicho, el éter debía tener al mismo tiempo propiedades contradictorias. Por una parte, su rigidez debía ser lo suficientemente pequeña para que los cuerpos celestes pudiesen moverse en su interior sin dificultad aparente. Al mismo tiempo, debía transmitir oscilaciones luminosas de frecuencia extraordinariamente elevada (Tabla 17.2), propagándose a una velocidad de casi $300.000 \text{ km s}^{-1}$; lo cual implica la existencia de fuerzas restauradoras, de tipo elástico, extraordinariamente intensas dentro del éter. ¿Por qué?

Por otra parte, se era consciente de que *la velocidad de propagación de una onda depende exclusivamente de las propiedades del medio y no del movimiento de la fuente que emite la perturbación.* (§ 16.1).

Fue esta área de investigación, desarrollándose por sí misma, la que dió lugar a una de las revoluciones de la Física del s. XX: la introducción de la **teoría de**

la Relatividad Especial por Einstein en 1905.

El descubrimiento, en otra área de investigación totalmente independiente, de ciertos fenómenos ópticos, especialmente del efecto fotoeléctrico, hicieron volver la atención de los físicos hacia el carácter corpuscular de la luz. Para interpretar correctamente los resultados experimentales obtenidos, Einstein tuvo que suponer, también hacia 1905, que la energía de un rayo de luz de frecuencia ν está cuantificada en cuantos o «corpúsculos» de energía $h\nu$ (fotones), donde h es la constante de Planck. Esto marcó el comienzo de la **Teoría Cuántica de la Luz** y, con los trabajos de otros físicos, el de la **Física Cuántica**, otra de las revoluciones de la Física del s. XX.

§ 18.4 TEORÍA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

En el s. XVIII el astrónomo inglés J. Bradley trató de medir la distancia a que se encuentran algunas estrellas, observando su cambio aparente de posición a medida que la Tierra recorre su órbita alrededor del Sol. Con gran sorpresa encontró que las estrellas denominadas fijas presentaban un movimiento aparentemente sistemático (parecían describir circunferencias), que depende de la dirección del movimiento de la Tierra en su órbita pero no, como se creía hasta entonces, de la posición de ésta en el espacio.

Al analizar este fenómeno desde el punto de vista de la naturaleza de la luz, se puede interpretar correctamente si se admite una naturaleza corpuscular para ésta. Pero en el s. XVIII esta suposición no encontraba el menor eco.

También se pueden explicar los resultados experimentales a partir de una teoría ondulatoria si se supone que *el éter no es perturbado, o sea, si no es arrastrado por el movimiento de la Tierra, i aunque ésta se mueva en su seno!*

Hacia finales del s. XIX, por otra parte, los norteamericanos A. Michelson (1852–1931) y E. Morley (1838–1923) estaban interesados en medir el efecto del movimiento de la Tierra a través del éter.

Como la velocidad de la luz respecto del éter es constante y la Tierra a su vez se suponía que se movía con relación al éter, con una velocidad que se tomaba aproximadamente igual a su velocidad orbital ($\sim 30 \text{ km s}^{-1}$), la velocidad de la luz medida respecto de la Tierra debía de venir afectada por el movimiento de ésta. Sus experimentos tenían por finalidad detectar el movimiento absoluto de la Tierra a través del éter. Para realizar estas medidas se necesitaban, y de ello eran conscientes los científicos, unos dispositivos experimentales extraordinariamente precisos, que fuesen capaces de detectar una parte en cien millones ($\sim v^2/c^2$). Las técnicas ópticas experimentales existentes hasta el momento sólo eran capaces de proporcionar unaprecisión de una parte en diez mil ($\sim v/c$), por ello Michelson desarrolló su propia técnica experimental (el interferómetro de Michelson).

A pesar de sus esfuerzos, y de la mayor precisión con que cada vez realizaban sus experimentos, *no lograron medir la velocidad de la Tierra respecto al éter*; esta interpretación, por otra parte, estaba en

contradicción con la requerida para el experimento de Bradley, ¿no?. Sin embargo, sus resultados se interpretaban de forma satisfactoria con un modelo corpuscular para la luz (ejercicio 3.1). Pero a finales del s. XIX esto parecía inconcebible (§ 18.3).

Después de estos experimentos resultaba evidente que la naturaleza «no daba, aparentemente, información acerca del movimiento de la Tierra respecto al éter, que se suponía que era un sistema de referencia fundamental, es decir absoluto». La opinión sustentada por la mayor parte de físicos era: el éter existe, y el movimiento a través de él es real, pero se presentan efectos que se compensan y no es posible detectarlo. Para justificar esta afirmación, y no renunciar al modelo existente sobre la naturaleza de la luz, se comenzaron a elaborar modelos sobre el éter en los que se introducían mecanismos especiales, que diesen cuenta de estos efectos.

En 1900, el francés J. Poincaré fue quizás el primer científico que llegó a captar el significado de la imposibilidad experimental para observar cualquier efecto como consecuencia del movimiento relativo respecto del éter. Poincaré escribió: «Nuestro éter, ¿realmente existe? No creo que observaciones más precisas puedan jamás poner de manifiesto más que desplazamientos relativos».

Esta situación la resolvió un joven alemán: A. Einstein (1879–1955). El cual en vez de imponerse «a priori» un número determinado de ideas preconcebidas sobre la existencia del éter, como hacían los demás físicos, dirigió sus esfuerzos hacia una «revisión fundamental» de las ideas admitidas. Quizás en esta actitud le favoreció el no encontrarse, por razón de su trabajo, en contacto con los físicos de su época; esto le permitió desarrollar sus razonamientos completamente heterodoxos sin estar demasiado influenciado por la Ciencia establecida.

En 1905, A. Einstein publicó tres trabajos en los «Annalen der Physik», que resultaron históricos. En el primero aplicaba la teoría molecular cinética al análisis teórico del movimiento browniano. En el segundo interpretaba el efecto fotoeléctrico (§ 18.5) e introducía la teoría cuántica sobre la naturaleza de la luz. En el tercero introducía los principios de la relatividad especial, que comentaremos brevemente a continuación.

En su primera publicación de la relatividad especial, Einstein estaba interesado en demostrar que la teoría electromagnética de Maxwell puede interpretarse de forma tal que es físicamente precisa y consistente desde el punto de vista lógico, para cuerpos y observadores que se muevan, unos respecto de otros, con velocidades muy grandes. Esta nueva formulación de las ecuaciones del campo electromagnético le exigía hacer una crítica revolucionaria de los conceptos tradicionales de espacio y tiempo.

La Física, le parecía a Einstein, era más complicada que la propia Naturaleza, ya que se llegaba tam-

bién a complicaciones innecesarias en la interpretación, por ejemplo, de la acción electrodinámica recíproca entre imanes y corrientes. Por todo ello, **procedió a localizar la dificultad en la posición, que se hacía desde tiempos remotos, sobre la existencia de un espacio absoluto.** Debido a la influencia de sus lecturas sobre la crítica a la ciencia de Newton, que hicieron el filósofo escocés Hume (1711–1776) y el físico austriaco Mach (1838–1916), decidió rechazar el concepto del espacio absoluto y edificar la Física sobre unos postulados nuevos, que constituyen el fundamento de la teoría de la relatividad especial:

POSTULADO 1: *Las leyes de la Física son iguales en todos los sistemas de referencia inerciales. No existe ningún sistema inercial preferido. (Principio de la relatividad).*

POSTULADO 2: *La velocidad de la luz en el espacio libre tiene el mismo valor, c , para todos los sistemas inerciales. (Principio de la constancia de la velocidad de la luz).*

El primero va más allá del principio de relatividad de Galileo (§ 3.5) —que se refería sólo a las leyes de la Mecánica— para incluir todas las leyes de la Física y, en particular, las leyes de la Mecánica, de la Electrodinámica y de la Óptica. Dicho postulado afirma que las mismas leyes de la naturaleza (por ejemplo, las ecuaciones de Maxwell) se verifican tanto para un sistema de referencia inercial que se encuentre en reposo respecto de una estrella fija, como para uno que se mueva respecto de éste con una velocidad constante muy elevada.

El segundo postulado va en contra de la transformación de Galileo para las velocidades (3.42) y concuerda totalmente con los resultados obtenidos por Michelson y Morley; **establece c como una constante universal: $c = 299.792,458 \pm 1 \text{ m s}^{-1}$.** Toda la teoría de la relatividad especial se puede deducir, directamente, de estos dos postulados.

Como consecuencia de sus postulados Einstein escribía: «La suposición de un “éter luminífero” es completamente supérflua (es decir, no necesaria), ya que según el modelo que he desarrollado no se requiere “un espacio absoluto estacionario”». Por otra parte, decía: «La luz se propaga en el vacío (espacio libre) con la velocidad c , independientemente del estado de movimiento del cuerpo que la emite». A partir de este momento **la luz se considera una onda electromagnética que no necesita de un medio soporte para propagarse**, puesto que se puede propagar en el vacío. *La luz transporta, como toda onda, energía y la puede transferir a la materia sobre la que incide, en cualquier cantidad y en forma continua.*

* PRINCIPALES RESULTADOS

Basada en los dos postulados anteriores, Einstein desarrolló una **Mecánica** nueva, llamada **relativista**, que *se aplica a los cuerpos en movimiento, cuyas velocidades son próximas a la de la luz en el vacío* (§ 4.1). Las diferentes expresiones de la Mecánica Relativista se convierten en los correspondientes de la Clásica cuando $v \ll c$.

Existe gran número de fenómenos en la Física cuya interpretación correcta exige un tratamiento relativista. Entre éstos cabe destacar todos los relacionados con las partículas elementales, radiación electromagnética de átomos y núcleos en movimiento, reacciones nucleares, etc. Einstein demostró, por otra parte, que las ecuaciones de Maxwell (§ 15.5) tomaban la misma forma dentro del marco relativista que en el de la Física Clásica. A pesar de que todas las comprobaciones experimentales de las mismas se habían hecho con cargas que se movían no muy deprisa, se encontró que son correctas, aún cuando la velocidad con que se mueven las cargas se aproxima a la de la luz.

En Mecánica Clásica, se supone que las interacciones se propagan instantáneamente, por lo tanto con velocidad infinita; sin embargo, como veremos lo hacen con velocidad finita e igual a la de la luz. Ahora bien, como c es tan grande comparada con la mayoría de las velocidades ordinarias, la Mecánica Clásica es una buena aproximación en la mayoría de los casos. En Relatividad se toma en consideración este tiempo de propagación de la perturbación, ya que se aplica a antes que se mueven con velocidades muy elevadas.

En la Mecánica Clásica, *el espacio ya es relativo* (no así en la de Newton), es decir las relaciones espaciales entre diferentes sucesos dependen del sistema de referencia en que se definen éstos (3.43). La afirmación de que dos sucesos no simultáneos ocurren en un mismo punto del espacio o, en general, a una distancia determinada el uno del otro, sólo tiene sentido cuando se indica el sistema de referencia (SR) respecto del cual se hace esta afirmación. *El tiempo*, por el contrario *es absoluto* en la Mecánica Clásica (§ 4.1); es decir, las propiedades del tiempo se consideran independientes del SR; el tiempo es igual en todos los SR (§ 3.5). Esto significa, que si dos fenómenos cualesquiera ocurren simultáneamente para un observador, también serán simultáneos para cualquier otro observador. En general, el tiempo transcurrido entre dos sucesos dados en el mismo para todos los SR.

En la Mecánica Relativista, *tanto el espacio como el tiempo son relativos*. El transcurso del tiempo no es igual en los distintos SR (!). Por consiguiente, la afirmación de que entre dos sucesos dados transcurrió un tiempo determinado tiene sólo sentido si se indica respecto a qué SR se hace dicha afirmación. En particular sucesos que son simultáneos en un SR no lo serán en otro.

El fundamento del razonamiento de Einstein reside en el concepto relativo de **simultaneidad**. Dos fenómenos que ocurren en lugares diferentes de un sistema de referencia se dice que son simultáneos, cuando los relojes situados en los lugares respectivos registran, para ellos, el mismo tiempo. El cual es relativo, ya que depende del sistema de referencia en el que se realiza la determinación. Dicho concepto no tiene un significado físico «absoluto» para dos fenómenos que se presenten en lugares diferentes. Dos fenómenos pueden ser simultáneos para un observador que se encuentre en un sistema de referencia, pero no para otro localizado en un sistema que se mueva respecto del primero. Esta idea resulta extraña para *el alumno*, ya que le parece que va en contra de todo cuanto le indica su experiencia cotidiana. Sin embargo, el argumento utilizado por Einstein era coherente y de una lógica aplastante. Sin entrar en

él, sólo indicaremos que el concepto de simultaneidad está íntimamente relacionado con el de **sincronización de los relojes**, que nos permite afirmar que un fenómeno «ocurre al mismo tiempo» para dos observadores en movimiento relativo. Ahora bien, la señal que sirve para sincronizar a los relojes (por ejemplo un destello luminoso) tarda un cierto tiempo en llegar a cada uno de los observadores; éste es distinto para los dos, si se encuentran en movimiento relativo, luego no se puede hablar de una escala universal de tiempos, $t \neq t'$.

Medir la longitud de un objeto significará localizar simultáneamente sus puntos extremos. Como la simultaneidad es un concepto relativo, la medida de una longitud también dependerá del sistema de referencia desde donde se realice y será un concepto relativo. Además la rapidez con que caminan los relojes también depende del sistema de referencia. Por ejemplo, consideremos dos relojes, uno situado en un tren y otro en una estación y supongamos que en el instante en que el tren pasa frente a la estación (es decir, el instante en que ambos coinciden) marcan los dos relojes el mismo tiempo (es decir, las manecillas de ambos están en posiciones idénticas). Ahora bien, si los relojes siguen funcionando en concordancia podemos decir que caminan con la misma rapidez. Pero según lo dicho anteriormente, sabemos que cuando están separados a gran distancia, sus manecillas no pueden estar en posiciones idénticas simultáneamente, ¿por qué?, según lo midan ambos observadores. Por lo tanto, las medidas de los intervalos de tiempo también son relativas, es decir, dependen del sistema de referencia donde se encuentre el observador que las realice. Como resultado de la relatividad de las medidas de longitud e intervalos de tiempo, podemos aceptar como posible el hecho experimental de que todos los observadores, que se mueven unos respecto de otros, miden el mismo valor para la velocidad de la luz.

Como consecuencia de la imposibilidad de una «simultaneidad absoluta», Einstein dedujo que se debía adoptar un nuevo conjunto de transformaciones, diferentes de las de Galileo, para relacionar las coordenadas espaciales y temporales que, para un mismo fenómeno, miden dos observadores situados en dos sistemas de referencia, que se encuentran en movimiento relativo; estas transformaciones son las llamadas de Lorentz, en las que no creemos necesario entrar.

A continuación resumiremos los **principales resultados de la Teoría de la Relatividad**:

- No se verifica la regla de composición de velocidades de la Mecánica Clásica (3.5). Si esta ley fuera universal podría aplicarse a la propagación de las interacciones. De esto se deduciría que la velocidad de esta propagación debería ser diferente en distintos SR, cosa que contradice al principio de relatividad. Michelson puso de manifiesto que c es totalmente independiente de la dirección en que se propaga; de acuerdo con la Mecánica Clásica la velocidad de la luz en el sentido del movimiento de la Tierra debería ser diferente de su velocidad en el sentido contrario (Ejercicio 3.1).
- La masa es función de la velocidad de la partícula:

$$m = \frac{m_0}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \quad (18.1)$$

donde m_0 es la masa en reposo de la partícula y m su masa relativista; $\beta \equiv v/c$. No es una magnitud de importancia fundamental en la Relatividad.

- El momento lineal se define como:

$$\mathbf{p} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \quad (18.2)$$

Al definir la masa según (18.1) se sigue verificando la forma de la ley clásica de la conservación del momento lineal.

- d) La aceleración que adquiere una partícula no se encuentra en la dirección de la fuerza que la produce. Existe una velocidad límite para el movimiento de cualquier ente, dicho límite es la velocidad de la luz.
- e) A mc^2 se le suele llamar, por razones que veremos a continuación, **energía total** de la partícula, E . Esta energía es igual:

$$E = m_0 c^2 + E_c \quad (18.3)$$

a $m_0 c^2$ se le denomina **energía en reposo** de la partícula, es la energía que tiene cuando $v = 0$, y por lo tanto, E_c es nula.

- f) En cualquier colisión se conserva la energía total, de ahí el nombre que se le da, pero no la energía cinética. *La conservación de E en el sistema de que se trate, es equivalente a la conservación de su masa relativista:*

$$E = m c^2 \quad (18.4)$$

§ 18.5 TEORÍA CUÁNTICA DE LA LUZ

Vamos a tratar ahora de la génesis y desarrollo de la otra crisis de la Física, que dio lugar a la segunda de las grandes revoluciones científicas de nuestro siglo, y que también tuvo una incidencia directa en la evolución de los conceptos acerca de la naturaleza de la luz.

La crisis surgió al considerar cómo era absorbida o emitida la radiación electromagnética por los cuerpos que están a elevada temperatura (§ 19.2). Al intentar interpretar los resultados experimentales según la Física Clásica, Lord Rayleigh y J. Jeans (1900) encontraron grandes discrepancias entre los resultados que predecía el modelo y los obtenidos experimentalmente.

Los resultados incoherentes que proporcionaba la Física Clásica fueron superados por el físico alemán Max Planck (1858 – 1947). *Según la Física Clásica, la emisión de radiación electromagnética era un fenómeno continuo*; es decir la fuente de la radiación emite de forma continua y su energía podía tomar cualquier valor. De la misma manera, la radiación electromagnética incidente sobre la materia podía ser absorbida por ésta en forma continua.

Después de algunos intentos fallidos, el 14 de diciembre de 1900, Planck presentó la solución al problema. Esta fecha marca el nacimiento de la Física Moderna. Según Planck, *la energía emitida o absorbida por un cuerpo caliente sólo puede ser en múltiplos enteros de una cantidad $h\nu$* , donde ν es la frecuencia de radiación y h es una constante universal, conocida hoy en día con el nombre de constante de

Planck ($h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s), y cuyo valor había de determinarse experimentalmente.

Planck introduce, por vez primera y significando una manera radicalmente nueva de interpretar los fenómenos físicos, la idea de que la energía de un cuerpo que radia energía se encuentra cuantificada, es decir, limitada a unos valores discretos, múltiplos enteros de un cuanto o cantidad elemental de energía $h\nu$. Los resultados teóricos predichos por Planck fueron confirmados experimentalmente por Coblenz en 1916 al estudiar la densidad de energía electromagnética emitida por un cuerpo de características especiales, que se encontraba a la temperatura de 1595 K.

EFFECTO FOTOELÉCTRICO

Existe un quinto grupo de fenómenos relacionados con la luz, que no pueden interpretarse desde una teoría ondulatoria acerca de su naturaleza, sino que requieren para la misma un carácter corpuscular.

Estos fenómenos implican, todos ellos, interacción de la radiación electromagnética con la materia. De ellos, tres (el efecto fotoeléctrico, el efecto Compton y la producción de pares) implican la absorción o dispersión de la radiación; y dos (el «bremsstrahlung» y la aniquilación de pares), la emisión de radiación. Cada uno de ellos proporciona una justificación experimental de que **la radiación electromagnética, y por lo tanto la luz, se comporta como las partículas cuando interacciona con la materia; en contraposición con el carácter ondulatorio que exhibe en su propagación.**

Comentaremos brevemente el efecto fotoeléctrico, ya que los demás no son adecuados para el nivel de este libro. Se conoce como **efecto fotoeléctrico**, *la emisión de electrones por una superficie al incidir sobre ella la luz de una determinada λ .*

En la Fig. 18.4 se muestra el dispositivo utilizado para estudiar este efecto. Un tubo de vidrio en el que se ha hecho el vacío, tiene una ventana de cuarzo por la que penetra luz monocromática de una «única frecuencia», que al incidir sobre una placa metálica A libera electrones, dando lugar a una corriente eléctrica (corriente fotoeléctrica) si las cargas emitidas son atraídas hacia un electrodo colector B , mediante una diferencia de potencial V aplicada entre A y B . Un galvanómetro sensible G permite medir esta corriente.

Al estudiar este efecto se observan las características experimentales siguientes:

- La corriente fotoeléctrica es tanto mayor cuando más intensa es la luz incidente.* Este es un resultado que cabía esperar desde el punto de vista del teorema de conservación de la energía, ¿por qué?
- Si se invierte la polaridad de V , lo que se consigue mediante el conmutador de la Fig. 18.4, la corriente fotoeléctrica no se anula inmediatamente.* Esto sugiere que los electrones son emitidos desde la superficie A con una cierta energía cinética, ¿por qué? Sin embargo, si esta tensión (A positiva respecto de B) se hace suficientemente grande, se anula la corriente fotoeléctrica. A

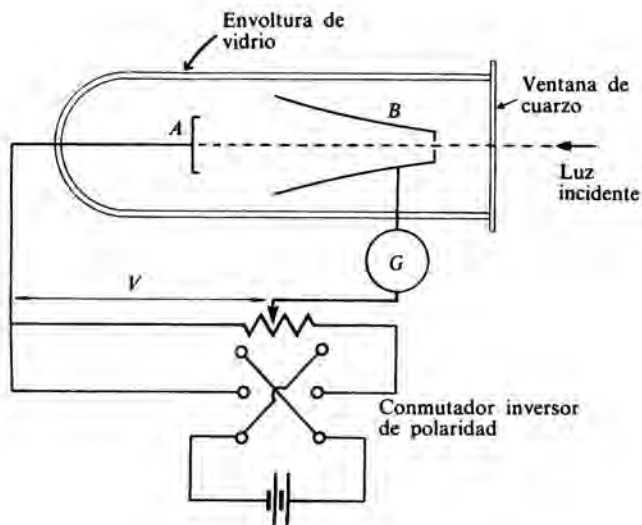


FIG. 18.4

este valor de V se le denomina **potencial de frenado** (V_0). El producto de este potencial por la carga del electrón nos indica la energía cinética de los electrones más energéticos que son emitidos por la superficie metálica, ¿por qué?

$$E_{c\text{MAX}} = \frac{1}{2} m_e v_{\text{MAX}}^2 = q_e V_0 \quad (18.5)$$

Experimentalmente se comprueba que E_c es independiente de la intensidad de la luz. ¿Cómo se comprueba esto a partir de dicha gráfica?

- c) El potencial de frenado (V_0) depende linealmente de la frecuencia (ν) de la radiación incidente sobre la superficie metálica; también se observa que *existe una cierta frecuencia umbral* (ν_0) por debajo de la cual no se presenta el efecto fotoeléctrico.

Hay tres características del efecto fotoeléctrico que no pueden interpretarse desde el punto de vista de la teoría ondulatoria clásica de la luz, y que desencadenaron la segunda de las crisis a la que antes nos referíamos. Estas características son:

- 1ª El que $E_{c\text{MAX}}$ sea independiente de la intensidad de la luz incidente. Si la luz tenía naturaleza ondulatoria no debía ocurrir esto. Veamos una analogía: las olas del mar cuando más grandes son (es decir, cuando mayor es su amplitud) no sólo remueven más cantos rodados que se encuentran en la orilla, sino que también les comunican mayor velocidad. Desde un punto de vista más estricto la teoría ondulatoria requiere que el vector característico de las ondas electromagnéticas, E , aumente en amplitud al hacerlo la intensidad de la luz (§ 16.3). Como la fuerza aplicada a un electrón es eE , parece evidente que la energía cinética de los fotoelectrones debe aumentar al hacerlo la intensidad del haz que incide sobre A .
- 2ª La existencia de una frecuencia umbral (ν_0), característica de cada material por debajo de la cual no se presenta el efecto fotoeléctrico, independiente de lo intensa que sea la luz incidente. Según la teoría ondulatoria, el efecto se debía presentar para cualquier frecuencia, siempre que la luz fuese lo suficientemente intensa para proporcionar a los fotoelectrones la energía necesaria para su emisión.

- 3ª El efecto fotoeléctrico es instantáneo, es decir tan pronto como incide sobre A un haz luminoso, de características adecuadas, aunque sea de intensidad muy pequeña, se detecta una fotocorriente. Como se conoce la energía de los fotoelectrones, se puede calcular teóricamente, dentro de una teoría clásica, cuánto tiempo ha de transcurrir desde que la luz incide sobre una superficie metálica, en un experimento típico, hasta que el electrón ha adquirido o acumulado la energía necesaria para ser emitido. Clásicamente, este tiempo es tanto mayor cuanto menor es la intensidad del haz luminoso.

En 1905, A. Einstein propuso un modelo nuevo sobre la luz, que era capaz de interpretar correctamente los resultados experimentales observados en el efecto fotoeléctrico. M. Planck había limitado el concepto de cuantificación de la energía al mecanismo de emisión o absorción de un cuerpo material. Una vez emitida la radiación, Planck creía que la energía se distribuía en todo el espacio de forma continua.

Según Einstein, **la energía electromagnética en sí misma es la que está cuantificada en paquetes concentrados, que más tarde recibieron el nombre de fotones**. La energía E de un fotón está dada por:

$$E = h \nu \quad (18.6)$$

donde ν es la frecuencia de la radiación y h es la constante de Planck. Einstein propuso una estructura corpuscular de la radiación en sí misma, en la que *la energía electromagnética radiante estaba distribuida en el espacio en forma discontinua*.

A partir de este postulado de Einstein cada frente de onda de la radiación electromagnética emitida por un sólido incandescente, el Sol, etc., puede imaginarse como «salpicado» por fotones, que se propagan con la onda a la velocidad de la luz; al propagarse la onda, la luz se hace menos intensa debido a que aumenta la distancia entre los fotones próximos.

Los haces luminosos que observamos en los experimentos más tradicionales (reflexión, refracción, polarización, etc.), en los que se utilizan secciones eficaces del haz relativamente grandes, contienen un número extraordinariamente elevado de fotones en cada frente de onda; debido a esto el carácter corpuscular de la luz se encuentra enmascarado. Pero en los fenómenos de interacción con la materia, en los que tiene lugar la absorción y transformación de la energía luminosa por los osciladores submicroscópicos individuales, la «estructura» hiperfina de la onda luminosa es muy importante. Esta es la razón por la que **la teoría clásica de la luz es correcta y la más apropiada para tratar los fenómenos ordinarios de la Óptica, mientras que la teoría cuántica de la luz debe utilizarse para interpretar los fenómenos de interacción entre la luz y los átomos individuales**.

Ahora podemos entender la tercera columna de la

tabla 17.2 donde se incluía la energía de los fotones correspondientes a cada región del espectro.

Estas ideas de Einstein permiten interpretar de forma correcta el efecto fotoeléctrico. Cuando un electrón es emitido por la superficie metálica, su energía cinética será:

$$E_c = h\nu - \Phi \quad (18.7)$$

donde $h\nu$ es la energía del fotón incidente absorbido y Φ la energía necesaria para liberar a un electrón de las fuerzas atómicas que lo mantienen unido a la red cristalina del metal. Los electrones que se encuentran menos ligados a la red y suponiendo que no existen pérdidas de energía en el interior del metal, serán emitidos con la máxima energía cinética, $E_{c_{MAX}}$. Por lo tanto:

$$E_{c_{MAX}} = h\nu - \Phi_0 \quad (18.8)$$

este parámetro, Φ_0 , recibe el nombre de **trabajo de extracción**, ¿cuáles son sus dimensiones? En esta interpretación se supone que toda la energía de un fotón se transfiere a un sólo electrón del metal.

A partir de estas expresiones, Einstein interpretó correctamente los resultados experimentales del efecto fotoeléctrico.

A pesar de los éxitos de la teoría, el concepto de fotón presentaba algunas interrogantes. Los *fotones «representan» paquetes concentrados de energía sin tener la masa en reposo de las partículas ordinarias; en esto se diferenciaban de los corpúsculos luminosos de Newton (§ 18.2)*, quedando entre ambas teorías una analogía muy discutible, aunque en muchos textos se ha sancionado, para la teoría cuántica de la luz de Einstein, el nombre de teoría corpuscular de la luz. La mente de los científicos se resistía a no disponer de una imagen gráfica del fotón, a parte de que resultaba muy duro para su mentalidad el pensar en un cuanto de energía que no estuviese asociado a ninguna masa o «cantidad de materia». Para ellos les resultaba más simple pensar en el modelo electromagnético de la luz, en el que la energía se distribuía uniformemente a través del «campo», a lo largo de los frentes de onda.

En esta época coexistían dos puntos de vista separados para la luz: el modelo ondulatorio y el modelo de fotones, aplicándose uno u otro según el fenómeno específico que se desease interpretar. Estas dificultades fueron superadas con la introducción de la Mecánica Ondulatoria (§ 19.1), que combina ambos modelos, y en la que este dualismo de la luz aparece como un caso particular del dualismo de la materia. Desde esta perspectiva más moderna se supone que *los fotones no se encuentran localizados individualmente en ningún punto particular, sino que están distribuidos sobre todo el frente de onda de una manera estadística, caracterizada por su función de onda ψ* .

CUESTIONES

1. Comentar brevemente y criticar las diferentes «teorías» que se desarrollaron entre los griegos acerca de la naturaleza de la luz. ¿Por qué dichas «teorías» eran más unas teorías sobre el fenómeno de la visión, que sobre la naturaleza íntima de la luz?
- *2. ¿Por qué es una opinión generalizada, que el s. XVII marca el nacimiento de la ciencia moderna?. ¿En qué

sentido dicha ciencia no puede considerarse como moderna?

3. Resumir la teoría de Hooke acerca de la naturaleza de la luz.
- *4. Comentar los fundamentos de la teoría desarrollada por Newton acerca de la naturaleza de la luz. ¿Propugnaba una teoría exclusivamente corpuscular? Razonar la respuesta.
5. Analogías y diferencias entre las teorías de Newton y Huygens sobre la naturaleza de la luz. La teoría de Huygens, ¿era realmente ondulatoria, en el sentido dado a esta palabra en el capítulo XVI?
6. ¿Cuáles fueron las grandes aportaciones de Young y Fresnel a la evolución de la idea que se tenía acerca de la naturaleza íntima de la luz?
- *7. ¿Por qué el éter debía tener unas propiedades que resultaban, desde el punto de vista mecánico, contradictorias?
8. ¿Qué idea se tenía en el s. XX acerca de la naturaleza de la luz, después de haberse comprobado el éxito de la teoría electromagnética de Maxwell?
- *9. Experimentos que dieron lugar a la detección de las primeras anomalías y a las crisis de la Física, a principios del s. XX.
- *10. ¿Qué significado tiene un principio de relatividad? ¿En qué sentido la relatividad está presente en la Mecánica de Newton? ¿En qué se diferencia el principio de relatividad de Einstein del de Galileo?
- *11. ¿Cómo se utiliza el concepto de simultaneidad en la medida de la longitud de un cuerpo?
- *12. Si la velocidad límite de las señales en la Física Clásica fuese c en vez de infinita, la simultaneidad ¿sería un concepto absoluto o un concepto relativo en la Física clásica?
- *13. ¿Puede un cuerpo acelerarse hasta la velocidad de la luz? Razonar la respuesta.
- *14. ¿Qué ocurriría en la teoría de la relatividad si $c = \infty$?
- *15. ¿Por qué es falsa la siguiente afirmación: «Una central nuclear se diferencia de una central térmica en que convierte masa en energía según la expresión $E = mc^2$ »?
16. ¿Existen magnitudes cuantificadas en la Física Clásica? La energía en la Física Clásica, ¿está cuantificada?
- *17. Para apreciar efectos cuánticos en fenómenos macroscópicos, ¿qué orden de magnitud debería tener h ?
- *18. ¿Por qué la existencia de una frecuencia umbral en el efecto fotoeléctrico se considera la objeción más importante a una teoría ondulatoria de la luz.
- *19. En los experimentos fotoeléctricos, la corriente (número de electrones emitidos por unidades de tiempo) es proporcional a la intensidad de la luz. ¿Cómo lo explica la teoría clásica? ¿y la cuántica? Comparar ambas interpretaciones.
20. En el estudio de los fenómenos luminosos se distinguían, en el s. XIX y XX cinco grupos: a) fenómenos neutrales, b) fenómenos ondulatorios, c) fenómenos luminosos «vectoriales», d) fenómenos electro-ópticos y magneto-ópticos y e) fenómenos de interacción de la radiación con la materia, que exigían para su interpretación una «teoría corpuscular» de la luz. Indicar los fenómenos específicos que pertenecen a cada uno de estos grupos. ¿Qué teorías son capaces de explicar cada uno de ellos?
- *21. Analogías y diferencias entre un fotón y una partícula clásica.

INTRODUCCION A LA FISICA DEL ATOMO

En los dos capítulos siguientes (XIX y XX), estudiaremos una breve introducción a la Física del Atomo y del Núcleo, respectivamente. Debido a su complejidad, sólo abordaremos las ideas más fundamentales relacionadas con ambas cuestiones, sin preocuparnos de la formulación matemática de los conceptos que encierran.

Este capítulo, lo iniciaremos estableciendo el carácter dual de las partículas elementales, con lo que la naturaleza dual de la luz (§ 18.6) quedará como un caso particular de este planteamiento más general; ello implica el considerar el fotón como una partícula elemental. También haremos una introducción muy simple a los fundamentos de la Física Cuántica (§ 19.1).

A continuación (§ 19.2), estudiaremos las ideas fundamentales relacionadas con los procesos de emisión y absorción de radiación por átomos; la de los núcleos la trataremos en el capítulo siguiente. Creemos que resulta muy formativo realizar una breve revisión de la evolución de los sucesivos modelos que se propusieron para explicar la estructura y propiedades del átomo (§ 19.3). En este apartado dedicamos una atención especial al modelo de Bohr, por haber significado la aportación quizás más relevante en el estudio del átomo.

Por último hacemos una breve descripción de los espectros de átomos, interpretando el del hidrógeno a partir del modelo de Bohr (§ 19.4).

El contenido de este capítulo es eminentemente informativo, y se complementa con algunas cuestiones del siguiente, así como con los estudios que los alumnos realizan en Química. Para su estudio conviene repasar (§ 18.5).

§ 19.1 DUALIDAD ONDA-CORPUSCULO. ONDAS DE MATERIA

Mauricio De Broglie fue un físico francés defensor de la «naturaleza corpuscular» de la radiación elec-

tromagnética, y en particular de la luz. Sus trabajos, y sobre todo las discusiones acerca de los problemas filosóficos de la Física de aquel tiempo, impresionaron y despertaron un gran interés en su hermano Luis De Broglie (1892–), que era un estudiante de la Facultad de Letras, donde se graduó en 1910.

Como consecuencia de este interés cambió su carrera de Historia por la de Física. En su tesis doctoral, presentada en 1924, Luis De Broglie propuso la existencia de ondas de materia.

Su tesis doctoral, de gran originalidad, fue reconocida por todos como un trabajo brillante y coherente; ahora bien, por no estar basada en ninguna evidencia experimental se creyó que las ideas de De Broglie no tenían realidad física. A. Einstein fue el primero que captó la importancia y validez de esta hipótesis y con su gran prestigio hizo que los restantes físicos se interesasen por ella.

Las dos dificultades que llamaron la atención de De Broglie fueron: a) «La teoría cuántica de la luz no puede considerarse satisfactoria, ya que define la energía de los corpúsculos luminosos mediante la expresión $E = h \nu$; una teoría exclusivamente corpuscular no contiene ninguna característica física que nos permita definir una frecuencia; por esta única razón estamos forzados, en el caso de la luz, a introducir, simultáneamente la idea de corpúsculo y la de periodicidad». Por otra parte: b) «Los movimientos estables (órbitas permitidas) de los electrones en los átomos vienen determinados por una sucesión de números enteros; hasta el momento los únicos fenómenos de la Física que también incluyen en su formulación números enteros son los de interferencia y los de ondas estacionarias. Este hecho sugiere la idea de que los electrones no pueden ser considerados simplemente como corpúsculos o partículas, sino que se les debe asignar también una periodicidad».

Como hemos indicado, De Broglie introdujo la hipótesis de que **la dualidad onda-corpúsculo, que presentaba la radiación, también se aplicaba a la materia.** Del mismo modo que un fotón tiene una onda luminosa asociada que «dirige» su movimiento, una partícula material (por ejemplo un electrón) lleva asociada una onda de materia que gobierna su movimiento. Como el universo está compuesto en su totalidad por materia y radiación, la hipótesis de De Broglie es fun-

damentalmente una proposición acerca de una *gran simetría de la naturaleza*.

De Broglie introdujo como *postulado* que los aspectos ondulatorios (v , λ) y corpusculares (E , p) de la materia, estaban relacionados de la misma forma que se había encontrado para la radiación:

$$E = h\nu \quad p = h/\lambda \quad (19.1)$$

La segunda de las ecuaciones anteriores, escrita de la forma:

$$\lambda = h/p \quad (19.2)$$

recibe el nombre de **relación de De Broglie**; y es la expresión de la longitud de onda De Broglie de la **onda de materia**, asociada con el movimiento de una **partícula material cuyo momento lineal sea p** .

Ejercicio 19.1

Calcular la longitud de onda de De Broglie asociada a:

- 1º Una pelota de tenis de 0,02 kg de masa que se mueve con la velocidad de 10 m s⁻¹.
- 2º Un electrón cuya energía cinética es de 100 eV; $m_e = 9,1 \times 10^{-34}$ kg.

Solución:

A partir de (19.2):

$$\lambda_{\text{pelota tenis}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = 3,3 \times 10^{-23} \text{ \AA} (!)$$

$$\lambda_{\text{electrón}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{(2 m E_e)^{1/2}} = 1,2 \text{ \AA}$$

En esta última expresión hemos hecho uso de: $p = mv = (2 m E_e)^{1/2}$ y expresado la energía cinética en julios.

¿Qué comentarios se te ocurren a partir de los resultados numéricos anteriores? ¿es posible detectar el carácter ondulatorio de la pelota? La distancia entre los átomos de planos adyacentes en un sólido es $\sim 1 \text{ \AA}$, ¿qué tipo de obstáculo pues, se necesitaría para producir fenómenos de difracción con «balones» (!)? Este hipotético experimento sería una manera de probar el carácter ondulatorio asociado a los mismos, ¿por qué? En el caso del electrón este problema no se presenta, y sería posible –en principio– detectar la onda asociada, ¿cómo?

Estos postulados de De Broglie, basados exclusivamente en argumentos teóricos, fueron confirmados experimentalmente por C. J. Davisson (1881–1958) y L. H. Germer, en 1926. En 1927, G. P. Thomson

(1892–1975), el hijo del descubridor del electrón, demostró experimentalmente que los haces de electrones se difractan al pasar a través de películas delgadas y confirmó la validez de la expresión (19.2).

En la Fig. 19.1 se reproduce una fotografía en la que se muestra la figura de difracción correspondiente a un haz de rayos X (a), a un haz de electrones (b) y (c) de neutrones. Esta es una prueba definitiva sobre el carácter ondulatorio de los electrones, de los rayos X, y de los neutrones; compara esta figura con la 17.10. ¿Qué consecuencias extraes?

Por lo tanto, no sólo los electrones, sino todas las partículas materiales, con carga eléctrica o no, presentan características ondulatorias en su propagación, al someterlas a los experimentos típicos de la Óptica Física; esto se ha comprobado, también, experimentalmente. **La existencia de ondas de materia es un fenómeno completamente comprobado.**

La materia como la radiación, igual para λ largas como para cortas, presentan un aspecto tanto corpuscular como ondulatorio. El *aspecto corpuscular se pone de manifiesto cuando se tratan los fenómenos de absorción o emisión de la radiación por la materia; los aspectos ondulatorios cuando se considera su propagación a través de un medio.*

Ahora bien, los aspectos ondulatorios de su movimiento, son tanto más difíciles de observar cuanto más pequeña sea su λ asociada (19.2), ¿por qué?

Debido al pequeño valor de h , los aspectos ondulatorios de la materia en el mundo macroscópico se encuentran enmascarados y no es posible detectarlos, ya que deben tener momentos lineales muy pequeños para obtener λ medibles (ejercicio 19.1). Para las partículas macroscópicas la masa es tan grande, que su momento lineal hace que la longitud de onda de De Broglie (19.2) sea tan pequeña que se encuentra fuera del rango de posibilidades experimentales de medida. En estas circunstancias la Mecánica Clásica es adecuada para tratar los fenómenos en dicho dominio.

En el mundo microscópico, las masas de las partículas son tan pequeñas, que su momento lineal también lo es, aún a velocidades elevadas; la longitud de onda de De Broglie es lo suficientemente grande, comparada con las dimensiones del sistema de interés (por ejemplo átomos), que sus propiedades ondulatorias son observables. Pero hemos de insistir que en su interacción con los medios materiales, por ejemplo al detectarlas en un blanco, el aspecto corpuscular predomina, aunque su λ sea grande. De hecho, los casos que han recibido confirmación experimental son partículas elementales, moléculas de hidrógeno, átomos de helio, etc. en los que la materia presenta longitudes de onda de De Broglie largas (19.2).

Una aplicación práctica del carácter ondulatorio de las partículas elementales y concretamente del electrón, es el **microscopio electrónico**. En este microscopio se utiliza un haz de electrones «para iluminar» la muestra que se desea observar, en vez de luz. ¿Cómo es posible esto?, ver cuestión 2.

La Física Clásica no estaba preparada para interpretar esta nueva visión de los fenómenos de la naturaleza ni la misma estructura interna de ésta. Para la Física Clásica la energía puede ser transportada tanto

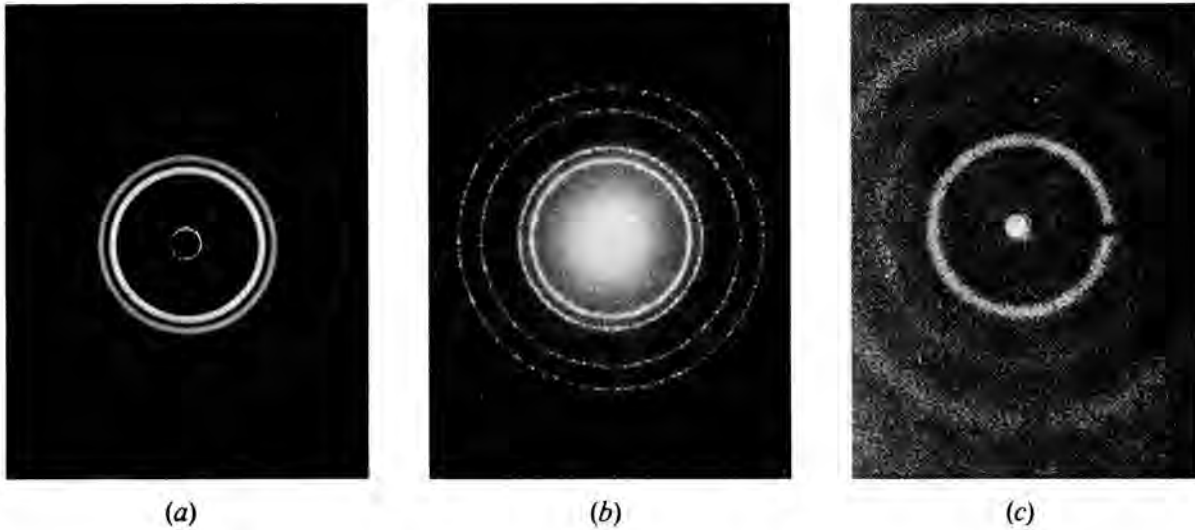


FIG. 19.1

por ondas como por partículas. A partir de las experiencias que interesan estudiar (por ejemplo, ondas en la superficie de un líquido o balas incidiendo sobre un blanco) se construye un modelo ondulatorio o uno corpuscular, para el fenómeno macroscópico específico.

A los físicos que tenían esta mentalidad, les resultaba sorprendente que se hubiesen llegado a la conclusión de que para entender el fenómeno de la radiación se tuviese que utilizar un modelo corpuscular en ciertas ocasiones (por ejemplo, en el efecto fotoeléctrico), y un modelo ondulatorio en otras (por ejemplo, en la difracción de los rayos X.).

El nexo de unión entre ambos modelos lo proporciona una **interpretación probabilística de la dualidad onda-corpúsculo**. En el caso de la radiación fue Einstein el que unificó la teoría ondulatoria y la corpuscular; posteriormente Max Born (1882 – 1970) aplicó un argumento similar para unificar ambas teorías en el caso de la materia. La unificación establecida por Born tuvo lugar después de que E. Schrödinger (1887 – 1961) estableciese una teoría ondulatoria (Mecánica Cuántica) para la materia.

A las ondas de materia, no sólo se les asocia una λ y una ν , sino también una amplitud; de esta manera se introduce una función $\psi(r, t)$ que representa a la onda de De Broglie y que se le llama **función de onda**. Esta función cumple la llamada **ecuación de Schrödinger**. Si la partícula se está moviendo en una región donde existe un potencial $V(r, t)$, dicha ecuación es:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + V(r, t)\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (19.3)$$

ψ es una función compleja, no real, de r y t ; $\langle \psi^2 \rangle$ representa una **medida de probabilidad de encontrar la partícula en la unidad de volumen, para una región y tiempo dados**. En la ecuación (19.3), i representa la unidad imaginaria y \hbar la constante de Planck racionalizada.

Según Einstein, en los fenómenos de radiación no es posible especificar la posición exacta de un fotón en un instante dado, sino sólo la probabilidad de encontrarlo en una cierta región del espacio en dicho instante. De igual manera en la interpretación estadística de la función de onda, no se puede especificar la posición exacta de

una partícula en un instante, sino únicamente la probabilidad de encontrarla en una pequeña región alrededor de dicho punto.

PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE

Las principales leyes de la Física Clásica son determinísticas; por otra parte, según N. Bohr y W. Heisenberg (1901 – 1976) –físico alemán que realizó una formulación alternativa de la Mecánica Cuántica, llamada Mecánica Matricial– la interpretación probabilística es fundamental, *desde el punto de vista conceptual*, en la Física Cuántica, teniendo que descartarse totalmente el determinismo.

Al realizar una medida cualquiera, el observador siempre interacciona con el sistema perturbándolo. Dentro del marco de la Física Clásica estas perturbaciones son pequeñas, o por lo menos controlables y se pueden predecir mediante cálculos adecuados. En la Mecánica Cuántica no ocurre esto, como Heisenberg y Bohr indicaron.

Según la Mecánica Cuántica, *no se puede determinar simultáneamente mediante experimentos, la posición y el momento de la materia o de la radiación*. No se pueden determinar con una precisión mayor que la indicada mediante el **principio de incertidumbre o de indeterminación de Heisenberg**.

El principio establece que mediante un experimento no podemos **simultáneamente** determinar el valor preciso de una componente del momento, por ejemplo, p_x de una partícula y el de la coordenada correspondiente, x . Nuestra precisión en la medida está limitada inherentemente por la naturaleza, no por la calidad del instrumento de medida. Esta limitación viene impuesta por el propio procedimiento de medida (la perturbación que se introduce en un sistema al

observarlo, es decir, al hacer alguna medida sobre el mismo):

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar/2 \quad (19.4)$$

que nos indica que si p_x se conoce con una incertidumbre Δp_x , la posición x de la partícula la podemos conocer en el mismo instante con una incertidumbre mínima Δx que verifica (19.4); Δx y Δp_x representan las desviaciones cuadráticas medias de x y p_x respectivamente.

Relaciones semejantes a (19.4) se establecen para las otras componentes del momento lineal, así como para las del momento angular. Es importante resaltar que aunque tuviésemos un instrumento de medida perfecto (!), la precisión en Δx no podría ser mayor que la dada por (19.4).

En (19.4) intervienen el producto de las incertidumbres (la precisión es la inversa de la incertidumbre) de p_x y x ; esto implica que cuanto más modifiquemos el experimento para mejorar la medida de p_x , menos precisa tenemos la determinación de la posición de la partícula. En el caso límite si p_x se conoce con toda precisión ($\Delta p_x = 0$), no conocemos nada acerca de la posición de la partícula ($\Delta x = \infty$), ¿por qué?

Pero la restricción que establece (19.4) no está en la incertidumbre con que se puede medir x ó p_x , sino en el producto de las incertidumbres, o de las precisiones, $\Delta p_x \Delta x$ que se puede alcanzar en la **medida simultánea** de ambas magnitudes.

Ejercicio 19.2

Una partícula de 50 gr de masa se desplaza, según el eje de abscisas, con una velocidad de 300 m s^{-1} . Un electrón ($m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$) se mueve con la misma velocidad de la partícula anterior. Ambas velocidades se han medido con una incertidumbre del 0,01%. ¿Con qué incertidumbre se puede localizar la posición del electrón y de la partícula, si dicha posición se mide en el mismo experimento simultáneo con la velocidad?

Solución:

Apliquemos (19.4) a la partícula (a) y al electrón (b):

a) $p_x = mv_x = 15 \text{ kg m s}^{-1}$

$$\Delta p_x = m \Delta v_x = 1,5 \times 10^{-3} \text{ kg m s}^{-1}$$

por lo tanto,

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{4\pi \Delta p_x} = 3,5 \times 10^{-30} \text{ m}$$

b)

$$p_x = 2,7 \times 10^{-28} \text{ kg m s}^{-1} \quad , \quad \Delta p_x = 2,7 \times 10^{-32} \text{ kg m s}^{-1}$$

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{4\pi \Delta p_x} = 1,9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Luego, para partículas macroscópicas, el principio de incertidumbre no impone prácticamente restricciones a la precisión con que se puede localizar una partícula, simultáneamente con la medida de su velocidad. En este ejercicio Δx es del orden de 10^{-30} veces el diámetro de un núcleo atómico (!). Pero para «partículas» microscópicas como un electrón, existen límites prácticos considerables, en este ejercicio $\Delta x_{\text{electrón}}$ es 10^{12} veces el diámetro de un átomo (!).

§ 19.2 EMISION Y ABSORCION DE RADIACION ELECTROMAGNETICA POR LOS ATOMOS

Los átomos se pueden excitar y pasar a un estado energético superior al correspondiente al estado fundamental. La excitación se puede llevar a cabo por diferentes medios: descarga eléctrica en un gas, mediante colisiones inelásticas con electrones, calentando el sólido o gas del que forman parte, etc. Experimentalmente se sabía desde el s. XIX que *los átomos emiten el exceso de energía conseguido mediante la excitación, en forma de energía electromagnética*; al emitir la radiación vuelven a su estado fundamental.

Una característica importante es que **la radiación emitida por cada sustancia está compuesta por un conjunto de frecuencias $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots$, que son específicas de la sustancia de que se trate**. El conjunto de frecuencias características recibe el nombre de **espectro de emisión** de la sustancia.

Los espectros de emisión de átomos, moléculas y núcleos presentan diferencias acusadas. Los atómicos se encuentran, generalmente, en las regiones visible y ultravioleta (§ 17.4), y están compuestos por frecuencias tan separadas en el espectro de *OEM*, que aparecen como líneas, cuando se registran en un espectroscópio (instrumento que sirve para observar los espectros). Por esta razón, reciben el nombre de **espectros de línea** (Fig. 19.2).

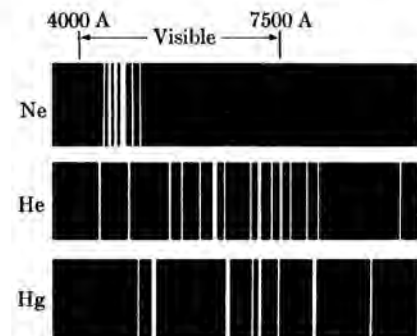


FIG. 19.2

Los espectros moleculares se extienden desde el infrarrojo (§17.4) al ultravioleta, estando compuestos por grupos de frecuencias de valores cercanos; por esta razón, en un espectroscopio con bajo poder de resolución aparecen como bandas brillantes, recibiendo el nombre de **espectros de bandas**. Los espectros nucleares emiten radiaciones que se encuentran en la región de los rayos γ ; las frecuencias se encuentran distribuidas de forma compleja.

Al estudiar el modelo de Bohr para el átomo de hidrógeno daremos la interpretación de los espectros de líneas, así como la razón de por qué son característicos de cada sustancia.

Consideremos ahora, los efectos cualitativos de la absorción de radiación electromagnética por los átomos. Cuando esto ocurre, los campos eléctricos y magnéticos de la *OEM* perturban el «movimiento» de las cargas eléctricas que forman los átomos. Experimentalmente se encuentra que éstos absorben de forma selectiva, y específica de la sustancia de que se trate, una serie de frecuencias presentes en la radiación incidente. Las frecuencias que absorben constituyen el **espectro de absorción** de la sustancia. Al absorber radiación electromagnética, el átomo pasa a un estado excitado, de mayor energía que el inicial.

Experimentalmente se encuentra, que **las frecuencias presentes en el espectro de absorción de una sustancia, también se observan en su espectro de emisión**. En la Fig. 19.3 se muestran los espectros de absorción y emisión correspondientes al sodio.

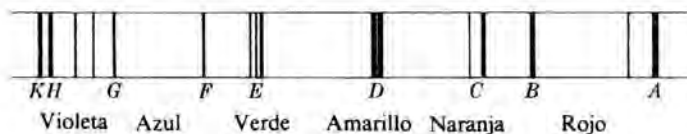


FIG. 19.4

Cuando la luz de un cuerpo incandescente se hace pasar a través de un espectroscopio (el más simple puede ser un prisma) se obtiene un **espectro continuo**. Su configuración depende exclusivamente de la temperatura a que se encuentre el cuerpo incandescente.

La espectroscopía es una técnica experimental de gran importancia en Química, para determinar la composición de un gas, líquido, sólido o de una disolución.

No creemos adecuado, a nuestro nivel, entrar en las razones fundamentales que determinan los espectros: la interacción de la radiación electromagnética (fotones) con los electrones ligados a los núcleos.

§ 19.3 RESUMEN DE LAS TEORIAS Y PROPIEDADES DEL ATOMO

Hacia 1910 ya existían pruebas experimentales, (por ejemplo, la dispersión de rayos X por los átomos, el efecto fotoeléctrico, etc) de que los átomos contenían electrones. Dichos experimentos indicaban que Z , número de electrones de un átomo (**número atómico**), era aproximadamente igual a $A/2$, donde A es el **número másico** del átomo en cuestión. Como los átomos son normalmente neutros, debían contener también cargas positivas en igual magnitud que la carga negativa equivalente a su número normal de electrones. Un átomo neutro, es decir, no ionizado, debería tener una carga negativa $-Z|e|$, donde $|e|$ es la carga del electrón, y una carga positiva de la misma magnitud. Como la masa de un electrón era muy pequeña comparada con la del átomo más ligero, se pensaba que la mayor parte de la masa del átomo estaba asociada con la carga positiva.

J. J. Thompson (el que midió la relación e/m para el electrón, 1907-1910) propuso, por vez primera, una descripción posible o modelo sobre la distribución de cargas positivas y negativas dentro del átomo. En el **modelo de Thompson**, los electrones cargados negativamente se encontraban localizados dentro de una distribución continua de cargas positivas. Esta se suponía que tenía forma esférica, de radio aproximado 10^{-10} m. Este valor se obtenía a partir de la densidad típica de un sólido, de su peso atómico y del número de Avogadro, ¿cómo se podía hacer este cálculo? Debido a su repulsión mutua los electrones se debían de encontrar uniformemente distribuidos en el seno de la esfera de carga positiva.

El modelo era incapaz de interpretar, cuantitativamente, los espectros atómicos observados. Sin embargo, la prueba definitiva acerca de lo inadecuado del modelo se obtuvo en 1911 por E. Rutherford, a partir del análisis del experimento de dispersión de partículas α (núcleos de átomos de helio) por los átomos. Dicho análisis demostraba que la carga positiva debía de estar concentrada en una pequeña región, o núcleo, en el centro del átomo, en vez de distribuida a través de todo él. Este experimento, que se encuentra descrito en todos los libros elementales, representó uno de los

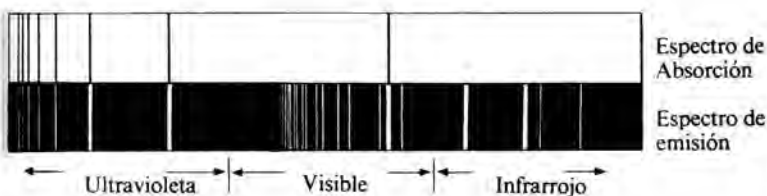


FIG. 19.3

Los espectros de absorción fueron descubiertos, en 1802, por el inglés W. Wollaston, al analizar la luz procedente del Sol mediante un espectroscopio. Posteriormente, J. Fraunhofer (18.11) utilizando instrumental más preciso, registró de nuevo el **espectro solar**, identificando una serie de líneas oscuras (llamadas en su honor **líneas de Fraunhofer**). En este espectro aparecen una serie de líneas oscuras sobre un fondo *continuo* de colores; sus frecuencias se extienden desde la región infrarroja hasta el ultravioleta. En la Fig. 19.4 se representan unas pocas líneas de Fraunhofer, correspondientes a la parte visible del espectro solar.

El químico alemán J. Kirchhoff interpretó en 1859 el significado de estas líneas. Según él, eran debidas a la absorción de las correspondientes frecuencias por los átomos y moléculas presentes en la atmósfera solar y terrestre, a través de las cuales pasa la radiación electromagnética emitida por el Sol.

Las mismas líneas se encuentran en los espectros procedentes de las estrellas. Este método de análisis espectral (espectroscopía) es una técnica experimental muy poderosa para explorar el Universo desde la Tierra.

logros más importantes de la Física Atómica y el nacimiento de la Física Nuclear.

En el **modelo de Rutherford**, acerca de la estructura del átomo, toda su carga positiva y, como consecuencia, prácticamente toda su masa, se suponía concentrada en una pequeña región, situada en su centro, que recibió el nombre de **núcleo**. Incluso llegó a calcular el tamaño máximo que podía tener dicho núcleo; por ejemplo, dedujo que el núcleo del Al debía ser del orden de 10^{-14} m = 10 F (la unidad de distancia utilizada en Física Nuclear es el Fermi, $1 \text{ F} = 10^{-15}$ m; $1 \text{ F} = 10^{-5}$ Å, donde Å, el angstrom, es la unidad utilizada en la Física Atómica).

Las principales dudas acerca de la validez de este modelo surgían al considerar la estabilidad del átomo que proponía. Si se suponía que los electrones se encontraban quietos, no existe ninguna forma en que pudiesen distribuirse, para evitar que se precipitasen sobre el núcleo, debido a la fuerza de atracción de Coulomb (5.15). Esto no podía admitirse puesto que implicaba un radio atómico del orden del nuclear; diversos experimentos demostraban que el radio atómico era cuatro órdenes de magnitud mayor que el nuclear.

Se podía suponer que los electrones se mueven alrededor del núcleo, en órbitas semejantes a la de los planetas en su movimiento alrededor del Sol. Este sistema era mecánicamente estable (ejercicio 6.3), como le ocurre al sistema solar. Ahora bien, se presentaba en la escala atómica un problema que no existía en el sistema planetario. Toda carga acelerada, y el electrón lo está en su movimiento alrededor del núcleo, emite radiación electromagnética según la teoría del electromagnetismo clásico –por cierto, ¿cómo el electrón está acelerado si su velocidad lineal es constante?–, la energía electromagnética emitida, lo es a expensas de la energía mecánica del electrón, por lo tanto, éste debería describir una espiral, hasta terminar precipitándose en el núcleo. Se presentaba la misma dificultad anterior; pero, además, según este proceso, debería existir un espectro de radiación continuo, que sería emitido durante el mismo, este hecho también se encontraba en contradicción con el espectro que se sabía que emitían los átomos (19.2)

MODELO DE BOHR

La dificultad con la estabilidad de los átomos condujo a un modelo muy simple de la estructura atómica. Niels Bohr lo propuso en 1913, y uno de sus éxitos más espectaculares fue que predecía correctamente el espectro de radiación emitido por ciertos átomos.

Los *postulados fundamentales* en que estaba basado el **modelo de Bohr** eran:

- 1º. Un electrón en un átomo se mueve en una órbita circular alrededor del núcleo, bajo la influencia de la fuerza atractiva de Coulomb entre el electrón y el núcleo, de acuerdo con las leyes de la Mecánica Clásica (ejercicio 6.3).
- 2º. En vez de las infinitas órbitas que son posibles según la Mecánica Clásica, sólo puede moverse el electrón en aquellas órbitas para las cuales su momento angular orbital (8.25) L_{CDM} es un múltiplo entero de \hbar . Esta cuantificación de L da lugar a una cuantificación de la energía (19.9). Luego, la energía del electrón en un átomo sólo puede tener ciertos valores: E_1, E_2, E_3, \dots . Los es-

tados correspondientes a estos valores reciben el nombre de **estados estacionarios**.

- 3º. A pesar de tener una aceleración constante, un electrón que se mueve en las órbitas permitidas no radia energía electromagnética. Por lo tanto, su energía total E permanece constante.
- 4º. Si un electrón emite radiación electromagnética, es porque inicialmente se está moviendo en una órbita cuya energía total es E_i y cambia de forma discontinua su movimiento, de modo que pasa a otra órbita de energía total E_f ($E_i > E_f$). La radiación emitida es de una frecuencia ν , tal que:

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} \quad (19.5)$$

Si absorbe radiación electromagnética, también pasa de un estado estacionario a otro ($E_i \rightarrow E_f$, $E_f > E_i$).

El primer postulado basa el modelo Bohr en la existencia del núcleo atómico. En el segundo, introduce la cuantificación. Ahora bien, existe una diferencia fundamental entre la cuantificación del modelo angular orbital del electrón en su órbita, propuesta por Bohr, y la cuantificación de la energía de una partícula, propuesta por Planck (§ 18.5); según éste, para un electrón, por ejemplo, su energía debía ser:

$$E = n h \nu \quad (19.6)$$

La de Bohr da lugar a una cuantificación de la energía:

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{(4 \pi \epsilon_0)^2 2 \hbar^2 n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (19.7)$$

Ejercicio 19.3

A partir de los resultados del ejercicio 6.3 y de la cuantificación del momento angular orbital: $L = n\hbar$, calcular la expresión de los radios de las órbitas permitidas, las velocidades de los electrones en ellas y la energía de un electrón en dichas órbitas permitidas.

Solución:

En el ejercicio 6.3, utilizando razonamientos puramente clásicos, habíamos obtenido la expresión de la velocidad (6.24) y del radio de la órbita del electrón. En el apartado c) introduciendo la condición $l = \hbar$ habíamos calculado el valor de dichas magnitudes (6.28) y (6.27).

Si introducimos la cuantificación propuesta por Bohr: $l = n \hbar$, $n = 1, 2, 3, \dots$, se obtiene:

$$r_n = \frac{4 \pi \epsilon_0 n^2 \hbar^2}{m e^2}, \quad v_n = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 n \hbar} \quad (19.8)$$

$n = 1$ corresponde al **estado fundamental** del átomo.

La energía total del electrón es: $E = E_c + U$.

La energía potencial del electrón en el campo creado por el núcleo vale (12.7); dicha energía es negativa, ¿por qué? ¿Que significado tiene $U < 0$? La energía cinética se puede calcular fácilmente, ¿cómo? Sustituyendo los valores de E_c y U , se obtiene para la energía total:

$$E_n = - \frac{m_e e^4}{(4 \pi \epsilon_0)^2 n^2 \hbar^2} \quad (19.9)$$

Comprueba que $E = -E_c$. ¿Qué consecuencias puedes extraer a partir de la interpretación de las curvas de energía potencial (§ 11.1)?

El tercer postulado elimina al problema de la estabilidad de un átomo moviéndose en una órbita circular, debida a la emisión de radiación electromagnética, según requiere la teoría clásica; para ello, simplemente postula que este aspecto particular de dicha teoría no es válido para un electrón en un átomo. El postulado estaba basado en que se observaba experimentalmente que los átomos eran estables, aunque no lo predijese la teoría clásica.

El cuarto postulado era el de Einstein, ya comentado en (§ 18.5).

Realmente, los postulados de Bohr son una mezcla de Física Clásica y no Clásica. ¿Cuáles pueden explicarse dentro de un marco clásico y cuáles no? ¿Por qué?

A partir de este modelo, se explicaba correctamente el espectro de emisión del átomo de hidrógeno y de los átomos de helio ionizado H_2^+ , es decir, de los *átomos con un solo electrón*.

La predicción realizada por el modelo de Bohr sobre la cuantificación de la energía, fue confirmada experimentalmente por Franck y Hertz en 1914.

El éxito del modelo de Bohr, constatado por los resultados experimentales, alcanzó gran resonancia; pero acentuó la naturaleza misteriosa de los postulados en que estaba basado. Uno de los mayores misterios era la relación entre la cuantificación del momento angular de un electrón describiendo una órbita circular, propuesta por Bohr, y la de Planck para la energía total de un electrón, por ejemplo, que tuviese un movimiento armónico simple. En 1916, C. Wilson y A. Sommerfeld dieron la solución, al enunciar un conjunto de **reglas para la cuantificación** de cual-

quier sistema físico, cuyas coordenadas fuesen función del tiempo. Dichas reglas incluían a la cuantificación de Planck y de Bohr como casos especiales.

En 1924 L. de Broglie dio una interpretación más física a la regla de cuantificación de Bohr. Según De Broglie, las órbitas permitidas son aquellas en las que la circunferencia de la órbita contiene exactamente un número de longitudes de onda de De Broglie (19.2).

En efecto, según Bohr: $l = n \hbar$; teniendo en cuenta (19.1) y sustituyendo en (19.2):

$$r_n = n \lambda / 2 \pi \quad (19.10)$$

Para $n = 1$, como $r = 5,3 \times 10^{-11}$ m y $\lambda = 33 \times 10^{-11}$ m comprobamos la validez de (19.10). Por lo tanto, la longitud de la órbita de un electrón en un átomo de hidrógeno, corresponde a una longitud de onda completa de la onda asociada, que se cierre sobre sí misma (Fig. 19.5).

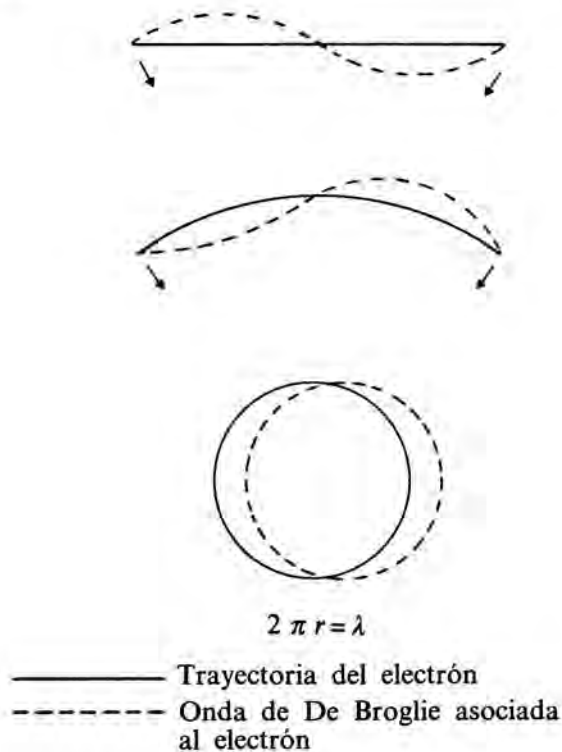


FIG. 19.5

Para las órbitas correspondientes a estados diferentes del fundamental ($n = 1$), el razonamiento es análogo. La regla general es que *la onda resultante para cada órbita* (es decir, para cada valor de n) *tendrá una intensidad nula en cualquier punto, a menos que en los puntos correspondientes a posiciones diametrales en la órbita, la onda se encuentre exactamente en fase*. De este modo, las ondas se cierran perfectamente en cada órbita y no da lugar a efectos destruc-

tivos por interferencias (Fig. 19.6). Como la intensidad media de las ondas, $\langle \psi^2 \rangle$ representa una medida de donde se puede localizar el electrón, se interpreta como que el electrón no puede encontrarse en una órbita a la que no le corresponda un múltiplo entero de λ .

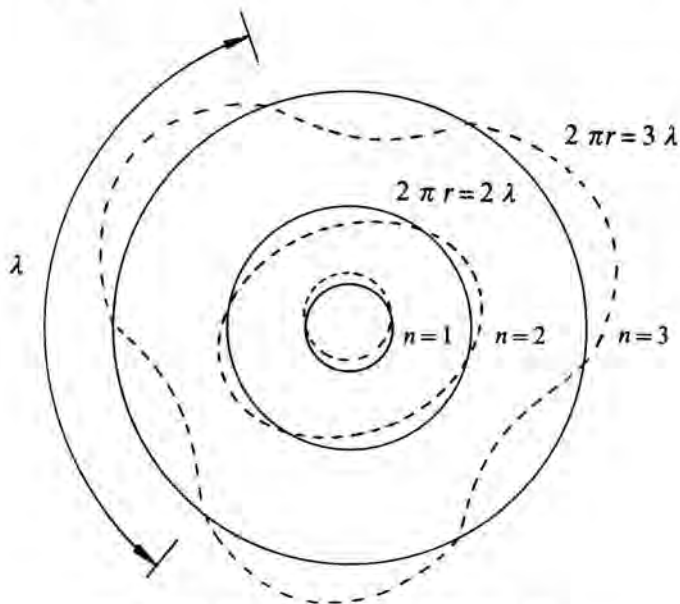


Ilustración de las ondas estacionarias de De Broglie correspondientes a las tres primeras órbitas de Bohr.

FIG. 19.6

Esta interpretación gráfica de la onda asociada, no da la imagen de una onda progresiva, sino más bien de una onda estacionaria (Fig. 16.14).

Sommerfeld aplicó este modelo al átomo de hidrógeno, suponiendo que las órbitas eran elípticas, en vez de circulares; de esa forma logró explicar la estructura fina que se observaba en su espectro (**multi-pletos**).

Todas las ideas presentadas hasta el momento se encuentran dentro del marco denominado Antigua Teoría Cuántica; esta teoría fue muy fructífera en la interpretación de diferentes fenómenos físicos del mundo microscópico, por ejemplo, la interpretación del calor específico de los sólidos a bajas temperaturas. Sin embargo tenía ciertos aspectos que eran criticables:

1. Sólo nos indica la forma de tratar a los sistemas que son periódicos: mediante la regla de cuantificación de Wilson-Sommerfeld; pero existen muchos sistemas físicos importantes que no tienen carácter periódico. Además, el número de sistemas periódicos para los que se puede encontrar una base física para dichas reglas, a partir de la relación de De Broglie, es muy pequeño.
2. La teoría nos permite calcular la energía de los estados permitidos para ciertos sistemas, así como la frecuencia de los fotones emitidos o absorbidos cuando realiza una transición entre estados permitidos. Sin embargo, no es posible calcular la velocidad a que se verifican dichas transiciones, es decir, el número de ellas por unidad de tiempo. No permite, por ejemplo, calcular la intensidad de las líneas espectrales; ni tampoco qué transiciones se observan y cuáles no.

3. La teoría sólo resulta satisfactoria cuando se aplica a átomos con un electrón. Los elementos alcalinos (Li, Na, K, Rb, Cs) pueden estudiarse de manera aproximada, por su semejanza, en muchos aspectos, con el átomo de hidrógeno. La teoría es incapaz de explicar el comportamiento del átomo de helio, que sólo contiene dos electrones.
4. Carece de la coherencia necesaria, para ser satisfactoria desde un punto de vista teórico e intelectual.

En 1925, E. Schrödinger (1887-1961) salvó estas dificultades al desarrollar su teoría de la Mecánica Cuántica. La Teoría de Schrödinger es, en algunos aspectos, muy diferente a la Antigua Teoría Cuántica. Por ejemplo, en ésta los electrones se mueven en órbitas perfectamente definidas, concepto que no tiene sentido en la Mecánica Cuántica. Su desarrollo se encuentra totalmente fuera del nivel de este texto.

§ 19.4 ESPECTROS ATOMICOS

El espectro del átomo de hidrógeno es relativamente simple (Fig. 19.7). Esto no es sorprendente ya que el hidrógeno, que contiene un único electrón, es el átomo más simple que existe. La mayor parte del Universo está formada por átomos de hidrógeno aislados, por lo tanto su espectro tiene un interés práctico considerable. Existen razones teóricas e históricas (§ 19.3), pues, que justifican su estudio.



FIG. 19.7

Su espectro se encuentra, aproximadamente, dentro del rango visible; en él, la distancia (en λ) entre líneas adyacentes disminuye a medida que lo hace λ ; la *serie de líneas* converge hacia el llamado *límite de la serie*, que se encuentra en los 3645,6 Å.

La regularidad del espectro de hidrógeno hizo que diferentes científicos buscaran una fórmula empírica que diese la λ de las diferentes líneas. Esta fórmula fue descubierta en 1885 por Balmer, y predecía las primeras nueve líneas de la serie. Este descubrimiento inició la búsqueda de fórmulas semejantes, que se aplicasen a las complicadas series de líneas que se observaban en los espectros de otros elementos. Este trabajo, realizado alrededor de 1890, fue llevado a cabo en su mayor parte por Rydberg.

En este tiempo, todavía no existía un modelo sobre la estructura del átomo, por lo que no se podían explicar de forma satisfactoria las diferentes características de los espectros atómicos. Por otra parte, la gran precisión que se alcanzó en la espectroscopia, imponía grandes condicionamientos a la exactitud con la que el modelo debía de prever las características cuantitativas del espectro.

Hacia 1913, Bohr desarrolló un modelo (§ 19.3) que era capaz de interpretar las líneas conocidas, y de prever la existencia de otras que todavía no habían

sido registradas experimentalmente. En el postulado cuarto (19.5), se encuentra el fundamento del espectro correspondiente a los átomos con un electrón.

Los diferentes estados estacionarios del átomo están caracterizados por unos valores discretos de la energía (19.9), que representamos esquemáticamente en la Fig. 19.8. El estado normal del átomo será aquel en que el electrón presente su energía mínima, es decir el estado con $n = 1$, que hemos llamado fundamental.

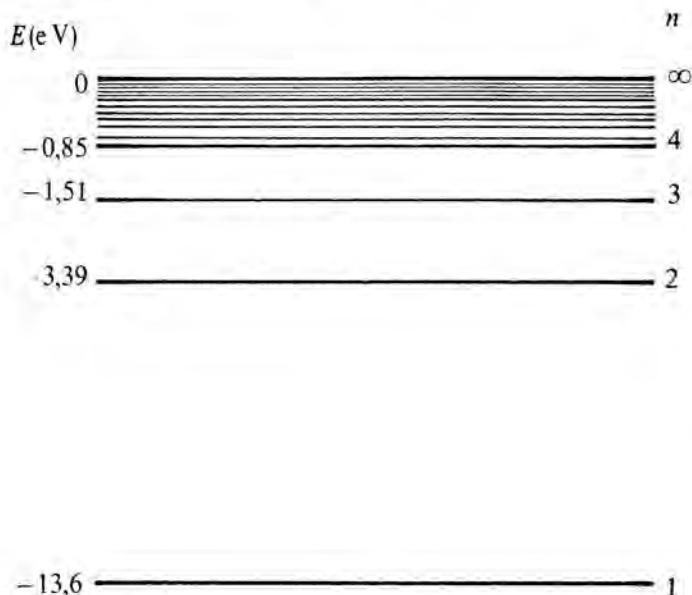


FIG. 19.8

En una descarga eléctrica, o en cualquier otro proceso, el átomo recibe energía debido a las colisiones entre fotones y el electrón; lo cual implica una transición del electrón a niveles de energía superior (**estados excitados**, $n > 1$).

Como sabemos (§ 7.5) todos los sistemas físicos tienden a su estado de mínima energía; el átomo, por lo tanto, emite el exceso de energía y vuelve al estado fundamental. Esto tiene lugar mediante una serie de transiciones en las cuales el electrón «va pasando» por estados excitados de energía cada vez menores, hasta llegar al fundamental. En cada transición se imite radiación electromagnética, cuya ν depende de la energía perdida por el electrón (es decir, de los valores inicial y final del número cuántico n). En una situación típica, el electrón puede excitarse hasta el estado $n = 7$ y «caer» sucesivamente a través de los estados $n = 4$ y $n = 2$, hasta $n = 1$. Tres líneas del espectro se emiten (19.14) para $n_i = 7$ y $n_f = 4$, $n_i = 4$ y $n_f = 2$, y $n_i = 2$ y $n_f = 1$.

En la medida de un espectro, tienen lugar un elevado número de procesos de excitación y relajación, presentándose todas las transiciones posibles; de ese modo se emite del espectro completo. Las λ^{-1} del conjunto de líneas que constituyen el espectro, vienen

dadas por (19.14), donde n_i y n_f pueden tomar todos los valores enteros, con tal de que $n_i > n_f$, ¿por qué?

Ejercicio 19.4

Calcular la frecuencia ν de la radiación electromagnética emitida por el electrón del átomo de hidrógeno, que realiza una transición desde el estado cuántico n_i al n_f ($n_i > n_f$).

Solución:

Se trata simplemente de expresar ν (19.5) en función de los números cuánticos inicial y final (19.9); al mismo tiempo, queremos definir una serie de parámetros que son relevantes en espectroscopía. Sustituyendo (19.9) en (19.5) se obtiene:

$$\nu = (1/4 \pi \epsilon_0)^2 \frac{m_e e^4}{4 \pi \hbar^3} (1/n_f^2 - 1/n_i^2) \quad (19.11)$$

Los espectroscopistas suelen utilizar el *número de onda* (16.4 y 9), definido como inverso de λ , para caracterizar a las líneas emitidas:

$$\chi = (1/4 \pi \epsilon_0)^2 \frac{m_e e^4}{4 \pi \hbar^3 c} (1/n_f^2 - 1/n_i^2) \quad (19.12)$$

a la constante:

$$R_\infty \equiv (1/4 \pi \epsilon_0)^2 \frac{m_e e^4}{4 \pi \hbar^3 c} = 1,0974 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad (19.13)$$

se le llama *constante de Rydberg*; por lo tanto:

$$\chi = R_\infty (1/n_f^2 - 1/n_i^2) \quad (19.14)$$

Según el modelo de Bohr, cada una de las cinco series conocidas del espectro del hidrógeno, surge de un subconjunto de transiciones en las que el electrón pasa a un cierto estado final n_f . Para la serie de Lyman $n_f = 1$; para la de Balmer $n_f = 2$; para la de Paschen $n_f = 3$; para la de Brackett $n_f = 4$; y para la de Pfund $n_f = 5$. Las tres primeras se representan esquemáticamente en la Fig. 19.9. La serie de Bamar se encuentra, en su mayor parte, en la región visible; la de Lyman en el ultravioleta, y las restantes en el infrarrojo. Las transiciones inversas a las indicadas en la Fig. 19.9, corresponden al espectro de absorción; normalmente sólo se observan las líneas correspondientes a la serie de Lyman, ya que el átomo se en-

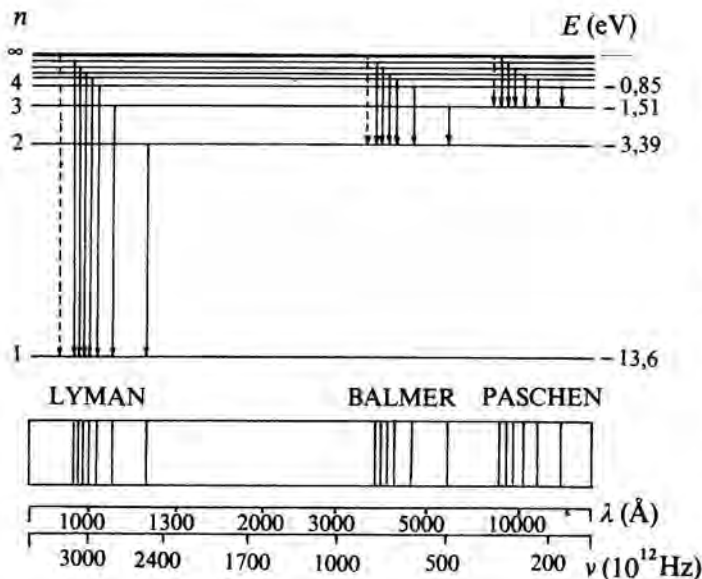


FIG. 19.9

cuentra usualmente en el estado fundamental. ¿Puedes justificarlo?

El éxito de Bohr fue espectacular, ya que cuando desarrolló su modelo no habían sido descubiertas todavía las series de Lyman, Brackett y Pfund; su existencia fue predicha, y pronto se encontraron experimentalmente por las personas que dieron sus nombres a las diferentes series.

La Fig. 19.10 indica que a medida que n se hace mayor, los niveles energéticos se encuentran más juntos, llegando a constituir una *banda* cuasi-continua de valores permitidos de la energía (la separación entre niveles puede llegar a ser del orden de 10^{-6} eV (!)). Cuando las transiciones tienen lugar entre estados estacionarios pertenecientes a esta zona prácticamente continua, se presentan los *espectros continuos*, a los que aludimos en § 19.2.

En el caso de átomos con muchos electrones, los espectros son extraordinariamente complejos. Su estudio se encuentra fuera del nivel de este texto; sólo diremos que es necesario distinguir, en estos casos, entre transiciones en las que intervienen electrones de valencia y las que verifican los de capas profundas. Las primeras dan lugar al llamado normalmente *espectro óptico*; las segundas a los *espectros de rayos X*.

Ejercicio 19.5

Calcular: a) la energía de enlace del átomo de hidrógeno, b) la energía necesaria para excitarlo hasta el estado de menor energía ($n=2$), c) λ de la línea que emite al volver al estado fundamental.

Solución:

Se trata de un simple ejercicio numérico, que nos permitirá fijar el valor de ciertos parámetros importantes del átomo de hidrógeno.

a) La **energía de enlace** es la energía que mantiene unido el electrón al núcleo; numéricamente es igual a la energía correspondiente al estado fundamental, ¿por qué? A partir de (19.9) con $n=1$: $E_1 = -13,6$ eV; calcula por ti mismo este valor. Esta energía recibe también el nombre de **energía de ionización**, ¿puedes justificar dicho nombre?

b) A partir de (19.9) con $n_i=1$ y $n_f=2$: $E_2 - E_1 = 10,2$ eV.

c) Según (19.5) y el resultado anterior: $\nu = 2,47 \times 10^{14}$ Hz $\rightarrow \lambda = 1,216 \times 10^{-7}$ m; la línea se encuentra en la región del ultravioleta, ¿por qué?

CUESTIONES

- * 1. ¿Por qué la naturaleza ondulatoria de la materia no es perceptible en nuestras observaciones diarias?
- * 2. ¿Es partícula un electrón? ¿Es una onda? Justificar la respuesta.
- * 3. Analogías y diferencias entre una onda de materia y una onda electromagnética.
4. Comparar la λ de un fotón, de 2 eV, correspondiente a la región visible del espectro, con las dimensiones de un átomo. Repetir la cuestión para un fotón de rayos γ de 1 MeV, respecto de las dimensiones nucleares. Comentar los resultados obtenidos.
5. Describe un experimento que confirme la existencia de ondas de materia.
6. ¿Cuáles son las principales objeciones que se pueden hacer al modelo de Thomson sobre el átomo?
7. ¿Por qué al estudiar el experimento de Rutherford se hace hincapié en que la lámina sobre la que incidían las partículas α era delgada? ¿Por qué se utilizaban átomos cuyo número másico, A , era pequeño?
8. Analogías y diferencias entre el modelo de Rutherford y el de Bohr sobre el átomo de hidrógeno.
- * 9. Comentar los postulados del modelo de Bohr sobre el átomo. ¿Postuló la cuantificación de la energía? Respecto de este punto, ¿qué es lo que en realidad postuló?
10. En el modelo de Bohr sobre el átomo de hidrógeno, la energía potencial del electrón—debida a su interacción con el núcleo—en las diferentes órbitas, siempre es negativa y de valor absoluto mayor que la cinética. ¿Qué significa esto desde el punto de vista físico?
11. ¿Cómo se aplican los resultados de los ejercicios 19.3 y 19.4 al átomo de helio ionizado, He^+ ?
12. Significado del adjetivo «estacionario», en la expresión «estados estacionarios».
13. ¿Qué es el espectro de emisión de un elemento? ¿Cómo está relacionado con su espectro de absorción?
- * 14. ¿Por qué normalmente el espectro de emisión parece presentar más líneas que el de absorción? ¿Cuál es la naturaleza de las líneas que no aparecen?
- * 15. Un átomo de hidrógeno, ¿puede absorber un fotón cuya energía sea superior a su energía de enlace 13,6 eV? Razonar la contestación.

PROBLEMAS

1. Calcular la longitud de onda de De Broglie «asociada» a un camión de 10 Tm cuya velocidad es de 100 km h⁻¹.
- * 2. Calcular la longitud de onda de De Broglie de: a) un electrón cuya velocidad es 1×10^8 ms⁻¹, b) un electrón cuya velocidad es 2×10^8 ms⁻¹. Utilizar las expresiones relativistas en los cálculos. ¿Por qué se hace esta indicación?
- * 3. ¿Cómo se pueden distinguir experimentalmente un fotón cuyo momento lineal es 10^{-22} kg ms⁻¹ y un electrón con el mismo momento? ¿Cuál es la energía de cada uno de ellos? ¿Y la longitud de onda?

- * 4. ¿Cómo se puede distinguir experimentalmente entre una onda electromagnética de $\lambda = 10^{-11}$ m y un electrón cuya longitud de onda de De Broglie es 10^{-11} m?
- 5. Una bala de 40 gr se mueve con una velocidad de 1.000 m s^{-1} . a) ¿Cuál es la λ asociada? b) ¿Por qué la naturaleza ondulatoria de la bala no se pone de manifiesto mediante fenómenos de difracción?
- 6. Comparar la longitud de onda asociada a un electrón, un fotón y un neutrón, si todos ellos tienen una energía cinética de 1 MeV.
- 7. Un electrón de un átomo de hidrógeno pasa desde un estado cuya energía de enlace es $-0,85 \text{ eV}$ a otro en que es $-10,2 \text{ eV}$. ¿Cuánto vale la λ del fotón que emite? ¿a qué región del espectro pertenece?
- * 8. Se mide la velocidad, según el eje OX , de una partícula de 10^{-3} kg , con una incertidumbre de 10^{-7} ms^{-1} . Calcular el límite de la incertidumbre con la que se puede localizar simultáneamente la partícula: a) a lo largo del eje OX , b) a lo largo del eje OY . Repetir el problema para el caso de que la partícula sea un electrón.
- * 9. Demostrar para una partícula libre, que la relación de incertidumbre también se puede representar como

$$\Delta x \Delta \lambda \geq \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

donde Δx es la incertidumbre en la localización de la onda y $\Delta \lambda$ la incertidumbre simultánea de la longitud de onda.

- 10. Si $\Delta \lambda / \lambda = 10^{-7}$ para un fotón. ¿Cuál es el valor simultáneo de Δx para a) un rayo gamma, $\lambda = 5 \times 10^{-4} \text{ \AA}$? b) ¿Un rayo X, $\lambda = 5 \text{ \AA}$? c) ¿Un rayo de luz, $\lambda = 5.000 \text{ \AA}$?

- 11. Demostrar que la constante de Planck (h) tiene dimensiones de momento angular.
- *12. Demostrar que para todas las órbitas del modelo de Bohr, el cociente entre el momento magnético orbital del electrón y su momento angular orbital tiene el mismo valor.
- *13. Aunque no lo hallamos abordado en § 19.4, el teorema de conservación del momento lineal exige, para el caso unidimensional, que se cumpla en todo proceso de emisión: $E_2 - E_1 = h\nu +$ (energía cinética de retroceso del átomo). Justificarlo; resuelve ahora la cuestión 14.
- *14. Calcular la energía, el momento lineal y la longitud de onda del fotón emitido por un átomo de hidrógeno, que realiza una transición directa desde un estado excitado; caracterizado por $n = 10$, al estado fundamental. Calcular la velocidad de retroceso que sufre el átomo de hidrógeno en este proceso.
- 15. En el estado fundamental del átomo de hidrógeno, según el modelo de Bohr, calcular, a) el número cuántico, b) radio de la órbita, c) momento angular, d) momento lineal, e) velocidad angular, f) velocidad lineal, g) fuerza que actúa sobre el electrón, h) aceleración, i) energía cinética, j) energía potencial, k) energía total. Cómo varían las magnitudes b) y k) con el número cuántico.
- *16. Un átomo de hidrógeno se excita desde el estado $n = 1$ al $n = 4$. a) Calcular la energía que debe absorber el átomo para realizar esta transición. b) Calcular y representar en un diagrama de niveles de energía, las diferentes energías de los fotones que se emiten al volver el átomo a su estado fundamental. c) Calcular la velocidad de retroceso del átomo de hidrógeno en este proceso, si la transición desde $n = 4$ a $n = 1$ se realiza de forma directa.

INTRODUCCION A LA FISICA DEL NUCLEO

Se trata de un capítulo que, por su contenido, sólo abordaremos a nivel cualitativo y descriptivo; en él representaremos las principales propiedades del núcleo (§ 20.1); las transformaciones (espontáneas o provocadas) que tienen lugar en el mismo (§ 20.2); las reacciones nucleares más importantes, fisión y fusión, por ser la base de la energía nuclear (§ 20.3); y, por último, iniciaremos una introducción muy elemental a la Física de las partículas elementales. En cuanto a su desarrollo incluiremos, junto con la exposición —a un nivel adecuado— de los conceptos fundamentales relacionados con los contenidos anteriores, unas consideraciones sobre la evolución histórica de esta parte de la Física, aunque sin la sintetización, ni profundidad, con que lo hicimos en el capítulo XVIII.

Creemos que es conveniente decir algunas palabras acerca de las diferencias que existen entre el estudio del átomo, o de los sistemas de átomos, y el del núcleo; esta diferencia se establece tanto a nivel teórico, como experimental. Antes de desarrollarse la teoría que explicaba las propiedades de los átomos, ya se conocía con todo detalle la naturaleza básica de las *fuerzas electromagnéticas* que actuaban *sobre los electrones en el átomo*. Durante mucho tiempo en que se estuvieron estudiando las propiedades del *núcleo*, se conocía muy poco acerca de la naturaleza básica de las *fuerzas nucleares* (§ 5.4) que actuaban sobre los protones y neutrones en el núcleo. Hoy en día se tiene un conocimiento bastante completo acerca de dichas fuerzas, pero son tan complicadas que **no ha sido posible**, por el momento, **desarrollar una teoría del núcleo**. Es decir, no se pueden explicar todas las propiedades del núcleo en función de las propiedades de las fuerzas nucleares. Existen, no obstante, ciertos modelos o teorías rudimentarias cuya validez es limitada. Cada uno de ellos explica un cierto nú-

mero de propiedades nucleares, mediante el uso de argumentos que no incluyen todas las características de las fuerzas nucleares. Por esta razón, no incluiremos en este estudio ningún modelo acerca del núcleo.

La diferencia en el estudio experimental también es profunda; esta diferencia surge como consecuencia de sus energías características. La energía de enlace del núcleo es del orden de 1 MeV; la de los átomos de 1 eV (ejercicio 19.5). Debido a ello, los átomos son muy fáciles de excitar y presentan pocas dificultades en combinarse para formar moléculas y sólidos. Para los núcleos, se requieren circunstancias muy especiales para excitarlos, debido a su elevada energía de enlace. Son necesarios los aceleradores de partículas para lograr unos «proyectiles» de energía adecuada para lograr dicha excitación. Por ello, la Física del Núcleo y de las partículas elementales, recibe también el nombre de **Física de Altas Energías**.

La **Física de Altas Energías** se ocupa del estudio de los fenómenos que tienen lugar entre entes cuyas energías son muy elevadas, del orden digamos de los Ge V ($1 \text{ Ge V} = 10^9 \text{ eV}$); para alcanzar estas energías deben llevar velocidades muy próximas a la de la luz y poseer masas muy pequeñas, de lo contrario resulta prácticamente imposible obtenerlas. Se trata pues de los entes conocidos con el nombre de **partículas fundamentales** o **elementales**, ya que son los constituyentes últimos de la materia. Para alcanzar estas velocidades tan extraordinarias hay que hacer uso de los llamados **aceleradores de partículas** (especialmente los denominados sincrotrones, sincrociclotrones y betatrones). Al llevar las partículas velocidades próximas a la de la luz, su tratamiento teórico debe hacerse dentro del marco de la Teoría de la Relatividad Especial (§ 18.4). Desde el año 1947, la Física de Altas Energías se ha desarrollado como una nueva rama de la Física, ocupada en el descubrimiento de nuevas partículas elementales, en la determinación de sus propiedades y de las interacciones entre ellas: Como dijimos en la introducción del capítulo V, la interacción nuclear es otra de las interacciones fundamentales de la Naturaleza.

La **Física de Bajas Energías** se ocupa de los fenómenos que tienen lugar entre átomos, moléculas e incluso las partículas elemen-

tales más tradicionales, sin llegar a aquel límite de energías tan elevado y por consiguiente no necesita, en principio, el tratamiento relativista. Tanto la Física de Altas como la de Bajas Energías exigen para su tratamiento la Mecánica Cuántica (§ 19.1).

Como actividades complementarias es interesante que el alumno lea alguna historia de la Física que abarque el primer tercio del s. XX, que marca un verdadero período de oro, por lo fecundo del trabajo desarrollado. Es el comienzo de la nueva Mecánica Cuántica, de las teorías atómicas, de la unificación de la Teoría de la Relatividad y de la Cuántica, de las primeras reacciones nucleares, de la bomba atómica, de las antipartículas y antimateria, etc. Los nombres de N. Bohr, A. Sommerfeld, E. Schrödinger, W. Heisenberg, E. Fermi, L. Landau, P. Dirac, M. Curie, P. Kapitza, L. de Broglie, etc., han pasado a formar parte de la cultura científica de nuestro tiempo.

También sería conveniente hacer algún trabajo monográfico, desapasionado, sobre la energía nuclear como fuente alternativa de energía. Y, sobre todo, de las diferentes fuentes que se presentan, en el momento actual, como alternativas o suplementarias de la del petróleo o de la nuclear.

§ 20.1 PROPIEDADES BASICAS DEL NUCLEO

Las propiedades químicas de los átomos dependen casi por completo del comportamiento de los electrones, que se «mueven» en diferentes capas alrededor del núcleo. Las fuerzas interatómicas, que son el factor determinante de las propiedades físicas de los sólidos y líquidos, también dependen de forma casi exclusiva del comportamiento de los electrones. Por lo tanto, a partir de la Física del Átomo es posible interpretar las propiedades químicas y físicas de la materia a nivel macroscópico.

El estudio del núcleo permite explicar algunos de los detalles más finos de las propiedades macroscópicas de la materia y, sobre todo, abre un camino, todavía parcialmente explorado, en la búsqueda de la naturaleza básica de la materia y de sus componentes más elementales.

El núcleo está *compuesto por protones y neutrones*, según una hipótesis que estableció inicialmente W. Heisenberg. *Contiene aproximadamente el 99,9% de la masa del átomo*; proporciona una carga positiva que neutraliza la carga negativa de los electrones, y actúa casi como un centro estacionario de atracción para los electrones. La masa en reposo de estas partículas constituyentes del núcleo es:

$$m_p = 1,0075975 \pm 0,000001 \text{ uam} \\ = (1836,09 \pm 0,01) m_e$$

$$m_n = 1,008982 \pm 0,000003 \text{ uam} = \\ (1838,63 \pm 0,01) m_e$$

donde las masas se han expresado en unidades atómicas de masa (1 uam = $1,65976 \times 10^{-27}$ kg y representa un dieciseisavo de la masa del átomo de oxígeno de número másico 16). Las masas de los átomos y partículas elementales es costumbre medirlas en estas unidades.

El *protón tiene una carga eléctrica igual en valor absoluto a la del electrón*. El *neutrón no tiene carga eléctrica*, ¿cómo se pudieron determinar experimentalmente estas propiedades?, *su masa es alrededor de un 0,14% mayor que la del protón*. Al conjunto de las partículas que forman el núcleo se les llama **nucleones**, ya que poseen características prácticamente idénticas, a excepción de sus cargas eléctricas, pero *las fuerzas electromagnéticas no son fundamentales en el interior del núcleo*.

Si llamamos A al número másico, Z al atómico y N al número de neutrones en el núcleo, se verifica:

$$A = Z + N \quad (20.1)$$

¿que representa físicamente A ?, ¿coincide con la masa del núcleo? Realmente se trata de un número entero, el más cercano a la masa del núcleo expresada en uam. Si X es el símbolo químico de un elemento, es costumbre representar su núcleo mediante el símbolo:

$${}_Z X^A \equiv \begin{matrix} \text{numero de} \\ \text{protones} \end{matrix} X \begin{matrix} \text{numero de nucleones} \end{matrix} \quad (20.2)$$

Sabemos que para cualquier elemento el número de protones es fijo, ¿por qué?, pero el número de neutrones en el núcleo puede variar. Los diferentes núcleos correspondientes a un elemento dado con diferentes números másicos (y el mismo Z , por supuesto), reciben el nombre de **isótopos** de dicho elemento (de «isos» igual y «topos» lugar, es decir, que ocupan el mismo lugar en la tabla periódica). El uranio, por ejemplo, presenta diversos isótopos, la mayor parte de los cuales son inestables y dos de ellos radiactivos: ${}_{92}U^{235}$, ${}_{92}U^{239}$; de los estables el más abundante es el ${}_{92}U^{238}$.

Mediante el análisis de la dispersión de las partículas α , por parte de núcleos de número másico pequeño (Ag, Au) se llegó a la conclusión (experimentos de Rutherford) de que *el núcleo ocupa un pequeñísimo volumen en el interior del átomo*, ya que su radio es del orden de los 10 fermis (§ 19.3), es decir, 10^{-5} veces el del átomo. Su dependencia con el número másico es aproximadamente de la forma:

$$R = R_0 A^{1/3} \quad (20.3)$$

donde $R_0 = 1,2 \times 10^{-15}$ m. Como consecuencia, la densidad de la materia en el interior del núcleo es extraordinariamente elevada; la densidad es aproximadamente constante para todos los núcleos y es unas $2,3 \times 10^{14}$ veces mayor que la del agua (!). La distancia media entre nucleones adyacentes es aproximadamente constante, ¿por qué?, su valor es igual a $1,9 \times 10^{-13}$ cm, por lo tanto, el «radio» de un protón o un neutrón es aproximadamente de $0,8 \times 10^{-13}$ cm. ¿Puede el alumno justificar todos estos valores? ¿Qué hipótesis debe realizar?

Las características cualitativas de las fuerzas nucleares, ya las consideramos al tratar las interacciones fundamentales de la Naturaleza (§ 5.5); conviene que las repases ahora. En la Fig. 20.1 se resumen sus propiedades más importantes.

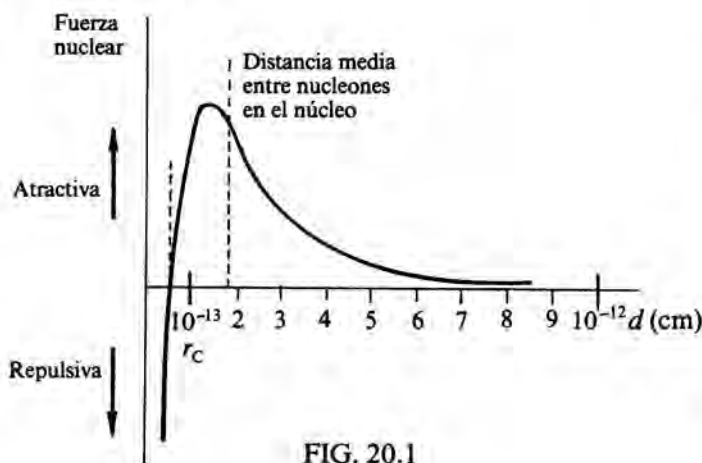


FIG. 20.1

DEFECTO DE MASA

Medidas precisas de las masas nucleares proporcionan información acerca de las propiedades más básicas del núcleo. Las masas de los átomos de determinado Z , pero posiblemente coexistiendo diferentes isótopos (distinto A), pueden obtenerse con gran precisión mediante técnicas físicas de espectrometría de masas (problema 14.3) o a partir del balance energético en una reacción nuclear (§ 20.3). Ambas técnicas dan información acerca de las masas de los átomos, de un particular Z y A . A partir de estas masas se pueden calcular la de los correspondientes núcleos, restándoles Z veces la masa del electrón.

Una propiedad característica de todos los átomos es que su masa es inferior a la suma de las masas de los elementos que lo constituyen, en una cantidad ΔM que se denomina **defecto de masa**. El origen de esta propiedad se encuentra en el núcleo y en la equivalencia entre la masa y la energía (18.4). Para clarificar esta propiedad tan importante resolveremos dos ejercicios.

Ejercicio 20.1

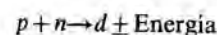
Un deuterón (núcleo de un isótopo del hidrógeno ${}_1\text{H}^2$, d) consta de un neutrón y un protón. La masa del deuterón en reposo es de 2,01360 uam, y la del neutrón y protón: 1,00867 uam y 1,00731 uam, respectivamente. Al formarse

un deuterón por combinación de un protón y un neutrón, ¿se absorbe o se desprende energía? ¿Cuánto vale ésta?

¿Cuál es la fracción, $\frac{\Delta m_0}{m_{\text{deuterón}}}$, en que varía la masa en reposo de las partículas que intervienen en esta reacción nuclear?

Solución:

La reacción nuclear (§ 20.3) que tiene lugar es:



Calculemos, en primer lugar, la variación de masa, defecto o exceso, que tiene lugar en la reacción:

$$m_{0p} + m_{0n} = 1,00731 + 1,00867 = 2,01598 \text{ uam}$$

luego

$$m_{0p} + m_{0n} > m_{0d}, \quad \Delta m_0 = 0,00238 \text{ uam} > 0$$

Al ser menor la masa del deuterón en reposo que la masa combinada del protón y neutrón en reposo existe, según el principio de conservación de la masa-energía (18.4), un desprendimiento de energía. El valor de ésta es:

$$\begin{aligned} \Delta m_0 c^2 &= (0,00238 \times 1,66 \times 10^{-27})(3 \times 10^8)^2 = \\ &= 3,57 \times 10^{-13} \text{ J} = 2,22 \text{ MeV} \end{aligned}$$

La reacción: $p + n \rightarrow d + 2,22 \text{ MeV}$ es **exotérmica**, ya que en el proceso de formación del deuterón se desprenden 2,22 MeV en forma de radiación electromagnética γ . Si se considera el proceso inverso, la desintegración de un deuterón, hay que suministrarle dicha energía de 2,22 MeV, la reacción es **endotérmica**; a dicha energía se le llama energía de enlace del deuterón. Esta nomenclatura es la misma que la utilizada en las reacciones químicas, ¿no?

La fracción en que varía la masa en reposo de las partículas que intervienen en la reacción nuclear es:

$$\frac{\Delta m_0}{m_{0d}} = \frac{0,00238}{2,01360} = 1,18 \times 10^{-3} \simeq 0,118 \%$$

esta fracción, de la variación de masa, es del orden de magnitud observado en las reacciones nucleares.

Ejercicio 20.2

El isótopo del helio ${}_2\text{He}^4$ tiene una masa en reposo de 4,00260 uam; la del neutrón y protón son las indicadas en el ejercicio anterior. Comparar la masa del isótopo con la de sus partículas constituyentes. ¿Cuál es la energía total de enlace? ¿y la energía de enlace por nucleón?

Solución:

El isótopo ${}_2\text{He}^4$ ($Z = 2$, $A = 4$) tiene dos protones y cuatro

nucleones.

$$m_{\text{elementos constituyentes}} = 2 m_{o_p} + 2 m_{o_n} = 4,03196 \text{ uam}$$

Por tanto:

$$m_{\text{elementos constituyentes}} > m_N$$

donde m_N representa la masa del núcleo. Por lo tanto, el defecto de masa vale: $\Delta m = 0,02936 \text{ uam}$. Teniendo en cuenta (18.3):

$$\Delta E = c^2 \Delta m = 28,3 \text{ MeV}$$

conviene tener presente, porque resulta muy práctica, la relación: $1 \text{ uam} \times c^2 = 931,5 \text{ MeV}$. Esta es la energía de enlace pedida.

La energía de enlace media por nucleón valdrá: $\Delta E / A = 7,07 \text{ MeV}$. Este es uno de los parámetros más importantes de un núcleo.

Si hacemos el mismo cálculo con el átomo de helio, observamos que la aportación de los electrones es tan pequeña que puede despreciarse. En efecto: $m_{oe} = 0,00005 \text{ uam}$, ¿cómo se obtiene este valor? Esta masa en reposo equivale a una energía (18.3): $0,047 \text{ MeV}$, que es despreciable frente a las restantes energías equivalentes. Luego, en el cálculo de la energía de enlace o del defecto de masa para cualquier átomo, se puede prescindir de la aportación de los electrones. ¿Por qué decimos para cualquier átomo?

Sobre este punto volveremos al tratar de las reacciones nucleares (§ 20.3). Como información podemos indicar que los núcleos más fuertemente unidos se encuentran alrededor de $A \approx 56$; por ejemplo, el hierro: ${}_{26}\text{Fe}^{56}$ tiene un núcleo muy estable.

ESTABILIDAD DE LOS NUCLEOS

En este apartado sólo queremos informar de las diferentes clases de núcleos que existen, sin entrar en la discusión de los diferentes modelos nucleares propuestos hasta el momento, para justificar la existencia de distintos tipos de núcleos.

De las diferentes combinaciones posibles entre el número de protones y de neutrones que pueden presentarse, sólo se ha comprobado la existencia de unas pocas de estas combinaciones. Estas se representan en la Fig. 20.2.

En primer lugar, se observa que todos los núcleos conocidos se encuentran en una banda muy estrecha. Si se compara esta distribución con la bisectriz $Z = N$, es evidente que en los núcleos más ligeros el número de neutrones no difiere demasiado del número de protones. Esto es debido a que las fuerzas nucleares actúan simétricamente sobre los protones y los neutrones, ya que son independientes de la carga eléctrica. Para los núcleos más pesados, existe una tendencia a que el número de los neutrones exceda al número de protones, pero este exceso nunca supera al 60%; éste es un efecto debido a las fuerzas repulsivas de Coulomb (para los núcleos estables) entre los protones, que da lugar a una energía positiva proporcional a Z^2 ; este efecto no es importante en núcleos de Z pequeña, en los que predomina la tendencia $Z = N$.

En la Fig. 20.2 se observa la existencia de tres clases diferentes de núcleos en cuanto a su estabilidad se refiere:

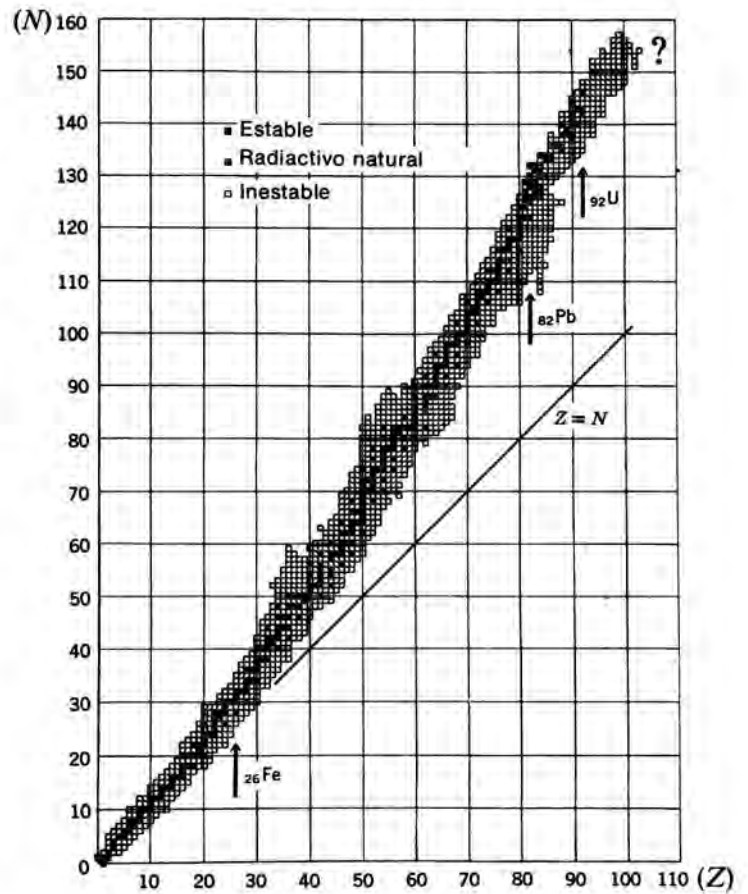


FIG. 20.2

- 1º. **Núcleos estables**, representados mediante el símbolo ■, son aquellos que se presentan de forma natural; tienen tendencia a encontrarse en el centro de la banda.
- 2º. **Núcleos inestables**. Que a su vez se dividen en:
 - 2.a. **Inestables artificiales**, representados mediante el símbolo □, que son producidos artificialmente mediante las técnicas que estudiaremos posteriormente (§ 20.3). Constituyen los elementos denominados **radiactivos artificiales**. Sus nucleones se encuentran muy débilmente unidos y tienen un exceso de energía ($\Delta m \uparrow$); se descomponen para formar núcleos estables, que tienen menos energía (Δm menor). La diferencia de energía se convierte en energía cinética de los fragmentos. Las diferentes formas en las que se pueden desintegrar las estudiaremos (§ 20.2). Si estos núcleos inestables hubiesen existido en la naturaleza, haría mucho

tiempo que se hubiesen desintegrado para formar núcleos estables.

- 2.b. **Inestables naturales**, también llamados **núcleos radiactivos naturales**, se representan mediante el símbolo \square . Hay dos razones que justifican su existencia: algunos de ellos se desintegran muy lentamente, necesitando billones de años para desaparecer; como la Tierra se formó sólo hace unos pocos miles de millones de años, por su larga vida media (20.6) no han tenido todavía tiempo de desaparecer completamente. Otros son de vida media corta y se producen durante la desintegración de los núcleos radiactivos de vida larga. Aunque desaparezcan pronto después de formarse, son continuamente reemplazados por la desintegración de los núcleos de vida larga.

En la Fig. 20.2 se observa que no existen núcleos estables por encima del plomo ($Z = 82$), y que todos los inestables naturales se encuentran por debajo del uranio ($Z = 92$).

§ 20.2 DESINTEGRACIONES NUCLEARES

Vamos a considerar la desintegración de los núcleos inestables, independientemente de que lo sean natural o artificialmente. Las desintegraciones nucleares se clasifican en tres categorías: a) las desintegraciones α , que consisten en la emisión espontánea de una partícula α por parte de un núcleo perteneciente a un elemento de número atómico elevado. b) Desintegraciones β , emisión o absorción espontánea de un electrón o emisión de un positrón por un núcleo. c) Las desintegraciones γ , que consisten en la emisión espontánea de fotones altamente energéticos, cuando un núcleo realiza una transición desde un estado excitado a su estado fundamental (*espectros nucleares*).

La desintegración nuclear se presenta más pronto o más tarde, siempre que un núcleo se encuentra en un estado energético que no es el más bajo posible para su número de nucleones. El origen de la inestabilidad de un núcleo siempre se encuentra en una reacción nuclear a la que estuvo sometido. En ciertos casos, la misma tiene lugar en el momento actual a través de un acelerador de partículas; en otros casos ocurrió de forma natural hace millones de años, al formarse el Universo. Los núcleos inestables que se originan a partir de fenómenos naturales se denominan radiactivos; y los fenómenos que tienen lugar en su desintegración, desintegración radiactiva o radiactividad. Su estudio es importante porque proporciona, entre otras aplicaciones, indicios acerca del origen del Universo.

Quizá resulte formativo relacionar esta visión moderna y unificada de estos fenómenos, con los conocimientos fragmentados que estudió el alumno en los cursos elementales, siguiendo la pauta marcada por su desarrollo histórico.

La primera desintegración nuclear fue descubierta en 1896 por H. Becquerel (1852–1908), y fue una consecuencia de la radiactividad natural. Becquerel observó que las sales de uranio impresionaban las placas fotográficas y que ello era debido a una propiedad intrínseca de dichas sales, independientemente de cualquier estímulo externo. Con nuestra visión actual, estos elementos son radiactivos como consecuencia de las reacciones nucleares que tuvieron lugar al formarse el Universo y ser elementos inestables de tiempo de vida medio (20.6) muy elevado. Posteriormente demostró que dicha actividad era debida a la emisión de las tres clases de radiaciones anteriormente citadas. El matrimonio Curie, Pierre (1850–1906) y Marie (1867–1934), también contribuyó en gran manera al estudio de la radiactividad natural, midiendo las radiaciones emitidas por el uranio y descubriendo que también la presentaban otros elementos: el torio, el polonio (en honor del país de origen de Marie Curie, de soltera Marya Skłodowska) y el radio.

La primera evidencia experimental sobre la posibilidad de disponer artificialmente de núcleos inestables y, por lo tanto, de la radiactividad artificial, la obtuvo E. Rutherford en 1919, al estudiar la dispersión de partículas alfa, emitidas por el polonio ${}_{84}\text{Po}^{214}$, en el seno de una *cámara de niebla* (dispositivo para la detección y estudio de las radiaciones) llena de nitrógeno. Posteriormente se desarrollaron otras muchas reacciones nucleares y se obtuvieron muchos radioelementos artificiales: H^3 , C^{14} , Co^{60} , I^{131} , S^{35} , P^{32} , etc.

LEY DE LA DESINTEGRACION RADIATIVA

Veamos, sin demostrar, la ley que rige la desintegración radiactiva:

$$N(t) = N(0) e^{-\lambda t} \quad (20.4)$$

Donde $N(0)$ representa el número de núcleos que están sin desintegrar en el instante inicial ($t=0$) y $N(t)$ los que no se han desintegrado todavía en un instante arbitrario de tiempo t . En la Fig. 20.3 se representa

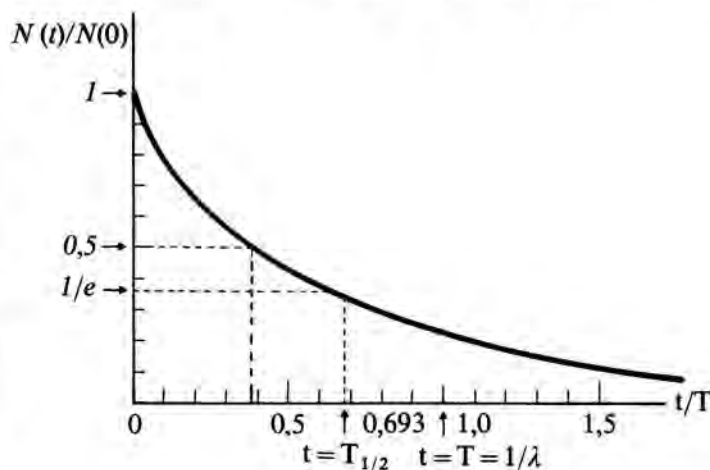


FIG. 20.3

gráficamente (20.4), ecuación que recibe el nombre de **ley exponencial de la desintegración radiactiva**.

El parámetro λ^{-1} recibe el nombre de **tiempo de vida del núcleo radiactivo**; representa el tiempo de vida que sobrevive un núcleo antes de desintegrarse:

$$T \equiv 1/\lambda \quad (20.5)$$

Veamos su significado físico: en el intervalo de tiempo $t = T$, el número de núcleos que no se han desintegrado disminuye en un factor e , es decir, en un 37% de su valor en el instante inicial.

En la práctica, la estabilidad de un núcleo frente a la desintegración se suele caracterizar por el **tiempo medio de vida**, $T_{1/2}$, en vez de serlo por el tiempo de vida T . El tiempo medio de vida se define como *el tiempo que ha de transcurrir, desde el instante inicial, para que el número de núcleos no desintegrados se reduzca a la mitad*. Por lo tanto:

$$N(T_{1/2}) = \frac{N(0)}{2} = N(0) e^{-T_{1/2} \lambda} \quad (20.6)$$

$$T_{1/2} = T \ln 2 = 0,693 T$$

En la Fig. 20.3 se representan ambos parámetros.

Los tiempos medios de vida de los núcleos radiactivos naturales se extienden en un amplio rango. Para el uranio es de 4.500 millones de años (!), para el radio-C (un isótopo de polonio) de $1,5 \times 10^{-4}$ s. Para algunos elementos radiactivos artificiales llega a ser de una millonésima o cienmillonésima (!) de segundo; para otros de años (5,25 para el C_0^{60} , 5.770 para el C^{14}), de días (P^{32} , 14,2 días; Au^{198} , 2,7 días) o de horas (Na^{24} , 15 horas).

Nos podemos preguntar como es posible medir tiempos medios de vida tan largos y tan cortos. Es evidente que no se puede utilizar (20.4) para medirlos directamente, ¿por qué? Ahora bien, normalmente a partir de un núcleo inicial (llamado coloquialmente el «núcleo padre») inestable, se obtiene un núcleo que también es inestable («núcleo hijo»), éste a su vez se vuelve a desintegrar y así continúa el proceso hasta que se forma un elemento estable. El conjunto de elementos obtenidos a partir de un núcleo padre inicial, forma una **serie radiactiva**. Los núcleos radiactivos naturales forman tres: la del uranio (${}_{92}U^{238}$), la del torio (${}_{90}Th^{232}$) y la del actinio (${}_{89}Ac^{235}$). Existe una serie producida artificialmente que es la del neptuno (${}_{93}Np^{237}$). El tiempo medio de vida de unos núcleos de la serie a otros, suele ser muy diferente.

En general, el número de núcleos hijos varía con el tiempo. Esto sucede hasta que la velocidad de desintegración de un producto radiactivo (núcleo hijo) es justo igual a su velocidad de formación a partir del elemento previo de la serie (núcleo padre). Cuando esto ocurre se dice que se ha alcanzado la condición de **equilibrio radiactivo**. El alumno puede preguntarse ¿cómo es posible esto, si los tiempos medios de vida son muy diferentes de unos núcleos de la serie a otros? La explicación es simple: debido a su tiempo medio de vida tan grande, siempre se encuentran presentes átomos de ${}_{92}U^{238}$, por ejemplo, a medida que la serie progresa. La población decae exponencialmente, en una escala de tiempo comparable con

su tiempo de vida. Pero en una escala de tiempo mucho menor, comparable con los tiempos de vida de los núcleos hijos, la población de aquéllos permanece prácticamente constante, y por lo tanto, también el número total de ellos que se desintegran por segundo, formando los primeros hijos. Como éstos se desintegran rápidamente una vez formados, su población está gobernada por el suministro constante procedente de la desintegración de los padres. Por lo tanto, la población de los primeros hijos permanece constante; lo mismo ocurre con los segundos hijos, ya que éstos se forman a un ritmo constante a partir de la desintegración de la población constante de los primeros. De hecho, la población de todos los núcleos hijos permanecerá constante, siempre que consideremos intervalos de tiempo pequeños comparados con el tiempo de vida de los núcleos padres, para que su población permanezca prácticamente constante. Si considerásemos intervalos de tiempo mayores, lo que ocurriría es que la población de los padres, y de todos los hijos disminuiría exponencialmente a la misma velocidad, siguiendo la desintegración lenta de los padres. Por lo tanto, en la escala de tiempos más pequeña, se puede alcanzar la condición de nuevo equilibrio:

$$\frac{-\Delta N_p}{\Delta t} = \frac{-\Delta N_h}{\Delta t} \Rightarrow \lambda_p N_p = \lambda_n N_n \Rightarrow \frac{N_p}{N_n} = \frac{T_p}{T_n} \quad (20.7)$$

En condiciones de equilibrio, el cociente entre el número de núcleos padres e hijos no desintegrados, es proporcional al de sus tiempos de vida.

Por definición, el número total de desintegraciones por unidad de tiempo:

$$Q = \Delta N / \Delta T \quad (20.8)$$

se denomina **actividad de una fuente radiactiva** dada. Según (20.7), la actividad de una fuente radiactiva es igual al producto de la constante de desintegración λ por el número de núcleos no desintegrados, presentes en dicha fuente.

Como N está disminuyendo continuamente, lo mismo ocurre con la actividad de la fuente. Esta disminución es despreciable si la fuente tiene un tiempo medio de vida muy grande, como ocurre con el uranio o el radio. Sin embargo, no es cierto si su valor es de unos pocos años o, todavía menos, si es de pocos días. Esto es lo que ocurre con las fuentes de radón utilizadas para aplicaciones médicas, ya que el número de núcleos no desintegrados se reduce a menos de la mitad cada dos días, puesto que el tiempo medio de vida del Ra es de 3,825 días. Esta es la razón por la que la preparación hay que renovarla con bastante frecuencia.

En el SI la actividad se mide en s^{-1} , ¿por qué? Su unidad es el Curio (Ci) en honor de los esposos Curie. El curio es la actividad de un gramo de radio y es igual a $1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} s^{-1}$, ¿sabía justificar el alumno esta cifra ($T_{\text{radio}} = 1590 \text{ años}$)? Es decir, el número de desintegraciones por segundo en un gramo de radio es de 37.000 millones. Su definición se establece de la siguiente forma: «el curio es la actividad de cualquier sustancia radiactiva en la que el número de desintegraciones por segundo es de $3,7 \times 10^{10}$ ».

Esta unidad es muy grande, ya que el radio es un elemento muy activo, y una masa de un gramo es una cantidad extraordinariamente grande para cualquiera de las preparaciones utilizadas (hay que tener presente que la cantidad total de radio disponible en todo el mundo es de unos pocos kilogramos), por ello se suelen utilizar submúltiplos:

$$1 \text{ m Ci} = 10^{-3} \text{ Ci} \quad , \quad 1 \mu\text{Ci} = 10^{-6} \text{ Ci}$$

* Ejercicio 20.3

En una mezcla, de las encontradas normalmente en la actualidad, de isótopos de uranio, el ${}_{92}\text{U}^{238}$ presenta una abundancia del 99,3% y el ${}_{92}\text{U}^{235}$ del 0,7%. Sus tiempos de vida son $4,56 \times 10^9$ años y $1,02 \times 10^9$ años, respectivamente. Suponiendo que ambos eran igualmente abundantes cuando se formó la Tierra, calcular el tiempo que ha transcurrido desde que ésta se formó. Calcular la actividad, en curios, de 1 gr de ${}_{92}\text{U}^{238}$ y compararla con la de 1 gr de radio.

Solución:

Si el número de núcleos de ${}_{92}\text{U}^{238}$ que existían originalmente era N , su número en la actualidad será:

$$N_{238} = N e^{-t/T} = N e^{-0,22 t}$$

donde t lo expresamos en unidades de 10^9 años. Como el número de núcleos originarios de ${}_{92}\text{U}^{235}$ era, por hipótesis, el mismo que el de ${}_{92}\text{U}^{238}$, se verificará:

$$N_{235} = N e^{-0,98 t}$$

La abundancia actual del isótopo ${}_{92}\text{U}^{235}$ será:

$$7 \times 10^{-3} = \frac{N_{235}}{N_{235} + N_{238}} \approx \frac{N_{235}}{N_{238}} = \frac{N e^{-0,98 t}}{N e^{-0,22 t}} = e^{-0,76 t}$$

¿qué implica la hipótesis: $N_{235} + N_{238} \approx N_{238}$? Razonarlo de acuerdo con el argumento desarrollado anteriormente.

Por lo tanto: $t = 6,52$. El tiempo transcurrido ha sido $t = 6,52 \times 10^9$ años, que se encuentra de acuerdo con las estimaciones obtenidas sobre la edad de la Tierra, o del sistema solar, a partir de argumentos geológicos o arqueológicos más elaborados.

La actividad de 1 g de ${}_{92}\text{U}^{235}$ será:

$$Q = \lambda N = \frac{N_{235}}{T_{235}} \quad (20.8)$$

para calcularla determinamos el número de núcleos, N_{235} , que hay en 1 g de uranio 235:

$$N_{235} = \frac{N_A}{M} \quad (20.9)$$

donde N_A es el número de Avogadro y M el peso molecular de dicho isótopo. Expresando el tiempo de vida en segundos y sustituyendo (20.9) en (20.8), se obtiene:

$$Q = \frac{6,02 \times 10^{23}}{235 \times 1,02 \times 10^9 \times 365 \times 24 \times 3.600} \approx 8 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$$

Como $1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$, $Q = 2,16 \times 10^{-6} \text{ Ci} = 2,16 \mu\text{Ci}$, que es muy inferior a la actividad de 1 g de radio, $Q = 3,7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} = 1 \text{ Ci}$. Por ello no se utiliza nunca, aparte de otras causas, el uranio 235 como fuente radiactiva en las aplicaciones médicas, biológicas, etc.

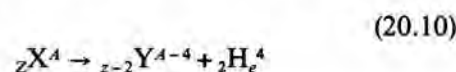
No creemos necesario entrar en las técnicas experimentales para la detección de radiaciones radiactivas, puesto que este libro es de carácter general y no específico de Física Nuclear. Sólo indicaremos que los dispositivos más utilizados son: los *contadores de centelleo*, *contadores basados en la radiación Cerenkov*, *cámaras de ionización*, *contadores Geiger*, *cámaras de niebla y de burbujas*, y la *técnica de emulsión nuclear*.

Estudiamos las características de las tres categorías de desintegraciones nucleares.

DESINTEGRACION ALFA

Consiste en la *emisión espontánea de partículas α* por parte de un núcleo inestable, perteneciente a un elemento de $Z \geq 82$. Las partículas α son núcleos de helio (${}_2\text{H}_4^+$). ¿Cuántos protones y neutrones tienen?

La ecuación general que describe este fenómeno es:



Como vemos en la transformación anterior se conserva la carga y el número de nucleones; así mismo, en todo proceso nuclear se debe conservar la energía relativista total, el momento lineal y el angular, ya que se trata de leyes fundamentales de la naturaleza.

Según (20.10) un elemento químico (${}_Z\text{X}^A$) se puede convertir en otro (${}_{Z-2}\text{Y}^{A-4}$). El descubrimiento de estas transformaciones significó un duro golpe para la mentalidad del mundo científico, ya que se consideraba que los elementos químicos eran distintos e inmutables. Se preguntaban si estaban en el camino para hacer realidad el viejo sueño de los alquimistas de la Edad Media.

La desintegración α es posible de forma espontánea porque se encuentra favorecida desde el punto de vista energético, ya que la masa del núcleo inicial (X) es mayor que la del final (Y). Esta reducción de masa nuclear en la desintegración, es debida fundamentalmente a una reducción de la energía electrostática del núcleo al disminuir su carga desde Z_e a $Z_e - 2$. La

energía liberada en la desintegración es la energía equivalente a la diferencia de masas atómicas y aparece en forma de energía cinética de las partículas α :

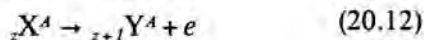
$$E = [m_{Z,A} - (m_{Z-2,A-4} + m_{2,4})] c^2 \quad (20.11)$$

donde $m_{Z,A}$ es la masa atómica del núcleo padre, $m_{Z-2,A-4}$ la del núcleo hijo y $m_{2,4}$ la de la partícula α ; en la expresión anterior hemos ignorado las masas equivalentes a las energías de enlace de los electrones, que son despreciables (ejercicio 20.2).

Los rangos de energía E para la desintegración α se extienden desde 8,9 MeV para el ${}_{84}\text{Po}^{212}$ a 4,1 MeV para el ${}_{90}\text{Th}^{232}$. Lo cual indica que hasta 1930, en que E. O. Lawrence (1901–1958) inventó el ciclotrón, no se disponía de partículas α de energía superior a los 9 MeV, no siendo posible estudiar de forma adecuada la estructura del núcleo, ¿por qué? Con la invención del ciclotrón y otros aceleradores de partículas, se disponen de partículas («proyectiles») más energéticas que pueden ser utilizadas en medidas más precisas, ya que tienen una longitud de onda de De Broglie, menor. Al mismo tiempo se puede disponer de haces de partículas más intensos que los obtenidos a partir de fuentes radiactivas.

DESINTEGRACION BETA

Consiste en la emisión de un electrón por un núcleo:



existen otros tipos de desintegraciones β , pero la anterior es la más importante. Una pregunta que surge de forma inmediata es, ¿cómo un núcleo, que sólo contiene protones y neutrones, puede emitir un electrón? La única interpretación posible la dio W. Pauli en 1931, postulando que dicha desintegración tiene lugar en el interior de un núcleo, cuando un neutrón se transforma en un protón, emitiendo dos partículas un electrón y un antineutrino ($\bar{\nu}$):



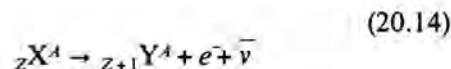
en esta desintegración el neutrón se comporta como una partícula de 11 minutos de tiempo medio de vida.

Este tipo de desintegración difiere fundamentalmente de la desintegración α , ya que implica la transformación de una partícula fundamental en otra partícula fundamental (§ 20.4).

Exigiendo, en el proceso de emisión de un electrón, la conservación de la carga, del momento angular y de la energía, Pauli concluyó que un antineutrino debía tener las siguientes propiedades: a) ninguna carga; b) propagarse con la velocidad de la luz; y c) una

masa en reposo nula. El antineutrino emitido en el proceso de emisión del electrón no se puede detectar normalmente, ya que su interacción con la materia es muy pequeña.

Por lo tanto, (9.33) se debe escribir realmente:



Veamos brevemente la energía liberada en la desintegración β . Razonando de la misma forma que hicimos para la desintegración α (20.11):

$$E = (m_{Z,A} - m_{Z+1,A}) c^2 \quad (20.15)$$

En esta expresión hemos despreciado, una vez más, las energías de enlace de los electrones del átomo. ¿Es razonable esta suposición? Para que pueda tener lugar la desintegración, la energía (20.15) debe ser positiva. Según (20.15) la emisión del electrón tiene lugar cuando la masa del átomo inicial excede a la del átomo final; la masa del electrón en el átomo inicial, es compensada por la del emitido por el núcleo.

DESINTEGRACION GAMMA

Al emitir una partícula alfa, el núcleo padre se convierte en un núcleo hijo. Este se encuentra, en general, en un estado excitado; al pasar a su estado normal o a uno excitado de energía inferior, el núcleo hijo emite un fotón-gamma (§ 18.5) de energía igual a la diferencia de energías entre los estados en que se verifica la transición. Es un proceso análogo al que tiene lugar en un átomo excitado, que emite un fotón-óptico (luz) o rayos X, al pasar al estado normal (19.5); los mecanismos son análogos, la única diferencia es que los fotones γ son los más energéticos de todo el espectro de ondas electromagnéticas (§ 17.4). . Esto es debido a que las diferencias de energías entre los diferentes niveles del núcleo, es mucho mayor que entre los distintos niveles del átomo. Mientras que en éstos la diferencia de energía entre niveles contiguos es del orden de 10 eV, en el núcleo es de 0,1 MeV (!). En la Fig. 20.4 se representa el esquema de desintegración (espectro nuclear) del ${}_{17}\text{Cl}^{38}$.

Debido a su elevada energía, la radiación γ tiene un gran poder de penetración, muy superior a la de las partículas α y β . También es muy superior a la de los rayos X. Aplicaciones basadas en esta propiedad ya las indicamos al estudiar el espectro de ondas electromagnéticas (§ 17.4).

Como ocurre con los rayos X, los rayos γ son absorbidos por el medio que atraviesan, modificando las

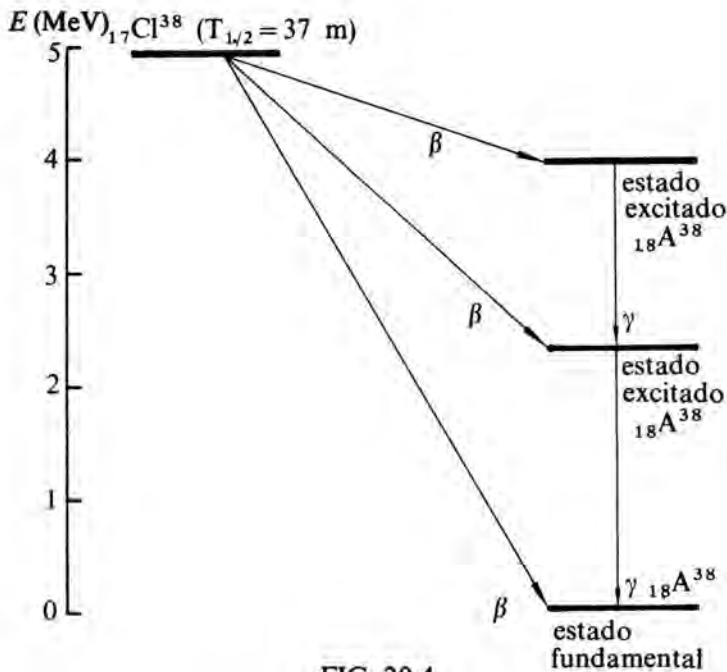


FIG. 20.4

propiedades de éste. En todas las **radiaciones ionizantes** (rayos γ , rayos X, luz ultravioleta de alta frecuencia, partículas α , β , etc.) se caracterizan sus efectos sobre las sustancias que atraviesan, mediante la **dosis absorbida de radiación**, D . Se define como el cociente entre la energía suministrada por la radiación y la masa del cuerpo que la absorbe; en el SI se mide en J kg^{-1} . La unidad utilizada en la práctica, que se mantiene temporalmente en el SI, es el **rad** (radiation absorbed dose). Su unidad, para cualquier radiación, se define como la cantidad de la misma que produce una pérdida de energía en la radiación incidente de

10^{-2} julios por kilogramo de material absorbente; $1 \text{ rad} = 10^{-2} \text{ J kg}^{-1}$. Debido a que diferentes tipos de radiaciones, para la misma energía absorbida, producen distintos efectos biológicos en la materia que atraviesan, se suelen caracterizar las dosis en **rem** (rad equivalente man) o en **reb** (rad equivalent biological). Un rem produce un efecto equivalente en un hombre a 1 rad de la radiación de que se trate. Un reb produce un efecto similar en ciertos tejidos biológicos. La unidad a utilizar depende del efecto específico elegido como criterio, ya que los efectos varían con la energía absorbida, de manera completamente distinta de unos organismos a otros.

Para todas las radiaciones ionizantes (entre ellas los rayos γ) la disminución de la intensidad con la penetración en un medio, al ser absorbida por éste, es de la forma:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (20.16)$$

Esta ecuación nos da el valor de la intensidad de la radiación (I) después de que un haz de intensidad inicial (I_0) ha atravesado un espesor x de un material dado; μ es una constante, característica de cada material, denominada **coeficiente de absorción**, ¿qué dimensiones y significado físico tiene?

Las radiaciones ionizantes tienen grandes aplicaciones en Ingeniería, Geología, Arqueología, Biología y Química, que no consideramos adecuado entrar en ellas.

En la tabla 20.1 se resumen las propiedades más relevantes de las partículas α , β y de la radiación γ .

TABLA 20.1

Partículas α	Partículas β	Radiación γ
Son fácilmente absorbidas por la materia; por ejemplo: por 3-10 cm de aire a la presión atmosférica, o 10^{-2} mm de aluminio, hoja de papel grueso, etc.	Atraviesan la materia más fácilmente que las partículas α ; pueden atravesar, por ejemplo, un espesor de 1 m de aire o 3 mm de aluminio.	Gran poder de penetración. Pueden atravesar incluso varios cm de plomo.
Producen una ionización intensa: 10^5 pares de iones en 3-10 cm de aire.	Producen cierta ionización: alrededor de 100 pares de iones por cm de aire.	Producen muy poca ionización por cm de aire.
Desviadas, con dificultad, por los campos eléctricos y magnéticos.	Desviadas, con facilidad, por los campos eléctricos y magnéticos.	No son desviadas ni por los campos eléctricos, ni por los magnéticos.
Fuentes puras de partículas α son el Pu^{239} y el Am^{241} (aunque éste emite una débil radiación γ también).	Fuente pura de partículas β es el Sr^{90} .	Fuente de partículas γ es el Co^{60} ; se pueden eliminar las partículas β que también emite mediante el uso de un «filtro» adecuado.
Son emitidas con velocidades de hasta 10^7 m s^{-1} ó $0,1 c$.	Son emitidas con velocidades de hasta $0,99 c$.	Radiación electromagnética. Se propaga a la velocidad c .
Tienen una carga de $+2e$	Tienen una carga de $-e$	No tienen carga.
Masa = 4 veces la masa del átomo hidrógeno.	Masa = $\frac{1}{1840}$ veces la masa del átomo hidrógeno = masa del electrón.	No tiene masa, en el sentido clásico.
Son núcleos de helio.	Son electrones.	Ondas electromagnéticas de muy pequeña longitud de onda.

* § 20.3 REACCIONES NUCLEARES

Una reacción química es una «redistribución» de los átomos de las moléculas que reaccionan para dar átomos diferentes. Una reacción nuclear es la redistribución de los nucleones de los dos núcleos que colisionan para dar lugar a un núcleo diferente.

Para que los dos núcleos que reaccionan puedan estar lo suficientemente cerca, para que tenga lugar el intercambio de nucleones, uno de ellos debe de tener una gran aceleración, es decir, una elevada energía, de lo contrario no podrá acercarse debido a la repulsión electrostática del otro núcleo. Las partículas que se aceleran a velocidades extraordinariamente elevadas, para hacer posible la reacción, suelen ser núcleos ligeros tales como protones (${}_1\text{H}^1$), deuterio (${}_1\text{H}^2$) o una partícula α (${}_2\text{He}^4$), en ocasiones se utilizan núcleos más pesados. Para conseguir estas velocidades tan elevadas se utilizan los **aceleradores de partículas**.

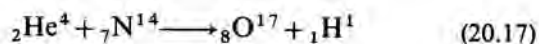
El estudio de las reacciones nucleares es importante porque suministra información acerca de los estados excitados del núcleo, y, por lo tanto, de su estructura, que complementa la proporcionada por las desintegraciones nucleares. Otras razones importantes las consideraremos al estudiar dos tipos particulares de estas reacciones: la fisión nuclear y la fusión. Por otra parte, las reacciones nucleares proporcionan una prueba experimental de la equivalencia entre la masa y la energía (§ 18.4)

Ejercicio 20.4

En la primera reacción nuclear artificial realizada por Rutherford en 1919, se bombardeaba un blanco que contenía núcleos de ${}_7\text{N}^{14}$ con partículas α de 7,70 MeV, procedentes de una fuente radiactiva; como resultado de la reacción se obtenían núcleos residuales de ${}_8\text{O}^{17}$ y protones. Los protones se emitían en diferentes direcciones; ahora bien, se encontró que los emitidos en una dirección perpendicular a la de las partículas α tenían una energía cinética de 4,44 MeV. Se pide: a) Comprobar la validez de la aproximación utilizada al tomar la expresión clásica del momento en vez de la relativista. b) Determinar el factor Q de la reacción. c) Validez de la aproximación indicada anteriormente de sustituir las masas de los núcleos por las correspondientes a los átomos neutros, es decir, utilizar (9.57) en vez de (9.53). d) Calcular la masa atómica del ${}_8\text{O}^{17}$.
 Datos: $m_{2,4} = 4,00260$ uam, $m_{7,14} = 14,00753$ uam, $m_p = m_{1,1} = 1,00783$ uam.

Solución:

Aprovecharemos este ejercicio para considerar las características generales de las reacciones nucleares. En todas ellas se conserva: la energía total, el momento lineal, el angular, la carga eléctrica, y el número de nucleones. Para simplificar la notación, representaremos la primera reacción nuclear de la manera siguiente:



a) Utilizando la expresión relativista del momento lineal (18.2) y la clásica (6.), se observa que si $\beta^2 \ll 1$ ambas expresiones son aproximadamente iguales, la clásica, mucho más simple, se puede utilizar en vez de la relativista. La condición β^2 equivale a:

$$\beta^2 \ll 1 \rightarrow E_{cl}/m_0 c^2 \ll 1 \quad (20.18)$$

Justificalo. Si se cumple esta desigualdad, también se puede utilizar, sin error apreciable, la expresión clásica de la energía cinética ($1/2 m_0 v^2$) en vez de la relativista (18.3).

En el ejercicio, (20.18) se verifica para los núcleos ligeros y para el del nitrógeno que se encuentra en reposo. En efecto:

$$E_{ca}/m_{oa} c^2 = 2,1 \times 10^{-3} \quad ,$$

$$E_{cb}/m_{ob} c^2 = 4,7 \times 10^{-3} \quad (20.19)$$

Para el núcleo de oxígeno no podemos comprobarlo, por el momento.

La condición (20.18), expresada en función de β , también se cumple: $\beta^2 \approx 4 \times 10^{-3} \ll 1$. Luego se puede utilizar la expresión clásica de p , en vez de la relativista.

b) La conservación de la energía total (18.3) exige que se cumpla:

$$(E_{ca} + m_a c^2) + m_A c^2 = (E_{cB} + m_B c^2) + \quad (20.20)$$

$$+ (E_{cb} + m_b c^2)$$

La diferencia entre las energías cinéticas iniciales y finales se denomina **factor Q de la reacción**. Es un concepto que también se utiliza en la Mecánica Clásica con el mismo significado, al estudiar las colisiones inelásticas, en las que no se conserva la energía cinética. Por lo tanto:

$$Q = E_{cB} + E_{cb} - E_{ca} \quad (20.21)$$

Q puede ser positivo o negativo. Sustituyendo (20.20) en (20.21):

$$Q = (m_a + m_A - m_B - m_b) c^2 \quad (20.22)$$

luego, la medida del factor Q proporciona información acerca de las masas en reposo de los elementos que intervienen en la reacción; su valor se puede conocer a partir de las energías cinéticas de estos elementos (20.21). En la práctica la medida de E_{cB} es difícil; para evitarla hacemos uso de la conservación del momento lineal. Su aplicación es sencilla si se cumple la condición (20.18). ¿Por qué?

La conservación de p exige:

$$p_a = p_B + p_b \quad (20.23)$$

como nos indican que nos fijemos en los núcleos de oxígeno que salen en una dirección perpendicular a la de las partículas α incidentes, podemos proyectar (20.23) sobre unos ejes definidos por ambas direcciones:

$$\begin{aligned} m_a v_a &= m_b v_b \text{ sen } \beta \\ 0 &= m_B v_B - m_b v_b \text{ sen } \beta \end{aligned} \quad (20.24)$$

ya que los protones se emitirán en una dirección arbitraria. A partir de (20.24) y de la definición de E_{cB} se obtiene:

$$E_{cB} = (m_b/m_B) E_{cb} + (m_a/m_B) E_{cA} \quad (20.25)$$

sustituyendo en (20.22):

$$Q = E_{cB} (1 + m_b/m_B) - E_{cA} (1 - m_a/m_B) \quad (20.26)$$

Sustituyendo los datos del ejercicio: $Q = -1,18$ MeV. El signo menos indica que en la reacción se «ha perdido» energía cinética: $E_{cA} > E_{cB} + E_{cB}$, que aparecerá bajo otras formas. ¿Cuáles pueden ser estas formas?

La energía cinética de los núcleos, o del átomo, de oxígeno valdrá (20.21): $E_{cB} = 2,08$ MeV. ¿Por qué es indistintamente la energía del átomo o del núcleo?

c) A partir de (20.22) se puede calcular la masa del oxígeno. Teniendo en cuenta (ejercicio 20.2): $931,5 \text{ MeV}/c^2 = 1 \text{ uam}$, $Q/c^2 = (-1,18 \text{ MeV}/c^2)$ ($1 \text{ uam } c^2/931,5 \text{ MeV}$) = $-0,00127 \text{ uam}$ llevando este valor a (20.22) se obtiene:

$$m_B \equiv m_{8,17} = 17,00356 \text{ uam}$$

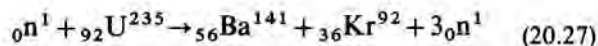
Compara este valor con la masa atómica del oxígeno ($M = Z m_e$, $Z = 8$), ¿qué consecuencia deduces? Comprueba la validez de (20.18) para el oxígeno.

A continuación estudiaremos, con cierto detalle, dos tipos de reacciones nucleares que tienen una gran importancia, desde todos los puntos de vista que se consideren, como tendremos ocasión de comprobar.

FISION NUCLEAR

Recibe el nombre de **fisión** una reacción en la cual un núcleo pesado ($A \sim 200$) se descompone, al bombardearlo con neutrones, en dos núcleos aproximadamente iguales ($A \sim 100$), con gran desprendimiento de energía y la emisión de dos o tres neutrones. Esta energía, debida al defecto de masa de los núcleos resultantes o a la reducción en energía electrostática positiva, aparece en forma de energía cinética de los núcleos procedentes de la fisión y es del orden de 200 MeV.

Los experimentos iniciales fueron realizados por E. Fermi (1901–1954) en 1934, cuando estaba interesado en investigar la radiactividad inducida por neutrones. Se dio cuenta que la habilidad que tenían los neutrones para producir, mediante la desintegración β , isótopos radiactivos a partir de elementos naturales, se podía aprovechar para obtener los elementos llamados transuránicos (es decir con $Z > 92$). En 1939, los físicos alemanes O. Hahn y Strassman descubrieron la primera reacción de fisión:



al bombardear uranio con neutrones y obtener elementos que se encontraban hacia la mitad del sistema periódico. Concretamente obtuvieron ${}_{56}^{141}\text{Ba}$ que es análogo, desde el punto de vista químico, al ${}_{88}\text{Ra}$; esto les indujo a pensar si lo que se creía que eran elementos trasuránicos, no podían ser en realidad isótopos de elementos mucho más ligeros, producidos posiblemente por la «explosión» de núcleos de uranio. Al mismo resultado se llegaba al bombardear Thorio-232 con neutrones.

Veamos con un poco más de detalle dos características fundamentales de estas reacciones:

- La enorme cantidad de energía liberada al descomponerse un núcleo de uranio en dos fragmentos.* La energía media de enlace por nucleón de los elementos que se encuentran hacia la mitad de la tabla periódica es el orden de 8,7 MeV, mientras que para los nucleones pesados es de 7,6 MeV. Por lo tanto, en la reacción de fisión se desprende una energía de 1,1 MeV por nucleón. La energía total desprendida al descomponerse el U^{238} ($A = 238$) es del orden de 200 MeV. La fisión de los núcleos contenidos en 1 de uranio 235 es del orden de $8 \times 10^{10} \text{ J}$ ó 22.000 kWh (!). ¿Cómo se obtiene esta cifra?
- En la reacción se producen dos o tres neutrones por cada núcleo de uranio que se fisiona.* Esto sugirió a muchos investigadores la posibilidad de utilizar estos neutrones para provocar la fisión de otros núcleos de uranio y a su vez los procedentes de ésta para provocar la de nuevos núcleos de uranio y así sucesivamente. Este efecto multiplicador se conoce con el nombre de **reacción en cadena**. En una pequeña fracción de segundo, el número de núcleos que se han fisionado corresponde a muchos gramos de uranio y la energía emitida, inicialmente en forma de energía cinética de los productos resultantes de la fisión, es equivalente a una explosión de muchos miles de toneladas de TNT (trinitrotolueno). La energía liberada es del orden de 10^6 veces mayor que la obtenida al quemar un bloque de carbón o explotar un bloque de dinamita de la misma masa. Debido a la rapidez a que tiene lugar una reacción nuclear, la energía se desprende mucho más rápi-

damente que en una reacción química.

Este es el principio básico en que está basada la bomba atómica. Las condiciones bajo las que se llegó a su descubrimiento y construcción, así como sus consecuencias forman parte de la Historia de la Humanidad y son conocidas por todos.

Si en término medio, se logra que sólo uno de los neutrones liberados produzca una fisión posterior, el número de fisiones que tienen lugar por segundo permanece constante y la situación (la reacción) permanece controlada. Este es el principio de funcionamiento en que están basados los **reactores nucleares**, que son fuentes controlables de energía nuclear.

En un reactor nuclear se produce un flujo continuo de energía, a partir de la energía térmica producida por el frenado de los fragmentos procedentes de la fisión, por parte de los materiales que forman el reactor. En el momento actual, cuando se ha obtenido un elevado grado de desarrollo tecnológico, representan fuentes de energía que son competitivas y económicas frente al carbón o el petróleo, aunque su uso esté abierto a una dura controversia en todo el mundo por sus efectos de contaminación radiactiva y peligro potencial que representan. Los reactores son también una fuente importante para la producción de isótopos inestables, que no se encuentran normalmente en la Naturaleza. Estos isótopos se utilizan como trazadores en operaciones de diagnóstico en diferentes campos, tales como medicina, biología, química, y ingeniería, o para combatir tumores en radioterapia. Los isótopos se producen en las reacciones nucleares inducidas, por el elevado flujo de neutrones presentes en un reactor.

No creemos interesante, para un curso como este, entrar en detalles acerca del funcionamiento de un reactor, de su estructura, ni en los aspectos técnicos de los mismos.

FUSION NUCLEAR

Recibe el nombre de **fusión** una *reacción en la que dos núcleos muy ligeros (A muy baja) se «unen» para formar un núcleo más estable. La mayor estabilidad es debida a que el número másico del núcleo que se forma se encuentra próximo a $A \approx 60$, para el cual la energía de enlace por nucleón es máxima. La energía electrostática aumenta en la fusión, pero su magnitud es muy pequeña, por lo que no es capaz de impedir que tenga lugar la reacción, ya que los núcleos de pequeño número másico (A), también tienen un número atómico bajo (Z). Por lo tanto, al disminuir la energía media por nucleón se libera energía como resultado de la reacción.*

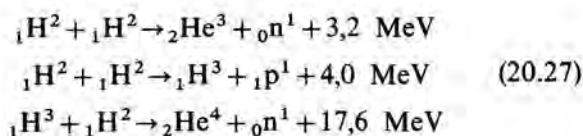
Para que tenga lugar la fusión, los núcleos iniciales, deben aproximarse en contra de la energía electrostática de repulsión. A medida que se aproximan, su energía electrostática es cada vez mayor, ¿por qué?, y más positiva; como la energía ha de conservarse, sus energías cinéticas disminuyen al aumentar la potencial. Invertirán su sentido de movimiento cuando toda su energía cinética se haya convertido en potencial; para que tenga lugar la fusión esto no debe ocurrir hasta que ambos núcleos se encuentren dentro

del rango de las fuerzas nucleares mutuas atractivas. (Fig. 20.1).

La energía cinética necesaria para que los núcleos que reaccionan venzan la barrera repulsiva, debida a su interacción coulombiana, se les puede suministrar en forma de energía de agitación térmica, asociada a la temperatura a que se encuentren (§ 10.2), o bien utilizando un ciclotrón u otro acelerador de partículas. Ahora bien, este procedimiento —teóricamente posible— no resulta práctico; la energía liberada en las pocas reacciones de fusión que se pueden realizar de este modo, ¿qué inconvenientes puede haber?, es muy pequeña y despreciable frente a la necesaria para hacer funcionar al acelerador. Por lo tanto *la única posibilidad es la fusión térmica*.

Estas reacciones de fusión térmica, llamadas **reacciones termonucleares**, se podrían producir en la Tierra en unos hipotéticos **reactores de fusión**, que quizá algún día la tecnología haga factibles. Veamos con un poco de detalle el interés de estas posibles fuentes de energía y las dificultades de orden práctico que presentan en el momento actual.

Entre las posibles reacciones nucleares a utilizar en un reactor de fusión térmica están:



donde las diferentes energías representan los factores Q de las correspondientes reacciones. Este tipo de reacciones entre deuterones, o entre deuterio y tritio, resultan enormemente atractivas como fuente de energía, ya que el deuterio no es radiactivo y se presenta de forma natural y prácticamente ilimitada en la Naturaleza (pensemos en el enorme contenido de hidrógeno en el agua del mar, aunque el deuterio sólo representa 1 parte en 7.000 de hidrógeno natural). Aunque el tritio no se presenta de forma natural en la Tierra y es radiactivo la reacción deuterio-tritio es muy atractiva ya que: 1.º libera una mayor energía, 2.º la temperatura a la que tiene lugar la fusión es considerablemente «menor» que la de ignición de las otras dos: 40.000.000° C, frente a 400.000.000° C (!!). Ahora comprendemos algunas de las posibles dificultades de orden práctico que presentan, en la actualidad, los reactores de fusión.

Los principales reactores de fusión desarrollados, en plan experimental hasta el momento, son los **Tokamak**. Se trata de unos reactores desarrollados por científicos soviéticos. En el momento actual, la Unión Soviética y los Estados Unidos están desarrollando un intenso programa de investigación en este área, para conseguir una fuente práctica de energía.

Aparte de estos problemas de tipo fundamental quedan otros problemas de ingeniería que tampoco son

de fácil solución: los daños causados en la estructura y la radiactividad inducida, como consecuencia del intenso bombardeo con neutrones procedentes de la reacción. Sin lugar a dudas, de lograrse, su ventaja frente a los reactores nucleares, hoy en uso, sería considerable, sobre todo porque no producen grandes cantidades de residuos radiactivos como aquéllos; aparte de otras ventajas de tipo técnico, que no juzgamos adecuado enumerar.

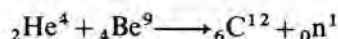
Las reacciones termonucleares, que tan difíciles son de conseguir en la Tierra, ocurren de forma natural en las estrellas, y entre ellas en el Sol. Sin entrar en detalles, que implican entre otros conceptos, el utilizar alguna teoría cosmológica sobre la formación del Universo, indicaremos que estas reacciones son la **fuerza primaria de energía** para toda la actividad física y biológica en la Tierra. También a través de ellas se puede explicar el origen de los diferentes elementos químicos.

§ 20.4 PARTICULAS ELEMENTALES

Sólo queremos hacer un breve desarrollo histórico de cómo surgieron las primeras partículas elementales, cuáles son éstas en la actualidad y en cuántas familias principales se agrupan. Se trata de una pura información para el alumno, puesto que no podemos ni entrar en la definición de los diferentes parámetros, distintos de los convencionales, que caracterizan a las distintas partículas elementales, ya que se trata de conceptos demasiado complejos, abstractos y poco usuales.

En el conocimiento de la estructura microscópica de la materia, se ha ido progresando tanto por el desarrollo teórico de la Física Cuántica, como por la disponibilidad de aceleradores de partículas cada vez más potentes y de técnicas para la determinación de las mismas más elaboradas.

Como indicamos, el **protón** y el **electrón** ya se conocían a finales del s. XIX, aunque no habían sido determinadas cuantitativamente algunas de sus propiedades más importantes. En 1930 J. Chadwick (1891–1974) descubrió el **neutrón**, al estudiar la reacción nuclear.



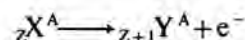
Los neutrones, al no poseer carga eléctrica, no son capaces de ionizar a los gases; no son desviados por los campos eléctricos, ni magnéticos y sólo pueden transferir su energía cinética mediante colisiones directas con un núcleo, que tengan una masa aproximadamente igual a la suya. En este caso pueden sufrir una colisión elástica o penetrar en el núcleo. Luego, una forma de «frenar» a los neutrones es haciéndolos colisionar con átomos de hidrógenos o con materiales que los contengan en gran número (el agua o la para-

lina). Una vez los neutrones «rápidos» se han convertido en lentos, pueden detectarse a partir de la reacción



es decir, a partir de las partículas α que se emiten en dicha reacción.

En el estudio de las desintegraciones β (§ 20.2), Pauli vió la necesidad de postular que en las mismas se emitía, junto con el electrón, una nueva clase de partícula, que la llamó **neutrino** (ν) (palabra italiana con que se designa una cosa pequeña y neutra); realmente la partícula que debía emitirse era un antineutrino ($\bar{\nu}$), pero por el momento ignoraremos esta distinción. Decimos que vió la necesidad de postular su existencia; ¿cómo puede ser esto?, se preguntará el alumno. Efectivamente, si la desintegración tenía lugar como se pensó originalmente:



se violaba el principio de conservación de la energía, el del momento angular y el del lineal; además, experimentalmente se comprobó que dicha violación no tenía lugar. Para salvar la conservación de las magnitudes anteriores, además de la carga, W. Pauli postuló que el neutrino debía poseer las siguientes propiedades: carga nula, masa en reposo nula, velocidad c y momento angular intrínseco $1/2 \hbar$. ¿En qué se diferencia de un fotón?

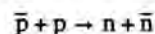
Ya indicamos que debido a estar desprovisto de carga su interacción con la materia es extremadamente débil, siendo por lo tanto muy difícil de detectar experimentalmente (hasta 1956 no se observaron dichas interacciones). Los neutrinos son muy abundantes en la Naturaleza y proceden de las reacciones termonucleares que tienen lugar en el Sol.

La radiación cósmica, que había sido descubierta por V. Hess (1883–1964) a principios de siglo, ha sido un campo de investigación extremadamente fértil para el estudio de partículas elementales, sobre todo en la época en que no se disponía de grandes aceleradores, y representaban la única fuente de alta energía. En 1932, C. D. Anderson (1905–) estudiando la radiación cósmica, en una cámara de niebla, descubrió el **positrón**, mediante unos razonamientos semejantes a los que hemos indicado para el neutrino. La existencia de esta partícula ya había sido justificada teóricamente por P. A. M. Dirac, en 1927.

El positrón (e^+) es una partícula idéntica en todas sus propiedades a las del electrón, a excepción de que su carga es positiva. Se le denomina la **antipartícula** del electrón; éste es un concepto que pronto volveremos a él.

Prácticamente todas las partículas fundamentales tienen su antipartícula. La del protón es el **antiprotón** (\bar{p}), que fue descubierto experimentalmente por O. Chamberlain (1920–) y E. G. Segré (1905–) en 1955. Lo consiguieron al bombardear un blanco de cobre con protones acelerados procedentes de un betatrón de 6 GeV. El antiprotón es idéntico al protón a excepción de su carga, que es negativa. Se trata de una antipartícula que es muy difícil de encontrar en la Naturaleza, ya que una vez producida, encuentra a un protón y se aniquila con él, dando lugar a una radiación electromagnética γ .

El **antineutrón** (\bar{n}) fue observado por vez primera por B. Corck, G. Lambertson, D. Piccioni y G. Wenzel en 1956, en el proceso de aniquilación de un protón y un antiprotón:



La diferencia entre n y \bar{n} no puede residir, como es obvio, en la diferencia de carga eléctrica, ya que ambas partículas son neutras. Su diferencia es mucho más sutil y difícil de comprender a nuestro nivel, y no vamos a incidir en ella.

En 1937, Anderson y Neddermeyer anunciaron el descubrimiento de una nueva partícula. En sus investigaciones, habían utilizado filtros de plomo para frenar los rayos cósmicos (¿puede comentar el alumno qué es lo que ocurre en este proceso?, ¿por qué eran de plomo y no de carbono, por ejemplo?) y una cámara de niebla colocada en un campo magnético. A partir de la curvatura de la trayectoria observada en la cámara, descubrieron que la nueva partícula debía tener una carga positiva. Por sus efectos ionizantes y la pérdida de energía, debía tener una masa cuyo valor era aproximadamente 200 veces la del electrón; como era intermedia entre el electrón y el protón le llamaron **mesón** (con los conocimientos que se adquirieron posteriormente se trataba del mesón μ o **muón**, como se le conoce en el momento actual). Años más tarde se descubrieron varias clases de partículas con masas en este rango. W. M. Powell en 1946, descubrió partículas cuya masa era $300 m_e$, y su carga podía ser positiva, negativa o nula: **mesones** $\pi(\pi^+, \pi^-, \pi^0)$.

Podemos observar cómo se va complicando la situación, por lo que no creemos necesario seguir con el descubrimiento de las sucesivas partículas elementales.

En el momento actual, el número de partículas elementales se ha hecho de nuevo tan grande (se conocen más de cien) que parece razonable pensar que podrían estar formadas por diferentes combinaciones de un pequeño conjunto de partículas aún más elementales, tal como ocurrió con el caso de los átomos a finales del s. XIX, cuando se conocían noventa especies diferentes. En los últimos años, se está comenzando a elaborar un modelo en el que se postula la existencia de tres partículas, realmente elementales, llamadas **quarks**, por combinación de las cuales se pueden formar la mayor parte de partículas elementales conocidas. De todos modos, este modelo todavía se encuentra en una fase inicial de desarrollo y hay problemas a los que no se puede dar, por el momento, una interpretación. Parece, pues, que nos encontramos ya en la etapa final de la secuencia de las partículas elementales.

CLASIFICACION DE LAS PARTICULAS ELEMENTALES

Los átomos en la materia ordinaria están formados por: e^- , p^+ y n . Se puede pensar que en alguna región aislada del Universo exista **antimateria**, que simplemente estaría compuesta por: e^+ , \bar{p} y \bar{n} . Sus propiedades serían idénticas a las de la materia ordinaria en casi todos los aspectos, y por lo tanto muy difíciles de distinguir. Si ambas entrasen en contacto se produciría una aniquilación de la materia, con liberación de gran cantidad de energía en forma de piones y fotones.

Las partículas «elementales» (¿todas son elementales si se han descubierto ya más de cien?) deben considerarse como diferentes «formas» de materia, que hay que distinguir por ciertas propiedades características: carga eléctrica, momento angular intrínseco, masa en reposo, spin, etc.

La primera clasificación que se puede establecer es

la de **partículas y antipartículas**. Hay algunas de éstas: fotón (γ), neutrón (n), pión neutro (π^0), mesón η (η^0) que son francamente difícil de distinguir, a nuestro nivel, de sus correspondientes antipartículas, ya que se trata de partículas que no poseen carga.

La segunda clasificación es en **fermiones y bosones**. Los primeros presentan un spin (?) que es un múltiplo impar de $\hbar/2$ y obedecen al Principio de Exclusión de Pauli. Un bosón tiene un spin cero o múltiplo entero de \hbar y no está sujeto al principio de exclusión. ¿Un electrón es un fermión o un bosón? Dos bosones de la misma clase se pueden encontrar en el mismo estado.

Las partículas elementales se dividen en cuatro familias: a) el **fotón**, b) **leptones**, c) **mesones** y d) **bariones**. Al conjunto de mesones y bariones se les denomina **hadrones**. De todas estas familias conocemos una: el fotón, que es la partícula asociada con el campo electromagnético; no tiene carga, ni masa en reposo y se mueve con la velocidad de la luz (§ 18.5). Su momento angular es \hbar , siendo por lo tanto, un bosón. El electrón es un leptón; el protón y neutrón, bariones. Pero esto ya son cuestiones ininteligibles para nosotros.

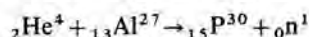
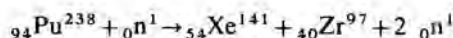
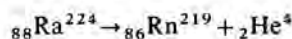
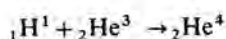
En el momento actual, la Mecánica Cuántica hace una *interpretación única de las cuatro interacciones fundamentales como un intercambio de partículas elementales*: de fotones en la electromagnética, de piones en la fuerte o nuclear, de bosones en la débil y de gravitones en la gravitacional. El campo de interacción gravitatoria entre partículas con masa se puede tratar de la misma forma que el electromagnético. El gravitón es el cuanto elemental de energía gravitatoria, del mismo modo que el fotón lo es de la electromagnética. Hasta el momento, existe una controversia sobre si se han detectado experimentalmente o no, al colapsarse una estrella.

Estos conceptos, nos consta, son muy difíciles de captar para el alumno, pero los indicamos para su conocimiento de cómo interpreta la Física, en este momento, las interacciones entre los diferentes entes que forman la Naturaleza.

CUESTIONES

1. ¿Qué es un isótopo? ¿En qué se parecen y en qué se diferencian dos isótopos de un mismo elemento? En una reacción química dada, ¿qué ocurre si un isótopo se sustituye por otro?
2. Ordenar por orden creciente de masas a las siguientes partículas: protón, electrón, neutrón, fotón, partícula α , partícula β .
3. ¿Qué significa el símbolo ${}_{92}\text{U}^{238}$?
4. ¿Cuántos protones, neutrones y electrones tiene el átomo de uranio concretamente el isótopo ${}_{92}\text{U}^{235}$?
5. Enunciar las características fundamentales de las fuerzas nucleares. Compararlas con las que presentan las fuerzas interatómicas o intermoleculares (§ 5.5).

6. ¿Qué significa $m_{20\text{Ca}^{40}} = 39,962598 \pm 0,000004$ uam? Por qué se dan tantas cifras decimales? ¿Cuál es la precisión con que se ha medido la masa de este núcleo?
7. El defecto de masa, ¿es proporcional a la diferencia entre Z y A ? Razonar la contestación. ¿A qué se llama energía de enlace de un núcleo?
- * 8. ¿Cuántos neutrones hay en un g de: (a) 1H^1 , (b) 6C^{12} , (c) 7N^{14} , (d) 92U^{238} ?
9. Analogías y diferencias entre la desintegración α , β y γ .
10. Justificar (§ 19.1), de los tres productos de una desintegración radiactiva, ¿cuál es al que tiene más carácter ondulatorio?, ¿corpúscular? A partir de la conclusión a que llegue, ¿le parece adecuada al alumno la denominación: partículas α , partículas o radiación β y radiación γ ? ¿Por qué?
11. ¿Qué es una «serie radiactiva»? Citar alguna de ellas. ¿A qué se llama tiempo medio de vida de un núcleo inestable?
- *12. El radio emite partículas α , β y radiación γ . Si estos productos de la desintegración se hacen pasar entre dos placas conductoras a las que se ha aplicado una diferencia de potencial, se observa que el haz emitido se divide en tres partes. Justificar la afirmación anterior e indicar la composición de cada una de ellas. Si se anula el campo eléctrico y se aplica uno magnético, ¿en qué dirección y sentido se ha de aplicar éste para que se produzca una desviación equivalente a la del campo eléctrico? Dibujar las trayectorias seguidas por las partículas que forman cada una de las partes en que se divide el haz procedente de la fuente radiactiva.
13. Comentar brevemente los peligros de las radiaciones radiactivas sobre la persona humana. ¿Qué precauciones se deben tomar?
14. De las siguientes reacciones nucleares indicar, razonándolo, cuáles son posibles:

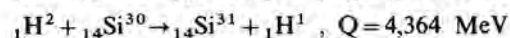
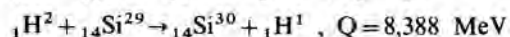
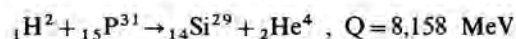


- *15. ¿Por qué en un reacción nuclear se libera mucha más energía que en una reacción química exotérmica?
16. ¿A qué se llama factor Q de una reacción nuclear?
17. ¿Qué información proporciona el estudio de una reacción nuclear?
18. Diferencias y analogías entre la fisión y la fusión nuclear.
- *19. ¿Qué es una reacción en cadena? ¿Cómo es posible en un reactor nuclear, mantener siempre la reacción controlada, a menos de que surja un accidente, situación muy poco probable dadas las necesidades de seguridad extraordinariamente estrictas de funcionamiento?
- *20. ¿Qué inconvenientes fundamentales y tecnológicos existen en la actualidad para disponer de un reactor de fusión termonuclear? ¿Qué ventajas e inconvenientes presenta, en el momento actual, la energía nuclear procedente de la fisión frente a la procedente de la fusión?

- *21. ¿Por qué es tan difícil obtener energía termonuclear en la Tierra y sin embargo ésta es la fuente de energía de todas las estrellas y astros del Universo?

PROBLEMAS

- Calcular la densidad del núcleo si la distancia media entre nucleones es $1,9 \times 10^{-13}$ cm.
- Suponiendo que el núcleo es esférico, calcular el radio del núcleo de 92U^{238} . Determinar la densidad de la materia nuclear en nucleones por m^3 y en g cm^{-3} .
- Calcular la energía de enlace y la energía de enlace por nucleón de un núcleo de Li^7 cuya masa atómica es 7,01600 uam.
- * 4. ¿Qué energía se necesita para extraer un protón de un núcleo de 6C^{12} , y que quede un núcleo residual de 5B^{11} ?
- Se dispone de una muestra de 5 mg de 84Po^{210} , cuyo tiempo medio de vida es de 138 días. Calcular: a) porcentaje de la muestra que queda al cabo de 199 días, b) actividad al cabo de dicho tiempo.
- La actividad de un cierto elemento radiactivo decae en un factor 10, en un intervalo de tiempo de 1 minuto. ¿Cuál es su constante de desintegración?
- * 7. La actividad del carbono que se encuentra en los seres vivos, debida a la presencia del C^{14} , es de 0,007 μCi por kg. El carbón formado por combustión de la madera de un cierto bosque tiene una actividad de 0,0048 $\mu\text{Ci kg}^{-1}$. El tiempo medio de vida del C^{14} es 5.760 años. Calcular los años transcurridos desde que tuvo lugar dicha combustión.
- 1 mCi es la actividad correspondiente a 3×10^{-14} g de 82Pb^{214} , calcular su constante de desintegración.
- El coeficiente de absorción, mediante una lámina de plomo, de los rayos X producidos por impacto de partículas α en un blanco de Cu y de Mo son, respectivamente, $241 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ y $141 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$. ¿Qué espesor de la lámina de plomo reducirá la intensidad de cada uno de los haces monocromáticos de rayos X a un tercio de su valor de incidencia? Densidad del plomo $11,3 \text{ g cm}^{-3}$.
- *10. A partir de los valores del factor Q indicado para las tres reacciones nucleares siguientes:



calcular la energía liberada de la desintegración del 14Si^{31} .

- *11. Dadas las reacciones:



calcular su factor Q e indicar si son endotérmicas o exotérmicas.

- *12. En la reacción $13\text{Al}^{27} (d, n) 14\text{Si}^{29}$, d es el símbolo del deuterio (1H^2) y n del neutrón. La masa atómica del núcleo que sirve de blanco es 26,98153 uam y el factor Q , 9,357 MeV. Calcular la masa atómica del núcleo que se obtiene en la reacción.
- *13. Demostrar que en una reacción de fisión se liberan aproximadamente 200 MeV por núcleo de U^{235} (20,27). Valor de las energías medias por nucleón: $\text{Ba}^{141} = 8,4 \text{ MeV}$, $\text{Kr}^{92} = 8,6 \text{ MeV}$.

INTRODUCCION ELEMENTAL A LA ELECTRONICA

Este capítulo es independiente del resto de la obra, tanto por sus contenidos como por la metodología, que seguiremos en su exposición. No incluye conceptos básicos de la Física, sin embargo, lo hemos incorporado al texto por el gran desarrollo, e impacto social y tecnológico, que la Electrónica tiene, y ha tenido en los últimos cuarenta años, en la vida de la Humanidad.

Sin ánimo de que nuestra definición sea completa, podemos indicar que la Electrónica tiene como objetivo el estudio de las propiedades físicas de los dispositivos semiconductores (diodos, transistores de diferentes clases, rectificadores controlados de silicio, etc.) y su aplicación, bien como dispositivos discretos o integrados en grandes circuitos, a sistemas de interés práctico.

De estas dos líneas generales que se pueden distinguir en la Electrónica: *Física de los dispositivos semiconductores* y *Electrónica de sistemas*, sólo haremos una introducción elemental a la segunda. Es decir, utilizaremos los dispositivos como elementos de circuito, sin conocer su principio básico de funcionamiento. Este enfoque, aunque no con la modestia de nuestra exposición, es el que se suele seguir en ingeniería electrónica.

Nuestro objetivo es dar a conocer al alumno los sistemas electrónicos fundamentales (§ 21.2), así como las funciones más básicas que los sintetizan, tanto en la Electrónica Analógica (§ 21.3) como en la Digital (§ 21.4).

En cuanto a las funciones más básicas, estamos interesados en indicar en qué consisten, cuáles son sus parámetros característicos y para qué se utilizan normalmente. Por no considerarlo adecuado en este primer contacto, no estamos interesados en explicar cómo se diseñan los subsistemas que sintetizan a las funciones básicas, cómo se analizan, ni su principio de funcionamiento. De todas formas, al finalizar la exposición de cada una de las funciones sugeriremos una sencilla práctica, que el alumno puede realizar en su centro docente, que ponga de manifiesto las características que se han resaltado.

Por supuesto, suponemos que los alumnos no tienen conocimiento alguno acerca de la Electrónica. Lo que recomendaríamos es realizar algunas prácticas elementales con circuitos de *CC* o de *CA*, antes de llevar a cabo las que sugerimos en este capítulo.

Para poder realizar los montajes prácticos, el laboratorio debe disponer de componentes (resistores, capacitores, diodos, transistores y circuitos integrados) que se pueden adquirir en cualquier tienda de material de radio; fuente de alimentación (§ 21.3), oscilador de baja frecuencia (§ 21.3) y un aparato barato para medir corrientes y tensiones (llamado multímetro o polímetro). Es conveniente, también, disponer de un osciloscopio para visualizar y medir las señales presentes en las diferentes partes de un subsistema; no creemos que este texto sea el indicado para explicar su funcionamiento. También recomendamos no utilizar el soldador para montar los diferentes circuitos; es más cómodo y rápido usar las regletas y zócalos, en los que se pueden encajar directamente las componentes.

A pesar del carácter eminentemente práctico del capítulo, hemos incluido un apartado sobre los semiconductores (§ 21.1). En él se introducen las características conductoras de estos elementos, así como un modelo simple que permite interpretarlas. Los semiconductores son los elementos que han hecho posible la revolución electrónica, a partir de la década de los '50; todos los dispositivos electrónicos están fabricados con elementos semiconductores, por eso empezamos el capítulo con su estudio.

* 21.1 CARACTERISTICAS GENERALES DE LOS SEMICONDUCTORES

Ya indicamos (§ 12.3) que desde el punto de vista de la conducción, las sustancias se clasificaban en conductores, aislantes y semiconductores.

Los elementos típicamente semiconductores son el germanio y el silicio; aunque para ciertas aplicaciones se utilizan semiconductores compuestos, como el

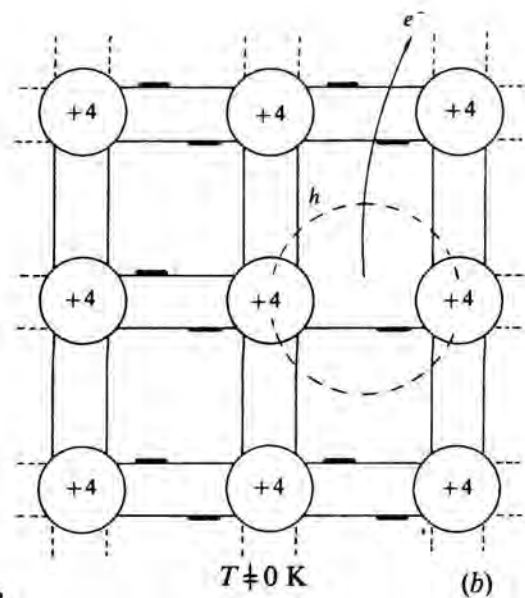
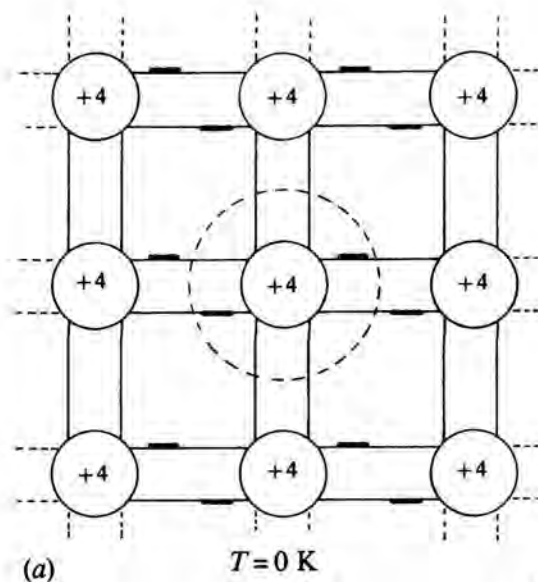


FIG. 21.1

arseniuro de Galio (Ga As). Desde 1960, el silicio ha desplazado casi completamente al germanio en la fabricación de los dispositivos electrónicos, tanto discretos como integrados.

EL silicio, como el germanio, es un elemento tetravalente. Los cuatro electrones más periféricos (electrones de valencia) no pueden moverse libremente a través del cristal, es decir no son electrones libres (§ 12.3). Forman parte de los **enlaces covalentes** que mantienen unidos al conjunto de los átomos del semiconductor, formando su estructura cristalina.

Para representar, en dos dimensiones, las principales características de esta estructura, se suele utilizar un **modelo bidimensional de enlaces** Fig. 21.1 a. cada ión o núcleo (núcleo atómico, más capas electrónicas profundas) tiene una carga $+4 e$. Este modelo incorpora dos de las propiedades más importantes de la estructura tridimensional del semiconductor:

- Cada átomo se encuentra rodeado de cuatro vecinos equidistantes.
- Los electrones de valencia, cuatro por átomo, son compartidos por dichos vecinos. Cada enlace entre un átomo y uno de sus vecinos contiene dos electrones; en la figura se indica esta característica mediante un trazo corto e intenso

Cuando todos los electrones de valencia se encuentran en sus respectivos enlaces covalentes, como ocurre a 0 K , la conducción no es posible. ¿Por qué? Por tanto, el semiconductor se comporta como un aislante (§ 12.3), a esta temperatura (Fig. 21.1 a). Un elemento que presenta esta disposición de los electrones, incluso a temperaturas elevadas, es el diamante; como sabemos es un aislante.

Para cualquier temperatura por encima de los cero grados, siempre existen algunos pocos o muchos (de-

pendiendo de aquélla) enlaces covalentes incompletos (Fig. 21.1 b). Los electrones que *han roto sus enlaces* no están confinados en la región donde se encontraban éstos, sino que son libres de moverse por todo el cristal.

A temperatura ambiente ($\sim 300 \text{ K}$), los pocos electrones que han roto sus enlaces, lo hacen como consecuencia de la agitación térmica.

Esta fracción de electrones que se convierten en libres y, por lo tanto, pueden cooperar a la conducción, es muy pequeña. Por ejemplo, en el germanio a temperatura ambiente existen alrededor de 10^{13} enlaces rotos por cc; como tiene 10^{23} átomos/cc, sólo un átomo de cada 10^{10} ha roto su enlace. No obstante, aunque la proporción sea tan pequeña, tiene un gran efecto sobre las propiedades eléctricas de un semiconductor: hace posible la conducción, al suministrar electrones libres. El elemento (silicio), se considera un semiconductor más que un aislante, como es el diamante. En éste el número de enlaces rotos es del orden de 1 en 10^{15} , es decir, de 10^8 por cc.

Como consecuencia de los enlaces rotos existen dos grupos de portadores de carga, distintos e independientes en los semiconductores, que cooperan a la corriente eléctrica. Unos son los electrones libres, producidos al romperse un enlace, que pueden moverse a través de todo el cristal y no pertenecen a ningún átomo en particular. Son los llamados **electrones de conducción**, que tienen una carga $-|e|$, y que cooperan a la conducción de la misma manera que los electrones libres de un metal.

Los otros portadores de carga están asociados con los electrones de valencia que permanecen en sus enlaces. Un enlace roto representa una región localizada del espacio con un *exceso de carga positiva*, ¿por qué? Esta región de carga positiva ($+|e|$) se denomina **hueco (h)** porque aparece como consecuencia de un defecto o una vacante en la estructura de enlaces.

No es evidente que un hueco se pueda mover en el semiconductor independientemente de los electrones de conducción. El movimiento de la carga positiva localizada, tiene lugar porque un electrón de valencia, en un enlace *cercano* al roto (es decir, al hueco), puede ocupar la vacante, dando lugar a que el hueco se mueva en sentido opuesto. Los electrones de valencia se pueden mover de enlace a enlace, sin adquirir la energía necesaria para quedar libres de la estructura de enlaces. Por lo tanto, los huecos se pueden mover a través del semiconductor sin interferir con los electrones de conducción (Fig. 21.2). En esta figura se representa gráficamente, de forma muy simplificada el movimiento de los huecos a través de los movimientos de los electrones localizados en los enlaces.

Aunque esta descripción del movimiento de un hueco, en términos del movimiento de los electrones de valencia, resulta gráfica y útil, no debe llevarse hasta las últimas consecuencias, porque da lugar a contradicciones. Sin profundizar en el tema insistiremos en que *el concepto de hueco, como portador de carga positiva, es un artificio que nos permite describir, de manera simple y elegante, el movimiento complejo de los electrones de valencia.*

Las simplificaciones a que da lugar su introducción, son en primer lugar de número: siempre es más fácil estudiar el movimiento de los «pocos» enlaces que se han roto que el de los muchos que continúan intactos. Otras simplificaciones surgen de que el movimiento de un hueco puede ser descrito en términos de la Mecánica Clásica, considerándolo como una partícula con carga positiva. Una descripción semejante del movimiento de los electrones de enlace (de valencia) no es posible, ya que ha de tratarse mediante los principios de la Mecánica Cuántica. La diferencia, sin profundizar, estriba que en un caso nos fijamos en los defectos de la estructura de enlaces, y en el otro, en los enlaces ocupados por electrones.

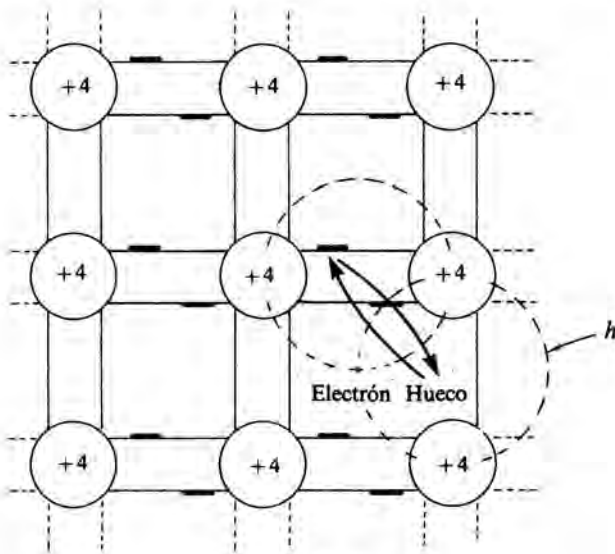


FIG. 21.2

Es posible entender, incluso con detalle, el comportamiento físico y las características eléctricas de los dispositivos electrónicos semiconductores aceptando —como modelos del proceso de conducción— los conceptos de huecos y de electrones de conducción, quede ahora en adelante llamaremos simplemente **huecos** y **electrones**. Desde el punto de vista de la conducción, se pueden considerar ambos como portadores independientes de cargas de signos opuestos.

Sin entrar en detalles, diremos que en estos semiconductores la *conductividad* (13.25) *crece exponencialmente con la temperatura.*

Los semiconductores cuyas propiedades hemos es-

tudiado reciben el nombre de **intrínsecos** ($n = p$); n representa el número de electrones en el cristal por unidad de volumen, p el de huecos.

SEMICONDUCTORES EXTRINSECOS

En los semiconductores extrínsecos, los electrones y huecos se producen a pares (**generación**) al romperse los enlaces covalentes; análogamente desaparecen también a pares (**recombinación**), al formar nuevos enlaces completos.

En los semiconductores reales se suelen añadir, deliberadamente, ciertas **impurezas** o átomos «extraños» a la red cristalina durante su proceso de fabricación. De esa manera se alteran, de forma controlada, sus propiedades eléctricas. Realmente el número de impurezas que se añaden es muy pequeño comparado con la concentración de átomos del semiconductor: 1 átomo de impurezas por cada 10^7 átomos de semiconductor.

Los semiconductores a los que se les añade deliberadamente impurezas se denominan **extrínsecos** y son de dos tipos:

- Semiconductores tipo N**, son aquellos en los que se *sustituye un átomo de silicio (tetravalente) por uno pentavalente*: fósforo, arsénico o antimonio. Estos átomos «encajan» en la estructura cristalina del semiconductor. Sin embargo, por tener cinco electrones de valencia en vez de los cuatro, uno de ellos se encuentra más «débilmente ligado a la red» que los cuatro restantes, ya que no forma parte de los enlaces covalentes que ligan a este átomo de impureza con los cuatro vecinos de silicio. Debido a esto, se encuentra «débilmente ligado» al átomo de impurezas. En el rango de temperaturas que suele funcionar un semiconductor, estos electrones extra se encuentran disociados de sus átomos y se pueden mover «libremente» a través del semiconductor, como electrones libres. Es decir, el átomo de impurezas se ioniza, convirtiéndose en una carga positiva inmóvil y localizada (Fig 21.3). Téngase en cuenta que en este proceso de ionización de un átomo de impurezas pentavalente, llamadas **dadoras**, se produce un electrón y una carga iónica inmóvil, pero no se «rompe» ningún enlace covalente. Por consiguiente *las impurezas dadoras aportan* (de ahí su nombre) *electrones y no huecos.*

Si se aumenta la temperatura, empiezan a «romperse» enlaces covalentes y por cada electrón aparece un hueco, tal como dijimos al estudiar el comportamiento de los semiconductores intrínsecos. Pero aún así la concentración de electrones es superior a la de huecos: $n > p$; de ahí que los electrones reciban el nombre, para

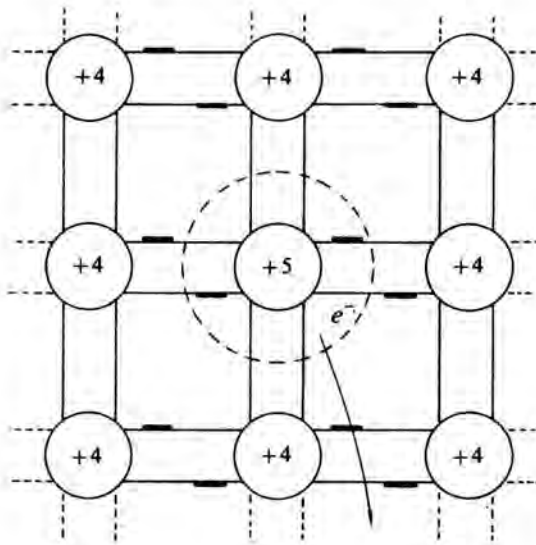


FIG. 21.3

este tipo de semiconductores, de **portadores mayoritarios**; y los huecos **portadores minoritarios**.

Si se sigue aumentando la temperatura, la concentración de electrones procedentes de la ruptura de enlaces covalentes (n) llega a ser mucho mayor que la debida a la ionización de los átomos de impurezas (N_D), ya que el número de estos es muy pequeño frente al de átomos de silicio. Cuando esto ocurre se dice que el semiconductor extrínseco se encuentra en un rango de temperaturas correspondientes a su comportamiento intrínseco, en el cual $n \approx p$.

A partir de este razonamiento cualitativo tan simple, podemos comprender que la conductividad es un semiconductor tipo N depende tanto de la temperatura, como de la concentración de átomos de impurezas.

- b) **Semiconductores tipo P**, son aquellos a los que se les agregan impurezas trivalentes: boro, indio o aluminio. Estos átomos «encajan» en la red cristalina del semiconductor, pero tienen un electrón menos de los necesarios para completar los enlaces covalentes de los átomos de la red cristalina. Existe, por consiguiente, una vacante en la estructura de enlaces, o un **hueco** asociado con cada uno de ellos. Este hueco se encuentra ligado débilmente al átomo extraño, por lo tanto a temperaturas normales se encuentra disociado del mismo y es libre de moverse a través del semiconductor.

Quizá esta forma de hablar desorienta al alumno no habituado a esta terminología; pero después de lo indicado al introducir el concepto de hueco, estas afirmaciones son equivalentes a decir que el átomo de impurezas acepta un electrón de valencia procedente de otro átomo del cristal; esto produce un desplazamiento de la vacante en la estructura de enlaces.

El ión de impurezas constituye una carga local negativa e inmóvil (Fig. 21.4). En este proceso de ionización de las impurezas **ceptoras** se produce un hueco móvil y una carga iónica negativa y móvil, pero no se «rompe» ningún enlace covalente. Al aceptar, y de ahí su nombre, un electrón ligado para completar su estructura de enlace covalente, cada átomo de impureza aumenta en uno el número de huecos.

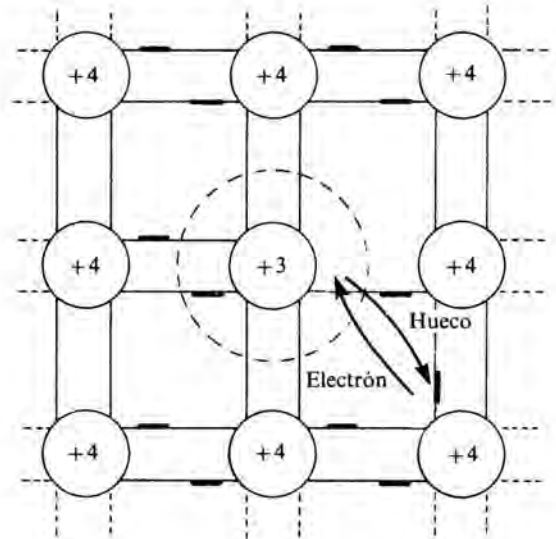


FIG. 21.4

En estos semiconductores, *los huecos son los portadores mayoritarios y los electrones los minoritarios*. Reciben el nombre de tipo P porque la carga de los portadores mayoritarios es positiva; análogamente los de tipo N , por ser negativa la carga de los portadores mayoritarios..

En los semiconductores P , σ es función de T y de la concentración de impurezas aceptoras. ¿Podrías justificarlo?

§ 21.2 SISTEMAS ELECTRICOS. DIAGRAMAS FUNCIONALES

En la Electrónica de sistemas el objetivo fundamental es **sintetizar** y dar realidad física a un sistema a partir de sus especificaciones, que son como reglas de comportamiento; en la Electrónica la descripción de lo que el sistema debe hacer, juega un papel central. El problema de la Física es, por el contrario, **analizar** y **predecir** los fenómenos de la Naturaleza, a partir de ciertos modelos o teorías; esto hemos tenido ocasión de comprobarlo a lo largo del libro, ¿no?

Las señales con las que operan los sistemas electrónicos pueden ser analógicas o digitales. Una señal se dice que es **analógica** cuando los diferentes valores de la misma, prácticamente continuos, en función del

tiempo, son portadores de la información de la señal. Todos los posibles valores de ésta son relevantes en el proceso en el que actúa.

Una señal se denomina **digital** cuando la información está contenida exclusivamente en el hecho de que ésta tome un valor que pertenece sólo a dos clases posibles («alta» o «baja»; «sí» o «no»; «1» ó «0»). Todos los posibles valores de la señal se dividen en dos clases por un **umbral**, V_{θ} .

Señales analógicas son las utilizadas, por ejemplo, por los sistemas de radio y TV. Señales digitales son las usadas en los ordenadores y en la gran mayoría de los sistemas electrónicos, ya que presentan ventajas inherentes sobre las analógicas. Entre ellas cabe citar mayor inmunidad a las perturbaciones y posibilidad de transmitir, sin interferir, muchos mensajes simultáneamente a través de un mismo cable o canal de comunicación. Sin embargo, no se puede alcanzar con ellos la precisión que se obtiene con las digitales ¿por qué?

Los sistemas electrónicos se pueden, en principio, clasificar en dos grandes grupos según que en su comportamiento sea básico el **tratamiento de señales y los aspectos informáticos**, o bien que sólo importen las **características energéticas**.

Las funciones básicas en los que procedan señales pueden clasificarse en: a) **funciones de comunicación**, b) **funciones de control**, c) **funciones de cálculo** y d) **funciones de instrumentación**. Atendiendo a las características energéticas: e) **funciones de conversión de energía eléctrica**.

Los sistemas electrónicos y sus funciones se caracterizan mediante unos **diagramas de bloques**. Estos diagramas presentan la ventaja de permitir conocer de forma inmediata la estructura del sistema y el flujo de señales que tiene lugar en el mismo. De esta forma, se evita la complejidad de utilizar un esquema electrónico del conexionado entre los diferentes elementos que constituyen el sistema.

Desde un punto de vista amplio, si entendemos como sistema electrónico el conjunto de dispositivos interconectados para realizar una cierta función global, los citados sistemas pueden clasificarse en sistemas de: **Comunicación, Control, Cálculo** (o mejor **Proceso de Datos**), **Instrumentación y Conversores de Energía**. Esta clasificación se refiere a la función global del sistema; en la práctica un sistema dado está formado, en general, por subsistemas que a su vez realizan funciones variadas. Así, por ejemplo, un sistema complejo de control tendrá subsistemas que serán de comunicación, de proceso de datos, de instrumentación y de conversión de energía.

Veamos las estructuras básicas que permiten una clasificación de la función global de un sistema, de acuerdo con lo anterior.

Los **sistemas de comunicación** tienen como finalidad global el enviar una familia de señales eléctricas

de un punto a otro, utilizando un medio o **canal** de comunicación.

El sistema consta del **emisor**, el **canal** y el **receptor**. En el emisor suele existir un paso de tratamiento previo de las señales a emitir, seguido de un proceso de «montar» las señales en el vehículo físico apropiado para su transmisión a través del canal (*modulación*). En el canal, las señales suelen sufrir la acción de perturbaciones (ruido). En el receptor, las señales son «descabalgadas» de su vehículo (*demodulación*), re-procesadas si procede, y finalmente utilizadas directamente o por medio de un transductor, que transforma las señales eléctricas en otras de soporte físico distinto (mecánico, como en un altavoz; óptico, como en un tubo de TV, etc.).

Los **sistemas de control**, en general, tienen como función global mantener dentro de ciertos límites los valores de los productos resultantes en un proceso, que puede tener naturaleza muy variada. Existen sistemas de control físicos, biológicos, químicos, etc. La industria moderna, en sus procesos de automatización, tiende a utilizar cada vez más sistemas de control. El sistema de control puede diseñarse para «seguir» el valor de un parámetro; es decir, para procurar que el valor siga una trayectoria especificada de antemano. Incluso el sistema puede cambiar sus reglas de acción de acuerdo con los resultados que se van obteniendo; en esta caso se dice que el sistema es *adaptivo*.

El sistema de control, no es, por lo general, electrónico en su totalidad, pero cada día se tiende más a su realización con dispositivos electrónicos, siempre que ello sea posible. La función básica de un sistema de control la podemos esquematizar de la forma siguiente: un proceso o una planta industrial debe dar un producto que cumpla unas especificaciones de acuerdo con un patrón o **referencia**. Al proceso llega energía, más productos primarios, y puede sufrir perturbaciones que alteren el producto resultante. Por otra parte el proceso puede ser modificado por un **controlador**. La función de control consiste en la siguiente: el producto resultante se compara con el producto de referencia; si no coinciden, se envía una señal al controlador para que modifique el proceso adecuadamente. Obsérvese que lo importante en el sistema es el retorno de información desde la salida al proceso, a través de lo que se denomina **lazo de realimentación**. La información enviada por éste, puede ser procesada antes de ser utilizada por el controlador.

En los **sistemas de procesos de datos** aparecen casi invariablemente los subsistemas indicados en la Fig. 21.5. Su función es como sigue: bajo la acción de una **unidad de control**, los datos que entran en el sistema, a través de una unidad de entrada, son almacenados en **memoria** y sufren una serie de transformaciones (operaciones de diversa índole) realizadas en la **unidad central de proceso**, de acuerdo con unas reglas al-

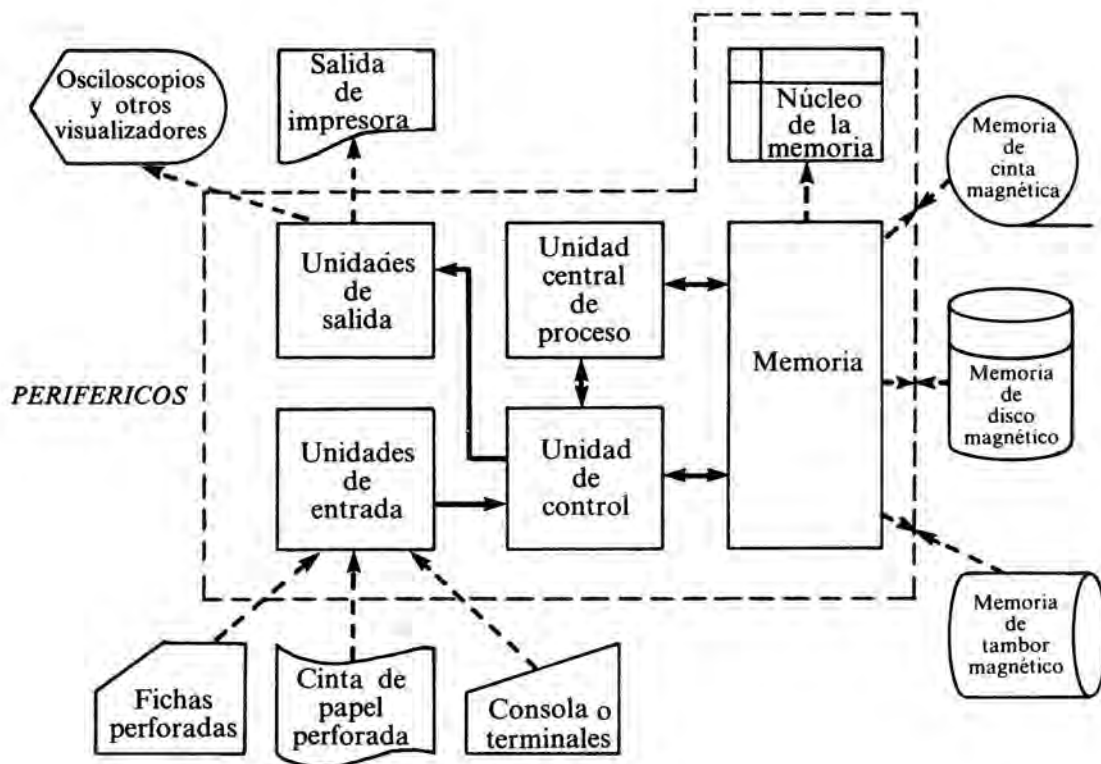


FIG. 21.5

macenadas en forma de un programa de memoria. Los datos finales y/o los intermedios del proceso, son devueltos al exterior bajo control a través de una **unidad de salida**. La estructura, y forma de funcionar, del sistema descrito son la base de los modernos **ordenadores electrónicos digitales**; las variantes existentes en los mismos afectan a la estructura («arquitectura») concreta del modelo de que se trate. Cuando un sistema incluye el proceso de datos como subsistema, se suele decir, de forma impropia que es sistema «inteligente».

La integración en gran escala de los sistemas electrónicos (iniciada en la década de los '70) ha revolucionado el mundo de la Electrónica, de manera especial el de los ordenadores digitales. Estos se suelen clasificar, por su capacidad de proceso y por el coste, en: *micro*, *mini*, *midi*, *grandes* y *super* ordenadores. La clasificación no es rigurosa, ni nítida; sin embargo existe una buena correlación entre la capacidad de proceso de datos y el tamaño físico, la longitud de las palabras, la capacidad de memoria, la velocidad y capacidad de entrada/salida.

Los **sistemas de instrumentación electrónica** han adquirido en las últimas décadas una resonancia cada vez mayor, no ya en la industria, sino en todas las ramas de la ciencia. La base de dichos sistemas es el **instrumento de salida** (voltímetro electrónico, frecuencímetro, termómetro, etc.), que suele ser electrónico; está compuesto por un transductor, un procesador de la señal eléctrica y un visualizador.

El **transductor** transforma la magnitud física a me-

dir en una señal eléctrica, la cual es procesada de forma adecuada y finalmente excita un sistema **visualizador** de la medida (indicador de agua u otro). En la actualidad, los instrumentos de este tipo (que actúan de forma analógica) están siendo casi totalmente sustituidos por instrumentos digitales, de lectura mucho más fácil y cómoda. En éstos, la señal analógica del transductor se convierte en digital, la cual puede ser tratada por todo un sistema de proceso de datos, (como el ya descrito) antes de proceder a la visualización (en dígitos decimales) de los resultados.

Los **sistemas conversores de energía** tienen por finalidad el proporcionar la energía eléctrica en la forma adecuada para las necesidades de los usuarios a partir de energía, también eléctrica, pero presente bajo otra forma. Los sistemas conversores más frecuentes, utilizados para suministrar energía a los sistemas electrónicos, son del tipo de corriente alterna en corriente continua (CA-CC). Para aplicaciones especiales suelen diseñarse conversores AC-AC (señales alternas de una frecuencia en señales alternas de otra frecuencia distinta) o bien CC-CC, por ejemplo, obtener una tensión continua de 100 V a partir de una tensión también continua de 12 V. Los sistemas conversores de energía suelen incorporar un sistema de control, para garantizar que la salida (tensión, frecuencia u otro parámetro) se mantiene dentro de los valores permitidos, bajo condiciones muy diferentes de utilización, que podrían tender a cambiarlos.

En los dos apartados siguientes consideraremos al-

gunos de los bloques básicos, que adecuadamente interconectados permiten sintetizar los sistemas electrónicos anteriores.

21.3 FUNCIONES BASICAS DE LA ELECTRONICA ANALOGICA

Tal como indicamos en la introducción, no tratamos de indicar cómo se realizan físicamente estas funciones más básicas, sino argumentar brevemente su necesidad, indicar en qué consisten y definir los parámetros más importantes que las caracterizan.

Creemos que este enfoque es adecuado no sólo para un curso de iniciación a la Física, sino para un tratamiento práctico de la Electrónica. Debido a su desarrollo rápido, las diferentes funciones se han sintetizado de manera distinta en cada época: en los años 30, 40 y 50 se construían con válvulas termoiónicas; en los años 50 y 60 con transistores y otros elementos de estado sólido; en los 70 se realizan con circuitos integrados. Cómo se harán en el futuro no lo sabemos y no es previsible, debido al desarrollo tan rápido de la tecnología electrónica; sin embargo, las funciones siempre serán las mismas, variando únicamente su estructura interna.

AMPLIFICACION

La **amplificación** es una de las funciones fundamentales de toda la Electrónica. Podemos definirla como el *proceso mediante el cual se aumenta la amplitud de una señal eléctrica* (intensidad, tensión o potencia), *conservando los aspectos fundamentales de la misma, es decir, sin distorsionarla*. El sistema o bloque que realiza esta función se llama **amplificador**. La señal de salida puede ser proporcional a la de entrada (dentro de ciertos límites de amplitud y frecuencia), en cuyo caso se dice que el **amplificador es lineal**; o bien la entrada y la salida pueden estar relacionadas por una función **no lineal** (cuadrática, logarítmica, etc.)

Desde el punto de vista de la Electrónica se considera que un sistema es amplificador si presenta una ganancia en potencia, es decir, un aumento en la potencia disponible de la señal. Por lo tanto, un transformador elevador de tensión no es un amplificador. La mayor potencia que presenta la señal de salida, respecto de la de entrada, procede de la fuente de alimentación (batería, fuente regulada, etc.).

Si la tensión de salida es superior a la de entrada se dice que el **amplificador es de tensión**. Análogamente, existen **amplificadores de corriente**. Los sistemas amplificadores lo son sólo para una clase de señales comprendidas entre ciertos márgenes de frecuencia; fuera de ellos el sistema puede no comportarse como amplificador. Luego, un dato importante cuando nos referimos a un sistema amplificador es el rango de frecuencias (banda) en el que actúa como tal. Así, por

ejemplo, los amplificadores usados normalmente en los equipos de alta fidelidad, lo son en el rango de las frecuencias audibles (20 Hz a 20 kHz) (§ 17.1) o sea, son amplificadores de *audio-frecuencia*; un *amplificador de CC* debe ser capaz de amplificar señales de muy baja frecuencia, casi de frecuencia cero. Un sistema *amplificador de video* es uno que cubre un rango que va desde las bajas frecuencias hasta las decenas de MHz, etc.

Un amplificador se puede considerar como un bloque, con dos terminales de entrada y dos de salida; la señal de salida se utiliza para estimular o excitar una **carga** (por ejemplo, un altavoz, un motor, una impresora, una antena, etc.), cuyo equivalente electrónico se presenta mediante una resistencia y una reactancia (§ 15.4), Fig. 21.6. Sean $\langle \mathcal{P}_e(t) \rangle$ y $\langle \mathcal{P}_s(t) \rangle$ la potencia media (§ 15.4) consumida en los terminales de entrada y salida, respectivamente. El cociente $\langle \mathcal{P}_s(t) \rangle / \langle \mathcal{P}_e(t) \rangle$ para una cierta frecuencia ω , recibe el nombre de **ganancia en potencia del amplificador** a esa frecuencia. Esta ganancia se suele expresar en decibelios (db) (17.4):

$$G_p \text{ (db)} = 10 \log \left(\langle \mathcal{P}_s(t) \rangle / \langle \mathcal{P}_e(t) \rangle \right) \quad (21.1)$$

Si suponemos que las señales son sinusoidales y que $\langle \mathcal{P}_s(t) \rangle$ y $\langle \mathcal{P}_e(t) \rangle$ se disipan en resistencias puras, iguales, de valor R (15.44):

$$\langle \mathcal{P}_e(t) \rangle_\omega = V_e^2 / 2R, \quad \langle \mathcal{P}_s(t) \rangle = V_s^2 / 2R \quad (21.2)$$

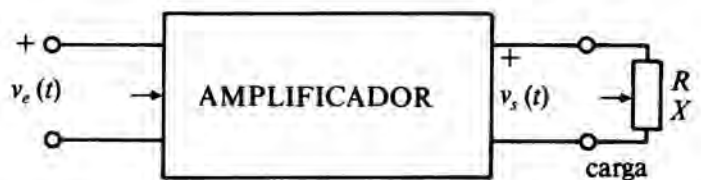


FIG. 21.6

tenemos:

$$G_v \text{ (db)} = 10 \log (V_s / V_e)^2 = 20 \log (V_s / V_e) \quad (21.3)$$

La expresión (21.3) define la **ganancia en tensión** del amplificador. Análogamente se puede definir la **ganancia en corriente**.

Un amplificador debe mantener su ganancia constante en todo el rango de frecuencias de interés. Un buen amplificador de alta fidelidad (Hi Fi) mantiene la ganancia prácticamente igual en todo el rango de audiofrecuencia. En la práctica, al aumentar y disminuir la frecuencia a partir de ciertos valores típicos, la ganancia se hace menor. Suelen especificarse las frecuencias a las cuales ésta es 3db inferior a la típica. Así, para el ejemplo anterior, se puede decir que para $\nu_1 = 60$ Hz y $\nu_2 = 15$ KHz la ganancia está 3 db por debajo de la correspondiente a las frecuencias intermedias; en la Fig. 21.7 se representa la dependencia de

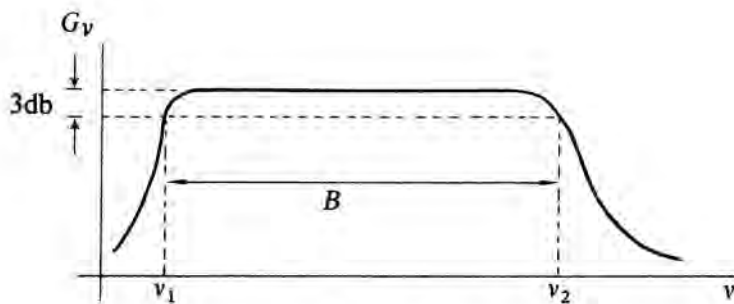


FIG. 21.7

G_v , con la frecuencia, para un amplificador. La diferencia entre v_2 y $v_1 \approx 15$ KHz recibe el nombre de **banda o anchura de banda**, B , del amplificador.

Estas son las características más relevantes de los amplificadores. A continuación, daremos un resumen de las características específicas que deben considerarse para seleccionar un amplificador:

- 1º. La amplificación o ganancia, ¿es la adecuada para conseguir la señal de salida deseada?
- 2º. ¿Presenta la anchura de banda deseada?
- 3º. El nivel de señales de entrada que puede aceptar, ¿es suficiente para que la señal de entrada utilizada no produzca una distorsión excesiva?
- 4º. La impedancia de entrada, ¿está acoplada adecuadamente a la impedancia de la fuente? Ver problema 13.9.
- 5º. La impedancia de salida, ¿está acoplada a la de carga?
- 6º. Distorsión: ¿se distorsiona la señal, aunque el nivel de la señal de entrada no se exceda?
- 7º. El nivel de la señal de salida, ¿es el adecuado para la aplicación que se desea, es decir para excitar a la carga?
- 8º. El nivel de ruido debido al amplificador, ¿es mucho menor que el nivel de la señal?
- 9º. Deriva: la ganancia del amplificador permanece constante durante los periodos de tiempo, más o menos largos, en que deba funcionar.

La necesidad de los amplificadores en los sistemas electrónicos resulta evidente: cuando se trata de transmitir conversaciones a largas distancias mediante cables, debido a las pérdidas en las líneas telefónicas, se atenúa la señal a medida que la longitud del cable es mayor; como consecuencia se necesitan repetidores o amplificadores, a intervalos regulares, para reforzar la señal. El nivel de la señal procedente de un tocadiscos no es lo suficientemente intensa para excitar a un altavoz, se necesita elevarlo mediante pasos de amplificación sucesivos; preamplificador, amplificador y amplificador de potencia. Y así podríamos citar muchos otros ejemplos.

* Montaje práctico 1

Se trata de sintetizar la función de amplificación de la forma más simple posible. Esto se puede conseguir utilizando un **transistor**, conectado de forma adecuada con una serie de resistores y capacitores. El transistor es un dispositivo de tres terminales, que reciben el nombre de *emisor* (E), *base* (B) y *colector* (C); en la Fig. 21.8 se representa su sím-

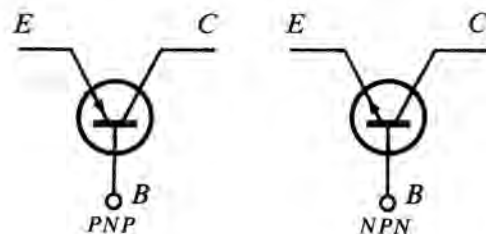


FIG. 21.8

bolo como elemento de circuito. En ella observamos que existen dos tipos: *NPN* y *PNP*, según el tipo de semiconductor extrínseco (§ 21.1) que forme el emisor, la base y el colector.

Aprovecharemos este montaje para caracterizar al transistor en función de las relaciones gráficas existentes entre las tensiones y corrientes en sus terminales; así como para conocer su funcionamiento.

Seguiremos los siguientes pasos: a) Determinación de las propiedades fundamentales del transistor. b) Evaluación de sus características externas. c) Estudio gráfico de la amplificación. d) Determinación experimental de las características de un amplificador con un transistor.

Sugerencias:

Utilizamos como transistor el 2N1711, o cualquier otro equivalente de propósito general, que se puede encontrar en cualquier tienda de material de radio. Los resistores utilizados son todos ellos de carbón de 0,250 W y del 10% de tolerancia.

a) Montamos como circuito básico el de la Fig. 21.9, en el que incluimos una cuba electrolítica elemental (CE) y una pequeña bombilla (L) de 6 V - 1 W, los otros elementos nos son ya conocidos; el amperímetro (A) marca 0,1 A a fondo de escala. Podemos observar los siguientes hechos: 1) Si no ponemos agua en la cuba, el amperímetro no detecta paso de corriente. 2) Si se agrega agua, la bombilla empieza a brillar; su intensidad luminosa aumenta a medida que lo hace el nivel de agua. 3) Si se permutan las polaridades de la pila que se encuentra entre los puntos B' y M , la corriente deja de pasar por el circuito. Como consecuencia, extraemos las siguientes conclusiones:

- a) Si no hay corriente de base, tampoco la hay de colector.
- b) Cuando aumenta la corriente de base, también aumenta la de colector.
- c) La corriente de base sólo puede circular en un sentido: entrando en la base del transistor, para el dispositivo *NPN* elegido (en uno *PNP*, es al revés); dicho de otro modo: la tensión de la base debe ser positiva respecto a la del emisor.

Si se monta el circuito de la Fig. 21.10, la bombilla no brilla, aunque la cuba se encuentre llena de agua. Este resultado indica que la corriente en el circuito es demasiado pequeña para que la bombilla pueda alumbrar. Por el contrario, en el circuito de la Fig. 21.9 la corriente en el circuito del colector sí que es lo suficientemente grande, como para encender la bombilla, a condición de que en dicho circuito haya un generador o pila. Si se reemplaza la pila que se encuentra entre los puntos C' y M , por un simple hilo conductor la bombilla no alumbrará.

Luego como conclusión general, podemos decir que *el transistor es un dispositivo controlado por la corriente de*

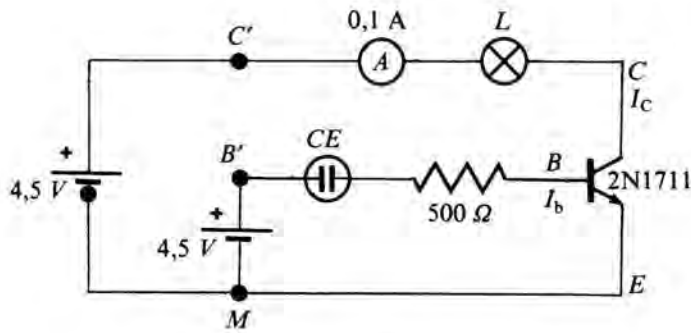


FIG. 21.9

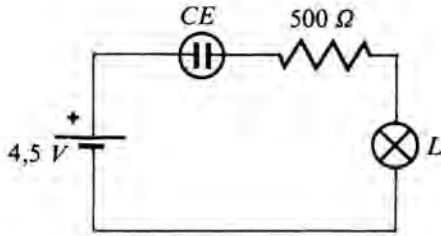


FIG. 21.10

base. De forma más estricta, es un **dipolo** (es decir, una porción de circuito limitado por dos puntos) **colector-emisor controlado por la base**.

Si se coloca un amperímetro, de 1 mA a fondo de escala, en el circuito de la base (en serie con la cuba) se puede demostrar –haciendo variar el nivel del agua en ella– que *la corriente en la base, permite que pase una corriente β veces mayor por la bombilla (es decir, en el circuito del colector)*. Si calculas un conjunto de valores para I_B (mA) e I_C (mA), observarás que su cociente (I_C / I_B) es prácticamente constante (~ 135). También puedes comprobar que *la corriente de emisor (I_E) va de E hacia M y que es prácticamente igual a I_C* . Se puede considerar la base como un nudo y escribir:

$$I_E = I_C + I_B, \quad I_C \gg I_B \rightarrow I_E \approx I_C \quad (21.4)$$

¿Cómo podrías suprimir una de las pilas, y que el circuito siguiera funcionando?

b) Para determinar las características externas del transistor, montamos el circuito de la Fig. 21.11. Se trata de medir simultáneamente I_B , V_{BE} , I_C y V_{CE} , antes de proceder a su medida, hagamos algunas consideraciones sobre el circuito de la figura.

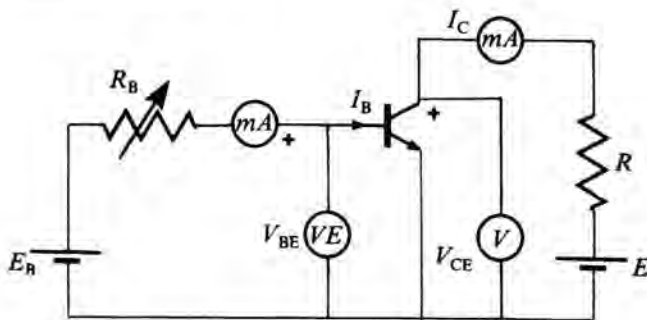


FIG. 21.11

$E = E_B = 4,5 \text{ V}$; V_{BE} debe medirse mediante un voltímetro de gran resistencia interna ($\sim 1 \text{ M}\Omega$) (recordar ejercicio 13.2). El catálogo suministrado por el fabricante, indica que los límites que no se deben sobrepasar con el transistor 2N1711 son: Potencia máxima: $P_C = V_{CE} I_C = 0,8 \text{ W}$; $V_{CB} = 75 \text{ V}$; $V_{CE} = 50 \text{ V}$; $V_{EB} = 7 \text{ V}$ (se trata de una tensión negativa); $I_C = 500 \text{ mA}$. A partir de estas limitaciones se calculan los valores extremos que pueden tener las resistencias de los diferentes resistores del circuito.

Se puede demostrar fácilmente, que la potencia disipada en el transistor (P_C) es máxima, respecto de V_{CE} , para $V_{CE} = E / 2$; para este valor: $P_C = E^2 / 4R \rightarrow R = 6,3 \Omega$, éste es el valor mínimo que puede tener el resistor de carga. Como el amperímetro marca 0,1 A a fondo de escala, limitaremos I_C a este valor; el valor máximo en I_C se obtiene para V_{BE} mínima, es decir cuando $V_{CE} = 0 \text{ V}$. ¿Puedes justificarlo? Luego esta corriente máxima vale $E / R \rightarrow R = 47 \Omega$; la potencia máxima para esta resistencia es: 0,1 W, luego el resistor puede ser uno de la serie 1/4 W, como ya habíamos indicado al principio.

Queremos que I_C varíe de 10 a 100 mA; I_B es de 100 a 200 veces más pequeño, luego variará de 0,05 a 1 mA. Como (Fig. 21.11):

$$R_B = \frac{E_B - V_{BE}}{I_B} = \begin{cases} I_B = 0,05 \text{ mA} & , R_B = 76000 \Omega \\ I_B = 0,1 \text{ mA} & , R_B = 3800 \Omega \end{cases}$$

ya que, como comprobaremos, $V_{BE} \approx 0,7 \text{ V}$; luego elegimos como resistor R_B , uno fijo de 3800Ω en serie con uno variable (potenciómetro) de $100 \text{ K}\Omega$. Ahora ya estamos en condiciones de llevar a cabo las medidas.

- 1) Si $I_B = 0$, $I_C = 0$, $V_{CE} = 4,4 \text{ V} = E$. El transistor se dice que está en la **región de corte** (en circuito abierto).
- 2) Ir aumentando I_B , variando manualmente el potenciómetro R_B , y anotar los valores correspondientes a I_B , I_C , V_{BE} y V_{CE} ; a partir de estos valores, se comprueba:
 - a) Que V_{BE} varía muy poco, su valor permanece en las proximidades de 0,7 V. Este valor, como veremos, es característico de todo diodo que se encuentre polarizado en sentido directo.
 - b) Al principio I_C aumenta (y V_{CE} disminuye, ya que la tensión entre los extremos de R , $I_C R$, aumenta).
 - c) Se observa, al calcularlo, que el cociente I_C / I_B permanece constante (~ 225). El valor:

$$I_C / I_B \equiv \beta \quad (21.5)$$

es un **parámetro característico del tipo de transistor** utilizado, e incluso de la unidad elegida (puesto que diferencias muy pequeñas de fabricación, puede dar lugar lugar a variaciones grandes en β).

Cuando el transistor se encuentra en esta zona de sus características, se dice que trabaja en la **región activa o lineal**.

- 3) Cuando I_B se hace suficientemente grande ($\sim 0,40$ a 1 mA, para este transistor), I_C permanece prácticamente constante; esto se produce cuando V_{CE} casi se anula ($\sim 0,2 \text{ V}$). Esta es la **región de saturación** del transistor; I_C tiene su valor máximo ($\sim 77 \text{ mA}$, inferior al teórico $4,4 / 47 = 0,093 \text{ A}$, ya que es necesario tomar en consideración la tolerancia del 10% en la resistencia y que el amperímetro no es ideal, sobre todo en la escala de 0,1 A), V_{CE} tiene el valor mínimo que por las mismas

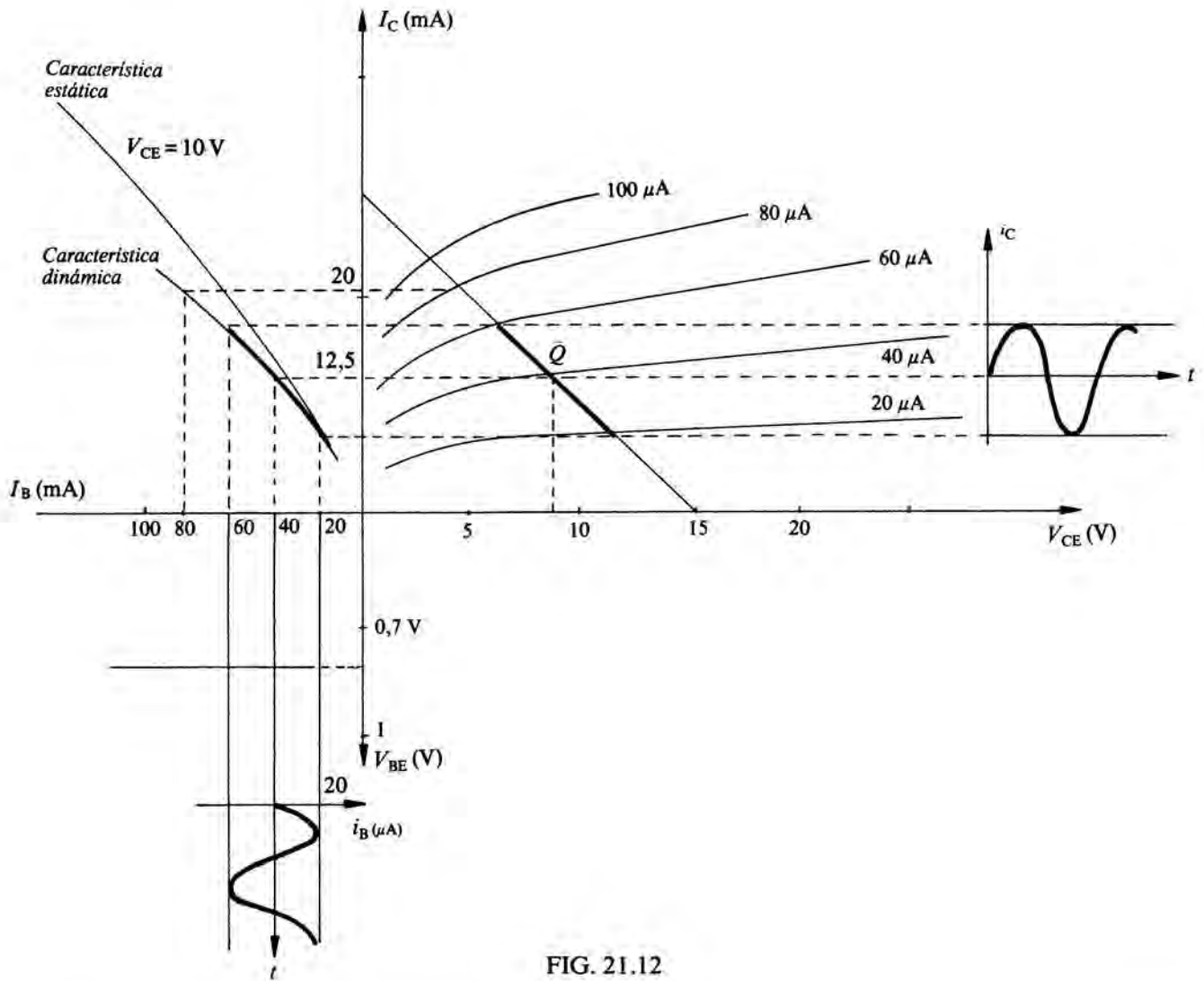


FIG. 21.12

razones no es estrictamente cero. Cuando el transistor se encuentra en saturación:

* $I_C < \beta I_B$

** La corriente de base no controla a la de colector.

En la región activa, el transistor actúa como un amplificador de corriente ($I_C = \beta I_B$, $\beta \gg 1$). En la de corte y saturación como un interruptor; en corte es un circuito abierto ($I_C = 0$, $V_{CE} = E$), en saturación un cortocircuito ($I_C = \text{cte}$, $V_{CE} = 0$). El transistor se comporta como un interruptor controlado por la existencia o no de I_B .

Las características externas más importantes de un transistor son: $I_C = f(I_B)$, $V_{CE} = \text{cte}$; $I_C = g(V_{CE})$, $I_B = \text{cte}$. Con nuestro montaje no las hemos medido, ¿por qué? ¿cómo se podrían medir? Para cada tipo de transistor, las suministra de forma gráfica el fabricante, Fig. 21.12.

c) Vamos a justificar gráficamente que el transistor amplifica; para ello suponemos que su corriente de base varía de forma sinusoidal, Fig. 21.12. Para ello, utilizamos el montaje típico de un transistor como amplificador, Fig. 21.13; su estructura no nos debe preocupar demasiado. Utilizamos como transistor el 2N930, que es típico para trabajar con

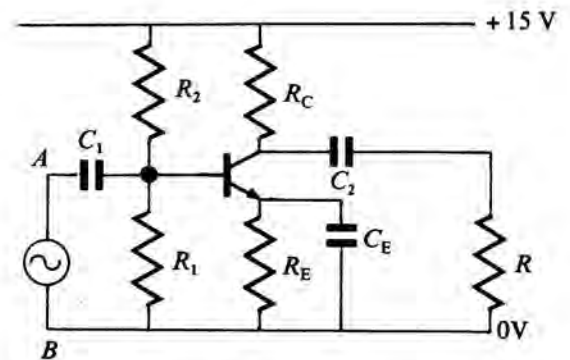


FIG. 21.13

pequeñas señales. Partimos como datos iniciales de: $E = 15$ V y $V_{CE} = 8,75$ V, $I_C = 12,5$ mA. Estos valores de parámetros del colector definen el punto de operación en reposo del transistor, Q ; se eligen por inspección de sus características de salida, de forma que aseguren un funcionamiento lineal para una señal dada de entrada, $i_B(t)$, Fig. 21.12. El punto Q viene determinado por los resistores R_1 y R_2 .

Para que el funcionamiento sea lineal, el punto Q se ha de encontrar sobre la característica estática correspondiente

a $I_B = 40 \mu A$, Fig. 21.12, ¿por qué? Determinemos R_1 y R_2 , para que I_B tenga este valor:

$$\left. \begin{aligned} R_2(I_p + I_B) + R_1 I_p &= 15 \\ R_1 I_p &= 0,7 \end{aligned} \right\} \rightarrow R_1 = 1,75 \text{ K}\Omega, \quad R_2 = 32,5 \text{ K}\Omega \quad (21.6)$$

de forma arbitraria elegimos $I_p = 10 I_B$.
La ecuación de la *recta de carga estática* es:

$$V_{CE} = E - (R_C + R_E) I_C \quad (21.7)$$

que dibujamos en la gráfica $I_C - V_{CE}$, Fig. 21.12. para los valores elegidos: $R_C + R_E = 500 \Omega$; para simplificar los razonamientos en este apartado, lo más cómodo es tomar $R_C = 500 \Omega$, $R_E = 0$ y suprimir C_E del circuito.

El punto Q , intersección de la recta de carga con el valor estático de I_B elegido, se desplaza sobre dicha recta cuando varían I_B e I_C , como consecuencia de la señal aplicada $i_B = I \sin \omega t$, con $I = 20 \mu A$ alrededor de su valor medio que es $40 \mu A$. De esa forma se puede construir la característica dinámica $I_B = f(I_C)$ con V_{CE} variable, para la recta de carga dada (Fig. 21.12).

Con la ayuda de la construcción geométrica indicada en la figura, es fácil calcular la variación i_C de I_C , cuya amplitud es del orden de 6 mA ; la ganancia, en las condiciones de utilización es: $h_i^e = 6 / 20 \cdot 10^{-3} = 300 (!)$.

d) Supongamos que disponemos de una señal sinusoidal de 100 Hz y un valor pico a pico de 5 mV , proporcionada por un oscilador. Este valor se ha medido con los puntos A y B desconectados del resto del circuito, Fig. 21.13. Queremos aplicar esta señal y obtener un valor pico a pico de 500 mV sobre una resistencia $R = 1000 \Omega$. La estructura, o amplificador, típico para lograrlo es la indicada en la Fig. 21.13. Sin justificarlo, indicaremos los valores que hay que elegir en este caso: $E = 9 \text{ V}$, $R_C = 100 \Omega$, $I_C = 2,5 \text{ mA}$, $V_{CE} = 5 \text{ V}$, $R_E = 600 \Omega$, $I_B = 0,125 \text{ mA}$, $R_2 = 22 \text{ K}\Omega$, $R_1 = 47 \text{ K}\Omega$, $C_E = 47 \mu F$, $C_1 = C_2 = 25 \mu F$, el transistor es el 2N930. Determinar de forma práctica el punto Q . Con un osciloscopio comprobar que la tensión de salida y la de entrada están desfasadas 180° . Estudiar cómo varía la ganancia de tensión (medir la ddp entre los extremos de R) al variar la frecuencia de la señal de entrada v_e , manteniendo constante su amplitud. Determinar las frecuencias de corte y la anchura de banda de este amplificador. Sustituir C_E por un capacitor de $470 \mu F$ y posteriormente por uno de $0,47 \mu F$, ¿qué ocurre con la frecuencia baja de corte ν_1 ?

Si R se hace diez veces menor, ¿qué ocurre?, ¿y si se hace diez veces mayor? ¿qué consecuencia extraes?

¿Qué ocurre si aumentas la amplitud de la señal de entrada manteniendo constante la frecuencia a 100 Hz ? Razona el resultado a partir de la construcción gráfica de la Fig. 21.13.

¿Qué características de un amplificador has comprobado en este montaje?

GENERACION DE SEÑALES

La generación de señales es el *proceso mediante el cual se logra una señal de salida en ausencia de señal de entrada*. El sistema que realiza esta función se llama

generador de señales. La forma de la señal de salida puede modificarse, en general, variando algún parámetro del sistema. Los **generadores de pulsos**, por ejemplo, son sistemas que generan pulsos aislados o trenes de pulsos de duración, amplitud, frecuencia y pendiente variable. En este apartado nos ocuparemos brevemente de los **generadores de señales analógicas periódicas**: sinusoidales, cuadradas, diente de sierra y triangulares, especialmente de los primeros. Normalmente en los laboratorios existe un bloque, que se compra en cualquier tienda especializada, que realiza esta función.

Desde el punto de vista energético, el generador actúa como un convertidor, que transforma la energía procedente de la fuente de alimentación (CC) en energía de la señal (CA).

Estos bloques generan las formas de ondas específicas necesarias para hacer funcionar o comprobar el funcionamiento de los diferentes sistemas electrónicos.

Los generadores de señales más comunes son los **osciladores de ondas sinusoidales**. Normalmente van equipados con unos controles, que permiten variar la frecuencia y la amplitud de las oscilaciones.

Las características específicas que deben considerarse para seleccionar un generador de señales, y por lo tanto un oscilador, son:

- 1ª Forma de onda: ¿tiene la suficiente pureza o se encuentra distorsionada bajo ciertas condiciones de la carga?
- 2ª Estabilidad de la amplitud: ¿es la misma para todos los períodos de la onda?
- 3ª ¿Proporciona la frecuencia o rango de frecuencias deseado? ¿Presenta ésta una deriva con el tiempo?
- 4ª ¿Su impedancia de salida es la adecuada para que esté acoplado a la fuente?
- 5ª ¿Se puede ajustar el nivel de la señal de salida para todos los rangos que se necesitan en la aplicación específica de que se trate?

SUMINISTRO DE ENERGIA

Por suministro de energía se entiende el *proceso mediante el cual se aporta la potencia eléctrica necesaria para que funcione cualquier sistema o subsistema electrónico*; esta energía se suministra en forma de CC .

Puesto que la energía eléctrica se suministra al usuario en forma de CA (50 Hz y 127 ó 220 V) será preciso convertir ésta en la CC de tensión apropiada. Esta función la realiza un convertidor $CA-CC$, que recibe el nombre de **fuentes de alimentación**. Se podría pensar que se puede obtener el mismo objetivo usando una batería, pero este procedimiento es más caro y sobre todo menos cómodo que conectar el equipo (piénsese, por ejemplo, en una radio, TV o equipo de Hi Fi) directamente a la pared de suministro de energía.

La función básica del convertidor es la **rectificación**,

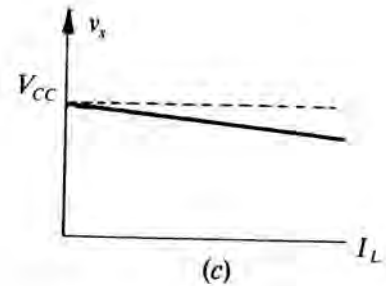
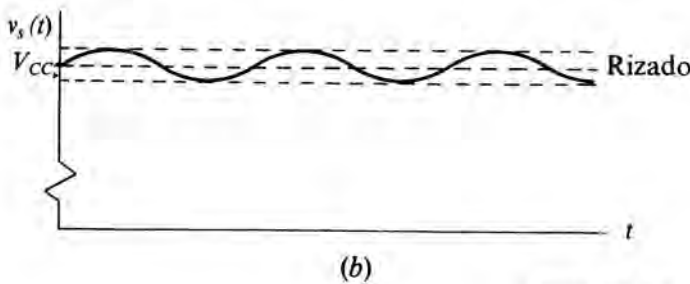
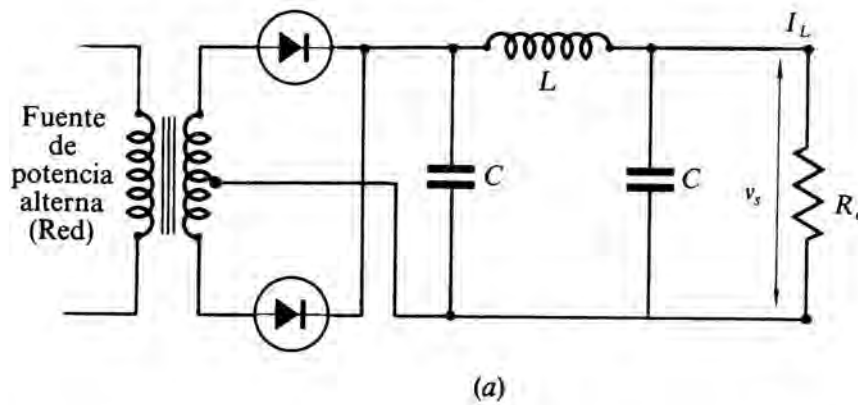


FIG. 21.14

proceso no lineal que permite obtener a partir de una tensión alterna una continua pulsante. De esa forma se obtiene una tensión de valor medio distinto de cero. Como interesa una tensión lo más constante posible, se **filtra** la señal mediante un filtro **paso bajo**; éste consiste simplemente, en la mayoría de los circuitos comerciales que no requieran una gran precisión, en dos capacitores y un inductor. Como la tensión CA de la red no coincide, en la mayoría de los casos, con la que se precisa, hay que bajar aquélla, lo que se consigue mediante un **transformador reductor** (Fig. 21.14 a).

La señal que se obtiene siempre presenta un rizado (Fig. 21.14 b), que dependiendo de las aplicaciones y de su cuantía puede ser tolerado o no. El valor medio de esta tensión, disponible a la salida de la fuente, disminuye a medida que aumenta la corriente de carga. Es decir, dependiendo de la carga que se conecte, la fuente suministra una tensión diferente (Fig. 21.14 c). Esta disminución de la tensión es debida a la resistencia del transformador, a la de los diodos cuando conducen, a la resistencia del conductor y a la acción de descarga de los capacitores. Por supuesto, las fluctuaciones en la tensión de línea CA también la hacen variar.

Por todo ello, cuando se requiere una tensión de salida constante e independiente (dentro de ciertos límites) de la carga, de las fluctuaciones en la tensión de la red y de la temperatura ambiente, se recurre a una **fuentes estabilizada o regulada**. En esencia consiste en añadir al conversor básico un lazo de control que tienda a mantener constante la tensión de salida.

En la actualidad el diseño de este tipo de fuentes se ha simplificado extraordinariamente por la existencia de reguladores de tensión integrados.

Las características más importantes de una fuente de alimentación son:

- 1ª. El transformador debe ser capaz de proporcionar la tensión deseada (un poco mayor) y la potencia que se necesita.
 - 2ª. Los diodos deben ser los adecuados para la señal de salida del transformador.
 - 3ª. Control de la tensión: capacidad para ajustar la tensión de salida al valor deseado.
 - 4ª. Regulación de tensión: variación de la tensión de salida en función de la corriente de carga. Su valor viene dado por:
- 5ª. Rizado de la tensión continua suministrada. Esto es la variación periódica de la tensión de salida, cuando la resistencia de carga permanece constante. En la mayor parte de aplicaciones, debe ser menor que un pequeño porcentaje de la tensión de CC de salida (Fig. 21.14 b).
 - 6A Limitaciones de corriente: se especifica la corriente máxima de salida que no se puede sobrepasar, cuando una resistencia de carga pequeña se conecta entre sus terminales.

* Montaje práctico 2

Se trata de montar la fuente de alimentación no regulada de estructura más simple. Esto se puede conseguir con un transformador, un rectificador y un filtro. Aprovecharemos la práctica, para estudiar las características del **diodo** que es la base de todos los rectificadores que existen; esta parte —a su vez— es la más importante de cuantas componen una fuente de alimentación.

El diodo es un dispositivo de dos terminales, llamados

cátodo (C) y ánodo (A), cuyo símbolo como elemento de circuito representamos en la Fig. 21.15 a.

Seguiremos los siguientes pasos: a) Determinación de las propiedades fundamentales del diodo. b) Estudio de su característica. c) Tratamiento gráfico de la rectificación. d) Montaje y evaluación de una fuente de alimentación simple, no regulada.

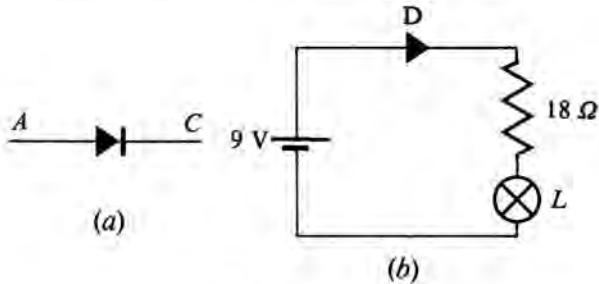


FIG. 21.15

Sugerencias:

Utilizamos un diodo de propósito general, por ejemplo el BYX-60 ó el 50.

a) Montamos como circuito básico el de la Fig. 21.15 a, en el que incluimos una pila, una bombillita (L) de 6 V y 1 W, un resistor, y el diodo citado.

Podemos observar que la bombilla brilla; si cambiamos la polaridad de la pila, la bombilla permanece apagada. Como conclusión: a) Un diodo deja pasar corriente a su través, si el ánodo se encuentra a una tensión positiva respecto del cátodo ($V_{AC} > 0$). b) En este caso no presenta prácticamente resistencia al paso de corriente (compruébalo eliminando el diodo del circuito). c) Si la tensión del ánodo respecto del cátodo es negativa no deja pasar prácticamente corriente ($V_{AC} < 0$). d) En estas condiciones su resistencia es extraordinariamente elevada, ¿cómo lo comprobarías?

La corriente y la tensión a través de un cierto diodo, no pueden ser arbitrarias; existen unos valores máximos, suministrados por el fabricante, que no deben sobrepasarse. las magnitudes críticas más importantes son: I_0 valor medio de la corriente cuando el diodo conduce y $V_{i,MAX}$ tensión máxima que puede soportar cuando no conduce. Para el diodo elegido, estas magnitudes toman el valor: $I_0 = 0,4$ A, $V_{i,MAX} = 50$ V.

b) Para determinar la característica ($V_D - I_D$) del diodo, montamos el circuito de la Fig. 21.16. Los aparatos de medida a utilizar son los mismos del montaje anterior (Fig. 21.11): VE y el miliamperímetro de 100 mA a fondo de escala. Queremos que I_D varíe de 5 mA a 100 mA, por lo tanto la resistencia a incluir en el circuito debe estar comprendida entre: 80Ω y 1660Ω , ¿cómo se calculan estos va-

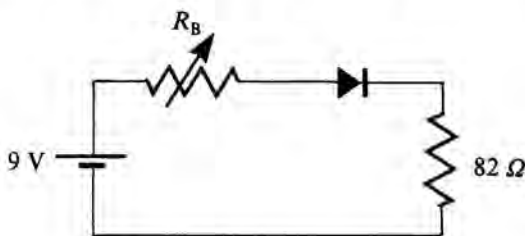


FIG. 21.16

lores? Elegimos para sintetizar esta resistencia, un resistor de 82Ω en serie con un potenciómetro de $10 K\Omega$.

Ahora ya estamos en condiciones de realizar las medidas:

- 1) $V_{AC} > 0$. El diodo está polarizado en sentido directo, la corriente que pasa es muy pequeña (prácticamente no se puede detectar).
2. Al ir aumentando V_{AC} (disminuyendo R_B), observamos que llega un momento -para V_{AC} : $0,6 - 0,7$ V- en que la corriente crece de forma notable.
3. Si se sigue disminuyendo R_B , I_D sigue creciendo mientras que la tensión a través del diodo permanece prácticamente constante.
4. Si se invierte la polaridad de la pila ($V_{AC} < 0$), de modo que la tensión entre los extremos sea cada vez mayor en valor absoluto (¿cómo se puede conseguir), el miliamperímetro no detecta prácticamente paso de corriente. Esto se verifica incluso si aplicamos al circuito una batería mayor de 9 V.

En la Fig. 21.17 se representa gráficamente este resultado. En ella se observa que el diodo tiene dos regiones de funcionamiento claramente identificadas: la de conducción ($V_{AC} > 0$) y la de no conducción ($V_{AC} < 0$); luego actúa también como un interruptor, ¿qué diferencias presenta con el transistor funcionando en corte y saturación?

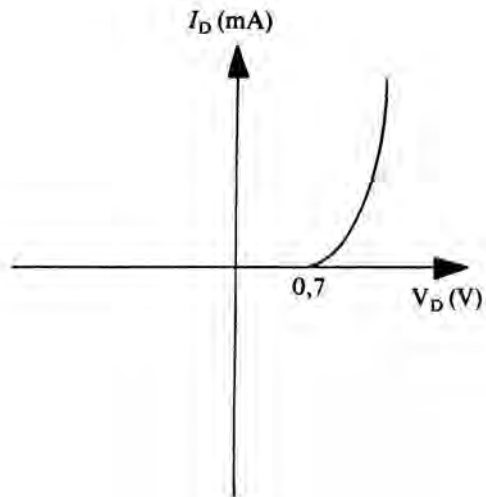


FIG. 21.17

La resistencia estática del diodo se define como: V_D / I_D ¿Puedes medirla para el diodo en conducción y en no conducción? Seguramente en este segundo caso tendrás que utilizar un microamperímetro.

Una abstracción muy útil es la de diodo ideal: un elemento que en conducción ($V_D > V_{umbral}$) presenta una resistencia nula y en no conducción ($V_D < V_{umbral}$) infinita, Fig. 21.18 a. Una aproximación menos drástica es al que supone que en conducción tiene una pequeña resistencia; y en no conducción infinita, Fig. 21.18 b. Estos modelos ideales permiten analizar de forma rápida, y en primera aproximación, el comportamiento de circuitos que contienen diodos.

c) Una aplicación muy importante del diodo es como rectificador, debido a su propiedad de dejar pasar la corriente sólo en un sentido (Fig. 21.18 a). Para visualizar esta función montamos el circuito de la Fig. 21.19 a; como transformador, utilizamos uno reductor de 220/12 V, 6 VA de potencia y como resistor uno de $1 K\Omega$.

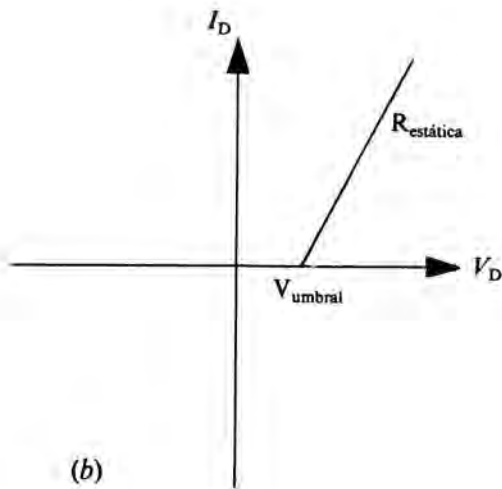
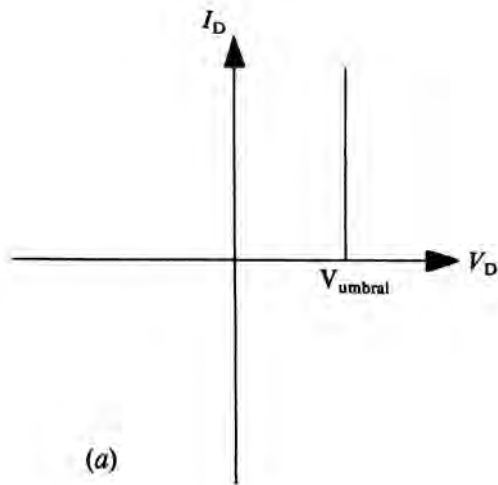


FIG. 21.18

En la Fig. 21.19 *b* representamos la forma de la tensión en el secundario del transformador, $v_s(t)$; la tensión sobre el resistor, Fig. 21.19 *c*; y la tensión en los extremos del diodo, Fig. 21.19 *d*. ¿Puedes justificarlas, a partir de la Fig. 21.18 *a*? ¿Cómo se modifica el resultado, si tomas el modelo de la Fig. 21.18 *b*?

Análisis cuantitativo:

$$v_s(t) = V_M \sin \omega t \quad \begin{array}{l} 0 < \omega t < \pi, \quad i(t) = \frac{V_M}{R} \sin \omega t \\ \pi < \omega t < 2\pi, \quad i(t) = 0 \end{array} \quad (21.8)$$

$$I_{\text{media}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi i(t) d(\omega t) = \frac{V_M}{\pi R} \quad (21.9)$$

El diodo hay que elegirlo de modo que: $I_0 > I_{\text{media}}$, $V_{\text{MAX}} > V_M$.

Una forma de aumentar la corriente media y disminuir el

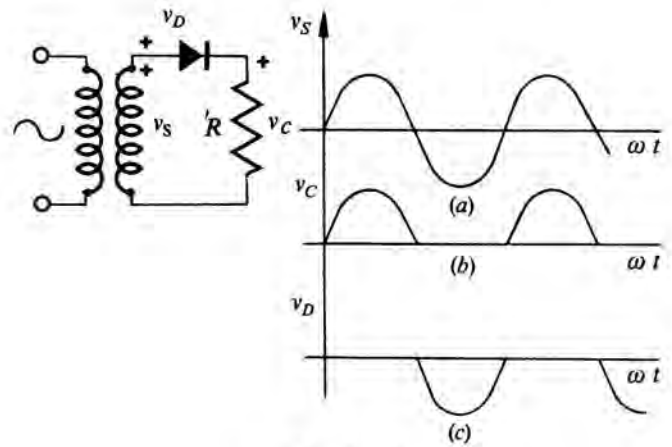


FIG. 21.19

rizado de la tensión sobre la carga, es utilizar un **punte de diodos**, Fig. 21.20 (sin incluir el capacitor y con el mismo resistor de antes).

Funcionamiento del circuito: para $0 < \omega t < \pi$, $v_s > 0$, los diodos D_1 y D_3 conducen, D_2 y D_4 están cortados ¿por qué?; en este semiciclo la corriente sobre la carga vale:

$$i = (V_M / R) \sin \omega t$$

para $\pi < \omega t < 2\pi$, $v_s < 0$, D_1 y D_3 están cortados, D_2 y D_4 conducen; luego, durante todo el ciclo de la señal de entrada (v_s) existe corriente a través de la carga, Fig. 21.21. En este caso la corriente media vale: $2R$; el sistema suministra el doble de corriente que en el caso anterior, utilizando el mismo transformador (**rectificador de doble onda**). La tensión entre los extremos de un diodo cuando está cortado es $-v_s$, luego: $V_{\text{MAX}} > V_M$.

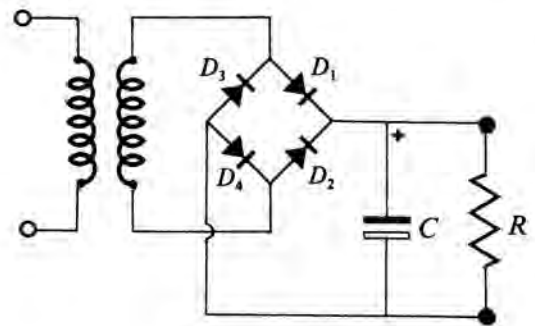


FIG. 21.20

d) Por último, montamos la **fuentes de alimentación no regulada** de la Fig. 21.20; el puente de diodos es el BY 179, con $I_0 = 1 \text{ A}$, $V_{\text{MAX}} = 400 \text{ V}$. El capacitor tiene una capacidad de $2200 \mu\text{F}$ (¡cuidado en montar de forma adecuada su polaridad!, es un *condensador electrolítico*). Comparar la forma de onda en el resistor, con y sin capacitor; estudiar cómo influye el valor de C en la forma de la tensión sobre la carga. Repetir los diferentes apartados para $R = 100 \Omega$ y $R = 10 \Omega$. Visualizar las formas de onda en un osciloscopio. Calcular, y comprobar, el valor de la tensión media sobre la carga.

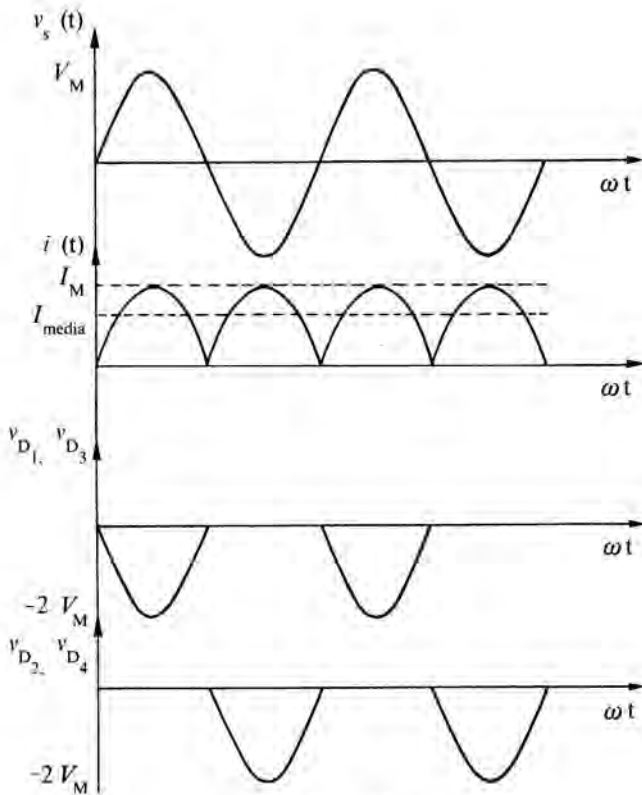


FIG. 21.21

* § 21.4 FUNCIONES BASICAS DE LA ELECTRONICA DIGITAL COMBINACIONAL

Seguiremos la misma pauta que en el apartado anterior: presentar las funciones básicas de la Electrónica Digital, indicando la función que realizan y sus aplicaciones más importantes.

Los sistemas digitales, aún los más complejos, como puede ser un ordenador, están constituidos por unos pocos bloques que sintetizan a las funciones básicas. Este carácter modular, o sea, poderse construir los grandes sistemas mediante la interconexión de bloques estandar, es mucho más acusado en la Electrónica Digital que en la Analógica; ya que en ésta un mismo bloque, por ejemplo un amplificador, requiere unas características específicas dependiendo de la aplicación concreta de que se trate. Esto hace que sea mucho más difícil estandarizar los bloques analógicos que los digitales.

Un sistema digital funciona sólo con dos clases de valores (§ 21.2), por lo tanto las señales se pueden representar en forma binaria. El dispositivo activo que forma parte de los mismos sólo puede estar en uno de dos estados posibles; como consecuencia, se suele utilizar para representar las señales digitales el sistema binario de numeración.

La asignación de estados se puede hacer de dos formas: 1º) Asignar el símbolo 1 al nivel más positivo y el 0 al más negativo (corresponde a la llamada **lógica positiva**). 2º) Hacerlo al contrario (**lógica negativa**). Nosotros utilizaremos la primera.

Un dígito binario (un 1 o un 0) recibe el nombre de **bit**, contracción de «binary digit». Un grupo de bits con un cierto contenido en información es una **palabra**.

Los bloques básicos de la Electrónica Digital reci-

ben el nombre de **puertas** o **circuitos lógicos**, porque se utilizan para la realización física de las ecuaciones algebraicas de Boole. Este álgebra fue desarrollado por G. Boole (1815–1864) como un sistema para el análisis matemático de la lógica de proposiciones.

CIRCUITOS PUERTA

Son los bloques básicos de todos los sistemas digitales; tienen dos o más entradas y una única salida. Esta depende de las señales presentes en la entrada y de las características entrada-salida del circuito; su comportamiento se expresa mediante una **tabla de verdad**, que contiene todos los posibles valores de las entradas y las salidas correspondientes. Existen circuitos puerta (O, Y, NO) cuya salida, en un instante, depende exclusivamente del valor de las entradas en dicho instante (**puertas combinacionales**), son elementos que no poseen «memoria», es decir, no almacenan bits de información. En otros circuitos puerta, la salida, en un cierto instante de tiempo, depende no sólo de las entradas en éste instante, sino también de las que estuvieron presentes en el instante anterior (**puertas secuenciales**). Nosotros trataremos sólo de los primeros.

PUERTA O

Es un circuito cuya salida corresponde al estado lógico «1» si por lo menos una de las entradas tiene el estado «1». Su símbolo y tabla de verdad se representan en la Fig. 21.22. La ecuación lógica: $Y = A + B + \dots + N$, indica que «la salida Y es igual a A o B o ... o N». La tabla de verdad incluida corresponde a un circuito de dos entradas.

La proporción lógica que sintetiza este circuito es: «Si A ó B ó C ó... ó N son verdad, Y es verdad». El signo + indica la suma lógica de las señales presentes en la entrada.

Tabla de verdad

Entrada		Salida
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

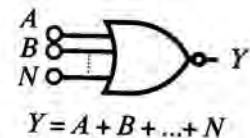


FIG. 21.22

PUERTA Y

Su salida corresponde al estado lógico «1» cuando todas las entradas toman dicho estado (Fig. 21.23).

«La salida Y es igual a A y B y C y...y N ». Y la proposición lógica que sintetiza es: «Si A y B y C y...y N son verdad, Y es verdad». Este circuito realiza el producto lógico de las señales presentes en su entrada.

Entrada		Salida
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

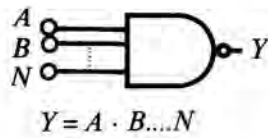


FIG. 21.23

La puerta Y también se denomina **circuito de coincidencias**, ya que detecta la presencia simultánea de un pulso en todas las entradas.

PUERTA INVERSORA

Tiene una única entrada y salida; realiza la operación de la negación lógica. «La salida corresponde al estado lógico «1» si la entrada se encuentra en el estado «0» y viceversa. (Fig. 21.24). Proporciona el estado complementario del de entrada (entrada A , salida \bar{A}). La proposición lógica que sintetiza es: «Si A es verdad, Y es falso y viceversa».

Entrada	Salida
A	Y
0	1
1	0

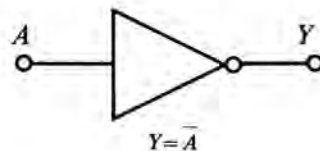


FIG. 21.24

PUERTA NO Y (NAND)

Su salida corresponde al estado «1» si una de las entradas se encuentra en el estado «0» (Fig. 21.25). Una puerta $NO-Y$ es la combinación de una puerta Y seguida de un inversor: $Y = \overline{A \cdot B}$. La proposición

Entrada		Salida
A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

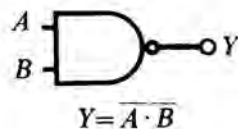


FIG. 21.25

lógica que representa la puede enunciar fácilmente el alumno. Esta puerta se denomina también **circuito de anticoincidencias**, ya que detecta la presencia de un «0» en las entradas.

PUERTA NO-O (NOR)

La salida es «1» cuando al menos una de las entradas se encuentra en el estado lógico «1» (Fig. 21.26). La proposición lógica que representa es: «Si A y B son falsos, Y es verdadero».

Entrada		Salida
A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

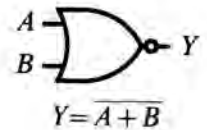


FIG. 21.26

* Montaje práctico 3

Aunque los circuitos lógicos se pueden sintetizar mediante diodos y transistores, creemos que es más cómodo y adecuado hacerlo mediante circuitos integrados (CI), que son fáciles de manejar, cómodos, baratos y asequibles en el mercado.

Un CI (como contrapuesto a los circuitos discretos) puede definirse como una combinación de elementos de circuito conectados entre sí de manera inseparable, sobre o en el interior de un sustrato común; sus características, sea cual fuere la tecnología de producción, son: la imposibilidad de separación de los elementos de circuito, localización en un sustrato común y fabricación «in situ» (es decir, en su posición natural dentro del circuito); su tamaño extraordinariamente reducido; la gran densidad de componentes, etc.

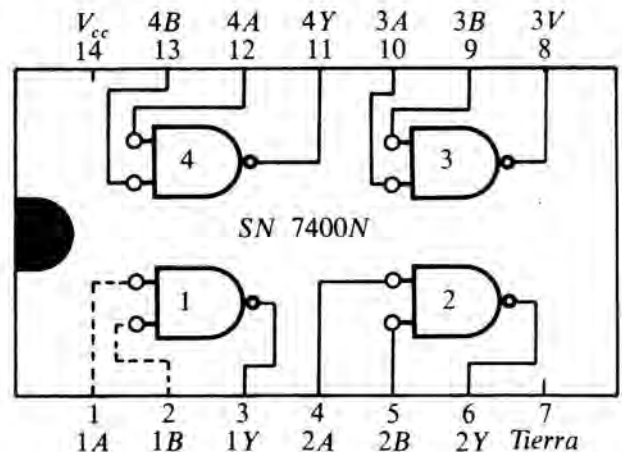


FIG. 21.27

Todas las funciones elementales se pueden sintetizar a partir de puertas *NAND*. Utilizaremos el circuito integrado SN 7400N que contiene cuatro puertas *NAND* de dos entradas cada una (Fig. 21.27):

- Comprobar que el circuito, con las entradas 1 *A* y 1 *B*, verifica la tabla de verdad correspondiente a un circuito *NAND*. La fuente de alimentación debe ser de + 5V, con el terminal positivo conectado a la pata 14 del CI y el negativo a la 7.
- Repetir el apartado anterior, sintetizando una puerta *NAND* de cuatro entradas con puertas *NAND* de dos entradas (Fig. 21.28). Este circuito se podría haber obtenido de forma más simple utilizando el bloque integrado SN7420N que consta de dos puertas *NAND* de cuatro entradas cada una.

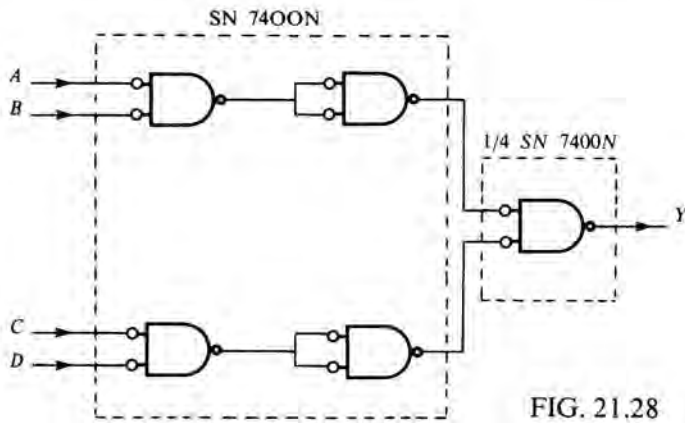


FIG. 21.28

- Sintetizar una puerta *Y* de cuatro entradas a partir de puertas *NAND* de dos (Fig. 21.29). Comprobar su tabla de verdad.

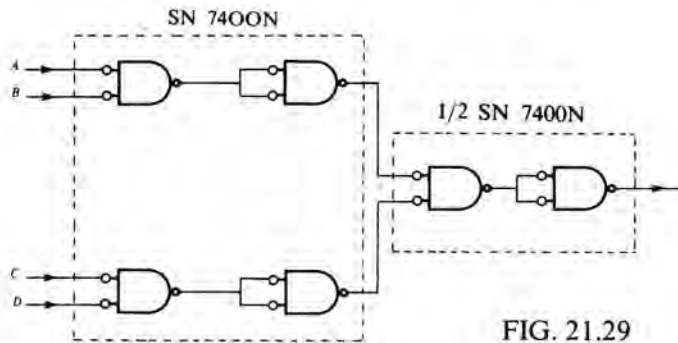


FIG. 21.29

- Puerta inversora a partir de una puerta *NAND* (Fig. 21.30). Comprobar que se trata de un inversor.

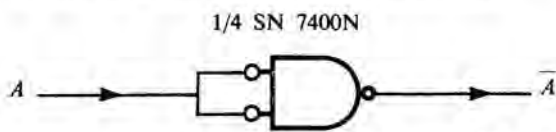
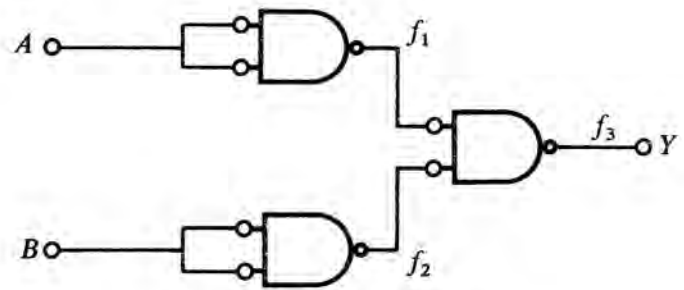


FIG. 21.30

- Sintetizar una puerta *O* a partir de puertas *NAND* (Fig. 21.31), comprobar la ecuación lógica que verifica el circuito, y que se incluye en la figura.



$$f_1 = \overline{A} \cdot \overline{A} = \overline{A} + \overline{A} = \overline{A}$$

$$f_2 = \overline{B}$$

$$f_3 = \overline{A} \cdot \overline{B} = A + B = Y$$

FIG. 21.31

- Justificar experimentalmente que el circuito de la Fig. 21.32 se comporta como una puerta *NOR*.

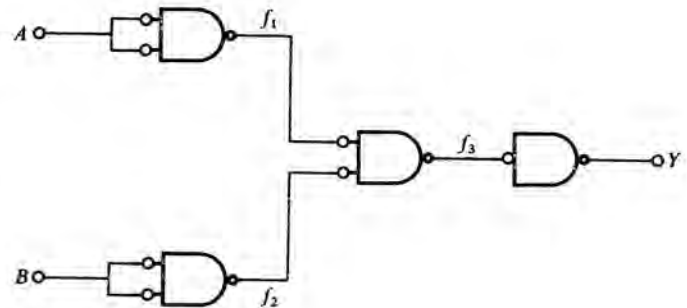


FIG. 21.32

Mediante la combinación de estas puertas, se pueden sintetizar bloques que realicen diversas funciones aritméticas, tales como: la **suma** de números binarios; la **resta**; la **comparación** de dos números binarios, es decir, determinar si un número *A* es mayor, menor o igual que otro *B*; decidir si un número binario es par o impar (**detector de paridad**), bloque que tiene gran utilidad para asegurar el funcionamiento correcto (sin fallos) de los sistemas de transmisión de información binaria, etc.

**RELACION DE INVESTIGADORES GALARDONADOS CON EL PREMIO
NOBEL DE FISICA (1901 – 1980)**

Año	Nombre	Nacionalidad	Año de nacimiento y muerte	Motivo por el que se le concedió
1901	W. K. Röntgen	Alemana	1845-1923	Descubrimiento de los rayos X.
1902	H. A. Lorentz P. Zeeman	Holandesa Holandesa	1853 - 1928 1865 - 1943	Influencia del magnetismo en los fenómenos de la radiación atómica.
1903	A. H. Becquerel P. Curie M. Curie	Francesa Francesa Francesa	1852 - 1908 1859 - 1906 1867 - 1934	Descubrimiento de la radiactividad natural y de los elementos radiactivos radio y polonio.
1904	J. W. Strutt (Lord Rayleigh)	Inglesa	1842 - 1919	Descubrimiento del argón e investigaciones sobre las densidades de los gases.
1905	P. E. A. von Lenard	Alemana	1862 - 1947	Investigaciones sobre los rayos catódicos.
1906	J. J. Thomson	Inglesa	1856 - 1940	Conducción de la electricidad a través de los gases.
1907	A. A. Michelson	Norteamericana	1852 - 1931	Inención aparatos ópticos de precisión e investigaciones metroológicas llevadas a cabo con ellos.
1908	G. Lippmann	Francesa	1845 - 1921	Reproducción fotográfica de los colores.
1909	G. Marconi C. F. Braun	Italiana Alemana	1874 - 1937 1850 - 1918	Desarrollo de la telegrafía sin hilos.
1910	J. D. van der Waals	Holandesa	1837 - 1923	Ecuación de estado de los fluidos.
1911	W. Wien	Alemana	1864 - 1928	Leyes de la radiación emitida por los cuerpos calientes.
1912	N. G. Dalen	Sueca	1869 - 1937	Señalización automática de las costas marinas.
1913	H. Kamerling - Onnes	Holandesa	1853 - 1926	Propiedades de la materia a bajas temperaturas; producción de helio líquido.
1914	M. von Laue	Alemana	1879 - 1960	Difracción de los rayos X mediante cristales.
1915	W. H. Bragg W. L. Bragg	Inglesa Inglesa	1862 - 1942 1890 - 1971	Estudio de la estructura de los cristales mediante los rayos X.
1916	No se concedió			
1917	C. G. Barkla	Inglesa	1877 - 1944	Descubrimiento de los rayos X característicos de los elementos.
1918	M. Planck	Alemana	1858 - 1947	Descubrimiento de la llamada antigua teoría cuántica.

Año	Nombre	Nacionalidad	Año de nacimiento y muerte	Motivo por el que se le concedió
1919	J. Stark	Alemana	1847 - 1957	Descubrimiento del efecto Doppler en los rayos canales y el desdoblamiento de las líneas espectrales en presencia de un campo eléctrico.
1920	C. E. Guillaume	Francesa	1861 - 1938	Descubrimiento de anomalías en las aleaciones de níquel - acero.
1921	A. Einstein	Alemana	1879 - 1955	Aportaciones a la Física Teórica, especialmente por su interpretación del efecto fotoeléctrico.
1922	N. Bohr	Danesa	1885 - 1962	Estudios sobre la estructura y radiación de los átomos.
1923	R. A. Millikan	Norteamericana	1868 - 1953	Trabajos sobre la carga eléctrica elemental y sobre el efecto fotoeléctrico.
1924	K. M. G. Siegbahn	Sueca	1886 - 1954	Descubrimiento en el campo de los espectros de rayos X.
1925	J. Franck G. Hertz	Alemana Alemana	1882 - 1964 1887 - 1975	Descubrimiento de las leyes que gobiernan las colisiones entre electrones y átomos.
1926	J. B. Perrin	Francesa	1870 - 1942	Trabajos sobre la estructura discontinua de la materia, especialmente por el descubrimiento de la ley de equilibrio en la sedimentación.
1927	A. H. Compton C. T. R. Wilson	Norteamericana Inglesa	1892 - 1962 1869 - 1959	Descubrimiento de la dispersión de los rayos X mediante partículas cargadas. Invención de la cámara de nieblas.
1928	O. W. Richardson	Inglesa	1879 - 1959	Descubrimiento de la ley que rige la emisión de electrones, en una superficie metálica, en función de su temperatura.
1929	L. V. de Broglie	Francesa	1892 -	Postulado de la naturaleza ondulatoria del electrón
1930	C. V. Raman	India	1888 - 1970	Trabajos sobre la dispersión de la luz y el descubrimiento del efecto que lleva su nombre.
1931	No fue concedido			
1932	W. Heisenberg	Alemana	1901 - 1976	Creación de la Mecánica Cuántica.
1933	E. Schrödinger P. A. M. Dirac	Austriaca Inglesa	1887 - 1961 1902 -	Descubrimiento de nuevas formulaciones de la teoría atómica.
1934	No se concedió.			
1935	J. Chadwick	Inglesa	1891 - 1974	Descubrimiento del neutrón.
1936	V. F. Hess C. D. Anderson	Austriaca Norteamericana	1883 - 1964 1905 -	Descubrimiento de la radiación cósmica., Descubrimiento del positrón.
1937	C. J. Davisson G. P. Thomson	Norteamericana Inglesa	1881 - 1958 1892 - 1975	Descubrimiento de la difracción de electrones mediante cristales.
1938	E. Fermi	Italiana	1901 - 1954	Creación de elementos radiactivos artificiales mediante irradiación con neutrones.
1939	E. O. Lawrence	Norteamericana	1901 - 1958	Invento del ciclotrón.
1940	No se concedió			
1941	No se concedió.			

Año	Nombre	Nacionalidad	Año de nacimiento y muerte	Motivo por el que se le concedió
1942	No se concedió.			
1943	O. Stern	Norteamericana	1888 - 1969	Trabajos con haces moleculares y el momento magnético del protón.
1944	I. I. Rabi	Norteamericana	1898 -	Resonancia magnética nuclear.
1945	W. Pauli	Austriaca	1900 - 1958	Descubrimiento del principio de exclusión cuántica.
1946	P. W. Bridgman	Norteamericana	1882 - 1961	Física de altas presiones.
1947	E. V. Appleton	Inglesa	1892 - 1965	Física de la alta atmósfera y de la capa que lleva su nombre.
1948	P. M. S. Blackett	Inglesa	1897 - 1974	Descubrimientos sobre la radiación cósmica y en Física nuclear.
1949	H. Yukawa	Japonesa	1907 -	Predicción de la existencia de mesones.
1950	C. F. Powell	Inglesa	1903 - 1969	Método fotográfico para el estudio de los procesos nucleares y por sus descubrimientos acerca de los mesones.
1951	J. D. Cockcroft E. T. S. Walton	Inglesa Irlandesa	1897 - 1967 1903 -	Transmutación de los núcleos atómicos mediante partículas aceleradas artificialmente.
1952	F. Bloch E. M. Purcell	Norteamericana Norteamericana	1905 - 1912 -	Medida de los campos magnéticos existentes en los núcleos atómicos.
1953	F. Zernike	Holandesa	1888 - 1966	Invencción del microscopio de contraste de fase.
1954	M. Born W. Bothe	Inglesa Alemana	1882 - 1970 1891 - 1957	Trabajos en Mecánica Cuántica y en la interpretación estadística de la función de las ondas.
1955	W. E. Lamb P. Kush	Norteamericana Norteamericana	1913 - 1911 -	Estructura fina del hidrógeno. Momento magnético del electrón.
1956	W. Shockley J. Bardeen W. H. Brattain	Norteamericana Norteamericana Norteamericana	1910 - 1908 - 1902 -	Invencción y desarrollo del transistor.
1957	C. N. Yang T. D. Lee	China China	1922 - 1926 -	Descubrimiento de la no conservación de paridad y otros trabajos en la teoría de partículas elementales.
1958	P. A. Cerenkov L. M. Frank I. E. Tamm	Soviética Soviética Soviética	1904 - 1908 - 1891 - 1971	Descubrimiento e interpretación del efecto Cerenkov.
1959	E. Segré O. Chamberlain	Norteamericana Norteamericana	1905 - 1920 -	Descubrimiento del antiprotón.
1960	D. A. Glaser	Norteamericana	1926 -	Invencción de la cámara de burbujas.
1961	R. Hofstadter	Norteamericana	1915 -	Estructura electromagnética de los nucleones a partir de la dispersión de electrones de alta energía.
	R. L. Mössbauer	Alemana	1929 -	Descubrimiento de la absorción por resonancia de rayos α por los núcleos, sin retroceso de éstos.
1962	L. D. Landau	Soviética	1908 -	Teoría de la materia condensada F (helio líquido).

Año	Nombre	Nacionalidad	Año de nacimiento y muerte	Motivo por el que se le concedió
1963	E. P. Wigner	Norteamericana	1902 -	Contribuciones teóricas a la Física Atómica y Nuclear.
	M. Goeppert - Mayer	Alemana	1906 - 1972	Descubrimientos de la estructura por capas del núcleo.
	J. H. D. Jensen	Alemana	1907 - 1973	
1964	Ch. H. Townes	Norteamericana	1915 -	Invento del maser y desarrollo de la teoría de la radiación atómica coherente.
	N. G. Basov	Soviética	1922 -	
	A. M. Prochorov	Soviética	1916 -	
1965	S. Tomonaga	Japonesa	1906 -	Desarrollo de la Electrodinámica Cuántica.
	J. Schwinger	Norteamericana	1918 -	
	R. P. Feynman	Norteamericana	1918 -	
1966	A. Kastler	Francesa	1902 -	Estudios sobre bombeo óptico.
1967	H. A. Bethe	Norteamericana	1906 -	Contribución a la teoría de las reacciones nucleares y producción de energía en las estrellas.
1968	L. W. Alvarez	Norteamericana	1911 -	Contribución a la física de partículas elementales y a las técnicas para su detección.
1969	M. Gell - Maun	Norteamericana	1929 -	Contribuciones teóricas al estudio de la Física de Partículas.
1970	H. Alfvén	Sueca	1908 -	Magnetohidrodinámica y sus aplicaciones en física de plasmas.
	L. Neel	Francesa	1904 -	Antiferromagnetismo y ferrimagnetismo.
1971	D. Gabor	Inglesa	1900 -	Descubrimiento y desarrollo de la holografía.
1972	J. Bardeen	Norteamericana	1908 -	Desarrollo de la teoría de la superconductividad sobre bases microscópicas.
	L. N. Cooper	Norteamericana	1930 -	
	J. R. Schrieffer	Norteamericana	1931 -	
1973	L. Esaki	Japonesa	1925 -	Descubrimiento del efecto tunel en semiconductores.
	I. Giaener	Norteamericana	1929 -	
	B. D. Josephson	Inglesa	1940 -	
1974	M. Ryle	Inglesa	1918 -	Trabajo pionero en radioastronomía.
	A. Hewish	Inglesa	1924 -	Descubrimiento de los pulsars.
1975	A. Bohr	Danesa	1922 -	Descubrimiento de la conexión entre el movimiento colectivo y el de las partículas en el núcleo atómico y el desarrollo de la teoría del núcleo atómico basada en la conexión anterior.
	B. Mottelson	Danesa	1926 -	
	J. Rainwater	Norteamericana	1917 -	
1976	B. Richter	Norteamericana	1934 -	Labor pionera en el descubrimiento de una partícula elemental pesada de una nueva clase (J/ψ).
	S. Ch. Ch. Ting	Norteamericana	1936 -	
1977	P. W. Andersson	Norteamericana	1923 -	Investigaciones teóricas fundamentales de la estructura electrónica de los sistemas magnéticos y de los amorfos.
	Sir N. Mott	Inglesa	1905 -	
	J. H. Van Vleck	Norteamericana	1899 -	
1978	P. L. Kapitsa	Soviética	1909 -	Inventos y descubrimientos básicos en el área de la física de bajas temperaturas.
	A. A. Penzias	Norteamericana	1930 -	Descubrimiento de la radiación de fondo (microondas) existente en la radiación cósmica.
	R. W. Wilson	Norteamericana	1934 -	
1979	S. L. Glashow	Norteamericana		Aportaciones a la teoría de interacción electromagnética entre las partículas elementales.
	Weinber	Norteamericana		
	A. Salam	Pakistani		
1980	James W. Cronin	Norteamericana		Descubrimiento violación principios fundamentales de simetría en la desintegración de los mesones-K neutros.
	Val L. Fitch	Norteamericana		

INDICE ALFABETICO

A

aceleración 20
 absoluta 36
 de arrastre 35
 de Coriolis 35
 normal 21
 relativa 29
 tangencial 21
actividad de una fuente radiactiva 327
 óptica 294
Adams, J. C. 174
aislante (s) 195, 337
Algebra vectorial 3
Alhacen 298
Ampère, A. M. 209, 241
 Teorema de 236, 256
amperímetro ideal 216
amperio 209
amplificación 343
amplificador 343
 banda de anchura 343
 de audiofrecuencia 343
 de corriente 343
 de c.c. 343
 de tensión 343
 de vídeo 343
 ganancia en corriente 343
 en potencia 343
 en tensión 343
 no lineal 343
 lineal 343
 potencia de un 343
analizador 279
Anderson, C. D. 334
Angstrom 102
ángulo sólido 170
anisótropo 210
ánodo 209, 349
Antigua Teoría Cuántica 318
apantallamiento 197
Arago, D. F. 302
áreas, ley de las 160
Aristarco de Samos 173
Aristóteles 173, 298
armadura 252
armónicos 275, 286
arseniuro de galio 338
átomo (s)
 de helio 328
 de hidrógeno 324
 energía de los 316
 estabilidad del 316
 estados estacionarios 316
 estados excitados 319
 modelo de Bohr 316
 modelo de Rutherford 316
 modelo de Sommerfeld 318
 modelo de Thomson 315
 niveles de energía 316

 órbitas permitidas 316
 radio de las 316
 postulados de Bohr 316
 serie de Balmes 319
 Brackett 320
 Paschen 319, 320
 Pfund 320
audición, umbral de 295
autoinducción, coeficiente de 248
Avogadro, número de 328

B

Bacon, F. 174
Bacon, R. 298, 299
balanza de corrientes 232
bariones 335
Bartholin, E. 303
batería 214, 216
Becquerel, H. 326
Bell, A. G. 285
Biot, J. B. 230, 242
Biot y Savart, Ley de 230
bit 351
blindaje de equipos eléctricos 197
Bohr, N. 313, 316
 modelo de 315, 316
Boole, G. 351
Born, M. 313
bosones 335
Boyle-Mariotte, ley de 155
Boyle, R. 174
Bradley, J. 305
bremsstrahlung 308
Brewster 304
brújula 242

C

cable coaxial 237
calor 148
 específico 150
 a presión constante 151
 a volumen constante 151
 molar 150
caloría 149
cámara de burbujas 225
 de niebla 225, 326
camino óptico 292
Campo (s)
 conservativos 87

- de fuerzas 85
 - intensidad 86
- ecuaciones del 87
 - formulación diferencial 87
 - formulación integral 87
- efectivos 214
- eléctrico 192
- electromagnético 255
- electromotor 214
- electrostático 187
- escalares 84
- estacionario 84
- estáticos 84
- gravitatorio 157
- líneas de 86
- magnético 225
 - variable en el tiempo 247
- magnetostático 225
- Teoría de 84
- vectoriales 84, 166
- canal 341
- capacidad (ver capacitancia) 199
- capacidad calorífica 150
- carga (s) eléctrica (s) 188
 - conservación de la 188
 - cuantificación de la 188
- carretes de Helmholtz 240
- cátodo 209
- centro de gravedad 113
 - de masas 17, 110
 - propiedades del 111
 - Teorema del 110
- células fotoeléctricas 291
- ciclotrón 239
- Cinemática 16
 - problema fundamental de la 20
- circuito (s)
 - análisis de 216
 - C.A. 337
 - C.C. 337
 - constante de tiempo de un 222
 - de anticoincidencia 198
 - de coincidencia 198
 - elementos activos de un 215
 - elementos ideales de un 215
 - elementos pasivos de un 215
 - elementos reactivos puros de un 254, 255
 - energía total de un
 - integrados 337
 - inversor 352
 - nudo de un 218
 - potencia en un 217
 - rama en un 216
- circuitos puerta (ver puertas)
- circulación 87, 166, 236
- Clausius 148
- Coblentz 308
- coherencia (ver interferencias)
- coherentes, focos 274
- colisión elástica 124
 - inelástica 124
- color 291
- condensador (ver capacitor)
 - asociación en serie de 201
 - en paralelo de 201
 - armadura o placa de un 199
 - capacidad o capacitancia de un 199
 - electrolítico 350
 - energía eléctrica almacenada en un 201
 - plano 199
- condiciones iniciales 20, 68
- conductancia 211
- conductor (es) 195
 - capacidad de un 198
 - cargado 195
 - conductividad de un 210
 - descargado 195
 - en equilibrio 195
 - resistencia de un 210
 - resistividad 211
- conmutador 253
- Corck, B. 334
- corriente (s) eléctrica (s) 207
 - alterna 207
 - continua (C.C.) 207
 - de conducción 257
 - de desplazamiento 257
 - de Foucault 259
 - densidad de 209
 - efectos caloríficos de la 216
 - efectos magnéticos de la 216
 - efectos químicos de la 216
 - estacionaria 208, 223
 - intensidad de la 209
 - microscópicas 230
 - potencia 253
 - activa 254
 - instantánea 254, 255
 - media 254
 - reactiva 255
 - pulsante 253
- conservación del momento angular 71
 - del momento lineal relativista 307
- constante de tiempo de un circuito 222
- contaminación radiactiva 333
- continuidad, ecuación de 209, 255
- controlador 341
- coordenada (s)
 - cartesianas rectangulares 158
 - cilíndricas 158
 - esféricas 158
 - polares 158
 - aceleración en 159
 - vector de posición en 159
 - velocidad en 159
- Copérnico, N. 157, 173
- Coulomb, leyes de 60
- cuantificación 316
 - reglas para la 317
- cuanto elemental de energía 308
- culombio 60
- Curie, P. y M. 323, 326
- curio 327
- curvas de nivel 84

CH

Chadwick, J. 334
Chamberlain, O. 334

D

Davisson, C. J. 312
Davy 216
De Broglie, L. 311
 longitud de onda 312
 ondas de 311
 relación de 312
De Broglie, M. 311
decibel 285
Demócrito 298
demodulación 341
densidad (s) de carga (s) 190
densidad volúmica
 de carga eléctrica 190
 de corriente eléctrica 208
Descartes, R. 174, 292, 299
descripción macroscópica 140
 microscópica 140
desintegración (es) nuclear (es)
 alfa (α), beta (β), gamma (γ) 326
 ley exponencial de la 326, 327
 radiactivas 327
deslizar 134
detector de paridad 353
deuterón 333
difragmas 293
diagramas de bloques 341
diapasón 274
dieléctrico (ver aislante) 195
diferencia de camino 275
 de potencial 95, 168, 211
diferencial exacta 93
difracción 277, 278
 de ondas 293
 figuras de 278, 293
dígito binario (ver bit) 351
Dinámica 16
 de rotación 130
 ecuación fundamental 129
 problema fundamental 68
dinamo 253
dinamómetro 40, 60, 63, 66
diodo (s) 348
 ánodo de un 349
 características de un 349
 cátodo de un 349
 como rectificador 350
 ideal 349
 puente de 350
 resistencia estática 349
 semiconductor 348, 349
dioptrios 282

dipolo magnético 229
Dirac, P. 323
divergencia 87
doble refracción 300
dualidad onda-corpúsculo 311
 interpretación probabilística 313

E

eco 286
encefalografía 285
ecuación (es)
 de estado 144, 147
 de una isoterma 147
 de continuidad 209
 de Maxwell 187, 193
 en el vacío 258
 en situaciones dinámicas 258
 en situaciones estáticas 236
 de Schrödinger 313
 efecto fotoeléctrico 308
 frecuencia umbral de 309
 termoiónico 209
 túnel 100
Einstein, A. 17, 41, 306
ejes principales de inercia 129
elasticidad, límite de 63
Electrodinámica Relativista 224
electrodo 213
electrólisis 213, 216, 242
Electromagnetismo 187
 Clásico 188, 255
electrón (es) 195
 de conducción 338
 de valencia 338
 libres 195
 masa del 312
Electrónica 337
 Analógica 340
 Digital 341
 de los sistemas 340
Electrostática 187
 problema fundamental de la 198
elemento activo 215
 pasivo 215
emisor 341
éter 301
Euclides 298
Euler, L. 302
exotérmica, reacción 324
experimento de Oersted 242
Empédocles 298
endotérmica, reacción 324
energía
 cinética 78
 de rotación 131
 cuantificación de la 309, 316
 curvas de 98
 efectiva 160

- gravitatoria 163
 - de enlace 320
 - del núcleo 325
 - por nucleón 324
 - de ionización 320
 - diagramas de 99
 - eléctricas 216
 - electromagnética 289
 - interna 152
 - magnética 249
 - mecánica 98, 160
 - conservación de la 98
 - potencial 92, 160, 161
 - propia 122
 - teorema de conservación para una partícula 96
 - total de una partícula 98
 - total relativista 308
 - enlace covalente 338
 - escalar 1
 - escobillas 252
 - esfera celeste 172
 - espacio absoluto 17, 306
 - espectral, línea 314
 - espectro 314
 - atómico 314
 - continuo 315
 - de absorción 315
 - de bandas 315
 - de emisión 314
 - de línea 314
 - infrarrojo 290
 - nuclear 326
 - visible (ver luz) 290
 - espectrometría infrarroja 290
 - espectrómetro de masas 226
 - espejos 271, 282
 - espira (s) 233
 - analogía entre imanes y 234
 - estados ligados o acotados 100
 - no ligados 100
 - Estática 136
 - estereoradián 170
 - equilibrio (ver sólido rígido)
 - estable 136
 - estado de 142
 - indiferente 136
 - inestable 136
 - mecánico 143
 - químico 142
 - radiactivo 327
 - térmico 143
 - termodinámico 144
- F**
- factor integrante 93
 - Q de una reacción nuclear 331
 - Faraday-Lenz, ley de 244
 - Faraday, M. 198, 241, 302
 - ley de 216
 - faradio 198, 199
 - Fermat, P. 295
 - principio de 292, 299
 - fermi 316
 - Fermi, E. 323
 - fermiones 335
 - ferromagnético 249, 252
 - filtro, paso bajo 348
 - Física
 - Atómica 114
 - Clásica 259
 - Cuántica 267
 - de Altas Energías 322
 - de Bajas Energías 322
 - de los dispositivos semiconductores 337
 - Nuclear 114
 - fisión nuclear 332
 - Fizeau, A. M. L. 304
 - fluido 209
 - flujo 87, 166, 235
 - formulación integral de las ecuaciones de campo 166
 - fotocélulas 309
 - fotón 308
 - energía de 309
 - fotomultiplicadores 291
 - Foucault, J. B. L. 300, 304
 - Fourier, J., teorema de 264
 - Franklin, B. 188
 - Fraunhofer, J 315
 - líneas de 315
 - frecuencia angular 265
 - de un resorte en oscilaciones 70
 - fundamental 276
 - Fresnel, A. 300, 304
 - frontera 141
 - función de cálculo 341
 - de comunicación 341
 - de control 341
 - de conversión de energía 341
 - de estado 150
 - de instrumentación 341
 - de línea 150
 - de onda 313
 - fuentes de alimentación 347
 - estabilizada o regulada 348
 - características de 348
 - no regulada 350
 - radiactivas naturales 326
 - fuerza (s)
 - campo de 157
 - centrales 73, 98, 157
 - centro de 158
 - concepto dinámico 42
 - concepto estático 40
 - conservativas 87
 - de acción y reacción 47
 - de contacto 62
 - deformadora 63
 - de Lorentz 61, 225
 - de rozamiento 65
 - dinámica 65
 - estática 65

máxima 65
 elásticas 62
 eléctricas 224
 electromagnética 214
 estática 46
 estática y dinámica de 46, 62
 exteriores 107
 gravitatoria 56
 medida dinámica de 46
 momento de una 71
 normal 64
 nucleares 324
 principio de superposición 42
 recuperadora (ver elástica)
 fuerza de inercia 50
 fuerza electromotriz 213, 214
 fusión 333
 nuclear 333
 térmica 333

G

Galileo Galilei 157, 174, 299
 galvanómetro 228, 242
 gas (es) ideal (es) 144
 constante universal de los 144
 masa molecular 144
 gauss 225
 Gauss, teorema de 169, 193
 generación de pares e-h 339
 generador (es)
 de pulsos 347
 de señales analógicas periódicas 347
 eléctricos 217
 germanio 338
 Germer, L. H. 312
 Gilbert, W. 299
 gradiente de un escalar 168
 grados de libertad 107
 gravitación universal 58, 162
 constante de 58
 gravitón 335
 Grimaldi, F. M. 299
 Grosseteste, R. 298

H

hadrones 335
 Hahn, O. 332
 Harvey, W. 174, 299
 Heisenberg, W. 313
 Helmholtz, H. L. F. von 286
 carretes de 240
 henrio 249
 Henry, J. 242, 249
 Heráclito 298

Herón 298
 hertz 70, 265
 Hertz, H. 287, 302
 Herschel, W. 174
 Hess, V. 334
 Hiparco de Rodas 173
 Homero 297
 Hooke, R. 174, 299
 ley de 63
 hueco 339
 Hume 306
 Huygens, Ch. 174, 299
 principio de 273, 293

I

incertidumbre (o indeterminación),
 principio de 313
 índice de refracción 287
 inducción electromagnética 244
 circulación del vector (T. Ampère) 236
 coeficiente de 248
 coeficiente de auto 248
 flujo del vector 223
 magnética (**B**) 224
 mutua, coeficiente de 250
 inductancia 248
 mutua 251
 inductor (es) 235, 249
 energía almacenada en un 250
 inercia 43
 infrasonidos 284
 integral curvilínea o de línea 75
 primera 69
 intensidad
 de un campo de fuerzas 86
 de un campo eléctrico 189
 de un campo magnético 224
 de corriente 209
 del sonido 285
 interacciones fundamentales 56
 electromagnéticas 56
 gravitatorias 56
 nuclear débil 56
 fuerte 56
 interferencias 273, 292
 interferómetro 292
 invariante 37, 53
 imán 242
 impurezasceptoras 340
 dadoras 339
 ionosfera 291
 isoterma 147
 isótopo 323

J

Jeans, J. 308

julio 77
Joule, efecto 216

K

Kapitza, P. 323
Kelvin, Lord 147
Kepler, J. 157, 160, 173, 299
kilogramo 45
Kirchhoff, G. 315
leyes de 217
Koenig, teorema de 120
Kundt, método de 284

L

Lambertson, G. 334
lámina de carga 190
Landau, L. 323
Land, E. H. 294
laser 291
lauegrama 292
Lawrence, E. D. 324
lentes 282
Lenz, H. F. E. 243, 244
ley de 243, 244
leptones 335
Leverrier, U. 174
Leucipo 298
línea (s) de carga 191
espectrales 314
Lowell, P. 174
luz 297
dispersión 299
doble refracción 299
naturaleza cuántica 308
electromagnética 304
ondulatoria 302
Teoría cuántica de la 305
de Descartes 299
de Hooke 300
de Huygens 300
de Newton 300
escalar de Fresnel 303
táctil 298
de la emisión 298
vectorial de Fresnel 304
velocidad de propagación de la 306

M

Mach 306
Magnetostática 187

magnetrón 288
Malus 303
malla 217
masa 41, 56, 59
atómica 312
defecto de 331
densidad volúmica de 112
en reposo 310
gravitatoria 42, 56, 57, 58, 162
inerte 42, 44, 56, 59
relativista 307
masa (ver tierra)
Maxwell, J. C. 287, 302, 304, 305
ecuaciones de 241, 286
Mecánica 259
Cuántica 41, 189, 313, 318
de los medios continuos 106
Estadística 140
leyes de la 42
Matricial 313
Ondulatoria 310
Relativista 41, 114
medio anisótropo 190, 203
exterior 141
homogéneo 268, 288
lineal 203, 210, 288
membrana semipermeable 141
mesón 335
método de los residuos 174
microondas 290
microscopio 294
electrónico 294, 312
Michelson, A. 305
Millikan, R. A. 189, 204
modelo bidimensional de enlaces 338
modulación 341
módulo de elasticidad en volumen 283
momento angular 72
de una partícula 72, 160
teorema del 72
conservación del 73
de un sistema
teorema del 116
conservación del 117
momento dipolar magnético 229
momento de inercia 119
de un sólido 129
monocromática (luz) 291
momento lineal 71
de una partícula 71
teorema del 71
conservación del 71
de un sistema 109
teorema del 113
conservación del 113
relativista 308
movilidad 210
movimiento
absoluto 33
circular 23
compuesto 31
de arrastre 34

- de rotación 126
- de traslación 126
- ecuaciones intrínsecas del 69
- integrales primeras del 69
- leyes clásicas del 41
- MAS 70, 80
 - amplitud 70
 - fase 70
 - inicial 70
 - frecuencia 70
 - angular 70
 - periodo 70
- no periódicos 262
- ondulatorios 262
- periódicos 262
- retilíneo 22
- uniforme 22
- uniformemente acelerado 22
 - desacelerado 22
- variado 21

- Morley, E. 305
- motor eléctrico 217
- multiplétes 318
- muón 335

N

- neutrino 334
- neutrones 230, 334
 - anti 334
- Newton, I. 157
 - anillos de 301
 - leyes de 30
 - primera ley de 1, 42
- newton (unidad de fuerza) 46
- nivel macroscópico 106
 - microscópico 105
- nodo 276, 284
 - anti 276, 284
- núcleo (s) 324
 - defecto de masa 324
 - estable 325
 - hijo 329
 - inestables 325
 - artificiales 325
 - naturales 326
 - radiactivos 325
 - padre 327
 - radiactivos 325, 326
 - Tiempo de vida 327
 - Tiempo medio de vida 327
- nucleones 323
- nudo 218
- número atómico 315, 323
 - másico 315, 323
- números binarios 353
 - comparación de 353
 - resta 353
 - suma 353

O

- observable 1
- Oersted, H. Ch. 242
- Oersted, W. 216, 223, 242
- Ohm, G. S. 210
 - ley de 218
- ohmio 211
- onda (s) 262, 263
 - amplitud de la 265
 - armónicas 266
 - planas 266
 - bidimensionales 268
 - cilíndricas 268
 - de materia 311
 - densidad de energía de una 269
 - densidad media de energía 270
 - de radio y de TV 290
 - difracción 277
 - ecuación diferencial de 268
 - elásticas o mecánicas 267
 - electromagnéticas 255, 269, 286
 - espectro de 288
 - escalares 268
 - esféricas 270
 - estacionarias 276
 - fase de la 264
 - frecuencia angular 265
 - frente de 266
 - intensidad de una 269
 - interferencias 273
 - constructivas 273
 - destructivas 273
 - figuras de 275
 - longitud de 264
 - longitudinales 268
 - mecánicas longitudinales 282
 - no mecánicas 267
 - número de 264
 - periodo temporal 264
 - planas 268
 - polarización lineal 278
 - reflexión 270
 - refracción 270
 - superficie de 266
 - transversal 268
 - tridimensional 268
 - unidimensional 268
 - vectoriales 268
 - velocidad de propagación 264
- Optica 249
 - Cuántica 295
 - Electromagnética 295
 - Física 295
 - Fisiológica 295
 - Geométrica 295
- ordenador (es) grandes 342
 - micro 342
 - mini 342
 - super 342
- oscilador (es), características de los 347

de ondas sinusoidales 347

oscilador armónico 69

ozono 291

ozonósfera 291

P

palabra (ver bit) 351

par 228

de fuerzas 228

paralelogramo, regla del 3

parámetro de impacto 161

pared 141

adiabática 142

aislante 142

diatérmica 142

partícula (ver punto material)

partículas elementales 225, 334

aceleradores de 225, 331

anti 334

Pauli, W. 334

permeabilidad del vacío 230

permitividad del vacío 60

perturbación progresiva o viajera 263

unidimensional 263

velocidad de fase de la 264

peso 58, 59

Piccioni, D. 334

piezoeléctrico, efecto 284

Planck, M. 305, 308

constante de 305

Platón 173, 298

Plickering, W. H. 174

poder de resolución 294

Poincaré, J. H. 306

Poisson, S. 303

polarización de ondas 278, 279

polarizador (es) 279, 294

polaroid, lámina 294

polea ideal 108

polo magnético 223, 257

mono 223, 236

portadores mayoritarios 340

minoritarios 340

recombinación de 339

positrón 334

potencia 78

potencial 95

barrera de 100

de frenado 309

diferencia de 95

gravitatorio 163

pozo de 100

Powell, W. M. 335

Poynting, vector de 287

presión estática 144

principio de Galileo (o la independencia de los movimientos) 29

de la inercia 41, 42

de la relatividad de Galileo 37, 306

de superposición 87, 163, 189, 274

protón 334

anti 334

punto de diodos 350

puertas o circuitos lógicos 351

combinacionales 351

NOY (NAND) 352

O 352

secuenciales 351

Y 352

pulso (s) 266

punto material

aceleración 20

aproximación de 16

Cinemática del 16

definición 16

libre 42

medio (entorno) de un 40

trayectoria de un 19, 20

velocidad 20

Q

quarks 335

quasars 335

R

rad 330

radar 290

radiación (es), coeficiente de absorción 330

dosis absorbida de 330

electromagnética 287

ionizantes 291, 330

radiactividad 326

radio de curvatura 20

radiografías 291

rama 216

rayo 266

rayo (s) Gamma (γ) 292

luminoso 293

Rayos X 291

reacción (es) en cadena 332

endotérmica 324

exotérmica 324

factor Q de una 331

nuclear 331

química 331

termonucleares 333

reactancia capacitiva 255

inductiva 255

reactores de fusión 333

nucleares 333

reb 330

receptor 341

rectificador 248
 relatividad especial, Teoría de la 305
 rem 330
 resistividad 210
 resistor (es) 212, 254
 resorte, 62, 69, 103
 constante del 63
 reverberación 286
 rodar sin deslizar 135
 y deslizar 135
 Römer 300
 rotacional 87
 rozamiento al deslizamiento 65
 coeficiente estático de 65
 ruido 283, 341
 Rutherford, E. 326
 modelo de 316
 Rydberg, constante de 319

S

Savart, F. 230, 242
 Schrödinger, E. 313, 318
 ecuación de 313
 Segre, E. G. 334
 semiconductores 195
 extrínsecos 339
 intrínsecos 195
 Tipo N 339
 Tipo P 340
 Señal (es)-alterna 253
 fase inicial 253
 frecuencia 253
 valor de pico 253
 valor de pico o amplitud 253
 valor eficaz 253
 -analógica 340
 -aspectos informáticos de las 341
 características energéticas de las 341
 digital 341
 tratamiento de 341
 siemens 211
 Siemens, E. W. von 211
 silicio 338
 simultaneidad 307
 sistema 141
 aislado 113, 122, 198, 199
 cerrado 144
 de coordenadas 18
 de partículas
 discreto 105
 deformables 106
 no deformables 106
 energía cinética 120
 de traslación 120
 interna 120
 energía interna del 123
 energía mecánica total 123
 energía propia 122

momento angular 115
 intrínseco o de spin 116
 orbital 116
 teorema del 117
 teorema conservación
 del 117
 momento lineal de un 109
 teorema del 110
 teorema de conservación del
 113
 teorema del trabajo y la energía 121
 energía potencial interna 122
 de proceso de datos
 memoria 341
 U.C.P. 341
 unidad de control 341
 de referencia 18
 absoluto 29
 inerciales 37, 42, 105
 no inerciales 43, 50

p V T 144

termodinámicos 141

Snell, W 292, 299
 sobretonos 286
 solenoide 235, 249
 sólido rígido 105, 106, 126
 energía potencial interna 132
 equilibrio de un 135
 momento angular de un 129
 Teorema de conservación del momento
 angular 132
 Trabajo fuerzas interiores 124
 velocidad de traslación de un 127
 Sommerfeld, A. 318
 sonar 284
 sonido (s) 282, 283
 infra 284
 intensidad del 285
 timbre 286
 tono 286
 ultra 284
 velocidad de propagación del 283
 Stuart Mill, G. 174
 superficies de nivel 84, 167
 equipotencial 168

T

tabla de verdad 353
 técnica factorial 254
 telescopio 292
 temperatura 145
 absoluta (v. Termodinámica) 147
 empírica 147
 termodinámica 147
 tensor 2
 Teoría cinética 140
 cuántica 41
 clásica del campo 83

de la relatividad especial 17, 37, 41
 Geocéntrica 173
 modificada 173
 Heliocéntrica 173
 Termodinámica 140, 141
 Clásica 140
 Ley cero de la 146
 primer principio 140
 tesla 225
 Tesla, N. 225
 tiempo absoluto 17
 tierra o masa 198
 Thomson, G.P. 312
 J.J. 315
 modelo de 315
 Tokamak (s) 333
 Tolomeo 173, 298
 Tomás de Aquino, Santo 173
 Trabajo de extracción 310
 de una fuerza variable 76
 realizado por el peso 87
 realizado por fuerzas elásticas 89
 realizado por fuerzas electrostáticas 88
 realizado por fuerzas Gravitatorias 89
 y energía cinética, teorema del 78
 y energía cinética de rotación, teorema del 131
 transductor 342
 transformación (es) adiabática 153
 de Galileo 36, 43
 de Lorentz 37
 irreversible 144
 isóbara 153
 isócara 153
 isoterma 153
 reversible 144
 transformador (es) 26
 reductor 348
 transistor 344
 base 337, 344
 características externas de un 346
 colector 344
 corriente de base 344
 corriente de emisor 345
 emisor 344
 N P N 344
 P N P 344
 punto de operación en reposo 346
 punto Q 346
 recta de carga estática 347
 región activa o lineal 345
 de corte 345
 de saturación 345
 Tycho Brahe 157, 173

U

umbral de audición 285
 de sensación dolorosa 285
 unidad atómica de masa (uam) 323

de control 341

V

vacío (el) 187
 válvula termoiónica 209
 variables termodinámicas 141, 148
 vatio 78
 vector (es)
 aceleración 19
 adición de, en función de sus componen-
 tes 3
 cero 11
 componentes de un 5
 cosenos directores del 6
 de posición 18
 derivada respecto de un escalar 11
 deslizantes 137
 división por un escalar 4
 igualdad de, en función de sus componen-
 tes 3
 módulo de un, en función de sus componen-
 tes 6
 opuestos, en función de sus componentes 3
 producto escalar 9
 propiedades del 9
 producto por un escalar, en función de
 sus componentes 4, 8
 producto vectorial 10
 propiedades del 10
 resta de, en función de sus componentes 4
 velocidad 19
 velocidad absoluta 35
 aerolar 160
 de arrastre 35
 relativa 29, 34
 visualizador 342
 Vitello 298
 voltímetro 228
 ideal 218

W

weber 235
 Weber, W. E. 236
 Wenzel, E. 334
 Wiener, O. 276
 Wilson, C. 318
 Wollaston, W. 315

Y

Young, experimento de 293
 Young, T. 302